



---

Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla gimnazjów”  
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

# Skrypt 5

## Procenty

1. Procenty, promile i ułamki
2. Analizowanie i sporządzanie diagramów procentowych
3. Obliczanie procentu danej wielkości
4. Obliczanie, jakim procentem jednej wielkości jest druga wielkość
5. Obliczanie liczby na podstawie jej procentu
6. Obliczenia procentowe w praktyce – podwyżki i obniżki (cz. 1)
7. Obliczenia procentowe w praktyce – podwyżki i obniżki (cz. 2)
8. Obliczenia procentowe w praktyce - o ile procent więcej, o ile mniej, punkty procentowe
9. Obliczenia procentowe w praktyce - oprocentowanie oszczędności i kredytów
10. Procenty w zadaniach tekstowych

**Opracowanie: GIM4**

## Temat: Procenty, promile i ułamki.

### Definicja procentu

Słowo procent pochodzi z języka łacińskiego. Po łacinie „pro centrum” oznacz „na sto”.

Procenty (oznaczane symbolem %) to ułamki o mianowniku sto.

Jeden procent pewnej wielkości to jedna setna części tej wielkości, zatem  $1\% = \frac{1}{100}$ .

$$\text{Ogólnie } p\% = \frac{p}{100}.$$

### Przykład

$$5\% = \frac{5}{100} = 0,05$$

**Pamiętaj!** Procent nigdy nie występuje samodzielnie. Jest zawsze ułamkiem pewnej wielkości np. 20% ludności ma niebieskie oczy.

### Definicja promila

Słowo promil pochodzi od łacińskiego słowa „pro mille” i oznacza „na tysiąc”.

Promile (oznaczenie symbolem ‰) to ułamki o mianowniku tysiąc.

Jeden promil pewnej wielkości to jedna tysięczna części tej wielkości, zatem  $1\text{‰} = \frac{1}{1000}$ .

$$\text{Ogólnie } k\text{‰} = \frac{k}{1000}.$$

Ponieważ  $1\text{‰} = \frac{1}{1000}$ , a  $1\% = \frac{1}{100}$ , zatem 1‰ to 10 razy mniej niż 1%, czyli

$$1\text{‰} = \frac{1}{10}\% \qquad 1\% = 10\text{‰}$$

### Przykład

$$8\text{‰} = \frac{8}{1000}$$

$$8\text{‰} = \frac{8}{10}\%$$

$$8\% = 80\text{‰}$$

### Praca z wykorzystaniem apletu *procenty01*.

- Otwórz plik o nazwie *procenty01*.
- Masz przed sobą aplet, w którym zamieszczone są przykłady i zadania dotyczące zamiany procentów na ułamek zwykły i dziesiętny oraz zamiany ułamków zwykłych i dziesiętnych na procenty.

- Przeanalizuj podane przykłady i sformułuj wnioski, w jaki sposób zamieniamy ułamki na procenty i procenty na ułamki klikając na przycisk: **Zamiana procentu na ułamek zwykły i dziesiętny** oraz **Zamiana ułamka zwykłego i dziesiętnego na procent**. Sprawdź swoje sformułowania klikając w pole wyboru **WNIOSKI**.
- Po zapoznaniu się z przykładami przejdź do rozwiązywania zadań przygotowanych dla Ciebie – przycisk **Zadania**. Za pomocą suwaka **zadanie** będziesz odkrywał kolejne zadania. Dokonaj sprawdzenia swoich obliczeń klikając w pole wyboru **Sprawdź wynik**.

### Praca z wykorzystaniem apletu *procenty02*.

- Otwórz plik o nazwie *procenty02*.
- Masz przed sobą aplet z zadaniami, w którym należy wyrazić za pomocą ułamków i procentów jaka część figury została zamalowana.
- Suwak **procent zamalowanego koła** oraz **procent zamalowanego kwadratu** pozwala na odkrywanie kolejnych zamalowanych części danej figury.
- Pole wyboru **Sprawdź jaki procent stanowi zamalowana część koła** oraz **Sprawdź jaki procent stanowi zamalowana część kwadratu** pozwala na sprawdzenie poprawności wykonanych obliczeń.
- Rozwiąż kilka przykładów przesuwając suwak i wykonaj sprawdzenie naciskając kolejne pola wyboru w programie.

Zadanie 1.

a) Zamień podane procenty na ułamki dziesiętne.

$$31\% = \qquad \qquad \qquad 12,8\% =$$

b) Zamień podane procenty na ułamki zwykłe nieskracalne.

$$48\% = \qquad \qquad \qquad 32,5\% =$$

Zadanie 2. Zamień podane liczby na procenty i promile.

$$0,018 = \qquad \qquad \qquad 1\frac{3}{20} =$$

Zadanie 3.

a) Zamień promile na procenty.

$$6,2\text{‰} = \qquad \qquad \qquad 6,2\text{‰} =$$

b) Zamień procenty na promile.

$$20\% = \qquad \qquad \qquad 130\% =$$

## Temat: Analizowanie i sporządzanie diagramów procentowych.

Z diagramami procentowymi spotkałeś się już w szkole podstawowej.

Zastanów się i spróbuj sobie przypomnieć co to jest diagram procentowy? Jakże rozróżniamy diagramy procentowe?

**Diagramy procentowe służą do graficznego przedstawienia danych.**

**Dane można przedstawić w różnej formie graficznej.**

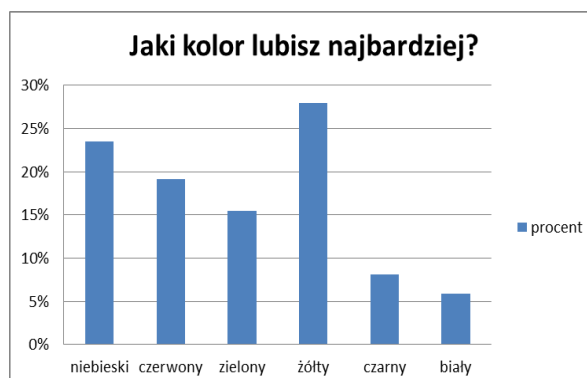
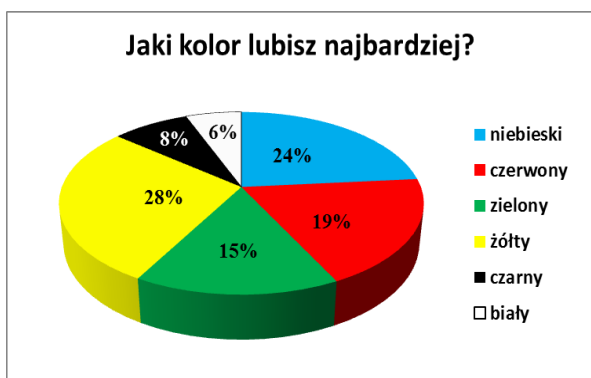
Najczęściej spotykane rodzaje diagramów procentowych to:

- **diagram kwadratowy** - diagram ma postać kwadratu o boku 10 jednostek, czyli kwadrat ma 100 kratek. Każda kratka odpowiada jednemu procentowi.
- **diagram prostokątny** - diagram ma postać prostokąta o polu równym 100 kratek. Każda kratka odpowiada jednemu procentowi.
- **diagram kołowy** - diagram kołowy to koło podzielone na wycinki, tak, że wielkości poszczególnych wycinków koła odpowiadają danym wielkościom wyrażonym w procentach. Aby przedstawić procent na diagramie kołowym należy zamienić procent na stopnie:  $100\% = 360^\circ$  czyli  $1\% = 3,6^\circ$
- **diagram słupkowy** - diagram słupkowy składa się z szeregu prostokątów umieszczonych na osi współrzędnych. Wysokość słupków to ilość procent.

**Pamiętaj!** Dobierając diagram warto zastanowić się jakie dane chcemy za jego pomocą przedstawić, ponieważ w różnych rodzajach diagramów dane mogą wyglądać mniej lub bardziej przejrzysto.

### I. Analizowanie diagramów procentowych

Diagramy przedstawiają zestawienie procentowe odpowiedzi uczniów pewnej szkoły na pytanie w ankiecie: Jaki kolor lubisz najbardziej?



Zadanie 1. Odczytaj z wykresów:

1. Jaki kolor był najczęściej wybierany przez uczniów?
2. Jaki procent uczniów lubi kolor niebieski i zielony?
3. Jaki procent uczniów nie lubi koloru czerwonego?
4. W jaki sposób zostały przedstawione dane na każdym z wykresów?
5. Który z przedstawionych wykresów lepiej przedstawia zestawienie procentowe odpowiedzi uczniów?
6. Jakie jeszcze informacje możemy odczytać z tych diagramów?

## II. Tworzenie diagramów procentowych

Zadanie 2. W lesie rosną drzewa: sosna – 43,5%, buk – 12%, olcha – 2,5%, brzoza – 17%, świerk – 19 %, dąb – 6%. Sporządź kwadratowy diagram procentowy.

Zadanie 3. Na sprawdzianie z biologii uczniowie otrzymali następujące oceny: celujący – 3%, bardzo dobry – 15%, dobry – 35%, dostateczny – 25%, dopuszczający – 12 %, niedostateczny – 10%. Sporządź prostokątny diagram procentowy.

Zadanie 4. Sporządź procentowy diagram kołowy wyników ankiety „Jaki dzień tygodnia lubisz najbardziej?": poniedziałek - 1%, wtorek - 2%, środa - 5%, czwartek - 9%, piątek - 24%, sobota - 48%, niedziela - 11%.

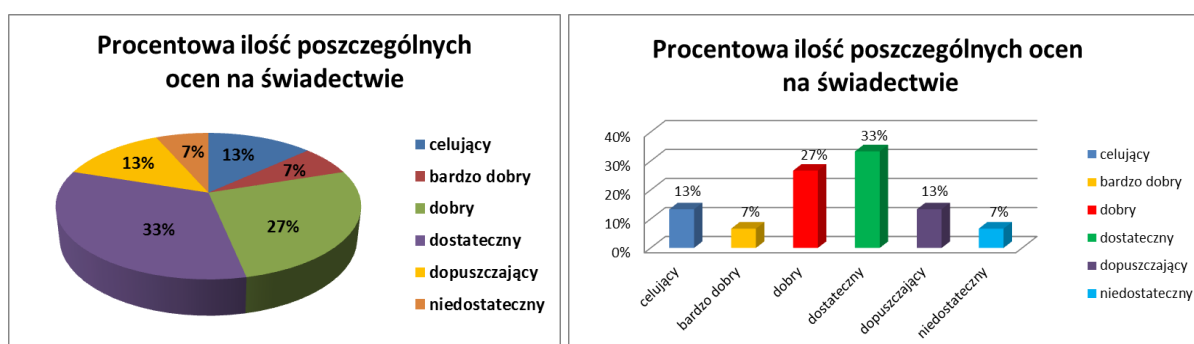
## III. Tworzenie diagramów procentowych za pomocą komputera

Zadanie 5. Otwórz plik *oceny.xls* i wpisz do tabeli w komórki B2 : B7 przygotowane przez siebie dane dotyczące ilości poszczególnych ocen na Twoim świadectwie z poprzedniej klasy.

1. Sporządź diagramy procentowe (kołowy, kolumnowy lub słupkowy) przedstawiające procentowy podział poszczególnych ocen.
2. Zinterpretuj wyniki.
3. Odczytaj z diagramów:
  - a) Jaki procent wszystkich ocen stanowiły poszczególne oceny?
  - b) Jaki procent wszystkich ocen stanowiły oceny co najmniej dostateczne?
  - c) Jakie inne informacje możesz odczytać z tych diagramów?
4. Zmieniaj oceny i zaobserwuj, co dzieje się z wykresami.

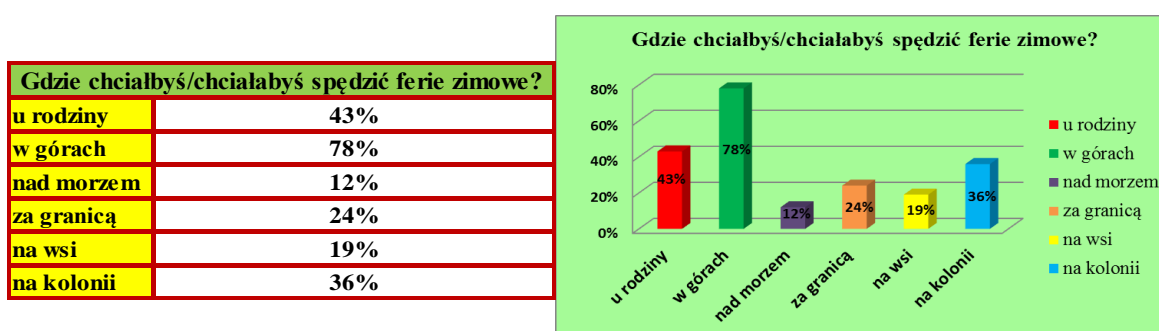
## Instrukcja tworzenia wykresów w arkuszu kalkulacyjnym programu Microsoft Excel

1. Zaznacz dane przeciągając myszą obszar z danymi w komórkach A2 : A7 i z włączonym klawiszem **CTRL** przeciągnij drugi obszar z danymi w komórkach C2 : C7.
2. Na karcie **Wstawianie** w grupie **Wykresy** kliknij w typ wykresu np. kolumnowy i wybierz odpowiedni podtyp wykresu np. Kolumnowy 3–W, którego chcesz użyć.
3. Wykres powinien zawierać tytuł, serię danych i etykiety. Kliknij w utworzony przez Ciebie wykres i zostanie wyświetlony obszar **Narzędzia wykresów**, zawierający karty **Projektowanie**, **Układ** i **Formatowanie**. Na karcie **Projektowanie** w grupie **Układy wykresu** kliknij układ wykresu, którego chcesz użyć. Przykładowe diagramy procentowe:



### Pytanie kluczowe:

Zapytano 100 uczniów „Gdzie chciałbyś/chciałabyś spędzić ferie zimowe?”. Wyniki ankiety przedstawiono na procentowym diagramie słupkowym. Zastanów się, czy wyniki tej ankiety można przedstawić na diagramie kołowym? Odpowiedź uzasadnij.



## Temat: Obliczanie procentu danej wielkości.

### Rozgrzewka

Przypomnij sobie, w jaki sposób obliczamy ułamek danej liczby i oblicz:

- a)  $\frac{1}{4}$  liczby dni w kwietniu
- b)  $\frac{2}{3}$  godziny
- c)  $\frac{5}{6}$  liczby 42

Ćwiczenie. Spróbuj obliczyć w pamięci podany procent każdej z liczb.

- a) 1% z 300 =
- b) 10% z 40 =
- c) 20% z 120 =
- d) 25% z 36 =
- e) 50% z 3 =
- f) 150% z 1400 =

Na podstawie wykonanych zadań sformułuj wniosek, w jaki sposób obliczamy procent danej liczby.

**Pamiętaj!** Procent nigdy nie występuje samodzielnie. Jest zawsze ułamkiem pewnej wielkości.

### Praca z wykorzystaniem apletu *procenty03*.

- Otwórz plik o nazwie *procenty03*.
- Masz przed sobą aplet, w którym zamieszczone są przykłady i zadania dotyczące obliczania procentu danej wielkości. Przyciski: **Przykłady**, **Zadania do rozwiązania** i **Zagadka** pozwolą Ci się przemieszczać między jego poszczególnymi częściami.
- Oceń poprawność swoich spostrzeżeń, w jaki sposób obliczamy procent danej liczby i przeanalizuj podane przykłady.
- Pola wyboru **Przykład 1** oraz **Przykład 2** pozwolą na sprawdzenie poprawności wykonanych obliczeń.
- Po zapoznaniu się z przykładami i analizie ich rozwiązań przejdź do rozwiązywania zadań przygotowanych dla Ciebie – przycisk: **Zadania do rozwiązania**.

- Za pomocą przycisków **poprzednie zadanie** i **następne zadanie** będziesz odkrywał kolejne zadania. Dokonaj sprawdzenia swoich obliczeń klikając w pole wyboru **Rozwiązanie**.
- W kolejnym kroku przejdź do ostatniego zadania – przycisk: **Zagadka**.
  - Suwaki **długość<sub>a</sub>** oraz **długość<sub>b</sub>** pozwolą zmieniać długości boków prostokąta.
  - Pole wyboru **Rozwiązanie** pozwoli na sprawdzenie poprawności wykonanych obliczeń.
  - Rozwiąż zadanie z różnymi długości boków przesuważąc suwak i wykonaj sprawdzenie naciskając pole wyboru w programie.
  - Przesuwając suwak **animacja** będziesz mógł zobrazować za pomocą rysunku treść zadania.
- Po wykonaniu zadań zakończ pracę z apletem i rozwiąż poniższe zadania.

Zadanie 1. Oblicz:

- 30% liczby 25
- 6% liczby 42,5
- 440% liczby 1,01
- 5,4% liczby 3000
- $1\frac{3}{4}$  % liczby 400

Zadanie 2. Która z przedstawionych wielkości jest większa?

- 50 kg czy 12% masy 5000 kg
- 4,70 zł czy 10,1% kwoty 47 zł

Zadanie 3.

- Kwotę 124 zł zmniejsz o 5%.
- Liczbę 45 zwiększ o 12%.

Zadanie 4. Telefon komórkowy kosztuje 600 zł. Najpierw cenę podwyższono o 10%, a potem obniżono o 10%. Oblicz cenę końcową. Jak sądzisz, czy cena telefonu, którą najpierw podwyższono a następnie obniżono o ten sam procent wróci do początkowej wartości?



## Temat: Obliczanie, jakim procentem jednej wielkości jest druga wielkość.

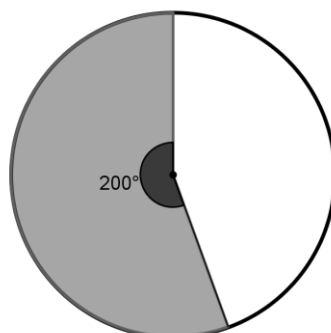
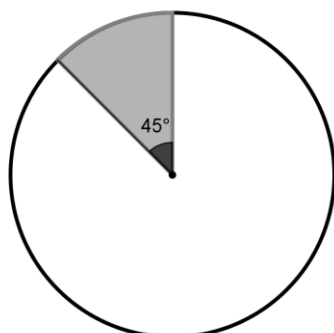
### Praca z wykorzystaniem apletu *procenty04*.

- Otwórz plik o nazwie *procenty04*.
- Masz przed sobą aplet, w którym zamieszczone są przykłady i zadania dotyczące obliczania, jakim procentem jednej wielkości jest druga wielkość.
- Wybierz odpowiedni temat klikając w przycisk **Obliczanie, jakim procentem jednej wielkości jest druga wielkość**. Przyciski: **PRZYKŁAD**, **ZADANIA** pozwolą Ci się przemieszczać między jego poszczególnymi częściami.
- Oceń poprawność swoich spostrzeżeń, w jaki sposób obliczamy, jakim procentem jednej wielkości jest druga wielkość. Pola wyboru **ROZWIĄZANIE** pozwolą na sprawdzenie poprawności wykonanych obliczeń. Sformułuj wniosek, w jaki sposób obliczamy, jakim procentem jednej wielkości jest druga wielkość, następnie sprawdź swoje spostrzeżenia wybierając pole wyboru **WNIOSEK**.
- Po zapoznaniu się z przykładami i analizie ich rozwiązań przejdź do rozwiązywania zadań przygotowanych dla Ciebie – przycisk **ZADANIA**.
- Za pomocą przycisków: strzałek będziesz odkrywał kolejne zadania. Dokonaj sprawdzenia swoich obliczeń klikając w pole wyboru **Rozwiązanie**.
- W zadaniu pierwszym Suwaki **a** oraz **b** pozwolą zmieniać długości odcinków. Rozwiąż zadanie z różnymi długości odcinków przesuwając suwak i wykonaj sprawdzenie naciskając pole wyboru w programie.

Po wykonaniu zadań zakończ pracę z apletem i rozwiąż poniższe zadania.

Zadanie 1. Oblicz, jaki procent wszystkich liter użytych w tym zdaniu stanowi litera „i”.

Zadanie 2. Oblicz, jaki procent kąta pełnego stanowi przedstawiony na rysunku kąt?



## Temat: Obliczanie liczby na podstawie jej procentu.

### Praca z wykorzystaniem apletu *procenty04*.

- Otwórz plik o nazwie *procenty04*.
- Masz przed sobą aplet, w którym zamieszczone są przykłady i zadania dotyczące obliczania liczby na podstawie jej procentu.
- Wybierz odpowiedni temat klikając w przycisk **Obliczanie liczby na podstawie jej procentu**. Przyciski: **PRZYKŁAD**, **ZADANIA** pozwolą Ci się przemieszczać między jego poszczególnymi częściami.
- Wybierz przycisk **PRZYKŁAD** i dokonaj analizy sposobu rozwiązania zadania. Pole wyboru **ROZWIĄZANIE** pozwoli na sprawdzenie poprawności wykonanych obliczeń. Sformułuj wniosek, w jaki sposób obliczamy liczbę na podstawie jej procentu, następnie sprawdź swoje spostrzeżenia wybierając pole wyboru **WNIOSEK**.
- Po zapoznaniu się z przykładami i analizie ich rozwiązań przejdź do rozwiązywania zadań przygotowanych dla Ciebie – przycisk **ZADANIA**.
- Za pomocą przycisków w postaci strzałek będziesz odkrywał kolejne zadania. Dokonaj sprawdzenia swoich obliczeń klikając w pole wyboru **Rozwiązanie**.
- Po wykonaniu zadań zakończ pracę z apletem i rozwiąż poniższe zadania.

Zadanie 1. W sklepie spożywczym cena mandarynek wzrosła o 20% i obecnie kosztują one 4,80 zł za kilogram. Ile kosztowały mandarynki przed podwyżką?

Zadanie 2. W pewną sobotę na zawody nie przyszło trzech strażaków. Komendant powiedział, że jest to 12% całej drużyny. Ilu strażaków liczy ta drużyna?

Zadanie 3. Wyznacz liczbę, której

a) 30% jest równe wartości wyrażenia:  $8 - (27 \cdot 0,1 - 7 : 10)$

b) 60% wynosi tyle ile wartość wyrażenia:  $\left(1,2 : \frac{3}{5} - \frac{3}{4} : 0,1\right) \cdot \left(-\frac{3}{11}\right) + \frac{1}{2}$

## Temat: Obliczenia procentowe w praktyce – podwyżki i obniżki (cz. 1).

### Rozgrzewka

1. Oblicz liczbę, która jest:

- |                          |                           |
|--------------------------|---------------------------|
| a) o 10% większa od 240  | d) o 10% większa od 240   |
| b) o 50% większa od 50   | e) o 50% mniejsza od 50   |
| c) o 100% większa od 1,2 | f) o 100% mniejsza od 1,2 |

Na dzisiejszej lekcji będziemy rozwiązywać zadania tekstowe, w których występują obliczenia procentowe związane z podwyżkami i obniżkami.

### Praca z wykorzystaniem apletu *procenty05*.

- Otwórz plik o nazwie *procenty05*.
- Masz przed sobą aplet, w którym zamieszczone są przykłady i zadania dotyczące obliczeń cen towarów po podwyżce lub obniżce. Przyciski: **Przykład**, **Zadania** pozwolą Ci się przemieszczać między jego poszczególnymi częściami.
- Zastanów się w jaki sposób obliczyć cenę towaru po obniżce analizując treść zadania z podanego przykładu.
- Pola wyboru **Pierwszy sposób** oraz **Drugi sposób** pozwolą na sprawdzenie poprawności wykonanych obliczeń.
- Po zapoznaniu się z przykładami i analizie ich rozwiązań przejdź do rozwiązywania zadań przygotowanych dla Ciebie – przycisk: **Zadania**. Na dzisiejszej lekcji wykonaj zadania 1 – 4.
- Za pomocą przycisków **strzałka w prawo** i **strzałka w lewo** będziesz odkrywał kolejne zadania. Dokonaj sprawdzenia swoich obliczeń klikając w pole wyboru **Rozwiązanie**.
- Po wykonaniu zadań zakończ pracę z apletem i rozwiąż poniższe zadania.

Zadanie 1. Oblicz liczbę:

- a) o 65% większą od 8.
- b) o 5,5% mniejszą od 400.

Zadanie 2. Cenę aparatu fotograficznego podniesiono najpierw o 15%, a następnie jeszcze o 30 zł. Jaka była cena aparatu fotograficznego, skoro teraz kosztuje 697 zł?

Zadanie 3. W związku z sezonową obniżką cen, sportowa kurtka, która kosztuje 580 zł obniżono o 25 %. Ile kosztuje sportowa kurtka po tej obniżce?

## Temat: Obliczenia procentowe w praktyce – podwyżki i obniżki (cz. 2).

Na dzisiejszej lekcji będziemy kontynuować rozwiązywanie zadań tekstowych, w których występują obliczenia procentowe związane z podwyżkami i obniżkami. Zanim rozpoczniesz rozwiązywać zadania dokonaj analizy przedstawionego poniżej przykładu i sposobu jego rozwiązania.

### Przykład

Pewien towar w sklepie został obniżony o 20%. W sezonie letnim nastąpiła podwyżka tej ceny o 30%. O ile procent i jak zmieni się (zmaleje czy wzrośnie) cena tego towaru?

Dane:

$x$  – cena towaru

$x - 20\% x = 80\% x$  – obniżka ceny towaru o 20%

$x + 30\% x = 130\% x$  – podwyżka ceny towaru o 30%

Rozwiązanie:

Aby sprawdzić o ile procent i jak zmieni się cena towaru po obniżce o 20%, po której nastąpiła podwyżka o 30% wystarczy pomnożyć procenty:

$$(80\% \cdot 130\%) x = (0,8 \cdot 1,3)x = 1,04 x = 104\% x$$

Zatem ostatecznie cena towaru wzrosła o 4%.

### Praca z wykorzystaniem apletu *procenty05*.

- Otwórz plik o nazwie *procenty05*.
- Masz przed sobą aplet, w którym zamieszczone są zadania dotyczące obliczeń cen towarów po dwukrotnej podwyżce lub obniżce.
- Na dzisiejszej lekcji wykonaj zadania 5 – 8. Przejdź do Przycisku: **Zadania** i za pomocą **strzałki w prawo** wyświetl zadania, zaczynając od **zadania 5**.
- Dokonaj sprawdzenia swoich obliczeń klikając w pole wyboru **Rozwiązanie**.
- Po wykonaniu zadań zakończ pracę z apletem i rozwiąż poniższe zadania.

Zadanie 1. Cenę bluzki podniesiono o 15%, a po sezonie letnim obniżono o 15%. Czy po sezonie cena bluzki była niższa czy wyższa od początkowej?

Zadanie 2. Cenę nart w sezonie zimowym podniesiono dwukrotnie o 10%, a po sezonie obniżono dwukrotnie o 10%. Czy po sezonie cena nart była niższa czy wyższa od początkowej?

## Temat: Obliczenia procentowe w praktyce - o ile procent więcej, o ile mniej, punkty procentowe.

Na dzisiejszej lekcji postaramy się obliczyć, o ile procent, jedna rzecz może być tańsza (mniejsza) lub droższa (większa) od drugiej.

Przeanalizuj poniższe przykłady:

**Przykład 1.** Komputerowa gra przygodowa kosztuje 48 zł, a gra fabularna 30 zł. O ile procent gra przygodowa jest droższa od gry fabularnej?

Dane:

Komputerowa gra przygodowa – 48 zł

Komputerowa gra fabularna – 30 zł

Szukane:

O ile procent gra przygodowa jest droższa od gry fabularnej?

Rozwiązanie:

1. Obliczamy różnicę cen pomiędzy grą przygodową a fabularną:  $48 \text{ zł} - 30 \text{ zł} = 18 \text{ zł}$
2. Ustalamy, jakim ułamkiem ceny gry fabularnej jest wyjściowa różnica cen.

$$\frac{18 \text{ zł}}{30 \text{ zł}} = \frac{3}{5} - \text{ takim ułamkiem ceny początkowej jest wysokość podwyżki}$$

3. Aby obliczyć o ile procent podwyższono cenę, należy ten ułamek zamienić na procent, czyli pomnożyć przez 100%:  $\frac{3}{5} \cdot 100\% = 3 \cdot 20\% = 60\%$

Odp. Komputerowa gra przygodowa jest droższa o 60%.

Drugi z przykładów będzie oparty o te same dane, ale problem będzie postawiony w inny sposób. *Co się zmieniło w treści zadania?*

**Przykład 2.** Komputerowa gra przygodowa kosztuje 48 zł, a gra fabularna 30 zł. O ile procent gra fabularna jest tańsza od gry przygodowej?

Dane:

Komputerowa gra przygodowa – 48 zł

Komputerowa gra fabularna – 30 zł

Szukane:

O ile procent gra fabularna jest tańsza od gry przygodowej?

Rozwiązanie:

1. Obliczamy różnicę cen pomiędzy grą przygodową a fabularną:  $48 \text{ zł} - 30 \text{ zł} = 18 \text{ zł}$
2. Ustalamy jakim ułamkiem ceny gry przygodowej jest wyjściowa różnica cen.

$$\frac{18 \text{ zł}}{48 \text{ zł}} = \frac{3}{8} - \text{ takim ułamkiem ceny początkowej jest wysokość obniżki}$$

3. Aby obliczyć o ile procent obniżono cenę, należy ten ułamek zamienić na procent, czyli pomnożyć przez 100%:  $\frac{3}{8} \cdot 100\% = \frac{300}{8}\% = 37,5\%$

Odp. Komputerowa gra fabularna jest tańsza o 37,5%.

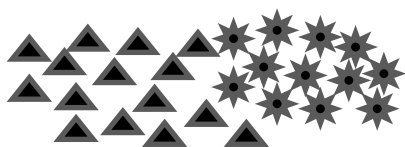
*Zastanów się, co możemy zaobserwować w powyższych przykładach? Jakie czynności należy wykonać by rozwiązać taki typ zadań?*

Sprawdź swoje spostrzeżenia na temat rozwiązywania tego typu zadań z poniższymi.

- 1. Obliczamy różnicę pomiędzy dwiema wielkościami.**
- 2. Przyrównujemy wynik do jednej z liczb np. jeżeli masz wyliczyć o ile procent mniej czegoś masz, to przyrównaj do większej liczby, jeżeli obliczasz o ile procent więcej to przyrównaj do mniejszej liczby.**
- 3. Ułamek zamieniamy na procent, czyli mnożymy przez 100%.**

Rozwiąż samodzielnie zadania.

Zadanie 1. Oblicz o ile procent więcej jest na rysunku trójkątów niż kwiatów i o ile procent jest mniej kwiatów niż trójkątów.



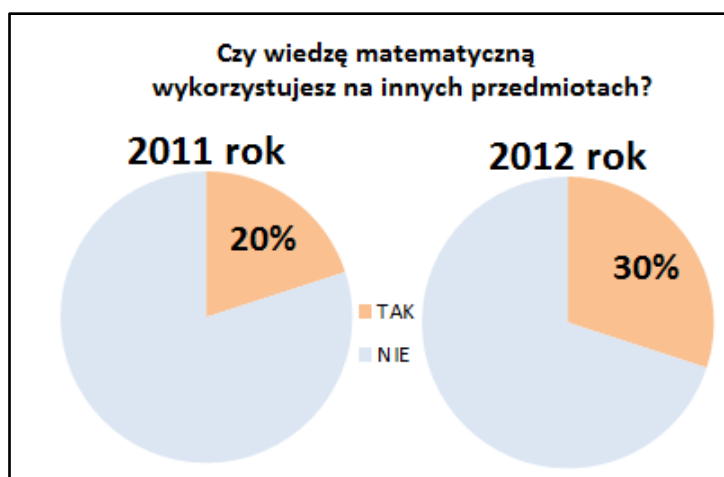
Zadanie 2. Wycieczka do Warszawy kosztowała 80 zł. Biuro podróży postanowiło wprowadzić promocje na wycieczki i cenę obniżyła do kwoty 60zł. O ile procent obniżyła cenę wycieczki do Warszawy?

*Często słyszymy informację, że coś wzrosło lub zmalało o kilka punktów procentowych. Co to oznacza w praktyce?*

**Według definicji punkty procentowe to różnica pomiędzy dwoma wielkościami podanymi w procentach.**

**Pamiętaj!** Punkty procentowe nie powinniśmy mylić z procentami np. 20 % a 20 punktów procentowych to dwie różne wielkości.

**Przykład 3.** Przeanalizujemy to na podstawie diagramu przedstawiającego wyniki ankiety przeprowadzonej wśród 100 uczniów gimnazjum. Obliczymy o ile punktów procentowych i o ile procent zwiększyła się ilość uczniów wykorzystujących wiedzę matematyczną na innych przedmiotach, aby pokazać różnicę między tymi wielkościami.



Punkt procentowy to różnica pomiędzy dwoma wielkościami podanymi w procentach, a więc

$$30 - 20 = 10$$

Odp. Ilość uczniów wykorzystujących wiedzę matematyczną na innych przedmiotach między rokiem 2011 a rokiem 2012 zwiększyła się o 10 punktów procentowych.

Z treści zadania wynika, że badanych uczniów było 100, zatem obliczymy ilość uczniów wykorzystujących wiedzę matematyczną na innych przedmiotach w roku 2011 i 2012.

20 % z liczby 100 to: $\frac{20}{100} \cdot 100 = 20$	30 % z liczby 100 to: $\frac{30}{100} \cdot 100 = 30$
---	---

Do obliczenia o ile procent zwiększyła się liczba uczniów wykorzystujących wiedzę matematyczną zastosujemy poznaną na lekcji metodę.

$$30 - 20 = 10$$

$$\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 100\% = 50\%$$

Odp. O 50% zwiększyła się liczba uczniów wykorzystujących wiedzę matematyczną na innych przedmiotach między rokiem 2011 a rokiem 2012.

*Zastanów się jakie dane są najczęściej wyrażane w punktach procentowych?*

W punktach procentowych zazwyczaj wyrażane są stopy procentowe, inflacja i bezrobocie.

Rozwiąż samodzielnie zadanie.

Zadanie 3. Oprocentowanie pożyczki w pewnym banku zmalało z 7% na 5,6%. O ile punktów procentowych bank obniżył oprocentowanie pożyczki? O ile procent mniej zapłaci pożyczkodawca?

## Temat: Obliczenia procentowe w praktyce - oprocentowanie oszczędności i kredytów.

Na dzisiejszej lekcji nauczysz się, w jaki sposób obliczamy odsetki od złożonych oszczędności w banku lub od otrzymanego kredytu.

### Wprowadzenie

Na każdym kroku w życiu codziennym spotykamy się z tym, że ludzie korzystają z usług różnych banków. Odpowiedz na zadane poniżej pytania:

- Jakie usługi świadczą banki?
- Jak nazywa się kwota, którą pożyczamy z banku na określony czas i procent?
- Czy banki udzielają kredytów bezinteresownie?
- Jak nazywa się kwota, którą zyskujemy od wpłaconego kapitału?

**Bank to instytucja, w której indywidualni klienci, firmy i instytucje m.in. przechowują swoje oszczędności lub pożyczają pieniądze na kredyt.**

**Kapitał – kwota, którą wpłacamy do banku na określony procent i czas.**

**Odsetki – kwota którą wpłacamy do banku dodatkowo przy spłacie kredytu lub kwota, którą zyskujemy od wpłaconego kapitału.**

**Kredyt – kwota, którą pożyczamy z banku na określony procent i czas.**

**Kapitalizacja odsetek – doliczenie odsetek do kapitału.**

### Podsumowując

Każdy bank za pożyczone pieniądze na umówiony czas pobiera od dłużnika pewną kwotę odpowiednio oprocentowaną, a za wpłacone do kasy pieniądze dolicza odsetki.

**Przykład 1.** Ania wpłaciła do banku 800 zł. Oblicz odsetki od ulokowanych w banku pieniędzy po upływie 3 miesięcy, w którym roczne oprocentowanie wynosi 9%.

Rozwiązanie:

### I sposób

Obliczamy odsetki od ulokowanych w banku pieniędzy po upływie roku.

$$9\% \cdot 800\text{zł} = \frac{9}{100} \cdot 800\text{zł} = 72\text{zł}$$



3 miesiące to  $\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25$  roku (kwartał), zatem po trzech miesiącach otrzymamy

$$0,25 \cdot 72\text{zł} = 18\text{zł}$$

Odp. Odsetki po upływie 3 miesięcy wyniosą 18 zł.

## II sposób

**Aby obliczyć odsetki od kapitału możemy zastosować wzór:**

$$d = \frac{k \cdot p \cdot t}{100}$$

**d – odsetki, k – kapitał, p – procent, t – czas oprocentowania w latach**

Dane:

$$k = 800\text{zł}$$

$$p = 9$$

$$t = \frac{1}{4}$$

d – odsetki od kapitału

Korzystając z powyższego wzoru otrzymujemy:

$$d = \frac{800\text{zł} \cdot 9 \cdot \frac{1}{4}}{100} = \frac{7200\text{zł}}{100} = \frac{1800\text{zł}}{100} = 18\text{zł}$$

Odp. Odsetki po upływie 3 miesięcy wyniosą 18 zł.

Zadanie 1. Pani Agata wpłaciła do banku 5000 zł na okres 6 miesięcy. Roczna stopa procentowa wynosi 5,5%. Oblicz jaką kwotę będzie miała Pani Agata po 6 miesiącach, jeżeli w tym czasie nie wypłacała ani nie wpłacała żadnych pieniędzy.

Zadanie 2. Pan Marek kupując mieszkanie wziął kredyt w banku w wysokości 40000 zł, który spłacił po roku. Roczne oprocentowanie tego kredytu wynosiło 22%. Ile odsetek zapłacił Pan Marek po roku? Jaką kwotę wraz z odsetkami Pan Marek musiał zwrócić do banku?

Zadanie 3. Oblicz, ile pieniędzy wpłacił klient do banku przy oprocentowaniu oszczędności 4% w stosunku rocznym, jeśli wiemy, że po upływie 3 miesięcy otrzymał 68zł odsetek.

## Temat: Procenty w zadaniach tekstowych.

### Rozgrzewka

1. Oblicz:

a)  $5\%$  z  $40 =$

b)  $25\%$  z  $100 =$

2. Zamień podane procenty na liczby:

a)  $32\% =$

b)  $82,7\% =$

3. Zamień podane liczby na procenty:

a)  $18 =$

b)  $45,5 =$

Na dzisiejszej lekcji będziemy rozwiązywać zadania tekstowe, w których występują procenty.

Zanim rozpoczniesz rozwiązywać zadania dokonaj analizy treści przedstawionych zadań i odpowiedz na pytania:

- Jakiego typu obliczeń procentowych zastosujesz w danym zadaniu?
- Jakie liczby, pojęcia matematyczne występują w zadaniu i co oznaczają?
- Jakie będą według Ciebie etapy rozwiązywania danego zadania?

**Pamiętaj! Przeczytaj zadanie ze zrozumieniem, wypisz dane i szukane z zadania, zapisz treść zadania w postaci matematycznej, wykonaj prawidłowo obliczenia, sprawdź wynik i sformułuj odpowiedź na pytanie zawarte w treści zadania.**

Zadanie 1. Ania zarabia miesięcznie 1200zł, a Basia 1800zł. Od dochodu należy zapłacić 19% podatku. Oblicz, o ile więcej zapłaci podatku Basia?

Zadanie 2. Na szkolne kółko redakcyjne uczęszcza 12 uczniów. Pewnego dnia okazało się, że uczniów nieobecnych jest  $41\frac{2}{3}\%$ . Ilu uczniów było obecnych na kółku tego dnia?

Zadanie 3. Cenę pewnego towaru, który kosztował 600zł najpierw obniżono o 40%, a następnie podwyższono o 40%. Ile ten towar kosztuje obecnie?

Zadanie 4. Cena biletu do teatru wzrosła z 30zł do 36zł. O ile procent postanowiono podnieść cenę biletu?

Zadanie 5. W akwarium znajdują się 4 skalary, co stanowi 32% wszystkich ryb. Ile ryb znajduje się w akwarium?