



# Zadania z procentami w pracy z uczniem słabym

**Agnieszka Kozak**

Zakład Dydaktyki Matematyki  
Instytut Matematyki  
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie  
e-mail: akozak@hektor.umcs.lublin.pl



# Proste zadania

## Zadanie 1

Cenę pewnego towaru najpierw podwyższono o 15%, a następnie obniżono o 15%. Ostatecznie towar ten podrożał, potaniał, czy też cena wróciła do wartości początkowej?



# Proste zadania

## Zadanie 1

Cenę pewnego towaru najpierw podwyższono o 15%, a następnie obniżono o 15%. Ostatecznie towar ten podrożał, potaniał, czy też cena wróciła do wartości początkowej?

$$c_p = c + 15\%c = c \left( 1 + \frac{15}{100} \right)$$



## Proste zadania

### Zadanie 1

Cenę pewnego towaru najpierw podwyższono o 15%, a następnie obniżono o 15%. Ostatecznie towar ten podrożał, potaniał, czy też cena wróciła do wartości początkowej?

$$c_p = c + 15\%c = c \left( 1 + \frac{15}{100} \right)$$

$$\begin{aligned} c_{po} &= c_p - 15\%c_p = c_p \left( 1 - \frac{15}{100} \right) = c \left( 1 + \frac{15}{100} \right) \left( 1 - \frac{15}{100} \right) = \\ &= \frac{9775}{10000} c \approx 98\%c \end{aligned}$$



# Proste zadania

## Zadanie 1

Cenę pewnego towaru najpierw podwyższono o 15%, a następnie obniżono o 15%. Ostatecznie towar ten podrożał, potaniał, czy też cena wróciła do wartości początkowej?

$$c_p = c + 15\%c = c \left( 1 + \frac{15}{100} \right)$$

$$\begin{aligned} c_{po} &= c_p - 15\%c_p = c_p \left( 1 - \frac{15}{100} \right) = c \left( 1 + \frac{15}{100} \right) \left( 1 - \frac{15}{100} \right) = \\ &= \frac{9775}{10000} c \approx 98\%c \end{aligned}$$

Odp. Towar potaniał o około 2%.





## Zadanie 2

Cenę pewnego towaru najpierw obniżono o 20%, a następnie podwyższono o 20%. Ostatecznie towar ten podrożał, potaniał, czy też cena wróciła do wartości początkowej?



## Zadanie 2

Cenę pewnego towaru najpierw obniżono o 20%, a następnie podwyższono o 20%. Ostatecznie towar ten podrożał, potaniał, czy też cena wróciła do wartości początkowej?

$$c_{op} = c \left(1 - \frac{20}{100}\right) \left(1 + \frac{20}{100}\right) = \frac{96}{100} c$$



## Zadanie 2

Cenę pewnego towaru najpierw obniżono o 20%, a następnie podwyższono o 20%. Ostatecznie towar ten podrożał, potaniał, czy też cena wróciła do wartości początkowej?

$$c_{op} = c \left(1 - \frac{20}{100}\right) \left(1 + \frac{20}{100}\right) = \frac{96}{100}c$$

Odp. Towar potaniał o około 4%.





## Zadanie 3

Sprzedawca może cenę pewnego towaru podwyższyć dwa razy o 20% lub jeden raz o 40%. Która wersja jest dla klienta dogodniejsza?



## Zadanie 3

Sprzedawca może cenę pewnego towaru podwyższyć dwa razy o 20% lub jeden raz o 40%. Która wersja jest dla klienta dogodniejsza?

$$c_1 = c \left( 1 + \frac{20}{100} \right)$$



### Zadanie 3

Sprzedawca może cenę pewnego towaru podwyższyć dwa razy o 20% lub jeden raz o 40%. Która wersja jest dla klienta dogodniejsza?

$$c_1 = c \left( 1 + \frac{20}{100} \right)$$

$$c_2 = c_1 \left( 1 + \frac{20}{100} \right) = c \left( 1 + \frac{20}{100} \right)^2 = \frac{144}{100} c = 144\% c$$



### Zadanie 3

Sprzedawca może cenę pewnego towaru podwyższyć dwa razy o 20% lub jeden raz o 40%. Która wersja jest dla klienta dogodniejsza?

$$c_1 = c \left( 1 + \frac{20}{100} \right)$$

$$c_2 = c_1 \left( 1 + \frac{20}{100} \right) = c \left( 1 + \frac{20}{100} \right)^2 = \frac{144}{100} c = 144\% c$$

lub

$$c_3 = c \left( 1 + \frac{40}{100} \right) = \frac{140}{100} c = 140\% c.$$



### Zadanie 3

Sprzedawca może cenę pewnego towaru podwyższyć dwa razy o 20% lub jeden raz o 40%. Która wersja jest dla klienta dogodniejsza?

$$c_1 = c \left( 1 + \frac{20}{100} \right)$$

$$c_2 = c_1 \left( 1 + \frac{20}{100} \right) = c \left( 1 + \frac{20}{100} \right)^2 = \frac{144}{100} c = 144\% c$$

lub

$$c_3 = c \left( 1 + \frac{40}{100} \right) = \frac{140}{100} c = 140\% c.$$

**Wybieramy drugi wariant podwyżki**





## Zadanie 4

Sprzedawca może cenę pewnego towaru obniżyć dwa razy o 20% lub jeden raz o 40%. Która wersja jest dla klienta dogodniejsza?



## Zadanie 4

Sprzedawca może cenę pewnego towaru obniżyć dwa razy o 20% lub jeden raz o 40%. Która wersja jest dla klienta dogodniejsza?

$$c_1 = c \left( 1 - \frac{20}{100} \right)$$



## Zadanie 4

Sprzedawca może cenę pewnego towaru obniżyć dwa razy o 20% lub jeden raz o 40%. Która wersja jest dla klienta dogodniejsza?

$$c_1 = c \left(1 - \frac{20}{100}\right)$$

$$c_2 = c_1 \left(1 - \frac{20}{100}\right) = c \left(1 - \frac{20}{100}\right)^2 = \frac{64}{100}c = 64\%c$$





## Zadanie 4

Sprzedawca może cenę pewnego towaru obniżyć dwa razy o 20% lub jeden raz o 40%. Która wersja jest dla klienta dogodniejsza?

$$c_1 = c \left(1 - \frac{20}{100}\right)$$

$$c_2 = c_1 \left(1 - \frac{20}{100}\right) = c \left(1 - \frac{20}{100}\right)^2 = \frac{64}{100}c = 64\%c$$

lub

$$c_3 = c \left(1 - \frac{40}{100}\right) = \frac{60}{100}c = 60\%c.$$



## Zadanie 4

Sprzedawca może cenę pewnego towaru obniżyć dwa razy o 20% lub jeden raz o 40%. Która wersja jest dla klienta dogodniejsza?

$$c_1 = c \left( 1 - \frac{20}{100} \right)$$

$$c_2 = c_1 \left( 1 - \frac{20}{100} \right) = c \left( 1 - \frac{20}{100} \right)^2 = \frac{64}{100} c = 64\% c$$

lub

$$c_3 = c \left( 1 - \frac{40}{100} \right) = \frac{60}{100} c = 60\% c.$$

**Wybieramy drugi wariant obniżki**





## Zadanie 5

Cena pewnego towaru wraz z podatkiem VAT o wysokości 7% wynosiła 85,60 zł. Podatek VAT na ten towar podniesiono do 22%. O ile złotych wzrosła cena tego towaru?



## Zadanie 5

Cena pewnego towaru wraz z podatkiem VAT o wysokości 7% wynosiła 85,60 zł. Podatek VAT na ten towar podniesiono do 22%. O ile złotych wzrosła cena tego towaru?

Obliczmy cenę bez VAT-u:

$$c \left( 1 + \frac{7}{100} \right) = 85,60$$



## Zadanie 5

Cena pewnego towaru wraz z podatkiem VAT o wysokości 7% wynosiła 85,60 zł. Podatek VAT na ten towar podniesiono do 22%. O ile złotych wzrosła cena tego towaru?

Obliczmy cenę bez VAT-u:

$$c \left( 1 + \frac{7}{100} \right) = 85,60$$

$$\frac{107}{100}c = \frac{8560}{100}$$

$$c = 80.$$



Obliczamy cenę z nowym VAT-em:

$$c_2 = c \left( 1 + \frac{22}{100} \right) = 80 \cdot \frac{122}{100} = \frac{976}{10} = 97,60.$$



Obliczamy cenę z nowym VAT-em:

$$c_2 = c \left( 1 + \frac{22}{100} \right) = 80 \cdot \frac{122}{100} = \frac{976}{10} = 97,60.$$

Zatem szukana różnica wynosi

$$c_{22} - c_7 = 12.$$



# Lokaty

## Lokata z kapitalizacją odsetek

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{k}\right)^{kn},$$

gdzie  $p$  - oznacza oprocentowanie lokaty w skali roku (stopa procentowa),  $k$  - oznacza ilość okresów kapitalizacji odsetek w ciągu danego roku,  $n$  - oznacza ilość lat trwania lokaty,  $K_0$  - początkowa wartość kapitału,  $K_n$  - wartość kapitału na koniec  $n$ -tego roku trwania lokaty.





## Zadanie 6

Trzy banki proponują klientom otwarcie rachunków bieżących. Pierwszy bank oferuje oprocentowanie 12,5% w skali rocznej i kapitalizację odsetek raz do roku, drugi bank otwiera konto oprocentowane 12,2% w skali rocznej i kapitalizację odsetek co pół roku, a trzeci bank proponuje oprocentowanie 12% w skali rocznej i kapitalizację odsetek co kwartał. Która oferta jest najlepsza, a która najgorsza?



## Zadanie 6

Trzy banki proponują klientom otwarcie rachunków bieżących. Pierwszy bank oferuje oprocentowanie 12,5% w skali rocznej i kapitalizację odsetek raz do roku, drugi bank otwiera konto oprocentowane 12,2% w skali rocznej i kapitalizację odsetek co pół roku, a trzeci bank proponuje oprocentowanie 12% w skali rocznej i kapitalizację odsetek co kwartał. Która oferta jest najlepsza, a która najgorsza?

*Rozwiązania dokonujemy przy pomocy arkusza kalkulacyjnego.*



## Zadanie 7

Bank posiada dwie oferty otwarcia rachunków bieżących. Albo dopisuje się do rachunku 10% kwartalnie, albo 21% co pół roku. Która oferta jest korzystniejsza?



## Zadanie 7

Bank posiada dwie oferty otwarcia rachunków bieżących. Albo dopisuje się do rachunku 10% kwartalnie, albo 21% co pół roku. Która oferta jest korzystniejsza?

*Rozwiązania dokonujemy przy pomocy arkusza kalkulacyjnego.*

## Analiza rozwiązania *Zadania 7*

## Analiza rozwiązania *Zadania 7*

$$K_1 = K_0 \left( 1 + \frac{40}{4 \cdot 100} \right)^{4n} = K_0 \cdot \left( 1 + \frac{1}{10} \right)^{4n} = K_0 \cdot \left( \frac{11}{10} \right)^{4n}$$



## Analiza rozwiązania *Zadania 7*

$$K_1 = K_0 \left(1 + \frac{40}{4 \cdot 100}\right)^{4n} = K_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{10}\right)^{4n} = K_0 \cdot \left(\frac{11}{10}\right)^{4n}$$

$$\begin{aligned} K_2 &= K_0 \cdot \left(1 + \frac{42}{2 \cdot 100}\right)^{2n} = K_0 \cdot \left(1 + \frac{21}{100}\right)^{2n} = \\ &= K_0 \cdot \left(\frac{121}{100}\right)^{2n} = K_0 \cdot \left(\frac{11}{10}\right)^{4n} = K_1 \end{aligned}$$



# Kredyty

Splata kredytu, pożyczka w sklepie - stała wysokość  
(rocznej, miesięcznej) raty

$$R = K_0 \frac{p(1+p)^n}{(1+p)^n - 1},$$

gdzie  $p$  - oznacza roczną (miesięczną) stopę procentową,  $K_0$  -  
wartość początkową kredytu (wysokość pożyczki),  $n$  - ilość rat.





## Zadanie 8

Sprzedawca samochodów zachęca nas do kupna nowego samochodu o wartości 36 tys. złotych, proponując jednocześnie nisko oprocentowany kredyt o wysokości 9% rocznie spłacany przez 8 lat. Jaka byłaby roczna rata spłaty kredytu i ile kosztowałby nas ten samochód?



## Zadanie 8

Sprzedawca samochodów zachęca nas do kupna nowego samochodu o wartości 36 tys. złotych, proponując jednocześnie nisko oprocentowany kredyt o wysokości 9% rocznie spłacany przez 8 lat. Jaka byłaby roczna rata spłaty kredytu i ile kosztowałby nas ten samochód?

*Rozwiązania dokonujemy przy pomocy arkusza kalkulacyjnego.*



## Zadanie 9

Kupując dom musimy wziąć w banku kredyt w wysokości 600 tys. złotych. Umowa z bankiem stanowi, że pożyczka będzie spłacana przez 20 lat

- w równych rocznych ratach
- w równych miesięcznych ratach

z obciążeniem 8% w skali roku. Oblicz wysokość raty oraz łączną kwotę którą zapłacimy bankowi.



## Zadanie 9

Kupując dom musimy wziąć w banku kredyt w wysokości 600 tys. złotych. Umowa z bankiem stanowi, że pożyczka będzie spłacana przez 20 lat

- w równych rocznych ratach
- w równych miesięcznych ratach

z obciążeniem 8% w skali roku. Oblicz wysokość raty oraz łączną kwotę którą zapłacimy bankowi.

*Rozwiązania dokonujemy przy pomocy arkusza kalkulacyjnego.*



## Zadanie 10

Kupując pralkę zaciągamy kredyt w banku w wysokości 2 tys. złotych. Kredyt jest oprocentowany na 21% w stosunku rocznym i bierzemy go na rok. Odsetki są naliczane w następujący sposób: do każdej miesięcznej stałej raty spłaconego kredytu doliczamy odsetki należne bankowi za jeden miesiąc od bieżącej kwoty zadłużenia. Dokonaj planu spłaty kredytu.



## Zadanie 10

Kupując pralkę zaciągamy kredyt w banku w wysokości 2 tys. złotych. Kredyt jest oprocentowany na 21% w stosunku rocznym i bierzemy go na rok. Odsetki są naliczane w następujący sposób: do każdej miesięcznej stałej raty spłaconego kredytu doliczamy odsetki należne bankowi za jeden miesiąc od bieżącej kwoty zadłużenia. Dokonaj planu spłaty kredytu.

*Rozwiązania dokonujemy przy pomocy arkusza kalkulacyjnego.*



# Literatura

Janusz Kowalski, Andrzej Werner " Matura z matematyki 2002  
zbiór zadań", Wyd. Coveria, Warszawa 2000