Wybrane zagadnienia z teorii liczb w pracy z uczniem słabym

Agnieszka Kozak

Zakład Dydaktyki Matematyki
Instytut Matematyki
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie
e-mail: akozak@hektor.umcs.lublin.pl

Zasadnicze twierdzenie arytmetyki
Twierdzenie o rozkładzie na czynniki pierwsze

Każdą liczbę całkowitą $n > 1$ można przestawić w postaci iloczynu liczb pierwszych. Iloczyn ten jest wyznaczony jednoznacznie z dokładnością do kolejności czynników

$$n = p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot p_3^{n_3} \cdot \ldots \cdot p_r^{n_r}$$

gdzie $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_r$ są różnymi liczbami pierwszymi, $n_1, n_2, n_3, \ldots, n_r$ ich wykładnikami.

NWD, NWW

Definicja największego wspólnego dzielnika

Liczbę $d \in \mathbb{N}$ nazywamy największym wspólnym dzielnikiem liczb a i b, gdy

$$d|a \wedge d|b$$

$$\text{jeśli} \quad c|a \wedge c|b \quad \text{to} \quad c|d$$

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

NWD, NWW

Definicja największego wspólnego dzielnika

Liczbę $d \in \mathbb{N}$ nazywamy największym wspólnym dzielnikiem liczb a i b, gdy

$$d|a \wedge d|b$$

$$\text{jeśli} \quad c|a \wedge c|b \quad \text{to} \quad c|d$$

Definicja najmniejszej wspólnej wielokrotnej

Liczbę w nazywamy najmniejszą wspólną wielokrotną liczb a i b, gdy

$$a|w \wedge b|w$$

$$\text{jeśli} \quad a|k \wedge b|k \quad \text{to} \quad w|k$$

Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Algorytm dzielenia

Wzór na dzielenie z resztą

Niech n i $d \geqslant 1$ będą liczbami całkowitymi. Istnieje wówczas dokładnie jedna para liczb q i r, taka, że

$$n = qd + r \quad \text{oraz} \quad 0 \leqslant r < d.$$

Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Algorytm Euklidesa

Sposób na wyznaczenie NWD(m,n)

Niech m i $n \geqslant 1$ będą liczbami całkowitymi. Stosując wielokrotnie algorytm dzielenia, dzieląc w każdym równaniu dzielnik poprzedniego równania przez jego resztę, dostajemy:

$$m = q_1 n + r_1 \quad 0 \leqslant r_1 < n$$

$$n = q_2 r_1 + r_2 \quad 0 \leqslant r_2 < r_1$$

$$\vdots$$

$$r_{k-2} = q_k r_{k-1} + r_k \quad 0 \leqslant r_k < r_{k-1}$$

$$r_{k-1} = q_{k+1} r_k.$$

Jeśli $r_1 = 0$ wówczas $NWD(m, n) = n$, w przeciwnym wypadku $NWD(m, n) = r_k$, gdzie r_k jest ostatnią niezerową resztą.

Niech m i n będą dodatnimi liczbami całkowitymi i niech

$$n = p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot p_3^{n_3} \cdot \ldots \cdot p_r^{n_r}$$

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
Uniwersytety Młodzieżowe Matematyczne
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Niech m i n będą dodatnimi liczbami całkowitymi i niech

$$n = p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot p_3^{n_3} \cdot \ldots \cdot p_r^{n_r}$$

$$m = p_1^{m_1} \cdot p_2^{m_2} \cdot p_3^{m_3} \cdot \ldots \cdot p_r^{m_r}.$$

Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Niech m i n będą dodatnimi liczbami całkowitymi i niech

$$n = p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot p_3^{n_3} \cdot \ldots \cdot p_r^{n_r}$$

$$m = p_1^{m_1} \cdot p_2^{m_2} \cdot p_3^{m_3} \cdot \ldots \cdot p_r^{m_r}.$$

Wówczas

Niech m i n będą dodatnimi liczbami całkowitymi i niech

$$n = p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot p_3^{n_3} \cdot \ldots \cdot p_r^{n_r}$$

$$m = p_1^{m_1} \cdot p_2^{m_2} \cdot p_3^{m_3} \cdot \ldots \cdot p_r^{m_r}.$$

Wówczas

NWD

$$NWD(n, m) = p_1^{min(n_1,m_1)} \cdot p_2^{min(n_2,m_2)} \cdot p_3^{min(n_3,m_3)} \cdot \ldots \cdot p_r^{min(n_r,m_r)}$$

NWW

$$NWW(n,m) = p_1^{max(n_1,m_1)} \cdot p_2^{max(n_2,m_2)} \cdot p_3^{max(n_3,m_3)} \cdot \ldots \cdot p_r^{max(n_r,m_r)}$$

NWW

$$NWW(n,m) = p_1^{max(n_1,m_1)} \cdot p_2^{max(n_2,m_2)} \cdot p_3^{max(n_3,m_3)} \cdot \ldots \cdot p_r^{max(n_r,m_r)}$$

Uwaga

Z równości $max(m,n) + min(n,m) = m + n$ dostajemy

$$NWD(n,m) \cdot NWW(n,m) = m \cdot n.$$

Przykład 1

Wyznaczyć NWD oraz NWW liczb $a = 6840$ i $b = 1900$.

Przykład 1

Wyznaczyć NWD oraz NWW liczb $a = 6840$ i $b = 1900$.

$$a = 2^3 \cdot 19 \cdot 3^2 \cdot 5$$

Przykład 1

Wyznaczyć NWD oraz NWW liczb $a = 6840$ i $b = 1900$.

$$a = 2^3 \cdot 19 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$b = 19 \cdot 5^2 \cdot 2^2$$

Przykład 1

Wyznaczyć NWD oraz NWW liczb $a = 6840$ i $b = 1900$.

$$a = 2^3 \cdot 19 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$b = 19 \cdot 5^2 \cdot 2^2$$

Zatem

$$NWD(a, b) = 19 \cdot 4 \cdot 5 = 380$$

i

$$NWW(a, b) = 25 \cdot 8 \cdot 19 \cdot 9 = 34200.$$

*

Przykład 2

Wyznaczyć NWD oraz NWW liczb $a = 56478944$ i $b = 684$.

Przykład 2

Wyznaczyć NWD oraz NWW liczb $a = 56478944$ i $b = 684$.

Stosujemy algorytm Euklidesa.

Przykład 2

Wyznaczyć NWD oraz NWW liczb $a = 56478944$ i $b = 684$.

Stosujemy algorytm Euklidesa.

$$56478944 = 684 \cdot 82571 + 380$$

Przykład 2

Wyznaczyć NWD oraz NWW liczb $a = 56478944$ i $b = 684$.

Stosujemy algorytm Euklidesa.

$$56478944 = 684 \cdot 82571 + 380$$

$$684 = 380 + 304$$

Przykład 2

Wyznaczyć NWD oraz NWW liczb $a = 56478944$ i $b = 684$.

Stosujemy algorytm Euklidesa.

$$56478944 = 684 \cdot 82571 + 380$$

$$684 = 380 + 304$$

$$380 = 304 + 76$$

Przykład 2

Wyznaczyć NWD oraz NWW liczb $a = 56478944$ i $b = 684$.

Stosujemy algorytm Euklidesa.

$$56478944 = 684 \cdot 82571 + 380$$

$$684 = 380 + 304$$

$$380 = 304 + 76$$

$$304 = 4 \cdot 76$$

Zatem

$$NWD(a, b) = 76$$

oraz

$$NWW(a, b) = \frac{a \cdot b}{NWD(a, b)} = 508310496$$

Zadanie 1

Suma dwóch liczb naturalnych dodatnich wynosi 168, a ich największy wspólny dzielnik równa się 24. Znajdź te liczby.

Zadanie 1

Suma dwóch liczb naturalnych dodatnich wynosi 168, a ich największy wspólny dzielnik równa się 24. Znajdź te liczby.

Zadanie 2

Znajdź liczby a, b, których NWW jest równa 630, a NWD 18, wiedząc, ze liczby te nie dzielą się przez siebie.

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Rozwiązanie Zadania 1

$$\begin{cases} x + y = 168 \\ NWD(x, y) = 24, \end{cases}$$

Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Rozwiązanie Zadania 1

$$\begin{cases} x + y = 168 \\ NWD(x, y) = 24, \end{cases}$$

Z drugiego warunku dostajemy

Rozwiązanie Zadania 1

$$\begin{cases} x + y = 168 \\ NWD(x, y) = 24, \end{cases}$$

Z drugiego warunku dostajemy

$$x = 24 \cdot k, \quad y = 24 \cdot l, \text{ gdzie } NWD(k, l) = 1.$$

Rozwiązanie Zadania 1

$$\begin{cases} x + y = 168 \\ NWD(x, y) = 24, \end{cases}$$

Z drugiego warunku dostajemy

$$x = 24 \cdot k, \quad y = 24 \cdot l, \text{ gdzie } NWD(k, l) = 1.$$

Zatem po podstawieniu do pierwszego równania mamy

Rozwiązanie Zadania 1

$$\begin{cases} x + y = 168 \\ NWD(x, y) = 24, \end{cases}$$

Z drugiego warunku dostajemy

$$x = 24 \cdot k, \quad y = 24 \cdot l, \text{ gdzie } NWD(k, l) = 1.$$

Zatem po podstawieniu do pierwszego równania mamy

$$24k + 24l = 168$$

Rozwiązanie Zadania 1

$$\begin{cases} x + y = 168 \\ NWD(x, y) = 24, \end{cases}$$

Z drugiego warunku dostajemy

$$x = 24 \cdot k, \quad y = 24 \cdot l, \text{ gdzie } NWD(k, l) = 1.$$

Zatem po podstawieniu do pierwszego równania mamy

$$24k + 24l = 168$$

$$k + l = 7.$$

Stąd możliwymi parami liczb są:

Stąd możliwymi parami liczb są:

$$\begin{cases} k = 5 \\ l = 2. \end{cases} \quad \begin{cases} k = 4 \\ l = 3. \end{cases} \quad \begin{cases} k = 1 \\ l = 6. \end{cases}$$

Stąd możliwymi parami liczb są:

$$\begin{cases} k = 5 \\ l = 2. \end{cases} \quad \begin{cases} k = 4 \\ l = 3. \end{cases} \quad \begin{cases} k = 1 \\ l = 6. \end{cases}$$

co prowadzi do następujących rozwiązań:

$$\begin{cases} x = 140 \\ y = 48. \end{cases} \quad \begin{cases} x = 96 \\ y = 72. \end{cases} \quad \begin{cases} x = 24 \\ y = 144. \end{cases}$$

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Rozwiązanie Zadania 2

Z treści zadania mamy:

$$\begin{cases} NWW(a, b) = 630 \\ NWD(a, b) = 18, \end{cases}$$

oraz $a \nmid b$ i $b \nmid a$.

Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Rozwiązanie Zadania 2

Z treści zadania mamy:

$$\begin{cases} NWW(a,b) = 630 \\ NWD(a,b) = 18, \end{cases}$$

oraz $a \nmid b$ i $b \nmid a$. Z zależności pomiędzy NWD i NWW otrzymujemy:

$$a \cdot b = NWD(a,b) \cdot NWW(a,b) = 630 \cdot 18,$$

Rozwiązanie Zadania 2

Z treści zadania mamy:

$$\begin{cases} NWW(a,b) = 630 \\ NWD(a,b) = 18, \end{cases}$$

oraz $a \nmid b$ i $b \nmid a$. Z zależności pomiędzy NWD i NWW otrzymujemy:

$$a \cdot b = NWD(a,b) \cdot NWW(a,b) = 630 \cdot 18,$$

z warunku na NWD mamy:

$$a = 18 \cdot k, \quad b = 18 \cdot l, \text{ gdzie } NWD(k,l) = 1.$$

Rozwiązanie Zadania 2

Z treści zadania mamy:

$$\begin{cases} NWW(a,b) = 630 \\ NWD(a,b) = 18, \end{cases}$$

oraz $a \nmid b$ i $b \nmid a$. Z zależności pomiędzy NWD i NWW otrzymujemy:

$$a \cdot b = NWD(a,b) \cdot NWW(a,b) = 630 \cdot 18,$$

z warunku na NWD mamy:

$$a = 18 \cdot k, \quad b = 18 \cdot l, \text{ gdzie } NWD(k,l) = 1.$$

Stąd

$$18k \cdot 18l = 630 \cdot 18$$

i

$$k \cdot l = 35.$$

i

$$k \cdot l = 35.$$

Ostatecznie otrzymujemy parę:

i

$$k \cdot l = 35.$$

Ostatecznie otrzymujemy parę:

$$\begin{cases} k = 5 \\ l = 7 \end{cases}$$

i

$$k \cdot l = 35.$$

Ostatecznie otrzymujemy parę:

$$\begin{cases} k = 5 \\ l = 7 \end{cases}$$

i rozwiązanie postaci:

$$\begin{cases} a = & 5 \cdot 18 & = & 90 \\ b = & 7 \cdot 18 & = & 126. \end{cases}$$

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
Uniwersytety Młodzieżowe Matematyczne
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Równanie diofantyczne

Równanie postaci

$$aX + bY = c,$$

gdzie a, b, c są liczbami całkowitymi i szukane rozwiązania X, Y są również liczbami całkowitymi, nazywamy równaniem diofantycznym pierwszego stopnia.

Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Równanie diofantyczne

Równanie postaci

$$aX + bY = c,$$

gdzie a, b, c są liczbami całkowitymi i szukane rozwiązania X, Y są również liczbami całkowitymi, nazywamy równaniem diofantycznym pierwszego stopnia.

Przykład

$$6840X + 1900Y = 760$$

Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Twierdzenie

Równanie powyższe ma rozwiązanie jeśli liczba $NWD(a, b)$ dzieli liczbę c. Ponadto, jeśli para liczb X_0, Y_0 jest pewnym rozwiązaniem tego równania, to pozostałe rozwiązanie sa postaci:

$$X = X_0 + \frac{b}{NWD(a, b)}t$$

$$Y = Y_0 - \frac{a}{NWD(a, b)}t$$

gdzie t jest dowolną liczba całkowitą.

Przykład 3

$$6840X + 1900Y = 760$$

Przykład 3

$$6840X + 1900Y = 760$$

Z przykładu 1, wiemy, ze $NWD(6840, 1900) = 380$.

Przykład 3

$$6840X + 1900Y = 760$$

Z przykładu 1, wiemy, ze $NWD(6840, 1900) = 380$. Ponieważ $380|760$ to równanie powyższe ma rozwiązanie. Wyznaczymy je przy użyciu algorytmu Euklidesa.

$$6840 = 1900 \cdot 3 + 1140$$

$$6840 = 1900 \cdot 3 + 1140$$

$$1900 = 1140 + 760$$

$$6840 = 1900 \cdot 3 + 1140$$

$$1900 = 1140 + 760$$

$$1140 = 760 + 380$$

$$6840 = 1900 \cdot 3 + 1140$$

$$1900 = 1140 + 760$$

$$1140 = 760 + 380$$

$$760 = 2 \cdot 380$$

$$6840 = 1900 \cdot 3 + 1140$$

$$1900 = 1140 + 760$$

$$1140 = 760 + 380$$

$$760 = 2 \cdot 380$$

$$380 = 1140 - 760 = 1140 - (1900 - 1140) = 2 \cdot 1140 - 1900 =$$

$$6840 = 1900 \cdot 3 + 1140$$

$$1900 = 1140 + 760$$

$$1140 = 760 + 380$$

$$760 = 2 \cdot 380$$

$$380 = 1140 - 760 = 1140 - (1900 - 1140) = 2 \cdot 1140 - 1900 =$$

$$2 \cdot (6840 - 3 \cdot 1900) - 1900 = 2 \cdot 6840 - 7 \cdot 1900$$

$$6840 = 1900 \cdot 3 + 1140$$

$$1900 = 1140 + 760$$

$$1140 = 760 + 380$$

$$760 = 2 \cdot 380$$

$$380 = 1140 - 760 = 1140 - (1900 - 1140) = 2 \cdot 1140 - 1900 =$$

$$2 \cdot (6840 - 3 \cdot 1900) - 1900 = 2 \cdot 6840 - 7 \cdot 1900$$

Zatem $X_0 = 4$ i $Y_0 = -14$.

Zapis liczby w systemie dziesiętnym

Liczba $L = (a_n a_{n-1} a_{n-2} \ldots a_2 a_1 a_0)$ w systemie dziesiętnym zapisuje się w następujący sposób:

$$L = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \ldots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$$

Zapis liczby w systemie dziesiętnym

Liczba $L = (a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_2 a_1 a_0)$ w systemie dziesiętnym zapisuje się w następujący sposób:

$$L = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$$

Przykład

$$12456 = 1 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 6$$

Zadanie 3

Jeżeli pewną liczbę dwucyfrową podzielimy przez sumę jej cyfr, to otrzymamy 7. Jeżeli odejmiemy od niej 27, to otrzymamy liczbę o przestawionych cyfrach. Co to za liczba?

Zadanie 3

Jeżeli pewną liczbę dwucyfrową podzielimy przez sumę jej cyfr, to otrzymamy 7. Jeżeli odejmiemy od niej 27, to otrzymamy liczbę o przestawionych cyfrach. Co to za liczba?

Zadanie 4

Suma cyfr liczby dwucyfrowej jest równa 11. Jeżeli napiszemy cyfry w odwrotnej kolejności, to otrzymamy liczbę mniejszą od połowy szukanej liczby. Jaka to liczba?

Rozwiązanie Zadania 3

$$\begin{cases} \dfrac{10x+y}{x+y} = 7 \\ 10x + y - 27 = 10y + x, \end{cases}$$

Rozwiązanie Zadania 3

$$\begin{cases} \dfrac{10x+y}{x+y} = 7 \\ 10x+y-27 = 10y+x, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x+y = 7x+7y \\ 9x-27 = 9y, \end{cases}$$

Rozwiązanie Zadania 3

$$\begin{cases} \dfrac{10x+y}{x+y} = 7 \\ 10x + y - 27 = 10y + x, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x + y = 7x + 7y \\ 9x - 27 = 9y, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y \\ x - y = 3, \end{cases}$$

Rozwiązanie Zadania 3

$$\begin{cases} \dfrac{10x+y}{x+y} = 7 \\ 10x + y - 27 = 10y + x, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x + y = 7x + 7y \\ 9x - 27 = 9y, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y \\ x - y = 3, \end{cases}$$

Zatem $x = 6$ i $y = 3$.

Rozwiązanie Zadania 4

Załóżmy, że szukana liczba jest postaci $L = 10x + y$.

Rozwiązanie Zadania 4

Załóżmy, że szukana liczba jest postaci $L = 10x + y$. Wówczas

$$x + y = 11$$

$$10y + x < \frac{1}{2}(10x + y).$$

Rozwiązanie Zadania 4

Załóżmy, że szukana liczba jest postaci $L = 10x + y$. Wówczas

$$x + y = 11$$

$$10y + x < \frac{1}{2}(10x + y).$$

Przekształcając nierówność dostajemy:

$$19y < 8x$$

Rozwiązanie Zadania 4

Załóżmy, że szukana liczba jest postaci $L = 10x + y$. Wówczas

$$x + y = 11$$

$$10y + x < \frac{1}{2}(10x + y).$$

Przekształcając nierówność dostajemy:

$$19y < 8x$$

co po uwzględnieniu warunku z sumą daje nam dwie liczby:

$$92 \text{ oraz } 83.$$

Inne systemy liczbowe

Ukończyłem uniwersytet w 44 roku życia. Po roku, jako 100-letni młodzieniec, ożeniłem się z panną 34-letnią. Różnica wieku pomiędzy nami wynosiła 11 lat. Mieliśmy 10 dzieci. Moja miesięczna pensja wynosiła 13 000 zł, z których jedną dziesiątą oddawałem siostrze. Na utrzymanie zostawało nam 11 200 zł. Jak to możliwe?

S10 44 $4 \cdot 10 + 4 = 44$

S10	44	$4 \cdot 10 + 4 = 44$
S5	44	$4 \cdot 5 + 4 = 24$

S10	44	$4 \cdot 10 + 4 = 44$
S5	44	$4 \cdot 5 + 4 = 24$
S5	100	$1 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5 + 0 = 25$

S10	44	$4 \cdot 10 + 4 = 44$
S5	44	$4 \cdot 5 + 4 = 24$
S5	100	$1 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5 + 0 = 25$
S5	34	$3 \cdot 5 + 4 = 19$

S10	44	$4 \cdot 10 + 4 = 44$
S5	44	$4 \cdot 5 + 4 = 24$
S5	100	$1 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5 + 0 = 25$
S5	34	$3 \cdot 5 + 4 = 19$
S5	11	$1 \cdot 5 + 1 = 6$

S10	44	$4 \cdot 10 + 4 = 44$
S5	44	$4 \cdot 5 + 4 = 24$
S5	100	$1 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5 + 0 = 25$
S5	34	$3 \cdot 5 + 4 = 19$
S5	11	$1 \cdot 5 + 1 = 6$

Odpowiedź: Zarabiał 1000 zł, oddawał 1/5, miesięcznie miał na utrzymanie 800 zł.

Literatura

1. William J. Gilbert, W.Keith Nicholson " Algebra współczesna z zastosowaniami", Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 2008
2. Henryk Pawłowski "Matematyka 1, Zbiór zadań, linia ponadpodstawowa" Wydawnictwo Operon, Gdynia 2003