



Program nauczania



matematyka

gimnazjum



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



PROGRAM NAUCZANIA MATEMATYKI

DLA GIMNAZJUM

dla trzeciego etapu edukacyjnego (klasy 1 - 3)

2013 r

Projekt „Twórcza szkoła dla twórczego ucznia” współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki

Beneficjent projektu – Gmina Wilczyn

Spis treści

O autorach	4
1. Wstęp.....	6
2. Charakterystyka programu	7
3. Ramowy plan nauczania.....	9
4. Matematyczna sylwetka szóstoklasisty	11
5. Podstawa programowa	12
6. Materiał nauczania z podziałem na klasy i działy programowe, cele szczegółowe, uwagi o realizacji	17
7. Sylwetka ucznia kończącego gimnazjum.....	65
8. Propozycje metod oceniania.....	66
9. Procedury osiągnięcia celów	69
10. Wartości wychowawcze przekazywane uczniom poprzez nauczanie matematyki.....	75
Informacja o projekcie	76

Autorzy:

Maria Koczyk - nauczyciel dyplomowany matematyki w Gimnazjum nr 7 im. Gen. Władysława Sikorskiego w Koninie, od 1.09.2009 doradca Miejskiego Ośrodka Doskonalenia Nauczycieli w Koninie, Wojewódzki Ekspert Przedmiotowy ds. wdrażania reformy programowej, czynny egzaminator Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej z zakresu egzaminu maturalnego z matematyki, przedmiotów matematyczno – przyrodniczych w gimnazjum.

Autorka programów i prowadząca kursy doskonalące oraz warsztaty dla nauczycieli matematyki II, III, i IV etapu nauczania oraz szkolenia rad pedagogicznych i konferencje metodyczne. Za swoją pracę na rzecz oświaty otrzymała Srebrny Krzyż Zasługi oraz Złotą Odznakę ZNP.

Grażyna Piotrowska - nauczyciel dyplomowany matematyki w III Liceum im. Cypriana Kamila Norwida w Koninie. Wieloletni nauczyciel w szkołach na wszystkich poziomach edukacyjnych: od nauczania początkowego do wyższej uczelni. Czynny egzaminator Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej z zakresu egzaminu maturalnego z matematyki, wieloletni przewodniczący zespołów egzaminatorów „Matura z Matematyki”.

Konsultant ds. kształcenia nauczycieli Ośrodka Doskonalenia Nauczycieli w Koninie. Prowadząca kursy i różne formy szkolenia: *Aktywizujące metody pracy z uwzględnieniem specyficznych potrzeb edukacyjnych dziecka/ucznia i etapu edukacyjnego, Doskonalenie umiejętności planowania pracy dydaktycznej, Nowoczesne nauczanie matematyki, Praca z uczniem zdolnym i praca z uczniem o specyficznych potrzebach edukacyjnych na lekcjach matematyki* i inne doskonalące warsztat pracy nauczyciela, szkolenia rad pedagogicznych i konferencje metodyczne. Za swoją pracę na rzecz oświaty otrzymała nagrodę Ministra Edukacji Narodowej oraz nagrodę Wielkopolskiego Kuratora Oświaty.

Wszystkim Nauczycielom podejmującym się trudu realizacji niniejszego programu autorzy życzą dużo sukcesów i satysfakcji. Będziemy wdzięczni za utrzymywanie stałej współpracy i wymianę doświadczeń. Wyrażamy nadzieję, że program ten zainspiruje do projektowania twórczych rozwiązań i przyczyni się do choćby częściowego urzeczywistnienia założonych kompetencji matematycznych uczniów. Zależy nam na tym, aby program nie stanowił jedynie formalnej próby pseudoinnowacji. Wręcz przeciwnie, wyrażamy przekonanie, że nasz trud włożony w opracowanie *Programu* oraz trud nauczycieli konsekwentnie realizujących jego założenia przyczynią się do sukcesu na rzecz *twórczego ucznia w twórczej szkole* na dzisiaj, jutro i pojutrze.

Konsultant naukowy:

dr Zdzisław Spychała – doktor nauk matematycznych, adiunkt w Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie, w latach 1993-2008 dyrektor Kolegium Nauczycielskiego

w Wieluniu, nauczyciel dyplomowany, ekspert OKE w Łodzi - matura z matematyki, ekspert MEN do spraw awansu zawodowego nauczycieli. Posiada szerokie doświadczenie wyniesione z pracy na stanowisku nauczyciela, nauczyciela metodyka, konsultanta do spraw przedmiotów matematyczno-przyrodniczych. Autor licznych artykułów dotyczących pobudzania aktywizacji umysłowej uczniów na różnych szczeblach nauczania. Członek Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki, współorganizator ogólnopolskich warsztatów szkoleniowych dotyczących technologii informacyjnych wspomagających proces nauczania matematyki. Wiceprezes Wieluńskiego Towarzystwa Naukowego (1999-2009), członek komitetu redakcyjnego Rocznika Wieluńskiego, współorganizator i przewodniczący wielu sesji naukowych. Odznaczony Złotym Krzyżem Zasługi, Medalem Komisji Edukacji Narodowej, nagrodzony dwukrotnie przez Ministra Edukacji Narodowej, pięciokrotnie przez Marszałka Województwa Łódzkiego

Recenzenci:

prof. zw. dr hab. Krzysztof Wojciechowski - praca naukowa w Instytucie Fizyki Molekularnej PAN (doktorant, st. asystent, adiunkt, docent, profesor, profesor zwyczajny - od 1976 r) oraz także praca dydaktyczna w PWSZ w Kaliszu i WSPT w Koninie. Zawody: fizyk i matematyk, dziedziny wiedzy: fizyka, informatyka, matematyka. Około 200 recenzowanych publikacji.

mgr Maria Woźniak - nauczyciel matematyki, konsultant ds. doradztwa, menedżer oświaty z kwalifikacjami do nauczania informatyki. Były dyrektor liceum. Ekspert awansu zawodowego nauczycieli, egzaminator egzaminu maturalnego i gimnazjalnego. Współautor programu i podręcznika do matematyki dla liceum i techników oraz poradnika Awans zawodowy. Autor programów szkoleń dla nauczycieli, grantów Wielkopolskiego Kuratora Oświaty, recenzji programów nauczycielskich. Edukator pracy z dorosłymi, trener e-oceniań. Przewodnicząca wojewódzkiego konkursu matematycznego dla uczniów gimnazjów, współautor testów konkursowych. Współpracuje z Kuratorium Oświaty w Poznaniu, Ośrodkiem Rozwoju Edukacji, z Okręgową Komisją Egzaminacyjną.

Opracowanie graficzne i do druku: Waldemar Martyniuk

1. WSTĘP

Program *Twórcza szkoła dla twórczego ucznia* adresujemy do nauczycieli i uczniów gimnazjum. Umożliwia on realizację celów edukacyjnych, zadań szkoły i treści zawartych w Podstawie Programowej Kształcenia Ogólnego. Podstawa programowa precyzyjnie określa, czego szkoła jest zobowiązana nauczyć ucznia o przeciętnych uzdolnieniach, zachęcając jednocześnie do twórczego myślenia, wzbogacania i pogłębiania treści kształcenia.

Opracowując program nauczania matematyki *Twórcza szkoła dla twórczego ucznia* chcieliśmy, aby uczniowie zdobywali wiedzę i umiejętności matematyczne w twórczy sposób: ciekawie, w przyjaznej atmosferze, z wykorzystaniem nowoczesnych technologii i środków dydaktycznych. Naszym zamierzeniem jest, aby uczeń, zafascynowany matematyką, przy wsparciu nauczyciela - również zafascynowanego tym przedmiotem, świadomie rozwijał swoje zainteresowania i uzdolnienia w tym kierunku. Nauczanie matematyki na każdym etapie kształcenia ma za zadanie zapoznanie uczniów z podstawowymi pojęciami matematycznymi i wykształcenie umiejętności, ale przede wszystkim powinno być nakierowane na wspieranie rozwoju ucznia. Należy więc dążyć do tego, aby uczyć matematyki pomóc uczniowi poznać i zrozumieć świat poprzez:

- rozwijanie samodzielnego, matematycznego i twórczego myślenia, precyzyjnego wyrażania myśli,
- rozwijanie umiejętności stawiania problemów, rozwiązywania ich w twórczy sposób, wyciągania wniosków.

Realizacja programu umożliwi osiągnięcie sukcesu na egzaminie gimnazjalnym oraz podjęcie nauki w szkole ponadgimnazjalnej. W programie położono nacisk na zastosowanie wiedzy matematycznej w życiu codziennym poprzez nieustanne dostarczanie uczniom przykładów sytuacji bliskich ich doświadczeniu. Jest wiele pomysłów na przekazywanie nowych treści w interesujący, niebanalny sposób, dostosowany do możliwości poznawczych uczniów. Uwzględniono także korelację z przedmiotami matematyczno-przyrodniczymi.

2. CHARAKTERYSTYKA PROGRAMU

Program nauczania *Twórcza szkoła dla twórczego ucznia* opiera się na Podstawie Programowej Kształcenia Ogólnego wprowadzonej Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 27 sierpnia 2012r. Zgodnie z założeniami zawartymi w preambule reformy programowej MEN, program stanowi kontynuację poprzedniego etapu kształcenia oraz bazę do kształcenia na następnych etapach edukacyjnych.

Program zawiera opis celów kształcenia, treści i sposobów nauczania oraz osiągnięć uczniów w klasach I-III gimnazjum, procedury osiągania celów, wiele uwag i wskazówek przydatnych w pracy nauczyciela a także podstawę programową z matematyki wraz z celami ogólnymi.

Przed przystąpieniem do realizacji programu, korzystający z niego nauczyciel może przyrzeć się *Sylwetce szóstoklasisty* i wówczas dokonać diagnozy wstępnej, czyli sprawdzić w jakim stopniu uczniowie opanowali wiadomości i umiejętności matematyczne z II etapu edukacyjnego oraz ustalić jak i kiedy uczniowie uczą się najbardziej skutecznie. Pozwoli to zaplanować proces kształcenia w klasie pierwszej-dostosować do możliwości poznawczych uczniów, do ich zainteresowań, oczekiwań, potrzeb. *Matematyczna sylwetka absolwenta gimnazjum* wskazuje wiadomości i umiejętności, w które należy zaopatrzyć uczniów. Jest to jednocześnie informacja wstępna dla nauczycieli szkoły ponadgimnazjalnej. *Program nauczania w gimnazjum* jest kontynuacją *Programu nauczania w szkole podstawowej* i stanowi z nim spójną całość.

Treści nauczania podzielono między poszczególne klasy i działy programowe tak, by nauczyciel miał możliwość utrwalania i pogłębiania wiedzy uczniów. Program ma charakter liniowo - spiralny. Taki sposób prezentacji programu ułatwi planowanie zajęć oraz sterowanie rozwojem matematycznym uczniów. Umożliwi również dokładniejsze rejestrowanie ich osiągnięć. Pozwoli wreszcie na wielokrotny powrót w trakcie nauczania do zasadniczych idei matematycznych i ukazanie ich za każdym razem w nieco innym, bogatszym kontekście. Tylko taka konstrukcja programu, która przypomina wcześniej przyswojone wiadomości i umiejętności, a następnie je rozszerza przez zastosowanie w nowym kontekście, stworzy fundament wykształcenia. Program pozwala na indywidualizację nauczania i dostosowanie do możliwości uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi kładąc szczególny nacisk na motywowanie i pobudzanie aktywności intelektualnej i emocjonalnej uczniów, rozwijanie zainteresowań i uzdolnień matematycznych. Służyć temu powinny również urozmaicone środki dydaktyczne, wykorzystanie najnowszych technologii.

Jednym z zadań dydaktycznych jest kontrola stopnia przyswojenia materiału połączona z oceną ucznia, dlatego program zawiera propozycje metod oceny efektów kształcenia, uwzględniające ocenianie uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Ocenianie powinno dostarczać informacji zwrotnej o rozwoju ucznia i pełnić funkcję motywującą. W reformowanym systemie oświatowym oceniamy zarówno wiadomości, jak i umiejętności uczniów. W szkole podstawowej uczniowie powinni wyuczyć się podstawowych umiejętności i nawyków. Należy jednak położyć nacisk na nauczanie

czynnościowe i oceniać także umiejętność stosowania wiedzy do wykonywania konkretnych czynności prowadzących do rozwiązania problemu. Wysoka ocena twórczego myślenia przy rozwiązywaniu zadań matematycznych będzie motywacją dla ucznia i satysfakcją dla nauczyciela. Według Podstawy Programowej kształcenia Ogólnego: *Właściwie stosowana bieżąca ocena uzyskiwanych postępów pomaga uczniowi się uczyć, gdyż jest formą informacji zwrotnej przekazywanej mu przez nauczyciela. Powinna ona informować ucznia o tym, co zrobił dobrze, co i w jaki sposób powinien jeszcze poprawić oraz jak ma dalej pracować. Taka informacja zwrotna daje uczniom możliwość racjonalnego kształtowania własnej strategii uczenia się, a zatem także poczucie odpowiedzialności.*

Ramowy plan nauczania w gimnazjum

Zgodnie z rozp. MEN w sprawie ramowych planów nauczania
dla gimnazjum

Cykl 3 lata: 385 godzin matematyki

Klasa I	Klasa II	Klasa III
ARYTMETYKA 50 Liczby wymierne dodatnie 15 Liczby wymierne dodatnie i niedodatnie 15 Obliczenia procentowe 20	ARYTMETYKA 25 Potęgi 15 Pierwiastki 10	ARYTMETYKA I ALGEBRA 60 Liczby i wyrażenia algebraiczne 50 Funkcje 10
GEOMETRIA 30 Figury płaskie 15 Prostokątny układ współrzędnych na płaszczyźnie 5 Symetrie 10	GEOMETRIA 50 Długość okręgu, pole koła 10 Trójkąty prostokątne 14 Wielokąty i okręgi 8 Graniastosłupy 8 Ostrosłupy 10	GEOMETRIA 45 Figury na płaszczyźnie 30 Bryły 15
ALGEBRA 35 Wyrażenia algebraiczne 12 Równania 15 Proporcjonalność 8	ALGEBRA 25 Wyrażenia algebraiczne 10 Układy równań 15	MATEMATYKA W ZASTOSOWANIACH 15
	STATYSTYKA OPISOWA I WPROWADZENIE DO RACHUNKU PRAWDOPODOBIENSTWA 20	
Do dyspozycji nauczyciela 10	Do dyspozycji nauczyciela 10	Do dyspozycji nauczyciela 10
125	130	130

4. MATEMATYCZNA SYLWETKA ABSOLWENTA SZKOŁY PODSTAWOWEJ

Uczeń kończący klasę VI szkoły podstawowej

- posługuje się liczbami wielocyfrowymi w dziesiętkowym systemie pozycyjnym (zapisuje, odczytuje, interpretuje na osi liczbowej, porównuje, szacuje), rozpoznaje i wykorzystuje charakterystyczne cechy i własności liczb, stosuje system rzymski w zakresie do 30;
- wykonuje proste działania pamięciowe na liczbach naturalnych, całkowitych i ułamkach, stosuje algorytmy działań pisemnych oraz wykorzystuje te umiejętności w sytuacjach praktycznych;
- rozpoznaje, nazywa, wymienia, stosuje własności, wskazuje podobieństwa i różnice, porządkuje oraz rysuje podstawowe figury płaskie i przestrzenne;
- wykonuje obliczenia dotyczące długości, miar kątów, powierzchni, objętości, wagi, prędkości, drogi, czasu, temperatury, pieniędzy, przelicza jednostki, planuje i przeprowadza obliczenia z wykorzystaniem kalkulatora;
- ustala strategię rozwiązania zadania, interpretuje i przetwarza informacje tekstowe, liczbowe, graficzne, opisuje sytuację przedstawioną w zadaniu za pomocą wyrażeń arytmetycznych, algebraicznych, równań, schematów, diagramów, dostrzega i wykorzystuje prawidłowości, wyciąga wnioski;
- prawidłowo formułuje i zapisuje odpowiedzi do zadań, analizuje otrzymane wyniki, ocenia ich sensowność i sprawdza z warunkami zadania;
- prowadzi proste rozumowanie składające się z niewielkiej liczby kroków, ustala kolejność czynności (w tym obliczeń) prowadzących do rozwiązania problemu, wyciąga wnioski z kilku informacji podanych w różnej postaci.

5. CZĘŚĆ WSTĘPNA PODSTAWY PROGRAMOWEJ KSZTAŁCENIA OGÓLNEGO DLA GIMNAZJUM

Cele kształcenia – wymagania ogólne

- I.** Wykorzystanie i tworzenie informacji.
Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
- II.** Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji. Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.
- III.** Modelowanie matematyczne.
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.
- IV.** Użycie i tworzenie strategii.
Uczeń stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu.
- V.** Rozumowanie i argumentacja.
Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

Treści nauczania i umiejętności – wymagania szczegółowe

1. Liczby wymierne dodatnie

Uczeń:

- 1) odczytuje i zapisuje liczby naturalne dodatnie w systemie rzymskim (w zakresie do 3000);
- 2) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne zapisane w postaci ułamków zwykłych lub rozwinięć dziesiętnych skończonych zgodnie z własną strategią obliczeń (także z wykorzystaniem kalkulatora);
- 3) zamienia ułamki zwykłe na ułamki dziesiętne (także okresowe), zamienia ułamki dziesiętne skończone na ułamki zwykłe;
- 4) zaokrągla rozwinięcia dziesiętne liczb;
- 5) oblicza wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających ułamki zwykłe i dziesiętne;
- 6) szacuje wartości wyrażeń arytmetycznych;
- 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, w tym do zamiany jednostek (jednostek prędkości, gęstości itp.).

2. Liczby wymierne (dodatnie i niedodatnie)

Uczeń:

- 1) interpretuje liczby wymierne na osi liczbowej. Oblicza odległość między dwiema liczbami na osi liczbowej;

- 2) wskazuje na osi liczbowej zbiór liczb spełniających warunek typu: $x \geq 3$, $x < 5$;
- 3) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne;
- 4) oblicza wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby wymierne.

3. Potęgi

Uczeń:

- 1) oblicza potęgi liczb wymiernych o wykładnikach naturalnych;
- 2) zapisuje w postaci jednej potęgi: iloczyny potęg o takich samych podstawach, iloczyny i ilorazy potęg o takich samych wykładnikach oraz potęgę potęgi (przy wykładnikach naturalnych);
- 3) porównuje potęgi o różnych wykładnikach naturalnych i takich samych podstawach oraz porównuje potęgi o takich samych wykładnikach naturalnych i różnych dodatnich podstawach;
- 4) zamienia potęgi o wykładnikach całkowitych ujemnych na odpowiednie potęgi o wykładnikach naturalnych;
- 5) zapisuje liczby w notacji wykładniczej, tzn. w postaci $a \cdot 10^k$, gdzie $1 \leq a < 10$ oraz k jest liczbą całkowitą.

4. Pierwiastki

Uczeń:

- 1) oblicza wartości pierwiastków drugiego i trzeciego stopnia z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześćcianami liczb wymiernych;
- 2) wyciąga czynnik przed znak pierwiastka oraz włącza czynnik pod znak pierwiastka;
- 3) mnoży i dzieli pierwiastki drugiego stopnia;
- 4) mnoży i dzieli pierwiastki trzeciego stopnia.

5. Procenty

Uczeń:

- 1) przedstawia część pewnej wielkości jako procent lub promil tej wielkości i odwrotnie;
- 2) oblicza procent danej liczby;
- 3) oblicza liczbę na podstawie danego jej procentu;
- 4) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, np. oblicza ceny po podwyżce lub obniżce o dany procent, wykonuje obliczenia związane z VAT, oblicza odsetki dla lokaty rocznej.

6. Wyrażenia algebraiczne

Uczeń:

- 1) opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami;
- 2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;
- 3) redukuje wyrazy podobne w sumie algebraicznej;

- 4) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne;
- 5) mnoży jednomiany, mnoży sumę algebraiczną przez jednomian oraz, w nietrudnych przykładach, mnoży sumy algebraiczne;
- 6) wyłącza wspólny czynnik z wyrazów sumy algebraicznej poza nawias;
- 7) wyznacza wskazaną wielkość z podanych wzorów, w tym geometrycznych i fizycznych.

7. Równania

Uczeń:

- 1) zapisuje związki między wielkościami za pomocą równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym związki między wielkościami wprost proporcjonalnymi i odwrotnie proporcjonalnymi;
- 2) sprawdza, czy dana liczba spełnia równanie stopnia pierwszego z jedną niewiadomą;
- 3) rozwiązuje równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą;
- 4) zapisuje związki między nieznanymi wielkościami za pomocą układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- 5) sprawdza, czy dana para liczb spełnia układ dwóch równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi;
- 6) rozwiązuje układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi;
- 7) za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.

8. Wykresy funkcji

Uczeń:

- 1) zaznacza w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty o danych współrzędnych;
- 2) odczytuje współrzędne danych punktów;
- 3) odczytuje z wykresu funkcji: wartość funkcji dla danego argumentu, argumenty dla danej wartości funkcji, dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości dodatnie, dla jakich ujemne, a dla jakich zero;
- 4) odczytuje i interpretuje informacje przedstawione za pomocą wykresów funkcji (w tym wykresów opisujących zjawiska występujące w przyrodzie, gospodarce, życiu codziennym);
- 5) oblicza wartości funkcji podanych nieskomplikowanym wzorem i zaznacza punkty należące do jej wykresu.

9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa

Uczeń:

- 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów;
- 2) wyszukuje, selekcionuje i porządkuje informacje z dostępnych źródeł;
- 3) przedstawia dane w tabeli, za pomocą diagramu słupkowego lub kołowego;

- 4) wyznacza średnią arytmetyczną i medianę zestawu danych;
- 5) analizuje proste doświadczenia losowe (np. rzut kostką, rzut monetą, wyciąganie losu) i określa prawdopodobieństwa najprostszycy zdarzeń w tych doświadczeniach (prawdopodobieństwo wypadnięcia orła w rzucie monetą, dwójki lub szóstki w rzucie kostką itp.).

10. Figury płaskie

Uczeń:

- 1) korzysta ze związków między kątami utworzonymi przez prostą przecinającą dwie proste równoległe;
- 2) rozpoznaje wzajemne położenie prostej i okręgu, rozpoznaje styczną do okręgu;
- 3) korzysta z faktu, że styczna do okręgu jest prostopadła do promienia poprowadzonego do punktu styczności;
- 4) rozpoznaje kąty środkowe;
- 5) oblicza długość okręgu i łuku okręgu;
- 6) oblicza pole koła, pierścienia, wycinka kołowego;
- 7) stosuje twierdzenie Pitagorasa;
- 8) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombách i w trapezách;
- 9) oblicza pola i obwody trójkątów i czworokątów;
- 10) zamienia jednostki pola;
- 11) oblicza wymiary wielokąta powiększonego lub pomniejszonego w danej skali;
- 12) oblicza stosunek pól wielokątów podobnych;
- 13) rozpoznaje wielokąty przystające i podobne;
- 14) stosuje cechy przystawiania trójkątów;
- 15) korzysta z własności trójkątów prostokątnych podobnych;
- 16) rozpoznaje pary figur symetrycznych względem prostej i względem punktu. Rysuje pary figur symetrycznych;
- 17) rozpoznaje figury, które mają oś symetrii i figury, które mają środek symetrii. Wskazuje oś symetrii i środek symetrii figury;
- 18) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;
- 19) konstruuje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;
- 20) konstruuje kąty o miarach 60° , 30° , 45° ;
- 21) konstruuje okrąg opisany na trójkącie oraz okrąg wpisany w trójkąt;
- 22) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności.

11. Bryły

Uczeń:

- 1) rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy prawidłowe;
- 2) oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prostego, ostrosłupa, walca, stożka, kuli (także w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym);
- 3) zamienia jednostki objętości.

ZALECANE WARUNKI I SPOSÓB REALIZACJI

Uwzględniając zróżnicowane potrzeby edukacyjne uczniów, szkoła organizuje zajęcia zwiększające szanse edukacyjne dla uczniów mających trudności w nauce matematyki oraz dla uczniów, którzy mają szczególne zdolności matematyczne.

W przypadku uczniów zdolnych, można wymagać większego zakresu umiejętności, jednakże wskazane jest podwyższanie stopnia trudności zadań, a nie poszerzanie tematyki.

Ważne jest, aby uczeń był świadomy popełnianych błędów, systematycznie i sprawiedliwie oceniany oraz odpowiednio motywowany do dalszej nauki.

KLASA I GIM

Lp.	Hasła programowe	Przewidywane osiągnięcia ucznia	Proponowany sposób realizacji
Liczby wymierne dodatnie			
1.	Cztery działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe - dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne skończone w pamięci, pisemnie, a także z wykorzystaniem kalkulatora - stosuje kolejność działań do obliczania wartości wielodziałaniowych wyrażeń arytmetycznych, zawierających ułamki zwykłe i dziesiętne. 	<p>Sprawdzamy, czy uczniowie dobrze rozumieją pojęcie ułamka jako części całości i jako ilorazu liczb naturalnych. Upewniamy się, że uczniowie potrafią stosować zasady działań na ułamkach (NWD, NWW, skracanie i rozszerzanie ułamków, sprowadzanie do wspólnego mianownika, , zamiana liczby mieszanej na ułamek niewłaściwy i odwrotnie). Uczymy uczniów patrzeć „całościowo” na zadanie, ćwiczymy umiejętność ułożenia „planu” rozwiązania zadania. Przygotowując różne („złośliwe” i podchwytliwe) przykłady upewniamy się, czy uczniowie dobrze umieją stosować kolejność wykonywania działań.</p>
2.	Rozwinięcia dziesiętne ułamków zwykłych, ułamki okresowe	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zamienia ułamki zwykłe na ułamki dziesiętne (także okresowe), zamienia ułamki dziesiętne skończone na ułamki zwykłe, - wskazuje okres rozwinięcia dziesiętnego nieskończonego 	<p>Wykorzystujemy kalkulator do zamiany ułamków zwykłych na dziesiętne, analizujemy otrzymane rezultaty, zachęcamy uczniów do „odkrycia” okresowości. Stosujemy różne przykłady w celu dostrzeżenia przez uczniów prawidłowości - kiedy rozwinięcie dziesiętne jest skończone, a kiedy nieskończone.</p>
3.	Przybliżenia dziesiętne, zaokrąglanie liczb	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje przybliżenie rozwinięcia dziesiętnego 	<p>Zwracamy uczniom uwagę na różnicę między zaokrągleniem liczby i przybliżaniem.</p>

		<p>z nadmiarem i niedomiarem,</p> <p>- zaokrągła rozwinięcia dziesiętne liczb.</p>	<p>Przygotowujemy różne przykłady, które pokażą, jaki wpływ na wynik obliczeń może mieć używanie liczb z określoną (różną) dokładnością. Używamy kalkulatora. Szukamy przykładów w zasobach internetowych (uczeń nie musi dokładnie rozumieć rozwiązywanych problemów – powinien zwrócić uwagę na wpływ przybliżeń na wynik obliczeń).</p>
4.	Zastosowanie działań na ułamkach zwykłych i dziesiętnych	<p>Uczeń:</p> <p>- stosuje obliczenia na ułamkach zwykłych i dziesiętnych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, z zastosowaniem zamiany jednostek: masy, czasu, monetarnych, długości, pola, prędkości itp.</p>	<p>Powtarzamy algorytmy wykonywania czterech działań, podkreślając zasady upraszczania rachunków. Przygotowujemy przykłady, w których należy zamienić jeden rodzaj ułamków na drugi oraz takie, gdzie nie jest to konieczne np. $24,6 \cdot (1/3) = 8,2$. Przygotowujemy przykłady praktyczne, wykorzystujemy zasoby internetowe. Przygotowujemy zadania „pułapki” zmuszające uczniów do czujności przy zamianie jednostek. Zwracamy uwagę na krytyczne ustosunkowanie się do otrzymanego wyniku: wdrażamy do każdorazowego zadawania sobie pytania: „ Czy otrzymany wynik ma sens?”.</p>
5.	Szacowanie wyników	<p>Uczeń:</p> <p>- szacuje wartości wyrażeń arytmetycznych z zadaną dokładnością.</p>	<p>Uświadamiamy uczniom korzyści płynące z umiejętności szacowania wartości wyrażeń. Zwracamy uwagę na to, że do szacowania nie są potrzebne wartości dokładne. Dprowadzamy uczniów do odkrycia, że często warto oszacować wartość wyrażenia „z dołu” i ”z góry”, np. przy planowaniu zakupów, żeby nie zabrakło i żeby nie</p>

			było za dużo. Pokazujemy przykłady, w których oszacowanie wartości wyrażenie uchroni przed podaniem absurdalnej odpowiedzi. Wykorzystujemy przykłady z Internetu.
Liczby wymierne dodatnie i niedodatnie			
6.	Liczby dodatnie, ujemne i zero. Oś liczbowa. Porządkowanie liczb wymiernych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyróżnia wśród liczb wymiernych liczby: naturalne, całkowite, dodatnie, ujemne, przeciwne, odwrotne - interpretuje liczby wymierne na osi liczbowej - porządkuje liczby wymierne rosnąco lub malejąco 	<p>Pokazujemy uczniom, iż każda liczba wymierna może być przedstawiona przez ułamki zapisane w różnych postaciach. Przypominając rozmieszczenie liczb na osi liczbowej, wprowadzamy oznaczenia literowe dla liczb. Pokazując liczby przeciwne na osi liczbowej doprowadzamy do „odkrycia” zasady, że liczbami przeciwnymi są a i $-a$. Dążymy do „odkrycia” przez uczniów zależności: $a + (-a) = 0$. Można zasygnalizować pojęcie „wartość bezwzględna”. Zwracamy uwagę na umiejętność odróżniania przez uczniów liczb ujemnych od nieujemnych oraz dodatnich od niedodatnich. Przedstawiając liczby wymierne przy pomocy ułamków, doprowadzamy do odkrycia pojęcia liczby odwrotnej. Wykorzystując oznaczenia literowe, doprowadzamy do zauważenia przez uczniów, że liczbą odwrotną do liczby a jest liczba $1/a$ oraz do zależności $a \cdot (1/a) = 1$. Przygotowujemy przykłady liczb wymiernych, które należy uporządkować. Zwracamy uwagę na to, że zwrot „kolejno” nie jest jednoznaczny.</p>
7.	Porównywanie liczb	Uczeń:	Przy porównywaniu liczb wymiernych stosujemy

	wymiernych	- porównuje liczby wymierne z użyciem symboli $>$, $<$, $=$	poznane przez uczniów operacje na ułamkach. Wykorzystujemy umiejętność porządkowania liczb wymiernych i umieszczania ich na osi liczbowej, szczególnie starannie porównujemy liczby ujemne i o różnych znakach. Wskazane jest stosowanie urządzeń technicznych
8.	Cztery działania na liczbach wymiernych	Uczeń: - dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne, - oblicza wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych, zawierających działania na liczbach wymiernych	Przypominamy prawa działań na liczbach, wskazujemy korzyści wynikające ze stosowania własności działań. Odejmowanie wprowadzamy jako dodawanie liczby przeciwnej. Dzielenie liczb traktujemy jako mnożenie przez odwrotność dzielnika. Wykorzystujemy wszystkie poznane umiejętności do pokazania różnych sposobów na wykonanie obliczeń. Zachęcamy uczniów do "wymyślenia" „swoich” sposobów na rozwiązywanie zadań. Trzeba przygotować takie przykłady, które można rozwiązać na przynajmniej dwa sposoby.
Obliczenia procentowe			
9.	Pojęcie procentu i promila	Uczeń: - przedstawia część pewnej wielkości jako procent lub promil tej wielkości i odwrotnie	Odwołujemy się do doświadczeń uczniów, pokazujemy różne informacje ze świata, w których różne wielkości przedstawiane są przy użyciu procentów (promili). Wskazujemy na powszechność występowania określeń procentowych w otaczającej rzeczywistości. Uświadamiamy uczniom, jak ważna jest znajomość procentów. Staramy się doprowadzić uczniów do odkrycia, że procent (promil) jest

			szczególnym sposobem zapisania pewnych ułamków. Wykonujemy ćwiczenia usprawniające zamianę liczby wymiernej na procent (promil) i odwrotnie.
10.	Obliczanie procentu danej liczby	Uczeń: - oblicza procent danej liczby	Pokazujemy przykłady uświadamiające uczniom, co to znaczy „dana liczba” i co rozumiemy pod pojęciem „procent danej liczby”. Umożliwiamy uczniom „odkrycie” sposobów na obliczanie procentu danej liczby.
11.	Obliczanie liczby z danego jej procentu	Uczeń: - oblicza liczbę na podstawie danego jej procentu	Pokazujemy uczniom liczne przykłady praktycznego zastosowania obliczania liczby na podstawie jej procentu. Uświadamiamy uczniom, jak przydatna w ich życiu jest ta umiejętność. Korzystamy z portali internetowych.
12.	Obliczanie jakim procentem jednej wielkości jest druga wielkość*	Uczeń: - oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba*	Stosujemy przykłady budujące intuicję dotyczącą wzajemnych zależności między obiektami. Zwracamy uwagę na to, jak ważne jest zrozumienie, co w danym przypadku jest „daną liczbą” Np. zad.: Na straganie są jabłka w cenie 2 zł za kg i gruszki w cenie 3 zł za kg. Oblicz, o ile procent cena gruszek jest wyższa od ceny jabłek? (Oblicz o ile procent cena jabłek jest niższa od ceny gruszek?).
13.	Obliczenia procentowe	Uczeń: - stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym (oblicza ceny po podwyżce lub obniżce o dany procent, odsetki od lokaty, stężenia procentowe roztworów,	Proponujemy uczniom przygotowanie scenek, w których będzie się odbywać wyprzedaż towaru po obniżonej cenie, przeliczanie podatku VAT, sporządzanie i mieszanie roztworów, wpłacanie pieniędzy do banku na lokatę, pobieranie

		próby złota i srebra, wykonuje obliczenia związane z VAT).	i spłacanie odsetek, itp.
Figury płaskie			
14.	Podstawowe figury płaskie. Wzajemne położenie prostych i odcinków	Uczeń: - rozpoznaje i nazywa podstawowe figury płaskie: punkt, prosta, odcinek	Wstępne zagadnienia z geometrii traktujemy jako powtórzenie ze szkoły podstawowej. Głównym celem jest ujednoczenie terminologii. Wprowadzamy termin „zbiór” przy określaniu figur geometrycznych. Przypominamy sposoby kreślenia prostych równoległych i prostopadłych. Zwracamy uwagę na proste pokrywające się, jako szczególny przypadek prostych równoległych, oraz na proste prostopadłe, jako szczególny przypadek prostych przecinających się. Wykorzystujemy animację komputerową. Tworzymy różne figury z odcinków. Zwracamy uwagę na fakt, że w pewnych sytuacjach połączone odcinki „zamkną” część płaszczyzny. Zachęcamy uczniów do wyciągania wniosków, może udać się jakieś uogólnienia.
15.	Kąty i ich rodzaje	Uczeń: - rozpoznaje i nazywa kąty ze względu na ich miarę. Stosuje własności kątów wierzchołkowych i przyległych	Przypominamy wiadomości dotyczące różnych rodzajów kątów – proponujemy uczniom przygotowanie prezentacji w ramach pracy domowej. Wprowadzamy pojęcia: kąta pełnego, kąta wypukłego i wklęsłego. Szukamy i mierzymy kąty w otaczających figurach. Konstruujemy kąty o mierze 30° , 45° , 60° . Ćwiczymy umiejętność wykorzystania zależności między kątami wierzchołkowymi i przyległymi. Rozpoznawanie

			tych kątów w znanych figurach (np. tych stworzonych przez uczniów z odcinków).
16.	Proste równoległe przecięte trzecią prostą	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rysuje pary odcinków i prostych prostopadłych i równoległych - korzysta ze związków między kątami utworzonymi przez prostą przecinającą dwie proste równoległe 	<p>Ćwiczymy konstruowanie odcinków prostopadłych i równoległych. Kreślimy dwie proste równoległe, przecięte trzecią prostą. Zaznaczamy znane kąty: wierzchołkowe i przyległe, wskazujemy kąty o równych miarach. Możemy równość miar „udowodnić” przez rozcinanie kartki i nakładanie na kąty, o których myślimy, że mają równą miarę. Przygotowujemy przykłady, które naprowadzą uczniów na nowe nazwy: kąty odpowiadające, naprzemianległe. Uczniowie nie muszą znać tych nazw. Zwracamy uwagę uczniów, że ten sam kąt może nazywać się inaczej, w zależności od tego, z jakim innym kątem jest w parze.</p>
17.	Trójkąty i ich rodzaje. Trójkąty przystające.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje i nazywa trójkąty ze względu na długości boków oraz ze względu na miary kątów i korzysta z ich własności. Stosuje twierdzenie o sumie kątów w trójkącie - stosuje cechy przystawiania trójkątów 	<p>Zadajemy uczniom pracę domową, w której przygotowują plakaty z klasyfikacją trójkątów ze względu na długości boków i ze względu na miary kątów. Pokazujemy animację przypominającą twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie. Przy okazji uczniowie odkrywają, że w trójkącie mogą być trzy kąty ostre, a nie może być więcej niż jeden kąt prosty ani więcej niż jeden kąt rozwarty. Dążymy do tego, by uczniowie rozumieli wielokąty przystające jako te, których odpowiednie boki i kąty są przystające (zwracamy uwagę na dobre rozumienie określeń:</p>

			<p>odpowiednie boki i odpowiednie kąty). Proponujemy ćwiczenia w rysowaniu i wycinaniu trójkątów przystających (może animacja komputerowa). Zachęcamy uczniów do zbadania, ile i jakie elementy jednego trójkąta trzeba przenieść, aby otrzymać trójkąt do niego przystający. Zadajemy pytanie, ile najmniej tych elementów trzeba przenieść - doprowadzamy do odkrycia cech przystawiania trójkątów.</p>
18.	Czworokąty i ich rodzaje	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje czworokąty i korzysta z ich podstawowych własności korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i w trapezach 	<p>Pokazujemy uczniom różne rodzaje czworokątów, doprowadzając do wyodrębnienia grup figur o podobnych własnościach. Analizujemy czworokąty ze względu na długości boków, miary kątów, przekątne. Klasyfikujemy czworokąty. Uwrażliwiamy uczniów na stwierdzenia: kwadrat jest równoległobokiem, równoległobok nie jest kwadratem. Uczeń powinien umieć podać co najmniej jedną cechę wyodrębniającą, na przykład równoległoboki spośród trapezów. Uczymy rozpoznawać rodzaje czworokątów, podając tylko niektóre własności. Np. W jakich czworokątach przekątne przecinają się pod kątem prostym, a w jakich w połowie swojej długości? (Czy przecinanie się przekątnych w połowie długości wyklucza, wymusza czy jest niezależne od przecinania się tych przekątnych pod kątem prostym?).</p>
19.	Obwody i pola wielokątów.	Uczeń:	Przypominając jednostki długości i pola,

		<ul style="list-style-type: none"> - oblicza pola i obwody trójkątów i czworokątów; - zamienia jednostki długości i pola 	<p>szczególność uwagę zwracamy na zamianę jednostek. Obliczając obwody, ćwiczymy zapisy wyrażeń literowych. Mówimy o liczbach zapisywanych cyfrowo i literowo. Obliczamy obwody figur typowych i nietypowych. Wykorzystujemy zasoby internetowe przy szukaniu przykładów, odwołujemy się do przykładów „z życia”. Przypominamy wzory na obliczanie pól trójkątów i czworokątów. Zachęcamy uczniów do „wymyślenia” wzorów na pola różnych czworokątów, jeśli znamy wzór na pole trójkąta. Dbamy o to, aby uczniowie, mówiąc wzór na pole lub obwód jakiejś figury, rozumieli znaczenie elementów występujących we wzorze – żeby nie ograniczali się do podania wzoru literowego.</p>
Prostokątny układ współrzędnych na płaszczyźnie			
20.	Prostokątny układ współrzędnych na płaszczyźnie	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rysuje układ współrzędnych i zaznacza jego elementy, - zaznacza w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty o danych współrzędnych, - odczytuje współrzędne danych punktów. 	<p>Inspirujemy uczniów do różnych sposobów „uporządkowania” płaszczyzny. Jako przykład możemy podpowiedzieć, że kartka pokratkowanego papieru przedstawia blok mieszkalny, a każdy punkt oznacza numer mieszkania (klatka, piętro). Np.: A(3,7) oznacza: pan Abacki mieszka w trzeciej klatce na siódmym piętrze. Co jest potrzebne, aby precyzyjnie wskazać szukane mieszkanie? Szukając pana Abackiego, wybieramy najpierw klatkę, później piętro, czy odwrotnie? A może jest to obojętne?</p>

Wyrażenia algebraiczne

21.	Budowanie i odczytywanie wyrażeń algebraicznych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami 	<p>Zwracamy uwagę, że wyrażenie: $(123 \cdot 5)$ jest liczbą, ale także iloczynem dwóch liczb.</p> <p>Utrwalamy rozumienie liczb w postaci cyfrowej i literowej. Operujemy pojęciami: wyrażenie arytmetyczne i wyrażenie algebraiczne. Obwód trójkąta wyraża się liczbą, czyli obwód trójkąta o bokach a, b, c: $(a + b + c)$ jest liczbą. Każdą liczbę możemy zapisać na różne sposoby np.: $5 = 2 + 3 = 1 + 4 = a = 2b$ itp. Przedstawienie fragmentów wyrażeń, które są powtarzalne, w postaci literowej. Np.: obwód prostokąta $(2a + 2b)$. Podkreślamy, że wyrażenia algebraiczne są uogólnieniem wyrażeń arytmetycznych.</p>
22.	Wartość liczbową wyrażenia algebraicznego	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych 	<p>Obliczając wartości wyrażeń algebraicznych, podstawiamy liczby wymierne, dbając cały czas o różnorodny sposób zapisywania liczb.</p> <p>Szczególną uwagę poświęcamy takim wyrażeniom, w których uczniowie popełniają najczęściej błędów, np. $-a^2$ lub $(-a)^2$ itp.</p>
23.	Suma algebraiczna. Wyrazy podobne	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - redukuje wyrazy podobne w sumie algebraicznej 	<p>Wprowadzamy pojęcie jednomianu, zwracając uwagę na jednomiany typu: $a, 3, -2, x$, itp.</p> <p>Zwracamy uwagę na współczynnik liczbowy jednomianu, szczególnie w jednomianach typu: ab, x^2yz^3. Dbamy o właściwe nazywanie jednowyrazowych wyrażeń algebraicznych, co ułatwia tworzenie sum algebraicznych (pamiętamy o podkreśleniu, że różnicę możemy</p>

			przedstawić jako sumę wyrażeń przeciwnych). Bardzo ważna jest umiejętność wskazywania jednomianów podobnych i wprawa w redukowaniu wyrażeń podobnych.
24.	Dodawanie i odejmowanie sum algebraicznych	Uczeń: - dodaje i odejmuje sumy algebraiczne	Podkreślamy, że odejmowanie jest dodawaniem wyrażenia przeciwnego. Wykorzystujemy umiejętność redukcji wyrazów podobnych. Można spróbować wykorzystać pisemny sposób dodawania sum algebraicznych, co przyda się podczas rozwiązywania układów równań metodą przeciwnych współczynników.
25.	Mnożenie sumy algebraicznej przez jednomian, mnożenie sum algebraicznych	Uczeń: - mnoży jednomiany, mnoży sumę algebraiczną przez jednomian oraz, w nietrudnych przykładach, mnoży sumy algebraiczne.	Mnożymy jednomiany, korzystając z praw przemienności i łączności mnożenia. Wykorzystujemy prawo rozdzielności mnożenia względem dodawania przy mnożeniu jednomianu przez sumę algebraiczną. Analizujemy prostokąt o bokach $(a+b)$ i $(c+d)$ i pokazujemy, jak policzyć jego pole (prostokąt składa się z czterech prostokątów o polach: ac , bc , ad oraz bd). Kilka innych tego rodzaju przykładów (wykorzystujemy zasoby internetowe) spowoduje „odkrycie” sposobu mnożenia sum algebraicznych $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$.
26.	Wyłączanie wspólnego czynnika liczbowego	Uczeń: - wyłącza wspólny czynnik z wyrazów sumy algebraicznej poza nawias	Upewniamy się, czy uczniowie dobrze rozumieją pojęcie czynnika, czy wiedzą, co to znaczy „wspólny czynnik”? Pokazujemy przykłady, które pozwolą uczniom „odkryć”, że „działanie” prawa rozdzielności mnożenia

			względem dodawania można stosować „od tyłu”. Uczeń powinien okryć i zapamiętać, że wyłączenie wspólnego czynnika przed nawias jest działaniem odwrotnym do mnożenia jednomianu przez sumę algebraiczną. Pokazujemy, że można wyłączyć przed nawias cokolwiek lub maksymalny wspólny czynnik.
Równania			
27.	Równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą. Rozwiązanie równań metodą równań równoważnych	Uczeń: - zapisuje związki między wielkościami za pomocą równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą; - sprawdza, czy dana liczba spełnia równanie stopnia pierwszego z jedną niewiadomą - rozwiązuje równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą	Pojęcie równania stosujemy w sposób intuicyjny. Ważne jest, aby uczniowie zauważyli, że po obu stronach znaku równości znajdują się wyrażenia algebraiczne. Uczniowie zauważą, że równość oznacza taką samą wartość wyrażenia po obu stronach równania (skojarzenie z wagą szalkową). Jeżeli uczeń dobrze zrozumie pojęcie równania, szybko sam wpadnie na to, czym jest jego rozwiązanie i co to znaczy „liczba spełniająca równanie” , i jak sprawdzić, czy rozwiązanie jest poprawne. Przygotowujemy wiele przykładów ze współczynnikami i rozwiązaniami całkowitymi, aby można było sprawdzić poprawność obliczeń w pamięci. Później stopniowo wprowadzamy liczby wymierne, różne od całkowitych. Przywołujemy analogię do wagi szalkowej podczas rozwiązywania równań metodą równań równoważnych. Podkreślamy obustronne dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie. Nie używamy zwrotów: „, przenosimy na druga

			stronę ze zmienionym znakiem”.
28.	Przekształcanie wzorów	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - przekształca nieskomplikowane wzory matematyczne lub fizyczne 	<p>Umiejętność przekształcania wzorów jest jedną z ważniejszych umiejętności!!! Tutaj szczególne znaczenie ma dewiza: „Ilość doświadczeń przekłada się na jakość działań”. Cały czas „oswajamy” ucznia z liczbami w postaci literowej. Na początek przygotowujemy równolegle rozwiązywane przykłady: takie, w których jest tylko jedna litera, z identycznymi w sensie koniecznych przekształceń, ale takimi, w których są same litery.</p>
29.	Zastosowanie równań do rozwiązywania zadań tekstowych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - za pomocą równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym, - czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe, - wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla siebie zapisanie informacji i danych z treści zadania, - dostrzega zależności między podanymi informacjami, - dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla siebie strategie rozwiązania, - stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody do 	<p>Pokazujemy sposoby rozwiązywania zadań tekstowych wg G. Polya. Sporo czasu powinniśmy poświęcić stosowaniu równań i nierówności w rozwiązywaniu zadań tekstowych. W zadaniach należałoby uwzględnić min.: obliczenia procentowe, treści geometryczne itd.</p> <p>Warto pokazać, że sporządzenie uproszczonej ilustracji, tabelki lub schematu pomaga w zrozumieniu treści zadania. Pokazujemy wiele różnych zadań i uczymy przedstawiać problem w zadaniu przy pomocy rysunku, tabelki, wykresu itd. Dobrze byłoby przygotować kilka przykładów, które można rozwiązać na różne sposoby. Szczególnie wysoko cenimy wszystkie metody intuicyjne, zachęcając uczniów do prób zilustrowania rysunkiem, wzorem, działaniem</p>

		rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, - weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania.	„swoich” metod.
Proporcjonalność			
30.	Proporcja i jej własności	Uczeń: - korzysta z własności proporcji, - rozwiązuje równania w postaci proporcji	Wprowadzamy pojęcie wielkości proporcjonalnych, odwołując się do zastosowań praktycznych. Np.: prędkość, to stosunek drogi do czasu; cenę możemy wyrazić jako stosunek kosztu do ilości towaru. Stosunek dwóch wielkości zapisujemy w postaci ułamka lub ilorazu. Pokazujemy, że porównując dwa stosunki, możemy zastosować „mnożenie na krzyż”.
31.	Proporcjonalność prosta i odwrotna	Uczeń: - zapisuje związki między wielkościami wprost proporcjonalnymi i odwrotnie proporcjonalnymi, - rozwiązuje zadania tekstowe dotyczące wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalnych	Podczas analizowania różnych przykładów naprowadzamy uczniów do odkrycia własności proporcji. Proporcjonalność odwrotną omawiamy podobnie (odwołując się do przykładów z życia), zwracając uwagę na podobieństwa i różnice między tymi pojęciami. Pokazujemy uczniom różne przykłady, formułując problemy w postaci proporcji, zadań tekstowych, zadań praktycznych, zagadek, problemów, które trzeba udowodnić. Np.: Udowodnij, że jeżeli zapasy żywności w schronisku starczą dla 10 osób na 6 dni, to dla 15 osób starczą na 4 dni.
Symetrie			
32.	Symetria względem prostej	Uczeń:	Zaczynamy od doświadczenia z kleksem.

		<ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje pary figur symetrycznych względem prostej, - rysuje pary figur symetrycznych względem prostej, - odczytuje i zaznacza współrzędne punktów symetrycznych względem osi układu współrzędnych. 	<p>Analizujemy odbicie w lustrze. Staramy się naprowadzić uczniów na odkrycie własności figur symetrycznych względem prostej. Pokazujemy zastosowanie symetrii w przyrodzie, architekturze, sztuce. Poszukujemy przykładów w twórczości różnych narodów. Prezentujemy filmy, w których pokazano sposoby tworzenia różnych ornamentów. Zachęcamy uczniów do stworzenia własnych projektów. Wykorzystujemy kalejdoskop, próbujemy odkryć sposób działania tego przyrządu. Przygotowujemy z uczniami zagadki typu: Mamy dwa obrazy, są one prawie symetryczne. Znajdź 10 szczegółów, które trzeba zmienić, aby obrazy były symetryczne. Uczniowie kreślą figury symetryczne względem prostej będącej osią układu współrzędnych (przy okazji odkrywają zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem osi OX i OY).</p>
33.	Oś symetrii figury. Figury osiowosymetryczne	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje figury, które mają oś symetrii, - wskazuje oś symetrii figury. 	<p>Kreślimy figury symetryczne względem prostej zawierającej jeden z boków danej figury. Tworzymy nowe figury, które zawierają oś symetrii, dochodzimy do określenia figur osiowosymetrycznych. Ćwiczymy umiejętność rozpoznawania takich figur w przyrodzie i sztuce oraz umiejętność wskazywania osi symetrii. Dbamy o przygotowanie przykładów figur, które</p>

			mają więcej niż jedną oś symetrii.
34.	Symetralna odcinka	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje symetralną odcinka i ją konstruuje. 	Zwracamy uwagę, że odcinek ma dwie osie symetrii, ale jedną symetralną. Uczniowie rozumieją różnicę między symetralną, która jest osią symetrii odcinka, a osią symetrii odcinka, która nie jest symetralną.
35.	Dwusieczna kąta	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje dwusieczną kąta i konstruuje dwusieczną kąta oraz kąty o miarach 60°, 30°, 45° 	Przygotowujemy ćwiczenia pomagające w odkryciu i zrozumieniu pojęcia dwusiecznej. Dbamy o poprawność i precyzję wykonywanych konstrukcji. Nie wymagamy od uczniów formalnego opisu konstrukcji, ale dbamy o to, aby każdy uczeń umiał opowiedzieć na pytanie: jakie wykonał czynności, w jakim celu je wykonał i co otrzymał. Wykorzystujemy dwusieczną do budowania kątów 30° , 45° .
36.	Symetria względem punktu	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje pary figur symetrycznych względem punktu; - rysuje pary figur symetrycznych względem punktu; - odczytuje i zaznacza współrzędne punktów symetrycznych względem początku układu współrzędnych. 	Zwracamy dużą uwagę na rysowanie obrazów figur w symetrii środkowej. Pokazujemy przykłady, w których widać, że obraz otrzymany przez symetrię środkową można uzyskać również przez obrót o 180° . W układzie współrzędnych omawiamy symetrię względem początku układu współrzędnych. Przy wyznaczaniu współrzędnych punktu i jego obrazu wykorzystujemy umiejętność rozwiązywania równań. Pokazujemy na przykładach, że w układzie współrzędnych symetria środkowa jest złożeniem symetrii względem osi układu i że kolejność

			przekształcania wg osi nie ma znaczenia.
37.	Środek symetrii figury. Figury środkowosymetryczne	Uczeń: - rozpoznaje figury, które mają środek symetrii, - wskazuje środek symetrii figury.	Przedstawiamy przykłady figur środkowosymetrycznych, uczniowie odkrywają własności figur środkowosymetrycznych i szukają przykładów takich figur w przyrodzie, architekturze i sztuce.

KLASA II GIM

Lp.	Hasła programowe	Przewidywane osiągnięcia ucznia	Proponowany sposób realizacji
Potęgi			
1.	Potęga o wykładniku naturalnym	Uczeń: - oblicza potęgi liczb wymiernych o wykładnikach naturalnych; - stosuje potęgowanie liczb wymiernych o wykładnikach naturalnych do obliczania wartości nieskomplikowanych wyrażeń =arytmetycznych	Przypominamy i systematyzujemy wiadomości o liczbach wymiernych. Powtarzamy zasady wykonywania działań w zbiorze liczb wymiernych - podkreślamy wykonalność działań . Poprzez różne ćwiczenia budujemy intuicję dotyczącą potęgowania i biegłość w stosowaniu potęg w zadaniach arytmetycznych. Zwracamy szczególną uwagę na wyrażenia typu: -2^2 i $(-2)^2$ oraz -2^3 i $(-2)^3$.
2.	Mnożenie i dzielenie potęg o tej samej podstawie	Uczeń: - zapisuje w postaci jednej potęgi: iloczyny potęg - o takich samych podstawach - zapisuje w postaci jednej potęgi: ilorazy potęg - o takich samych podstawach	Dążymy do tego, aby uczniowie sami odkrywali sposoby mnożenia oraz dzielenia potęg o tej samej podstawie. Stosujemy wiele różnorodnych przykładów, aby uczniowie swobodnie przekształcali wyrażenia potęgowe oraz żeby potrafili „wyłować” potrzebną

			liczbę, np. $20 \cdot 4^5 = 5 \cdot 4 \cdot 4^5 = 5 \cdot 4^6$.
3.	Potęga iloczynu, ilorazu i potęgi	Uczeń: - zapisuje w postaci jednej potęgi: iloczynu i ilorazy potęg o takich samych wykładnikach oraz potęgę potęgi (przy wykładnikach naturalnych)	Stosując różnorodne ćwiczenia, mobilizujemy uczniów do odkrycia praw działań na potęgach o jednakowych wykładnikach oraz jak potęgujemy potęgę. Przy okazji różnych ćwiczeń uczniowie powinni zauważyć, że dodawać lub odejmować potęgi można tylko wówczas, gdy mają tę samą podstawę i takie same wykładniki. Np.: $3^{20} + 3^{20} + 3^{20} = 3 \cdot 3^{20} = 3^{21}$.
4.	Potęga o wykładniku całkowitym	Uczeń: - zamienia potęgi o wykładnikach całkowitych ujemnych na odpowiednie potęgi o wykładnikach naturalnych	Przy omawianiu sposobu obliczania potęg o wykładnikach naturalnych badamy wartości potęg o malejących wykładnikach $2^4, 2^3, 2^2, 2^1, 2^0$. Uczniowie odkrywają, że każda następna liczba jest dwa razy mniejsza od poprzedniej, więc $2^{-1} = \frac{1}{2}, 2^{-2} = \frac{1}{4} \dots$ Podając inne przykłady, dążymy do uogólnienia i odkrycia wzoru oraz zauważenia, że znak minus w wykładniku potęgi oznacza, że podstawę potęgi należy zastąpić liczbą odwrotną, a wykładnik liczbą przeciwną. Przy okazji utrwalamy pojęcia; liczba odwrotna i liczba przeciwna.
5.	Notacja wykładnicza	Uczeń: - zapisuje liczby w notacji wykładniczej, tzn. w postaci $a \cdot 10^k$, gdzie a, k są liczbami całkowitymi oraz $1 \leq a < 10$	Zachęcamy uczniów do szukania w różnych publikacjach przykładów różnych danych zapisanych w notacji wykładniczej. Doprowadzi to do odkrycia zasadności użycia

			<p>takiego sposobu zapisania danych. Pokazujemy liczby olbrzymy(np. odległości masy planet) i liczby liliputy(np. masy i rozmiary atomu, elektronu).</p>
Pierwiastki			
6.	Pierwiastek drugiego i trzeciego stopnia	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza wartości pierwiastków drugiego i trzeciego stopnia z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych; - oblicza wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki kwadratowe i sześciennie 	<p>Przypominamy definicję pierwiastka, proponujemy uczniom ćwiczenia, które utrwalały rozumienie zależności między potęgowaniem i pierwiastkowaniem. Ćwiczenia dobieramy w taki sposób, żeby wartości pierwiastków były liczbami wymiernymi. Zwracamy uwagę na obliczanie pierwiastków trzeciego stopnia z liczb ujemnych.</p>
7.	Pierwiastek z iloczynu i ilorazu, iloczyn i iloraz pierwiastków	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - mnoży i dzieli pierwiastki drugiego i trzeciego stopnia; oblicza pierwiastek z iloczynu i ilorazu, 	<p>Własności pierwiastków wprowadzamy, podając uczniom gotowe wzory, ponieważ odkrycie tych własności przez uczniów mogłoby się nie udać. Pokazujemy wiele sposobów wykorzystania własności pierwiastków i praktycznych przekształceń, np. uwalnianie ułamków od niewymierności z mianownika. Pokazujemy, że dodać lub odjąć pierwiastki można tylko wówczas, gdy są tego samego stopnia z tej samej liczby.</p>
8.	Wyłączanie czynnika przed pierwiastek i włączanie czynnika pod pierwiastek	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyłącza czynnik przed znak pierwiastka oraz włącza czynnik pod znak pierwiastka 	<p>Pokazujemy, że własności pierwiastków umożliwiają wykonywanie praktycznych przekształceń, w tym wyłączanie czynnika przed znak pierwiastka i włączanie czynnika</p>

			pod pierwiastek. Przygotowujemy ćwiczenia, które pokażą przydatność tych operacji.
Długość okręgu, pole koła			
9.	Okrąg i koło	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rysuje cięciwę, średnicę, promień koła i okręgu oraz korzysta z ich własności, rozpoznaje odcinek i wycinek koła oraz pierścień kołowy. 	Dbamy o właściwe rozumienie i nazywanie elementów koła i okręgu. Wykorzystując pojęcie łuku, odcinka, wycinka i pierścienia, zachęcamy do stworzenia bajecznie kolorowych kompozycji. Można pokazać gotowe, orientalne elementy zdobnicze, wykorzystujące elementy koła i okręgu.
10.	Długość okręgu	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza długość okręgu i łuku okręgu; zamienia jednostki długości 	Wykorzystujemy zasoby internetowe do pokazania liczby π i jej roli w obliczeniach związanych z kołem i okręgiem. Pokazanie wzoru na obliczanie długości okręgu. Wskazanie na związek między obwodem koła a długością okręgu. Wykorzystanie przykładów z otaczającej rzeczywistości do ćwiczeń w stosowaniu wzoru.
11.	Pole koła	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza pole koła; pierścienia kołowego i wycinka kołowego, - zamienia jednostki pola 	Wykorzystując filmy edukacyjne, pokazujemy, jak obliczać pole powierzchni koła; co zrobić, aby wyznaczyć pole pierścienia (pokazujemy, że pierścień można otrzymać, wycinając jedno koło z drugiego). Wycinek kołowy traktujemy jak ułamek całego koła i to wykorzystujemy do obliczania pola wycinka. Uczniowie sami wymyślą sposób na liczenie pola pierścienia i wycinka, jeśli zobaczą odpowiednie

			przykłady.
Wyrażenia algebraiczne			
12.	Zapisywanie i odczytywanie wyrażeń algebraicznych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami 	<p>Uczeń wykorzystuje wyrażenia algebraiczne do zapisywania tekstu matematycznego (pola i obwody figur, zadania praktyczne). Utrwalamy pojęcie liczby w postaci cyfrowej i literowej. Zwracamy uwagę na to, że $(a + b)$ to też jest liczba. Obliczamy wartość wyrażenia, kształtujemy intuicyjne rozumienie pojęcia parametr.</p>
13.	Działania na wyrażeniach algebraicznych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - porządkuje jednomiany, - dodaje i odejmuje sumy algebraiczne; redukuje wyrazy podobne - mnoży sumę algebraiczną przez jednomian - mnoży sumy algebraiczne 	<p>Przygotowujemy przykłady różnych wyrażeń algebraicznych. Ćwiczymy nazywanie wyrażeń – zwracamy szczególną uwagę na określenie „suma”, dodajemy określenie „suma algebraiczna”; wprowadzamy pojęcie „jednomian”. Mobilizujemy uczniów do zdefiniowania, czym jest jednomian. Rozpoznajemy różne jednomiany, dochodzimy do wyodrębnienia jednomianów podobnych. Przygotowujemy przykłady jednomianów podobnych i doprowadzamy uczniów do odkrycia zasad redukowania jednomianów podobnych. Przypominamy prawa działań arytmetycznych: przemienności, łączności i rozdzielności mnożenia względem dodawania, a następnie, przez analogię, dochodzimy do dawania sum algebraicznych oraz do mnożenia sumy</p>

			<p>algebraicznej przez jednomian.</p> <p>Wprowadzamy mnożenie sum algebraicznych, dobierając sumy dwuwyrzowe. Najlepiej na początek zaproponować obliczenie pola powierzchni prostokąta o bokach $a = x+3$; $b = y - 7$.</p>
Układy równań			
14.	Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zapisuje związki między nieznanymi wielkościami za pomocą układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi, - za pomocą układów równań opisuje zadania osadzone w kontekście praktycznym, - sprawdza, czy dana para liczb spełnia układ dwóch równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi. 	<p>Przypominamy zasady rozwiązywania równań z jedną niewiadomą. Podajemy przykład równania z dwiema niewiadomymi np. $x + y = 10$. Prosimy uczniów, żeby podali rozwiązanie. Wnioskujemy, że takie równanie ma nieskończenie wiele rozwiązań. Przedstawiamy przykłady zadań, mających więcej niż jedną wielkość, którą można zapisać przy pomocy litery. Zapisujemy związki między niewiadomymi za pomocą równań. Przygotowujemy przykłady par równań z dwiema niewiadomymi i zgadujemy wspólne rozwiązanie – analizując z uczniami różne przypadki, dochodzimy do pojęcia układu równań i odkrywamy sposoby rozwiązywania.</p>
15.	Rozwiązywanie układów równań	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozwiązuje układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi 	<p>Wprowadzając algebraiczne metody rozwiązywania układów, próbujemy nawiązać do doświadczeń uczniów, pokazujemy animacje ilustrujące metodę podstawiania lub</p>

			<p>przeciwnych współczynników. Rozwiązując różne układy równań, zwracamy uwagę na układy sprzeczne i nieoznaczone; rozwiązanie układu sprzecznego np. $0=2$, można zapisać: $0 \cdot x + 0 \cdot y = 2$, a rozwiązanie układu nieoznaczonego np. $0 = 0$, można zapisać: $0 \cdot x + 0 \cdot y = 0$. Staramy się rozwiązywać jeden układ równań różnymi metodami, zachęcając uczniów do przeanalizowania, która metoda jest wygodniejsza lub szybsza, po to, aby mogli wybrać lepszą.</p>
16.	Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań tekstowych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe, - wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla siebie zapisanie informacji i danych z treści zadania, - dostrzega zależności między podanymi informacjami, - dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla siebie strategie rozwiązania, - stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, 	<p>Sporo czasu powinniśmy poświęcić stosowaniu układów równań w rozwiązywaniu zadań tekstowych. Należy zadbać o to, żeby przygotować szeroki zakres zadań, uwzględniając obliczenia procentowe, treści geometryczne, aspekt realistyczny (zadania „z życia”). Szczególnie ważne jest, aby treści zadań odwoływały się do doświadczeń ucznia i nie były oderwane od jego świata. Właściwie dobrane zadania tekstowe odpowiadają uczniowi na pytanie: „Po co mi ta matematyka?”.</p> <p>Podczas rozwiązywania zadań pokazujemy przydatność sporządzania rysunku pomocniczego, tabelki itp.</p> <p>Pamiętamy o weryfikowaniu rozwiązania pod</p>

		<ul style="list-style-type: none"> - weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania. 	<p>kątem sensowności, warto czasami „pomylić się” i otrzymać bezsensowny wynik lub przygotować zadanie, z założenia, prowadzące do bezsensownego rozwiązania, aby uczniowie zrozumieli, co to znaczy „ocenić sensowność rozwiązania”.</p> <p>Pamiętamy, aby po rozwiązaniu <u>każdego</u> zadania zadać uczniom pytanie: „Czy można było rozwiązać to zadanie inaczej?”.</p>
Trójkąty prostokątne			
17.	Twierdzenie Pitagorasa	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zapisuje związki między bokami trójkąta prostokątnego, - oblicza długości boków trójkąta prostokątnego, - stosuje twierdzenie Pitagorasa do obliczania długości przekątnej kwadratu i prostokąta oraz wysokość trójkąta równobocznego, - stosuje twierdzenie Pitagorasa w praktyce. 	<p>„Oswajamy” uczniów z trójkątami prostokątnymi i pojęciami związanymi z tymi trójkątami. Podajemy przykłady różnych trójkątów (w tym prostokątnych) i prosimy uczniów o obliczenie pól powierzchni kwadratów zbudowanych na bokach. Uczniowie sami odkryją związek między otrzymanymi polami w trójkątach prostokątnych i sformułują twierdzenie.</p> <p>Uczniowie zapisują symbolicznie treść twierdzenia. Dbamy o to, żeby stosować różne litery na oznaczenie boków trójkąta, aby uczniowie kojarzyli twierdzenie z pojęciami, a nie z literkami. Omawiamy wszystkie ciekawostki związane z twierdzeniem, wspominamy o trójkątach</p>

			pitagorejskich i egipskim. Pokazujemy zastosowanie twierdzenia, zachęcamy uczniów do szukania sytuacji z życia, w których można wykorzystać twierdzenie Pitagorasa. Wyprowadzamy wzory na obliczenie przekątnej kwadratu, wysokości trójkąta równobocznego itp.
Wielokąty i okręgi			
18.	Kąt środkowy	Uczeń: - rozpoznaje kąty środkowe	Przypominamy pojęcia związane z okręgiem (kołem), przypominamy pojęcie kąta. Zachęcamy uczniów do kreślenia okręgów i wymyślania różnych kątów związanych z okręgiem, wybieramy z przedstawionych propozycji te, które pokazują kąty środkowe. Uczniowie sami „wymyślą” nazwę i własności kątów środkowych, zauważą też, że dwa promienie wyznaczają dwa kąty.
19.	Okrąg opisany na trójkącie	Uczeń: - konstruuje okrąg opisany na trójkącie	Przypominamy własności symetralnej odcinka. Rysujemy na płaszczyźnie dwa różne odcinki (w tym równoległe i prostopadłe, przecinające się i niemające punktów wspólnych), konstruuujemy symetralne tych odcinków i pytamy uczniów, co można powiedzieć o punkcie, w którym przecinają się symetralne (jeżeli się przecinają). Uczniowie odkrywają sposób na znalezienie punktu jednakowo odległego od końców odcinków - środka okręgu opisanego.

			Trenujemy konstruowanie okręgów opisanych na trójkącie.
20.	Styczna do okręgu	Uczeń: - konstruuje styczną do okręgu	Pokazujemy styczną do okręgu, zachęcamy uczniów do odkrycia znaczenia słowa styczna i do zauważenia własności stycznej. Uczniowie sami „wpadną” na pomysł, jak skonstruować styczną do okręgu.
21.	Okrąg wpisany w trójkąt	Uczeń: - korzysta z faktu, że styczna do okręgu jest prostopadła do promienia poprowadzonego do punktu styczności, - konstruuje okrąg wpisany w trójkąt	Przypominamy własności dwusiecznej kąta (zwłaszcza odległość każdego punktu dwusiecznej od ramion kąta). Pokazujemy okręgi wpisane w trójkąt i analizujemy własności okręgu wpisanego w trójkąt. Uczniowie powinni zauważyć związek między punktem przecięcia się dwusiecznych kątów wewnętrznych a środkiem trójkąta, i „odkryć” sposób znalezienia środka okręgu wpisanego. Warto, przy okazji znajdowania okręgu wpisanego w trójkąt, pokazać uczniom, na jakie figury dzieli trójkąt promienie okręgu poprowadzone do punktu styczności.
22.	Wielokąty foremne	Uczeń: - rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności.	Przedstawiamy obrazy różnych wielokątów foremnych. Analizując ilustracje przedstawiające wielokąty foremne: pojedynczo lub w mozaikach, uczniowie zauważają własności wielokątów foremnych. Pokazujemy uczniom sposób kreślenia sześciokąta foremnego, ewentualnie

			„konstrukcję” pięciokąta poprzez odpowiednie zaginanie kartki.
23.	Rozwiązywanie zadań praktycznych	Uczeń: - stosuje własności wielokątów i okręgów w zadaniach.	Przygotowujemy zadania, które opisują otaczający ucznia świat. Wykorzystujemy poznane wiadomości do „zmierzenia”, „zważenia” i „upiększenia” otaczającego świata. Można wykorzystać projekt edukacyjny „Zaplanuj swoją przestrzeń”.
Graniastosłupy			
24.	Przykłady graniastosłupów. Graniastosłupy proste i prawidłowe	Uczeń: - wskazuje elementy graniastosłupa, - rozpoznaje graniastosłupy prawidłowe, - rysuje siatki graniastosłupów prostych	Przechodzimy do świata trójwymiarowego. Przygotowując różne przykłady, budujemy u uczniów intuicję dotyczącą tworzenie przestrzeni n-wymiarowej. Jak to jest? Byliśmy na płaszczyźnie – teraz jesteśmy w przestrzeni trójwymiarowej! Co jest podobne? (np. powierzchnia ścian); co doszło nowego?(np. objętość). Pokazujemy różne bryły. Określamy pożądane własności - prosimy o wybranie brył spełniających określone warunki - nadajemy nazwę takim bryłom. Wyróżniamy graniastosłupy prawidłowe. Pokazujemy uczniom, kiedy graniastosłup nie byłby prawidłowy. Przygotowujemy model graniastosłupa (może 2 lub 3 takie same)) i rozcinaemy go na oczach ucznia (jeśli mamy więcej identycznych modeli, rozcinaemy każdy inaczej). Uczniowie powinni narysować

			<p>siatkę bryły i zauważyć, że siatka takiej samej bryły może wyglądać inaczej. Trzeba uczniom pokazać, że są takie siatki, z których nie zbudujemy graniastosłupa.</p>
25.	Pole powierzchni i objętość graniastosłupa prostego	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupów, - zamienia jednostki pola i objętości, - rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym. 	<p>Przypominamy pojęcie i jednostki pola powierzchni. Obliczamy pole powierzchni różnych graniastosłupów, wykorzystując ich siatki, budujemy intuicję pola powierzchni bryły. Wykorzystujemy do obliczeń różne jednostki. Przy pomocy przykładów „tworzymy” wzór na objętość. Obliczamy objętość poznanych graniastosłupów. Wykorzystujemy umiejętność obliczania pola powierzchni i objętości w zadaniach praktycznych. Szczególnie szukamy przykładów brył, które są „posklejane” z różnych graniastosłupów lub z jednego graniastosłupa „wycięto” inny. Jak w takich przypadkach liczymy objętość, a jak powierzchnię?</p>
Ostrosłupy			
26.	Przykłady ostrosłupów. Ostrosłupy prawidłowe	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wskazuje elementy ostrosłupa, - rozpoznaje ostrosłupy prawidłowe, - rysuje siatki ostrosłupów. 	<p>Pokazujemy różne bryły. Określamy pożądane własności - prosimy o wybranie brył spełniających określone warunki - nadajemy nazwę takim bryłom. Wyróżniamy ostrosłupy prawidłowe. Pokazujemy uczniom, kiedy ostrosłup nie byłby prawidłowy. Przygotowujemy model ostrosłupa (może 2</p>

			lub 3 takie same) i rozcinaamy go na oczach ucznia (jeśli mamy więcej identycznych modeli, rozcinaamy każdy inaczej). Uczniowie powinni narysować siatkę bryły i zauważyć, że siatka takiej samej bryły może wyglądać inaczej. Trzeba uczniom pokazać, że są takie siatki, z których nie zbudujemy ostrosłupa. Zachęcamy uczniów do narysowania siatek różnych, innych od pokazanego, ostrosłupów.
27.	Pole powierzchni i objętość ostrosłupa prostego	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza pole powierzchni i objętość ostrosłupów, - zamienia jednostki pola i objętości, - rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym. 	<p>Obliczamy pole powierzchni różnych ostrosłupów, wykorzystując ich siatki, budujemy intuicję pola powierzchni bryły. Wykorzystujemy do obliczeń różne jednostki. Przy pomocy przykładów „tworzymy” wzór na objętość. Przygotowujemy model, który pozwoli pokazać, że jeśli graniastosłup i ostrosłup mają taką samą podstawę i taką samą wysokość, to objętość ostrosłupa jest trzy razy mniejsza od objętości graniastosłupa. Obliczamy objętość poznanych ostrosłupów. Wykorzystujemy umiejętność obliczania pola powierzchni i objętości w zadaniach praktycznych. Szczególnie szukamy przykładów brył, które są „posklejane” z różnych ostrosłupów lub z jednego ostrosłupa „wycięto” inny. Jak w takich przypadkach liczymy objętość, a jak</p>

			powierzchnię? Zachęcamy uczniów do odkrycia, gdzie w życiu codziennym można wykorzystać nabyte umiejętności - można wykorzystać projekt: „Zaplanuj swoją przestrzeń.”
Statystyka opisowa			
28.	Odczytywanie i przedstawianie danych statystycznych za pomocą tabel, diagramów i wykresów	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyszukuje, selekcjonuje i porządkuje informacje z dostępnych źródeł; - interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych, kołowych (w tym procentowych) i wykresów oraz przedstawia dane statystyczne w powyższy sposób. 	<p>Korzystamy z przykładów prezentowania danych statystycznych w prasie i w Internecie. Przeglądamy z uczniami roczniki statystyczne i zastanawiamy się, jak w obrazowy sposób przedstawić dane. Wybieramy jakieś dane i próbujemy przedstawić je w różny sposób - uczniowie zauważą, że sposób prezentacji jest bardziej lub mniej czytelny i że nie jest obojętne, jak prezentujemy dane statystyczne. Dążymy do tego, by uczniowie sami wykonali jakieś badania i wyniki przedstawili w wybrany przez siebie sposób.</p>
29.	Charakterystyki liczbowe danych statystycznych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza średnią arytmetyczną i medianę zestawu danych. 	<p>Proponujemy zbieranie danych tego samego rodzaju, np. liczba rodzeństwa każdego ucznia w dwóch równoległych klasach. Można policzyć, ile średnio rodzeństwa ma każdy uczeń danej klasy; można policzyć i porównać mediany. Uczniowie powinni przeanalizować różne dane statystyczne i ocenić, który z parametrów (średnia czy mediana) lepiej charakteryzuje badane</p>

			zjawisko. Należy podkreślić przydatność podawania danych statystycznych, ale również wskazać na ograniczenia i paradoksy (np. przeciętny mieszkaniec świata ma mniej niż dwie nogi!)
30.	Doświadczenia losowe	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - analizuje proste doświadczenia losowe i określa prawdopodobieństwa najprostszyc zdarzeń w tych doświadczeniach. 	<p>Dbamy o to, żeby uczniowie właściwie rozumieli pojęcie doświadczenia losowego (w sensie matematycznym). Dążymy do tego, aby uczniowie określili doświadczenie losowe jako doświadczenie, które może zakończyć się przynajmniej dwoma wynikami (rzut monetą, losowanie lotto, itp.). Analizując różne doświadczenia, wskazujemy sytuacje pożądane. Np.: losując jedną kartę z talii kart, chcemy wylosować asa. Badamy z uczniami częstość występowania określonego wyniku. Przygotowując odpowiednie doświadczenia (każdy uczeń przynosi 10 monet dziesięciogroszowych ; wszyscy wykonują po 20 rzutów tymi monetami i zapisuje, ile otrzymał orłów, następnie zbieramy dane z całej klasy. Obliczamy częstość występowania orła u każdego ucznia oraz w całej klasie - powinno się okazać, że im więcej pomiarów, tym wynik jest bardziej zbliżony do wyniku teoretycznego). Sugerujemy, aby uczniowie podjęli trud określenia częstości teoretycznej</p>

(prawdopodobieństwa) wyniku.

KLASA III GIM

Lp.	Hasła programowe	Przewidywane osiągnięcia ucznia	Proponowany sposób realizacji
Liczby i wyrażenia algebraiczne			
1.	Różne sposoby zapisywania liczb	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">- zapisuje liczby różnymi sposobami (przybliża, zaokrągla, szacuje, porównuje liczby);- zapisuje liczby w notacji wykładniczej, tzn. w postaci $a \cdot 10^k$, gdzie a, k są liczbami całkowitymi oraz $1 \leq a < 10$;- zapisuje i odczytuje liczby wielocyfrowe.	Przygotujemy liczne przykłady, na których pokazujemy przydatność różnych sposobów zapisywania liczb. Kiedy potrzebne są liczby dokładne, kiedy zaokrąglamy, kiedy wystarczy oszacować wynik. Podajemy przykłady zastosowania liczb w notacji wykładniczej. Pokazujemy różne sposoby zapisywania liczb wielocyfrowych (np. w księgowości tysiące oddziela się kropkami, a w niektórych kalkulatorach przecinkami).
2.	System rzymski	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">- odczytuje i zapisuje przy pomocy znaków rzymskich liczby naturalne w zakresie do 3000.	Pokazujemy różne przykłady wykorzystania zapisu liczb w systemie rzymskim, szukamy przykładów np. w sztuce. Rok produkcji filmów fabularnych podawany jest w systemie rzymskim. Podajemy przykład, że w starożytnym Rzymie każdy człowiek miał „swoją liczbę”. Liczba ta była sumą liter - liczb występujących w imieniu i nazwisku. Np.: Maria Drużbacka ma liczbę $M+I+D+U+C=1606$ ($U=V$). Można podać,

			jako ciekawostkę, fakt, że Włosi uważają za pechową liczbę XVII, ponieważ po przestawieniu literek mamy słowo vixi (żyłem=umarłem).
3.	Liczby wymierne i niewymierne	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - interpretuje liczby wymierne na osi liczbowej. Oblicza odległość między dwiema liczbami na osi liczbowej; - rozumie pojęcie liczby niewymiernej; - porównuje liczby wymierne i niewymierne 	<p>Utrwalamy pojęcie liczby wymiernej. Ćwiczymy przedstawianie liczby wymiernej w postaci rozwinięcia dziesiętnego, pokazujemy (korzystając z kalkulatora) różne przykłady o rozwinięciu dziesiętnym skończonym i nieskończonym okresowym. Zwracamy uwagę, że każdą liczbę wymierną można przedstawić w postaci rozwinięcia dziesiętnego skończonego lub nieskończonego okresowego. Można pokazać uczniom, jak zamienić ułamek okresowy na zwykły. Wprowadzamy pojęcie liczby niewymiernej, jako liczby, której rozwinięcie dziesiętne jest nieskończone i nieokresowe. Pokazujemy przykłady pierwiastków arytmetycznych. Zwracamy uwagę, że pierwiastkowanie nie zawsze jest wykonalne w zbiorze liczb wymiernych, a znalezione przy pomocy kalkulatora przybliżenia dziesiętne są nieskończone i nieokresowe. Porównywanie liczb wymiernych i niewymiernych przeprowadzamy, wyznaczając rozwinięcia dziesiętne. Przygotowujemy przykłady, w których</p>

			<p>stosunkowo łatwo można oszacować wartość liczby np. $\sqrt{15} < 4$, bo $\sqrt{15} < \sqrt{16}$, oraz rzykłady, w który często pojawia się konieczność wykorzystania przybliżonej wartości $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$; zachęcamy uczniów do zapamiętania przybliżonych wartości pierwiastków z liczb 2, 3, 5. Pokazujemy uczniom, jak konstrukcyjnie znaleźć długość odcinka \sqrt{n} i jak tę liczbę zaznaczyć na osi liczbowej. Przygotowując przykłady działań przygotowujemy takie, żeby pokazać, że wynik może być liczbą wymierną i niewymierną. Nie wymagamy od ucznia, aby umiał wśród kilku podanych liczb wskazać liczby niewymierne.</p>
4.	Działania na liczbach wymiernych i niewymiernych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne i niewymierne; - oblicza wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby wymierne. - wykonuje działania na potęgach i pierwiastkach również z zastosowaniem twierdzeń; - wykonuje obliczenia procentowe, stosuje pojęcie punktów procentowych. 	<p>Utrwalamy i pogłębiały wiadomości dotyczące liczb naturalnych, całkowitych oraz wymiernych i niewymiernych. Dbamy o to, żeby uczniowie swobodnie „poruszali się” po osi liczbowej, zwracamy uwagę na „gęstość” liczb na osi, tzn., że między każdymi dwiema liczbami jest wiele liczb „pośrednich”. Np.: między 1 a 10; między 1 a 2; między 1 a 0,1 itd. Podczas przypominania własności działań arytmetycznych zwracamy uwagę na wykonalność działań w każdym ze zbiorów. Utrwalając umiejętności wykonywania działań, wykorzystujemy zagadnienia praktyczne. Szczególnie ważne są obliczenia</p>

			<p>procentowe . Staramy się zapisywać rozwiązania zadań z procentami (promilami) na różne sposoby. Zwracamy uwagę na to, żeby uczniowie rozumieli różnicę między pojęciami: procent i punkt procentowy. Wiadomości o pierwiastkach rozszerzamy o takie przykłady, dzięki którym uczniowie zauważą, że $\sqrt{a^2} = a$. Trzeba koniecznie sprawdzić- przygotowując odpowiednie przykłady - czy uczniowie dobrze rozumieją tę zależność. Podkreślamy, że w wyniku pierwiastkowania liczb wymiernych nie zawsze otrzymujemy liczbę wymierną. Rozwiązujemy zadania - problemy w kontekście praktycznym.</p>
5.	Przekształcenia algebraiczne	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami; - wykonuje działania na wyrażeniach algebraicznych i oblicza ich wartości liczbowe. 	<p>Przygotowujemy wiele tekstów zawierających zmienne i ćwiczymy zapis w postaci wyrażenia algebraicznego. Obliczamy wartość zapisanych wyrażeń dla przykładowych wartości liczbowych. Zwracamy uwagę na to, że w przypadku, gdy litery w wyrażeniu algebraicznym oznaczają konkretne wielkości (np. długości boków figury, prędkość pojazdu, długość drogi, itp.) nie można podstawiać w miejsce liter dowolnych wartości liczbowych. Mówimy: „Wyrażenie ma sens dla określonych wartości liczbowych”. Podczas</p>

			<p>przekształcania wyrażeń algebraicznych zwracamy uwagę na możliwość zastosowania udogodnień – intuicyjne wprowadzenie wzorów skróconego mnożenia. Obliczając wartość liczbową dowolnych wyrażeń algebraicznych, zwracamy uwagę na to, że czasami nie można wykonać wszystkich działań, używamy zwrotu „wyrażenie traci sens liczbowy” - wprowadzenie do pojęcia dziedziny.</p>
6.	Równania i układy równań	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozwiązuje równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą; - zapisuje związki między nieznanymi wielkościami za pomocą układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; - sprawdza, czy dana para liczb spełnia układ dwóch równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi; - rozwiązuje układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi; - za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym; - za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym. 	<p>Przygotowujemy ćwiczenia doskonalące umiejętność rozwiązywania równań liniowych z jedną niewiadomą, wykorzystujemy współczynniki niewymierne. Stawiamy pytania: „dla jakiej wartości liczby x wyrażenie będzie miało wartość 0?”; „Dla jakiej wartości x dwa wyrażenia algebraiczne są równe?”. Dbamy o to, aby przygotować zadania osadzone w kontekście praktycznym, w których są dwie niewiadome i ćwiczymy zapisywanie zależności między nimi za pomocą równań liniowych z dwiema niewiadomymi. Uczniowie ćwiczą rozwiązywanie równań z dwiema niewiadomymi. W różnych przykładach pokazujemy, że jedno równanie z dwiema niewiadomymi ma wiele rozwiązań, ale pokazujemy również możliwość</p>

			<p>„uzależnienia” jednej niewiadomej od drugiej. Przy rozwiązywaniu układów równań pokazujemy różne metody ich rozwiązywania, natomiast dążymy do tego, aby uczniowie biegle stosowali jedną z nich. Nie określamy priorytetu dla żadnej z metod. Pokazujemy zalety każdej metody. Uczniowie sami powinni wybrać najwygodniejszą dla siebie metodę rozwiązywania układów równań. Dążymy do tego, aby uczniowie, za pomocą układów równań, opisywali problemy wynikające z otaczającej ich rzeczywistości oraz z zakresu różnych dziedzin.</p>
Funkcje			
7.	Odczytywanie wykresów	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - odczytuje i interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów (w tym wykresów opisujących zjawiska występujące w przyrodzie, gospodarce, życiu codziennym). 	<p>Definiujemy pojęcie przyporządkowania, podajemy przykłady różnych przyporządkowań. Uczniowie podają sposoby graficznego przedstawienia. Koncentrujemy się na przedstawianiu zależności w układzie współrzędnych, wykorzystujemy dane opisujące zależności występujące w przyrodzie, ekonomii, itp.</p>
8.	Pojęcie funkcji	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - odróżnia funkcję od innych przyporządkowań; - określa dziedzinę i zbiór wartości; - opisuje funkcję różnymi sposobami; - oblicza wartości funkcji podanych nieskomplikowanym wzorem. 	<p>Spośród różnych przyporządkowań wybieramy takie, które „każdemu ... dokładnie jeden ...”. Razem z uczniami tworzymy definicję funkcji. Badamy różne przyporządkowania i wybieramy te, które są funkcjami. Po wprowadzeniu pojęć: argument, dziedzina, wartość funkcji, zbiór</p>

			wartości funkcji, miejsce zerowe odczytujemy je dla funkcji opisanych w różny sposób (grafem, tabelką, wykresem, wzorem, opisem słownym).
9.	Własności funkcji	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - odczytuje z wykresu funkcji: wartość funkcji dla danego argumentu, argumenty dla danej wartości funkcji, dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości dodatnie, dla jakich ujemne; - odczytuje miejsca zerowe funkcji; - określa monotoniczność funkcji; - odczytuje, zaznacza i sprawdza rachunkiem punkty należące do wykresu funkcji; - odczytuje i interpretuje informacje przedstawione za pomocą wykresów funkcji (w tym wykresów opisujących zjawiska występujące w przyrodzie, gospodarce, życiu codziennym). 	<p>Przygotowujemy ćwiczenia sprawdzające rozumienie pojęć dotyczących funkcji. Sprawdzamy, czy uczeń dobrze rozumie i rozróżnia polecenia: „Oblicz wartość funkcji dla danego argumentu”, czy „Dla jakiego argumentu wartość funkcji wynosi ...”.</p> <p>Pokazujemy dużo przykładów wykresów, na których uczniowie wskazują fragmenty ilustrujące, gdzie funkcja przyjmuje wartości dodatnie lub ujemne, czy takie, gdzie wykres ilustruje monotoniczność funkcji. Zwracamy uwagę na budowanie właściwego rozumienia pojęć, żeby uczniowie właściwie interpretowali określenia typu: „funkcja rośnie, gdy ...” ; „ funkcja przyjmuje wartości dodatnie (nieujemne) dla ...”.</p> <p>Uważamy, żeby uczniowie nie mylili pojęć, np.: wartości ujemne i funkcja malejąca. Wykorzystując zasoby internetowe pokazujemy uczniom ogrom sytuacji, w których wykres funkcji jest niezastąpiony. Analizujemy z uczniami te wykresy, odczytując i interpretując przedstawione informacje.</p>

10.	Zależności funkcyjne między wielkościami wprost i odwrotnie proporcjonalnymi	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - opisuje zależności między wielkościami x i y w proporcjonalności prostej i odwrotnej oraz interpretuje je za pomocą wykresu; - rozwiązuje zadania tekstowe (w kontekście praktycznym) z zastosowaniem zależności wprost i odwrotnie proporcjonalnej. 	<p>Z pojęciem proporcjonalności prostej zapoznujemy uczniów przygotowując odpowiednie przykłady np. zależność kosztu towaru od jego ilości, obwodu kwadratu od długości boków. W szczególności zwracamy uwagę na to, jak zmienia się druga wielkość, gdy pierwszą zwiększymy np. dwukrotnie lub zmniejszymy trzykrotnie.</p> <p>Proporcjonalność odwrotną omawiamy na przykładach, zwracając uwagę na analogie i różnice między proporcjonalnością prostą i odwrotną. Proponujemy wiele ćwiczeń praktycznych, np. „Cztery dziewczynki zrobiły ośmiometrowy łańcuch na choinkę w ciągu godziny. Ile czasu zajęłoby zrobienie dziesięciometrowego łańcucha sześciu dziewczynkom, gdyby wszystkie pracowały z taką samą wydajnością?”</p>
Figury na płaszczyźnie			
11.	Trójkąty i czworokąty	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza pola i obwody trójkątów i czworokątów z wykorzystaniem ich własności oraz twierdzenia Pitagorasa; - zamienia jednostki pola. 	<p>Utrwalamy wiadomości z lat poprzednich. Przypominamy warunek istnienia trójkąta i wykorzystujemy go do badania wielokątów. Powtarzając wiadomości o figurach płaskich, największą uwagę poświęcamy trójkątom. Pokazujemy uczniom, że każdą figurę można podzielić na trójkąty - wobec tego własności trójkątów można wykorzystać przy omawianiu innych wielokątów. Własności</p>

			<p>czworokątów odkrywamy analizując różne przykłady. Proponujemy uczniom budowanie różnych czworokątów na podstawie ich własności. Doprowadzamy do sporządzenia tabeli czworokątów, podzielonych na grupy ze względu na własności. Wykorzystujemy poznane własności figur do rozwiązywania zadań w kontekście praktycznym. Pokazujemy uczniom zastosowanie matematyki w życiu.</p>
12.	Koła i okręgi	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza długość okręgu i łuku okręgu; zamienia jednostki długości; - oblicza pole koła, pierścienia, wycinka kołowego; - określa wzajemne położenie dwóch okręgów 	<p>Przypominamy wszystkie wiadomości dotyczące kół i okręgów. Polecamy wykonać wiele rysunków ilustrujących różne sytuacje pozwalające na wykorzystanie przypomnianych zależności. Wykorzystujemy kartkę papieru, cyrkiel i nożyczki, aby pokazać uczniom: wycinek koła i pierścień. Można, przy okazji, wspomnieć o odcinku koła – może jakiś uczeń „zechce” opracować metodę obliczania pola odcinka? Obliczając obwód i pole koła, stosujemy zapis symboliczny liczby π (np. pole koła o promieniu 2 jest równe 4π) oraz wartość przybliżoną (np. pole koła o promieniu 3 jest równe 28,26). Wzajemne położenie dwóch okręgów można przeanalizować, pokazując film o zaćmieniu Słońca. Staramy się, aby uczniowie sami odkryli związek między</p>

			odległością środków okręgów a długością ich promieni.
13.	Wielokąty i okręgi	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozwiązuje zadania tekstowe dotyczące okręgów wpisanych i opisanych na wielokątach foremnych. 	<p>Pokazujemy różne, karkołomne, figury utworzone z połączenia wielokątów z kołami. Obliczamy obwody i pola tych figur. Ogłaszamy konkurs na stworzenie najciekawszej „kombinowanej” figury i na obmyślenie sposobu, jak najprościej obliczyć jej obwód i pole. Przypominamy zasady wpisywania okręgu w trójkąt i opisywania okręgu na trójkącie. Omawiając z uczniami różne przykłady, doprowadzamy ich do uogólnień i do „wymyślenia sposobu wpisania okręgu w czworokąt lub opisanie okręgu na czworokącie. Powinni dojść do wniosku, że na każdym trójkącie można opisać okrąg ale nie na każdym czworokącie. Podobnie z okręgiem wpisanym w figurę: w każdy trójkąt można wpisać okrąg, ale już tylko w niektóre czworokąty można wpisać okrąg. Pokazujemy przykłady wielokątów foremnych, które są opisane na okręgu lub wpisane w okrąg. Dochodzimy z uczniami do konkluzji, że na wielokątach foremnych zawsze można opisać okrąg i zawsze można wpisać okrąg.</p>
14.	Symetrie	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje pary figur symetrycznych względem prostej i względem punktu, rysuje pary figur 	<p>Przygotowujemy zadania przypominające wiadomości o figurach symetrycznych względem prostej i względem punktu.</p>

		<p>symetrycznych;</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje figury, które mają oś symetrii i figury, które mają środek symetrii. Wskazuje oś symetrii i środek symetrii figury. 	<p>Polecamy odszukać przykłady figur symetrycznych w przyrodzie i sztuce. Szczególną uwagę zwracamy na figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne. Wykorzystujemy umiejętność kreślenia figur symetrycznych do tworzenia ornamentów. Ćwiczymy szukanie punktów symetrycznych w układzie współrzędnych. Obliczamy współrzędne punktów symetrycznych względem osi układu lub względem początku układu. W zagadnieniach związanych z wyznaczaniem współrzędnych punktu i jego obrazu wykorzystujemy umiejętność rozwiązywania równań. Pozwoli to, oprócz utrwalenia, na wskazanie ich zastosowań w innych działach matematyki.</p>
15.	Figury podobne	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza wymiary wielokąta powiększonego lub pomniejszonego w danej skali; - oblicza stosunek pól wielokątów podobnych; - rozpoznaje wielokąty przystające i podobne; - stosuje cechy przystawiania trójkątów; - korzysta z własności trójkątów prostokątnych podobnych; 	<p>Przypominamy pojęcia: „figury podobne” i „figury przystające”. Szukamy przykładów w otaczającym świecie. Rozwiązujemy zadania, w których stosujemy cechy przystawiania trójkątów. Rozwiązujemy zadania konstrukcyjne i na dowodzenie. Dążymy do tego, aby uczniowie potrafili w twierdzeniu wskazać założenie i tezę. Wykorzystujemy skalę podobieństwa do obliczania wymiarów i pól figur podobnych. Pokazujemy przydatność obliczania wymiarów i pól figur podobnych</p>

			w sytuacjach praktycznych. Rozpoznawanie figur podobnych ćwiczymy na prostokątach i trójkątach prostokątnych. Pokazujemy, że nie każde dwa prostokąty są podobne. Przygotowujemy proste zadania na dowodzenie.
Bryły			
16.	Graniastosłupy i ostrosłupy	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje, opisuje własności graniastosłupów i ostrosłupów, oblicza ich pola powierzchni i objętości (zamienia jednostki pola i objętości); - rozwiązuje zadania dotyczące tych brył osadzone w kontekście praktycznym. 	<p>Pokazujemy modele różnych brył. Ważne, aby pokazywane modele były różnorodne: z drutu - pokazujące krawędzie, z pełnymi ścianami - pokazujące ściany, z patyków połączonych plasteliną - pokazujące wierzchołki. Dążymy do wykształcenia sprawności w zakresie dostrzegania równoległości i prostopadłości prostej i płaszczyzny oraz dwóch płaszczyzn. Można wspomnieć o prostych skośnych. Pokazujemy różne bryły, uczniowie opisują je, wyróżniają podstawę (podstawy), ściany boczne, krawędzie, wierzchołki. Wskazujemy dwie szczególne grupy brył: graniastosłupy i ostrosłupy. Ograniczamy się do brył prostych, ale pokazujemy również inne. Dążymy do tego, aby uczniowie potrafili rozpoznać i nazwać graniastosłup lub ostrosłup. Ćwiczymy rysowanie brył. Zwracamy uwagę na „zniekształcenia” przy rysowaniu figur przestrzennych na płaszczyźnie. Przygotowujemy różne</p>

			<p>ćwiczenia przypominające obliczanie pola powierzchni i objętość brył. Ćwiczymy obliczanie powierzchni: ściany, bocznej, podstawy, całkowitej itp. Wykorzystujemy przykłady „z życia”. Pokazujemy przydatność matematyki w sytuacjach praktycznych. Stosujemy jednostki z układu SI, jak i stosowanych w praktyce (np. a, ha, l). Wykonujemy ćwiczenia polegające na zamianie jednostek.</p>
17.	Bryły obrotowe	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyjaśnia powstawanie brył obrotowych, opisuje ich własności; - rysuje modele brył obrotowych, zaznacza ich przekroje, rysuje siatki walca i stożka; - oblicza pola powierzchni i objętości brył obrotowych (zamienia jednostki pola i objętości); - rozwiązuje zadania dotyczące tych brył osadzone w kontekście praktycznym. 	<p>Przygotowujemy pokaz „tworzenia” brył obrotowych, wykorzystujemy przyrząd do demonstracji powstawania brył obrotowych. Pokazujemy uczniom „tworzącą”, podstawę i promień podstawy, wysokość dla walca i stożka oraz promień kuli. Ćwiczymy rysowanie brył obrotowych na płaszczyźnie, zwracamy uwagę na ważne elementy. Trenujemy rysowanie siatek brył obrotowych, szczególnie stożka, którego powierzchnia boczna jest wycinkiem koła. Proponujemy, z wycinka koła stworzyć „czapkę czarodzieja” lub „kapelusze Chińczyka”. Korzystając z analogii do graniastosłupa i ostrosłupa oraz ze znajomości siatki brył obrotowych, uczniowie „wymyślają” wzory na pole i objętość walca i stożka. Wykorzystujemy jednostki objętości (również</p>

			<p>stosowane w praktyce). Wykonujemy ćwiczenia polegające na zamianie jednego rodzaju jednostki na inny. Obliczanie pól powierzchni i objętości wymaga stosowania wszystkich nabytych przez ucznia umiejętności. Szczególną uwagę zwracamy na umiejętność przedstawienia właściwego fragmentu bryły w postaci dogodnej do rozwiązania zadania. Dążymy do racjonalnego stosowania zapisu symbolicznego (np.: Objętość walca o promieniu 2i wysokości 5 wynosi 20π). W przypadkach koniecznych (przykłady „z życia”) stosujemy odpowiednie przybliżenia (np.; Czy w pojemniku w kształcie walca o wysokości 15 cm i promieniu podstawy równym 5cm zmieści się 1 litr soku? Odp. Pojemność tego pojemnika wynosi w przybliżeniu $1178,09 \text{ cm}^3$, tj więcej niż litr. Wykorzystujemy zasoby internetowe do pokazania zastosowania poznanych wiadomości w praktyce.</p>
Matematyka w zastosowaniach			
18.	Czytanie informacji, diagramów, map	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyszukuje, selekcjonuje i porządkuje informacje z dostępnych źródeł; - odpowiada na pytania do podanego tekstu lub sam zadaje pytania do podanego tekstu; - odczytuje i interpretuje dane przedstawione za 	<p>Podsumowanie i ostateczne powtórzenie materiału. Odwołujemy się do przykładów zastosowania matematyki w sytuacjach praktycznych. Korzystamy z informacji prasowych i z zasobów internetowych. Wybieramy przykłady problemów, w których</p>

		<p>pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów (w tym wykresów opisujących zjawiska występujące w przyrodzie, gospodarce, życiu codziennym) oraz przedstawia dane statystyczne w powyższy sposób;</p>	<p>pojawiają się dane liczbowe. Analizujemy z uczniami te dane i wybieramy umiejętności matematyczne, przydatne do zinterpretowania przedstawionych sytuacji. Przygotowujemy zawody: uczniowie, podzieleni na grupy, wyszukują dla innych grup problemy, w których można zastosować poznane metody liczenia lub analizy danych. Każda grupa wybiera jedno zagadnienie i przygotowuje prezentację, omawiającą problem i jego interpretację matematyczną. Pozostali oceniają prezentację, zwracając uwagę na wykorzystanie matematyki, jasność przekazu, itp. Wykorzystujemy rocznik statystyczny do interpretowania różnych danych ekonomicznych i gospodarczych oraz do przygotowywania prezentacji danych i ich oceny przy pomocy prostych metod statystycznych (średnia, mediana).</p>
19.	Lokaty i kredyty bankowe, VAT i inne podatki	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozwiązuje zadania dotyczące oprocentowania lokat, kredytów, korzystnych zakupów na raty, obliczania podatku VAT, wypełniania zeznań podatkowych. 	<p>Prosimy uczniów, aby przynieśli ulotki z różnych instytucji finansowych - banki, sklepy sprzedające towary na raty, instytucje proponujące „szybkie pożyczki” itd. Omawiamy na jakich zasadach różne instytucje udzielają kredytu lub przyjmują lokatę. Obliczamy z uczniami rzeczywisty koszt pożyczki, zwłaszcza przy ofertach typu „Pożyczka na „0” procent.” Omawiamy</p>

			<p>podatek VAT. Polecamy uczniom dowiedzenie się, w jakich sektorach gospodarki dolicza się podatek VAT i w jakiej wysokości.</p> <p>Proponujemy ćwiczenie: „Jak zmieni się cena towaru, gdy podatek VAT wzrośnie lub zmaleje”. Omawiamy z uczniami inne rodzaje podatków (jawnych i ukrytych).</p> <p>Przygotowujemy zadania pozwalające obliczyć podatek od dochodu (wprowadzenie do wypełniania zeznań podatkowych).</p>
20.	Matematyka w chemii, fizyce, geografii	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - przekształca wzory, czyta mapy, rozwiązuje zadania dotyczące np. stężeń procentowych, gęstości, drogi, prędkości, czasu, skali, stref czasowych. 	<p>Ćwiczymy przekształcanie wzorów, staramy się urozmaicić tę niezwykle ważną, ale nudną umiejętność. Sporo czasu warto poświęcić działaniom potrzebnym na chemii, biologii, fizyce czy geografii. Ćwiczymy przekształcanie wzorów, obliczenia stężeń, prędkości, drogi, czasu, zamiany stref czasowych, skali, itp. Wykorzystując zasadę, że matematyka jest „aktorem drugiego planu” pokazujemy ile jest matematyki w: Internecie, GPS-ie, badaniach genetycznych, archeologii, efektach specjalnych, grafice komputerowej, badaniach Kosmosu, telefonii cyfrowej, budownictwie, nawigacji samolotowej, przewidywaniu pogody, na giełdzie czy po prostu w domu.</p>
21.	Matematyka w życiu codziennym	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - planuje budżet domowy, szacuje koszt zakupów, 	<p>Przygotowujemy zadania, pozwalające w różnych sytuacjach wybrać wariant</p>

		<p>przelicza marże, rabaty, korzyści z promocji;</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza koszt remontu; - wypełnia blankiety pocztowe; - bawi się matematyką; - 	<p>optymalny. Np. Remontuję i urządzam mieszkanie, mam do dyspozycji określony budżet, jak zaplanować wydatki, żeby zrobić wszystko, o czym marzę. Planuję wakacje, jakie środki muszę zgromadzić, żeby móc sobie pozwolić na to, czego pragnę? Gdzie mogę się wybrać? Na co mnie stać? Mam do zainwestowania pewną sumę, co muszę wiedzieć, żeby zainwestować mądrze?.</p> <p>Przy okazji rozważania poważnych problemów, warto wykorzystać szeroką ofertę zabaw, gier, zagadek matematycznych.</p> <p>Uczniowie bardzo lubią zmagać się z łami-główkami. Rozwiązując różne łamigłówki uczą się strategii, podejmowania decyzji; nie zrażają się porażką - po prostu, zaczynają jeszcze raz, od innej strony, do skutku. Warto pokazać uczniom, że zmagania z zagadką niczym się nie różnią od rozwiązywania zadań. Może warto zadać sobie pytanie, dlaczego uczniowie tak chętnie rozwiązują zagadki, Sudoku, krzyżówki a tak niechętnie sięgają po zadania tekstowe? Może problem tkwi w tym, że zagadki są ciekawe a zadania niekoniecznie. Warto więc pomyśleć przed każdą lekcją: „Co zrobić, żeby dzisiejsza lekcja była ciekawa?”</p>
--	--	--	---

7. MATEMATYCZNA SYLWETKA ABSOLWENTA GIMNAZJUM

Uczeń kończący klasę III gimnazjum

- sprawnie wykonuje działania w zbiorze liczb wymiernych, pamiętając o kolejności działań, szacuje i przybliża wartości;
- posługuje się potęgami i pierwiastkami oraz notacją wykładniczą;
- stosuje system rzymski w zakresie do 3000;
- stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania zadań w kontekście praktycznym;
- opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między wielkościami, dodaje i mnoży sumy algebraiczne, bez stosowania wzorów skróconego mnożenia, oblicza ich wartości oraz przekształca wzory w tym fizyczne i chemiczne;
- za pomocą równań i układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym;
- odczytuje z wykresu podstawowe własności funkcji oraz interpretuje informacje przedstawione za pomocą wykresów funkcji, w tym wykresów opisujących zjawiska występujące w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym;
- ustala strategię rozwiązania zadania, interpretuje i przetwarza informacje tekstowe, liczbowe, graficzne, opisuje sytuację przedstawioną w zadaniu za pomocą wyrażeń arytmetycznych, algebraicznych, równań, schematów, diagramów, dostrzega i wykorzystuje prawidłowości, wyciąga wnioski;
- analizuje proste doświadczenia losowe i określa prawdopodobieństwo najprostszych zdarzeń, wyznacza średnią arytmetyczną oraz medianę zestawu danych;
- rozpoznaje, nazywa, wymienia, stosuje własności, wskazuje podobieństwa i różnice, porządkuje oraz oblicza pola i obwody podstawowych figury płaskich, w tym pierścienia i wycinka kołowego;
- stosuje twierdzenie Pitagorasa, cechy przystawania i podobieństwa figur, konstruuje okręgi wpisane i opisane na trójkącie, rozpoznaje figury środkowo i osiowo symetryczne;
- oblicza pola i objętości graniastosłupów, ostrosłupów i brył obrotowych zamieniając jednostki pola i objętości;
- prawidłowo formułuje i zapisuje odpowiedzi do zadań, analizuje otrzymane wyniki, ocenia ich sensowność i sprawdza z warunkami zadania, argumentuje poprawność rozumowania;
- interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników,
 - używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych,
 - interpretuje pojęcia matematyczne,
 - operuje obiektami matematycznymi,
 - dobiera lub tworzy model matematyczny do podanej sytuacji,
 - dobiera sytuację do opisu w języku matematycznym,
 - rozwiązuje zadanie, stosując wskazaną strategię,
 - rozwiązuje zadanie, tworząc własną strategię rozwiązania,
 - prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

8. PROPOZYCJE METOD OCENIANIA

Ocena i ocenianie towarzyszy ludziom od najwcześniejszych lat we wszystkich niemal dziedzinach życia. *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 30 kwietnia 2007 r. w sprawie warunków i sposobu oceniania, klasyfikowania i promowania uczniów i słuchaczy oraz przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów w szkołach publicznych* (Dz. U. Nr 83, poz. 562, z późniejszymi zmianami) określa obszary, funkcje i obowiązki nauczyciela odnośnie oceny szkolnej.

Ponadto ocenianie osiągnięć edukacyjnych i zachowania ucznia odbywa się w ramach WSO i PSO.

Planując proces nauczania powinniśmy uwzględnić podstawowe funkcje oceny szkolnej, tj. funkcję:

- klasyfikującą,
- diagnozującą,
- wychowawczą,

Ocena spełnia zasadnicze funkcje wtedy, gdy dokonywana jest zgodnie z jej podstawowymi cechami, co oznacza, że ocena musi być obiektywna, trafna, rzetelna, jawna i mobilizująca.

Obiektywność - to podstawowa cecha oceny. Według definicji z Encyklopedii Pedagogicznej: *obiektywną jest taka ocena, która została wydana nie według mniemania egzaminatora, a na podstawie z góry ustalonych kryteriów* [W. Pomykało, 1993]. Osiągnięcie pełnego obiektywizmu jest niezmiernie trudne, można jednak do niego się zbliżyć. Oceną obiektywną jest ocena wyrażająca rzeczywisty poziom wiadomości uczniów w takim przybliżeniu, które nie wyrządzą szkody samemu uczniowi.

Niewiele pisze się na temat sprawiedliwości wystawiania ocen, a jeżeli na ten fakt zwrócono uwagę, to często spierano się, czy ocena obiektywna oznacza to samo co sprawiedliwa. Wymaganie aby ocena była **sprawiedliwa** jest najbardziej trudne do spełnienia ze wszystkich możliwych wymagań w stosunku do ucznia. Miedzy tymi cechami jest zasadnicza różnica, ponieważ obiektywna ocena zostanie wystawiona na podstawie z góry ustalonych kryteriów, jednakowa dla wszystkich uczniów, a sprawiedliwa ocena zostanie wystawiona tylko wtedy, jeżeli nauczyciel uwzględni indywidualne cechy rozwojowe każdego ucznia.

Trafność - cecha oceny, która wiąże się z obiektywnością. Ocena jest wtedy trafna, gdy wyraża odpowiedni zakres osiągnięć ucznia, kiedy odzwierciedla rzeczywistość to, co

zamierzaliśmy stwierdzić. Przykładem narzędzia, którego najważniejszą właściwością jest trafność może być test dydaktyczny. Ocena o dużym stopniu trafności wyróżnia się zdolnością różnicowania poszczególnych uczniów w zależności od reprezentowanego przez nich poziomu wiedzy i umiejętności, pozwala wyodrębnić w danej klasie uczniów lepiej i gorzej przygotowanych.

Rzetelność - ocena jest rzetelna, gdy przy sprawdzaniu osiągnięć ucznia z tego samego zakresu materiału, otrzymujemy ten sam lub zbliżony wynik – stopień. Rzetelność oceny jest tym większa, im wynik jest bardziej uzależniony od poziomu wiedzy uczniów, a mniej od pewnych niekontrolowanych czynników, takich jak usposobienie nauczyciela, jego samopoczucie w danym dniu, uprzedzenia lub sympatie do niektórych uczniów, zmęczenie uczniów czy niezrozumienie pytania. Stopień rzetelności oceny można ustalić w trakcie kontroli tematycznych, okazją do tego są również zajęcia kontrolne i powtórzeniowe.

Jawność - jest w ocenie szkolnej warunkiem koniecznym. Każdy oceniany musi znać wynik swojej pracy, dlatego nauczyciel powinien przekazywać tę informację możliwie jak najszybciej. Ważnym elementem jest również to, aby nauczyciel uzasadnił swoją ocenę i wskazał uczniowi kierunek dalszej pracy. Znając oceny i zalecenia uczeń może usprawnić swoją pracę. Nie znając, rzadko tego dokona.

Mobilizacja ucznia do pracy - warunek ten jest spełniony, gdy nauczyciel potrafi ukazać zarówno pozytywne jak i negatywne strony wyników pracy ucznia. Bezstronna, rzeczowa analiza odpowiedzi dopinguje go do dalszej pracy nad sobą, podsyca wiarę we własne siły i zachęca do uzyskiwania coraz lepszych wyników w nauce.

Cele nowoczesnego oceniania:

- diagnozowanie osiągnięć dydaktycznych ucznia, dostarczanie informacji zwrotnej głównym podmiotom,
- obserwowanie rozwoju ucznia, rozpoznawanie uzdolnień, zainteresowań, predyspozycji, gromadzenie informacji,
- wspieranie rozwoju, rozbudzanie motywacji uczenia się,
- uczenie systematyczności, organizowanie uczenia się,
- kształtowanie obrazu samego siebie,
- uświadamianie oceny jako elementu rzeczywistości,
- uczenie umiejętności oceny, korzystania z niej, wdrażanie do samooceny,
- sprawdzanie wiadomości i umiejętności,
- przygotowanie do zdrowej rywalizacji,
- wdrażanie do przestrzegania norm, zasad funkcjonujących w różnych organizacjach,
- psychiczne wzmacnianie ucznia (wskazywanie „mocnych” stron),

- niwelowanie stresu, lęku, agresywnych zachowań.

Na lekcjach matematyki ocenie podlegają:

wypowiedzi pisemne:

- praca klasowa,
- test-praca pisemna zawierająca zadania zamknięte lub zadania zamknięte i otwarte,
- sprawdzian,
- kartkówka,
- prace domowe ucznia-podlegają sprawdzeniu, ale nie zawsze ocenie,
- zeszyt przedmiotowy-wg uznania nauczyciela.

wypowiedzi ustne:

- odpowiedzi z ostatnich 3 lekcji,
- aktywność na lekcji,
- rozwiązywanie trudniejszych zadań przy tablicy podczas lekcji,
- Przy ocenianiu, nauczyciel uwzględnia możliwości intelektualne ucznia oraz wysiłek wkładany w opanowanie wiadomości i umiejętności.

Ustąpiowanie (hierarchia) wymagań wyraża się w tym, że treść każdej warstwy niższej stanowi część każdej warstwy wyższej. Przy sześciostopniowej skali ocen model taki obejmuje następujące warstwy treści kształcenia:

- 1) treść konieczna K -ocena dopuszczająca
- 2) treść podstawowa P - dodatkowo wymagana na ocenę dostateczną (K+P),
- 3) treść rozszerzająca R - dodatkowo wymagana na ocenę dobrą (K+P+R),
- 4) treść dopełniająca D - dodatkowo wymagana na ocenę bardzo dobrą (K+P+R+D),
- 5) treść wyróżniająca W - dodatkowo wymagana na ocenę celującą (K+P+R+D+W).

9. PROCEDURY OSIĄGANIA CELÓW

Tradycyjne cele kształcenia matematyki mogą być sprowadzone do trzech układów:

- celów poznawczych, a więc celów dotyczących wiadomości, jakie uczniowie w wyniku realizacji programu powinni zapamiętać i zrozumieć,
- celów kształcących, które wyznaczają wymagania dotyczące umiejętności intelektualnych, teoretycznych i praktycznych,
- celów wychowawczych określających system wartości i wynikające z niego pożądane postawy społeczne.

Ta część programu zawiera wskazówki, jak skutecznie i w atrakcyjny sposób uczyć gimnazjalistów matematyki wg programu *Twórcza szkoła dla twórczego ucznia*. Założeniem programu jest nie tylko wyposażenie uczniów w teoretyczną wiedzę matematyczną, ale przede wszystkim przygotowanie ich do praktycznego wykorzystania poznanej wiedzy w życiu codziennym. Wybierając sposoby osiągnięcia celów, trzeba uwzględniać możliwości i zainteresowania uczniów. Omawiając treści matematyczne, starajmy się posługiwać przykładami z życia codziennego. Dzięki dobraniu odpowiednio interesujących przykładów można rozbudzić ciekawość uczniów i zachęcić ich do poszukiwania własnych, twórczych rozwiązań. Należy pamiętać o tym, że nauka jest najskuteczniejsza, gdy angażujemy jednocześnie różne zmysły oraz, że *To, co byliście zmuszeni odkryć sami, pozostawia w waszym umyśle ścieżkę, z której możecie skorzystać na nowo, gdy zajdzie taka potrzeba.* (G. C. Lichtenberg). W osiągnięciu, założonych, celów programu przydatna będzie podstawowa wiedza o uczeniu się przez doświadczenie, dobra organizacja zajęć, wykorzystanie różnorodnych form prezentacji treści programowych, stwarzanie w klasie warunków sprzyjających *odkrywaniu* i uczeniu się, znajomość aktywizujących metod nauczania i umiejętność ich zastosowania.

1. Uczymy przez doświadczenie: uczniowie odwołują się do swoich doświadczeń, nabytych podczas zajęć i tych wcześniejszych; oceniają własne doświadczenia i uczą się podejmowania decyzji o wyborze sposobu rozwiązania zadania/problemu; analizują sposoby dochodzenia do rozwiązania; są otwarci na *nowe* i potrafią być krytyczni wobec różnych pomysłów - uczą się wybierać rozwiązanie optymalne.
2. Kształcimy umiejętności budowania modeli matematycznych w różnych sytuacjach z *życia*; wyszukujemy z uczniami w mediach, Internecie, informacji związanych z tematem lekcji; wybieramy zadania ilustrujące zastosowanie matematyki w innych dyscyplinach nauki - *matematyka, jako aktor drugiego planu*: bez matematyki nie istniałaby genetyka, archeologia, astronautyka, itp.
3. Kształcimy i doskonalimy umiejętność wykorzystania narzędzi i technik matematycznych poprzez angażowanie uczniów do wymyślania *swoich* przykładów; dobieranie odpowiednich do możliwości uczniów zadań i ćwiczeń lekcyjnych

i domowych; tworzenie zadań, które można rozwiązać różnymi sposobami w celu poszukiwania najprostszej/ najelegantszej metody; zwracanie uwagi na staranny i czytelny sposób zapisywania zadań i rozwiązań; wykorzystywanie kalkulatora i komputera.

4. Kształcimy proste rozumowanie dedukcyjne poprzez uzasadnianie rozwiązań; powoływanie się na odpowiednie definicje lub twierdzenia, zachęcanie uczniów do podawania przykładów i kontrprzykładów zastosowania nowo poznanych pojęć i uzasadnianiu wniosków; rozwiązywanie zadań *przez analogię*; prace tekstem matematycznym; osvajanie uczniów ze sformułowaniami: *wykaż, uzasadnij, sprawdź, udowodnij*.
5. Kształcimy umiejętność zdobywania i krytycznego analizowania informacji, formułowania hipotez oraz ich weryfikacji poprzez utrwalanie pojęć już znanych; analizę kontrprzykładów; rozwiązywanie zadań *pułapek*; rozpatrywanie przypadków szczególnych i skrajnych; indukcyjnego przechodzenia od przypadków szczególnych, przez prawidłowość, do uogólnienia.
6. Kształcimy wyobraźnię geometryczną poprzez wykorzystanie wyobraźni uczniów traktując rysunek jako element pomocniczy (rysunek może być odręczny, ale powinien być estetyczny i powinien pozwolić zrozumieć problem); wykorzystanie modeli, puzzli i filmów edukacyjnych; tworzenie figur metodą origami; wykorzystanie przykładów ze świata przyrody, architektury i sztuki; tworzenie różnych figur i rozpoznawanie ich własności bez zbędnego formalizmu (*bawiąc się figurami, budujemy intuicję geometryczną*).

Organizując zajęcia korzystamy z pomocy naukowych zgromadzonych w szkole, ale i z serwisów internetowych dla uczniów i nauczycieli. **Nauczyciel nie jest biernym odtwórcą programu, lecz raczej jego współautorem-każdy uczeń wymaga indywidualnego traktowania i tylko nauczyciel wie, jak pracować z określonym uczniem.** Program zakłada, że nauczyciel przestaje być wyłącznie *dawcą informacji* i *kontrolerem wiedzy uczniów*, a staje się organizatorem doświadczeń uczniów w warunkach otwartej wymiany poglądów, mentorem i przewodnikiem, prowadzącym ucznia po zawiłych ścieżkach *odkrywania* matematycznego świata. Nauczyciel powinien wspierać i doceniać propozycje zgłaszane przez uczniów, nawet (a może zwłaszcza) wówczas, gdy pomysły prowadzą na manowce - bardzo ważne jest, aby nauczyciel pokazał uczniom, że *błądzenie* jest również doskonałym sposobem uczenia się (w myśl zasady: *Uczymy się matematyki wówczas, gdy próbujemy na różne sposoby rozwiązać jakieś „oporne” zadanie. Jeśli umiemy od razu rozwiązać jakieś zadanie, często nie uczymy się niczego nowego - trenujemy tylko znane umiejętności!?*). Zadania, które z własnej inicjatywy uczniowie biorą na siebie, są szczególnie wartościowe z punktu widzenia celów wychowawczych, kształcących i poznawczych.

Aktywizujące metody nauczania angażują uczniów emocjonalnie, budzą ich zainteresowanie oraz motywację, uczą samodzielnego myślenia oraz działania:

- praca w grupach;
- dyskusje i debaty;
- symulacje, gry symulacyjne;
- quizy, zagadki;
- nauka pisania „uzasadnień”;
- praca w terenie (wycieczki, wizyty w instytucjach);
- przygotowywanie modeli;
- teczki (portfolio), wystawy;
- rozwiązywanie problemów;
- gry sytuacyjne;
- burza mózgów;
- analiza argumentów *za i przeciw*;
- gry i zabawy edukacyjne;
- studium przypadku;
- metody audiowizualne;
- projekty indywidualne i grupowe;

Przytoczone w programie metody i techniki pracy o charakterze otwartym ułatwiają indywidualizację nauczania zarówno podczas lekcji, jak i poza szkołą; uczniowie mogą realizować powierzone zadania we własnym tempie oraz nadać im własny kształt, zgodnie ze swoimi predyspozycjami i możliwościami.

Bardzo ważnym aspektem pracy z uczniami jest umiejętność budowania i wzmacniania motywacji uczniów. Osiąganiu celów programu *Twórcza szkoła dla twórczego ucznia* sprzyja stworzenie przez nauczyciela takich warunków w klasie, które wzmacniają poczucie własnej wartości uczniów, zwiększają ich zaangażowanie i samodzielność, zachęcają do współdziałania w grupie.

Metody motywujące uczniów do nauki

Nauczanie		
1	Jak mobilizować uczniów?	<ul style="list-style-type: none"> - szybkie tempo; - nauczanie warstwami (spiralny układ materiału); - różnorodność kontrolowana;
2	Jak zaangażować uczniów?	<ul style="list-style-type: none"> - runda bez przymusu; - jedno zadanie - wszyscy rozwiązują; - zadania podsumowujące; - głosowanie, zapytaj kolegę, wymiana w parach; - uważne słuchanie wykładu; wysłuchaj i zapisz; - ożywienie dyskusji, głośne myślenie;
Motywowanie		
3	Jak zwiększać poczucie pewności siebie?	<ul style="list-style-type: none"> - sentencje wzmacniające wiarę uczniów w siebie; - amortyzowanie - upewnianie, że każdy ma prawo do błędu;
4	Jak zachęcać bez nagród?	<ul style="list-style-type: none"> - komunikaty: <i>doceniam to, jestem z tobą</i>; - pochwały i nagrody dla wszystkich; prawdziwy zachwyt;

		- budowanie ducha klasy;
5	Jak podnosić poprzeczkę?	- nauka jako wyzwanie; wysokie oczekiwania; - mobilizowanie ducha klasy;
Organizacja pracy		
6	Jak rozpoczynać lekcję?	- zadanie na dobry początek; co dzisiaj robimy? - intrygujące pytania;
7	Jak kończyć lekcję?	- „dobrze, że..., ale następnym razem...”; - karty dla uczniów: „co myślę/ co czuję”;
8	Jak uczyć współpracy?	- czytanie w parach; - zadania w grupach, zamiana grup, prezentacje grupowe; - najlepsze rozwiązanie - debata klasowa; - zadania długoterminowe – projekt;
9	Jak najlepiej wykorzystać czas?	- kolejność „mówców”; - zasada „słuchajcie uważnie, powiem to tylko raz”; - klasowi „korepetytorzy”; - przećwiczmy to jeszcze raz;
Zadania domowe, sprawdziany, oceny		
10	Jak zadawać prace domowe?	- praca domowa z możliwością wyboru; - sprawdzanie pracy domowej w grupach; - opowiedz, co zrobiłeś;
11	Jak sprawdzać wiadomości i oceniać?	- teczka - portfolio ucznia; - ważniejsza jest wiedza niż ocena; - karta z wynikami ucznia;
Uczenie rzeczy ważnych		
12	Jak powtarzać i utrwalać wiedzę?	- nauka w parach; - powtórka „moim zdaniem”; - twórcze sprawozdania i mapy myślowe;
13	Jak uczyć samodzielnego myślenia?	- uporządkuj, podziel na kategorie; czym się różnią, w czym są do siebie podobne; - streszczenia; - spróbuj przewidzieć; - jak można wytłumaczyć; - rozwiąż problem; - burza mózgów;
14	Jak wyjść poza fakty i szczegóły?	- co jest naprawdę ważne i jakie to ma dla nas znaczenie; - zadania praktyczne; - co wiem, czego jeszcze chcę się dowiedzieć; - zestawienie kluczowych pojęć; - <i>żółty i czarny kapelusz</i> , czyli dobre i złe strony rozwiązania.

Przytoczone formy pracy znajdziecie szczegółowo omówione w publikacji *Duch klasy. Jak motywować uczniów do nauki?* Merilla Harmina (W-wa 2008, Civitas)

Wykorzystanie powyższych pomysłów:

- pozwoli na zwiększenie tempa pracy z uczniami uzdolnionym, a także słabszymi;
- będzie sprzyjać odpowiedzialności i samodzielności;
- ograniczy niepożądane zachowania uczniów;
- zwiększy chęć do nauki i satysfakcję z własnej pracy;
- pomoże sprawnie prowadzić zajęcia.

Warto pamiętać:

- 1. Najlepszym środkiem do realizowania celów edukacyjnych na lekcjach matematyki jest rozwiązywanie problemów matematycznych i zadań. Ten znakomity trening umysłu doskonali i rozwija myślenie, uczy rozumowania oraz pobudza wyobraźnię. Ważną rolę odgrywa dyskusowanie na temat sposobu rozwiązywania zadania. Starajmy się zadbać o to, aby uczniowie mieli okazję rozwiązywać łamigłówki, zagadki i zadania logiczne.**
- 2. Pamiętajmy o tym, żeby nauczyć uczniów pracy z podręcznikiem i tekstem matematycznym.**
- 3. Uczniowie powinni też nauczyć się odróżniać treści ważne od mniej ważnych.**

Niemal w każdej klasie znajdują się **uczniowie ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi**, czyli tacy, u których niepowodzenia w nauce wynikają z zaburzeń rozwojowych (dysfunkcji). W krajach Unii Europejskiej szczególną uwagę zwraca się na wspólne kształcenie dzieci młodzieży niepełnosprawnych z pełnosprawnymi rówieśnikami w powszechnym systemie edukacji, z jednoczesnym wsparciem uwzględniającym ich specjalne potrzeby edukacyjne. Zmiany w polskiej oświacie związane z reformą systemu edukacji są zgodne ze standardami europejskimi i umożliwiają kształcenie uczniów niepełnosprawnych w klasach ogólnodostępnych.

Dostosowanie wymagań oparte jest o aktualne możliwości psychofizyczne dziecka, zachowujemy obowiązek realizacji podstawy programowej; dostosowanie polega na stosowaniu odpowiednich metod i form pracy z uczniem zależnie od rodzaju dysfunkcji.

Nauczyciel, wybierając metody nauczania, powinien stosować te, które angażują jak najwięcej zmysłów, a lekcje urozmaicać wieloma pomocami dydaktycznymi. Dyslektycy mają kłopoty z orientacją przestrzenną, mylą pojęcia długości, szerokości, wysokości, trudności sprawia im konstruowanie figur geometrycznych. Nauczyciel uwzględnia mogące się pojawić u tych uczniów problemy w nauce geometrii. Należy również pamiętać, że uczniowie ci mogą popełniać błędy przy przepisywaniu tekstu lub rozwiązanych zadań z tablicy.

W klasie szkolnej, nie tylko integracyjnej, nauczyciel może spotkać uczniów niedosłyszających, niedowidzących oraz z niepełnosprawnością ruchową. Każdy rodzaj niepełnosprawności wymaga innego dostosowania. W wypadku uczniów z uszkodzonym słuchem należy zwrócić szczególną uwagę na kształtowanie pojęć matematycznych i umiejętności operowania nimi. Dla uczniów niedowidzących nauczyciel dostosowuje

materiał graficzny i jego prezentację do ich możliwości wzrokowych. Uczeń niedowidzący ma zaburzoną orientację i wyobraźnię przestrzenną, a także brakuje mu trwałej pamięci wzrokowej. Rysunki dla ucznia niedowidzącego powinny być maksymalnie uproszczone, o grubej linii, wyraźnym kontraście i odpowiedniej wielkości. U uczniów z niepełnosprawnością ruchową mogą się pojawić problemy z wykonywaniem działań sposobem pisemnym oraz z rysowaniem, mierzeniem, posługiwaniem się przyrządami geometrycznymi. Wielu z nich może mieć trudności z zastosowaniem w praktyce wiedzy matematycznej, gdyż mają zbyt mało własnych doświadczeń np. z przeliczaniem pieniędzy, zamianą jednostek itp. Kolejną niepełnosprawność, jaką nauczyciel może spotkać w klasie to zespół nadpobudliwości psychoruchowej. Nauczyciel musi dopilnować, aby uczeń wykonał wskazane polecenie, gdyż w pracy z dziećmi nadpobudliwymi ważna jest konsekwencja w przestrzeganiu przyjętych zasad i reguł. Ucznia z zespołem Aspergera cechuje bardzo ograniczony zakres zainteresowań oraz uporczywe lub powtarzające się zachowania. Często wykazują obsesyjne zainteresowanie matematyką, czytaniem lub pewnymi aspektami nauki. Wskazane jest, aby nauczyciel nawiązał pozytywne relacje i pozyskał zaufanie ucznia, czyli przekazywał komunikaty w sposób maksymalnie jednoznaczny, upewniał się, że uczeń wie, czego dotyczą.

Wśród niepełnosprawnych uczniów dużą grupę stanowią dzieci z upośledzeniem umysłowym w stopniu lekkim. Myślenie uczniów z tą niepełnosprawnością ma charakter konkretno-obrazowy, dlatego podczas realizacji treści nauczania nauczyciel powinien stosować zasadę poglądowości, przedstawiać zagadnienia na konkretnych przykładach oraz wyznaczać i osiągać indywidualne cele zgodne z możliwościami ucznia.

Uczniem o specjalnych potrzebach edukacyjnych jest również uczeń zdolny. Dziecko zdolne szybko się nudzi, wykonując te same, rutynowe czynności, jakimi są szkolne zadania. Dlatego ważne jest poszerzanie i wzbogacanie programu szkolnego oraz indywidualizacja wymagań. Wspieraniu rozwoju dziecka zdolnego mogą służyć indywidualny program i tok nauki, zajęcia pozalekcyjne, w tym koła zainteresowań, konkursy, turnieje i olimpiady przedmiotowe. Indywidualizując pracę z uczniem zdolnym, nauczyciel wzbogaca materiał o nowe elementy w ten sposób, aby uczeń odczuwał satysfakcję z ponoszonego wysiłku umysłowego.

10. WARTOŚCI WYCHOWAWCZE PRZEKAZYWANE UCZNIOM POPRZEZ NAUCZANIE MATEMATYKI

Nauczyciele w pracy **wychowawczej**, wspierając w tym zakresie obowiązki rodziców, powinni dążyć do tego, aby uczniowie znajdowali w szkole środowisko wszechstronnego rozwoju osobowego (w wymiarze intelektualnym, psychicznym, społecznym, zdrowotnym, estetycznym, moralnym, duchowym),

Poprzez matematykę można realizować cele wychowawcze:

1. Nauka umiejętności uczenia się, odkrywania swoich zainteresowań i przygotowania do dalszej edukacji

Uczeń

- ma poczucie odpowiedzialności za jakość i wynik swojej pracy;
- ma świadomość życiowej użyteczności matematyki a także całej edukacji na danym etapie;
- staje się coraz bardziej samodzielny, potrafi zaplanować i organizować swoją naukę, racjonalnie gospodaruje czasem;
- dąży do rozwijania sprawności umysłowej oraz osobistych zainteresowań;
- uczy się poszukiwania, porządkowania i wykorzystywania informacji z różnych źródeł, umiejętnie wiąże fakty i wyszukuje analogie;
- przygotowuje się do pokonywania stresu w sytuacjach egzaminacyjnych.

2. Uczenie kultury osobistej, szacunku dla drugiego człowieka oraz właściwego zachowania w różnych sytuacjach

Uczeń

- dba o właściwy sposób wysławiania się, precyzyjnie wyraża swoje myśli, dyskutuje, argumentuje, w kulturalny sposób broni swego zdania, potrafi występować publicznie, potrafi słuchać innych, jednocześnie ma krytyczny stosunek do poglądów innych osób;
- jest spostrzegawczy;
- jest samokrytyczny, potrafi oceniać swoje postępy w nauce;
- kształtuje w sobie postawę dialogu, umiejętność słuchania innych i rozumienia ich poglądów; umie współdziałać i współtworzyć w szkole wspólnotę nauczycieli i uczniów;
- jest uczciwy, wytrwały, wierzy we własne siły w pokonaniu trudności.

3. Rozwijanie dociekliwości poznawczej, ukierunkowanej na poszukiwanie prawdy, dobra i piękna w świecie, przygotowywanie się do rozpoznawania wartości moralnych, dokonywania wyborów i hierarchizacji wartości oraz dążenie do doskonalenia się

Uczeń

- rozwiązuje problemy w sposób twórczy, wytrwale, cierpliwie, dokładnie i z zaangażowaniem;
- odróżnia dobro od zła, nie stosuje przemocy;
- dąży do osiągnięcia celów życiowych i wartości ważnych dla odnalezienia własnego miejsca w świecie;
- uczy się szacunku dla dobra wspólnego jako podstawy życia społecznego.



Program został opracowany w ramach projektu
„Twórcza szkoła dla twórczego ucznia”
i jest przeznaczony do realizacji
w Gimnazjum w Wilczynie.

Egzemplarz Bezpłatny

Projekt „Twórcza szkoła dla twórczego ucznia” współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki

Beneficjent projektu – Gmina Wilczyn



Projekt „Twórcza szkoła dla twórczego ucznia”

współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki
www.tworczaszkola.pl



KAPITAŁ LUDZKI
CZŁOWIEK - NAJLEPSZA INWESTYCJA!

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

