



Program nauczania



matematyka

szkoła podstawowa



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



PROGRAM NAUCZANIA MATEMATYKI

W SZKOLE PODSTAWOWEJ
dla drugiego etapu edukacyjnego (klasy 4 - 6)

Projekt „Twórcza szkoła dla twórczego ucznia” współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego
Kapitał Ludzki

Beneficjent projektu – Gmina Wilczyn

Spis treści

O autorach	4
1. Informacje wstępne o koncepcji autorskiej programu	6
2. Podstawowe założenia w konstruowaniu niniejszego programu	8
3. Sylwetka trzecioklasisty i jego kompetencji matematycznych.....	10
4. Ogólna struktura programu - ramowy plan nauczania.....	11
5. Cele i treści kształcenia matematycznego.....	12
5.1. Klasa IV	12
5.2. Klasa V.....	22
5.3. Klasa VI	32
6. Procedury osiągnięcia celów kształcenia oraz wartości wychowawcze przekazywane poprzez nauczanie matematyki	42
7. Wskazówki metodyczne dotyczące procedur oceniania w toku kształcenia matematycznego	54
8. Założony profil kompetencji matematycznych ucznia kończącego szkołę podstawową	60
9. Uwagi końcowe	61
10. Załączniki.....	62
Informacja o projekcie	76

Autorki

mgr Danuta Radzymińska - nauczyciel dyplomowany, z pierwszym stopniem specjalizacji zawodowej w zakresie matematyki. Ekspert w komisjach ds. awansu zawodowego nauczycieli, czynny egzaminator Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej z zakresu egzaminu maturalnego z matematyki, przedmiotów matematyczno-przyrodniczych w gimnazjum oraz sprawdzianu w szkole podstawowej. Doradca metodyczny Miejskiego Ośrodka Doskonalenia Nauczycieli w Koninie w latach 2003-2009. Obecnie pracuje w Gimnazjum. Przeprowadziła wiele kursów, szkoleń rad pedagogicznych, konferencji metodycznych z zakresu edukacji matematycznej, nowoczesnych metod nauczania, egzaminów zewnętrznych, planowania pracy dydaktycznej, integracji międzyprzedmiotowej, doskonalenia warsztatu pracy nauczyciela, metody projektów, oceniania, pracy z uczniem zdolnym. Za swoją pracę na rzecz oświaty otrzymała Medal Komisji Edukacji Narodowej oraz nagrodę Wielkopolskiego Kuratora Oświaty.

mgr Elżbieta Szymkowska - nauczyciel dyplomowany z drugim stopniem specjalizacji zawodowej w zakresie matematyki, egzaminator Centralnej Komisji Egzaminacyjnej w zakresie szkoły podstawowej, przedmiotów matematyczno-przyrodniczych w gimnazjum, oraz matury z matematyki, kwalifikacje edukatorskie, wieloletnie doświadczenia w pracy dydaktycznej i wychowawczej z dziećmi i młodzieżą różnych typów szkół, doświadczenia w pełnieniu funkcji doradcy metodycznego matematyki, oraz konsultanta ds. kształcenia nauczycieli i kierownika Pracowni Kształcenia Ustawicznego w Ośrodku Doskonalenia Nauczycieli w Koninie, a także na stanowisku eksperta MEN ds. awansu zawodowego nauczycieli. Zorganizowała i przeprowadziła wiele form doksztalania i doskonalenia zawodowego dla kadry kierowniczej szkół, nauczycieli i rad pedagogicznych, między innymi z zakresu wychowania w szkole, organizacji i zarządzania oświatą, mierzenia jakości pracy, planowania pracy dydaktycznej, oceniania, egzaminowania, pomiaru dydaktycznego, metod nauczania, integracji międzyprzedmiotowej, wewnątrzszkolnego doskonalenia nauczycieli, współpracy szkoły z rodzicami, pracy z uczniem uzdolnionym, pracy z uczniem o specjalnych potrzebach edukacyjnych, metody projektów, wdrażania nowej podstawy programowej. Realizator programów: *Nowa Szkoła*, *Ocenianie w Nowej Szkole*, *Nowa formuła egzaminów zewnętrznych*, współautor i realizator wielu projektów edukacyjnych i grantów Wielkopolskiego Kuratora Oświaty, współautor zbiorów zadań przygotowujących do egzaminów zewnętrznych, biuletynów, opracowań metodycznych, autor licznych artykułów w Konińskim Kurierze Oświatowym. Doświadczenia w pracach Ogólnopolskiego Zespołu Konstruktorów Testów Kompetencji Ucznia. Za swoją pracę na rzecz oświaty otrzymała wiele nagród i wyróżnień, m.in. Medal Komisji Edukacji Narodowej, nagrodę Wielkopolskiego Kuratora Oświaty oraz wyróżnienie I stopnia Zarządu Województwa Wielkopolskiego.

Konsultacja naukowa

prof. dr hab. Jan Grzesiak - kierownik Zakładu Kształcenia Pedagogicznego Nauczycieli - Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu (Wydział Pedagogiczno-Artystyczny w Kaliszu) oraz dyrektor Instytutu Pedagogiki Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej w Koninie. Inicjator i autor wielu innowacji edukacyjnych, organizator cyklicznych konferencji i wydawnictw pod nazwą „Ewaluacja i innowacje w edukacji” oraz „Profesjonalne praktyki - profesjonalni nauczyciele”. Posiada szerokie doświadczenie wyniesione z długoletniej pracy na stanowisku nauczyciela, nauczyciela metodyka, a następnie w placówkach doksztalania i doskonalenia nauczycieli. W dorobku naukowym posiada 7 monografii, 18 monografii zbiorowych pod wła-

sną redakcją naukową oraz ponad 100 artykułów, rozpraw i innych opracowań przede wszystkim z zakresu pedagogiki dziecka, diagnostyki psychopedagogicznej, ewaluacji i innowacji w edukacji, projektowania dydaktycznego, edukacji kulturalnej i regionalnej, krajoznawstwa i turystyki oraz pedeutologii. Autor podręczników i zbiorów zadań matematycznych dla uczniów klas początkowych, a także autor wielu recenzji publikacji naukowych, projektów oraz ekspertyz w dziedzinie edukacyjnej. Swoją aktywność naukowo-dydaktyczną i organizacyjną skupia między innymi na następujących elementach: ewaluacja jakości kształcenia w szkołach i w edukacji nauczycieli; autorska koncepcja mentoringu i monitoringu w systemie łączenia kształcenia nauczycieli w uczelni z praktyką pedagogiczną w kontakcie z uczniami i nauczycielami w szkole; prowadzenie wykładów otwartych z wykorzystaniem neomediów oraz e-learningu; projektowanie materiałów dydaktycznych oraz narzędzi pomiaru dydaktycznego i ich wdrażanie w pracy dydaktycznej własnej oraz uczestników zespołu badawczego-z uwzględnieniem samokontroli i samooceny w procedurach ewaluacyjnych; organizowanie cyklicznych (comiesięcznych) otwartych seminariów naukowych pn. „Ewaluacja w edukacji nauczycieli”; czynne uczestnictwo w krajowych i zagranicznych konferencjach naukowych o problematyce edukacyjnej. W uznaniu aktywnej pracy, osiągnięć naukowo-dydaktycznych oraz organizacyjnych został odznaczony m.in. Złotym Krzyżem Zasługi oraz Medalem Komisji Edukacji Narodowej.

Recenzenci

dr Zdzisław Spychała - doktor nauk matematycznych, adiunkt w Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie, w latach 1993-2008 dyrektor Kolegium Nauczycielskiego w Wieluniu, nauczyciel dyplomowany, ekspert OKE w Łodzi - matura z matematyki, ekspert MEN do spraw awansu zawodowego nauczycieli. Posiada szerokie doświadczenie wyniesione z pracy na stanowisku nauczyciela, nauczyciela metodyka, konsultanta do spraw przedmiotów matematyczno-przyrodniczych. Autor licznych artykułów dotyczących pobudzania aktywizacji umysłowej uczniów na różnych szczeblach nauczania. Członek Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki, współorganizator ogólnopolskich warsztatów szkoleniowych dotyczących technologii informacyjnych wspomagających proces nauczania matematyki. Wiceprezes Wieluńskiego Towarzystwa Naukowego (1999-2009), członek komitetu redakcyjnego Rocznika Wieluńskiego, współorganizator i przewodniczący wielu sesji naukowych.

Odznaczony Złotym Krzyżem Zasługi, Medalem Komisji Edukacji Narodowej, nagrodzony dwukrotnie przez Ministra Edukacji Narodowej, pięciokrotnie przez Marszałka Województwa Łódzkiego

mgr Maria Woźniak - nauczyciel matematyki, konsultant ds. doradztwa, menedżer oświaty z kwalifikacjami do nauczania informatyki. Były dyrektor liceum. Ekspert awansu zawodowego nauczycieli, egzaminator egzaminu maturalnego i gimnazjalnego. Współautor programu i podręcznika do matematyki dla liceum i techników oraz poradnika Awans zawodowy. Autor programów szkoleń dla nauczycieli, grantów Wielkopolskiego Kuratora Oświaty, recenzji programów nauczycielskich. Edukator pracy z dorosłymi, trener e-ocenia. Przewodnicząca wojewódzkiego konkursu matematycznego dla uczniów gimnazjów, współautor testów konkursowych. Współpracuje z Kuratorium Oświaty w Poznaniu, Ośrodkiem Rozwoju Edukacji, z Okręgową Komisją Egzaminacyjną.

Opracowanie graficzne i do druku : Waldemar Martyniuk

1. INFORMACJE WSTĘPNE O KONCEPCJI AUTORSKIEJ PROGRAMU

Program nauczania matematyki *Twórcza szkoła dla twórczego ucznia* adresujemy do nauczycieli i uczniów szkół podstawowych. Umożliwia on realizację celów edukacyjnych, zadań szkoły i treści zawartych w *Podstawie Programowej Kształcenia Ogólnego*, określającej dość wyraziście zakres kształcenia matematycznego, zachęcając jednocześnie do wzbogacania i pogłębiania treści kształcenia oraz do rozwijania twórczego myślenia uczniów.

Niniejszy *Program* został opracowany z zamiarem poprawy jakości kształcenia matematycznego na podstawowym szczeblu edukacji poprzez przyjęcie niezbędnych założeń metodologicznych oraz metodycznych. Respektowanie określonych dyrektyw pedagogicznych wynikających z podejścia korczakowskiego „*jak, kiedy?, ile?, dlaczego?*”¹. Pytania te w podstawowym stopniu stanowiły kryteria decydujące o celach, treściach, metodach i rezultatach przyjętej koncepcji autorskiej programu w ramach projektu *Twórcza szkoła dla twórczego ucznia*. Idąc na lekcję matematyki za każdym razem nauczyciel winien stawiać przed sobą wyróżnione wyżej pytania, zarówno na etapie przygotowywania lekcji, jak i podczas realizacji procesu lekcyjnego. Uczeń uczestniczy w zajęciach lekcyjnych z nastawieniem, że będą na nich występować sytuacje zmuszające go do uczestnictwa w sytuacjach zadaniowych organizowanych przez nauczycieli. Nauczyciele zaś „*idąc na lekcję*”, zdają sobie sprawę z ogromu powinności i odpowiedzialności związanych ze zróżnicowanymi oczekiwaniami i potrzebami wszystkich uczniów stanowiących daną klasę szkolną. Przekraczając próg izby lekcyjnej, nauczyciel staje przed wszystkimi wychowankami bez wyjątku, z nastawieniem na dokonywanie zmian w każdym z nich jako podmiotu edukacji. Po skończonej lekcji każdy uczeń winien wyjść z klasy „*ten sam, ale nie taki sam*”. Oznacza to, że zmiana ucznia jest podstawową kategorią stanowiącą o celowości i skuteczności tego wszystkiego, co „*działo się*” w czasie lekcji. Tak więc w przypadku zmiany (na lepsze) powstałej u każdego ucznia pod kątem założonych celów edukacyjnych, możemy mówić o jakości kształcenia (i wychowania) w toku lekcji matematyki.

W każdej klasie szkolnej proces edukacyjny obejmuje zarówno uczniów uzdolnionych, jak i uczniów napotykaających na różnego rodzaju trudności w toku uczenia się. Uczniowie uzdolnieni oczekują bowiem na więcej, bo stać ich na więcej niż określają tzw. minima programowe. Natomiast uczniowie z trudnościami w uczeniu się również oczekują, że będą wspomagani i wspierani w tym procesie, aby mogli cieszyć się z tego, co było ich nowym osiągnięciem na miarę swoich możliwości i potrzeb edukacyjnych. Tak więc zwrot „*idę na lekcję*”, to skrót językowy i myślowy zawierający bogaty zbiór elementów strukturalnych stanowiących o rozwoju jednostki pod wpływem oddziaływań pedagogicznych ze strony nauczyciela w procesie lekcyjnym.

Kategoria zmiany w procesach kształcenia i wychowania zachodzących w toku zajęć szkolnych stanowi fundamentalną normę jakości pracy nauczyciela. Stwierdzenie tego, czy zmiana w wyniku lekcji wystąpiła u każdego ucznia, czy nie, jest równie odpowiedzialnym zadaniem nauczyciela jak również ważnym zadaniem nastawionym na poprawę jakości kształcenia. Stąd diagnostyka edukacyjna stanowi nieodłączny warunek skutecznej realizacji proponowanego *Programu*.

Uczniowie powinni zdobywać wiedzę i umiejętności matematyczne w twórczy sposób: ciekawie, w przyjaznej atmosferze, z wykorzystaniem nowoczesnych technologii i środków dydaktycznych. Naszym zamierzeniem jest, aby uczeń, zafascynowany matematyką, przy wsparciu nauczyciela – również zafascynowanego tym przedmiotem, świadomie rozwijał swoje zamiłowania, zainteresowania oraz uzdolnienia. Nauczanie matematyki na każdym etapie kształcenia ma na celu zapoznawanie uczniów z podstawowymi pojęciami matematycznymi i ukształtowanie podstawowych umiejętności

¹ J. Korczak, *Jak kochać dziecko*, WSiP, Warszawa 2002, s. 5.

(sprawności), ale przede wszystkim powinno być nakierowane na wspieranie rozwoju ucznia. Należy więc dążyć do tego, aby ucząc matematyki pomóc uczniowi poznać i zrozumieć świat poprzez:

- rozwijanie samodzielnego, logicznego i twórczego myślenia, precyzyjnego wyrażania myśli;
- rozwijanie umiejętności stawiania problemów, rozwiązywania ich w twórczy sposób, uogólniania i wysnuwania wniosków.

Uczniowie rozpoczynający naukę w klasie czwartej szkoły podstawowej prezentują potencjał intelektualny i ciekawość poznawczą w wysokim stopniu na tyle, aby intensyfikować ich wielostronną aktywność w strategiach przyswajania, odkrywania, działania praktycznego oraz przeżywania - z uwzględnieniem naturalnej twórczości „na miarę” ich indywidualnych możliwości.

Realizacja programu winna umożliwić osiągnięcie sukcesu matematycznego przez każdego ucznia w każdej lekcji i w całym cyklu kształcenia a uczniowie kończący szkołę podstawową winni być przygotowani do kontynuacji edukacji w gimnazjum na wyższym poziomie twórczego stosowania i pomnażania nabywanych kompetencji matematycznych.

Wszystkim Nauczycielom podejmującym się trudu realizacji niniejszego programu autorzy życzą dużo sukcesów i satysfakcji. Będziemy wdzięczni za utrzymywanie stałej współpracy i wymianę doświadczeń. Wyrażamy nadzieję, że program ten zainspiruje do projektowania twórczych rozwiązań i przyczyni się do choćby częściowego urzeczywistnienia założonych kompetencji matematycznych uczniów. Zależy nam na tym, aby program nie stanowił jedynie formalnej próby pseudoinnovacji. Wręcz przeciwnie, wyrażamy przekonanie, że nasz trud włożony w opracowanie *Programu* oraz trud nauczycieli konsekwentnie realizujących jego założenia przyczynią się do sukcesu na rzecz *twórczego ucznia w twórczej szkole* na dzisiaj, jutro i pojutrze.

A u t o r z y

2. PODSTAWOWE ZAŁOŻENIA W KONSTRUOWANIU PROGRAMU

Program zawiera opis celów kształcenia, treści i sposobów nauczania oraz osiągnięć uczniów w klasach IV-VI szkoły podstawowej, procedury osiągania celów, wiele uwag i wskazówek przydatnych w pracy nauczyciela a także podstawę programową z matematyki wraz z celami ogólnymi. Przed przystąpieniem do realizacji programu, korzystający z niego nauczyciel może przyrzeć się *Sylwetce trzecioklasisty* i wówczas dokonać diagnozy wstępnej, czyli sprawdzić w jakim stopniu uczniowie opanowali wiadomości i umiejętności matematyczne z I etapu edukacyjnego oraz ustalić jak i kiedy uczniowie uczą się najbardziej skutecznie. Ważne jest też pozyskiwanie informacji od nauczycieli uczących w klasach trzecich-dotyczących treści i metod kształcenia matematycznego. Pozwoli to zaplanować proces kształcenia w klasie czwartej-dostosować do możliwości poznawczych uczniów, do ich zainteresowań, oczekiwań, potrzeb; będzie też podstawą ciągłości kształtowania kompetencji matematycznych. *Matematyczna sylwetka absolwenta szkoły podstawowej* wskazuje wiadomości i umiejętności, w które należy zaopatrzyć uczniów. Jest to jednocześnie informacja wstępna dla nauczycieli gimnazjum. *Program nauczania w gimnazjum* jest kontynuacją *Programu nauczania w szkole podstawowej* i stanowi z nim spójną całość.

W programie położono akcent na projektujące twórcze zastosowanie wiedzy matematycznej w życiu codziennym poprzez systematyczne włączanie uczniów do projektowania zastosowań treści i metod matematycznych na gruncie poznawania i doświadczania sytuacji życiowych, a wyłaniających się z otaczającej rzeczywistości. Struktura treści kształcenia matematycznego wymaga, aby uczenie i uczenie się matematyki było w jak najszerszym stopniu zintegrowane i skorelowane wewnętrznie oraz z innymi przedmiotami kształcenia. Stąd dużego znaczenia nabiera projektowanie takich rozwiązań metodycznych, które swoją pomysłowością, atrakcyjnością i oryginalnością sprzyjają bezpośredniemu i skutecznemu wspieraniu oraz wspomaganemu rozwoju sfery poznawczej, instrumentalnej oraz osobowościowej uczniów indywidualnie oraz w grupie rówieśniczej.

W konstruowaniu *Programu* wyszliśmy z założenia, że powinien on w pełni respektować przesłanki nauczania czynnościowego, a zarazem winien uwzględniać idee wielostronnego oraz integralnego nauczania. Wśród wielu szczegółowych założeń można między innymi wymienić:

- założone treści kształcenia (określone programem) winny być adekwatne do założeń podstawy programowej,
- realizowane treści kształcenia (podręcznikowe oraz pozapodręcznikowe) winny być zgodne zarówno z podstawą programową jak i z niniejszym programem,
- zadania będące nośnikami treści kształcenia winny stanowić spójną strukturę poprzez odpowiedni dobór i ich układ dydaktyczny,
- treści i zadania matematyczne winny stanowić kanwę do organizowania zróżnicowanych czynności uczniów i z tego względu winny być powiązane z doświadczeniami życiowymi uczniów,
- odzwierciedlenie zasady wielości czynności uczniów przede wszystkim przez odpowiedni dobór i układ zadań problemowych-prowadzących do wzbogacenia wiedzy ucznia, zadań niestandardowych, testowych, ćwiczeniowych oraz gier dydaktycznych różnych typów,
- zróżnicowanie zadań według stopnia trudności z przewagą zadań na poziomie podstawowym,
- wyróżnianie oryginalnych zadań nietypowych oraz zadań wymagających dochodzenia do odkrywania określonych prawidłowości, reguł, formuł i zależności,
- ścisła integracja oraz korelacja treści arytmetycznych i geometrycznych z uwzględnieniem sytuacji życiowych bliskich uczniom,

- równoległa, czyli ciągła realizacja wiadomości i umiejętności praktycznych w toku poznawania uporządkowanych strukturalnie kolejnych haseł programowych z arytmetyki powiązanych z hasłami z zakresu geometrii (bez podziału na okres realizacji tylko treści arytmetycznych-słabo powiązanych z geometrią lub też nie powiązanych w ogóle),
- usystematyzowanie kolejnych treści arytmetyczno-geometrycznych adekwatnie do okresowego (miesięcznego, semestralnego, rocznego) rozkładu nauczania z uwzględnieniem zróżnicowanych treści wobec zasad indywidualizacji kształcenia,
- harmonijne odzwierciedlenie wszystkich zasad dydaktycznych w taki sposób, aby proces kształcenia sprzyjał ciągłemu doskonaleniu, rozszerzaniu i utrwalaniu nabytych kompetencji bez wyróżniania i preferowania tzw. lekcji powtórzeniowych,
- ściśle powiązanie treści kształcenia (w tym zestawów zadań) ze środkami dydaktycznymi stanowiącymi jego obudowę metodyczną (z uwzględnieniem neomediów i interaktywnych pakietów multimedialnych, np. programów komputerowych CD),
- integralne powiązanie treści matematycznych z różnymi zastosowaniami praktycznymi oraz z innymi przedmiotami nauczania,
- podręcznikowe treści kształcenia powinny znaleźć swe uzupełnienie w formie „żywego” zbioru zadań, dostosowanego w pewnej części do zajęć lekcyjnych, zajęć indywidualnych (wyrównawczych) oraz w pewnej części do rozwijania zainteresowań i uzdolnień matematycznych niektórych uczniów²;
- obok „żywego” podręcznika (zeszytu ćwiczeń) dla ucznia należy tworzyć „żywy” pakiet dla nauczyciela, który może systematycznie wzbogacać między innymi następującymi elementami: zestawy oryginalnych zadań praktycznych, wskazówki metodyczne związane z organizowaniem sytuacji zadaniowych, materiały dotyczące pomiaru skuteczności kształcenia, informacje o innych materiałach dydaktycznych, nagraniach video, programach komputerowych, filmach dydaktycznych itp.

Treści nauczania podzielono między poszczególne klasy i działy programowe tak, by nauczyciel miał możliwość utrwalania i pogłębiania wiedzy uczniów. Program ma charakter liniowo - spiralny. Taki sposób prezentacji programu ułatwi planowanie zajęć oraz sterowanie rozwojem matematycznym uczniów. Umożliwi również dokładniejsze rejestrowanie ich osiągnięć. Pozwoli wreszcie na wielokrotny powrót w trakcie nauczania do zasadniczych idei matematycznych i ukazanie ich za każdym razem w nieco innym, bogatszym kontekście. Tylko taka konstrukcja programu, która przypomina wcześniej przyswojone wiadomości i umiejętności, a następnie je rozszerza przez zastosowanie w nowym kontekście, stworzy fundament wykształcenia. Program pozwala na indywidualizację nauczania i dostosowanie do możliwości uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi kładąc szczególnie nacisk na motywowanie i pobudzanie aktywności intelektualnej i emocjonalnej uczniów, rozwijanie zainteresowań i uzdolnień matematycznych. Służyć temu powinny również urozmaicone środki dydaktyczne i wykorzystanie najnowszych technologii. W ramowym planie nauczania jest duża liczba godzin do dyspozycji nauczyciela - daje to wiele możliwości co do sposobu ich wykorzystania - wyzwanie dla Twórczy Nauczyciela.

Jednym z zadań dydaktycznych jest kontrola stopnia przyswojenia materiału połączona z oceną ucznia, dlatego program zawiera propozycje metod oceny efektów kształcenia, uwzględniające ocenianie uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Ocenianie powinno dostarczać informacji zwrotnej o rozwoju ucznia i pełnić funkcję motywującą. W reformowanym systemie oświatowym oceniamy zarówno wiadomości, jak i umiejętności uczniów. Należy jednak położyć nacisk na nauczanie czynnościowe i oceniać także umiejętność stosowania wiedzy do wykonywania konkretnych

² Zob. np. J. Grzesiak, *Podstawy teorii i metodyki kształcenia praktycznego nauczycieli*, PWSZ, Konin 2010, s. 60 i następn.

czynności prowadzących do rozwiązania sytuacji zadaniowych czy problemowych. Wysoka ocena twórczego myślenia przy rozwiązywaniu zadań matematycznych będzie motywacją dla ucznia i satysfakcją dla nauczyciela. Według Podstawy Programowej kształcenia Ogólnego: *Właściwie stosowana bieżąca ocena uzyskiwanych postępów pomaga uczniowi się uczyć, gdyż jest formą informacji zwrotnej przekazywanej mu przez nauczyciela. Powinna ona informować ucznia o tym, co zrobił dobrze, co i w jaki sposób powinien jeszcze poprawić oraz jak ma dalej pracować. Taka informacja zwrotna daje uczniom możliwość racjonalnego kształtowania własnej strategii uczenia się, a zatem także poczucie odpowiedzialności.*

3. SYLWETKA TRZECIOKLASISTY I JEGO KOMPETENCJI MATEMATYCZNYCH

Zgodnie z Podstawą Programową uczeń kończący klasę III szkoły podstawowej powinien cechować się posiadaniem następujących wiadomości i umiejętności matematycznych:

- liczy w przód i w tył od danej liczby po 1, dziesiątkami od danej liczby w zakresie 100 i setkami od danej liczby w zakresie 1000;
- zapisuje cyframi i odczytuje liczby w zakresie 1000; porównuje dowolne liczby w zakresie 1000, słownie i z użyciem znaków;
- dodaje i odejmuje liczby w zakresie 100, sprawdza wyniki odejmowania za pomocą dodawania (nie ma algorytmów działań pisemnych); podaje z pamięci iloczyny w zakresie tabliczki mnożenia, sprawdza wyniki dzielenia za pomocą mnożenia;
- wykonuje łatwe obliczenia pieniężne, radzi sobie w sytuacjach praktycznych;
- rozwiązuje zadania tekstowe wymagające jednego działania (w tym na porównywanie różnicowe - nie ma porównywania ilorazowego);
- wykonuje łatwe obliczenia pieniężne, radzi sobie w sytuacjach praktycznych;
- rozwiązuje łatwe równanie jednodziałaniowe z niewiadomą w postaci okienka (bez przenoszenia na drugą stronę - nie jest to rozwiązywanie równań);
- dokonuje pomiarów, zapisuje wyniki, posługuje się jednostkami miar, waży przedmioty, odmierza płyny różnymi miarkami, wykonuje proste obliczenia w zakresie dokonanych miar, nie zamienia jednostek, używa pojęcia kilometr w sytuacjach życiowych;
- odczytuje temperaturę (nie posługuje się liczbami ujemnymi, używa określenia: poniżej zera);
- orientuje się w czasie - podaje i zapisuje daty, wykonuje proste obliczenia kalendarzowe, odczytuje wskazania zegarów w systemach dwunasto - i dwudziestoczworgodzinnych, wykonuje proste obliczenia zegarowe biorąc pod uwagę pełne godziny. Posługuje się pojęciami: godzina, pół godziny, kwadrans, minuta;

- rozpoznaje i nazywa koła, kwadraty, prostokąty i trójkąty (również nietypowe, położone w różny sposób oraz w sytuacji, gdy figury zachodzą na siebie); rysuje odcinki o podanej długości, oblicza obwody;
- rysuje drugą połowę figury symetrycznej; rysuje figury w powiększeniu i pomniejszeniu, kontynuuje regularności w prostych motywach.

4. RAMOWY PLAN NAUCZANIA MATEMATYKI W SZKOLE PODSTAWOWEJ

(zgodny z rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 7 lutego 2012 r. w sprawie ramowych planów nauczania w szkołach publicznych)

Cykl 3 lata: 385 godzin lekcyjnych matematyki

Klasa IV	Klasa V	Klasa VI
ARYTMETYKA Liczby naturalne w dziesiętkowym systemie pozycyjnym: 20 Działania na liczbach: 20 Ułamki zwykłe i dziesiętne: 40	ARYTMETYKA Liczby naturalne, działania, własności: 15 Ułamki zwykłe: 25 Ułamki dziesiętne: 20 Liczby całkowite: 10	ARYTMETYKA Działania na liczbach naturalnych i ułamkach: 25 Liczby całkowite: 15
GEOMETRIA Figury na płaszczyźnie: 30 Prostokąty i sześciąty: 10	GEOMETRIA Figury na płaszczyźnie: 15 Pola figur: 20 Graniastopy: 10	GEOMETRIA Figury na płaszczyźnie: 10 Pola wielokątów: 15 Figury przestrzenne: 15
		ALGEBRA Wyrażenia algebraiczne i równania 15

		OBLICZENIA PRAKTYCZNE 25
Do dyspozycji nauczyciela 10	Do dyspozycji nauczyciela 10	Do dyspozycji nauczyciela 10
130	125	130

5. CELE I TREŚCI KSZTAŁCENIA MATEMATYCZNEGO

(zgodne z rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 27 sierpnia 2012 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół)

KLASA IV

Lp.	Hasła programowe	Przewidywane osiągnięcia ucznia	Proponowany sposób realizacji, uwagi, wskazówki
Liczby naturalne w dziesiętkowym systemie pozycyjnym. Działania na liczbach			
1.	Liczby a cyfry	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - rozróżnia czym jest cyfra, a czym jest liczba, - odczytuje i zapisuje liczby naturalne w zakresie 10000, a stopniowo do 100000, - określa sumę cyfr danej liczby, - tworzy dowolną liczbę z danych cyfr, - projektuje własne zastosowania praktyczne z użyciem numeracji cyfrowej. 	Wyjaśniamy uczniom dlaczego liczby, o których mówimy (aktualnie posługujemy się nimi), nazywają się naturalne (bo spotykamy je w naturze - przyrodzie). Kształcimy u uczniów świadomość, że cyfry to graficzne znaki (arabskie) za pomocą których zapisujemy liczby. Wdrażamy uczniów do posługiwania się określeniami: liczba jednocyfrowa, dwucyfrowa itd. Wskazujemy na występowanie aspektów liczby naturalnej w otaczającej rzeczywistości (naturalnym środowisku) - np. ilość (34 płyty CD), kolejność (płyta nr 34), miara naturalna (34 minuty - czas odtwarzania płyty) - spotykamy je więc w naturze (w przyrodzie).
2.	Dodawanie i odejmowanie w pamięci	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - wskazuje składniki, sumę, odjemną, odjemnik, różnicę, 	Od początku nauki przestrzegamy czytania znaków + to dodać, - to odjąć (unikamy plus, minus). Zwracamy uwagę na rolę liczby 0 w dodawaniu i odejmowaniu

		<ul style="list-style-type: none"> - dodaje liczbę jednocyfrową do dowolnej liczby naturalnej i odejmuje od dowolnej liczby naturalnej, - dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe, - przedstawia liczbę w postaci sumy kilku składników, - stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania, - porównuje różnicowo liczby naturalne, - stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania dodawania i odejmowania. 	<p>(niezmiennik). Pokazujemy wykorzystanie przemienności i łączności dodawania dla ułatwienia rachunków (popieramy to konkretnymi przykładami z życia). Szczególną wagę przywiązujemy do porównywania różnicowego: o ile większa (mniejsza) jedna liczba od drugiej(odwołujemy się do przykładów praktycznych).</p> <p>Również zwracamy uwagę na to, że dodawanie i odejmowanie to działania wzajemnie odwrotne (możemy to pokazać np. na grafach).</p>
3.	Mnożenie i dzielenie w pamięci	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wskazuje czynniki, iloczyn, dzielną, dzielnik, iloraz, - sprawnie wykonuje obliczenia mnożenia i dzielenia, w których występują liczby 0 i 1, - mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową, dwucyfrową w pamięci (w najprostszych przykładach), - stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność mnożenia oraz rozdzielność mnożenia lub dzielenia względem dodawania i odejmowania, - porównuje ilorazowo liczby naturalne, - wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych, - podaje resztę z dzielenia, - oblicza drugą i trzecią potęgę liczby naturalnej. 	<p>Pokazujemy, że sumę jednakowych składników możemy zastąpić mnożeniem. Prezentujemy wykorzystanie przemienności i łączności mnożenia oraz rozdzielności mnożenia lub dzielenia względem dodawania dla ułatwienia obliczeń (uczeń stosuje wybrane, wygodne dla siebie sposoby).</p> <p>Dużą wagę przywiązujemy do wykształcenia prawidłowego porównywania ilorazowego: ile razy więcej (mniej) - stosujemy przykłady praktyczne, np. ile razy bok kwadratu jest większy od boku innego kwadratu, a ile razy pole (przygotowanie do intuicyjnego rozumienia stosunku pól figur podobnych). Również dzielenie z resztą ilustrujemy przykładami praktycznymi. Równocześnie kształcimy pojęcie podzielności; przygotowujemy do intuicyjnego rozumienia pojęcia dzielnika. Iloczyn jednakowych czynników zapisujemy w postaci potęgi (jako krótszy zapis). Należy zwrócić uwagę na to, że mnożenie i dzielenie to działania wzajemnie odwrotne i ważna jest kolejność; np. $8 : 2 \cdot 4$</p>
4.	Kolejność wykonywania działań	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania 	<p>Działania dobieramy bardzo przemyślanie, by uniknąć schematyzacji i błędnej interpretacji reguł. Zawsze odwołujemy się</p>

		<p>działań,</p> <ul style="list-style-type: none"> - tworzy własne formuły wielodziałaniowe i oblicza ich wartości. 	<p>do przykładów praktycznych.</p> <p>Zwracamy uwagę na to, że wprowadzenie nawiasów zmienia wartość wyrażenia. Dajemy przykłady działań, gdzie występują takie same liczby ale nawiasy w różnych miejscach lub bez nawiasów.</p> <p>Dajemy uczniom swobodę w układaniu własnych działań (wtedy może być sytuacja, że działanie nie będzie mieć rozwiązania w zbiorze liczb naturalnych, można wtedy wspomnieć o istnieniu ułamków lub liczb ujemnych).</p>
5.	Dziesiątkowy system pozycyjny	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - odczytuje i zapisuje liczby naturalne wielocyfrowe, - zapisuje liczby słowami. 	<p>Wyjaśniamy na czym polega dziesiątkowość a na czym pozycyjność naszego systemu liczenia (równocześnie nawiązujemy do ilości stosowanych cyfr). Pomocą mogą tu być <i>Bloczki systemowe - liczenie dziesiętne</i>. Liczby zapisujemy również w postaci: np. $8567 = 8 \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 7 \cdot 1$</p>
6.	Porównywanie liczb naturalnych i ich interpretacja na osi liczbowej	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - porównuje liczby naturalne - zaznacza liczby naturalne na osi liczbowej. 	<p>Oś liczbową przedstawiamy jako prostą z zaznaczonym zwrotem i umowną jednostką. Zwracamy uwagę na znaczenie zwrotu (dlaczego w tę stronę) oraz na pozostawienie części osi przed zerem.</p>
7.	Rzymski system zapisu liczb	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - liczby w zakresie 30 zapisane w systemie rzymskim przedstawia w systemie dziesiątkowym, a zapisane w systemie dziesiątkowym przedstawia w systemie rzymskim 	<p>Liczby w systemie rzymskim uczeń powinien umiejętnie stosować w kontekście praktycznym - zapisywanie stuleci oraz miesięcy. Wyjaśniamy sposób tworzenia i zapisywania liczb w systemie rzymskim, zwracamy uwagę na to, że liczby są oznaczane literami (mamy do dyspozycji tylko 7 znaków).</p>
8.	Obliczenia kalendarzowe i zegarowe	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach (z zamianą jednostek) oraz proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach. 	<p>Proponujemy obliczenia zegarowe zacząć od samodzielnego wykonania przez uczniów tradycyjnej tarczy zegarowej ze wskazówkami jako stałej pomocy dydaktycznej nie tylko w tym dziale (również do wykorzystania przy nauce o kątach).</p>
9.	Dodawanie i odejmowanie liczb sposobem pisemnym.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - dodaje i odejmuje pisemnie liczby naturalne wielocyfrowe. 	<p>Przygotowujemy wiele różnorodnych przykładów, ćwicząc pamięć i myślenie.</p> <p>Odejmowanie sprawdzamy dodawaniem. Zwracamy uwagę na</p>

			przejrzystość zapisów.
10.	Mnożenie i dzielenie liczb sposobem pisemnym.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - mnoży i dzieli liczby wielocyfrowe przez liczby jednocyfrowe i dwucyfrowe 	Zaczynamy od prostych przykładów, zwracamy uwagę na trudne momenty, staramy się, aby uczniowie sami odkrywali różne sposoby na mnożenie i dzielenie.
11.	Działania łączne na liczbach naturalnych, rozwiązywanie zadań tekstowych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań lub wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, - szacuje wyniki działań, - czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe, dostrzega zależności między podanymi informacjami, wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania; - dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne poprawne, wygodne dla niego strategie rozwiązania; - do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody. 	<p>Zwracamy uwagę na poprawną analizę zadania a uczniów przyzwyczajamy do jej przeprowadzania. Przyzwyczajamy uczniów do <i>opowiedzenia</i> treści zadania swoimi słowami. Treść zadania staramy się przybliżyć poprzez rysunki pomocnicze, grafy, ilustracje lub inne symboliczne zapisanie związków i zależności występujących w zadaniu. Uczniów zachęcamy do podejmowania rozwiązań choćby metodą prób i błędów. Prezentując sposób rozwiązania wykazujemy łatwość zadania a nie jego trudność. Pozwalamy uczniom na rozwiązywanie zadań różnymi sposobami, zadając zawsze pytanie: <i>czy można to zrobić inaczej?</i> Wdrażamy do krytycznej refleksji nad wynikami. Zachęcamy do układania własnych zadań i ich rozwiązywania.</p> <p>Na lekcjach powtórzeniowych i utrwalających poznane wiadomości i umiejętności proponujemy stosowanie gier dydaktycznych np. domino matematyczne, bingo matematyczne, krzyżówki mat. itp.</p>
Figury na płaszczyźnie			
12.	Punkt, prosta, odcinek, półprosta	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje i nazywa punkt, prostą, półprostą, odcinek, - szacuje długość odcinka, - mierzy długość odcinka z dokładnością do 1 milimetra, - zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: metr, centymetr, decymetr, milimetr, kilometr, 	<p>Rozpoczynamy od najprostszych figur geometrycznych czyli punktów i prostych na płaszczyźnie. Wyjaśniamy pojęcie GEOMETRIA (skąd pochodzi, co dosłownie oznacza), płaszczyzna, figura.</p> <p>Przyzwyczajamy uczniów do oznaczania punktów dużymi literami, prostych małymi, a odcinków poprzez punkty będące ich końcami.</p> <p>Wskazujemy proste, które się przecinają i takie, które się nie</p>

		<ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje odcinki i proste prostopadłe i równoległe, - rysuje pary odcinków prostopadłych i równoległych. 	<p>przecinają, w tym proste równoległe oraz proste prostopadłe, jako szczególne położenie prostych względem siebie (wyszukujemy przykłady takich położenia w otaczającej rzeczywistości). Używamy przyrządów geometrycznych do rozpoznawania wzajemnego położenia takich prostych (odcinków). Przygotujemy ćwiczenie polegające na wymierzaniu dłuższego odcinka tym samym krótszym odcinkiem (odcinek krótszy wymieniamy na innej długości odcinek krótszy i czynność powtarzamy). Dbamy o to, aby za każdym razem krótszy odcinek odłożył się w dłuższym całkowitą liczbę razy. Ćwiczenie to ma na celu uzmysłowienie uczniowi, że liczba odpowiadająca za długość odcinka zmienia się w zależności od wyboru jednostki (tzn. krótszego odcinka). Ćwiczenie to stanowi łagodne przejście do omówienia podstawowych jednostek długości takich jak 1m, 1cm, 1dm, 1mm itp. Omawiamy także przyrząd do mierzenia jakim jest linijka.</p> <p>Umiejętność zamiany podstawowych jednostek długości odgrywa istotną rolę przy porównywaniu długości odcinków. Użycie cyrkla potwierdza intuicję wzrokową związaną z porównywaniem długości odcinków. Wykorzystujemy przykłady złudzeń optycznych</p>
13.	Kąty. Rodzaje kątów	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wskazuje w kątach ramiona i wierzchołek, - rozpoznaje kąt prosty, ostry i rozwarty, - mierzy kąty mniejsze od 180 stopni z dokładnością do 1 stopnia, - rysuje kąt o mierze mniejszej niż 180 stopni. 	<p>Uczniowie powinni wiedzieć, że dwie półproste o wspólnym początku wyznaczają dwa kąty i należy zawsze sprecyzować, który kąt rozważamy (przez zacieniowanie kąta lub zaznaczenie symboliczne łukiem). Zwracamy uwagę na to, że kąt jest obszarem na płaszczyźnie i że do kąta należą półproste, które go wyznaczają. Rozcinamy kartkę papieru pokazując dwa kąty wyznaczone przez parę półprostych o wspólnym początku.</p> <p>Kąt zerowy wprowadzamy później. Kąt 1° pokazujemy przy pomocy kątomierza i omawiamy w jaki sposób używamy kątomierza do mierzenia kątów.</p>
14.	Wielokąt	Uczeń:	Wielokąt to figura mająca wiele (tzn. więcej niż dwa) kątów.

		<ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje i nazywa trójkąt, czworokąt, pięciokąt, sześciokąt. 	Nazwa wielokąta pochodzi od ilości jego kątów, wierzchołków, boków. Wierzchołki jako punkty opisujemy wielkimi literami. Boki wielokąta to odcinki.
15.	Prostokąt i kwadrat	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje i nazywa kwadrat i prostokąt, zna najważniejsze własności kwadratu i prostokąta, - oblicza obwód prostokąta i kwadratu o danych długościach boków, - oblicza bok kwadratu przy podanym obwodzie, - oblicza bok prostokąta przy danym obwodzie i drugim boku. 	Prostokąty i kwadraty rysujemy z użyciem kąta prostego ekierki. Na podstawie cech wspólnych i różnic określamy własności tych czworokątów (należy także zwrócić uwagę na sumę kątów wewnętrznych). Przy obliczaniu obwodów stosujemy różne oznaczenia boków (by uniknąć schematyzacji). Uczeń ma wiedzieć, że obwód jest sumą długości wszystkich boków. Bardzo wskazane są zadania praktyczne z rysunkiem pomocniczym.
16.	Okręgi i koła	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wskazuje na rysunku oraz rysuje cięciwę, średnicę, promień łuk koła i okręgu. 	Zwracamy uwagę, by przy rysowaniu okręgu lub koła najpierw uczeń zaznaczał jego środek. Różnicę między kołem i okręgiem uczeń odkryć może sam na podstawie przykładów praktycznych (np. poprzez wycinanie figur). Kształcimy pojęcia związane z kołem i okręgiem podkreślając związek między promieniem a średnicą jako najdłuższą cięciwą. Pokazujemy cięciwę i wskazujemy dwa łuki, na które zostaje podzielony okrąg
17.	Powiększanie i pomniejszanie figur	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali, oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość, - rysuje figury w skali, - posługuje się skalą na mapie i planie. 	Potrzebę stosowania skali należy rozpocząć od zadań praktycznych (narysowania kształtu sali lekcyjnej, odcinka przebytej prostej drogi itp.). Warto wyjść na wycieczkę, wytyczyć trasę, zmierzyć ją a następnie narysować w skali. Nawiązywać do lekcji przyrody.
18.	Pole figury. Jednostki pola. Pola prostokątów i kwadratów.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje jednostki pola: metr kwadratowy, centymetr kwadratowy, kilometr kwadratowy, milimetr kwadratowy, decymetr kwadratowy, ar, hektar, - oblicza pole prostokąta i kwadratu przedstawionych na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym), 	Obliczanie pól należy rozpocząć od zadań praktycznych (zakrycie figury drugą identyczną - pojęcie pola, zakrywanie figury jednostkowymi kwadratami - obliczanie). Sposób obliczania nakrytych kwadratów jednostkowych ma prowadzić do uogólnienia zasady obliczania pola czyli do wzoru oraz jego interpretacji (stosujemy różne oznaczenia literowe boków).

		- korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, zamienia wzór na formę słowną oblicza pole prostokąta przedstawionego na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym).	
Ułamki zwykłe i dziesiętne			
19.	Ułamek jako część całości	Uczeń: - opisuje część danej całości za pomocą ułamka.	Sama nazwa „ułamek” sugeruje część całości. Co oznacza $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{2}{3}$? Zwracamy uwagę, że licznik świadczy o ilości części a mianownik o ich rodzaju (większe czy mniejsze). Pojęcie ułamka kształcimy na wielu obrazkach poprzez zaznaczanie, zamalowywanie itp.
20.	Liczba mieszana	Uczeń: - przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej i odwrotnie.	Należy wyjaśnić dlaczego mówimy liczba mieszana. Trzeba zilustrować kilka przykładów rysunkiem, by ułamek niewłaściwy uczeń otrzymał na zasadzie dodania części otrzymanych z całości i pozostałego ułamka.
21.	Ułamek jako iloraz liczb naturalnych	Uczeń: - przedstawia ułamek jako iloraz liczb naturalnych, a iloraz liczb naturalnych jako ułamek.	Tu dopiero mówimy, że kreska ułamkowa zastępuje znak dzielenia. Odwołujemy się do prostych uprzednio przerobionych przykładów, by wykazać identyczność ułamków ale dwie interpretacje.
22.	Porównywanie ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach lub jednakowych licznikach	Uczeń: - porównuje ułamki zwykłe.	Nie chcemy by uczeń <i>wyklepał</i> zasadę porównywania, ale by ją rozumiał. Dlatego odwołujemy się do tego, że licznik świadczy o ilości części a mianownik o ich rodzaju. Przestrzegamy prawidłowego użycia znaku >, < (sam znak podpowiada jego użycie)
23.	Ułamki na osi liczbowej	Uczeń: - zaznacza ułamki zwykłe na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe zaznaczone na osi liczbowej.	W celu zaznaczania ułamków na osi liczbowej zaleca się wprowadzenie odpowiedniej jednostki (by łatwo było dzielić). Zachęcamy uczniów do samodzielnego ustalania najwygodniejszej długości jednostki.

24.	Skracanie i rozszerzanie ułamków	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - skraca i rozszerza ułamki zwykłe, - sprowadza w prostych przypadkach ułamki zwykłe do wspólnego mianownika, - porównuje ułamki zwykłe. 	<p>Skracanie i rozszerzanie możemy rozpocząć od demonstracji plansz (lub figur) na których widać te same części opisane różnymi ułamkami. Łatwo zauważyć w jaki sposób otrzymujemy te same ułamki ale inaczej zapisane. Zwracamy uwagę, że zmienia się ich wygląd ale wartość pozostaje taka sama. Pokazujemy to samo na osi liczbowej z odpowiednio dobraną jednostką.</p> <p>Intuicyjnie wprowadzamy pojęcie wspólnego mianownika i sprowadzanie do wspólnego mianownika. Każdy ułamek możemy rozszerzyć, ale nie każdy ułamek możemy skrócić (pojęcie ułamka nieskracalnego).</p>
25.	Dodawanie i odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - dodaje i odejmuje ułamki zwykłe o mianownikach jedno - lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane, - oblicza wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań, - rozwiązuje zadania tekstowe stosując poznane wcześniej sposoby postępowania 	<p>Przy odejmowaniu liczb mieszanych np. w działaniu $2\frac{2}{5} - 1\frac{3}{5}$ zamieniamy na części piąte tylko jedną z dwóch całości by odejmować.</p>
26.	Mnożenie ułamka przez liczbę naturalną	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - mnoży ułamek przez liczbę naturalną. 	<p>Zwracamy uwagę na ułamki o mianowniku 1 i na liczbę 1, którą można przedstawić w postaci ułamka. Wybieramy przykłady, w których liczba, przez którą mnożymy jest lub nie jest wielokrotnością mianownika ułamka .</p>
27.	Ułamki o mianownikach 10, 100, 1000	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zapisuje ułamki o mianownikach 10, 100, 1000 w postaci dziesiętnej, - zamienia ułamki dziesiętne na ułamki zwykłe nieskracalne, - przedstawia ułamki dziesiętne na osi liczbowej, - porównuje ułamki dziesiętne. 	<p>Zwracamy uwagę na szczególność ułamków o mianownikach 10, 100, 100. Przypominamy dziesiętkowość i pozycyjność systemu liczenia.</p> <p>Wykorzystujemy umiejętność skracania ułamków do zamiany ułamków dziesiętnych na zwykłe.</p>
28.	Wyrażenia dwumianowane i ich postać	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zapisuje wyrażenia dwumianowane w postaci 	<p>Zwracamy uwagę na zależności między jednostkami. Stosujemy gry planszowe, domino, prezentację multimedialną.</p>

	dziesiąta	<p>ułamek dziesiątego i odwrotnie,</p> <ul style="list-style-type: none"> - zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: metr, centymetr, decymetr, milimetr, kilometr, - zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, kilogram, dekagram, tonę. 	
29.	Zapisywanie i odczytywanie liczb dziesiętnych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zapisuje i odczytuje liczby dziesiętne. 	
30.	Zamiana ułamka zwykłego na dziesiętny	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zapisuje ułamek dziesiętny skończony w postaci ułamka zwykłego, - zamienia ułamki zwykłe o mianownikach będących dzielnikami liczb 10, 100, 1000 itd. na ułamki dziesiętne skończone dowolną metodą (przez rozszerzanie ułamków zwykłych, dzielenie licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora). 	<p>Wykorzystujemy skracanie i rozszerzanie ułamków do zamiany ułamków zwykłych na dziesiętne i odwrotnie. Pokazujemy również inne sposoby zamiany ułamka zwykłego na dziesiętny (wykorzystując również kalkulator), pokazujemy rozwinięcia dziesiętne skończone i nieskończone Ćwiczymy wyobraźnię dzieci bogato ilustrując przykłady. Sugerujemy zapamiętanie obu zapisów niektórych ułamków np.</p> $\frac{1}{2} \text{ i } 0,5 \text{ lub } \frac{1}{4} \text{ i } 0,25$
31.	Ułamki dziesiętne na osi liczbowej	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zaznacza ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej. 	<p>W celu zaznaczania ułamków na osi liczbowej zaleca się wprowadzenie odpowiedniej jednostki (by łatwo było dzielić).</p>
32.	Porównywanie ułamków dziesiętnych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - porównuje ułamki dziesiętne. 	<p>Przestrzegamy prawidłowego użycia znaku $>$, $<$ (sam znak podpowiada jego użycie).</p>
33.	Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - dodaje i odejmuje ułamki dziesiętne w pamięci (w najprostszych przykładach), pisemnie i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach). 	<p>Przyzwyczajamy uczniów do estetycznych zapisów (przecinek pod przecinkiem). Wykorzystujemy rozliczenia pieniężne (złotówki i grosze).</p>
34.	Mnożenie i dzielenie ułamków przez 10, 100, 1000	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w najprostszych przykładach), pisemnie i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach). 	<p>Wyjaśniamy zasadę przesuwania przecinka.</p>
35.	Działania na ułam-	Uczeń:	Przyzwyczajamy uczniów do przeprowadzania poprawnej ana-

	kach dziesiętnych, rozwiązywanie zadań tekstowych	<ul style="list-style-type: none"> - dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w najprostszych przykładach), pisemnie i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach), - oblicza wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań, - rozwiązuje zadania tekstowe stosując poznany wcześniej schemat postępowania. 	<p>lizy zadania. Przyzwyczajamy uczniów do <i>opowiedzenia</i> treści zadania swoimi słowami. Treść zadania staramy się przybliżyć poprzez rysunki pomocnicze, grafy, ilustracje lub inne symboliczne zapisanie związków i zależności występujących w zadaniu. Zachęcamy uczniów do podejmowania rozwiązań choćby metodą prób i błędów. Prezentując sposób rozwiązania wykazujemy łatwość zadania a nie jego trudność. Zachęcamy uczniów do rozwiązywania zadań różnymi sposobami, zadając zawsze pytanie: <i>czy można to zrobić inaczej?</i> Wdrażamy do krytycznej refleksji nad wynikami.</p> <p>Na lekcjach powtórzeniowych i utrwalających poznane wiadomości i umiejętności proponujemy zastosowanie gier dydaktycznych np. domino matematyczne, bingo matematyczne, krzyżówki mat. itp.</p>
Prostopadłościanny i sześcianny			
36.	Opis prostopadłościannu i sześciannu	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje prostopadłościanny i sześcianny w sytuacjach praktycznych i wskazuje je wśród modeli innych brył, - wskazuje wśród graniastosłupów prostopadłościanny, sześcianny i uzasadnia swój wybór. 	Zwracamy uwagę na intuicyjne rozpoznawanie płaszczyzn prostopadłych, na związek nazwy bryły z wzajemnym położeniem ścian lub liczbą ścian. Korzystamy z modeli oraz przykładów z najbliższego otoczenia.
37.	Siatki prostopadłościannów i sześciannów	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje siatki prostopadłościannów i sześciannów, - rysuje siatki prostopadłościannów i sześciannów. - 	Bardzo praktycznie byłoby wykorzystać bryły geometryczne składane. Zwracamy uwagę na możliwość narysowania różnie wyglądającej siatki dla tej samej bryły.
38.	Pole powierzchni prostopadłościannu i sześciannu	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza pole powierzchni prostopadłościannu i sześciannu przy danych długościach krawędzi, - korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, - stosuje jednostki pola (bez zamiany jednostek 	Zwracamy uwagę, że pole powierzchni prostopadłościannu i sześciannu jest sumą pól wszystkich ścian bryły. Przy zastosowaniu prostych wzorów stosujemy różne oznaczenia literowe.

w trakcie obliczeń).

KLASA V

Lp.	Hasła programowe	Przewidywane osiągnięcia ucznia	Proponowany sposób realizacji, uwagi, wskazówki
Liczby naturalne, działania i własności			
1.	Dziesiątkowy system pozycyjny	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">- odczytuje i zapisuje liczby naturalne wielocyfrowe,- zapisuje liczby słowami,- wyjaśnia pojęcie dziesiątkowego systemu pozycyjnego.	Zwracamy szczególną uwagę na pisownię trudniejszych liczb np. 50 = pięć dziesiątek czyli pięćdziesiąt. Przypominamy na czym polega dziesiątkowość a na czym pozycyjność naszego systemu liczenia oraz zapisy $8567 = 8 \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 7 \cdot 1$ w jedną i drugą stronę.
2.	Porównywanie liczb naturalnych i ich interpretacja na osi liczbowej	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">- porównuje liczby naturalne- zaznacza liczby naturalne na osi liczbowej.	Zawsze zwracamy uwagę na fakt, że zwrot osi wskazuje kierunek wzrastania liczb, ale proponuje się, by porównywanie zaczynać od: $1 < 2 < 5 < 8 < 11$ by uczeń nie utożsamiał zwrotu osi ze zwrotem nierówności.
3.	Rachunki pamięciowe	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">- dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne jedno i dwucyfrowe oraz łatwe przypadki większych liczb wielocyfrowych- mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową,	Odwołujemy się do wiadomości z klasy IV, powtarzamy je, utrwalamy. Uczeń może korzystać z prawa łączności i przemienności mnożenia ale nie musi tych praw nazywać. Obliczenia pamięciowe pozwalają uczniowi na większą swobodę w wyborze sposobu obliczenia niż stosowanie algorytmów działań pisemnych. Słowo: <i>pamięciowe</i> nie wyklucza oczywiście zapisywania wyników. Oczekuje się umiejętności pamięciowego mnożenia również w łatwych przypadkach takich jak: $240 \cdot 300$; ale nie obejmuje to obliczania w pamięci iloczynu np. $25 \cdot 23$. Dzielenie w pamięci dotyczy jedynie działań najprostszych typu: $120 : 4$; $500 : 250$; $3200 : 80$ Przy ćwiczeniu rachunku pamięciowego często stosujemy zadania praktyczne (również gry, krzyżówki itp.).
4.	Szacowanie wyników	Uczeń:	Uczeń powinien w nietrudnych przypadkach umieć, bez wy-

	działań	<ul style="list-style-type: none"> - szacuje wyniki działań, - wykorzystuje szacowanie w kontekście praktycznym. 	konania działania porównać oczekiwany wynik z daną liczbą lub stwierdzić, czy zawiera się w danym przedziale liczbowym. Sposoby szacowania zależą od sytuacji. Można porównywać składniki (czynniki, odjemną i odjemnik itd.) z innymi liczbami lub korzystać z nabytych doświadczeń arytmetycznych.
5.	Rachunki pisemne – dodawanie i odejmowanie	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - dodaje i odejmuje liczby naturalne wielocyfrowe pisemnie oraz za pomocą kalkulatora. 	Zwracamy uwagę na różnorodność przykładów, zachęcamy uczniów do wymyślania własnych.
6.	Rachunki pisemne – mnożenie i dzielenie	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową, dwucyfrową lub trzycyfrową pisemnie, w pamięci (w najprostszych przykładach) i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach), - wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych oraz sprawdza wyniki. 	Przy mnożeniu pisemnym pamiętamy o znaczeniu liczby 0, stąd $240 \cdot 30$ odpowiednio podpisujemy, by przez 0 nie mnożyć.
7.	Kolejność działań	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań, - stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania i mnożenia, 	<p>Nie wolno dopuszczać do powstania w umysłach uczniów błędnej (choć ostatnio często spotykanej) reguły: <i>Najpierw wykonuje się działania w nawiasach, a potem wykonuje się działania w kolejności: mnożenie, dzielenie, dodawanie, odejmowanie</i>; należy na prostych przykładach wskazywać fałszywość tej reguły.</p> <p>Uczniowie powinni poznawać zasady rządzące kolejnością działań raczej przez rozwiązywanie coraz bardziej złożonych przykładów. Lepiej jest użyć zbędnego nawiasu dla ułatwienia zrozumienia struktury danego wyrażenia np.</p> $44 + (8 \cdot 12) - 10$
8.	Działania łączne na liczbach naturalnych, rozwiązywanie zadań tekstowych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe; - wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygod- 	<p>Bardzo ważna jest swoboda w doborze metod rozwiązywania zadań tekstowych. Widać wtedy, jak uczeń rozumie, jak rozumie tekst zawierający informacje liczbowe, jaką tworzy strategię rozwiązania.</p> <p>Należy akceptować wszelkie poprawne strategie i dopuszczać</p>

		<p>ne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania;</p> <ul style="list-style-type: none"> - dostrzega zależności między podanymi informacjami; - dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne poprawne, wygodne dla niego strategie rozwiązania; - do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody; - podczas rozwiązywania zadań szacuje wyniki i ocenia ich poprawność zgodnie z rzeczywistością 	<p>stosowanie przez ucznia jego własnych, w miarę czytelnych zapisów rozwiązania.</p> <p>Nie rozwiązujemy zadań takich, których uczeń nie potrafi rozwiązać za pomocą rozumowania arytmetycznego.</p>
9.	Dzielniki i wielokrotności liczb naturalnych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje dzielniki i wielokrotności liczb. 	<p>Pokazujemy zbiór dzielników np. liczby 48: {1,2,3,4,6,8,12,16,24,48} czyli pierwszy <i>razy</i> ostatni daje w wyniku 48, drugi <i>razy</i> przedostatni również itd. Wskazujemy pary od zewnątrz aż do spotkania.</p> <p>Tłumaczymy nazwę wielokrotność: jednokrotność, dwu..., trzy..., cztero..., ... wiele... i również zapisujemy kolejne wielokrotności.</p>
10.	Cechy podzielności przez 2, 3, 5, 9, 10, 25, 100	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje liczby naturalne podzielne przez 2, 3, 5, 9, 10, 25, 100. 	<p>Łączymy cechy podzielności przez 2,5,10, przez 25 i 100 oraz przez 3 i 9 tłumacząc dlaczego właśnie tak.</p> <p>Ćwiczymy cechy również uzupełniając liczbę taką brakującą cyfrą by spełniony był dany warunek (z uwzględnieniem wszystkich możliwości) np. 51- aby była podzielna przez</p> <p>Zachęcamy uczniów do podawania własnych przykładów.</p>
11.	Liczby pierwsze i złożone	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje liczby pierwsze i złożone, 	<p>Każdy rozkład kończymy zapisaniem liczby w postaci iloczynu liczb pierwszych. Rozkład liczby na czynniki pierwsze wykorzystujemy również do obliczania dzielników tej liczby.</p>
	Największy wspólny dzielnik. Najmniejsza wspólna wielokrotność	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozkłada liczby dwucyfrowe na czynniki pierwsze, - znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność. 	<p>NWD i NWW obliczamy również w pamięci (prostsze przypadki) - powtarzamy tym samym dodawanie pamięciowe lub mnożenie przez kolejne liczby naturalne.</p> <p>Podajemy przykłady zastosowań NWD i NWW w praktyce.</p>

UŁAMKI ZWYKŁE			
12.	Ułamki zwykłe i liczby mieszane	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - opisuje część danej całości za pomocą ułamka, - przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej i odwrotnie. 	Doskonalimy umiejętności z klasy IV, nadal ćwiczenia wykonujemy na wielu rysunkach najczęściej figur geometrycznych, ułamek interpretujemy jako część całości, całości jako ułamki w których licznik jest wielokrotnością mianownika. Przy zamianie liczby mieszanej na ułamek niewłaściwy i odwrotnie uczeń ma rozumieć co robi a nie poznać tylko technikę zamiany - nie utrudniamy przykładów dużymi liczbami. Warto zwrócić by uczniowie zastanowili się nad nazwą ułamek niewłaściwy.
13.	Ułamek jako iloraz	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - przedstawia ułamek jako iloraz liczb naturalnych, a iloraz liczb naturalnych jako ułamek. 	Interpretację ułamka jako ilorazu popieramy przykładami realnymi np. 2 czekolady dzielimy sprawiedliwie na 3 osoby - ilustrujemy np. na prostokątach o odpowiednim polu, rozcinając figury na równe części, zamalowując itp.
14.	Rozszerzanie i skracanie ułamków	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - skraca i rozszerza ułamki zwykłe. 	Doskonalimy umiejętności z klasy IV stopniując trudności oraz dobieramy takie przykłady skracania, by maksymalnie wykorzystywać cechy podzielności liczb. Również ilustrujemy skracanie i rozszerzanie ułamków na figurach geometrycznych (rozcinięcie, nakładanie itp.) lub wykorzystanie innych pomocy dydaktycznych (koła magnetyczne -ułamki, fiszki matematyczne), ćwiczymy grę dydaktyczną (np. domino matematyczne).
15.	Porównywanie ułamków	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - porównuje ułamki zwykłe . 	Wymagamy aby uczeń objaśnił zasadność wstawienia znaku $<$, $>$ przy porównywaniu ułamków o tym samym liczniku lub mianowniku (utrwalamy rozumienie ułamka). Sprowadzając ułamki do wspólnego mianownika dbamy, aby był on najmniejszą wspólną wielokrotnością (nie negujemy innych wspólnych mianowników lecz wyjaśniamy dlaczego najbardziej interesuje nas NWW).
16.	Dodawanie i odejmowanie	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - dodaje i odejmuje ułamki zwykłe o mianownikach 	Wskazane jest, by obliczenia, które uczeń ma wykonywać, nie były zbyt trudne. Ich celem jest zrozumienie stosowanych

	ułamków	<p>jedno-lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane,</p> <ul style="list-style-type: none"> - sprowadza ułamki zwykłe do wspólnego mianownika. 	<p>metod i osiągnięcie praktycznych umiejętności rachunkowych. Warto przy dodawaniu lub odejmowaniu samych ułamków o wspólnym już mianowniku stosować zapis na jednej kresce ułamkowej. W miarę możliwości dbamy, by wspólny mianownik był NWW. Przy liczbach mieszanych, nie zamieniamy wszystkich całości na ułamek.</p>
17.	Mnożenie ułamków zwykłych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - mnoży ułamki zwykłe o mianownikach jedno-lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane, - oblicza ułamek danej liczby naturalnej. 	<p>Przy mnożeniu liczby naturalnej przez ułamek nie stosujemy zapisu np. $\frac{5}{1} \cdot \frac{3}{4}$, tylko $5 \cdot \frac{3}{4}$ (uczeń ma <i>widzieć</i> i pamiętać, że tam jest jedynka). Wymagamy, by iloczyn był ułamkiem nieskracalnym</p>
18.	Dzielenie ułamków zwykłych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno-lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane. 	<p>Wprowadzamy pojęcie liczby odwrotnej (bo odwracamy), obliczamy iloczyn liczb odwrotnych, zwracamy uwagę, że liczba 1 w mnożeniu jest szczególna (niezmiennik). Należy również podkreślać, że każde dzielenie, to mnożenie przez odwrotność danej liczby i pokazywać przykłady na liczbach naturalnych (przypomnieć również, że dzielenie jest działaniem odwrotnym do mnożenia).</p>
19.	Działania łączne na ułamkach zwykłych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań, - porównuje różnicowo ułamki, 	<p>Przyzwyczajamy do przejrzystości zapisów, przypominamy reguły dotyczące kolejności działań. Uczeń powinien wiedzieć, jakie działanie należy wykonać aby odpowiedzieć na pytanie: <u>o ile</u> i <u>ile razy</u> jeden ułamek jest większy/mniejszy od drugiego, jaki ułamek jest o ileś i ileś razy większy/ mniejszy od danego ułamka. Wykorzystujemy te same przykłady usuwając lub zmieniając miejsca nawiasów.</p>
FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE			
20.	Proste prostopadłe i proste równoległe	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje odcinki i proste równoległe oraz przecinające się, wśród nich proste i odcinki prostopadłe 	<p>Rozpoznawanie również w najbliższym otoczeniu. Uczeń rysuje proste i odcinki równoległe, przecinające się, w szczególności prostopadłe z pomocą linijki i ekiejki, oraz szkicuje</p>

		<ul style="list-style-type: none"> - rysuje pary odcinków prostopadłych i równoległych. 	<p>odręcznie.</p> <p>Zwracamy uwagę, że przez jeden dany punkt możemy poprowadzić bardzo wiele prostych, ale aby wiedzieć którą z nich wybrać, musimy znać drugi punkt.</p>
21.	Kąty. Mierzenie kątów	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wskazuje w kątach ramiona i wierzchołek, - mierzy kąty mniejsze od 180 stopni z dokładnością do 1 stopnia, - rysuje kąt o danej mierze mniejszej niż 180 stopni, - rozpoznaje kąt prosty, ostry i rozwarty, - porównuje kąty. 	<p>Przy porównywaniu kątów warto używać gotowych, powycinanych kątów. Porównując zwracamy uwagę na prawidłowe przyłożenie jednego kąta do drugiego (wierzchołki i ramiona początkowe pokrywają się/nakładają się).</p>
22.	Kąty przyległe i kąty wierzchołkowe	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje kąty wierzchołkowe i kąty przyległe oraz korzysta z ich własności. 	<p>Rozpoznawanie łatwo wytłumaczyć na podstawie nazwy: wierzchołkowe - mają wspólny wierzchołek (należy zwrócić uwagę co dzieje się z ramionami tych kątów); przyległe - przylegają do siebie ramieniem czyli jedno ramie mają wspólne (co z pozostałymi ramionami, czyli ich sumą?)</p>
23.	Wielokąt	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków. 	<p>Uczeń powinien posługiwać się pojęciem wielokąta (trójkąta, czworokąta) intuicyjnie, bez żadnej definicji (skojarzenie - ma wiele kątów). Jednak warto zadać pytanie: jak moglibyśmy otrzymać wielokąt (praktycznie) np. poprzez układanie z patyczków, wycinanie itd. Widać wówczas, czym naprawdę jest obwód a czym wielokąt. Skąd nazwa obwód? Polecenie: obwiedź kształt danego wielokąta danym kolorem.</p>
24.	Trójkąt i jego własności	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne, równoboczne i równoramienne, - konstruuje trójkąt o trzech danych bokach; ustala możliwość zbudowania trójkąta (na podstawie nierówności trójkąta), - stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta. 	<p>Ze zbioru bardzo wielu trójkątów uczniowie w grupach wybierają trójkąty o określonej wspólnej cesze, następnie formułują wnioski.</p> <p>Konstruowanie trójkątów z trzech danych odcinków rozpoczynamy od układania trójkątów z patyczków bardzo różnej długości (część patyczków odpadnie), następnie ustalamy dlaczego.</p> <p>Sumę kątów trójkąta odkrywamy poprzez rozcięcie danego trójkąta i złożenie jego kątów wewnętrznych.</p>

25.	Prostokąty i kwadraty	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje i nazywa kwadrat i prostokąt, - zna najważniejsze własności kwadratu i prostokąta. 	Wyraźnie rozróżniamy opis kwadratu lub prostokąta oraz własności (czworokąt mający dwie pary boków równoległych i wszystkie kąty proste oraz wszystkie boki równe). Na podstawie opisu określamy czy prostokąt jest kwadratem, czy odwrotnie. Wskazujemy, co je odróżnia w opisie, które własności są wspólne.
26.	Równoległoboki i romby	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje i nazywa równoległobok i romb, - zna najważniejsze własności rombu i równoległoboku. 	Podobnie jak przy prostokącie i kwadracie.
27.	Trapezy	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje i nazywa trapez, - zna najważniejsze własności trapezu. 	Opis trapezu uczniowie powinni sformułować sami, na zasadzie cech wspólnych i różnic z poprzednimi czworokątami.
28.	Czworokąty - zadania	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje i nazywa kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez, - zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, - oblicza miary kątów, stosując poznane własności kątów i wielokątów, - dokonuje klasyfikacji czworokątów 	Przy dobrym zrozumieniu zagadnienia warto pokusić się o pokazanie podziału czworokątów ze względu na równoległość boków, równość boków, równość kątów. Nasunie się wówczas pytanie: czy znamy inne czworokąty?
UŁAMKI DZIESIĘTNE			
29.	Zapisywanie ułamków dziesiętnych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zapisuje wyrażenia dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego i odwrotnie. 	Powtórzenie z klasy IV rozszerzenie i utwalenie poprzez ćwiczenia. Zaleca się ćwiczenia praktyczne połączone z pomiarami i ich zapisem.
30.	Porównywanie ułamków dziesiętnych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - porównuje ułamki dziesiętne. 	Zwracamy uwagę na jednakowe rzędy w zapisie (odwołanie do dziesiętkowego systemu pozycyjnego).
31.	Różne sposoby zapisywania długości i masy	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: metr, centymetr, decymetr, milimetr, kilometr, - zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, 	Zaleca się ćwiczenia praktyczne również w terenie oraz różne przyrządy pomiarowe (dawne i nowoczesne).

		kilogram, dekagram, tonę.	
32.	Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych	Uczeń: - dodaje i odejmuje ułamki dziesiętne w pamięci (w najprostszych przykładach), pisemnie i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach).	Podkreślamy ważność zapisu przecinka pod przecinkiem przy działaniach pisemnych oraz estetykę zapisu.
33.	Mnożenie i dzielenie ułamków dziesiętnych	Uczeń: - mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w najprostszych przykładach), pisemnie i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach).	Pomijamy zera stojące na końcu części ułamkowych. Rachunek pisemny dotyczy przede wszystkim ułamków dziesiętnych, z których co najmniej jeden ma najwyżej dwie cyfry znaczące, np. $32,4 \cdot 0,072$; $0,064 : 0,25$ W trudniejszych rachunkowo przykładach wskazane jest korzystanie z kalkulatora.
34.	Szacowanie wyników działań na ułamkach dziesiętnych	Uczeń: - szacuje wyniki działań.	Ćwiczenia praktyczne. Szacujemy wyniki działań przy każdej okazji. Zachęcamy uczniów, aby przed uzyskaniem dokładnego wyniku próbowali przewidzieć, co otrzymają.
35.	Zaznaczanie ułamków zwykłych i dziesiętnych na osi liczbowej	Uczeń: - zaznacza ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej.	Należy dobrać wygodną jednostkę na osi liczbowej.
36.	Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych	Uczeń: - zapisuje ułamek dziesiętny skończony w postaci ułamka zwykłego, - wykonuje nieskomplikowane rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne, - porównuje różnicowo ułamki,	Obliczenia, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne, uczeń powinien wykonać jedynie w przypadkach niewymagających żmudnych zamian jednej postaci ułamka na drugą, a więc np. $3,75 + 4\frac{1}{2}$; $3,6 \cdot \frac{3}{12}$; $2\frac{1}{4} : 1,2$ itp. Celem tych obliczeń powinno być nabycie umiejętności wyboru odpowiedniej zamiany i uświadomienie uczniom wielopostaciowości liczby, a nie ćwiczenie skomplikowanych, zniechęcających obliczeń (dla chętnych - nadprogramowo tak).
POLA FIGUR			
37.	Pole prostokąta	Uczeń:	Przypominamy, w jaki sposób obliczamy pola (praktycznie -

	i kwadratu	<ul style="list-style-type: none"> - oblicza pola kwadratu i prostokąta przedstawionych na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych), - stosuje jednostki pola: metr kwadratowy, decymetr kwadratowy, centymetr kwadratowy, milimetr kwadratowy, kilometr kwadratowy, ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń). 	zakrywając kwadratami jednostkowymi - powtarzamy tym samym jednostkę kwadratową). Wzory interpretujemy jako iloczyn długości boków - na rysunkach pomocniczych używamy różnych oznaczeń boków. Warto rozważyć jakie boki, których długości wyrażone są liczbami całkowitymi, może mieć prostokąt o danym polu.
38.	Pole równoległoboku i rombu	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza pola rombu i równoległoboku przedstawionych na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych, - stosuje jednostki pola. 	<p>Aby pokazać sposób obliczania pola rombu lub równoległoboku, należy rozpocząć od rozcinania tych figur i układania z nich kwadratu lub prostokąta. Po kilku przerobionych przykładach możemy dojść do uogólnienia czyli wzoru. Należałoby sprowokować, aby pojęcie wysokości wypłynęło od uczniów.</p> <p>Ćwiczenia praktyczne możemy zastąpić prezentacją multimedialną lub innymi dostępnymi środkami, czy pomocami dydaktycznymi.</p>
39.	Pole trójkąta	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza pole trójkąta przedstawionego na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych, - stosuje jednostki pola. 	<p>Aby pokazać obliczanie pola trójkąta stosujemy np. składanie trójkątów - do wzoru dochodzimy poprzez pole prostokąta. Wyjaśnimy pojęcie wysokości formułując ją jako <u>odległość</u> wierzchołka od przeciwległego boku (należy wyćwiczyć pojęcia: bok przeciwległy, przyległy do danego kąta, wierzchołka). Zwracamy uwagę na to, że odległość mierzymy zawsze prostopadłe (przykłady - malowanie pasów na jezdni) oraz, że każdy trójkąt ma trzy wysokości (pokazanie trzech wysokości możemy ograniczyć do trójkątów ostrokątnych i prostokątnych ale dla dociekliwych również rozwartokątnych).</p>
40.	Pole trapezu	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza pole trapezu przedstawionego na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych, - stosuje jednostki pola. 	<p>Obliczanie pola trapezu można rozpocząć od podziału trapezu na figury, których pola umiemy już obliczyć. Wyprowadzenie wzoru można potraktować jako ciekawostkę - w zależności od poziomu danej klasy.</p>

LICZBY CAŁKOWITE			
41.	Liczby ujemne	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - podaje praktyczne przykłady stosowania liczb ujemnych, - interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej, - odczytuje temperaturę (dodatnią i ujemną). 	Uczeń ma intuicyjnie rozumieć sens liczb ujemnych i ich znaczenie w życiu (temperatura ujemna, długi/pożyczki, poziom -1 w windzie itp.). Zachęcamy uczniów do podawania własnych przykładów.
42.	Porównywanie liczb całkowitych (zaznaczanie na osi liczbowej)	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej, - porównuje liczby całkowite. 	Przy interpretacji liczb ujemnych na osi liczbowej zwracamy uwagę na sens zwrotu osi liczbowej. Zwracamy uwagę na odległość danej liczby ujemnej od 0 oraz wskazujemy (wskazują uczniowie) inną liczbę. Wprowadzamy pojęcie liczb przeciwnych (popieramy przykładami np. dług/gotówka).
43.	Dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie liczb całkowitych	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych. 	Uczeń powinien umieć wykonać działania na liczbach całkowitych w łatwych przypadkach, tzn. takich, w których obliczenie daje się wykonać w pamięci. Pokazujemy, że np. $5 + (-2) = 5 - 2$ skoro tak, to $5 + 2 = 5 - (-2)$, czyli dodawanie możemy zastąpić odejmowaniem liczby przeciwnej i odwrotnie. Przy odejmowaniu liczby ujemnej czytamy wyraźnie: odjąć - 2, jako że znak oznaczać może odejmowanie lub liczbę przeciwną do danej. Wyjaśniamy uczniom zasady ustalania znaku iloczynu i ilorazu.
GRANIASTOSŁUPY			
44.	Prostopadłościany i sześciany	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje prostopadłościany i sześciany w sytuacjach praktycznych i wskazuje je wśród innych modeli brył. 	Powtórzenie z klasy IV, rozstrzygnięcie czy sześcian jest prostopadłościanem, czy odwrotnie. Ćwiczenie rozumienia pojęć: podstawa, ściana boczna, wierzchołek (jako punkt wspólny trzech krawędzi), krawędź (jako część wspólna dwóch sąsiednich ścian). Rozstrzygnięcie, czy liczba krawędzi i wierzchołków jest wielkością

			stałą.
45.	Przykłady graniastostupów prostych	Uczeń: - rozpoznaje graniastostupy proste w sytuacjach praktycznych i wskazuje je wśród innych modeli brył, - wskazuje wśród graniastostupów prostopadłościanny i sześcianny i uzasadnia swój wybór.	Mimo, że uczeń nie musi znać definicji graniastostupa wypowiadamy ją (osłuchanie), aby uczeń mógł wskazywać cechy różniące graniastostupy i prostopadłościanny (uzasadnianie). Uczniowie powinni też poszukiwać przykładów graniastostupów w najbliższym otoczeniu.
46.	Siatki graniastostupów	Uczeń: - rozpoznaje siatki graniastostupów prostych, - rysuje siatki prostopadłościannów.	Wykorzystanie siatek brył składanych oraz składanie brył, również klejenie modeli z siatek wykonanych przez uczniów.
47.	Pole powierzchni prostopadłościannu	Uczeń: - oblicza pole powierzchni prostopadłościannu przy danych długościach krawędzi.	Obliczanie pola powierzchni jako sumy pól ścian bryły, próby uogólniania zapisu na symbolach literowych.
48.	Objętość prostopadłościannu. Jednostki objętości	Uczeń: - oblicza objętość prostopadłościannu przy danych długościach krawędzi, - stosuje jednostki objętości i pojemności: litr, mililitr, decymetr sześcienny, metr sześcienny, centymetr sześcienny, milimetr sześcienny.	Obliczanie objętości można rozpocząć od wypełniania ryżem, kaszą itp, następnie kostkami jednostkowymi (lub rysowanie tych kostek) po to, by dojść do wniosku, że najpierw należy zakryć podstawę a następnie ułożyć ilość warstw w zależności od wysokości bryły. Proponujemy wyjaśnienie zamiany jednostki objętości np. $1 m^3 = 1m \cdot 1m \cdot 1m = 100cm \cdot 100cm \cdot 100cm$ itd.

KLASA VI

Lp.	Hasła programowe	Przewidywane osiągnięcia ucznia	Proponowany sposób realizacji, uwagi, wskazówki
Działania na liczbach naturalnych i ułamkach			
1.	Rachunki pamięciowe na liczbach naturalnych i ułamkach dzie-	Uczeń: - dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne wielocyfrowe, - mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną	Przy dodawaniu uczeń stosuje prawo przemienności i łączności dodawania oraz mnożenia, również rozdzielności mnożenia względem dodawania (odejmowania), stosuje poznane i wygodne dla siebie sposoby liczenia. Oczekuje się

	siętnych	<p>jednocyfrową, dwucyfrową lub trzycyfrową w pamięci (w najprostszych przykładach),</p> <ul style="list-style-type: none"> - wykonuje proste rachunki pamięciowe na ułamkach dziesiętnych (dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli w pamięci). 	<p>umiejętności pamięciowego mnożenia liczby jednocyfrowej przez dwucyfrową również $260 \cdot 4$, $320 \cdot 300$, ale nie $23 \cdot 34$</p> <p>Dzielenie w pamięci dotyczy jedynie działań najprostszych typu: $120:4$; $500:250$; $3200:80$. Rachunek pamięciowy na ułamkach dziesiętnych powinien dotyczyć przykładów tak prostych, by nie opłacało się stosować algorytmów ani kalkulatora.</p> <p>Zaleca się jak najwięcej ćwiczeń praktycznych, gier dydaktycznych, krzyżówek matematycznych itp.</p>
2.	Działania na ułamkach dziesiętnych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne pisemnie i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach), - wykonuje działania na ułamkach dziesiętnych, używając własnych, poprawnych strategii lub za pomocą kalkulatora, - zaokrągla ułamki dziesiętne, - zapisuje wyrażenia dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego i odwrotnie; 	<p>Rachunek pisemny dotyczy przede wszystkim ułamków dziesiętnych, z których co najmniej jeden ma najwyżej dwie cyfry znaczące, np. $32,4 \cdot 0,072$ czy $0,064 : 0,25$.</p> <p>W trudniejszych rachunkowo przykładach wskazane jest korzystanie z kalkulatora. Zaokrąglenie ułamków dziesiętnych tłumaczymy z użyciem osi liczbowej (z odpowiednio dobraną jednostką).</p>
3.	Działania na ułamkach zwykłych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno-lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane. 	<p>Obliczenia, które uczeń ma wykonywać, nie powinny być trudne. Ich celem ma być zrozumienie stosowanych metod i osiągnięcie praktycznych umiejętności rachunkowych, bez zbędnych utrudnień. Przy sprowadzaniu ułamków do wspólnego mianownika dbamy, aby był on najmniejszą wspólną wielokrotnością i pokazujemy dlaczego tak jest najpraktyczniej (nie negujemy innej wspólnej wielokrotności). NWW znajdujemy za pomocą rozkładu na czynniki pierwsze lub jako wielokrotność największego mianownika.</p>
4.	Zamiana ułamków zwykłych na dziesiętne i dziesiętnych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zamienia ułamki zwykłe o mianownikach będących dzielnikami liczb 10, 100, 1000 itd. na ułamki dziesiętne skończone dowolną metodą (przez rozszerzanie 	<p>Przy zamianach nie ograniczamy się do stosowania jednej metody, stosujemy je wymiennie. Stosujemy zamiany przy obliczeniach praktycznych (wyrażeniach dwumianowanych). Zamieniając na ułamek zwykły dążymy zawsze do ułamka</p>

	na zwykłe	<p>ułamków zwykłych, dzielenie licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora),</p> <ul style="list-style-type: none"> - ułamki zwykłe o mianownikach, które nie są dzielnikami liczb 10, 100, 1000 itd. zapisuje w postaci rozwinięcia dziesiętnego nieskończonego z użyciem trzech kropek po ostatniej cyfrze (dzieląc licznik przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora), - zapisuje ułamek dziesiętny skończony w postaci ułamka zwykłego. 	<p>nieskracalnego.</p> <p>Wskazane gry, np. domino matematyczne.</p>
5.	Ułamki zwykłe i dziesiętne	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zaznacza ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej, - oblicza ułamek (zwykły i dziesiętny) danej liczby naturalnej, - porównuje różnicowo ułamki zwykłe i dziesiętne, - oblicza kwadraty i sześciany ułamków zwykłych i dziesiętnych oraz liczb mieszanych, - wykonuje nieskomplikowane rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań, używając własnych poprawnych strategii lub z pomocą kalkulatora, - szacuje wyniki działań. 	<p>Wszystkie obliczenia stosujemy również w kontekście praktycznym. Zwracamy uwagę na to, że kwadraty i sześciany liczb to iloczyn jednakowych czynników. Obliczenia, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne mają na celu nie tylko nabycie sprawności rachunkowej ale przede wszystkim nabycie umiejętności wyboru odpowiedniej zamiany i uświadomienie uczniom wielopostaciowości liczby. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych wykorzystamy też w geometrii podczas obliczania obwodów, pól i objętości figur.</p>
Figury na płaszczyźnie			
6.	Proste, odcinki, okręgi, koła	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rysuje, rozpoznaje i nazywa punkt, prostą, półprostą, odcinek, - wskazuje na rysunku a także rysuje cięciwę, średni- 	<p>Zwracamy uwagę, że każda figura geometryczna jest zbiorem punktów. Punkty, proste, półproste, odcinki nazywamy (opisujemy). Uczniowie powinni dużo rysować z pomocą linijki i ekierki, ale także odręcznie. Nie wolno nam mówić, że od-</p>

		cę, promień koła i okręgu.	ciniek jest to prosta mająca początek i koniec, że półprosta to prosta która ma początek ale nie ma końca.
7.	Kąty	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wskazuje w kątach ramiona i wierzchołek, - mierzy kąty mniejsze od 180 stopni z dokładnością do 1 stopnia, - rysuje kąt o danej mierze mniejszej niż 180 stopni, - rozpoznaje kąt prosty, ostry i rozwarty, - porównuje kąty, - rozpoznaje kąty wierzchołkowe i kąty przyległe oraz korzysta z ich własności. 	Jako oznaczenie miary kąta możemy wprowadzić litery z greckiego alfabetu. Powtarzamy, urozmaicamy i utrudniamy ćwiczenia z porównywaniem kątów z klasy V (również na tarczy zegarowej). Własność kątów przyległych wykorzystujemy w zadaniach typu: <i>podaj miarę każdego z dwóch kątów przyległych wiedząc, że jeden z nich jest 2 razy większy od drugiego (lub np. o 60 stopni większy/mniejszy).</i>
8.	Trójkąty, czworokąty i inne wielokąty	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne, równoboczne i równoramienne, - konstruuje trójkąt o trzech danych bokach; ustala możliwość zbudowania trójkąta (na podstawie nierówności trójkąta), - stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta, - rozpoznaje i nazywa kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez, - zna i stosuje najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, - stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta 	Przy kreśleniu trójkątów i ich wysokości zwracamy uwagę, że gdy wzrasta rozwartość kąta - zmienia się położenie wysokości w trójkącie. Wysokość określamy jako odległość wierzchołka od przeciwległego boku (uczniowie nie muszą znać definicji). Uczniowie używają określeń: przyległy, przeciwległy itd. Dużą uwagę zwracamy na własności czworokątów. Przedstawiamy podział czworokątów ze względu na równoległość boków.
Obliczenia praktyczne			
9.	Kalendarz i czas	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach, - wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach. 	Obliczenia zegarowe wykonujemy odwołując się do różnych typów zegara (używamy również tych wykonanych samodzielnie w klasie IV), zamieniamy jednostki czasu. Do obliczeń kalendarzowych możemy użyć osi liczbowej (różne osie dla dni, tygodni, miesięcy, lat), prezentacji multimedialnej, filmu. Warto tu uwzględnić i wniknąć w sposoby jakimi uczniowie radzą sobie z tymi obliczeniami. Dajemy im tu dużą

			<p>samodzielność. Uczymy wyszukiwania informacji z tekstu, np. gazet, encyklopedii, tekstu historycznego. Uczniowie mogą porównywać różne urządzenia służące do mierzenia czasu, rozszyfrowywać daty i godziny zapisane w różny sposób oraz samodzielnie je zapisywać, notować rozkład dnia w terminarzu, porównywać plany z rzeczywistym rozwojem wydarzeń, odczytywać informacje zawarte w różnych rozkładach jazdy, posługiwać się stoperem przy mierzeniu czasu trwania różnych wydarzeń.</p>
10.	Jednostki długości i jednostki masy	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: metr, centymetr, decymetr, milimetr, kilometr, - zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, kilogram, dekagram, tona. 	<p>Przy zamianie każdego z jednostek pokazujemy uczniom sposoby zamiany np. $1\text{ m} = 100\text{ cm} = 100 \cdot 10\text{ mm} = 1000\text{ mm}$ i odwrotnie.</p>
11.	Skala na planach i mapach	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali, oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość. 	<p>Skala określa, ile razy wszystkie wymiary przedmiotu lub rysunku zostały zwiększone lub zmniejszone (podajemy wiele przykładów konieczności zmniejszenia lub powiększenia danych wymiarów-możliwa prezentacja). Uczniowie powinni wykonać wiele rysunków figur w skali (zaczynając od prostych wymiarów i przyjaznych obliczeń), w dalszej kolejności stosujemy obliczenia dotyczące np. map. Korelacja z przyrodą.</p>
12.	Zaokrąglanie liczb	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zaokrągli liczby naturalne, - zaokrągli ułamki dziesiętne. 	<p>Aby pokazać zasadę zaokrąglania liczb bardzo dobrze jest odwołać się do osi liczbowej. Uczniowie sami odkryją regułę. Warto też zachęcać do poszukiwania przykładów z życia codziennego.</p>
13.	Gromadzenie i porządkowanie danych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - gromadzi i porządkuje dane. 	<p>Ograniczamy się do zbierania, organizowania i reprezentowania różnych typów danych oraz wyciągania wniosków z zebranych danych. Uczniowie mogą też badać bardzo proste sytuacje losowe. Oba te obszary zagadnień mają coraz większe znaczenie dla matematycznego spojrzenia na świat i społeczeństwo, w którym żyjemy.</p>

14.	Odczytywanie informacji z tabel i diagramów oraz przedstawionych na wykresach	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, diagramach i na wykresach. 	<p>Uczeń ma odczytywać i interpretować dane przedstawione w tekstach, tabelach, diagramach i na wykresach takich, jakie mogą się pojawić w np. w prasie (notowania walut lub zmiany temperatury w prognozie pogody ale nie na wykresach w układzie współrzędnych).</p>
15.	Prędkość, droga, czas	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i danym czasie, prędkość przy danej drodze i danym czasie, czas przy danej drodze i danej prędkości. stosuje jednostki prędkości: km/h, m/s. 	<p>Przy wykonywaniu związanych z tym obliczeń uczeń nie musi umieć posługiwać się wzorami fizycznymi (typu $v = s/t$). Wystarczy, jeśli wie, że prędkość to jest droga podzielona przez czas {bo o prędkości mówimy km (droga) na godz. (czas)} i umie to stosować. Uczeń może wyrażać prędkość w wygodnych w danej sytuacji jednostkach (np. w km/h lub m/min), nie należy jednak od niego oczekiwać umiejętności zamiany jednych jednostek prędkości na inne.</p> <p>Zachęcamy do porównywania prędkości rozwijanej przez pojazdy, zwierzęta, sportowców, analizowania tempa poruszania się po mieście różnymi środkami transportu: metro, autobus, rower, planowania wycieczki autobusowej, rowerowej, pieszej.</p>
16.	Obliczenia procentowe	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - interpretuje 100% danej wielkości jako całość, 50% - jako połowę, 25% - jako jedną czwartą, 10% - jako jedną dziesiątą, a 1% - jako setną część danej wielkości liczbowej, - zamienia procenty na ułamki o mianowniku 100 oraz ułamki o mianowniku 100 na procenty, - oblicza w sytuacjach osadzonych w kontekście praktycznym procent danej wielkości 	<p>Uczeń powinien interpretować procenty jako setne części całości. Nie chodzi tu o wyuczenie schematu obliczania (np. najpopularniejszego <i>na krzyż</i>), ale o rozumienie jako części całości a więc $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{10}; \frac{1}{100}$, również 5% jako połowa z 10% lub 20% jako $2 \cdot 10\%$</p> <p>Stosujemy tylko obliczenia osadzone w kontekście praktycznym jako, że procent jest zawsze czegoś.</p> <p>Inne obliczenia procentowe możemy ćwiczyć z uczniami jako nadprogramowe (zabawa się w giełdę, badanie zasad funkcjonowania banków zbieranie informacji o formach oszczędzania i kredytach, badanie, w którym sklepie są korzystne promocje itp.</p>

Pola wielokątów

17.	Jednostki pola	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje jednostki pola: metr kwadratowy, decymetr kwadratowy, centymetr kwadratowy, milimetr kwadratowy, kilometr kwadratowy, ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń). 	Utrwalamy wiadomości z klas młodszych. Uświadamiamy uczniom, że figura na płaszczyźnie ma dwa wymiary: długość i szerokość (lub wysokość, czyli jednostka razy jednostka, to jednostka kwadratowa (płaszczyzna jest dwuwymiarowa).
18.	Pole prostokąta	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza pole prostokąta przedstawionego na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych, - stosuje jednostki pola: metr kwadratowy, decymetr kwadratowy, centymetr kwadratowy, milimetr kwadratowy, kilometr kwadratowy, ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń). 	Wskazanych jest dużo różnorodnych ćwiczeń praktycznych (pomiary, obliczenia, zastosowanie skali, projektowanie figur o danym polu itp.) oraz wykorzystanie dostępnych pomocy dydaktycznych.
19.	Pole równoległoboku i rombu	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza pola rombu i równoległoboku przedstawionych na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych, - stosuje jednostki pola: metr kwadratowy, decymetr kwadratowy, centymetr kwadratowy, milimetr kwadratowy, kilometr kwadratowy, ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń). 	Zwracamy uwagę na istnienie dwóch różnych wysokości równoległoboku i rombu.
20.	Pole trójkąta	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza pole trójkąta przedstawionego na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych, - stosuje jednostki pola: metr kwadratowy, decymetr kwadratowy, centymetr kwadratowy, milimetr kwadratowy, kilometr kwadratowy, ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń). 	
21.	Pole trapezu	Uczeń:	Trapez możemy też przedstawić jako sumę dwóch trójkątów.

		<ul style="list-style-type: none"> - oblicza pole trapezu przedstawionego na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych, - stosuje jednostki pola: metr kwadratowy, decymetr kwadratowy, centymetr kwadratowy, milimetr kwadratowy, kilometr kwadratowy, ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń). 	
22.	Pola wielokątów	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza pola: kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trójkąta, trapezu przedstawionych na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych, - stosuje jednostki pola: metr kwadratowy, decymetr kwadratowy, centymetr kwadratowy, milimetr kwadratowy, kilometr kwadratowy, ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń). 	Wykorzystanie zasobów Internetu. Obliczamy również pola innych wielokątów poprzez ich podział na trójkąty i znane czworokąty.
Figury przestrzenne			
23.	Rozpoznawanie figur przestrzennych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje graniastosłupy proste, ostrosłupy, walce, stożki i kule w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył, - wskazuje wśród graniastosłupów prostopadłościany i sześciiany i uzasadnia swój wybór, 	Wyszczególnienie cechy inności walca, stożka i kuli (np. opływowy kształt) prowadzić powinno do stwierdzenia, że są to bryły obrotowe (powstałe przez obrót). Ostrosłupy - <i>ostry słup</i> uczniowie rozpoznają. Wskazane jest zaprezentowanie brył w życiu codziennym, architekturze, przykładów podanych przez uczniów itp. (wykorzystanie zasobów internetu). Przy opisywaniu brył dbamy o prawidłowe nazewnictwo (np. ściana nie bok).
24.	Prostopadłościany i sześciiany. Właściwości, siatki, pola powierzchni, objętości.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje i rysuje siatki prostopadłościanów i sześcianów, skleja ich modele, - oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu i sześcianu przy danych długościach krawędzi, - stosuje jednostki pola: metr kwadratowy, decymetr kwadratowy, centymetr kwadratowy, milimetr kwadra- 	Korzystamy ze składanych modeli brył. Proponujemy uczniom wykonanie różnych siatek modeli nie tylko prostopadłościanów i sześcianów. Dbamy o dokładność i estetykę wykonania każdej siatki. Przy obliczaniu objętości możemy uzasadnić uczniom trójwymiarowość przestrzeni (długość, szerokość, wysokość). Stosujemy wzory na obliczanie pól powierzchni i objętość,

		<p>towy, kilometr kwadratowy, ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń),</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje jednostki objętości i pojemności: litr, mililitr, dm^3, m^3, cm^3, mm^3. 	<p>ale z jak największym zrozumieniem ich sensu. Ćwiczymy rysunki pomocnicze brył, których obliczenia dotyczą.</p>
25.	Graniastosłupy proste	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje własności graniastosłupa prostego, - rozpoznaje i rysuje siatki graniastosłupów prostych, - oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prostego przy danych długościach krawędzi podstawy i wysokości. 	<p>Szczególną uwagę zwracamy na prawidłowe określenie własności. Używamy określenia <i>podstawa są przystającymi wielokątami</i> wymiennie z <i>identycznymi wielokątami</i>, oraz <i>krawędzie są prostopadłe do płaszczyzny podstawy</i> wymiennie z określeniem <i>ściany boczne są prostokątami</i>. Stosujemy wzory na obliczanie pól powierzchni i objętość, ale z jak największym zrozumieniem ich sensu. Ćwiczymy rysunki pomocnicze brył, których obliczenia dotyczą.</p>
26.	Ostrosłupy	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje własności ostrosłupów, - rozpoznaje i rysuje siatki ostrosłupów, - oblicza pole powierzchni i objętość ostrosłupa przy danych długościach krawędzi podstawy i wysokości. 	<p>Korzystamy ze składanych modeli brył przedstawiając modele różnych ostrosłupów. Dla różnych modeli ostrosłupów określamy ich wspólne cechy - własności. Przy rysowaniu siatek dbamy o ich precyzję. Wprowadzając oznaczenia różniamy wyraźnie wysokość ściany i wysokość bryły. Przy badaniu objętości warto zastosować starą metodę: trzy objętości ostrosłupa = objętość graniastosłupa o takiej samej podstawie i wysokości. Jeśli zachodzi potrzeba zamiany jednostek należy je zamieniać na poziomie liniowym.</p>
Liczby całkowite			
27.	Liczby dodatnie i liczby ujemne	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje praktyczne przykłady stosowania liczb ujemnych, - interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej, - oblicza wartość bezwzględną liczby całkowitej, - porównuje liczby całkowite. 	<p>Przy interpretacji liczb dodatnich i ujemnych na osi liczbowej zwracamy uwagę na ich odległość od 0 (w szczególności liczb przeciwnych). Odległość ta jest wartością bezwzględną liczby. Uczeń ma znać pojęcie wartości bezwzględnej w przypadku konkretnych liczb całkowitych, czyli wiedzieć, że $-5 = 5$, $5 = 5$, $0 = 0$</p>
28.	Dodawanie i odejmowanie,	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach 	<p>Uczeń ma umieć wykonać działania na liczbach całkowitych w łatwych przypadkach, tzn. takich, w których obliczenie</p>

	mnożenie i dzielenie liczb całkowitych	całkowitych.	daje się wykonać w pamięci. Stosujemy obliczenia praktyczne (by utrwalić sens i znaczenie liczb ujemnych). Poszukujemy przykładów z życia bliskich uczniowi.
29.	Działania łączne na liczbach całkowitych	Uczeń: - stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań	Zaleca się proste przykłady nie budzące wątpliwości co do kolejności wykonywania działań.
Wyrażenia algebraiczne i równania			
30.	Zapisywanie i odczytywanie wyrażeń algebraicznych, obliczanie ich wartości liczbowych.	Uczeń: - korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, zamienia wzór na formę słowną, - stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkościami liczbowymi i zapisuje proste wyrażenie algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym, - oblicza wartość liczbową prostego wyrażenia algebraicznego.	Pojęcie <i>wyrażenie algebraiczne</i> występuje jako hasło w podstawie, jednak <u>uczeń poznaje te wyrażenia w praktyce</u> , bez próby wyjaśniania, co ogólnie rozumie się pod tą nazwą. Uczeń ma wykonywać proste obliczenia związane z podstawianiem do danego wzoru. Powinien także umieć opisać taki wzór własnymi słowami, na przykład wyjaśnić, co oznaczają litery we wzorze $P = a \cdot h$ i zastąpić ten wzór sformułowaniem typu: pole równoległoboku to bok razy odpowiednia wysokość.
31.	Rozwiązywanie równań	Uczeń: - rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą występującą po jednej stronie równania (poprzez zgadywanie, dopełnianie lub wykonanie działania odwrotnego),	Na początku pokazujemy uczniom do czego służą równania (można wykorzystać zasoby internetu, wykonać prezentację oraz wykorzystać wiadomości uczniów na ten temat). Równanie $5x = 10$ rozwiązujemy poprzez odgadnięcie liczby x i sprawdzenie, równanie $5 \cdot x = 10$ rozwiązujemy poprzez wykonanie działania odwrotnego. Rozwiązywanie równań jest w szkole podstawowej ściśle związane z rozumieniem działań i zapisu - na tym etapie nie stosujemy metody równań równoważnych. Posługujemy się grafami oraz innymi sposobami pozwalającymi przybliżyć sens zagadnienia.
32.	Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem	Uczeń: - czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe,	Dużą wagę przywiązujemy do rozumienia tekstu zadania oraz analizy jego treści. W każdy możliwy sensowny sposób ilustrujemy zadanie, by stało się dla ucznia przystępne i bliskie.

równań	<ul style="list-style-type: none"> - wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla siebie zapisanie informacji i danych z treści zadania, - dostrzega zależności między podanymi informacjami, - dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla siebie strategie rozwiązania, - stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, - weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania 	<p>Nie wymaga się stosowania równań do rozwiązywania trudnych zadań tekstowych, takich, których uczeń nie potrafi rozwiązać za pomocą rozumowania arytmetycznego. <u>Ważne jest, by uczeń nie tylko rozwiązywał zadania tekstowe, ale by sprawdzał otrzymane wyniki, oceniając ich życiową sensowność.</u> Akceptujemy wszelkie poprawne strategie i stosowanie przez ucznia jego własne, w miarę logiczne zapisy.</p>
--------	--	--

6. PROCEDURY OSIĄGANIA CELÓW KSZTAŁCENIA

Psychologiczna analiza procesu uczenia się prowadzi do wniosku, że procesu kształcenia matematycznego nie można sprowadzać do jednostronnego wyjaśniania przez nauczyciela lub do mechanicznego przyswajania („wykuwania”) przez uczniów gotowych treści programowych. Uczenie się warunkowane jest wysoką aktywnością uczniów, w której czynności manipulacyjne, werbalne i umysłowe powinny wzajemnie przeplatać i uzupełniać się. Z tego względu pierwszorzędne znaczenia nabiera kierowanie procesem uczenia się, czyli organizacja procesu kształcenia przez nauczyciela w warunkach klasy szkolnej. Organizując ten proces nauczyciel musi mieć na uwadze wielostronną aktywizację wszystkich uczniów i oraz ich przechodzenie od niższych do coraz wyższych form czynności poznawczych z uwzględnieniem regulacji prospektywnej. Tak więc ważnym zadaniem nauczyciela jest organizowanie czynności wszystkich uczniów, które przebiegają zgodnie z psychologicznymi prawidłowościami uczenia się. Pociąga to za sobą jednocześnie konieczność organizowania odpowiednich czynności nauczycielskich.

Przygotowanie się nauczyciela do lekcji powiązane jest z respektowaniem ściśle określonych dyrektyw i reguł dydaktycznych, zapewniających prawidłowe funkcjonowanie praw uczenia się określonych w psychologii czynności. Dla osiągnięcia możliwie optymalnej skuteczności procesu nauczania-uczenia się matematyki nauczyciel w swoim postępowaniu pedagogicznym powinien szczególnie akcentować na:³

- wyłanianie na drodze wnikliwej analizy teoretycznej ciągu podstawowych operacji tkwiących implícite lub explicitie w założonych treściach kształcenia-sytuacjach zadaniowych dla ucznia;
- organizowanie w sposób świadomy i planowy sytuacji zadaniowych (mini problemowych) sprzyjających procesowi interioryzacji i rozwojowi

³ Zob. np. Z. Krygowska, *Zarys dydaktyki matematyki*, cz. 1, WSiP, Warszawa 1977, s. 127-128; J. Grzesiak, *Czy nauczanie czynnościowe jest metodą nauczania matematyki*, „Życie Szkoły” 1984, nr 9, s. 449-450.

- myślenia ucznia - jako swobodnego i świadomego posługiwania się przyswajanymi stopniowo operacjami;
- wiązanie operacji z operacjami do nich odwrotnymi;
- systematyzowanie treści kształcenia i wiązanie ich z wyraźnie określonymi schematami postępowania praktycznego;
- wiązanie operacji z różnych dziedzin (wewnątrzprzedmiotowo i między-przedmiotowo) w bardziej ogólne i złożone schematy;
- uwzględnianie różnych ciągów operacji doprowadzających do tego samego rezultatu (końcowego wyniku);
- stwarzanie wobec uczniów sytuacji rozbieżnych i przeciwstawnych, w których opanowane schematy postępowania są zawodne lub nieskuteczne i w których uczniowie muszą dokonać transformacji (adaptacji) poznanego schematu lub wypracować nowy schemat;
- wymaganie od uczniów słownego opisywania operacji wykonanych, wykonywanych lub przewidywanych do samodzielnego wykonania;
- celowe integrowanie czynności konkretnych uczniów z operacjami myślowymi, przy czym czynności te mogą być traktowane jako:
 - źródło procesu interioryzacji, w którym jako jej rezultat powstaje odpowiednio wywołana operacja myślowa;
 - operacje wykonywane równoległe z operacjami myślowymi;
 - konkretna weryfikacja ustalonego teoretycznie ciągu operacji myślowych;
- systematyczne i konsekwentne stwarzanie sytuacji wymagających od ucznia swobodnego i operatywnego posługiwania się poznanymi operacjami;
- zwracanie uwagi na to, aby stosowana symbolika miała również charakter operatywny, aby wizualnie sugerowała określoną operację;
- przyzwyczajanie uczniów do planowania swoich czynności w rozwiązywaniu sytuacji zadaniowych oraz wyrabianie u nich przekonania, że tylko dzięki planowemu i zorganizowanemu działaniu, a nie biernej kontemplacji i oczekiwaniu na „natchnienie” dochodzi się do zamierzonego celu;
- stopniowe wdrażanie uczniów do samokontroli, autokorekty, samooceny, a przede wszystkim do samodzielnego podejmowania decyzji związanych z rozwiązywaniem sytuacji zadaniowych, szczególnie sytuacji otwartych.

Przedstawione dyrektywy i reguły prakseopedagogiczne nie wyczerpują w całości bardzo złożonego zagadnienia, jakim jest optymalna organizacja procesu skutecznego kształcenia na wszystkich szczeblach edukacji szkolnej. Są to reguły o wysokim wskaźniku ogólności, których szczegółowa i konkretna egzemplifikacja w pracy pedagogicznej nauczyciela jest niezbędna. Urzeczywistnienie tych reguł w praktyce oznacza stworzenie jakościowo wyższych form kształcenia każdego bez wyjątku przedmiotu-formy, która umownie nosi miano „nauczania zadaniowo-czynnościowego”.

Za kryterium ogólnej klasyfikacji zadań przyjmujemy podstawowe fazy czynnościowego uczenia się i nauczania. Wychodząc z założenia, że w kolejnych ogniwach procesu nauczania organizowane są określone czynności uczniów, celowe i uzasadnione jest ustalenie rodzajów zadań-wymagających tych czynności oraz aktywizujących uczniów w sposób szczególny i charakterystyczny dla danej fazy procesu dydaktycznego.

Ujmując choćby bardzo ogólnie proces kształcenia (nauczania-uczenia się) czynnościowego, można wyróżnić w nim pięć zasadniczych faz, a mianowicie:

- 1) wzbudzenie u uczniów motywacji uczenia się;
- 2) czynnościowe przyswajanie wiedzy i umiejętności;
- 3) samokontrola i samoocena osiągnięć ucznia;
- 4) uogólnianie i strukturyzacja przyswojonej wiedzy;
- 5) utrwalanie i stosowanie nabytej wiedzy na co dzień i w toku dalszej edukacji.

Wyróżnione fazy odzwierciedlają prawidłowości procesu dydaktycznego realizowanego tokiem poszukującym bądź też tokiem podającym. Punktem wyjścia dobrze zorganizowanego procesu nauczania-uczenia się jest wywołanie zaciekawienia u uczniów, wzbudzającego jednocześnie pozytywną motywację uczenia się (wywołanie sytuacji problemowej dla ucznia oraz uświadomienia jemu celów i zadań).

Operatywny charakter danej ścieżki edukacyjnej, stawia wymagania, aby przyswajanie treści miało również charakter czynnościowy. Po dokonaniu zaś pewnych uogólnień i strukturyzacji elementów przyswojonej wiedzy, uczeń powinien mieć okazje do podejmowania prób samokontroli i autokorekty. Dopiero pozytywne wyniki takich prób pozwalają na systematyczne utrwalenie przez ucznia posiadanej wiedzy (w tym kształtowanie nawyków oraz stosowania wiedzy w różnych sytuacjach praktycznych i teoretycznych).

W każdej z wymienionych faz uczenia się i nauczania są uczniom stawiane odpowiednio dobrane zadania, mające na celu wyzwalanie u nich określonego rodzaju aktywności. W ogniwie pierwszym (wzbudzenie motywacji) we wszystkich przedmiotach nauczania pierwszorzędną rolę spełniają gry i zabawy. Wynika to z przesłanek psychologicznych odnoszących się do każdego okresu rozwoju człowieka, a w szczególności do dzieci w wieku przedszkolnym i wczesnoszkolnym.

Czynnościowe poznawanie wiedzy odbywa się w ścisłym związku z rozwiązywaniem zadań i problemów (zwłaszcza „mini problemów”) dostosowanych do potrzeb i możliwości dziecka. W tym celu należy dostarczać uczniom doskonałych okazji do rozstrzygania wywołanych sytuacji problemowych. Mogą to być zarówno gry (uproblemowione), jak i inne rodzaje zadań o charakterze zadań otwartych, czy zamkniętych.

Uogólnianie i strukturyzacja przyswajanej wiedzy może odbywać się również poprzez określone zadania, wymagające od ucznia odpowiednich operacji myślowych. W tej fazie uczenia się uczeń poznaje charakterystyczną dla danego przedmiotu stronę realizacyjną wymagającą doboru sposobów postępowania.

Podobnie też samokontrola wiedzy ucznia jest dokonywana przez odpowiednio skonstruowane zadania (najczęściej typu ćwiczeniowego lub testowego). Wreszcie utrwalenie wiedzy staje się możliwe dzięki wykonywaniu różnorodnych ćwiczeń opartych na materiale praktycznym lub teoretycznym. Niezbędne w tym procesie są zadania, które odnoszą się zarówno do materiału nauczania realizowanego na bieżąco jak i do materiału realizowanego poprzednio. Chodzi przy tym o wyrobienie operatywności wiedzy uczniów.

Przeprowadzona bardzo pobieżnie analiza procesu dydaktycznego stanowi przesłankę do wyróżnienia pięciu podstawowych typów zadań, odpowiadających w charakterystyczny sposób poszczególnym fazom uczenia się-nauczania matematyki. Są to zadania:

- 1) gry i zabawy dydaktyczne;
- 2) zadania - mini problemy;
- 3) zadania niestandardowe;
- 4) zadania testowe;
- 5) zadania - ćwiczenia⁴.

Wyróżnione typy zadań pełnią ważne funkcje dydaktyczno-wychowawcze i stąd powinny stanowić przedmiot metodycznego kształtowania zajęć programowych pod kątem indywidualnych możliwości ucznia oraz względem całej zbiorowości uczniów w klasie szkolnej. Systematyczne konstruowanie oraz racjonalny dobór i układ zadań dostosowanych do celów dydaktyczno-wychowawczych kolejnych zajęć lekcyjnych w istotnym stopniu może przyczynić się do poprawy skuteczności kształcenia matematycznego.

⁴ Por. np. J. Grzesiak, *Podstawy teorii i metodyki ...*, op. cit. s. 90 i nast.

Tradycyjne cele kształcenia matematyki mogą być sprowadzone do trzech układów:

- celów poznawczych, a więc celów dotyczących wiadomości, jakie uczniowie w wyniku realizacji programu powinni zapamiętać i zrozumieć;
- celów kształcących, które wyznaczają wymagania dotyczące umiejętności intelektualnych, teoretycznych i praktycznych;
- celów wychowawczych określających system wartości i wynikające z niego pożądane postawy społeczne.

Ta część programu zawiera wskazówki, jak skutecznie i w atrakcyjny dla uczniów szkoły podstawowej sposób uczyć matematyki wg programu *Twórcza szkoła dla twórczego ucznia*. Założeniem programu jest nie tylko wyposażenie uczniów w teoretyczną wiedzę matematyczną, ale przede wszystkim przygotowanie ich do praktycznego wykorzystania poznanej wiedzy w życiu codziennym. Wybierając sposoby osiągnięcia celów, trzeba uwzględniać możliwości i zainteresowania uczniów. Omawiając treści matematyczne, starajmy się posługiwać przykładami z życia codziennego. Dzięki dobraniu odpowiednio interesujących przykładów można rozbudzić ciekawość uczniów i zachęcić ich do poszukiwania własnych, twórczych rozwiązań. Należy pamiętać o tym, że nauka jest najskuteczniejsza, gdy angażujemy jednocześnie różne zmysły oraz, że *To, co byliście zmuszeni odkryć sami, pozostawia w waszym umyśle ścieżkę, z której możecie skorzystać na nowo, gdy zajdzie taka potrzeba.* (G. C. Lichtenberg). W osiągnięciu, założonych, celów programu przydatna będzie podstawowa wiedza o uczeniu się przez doświadczenie, dobra organizacja zajęć, wykorzystanie różnorodnych form prezentacji treści programowych, stwarzanie w klasie warunków sprzyjających *odkrywaniu* i uczeniu się, znajomość aktywizujących metod nauczania i umiejętność ich zastosowania.

1. Uczymy przez doświadczenie: uczniowie odwołują się do swoich doświadczeń, nabytych podczas zajęć i tych wcześniejszych; oceniają własne doświadczenia i uczą się podejmowania decyzji o wyborze sposobu rozwiązania zadania/problemu; analizują sposoby dochodzenia do rozwiązania; są otwarci na *nowe* i potrafią być krytyczni wobec różnych pomysłów - uczą się wybierać rozwiązanie optymalne.
2. Kształcimy umiejętności budowania modeli matematycznych w różnych sytuacjach z *życia*; wyszukujemy z uczniami w mediach, internecie, informacji związanych z tematem lekcji; wybieramy zadania ilustrujące zastosowanie matematyki w innych dyscyplinach nauki-*matematyka, jako aktor drugiego planu*: bez matematyki nie istniałaby genetyka, archeologia, astronautyka, itp.
3. Kształcimy i doskonalimy umiejętność wykorzystania narzędzi i technik matematycznych poprzez angażowanie uczniów do wymyślania *swoich* przykładów; dobieranie odpowiednich do możliwości uczniów zadań i ćwiczeń lekcyjnych i domowych; tworzenie zadań, które można rozwiązać różnymi sposobami w celu poszukiwania najprostszej/najelegantszej metody; zwracanie uwagi na staranny i czytelny sposób zapisywania zadań i rozwiązań; wykorzystywanie kalkulatora i komputera.
4. Kształcimy proste rozumowanie dedukcyjne poprzez uzasadnianie rozwiązań ; powoływanie się na odpowiednie definicje lub twierdzenia, zachęcanie uczniów do podawania przykładów i kontrprzykładów zastosowania nowopoznanych pojęć i uzasadnianiu wniosków; rozwiązywanie zadań *przez analogię*; prace tekstem matematycznym; oswajanie uczniów ze sformułowaniami: *wykaż, uzasadnij, sprawdź, udowodnij*.

5. Kształcimy umiejętność zdobywania i krytycznego analizowania informacji, formułowania hipotez oraz ich weryfikacji poprzez utrwalanie pojęć już znanych; analizę kontrprzykładów; rozwiązywanie zadań *pułapek*; rozpatrywanie przypadków szczególnych i skrajnych; indukcyjnego przechodzenia od przypadków szczególnych, przez prawidłowość, do uogólnienia.
6. Kształcimy wyobraźnię geometryczną poprzez wykorzystanie wyobraźni uczniów traktując rysunek jako element pomocniczy (rysunek może być odręczny, ale powinien być estetyczny i powinien pozwolić zrozumieć problem); wykorzystanie modeli, puzzli i filmów edukacyjnych; tworzenie figur metodą orgiami; wykorzystanie przykładów ze świata przyrody, architektury i sztuki; tworzenie różnych figur i rozpoznawanie ich własności bez zbędnego formalizmu (*bawiąc się* figurami, budujemy intuicję geometryczną).

Organizując zajęcia korzystamy z pomocy naukowych zgromadzonych w szkole, ale i z serwisów internetowych dla uczniów i nauczycieli. **Nauczyciel nie jest biernym odtwórcą programu, lecz raczej jego współautorem - każdy uczeń wymaga indywidualnego traktowania i tylko nauczyciel wie, jak pracować z określonym uczniem.** Program zakłada, że nauczyciel przestaje być wyłącznie *dawcą informacji* i *kontrolerem wiedzy uczniów*, a staje się organizatorem doświadczeń uczniów w warunkach otwartej wymiany poglądów, mentorem i przewodnikiem, prowadzącym ucznia po zawiłych ścieżkach *odkrywania* matematycznego świata. Nauczyciel powinien wspierać i doceniać propozycje zgłaszane przez uczniów, nawet (a może zwłaszcza) wówczas, gdy pomysły prowadzą na manowce - bardzo ważne jest, aby nauczyciel pokazał uczniom, że *błądzenie* jest również doskonałym sposobem uczenia się (w myśl zasady: *Uczymy się matematyki wówczas, gdy próbujemy na różne sposoby rozwiązać jakieś „oporne” zadanie. Jeśli umiemy od razu rozwiązać jakieś zadanie, często nie uczymy się niczego nowego - trenujemy tylko znane umiejętności!?*). Zadania, które z własnej inicjatywy uczniowie biorą na siebie, są szczególnie wartościowe z punktu widzenia celów wychowawczych, kształcących i poznawczych.

Aktywizujące metody nauczania angażują uczniów emocjonalnie, budzą ich zainteresowanie oraz motywację, uczą samodzielnego myślenia oraz działania:

- praca w grupach;
- dyskusje i debaty;
- symulacje, gry symulacyjne;
- quizy, zagadki;
- nauka pisania „uzasadnień”;
- praca w terenie (wycieczki, wizyty w instytucjach);
- przygotowywanie modeli;
- teczki (portfolio), wystawy;
- rozwiązywanie problemów;
- gry sytuacyjne;
- burza mózgów;
- analiza argumentów *za* i *przeciw*;
- gry i zabawy edukacyjne;
- studium przypadku;
- metody audiowizualne;
- projekty indywidualne i grupowe;

Przytoczone w programie metody i techniki pracy o charakterze otwartym ułatwiają indywidualizację nauczania zarówno podczas lekcji, jak i poza szkołą; uczniowie mogą realizować powierzone zadania we własnym tempie oraz nadać im własny kształt, zgodnie ze swoimi predyspozycjami i możliwościami.

Bardzo ważnym aspektem pracy z uczniami jest umiejętność budowania i wzmacniania motywacji uczniów. Osiągnięciu celów programu *Twórcza szkoła dla twórczego ucznia* sprzyja stworzenie przez nauczyciela takich warunków w klasie, które wzmacniają poczucie własnej wartości uczniów, zwiększają ich zaangażowanie i samodzielność, zachęcają do współdziałania w grupie.

Za teoretyczną podstawę metodycznego ujęcia proponowanej koncepcji przyjmujemy teorię wielostronnego uczenia i nauczania W. Okonia, która stanowi przeciwstawienie wszelkiej jednostronności odnoszącej się do doboru treści kształcenia, metod nauczania oraz organizacyjnych form pracy uczniów⁵. Koncepcja ta wyróżnia cztery zasadnicze strategie-uczenie się przez przyswajanie gotowych treści (nauczanie podające), uczenie się przez odkrywanie (nauczanie problemowe), uczenie się przez działanie (nauczanie praktyczne) i uczenie się przez przeżywanie (nauczanie eksponujące). Jedną z konsekwencji koncepcji wielostronnego uczenia się jest integracja metod nauczania odpowiadających wyróżnionym strategiom uczenia się. Odkrycie w toku uczenia się stało się niezwykle ważnym czynnikiem motywującym do działania i wykonywania wielorakich czynności poznawczych i decyzyjnych każdego ucznia. Z tego względu metody poszukujące przeplatają się z metodami praktycznymi i podającymi. Wielostronna aktywność w uczeniu się związana jest z emocjonalnym zaangażowaniem. Specyfika i złożony charakter procesów kształcenia i wychowania w klasie i poza ławką szkolną⁶ nauczania sprawia konieczność wydzielenia z treści kształcenia tych elementów, które mogą dostarczyć uczniowi bogatych przeżyć i pouczających doświadczeń. Dlatego organizowanie przeżyć uczniów powinno harmonijnie uzupełniać się z organizowanymi pozostałymi strategiami uczenia się matematyki. Połączenie tych kryteriów może uwypuklić czynnościowo-zadaniowe sposoby pracy z uczniem na lekcjach w klasie szkolnej i poza nią. W celu przejrzystego ukazania możliwych integracji posłużymy się zestawieniem przykładowych rozwiązań w formie zestawienia:⁷

Metody podające	Metody odkrywające
Opowiadanie (wyjaśnienie - wykład)	
<ul style="list-style-type: none"> · przedstawienie nowych treści matematycznych za pomocą inscenizacji i innych przedstawień konkretnych; · wyjaśnianie słowne fragmentów tekstu podręcznika; · podawanie uczniom rad, wskazówek i instrukcji słownych; · ukazywanie wzorów poprawnego zapisu symboli, grafów itp.; · objaśnianie reguł postępowania w sytuacji zadaniowej; · opowiadanie ciekawostek przez nauczyciela; 	<ul style="list-style-type: none"> · „wyciąganie” treści kształcenia z sytuacji zabawowych; · udzielanie wyjaśnień na pytania stawiane sobie samemu (tzw. głośne myślenie); · stosowanie pytań w czasie udzielania instruktażu; · szukanie dobrego sposobu na zapis, który można by zapisać; · problemowe podejście w czasie ustalania algorytmu postępowania; · szukanie nowych sposobów rozwiązywania („jak to można inaczej?”).

⁵ W. Okoń, *Podstawy wykształcenia ogólnego*, PWN, Warszawa 1967.

⁶ K. Denek, *Edukacja pozalekcyjna i pozaszkolna*, WSPiA, Poznań 2010.

⁷ Por. W. Nowak, *Integracja metod w nauczaniu matematyki*, „Matematyka” 1971, nr 6.

<ul style="list-style-type: none"> · prezentowanie nowych (innych) metod rozwiązywania zadań. 	
Pogadanka	
<ul style="list-style-type: none"> · wyjaśnienie treści matematycznych przez nauczyciela z udziałem uczniów (z przewagą poleceń nad pytaniami); · objaśnienie nowego materiału przez nauczyciela według formuły „czy wiecie, że?”; · odwoływanie się do przypomnienia wcześniej poznanej wiedzy; · dokonywanie korekty wypowiedzi uczniów przez nauczyciela. 	<ul style="list-style-type: none"> · stosowanie pytań motywujących w sytuacjach zadaniowych; · wyjaśnianie przez uczniów na kolejno stawiane pytania przez nauczyciela, stanowiące logiczny ciąg sytuacji zadaniowych dla uczniów (heureza); · redagowanie problemów i wniosków końcowych przez uczniów; · dokonywanie korekty wypowiedzi uczniów przez nich samych.
Dyskusja	
<ul style="list-style-type: none"> · naświetlanie słownie przez nauczyciela sytuacji stanowiącej kanwę dyskusji; · udzielanie wyjaśnień w celu ukierunkowania wypowiedzi uczniów; · przypomnienie uczniom wybranych treści matematycznych; · dokonywanie częściowych uogólnień przez nauczyciela; · podsumowywanie dyskusji przez nauczyciela. 	<ul style="list-style-type: none"> · stawianie pytań w sytuacjach konfliktowych dla uczniów; · ukierunkowanie wypowiedzi uczniów przez zadawanie pytań kontrowersyjnych; · zadawanie pytań zmuszających uczniów do przypomnienia wcześniej przyswajanej wiedzy; · wysuwanie pytań wymagających od uczniów dokonywania częściowych uogólnień w toku dyskusji; · włączanie uczniów do podsumowywania wyników dyskusji.
Praca z tekstem (podręcznikiem)	
<ul style="list-style-type: none"> · czytanie i analizowanie tekstów będących źródłem wiedzy; · oglądanie i omawianie ilustracji, fotografii, grafów, schematów itp.; · odwzorowywanie przez uczniów w zeszycie schematów, symboli i przykładowych rozwiązań z podręcznika; · dyktando na podstawie tekstu podręcznika; · „tłumaczenie” tekstu słownego na zapis graficzny i symboliczny (oraz odwrotnie); · referowanie ciekawostek z literatury popularno-naukowej; · gry i zabawy według opisu podręcznikowego; · zastępowanie przedstawień graficznych czynnościami konkretnymi. 	<ul style="list-style-type: none"> · rozwiązywanie zadań podręcznikowych; · odszukiwanie w podręczniku odpowiedzi na postawione pytania problemowe; · odszukiwanie fragmentów tekstu w sytuacjach niepewnych dla uczniów; · wyszukiwanie i korekta ewentualnych błędów w tekście; · porównywanie rozwiązań własnych z podręcznikowymi; · układanie i przekształcanie zadań na podstawie tekstu, rysunku lub formuły działaniowej w podręczniku; · ustalenie analogii między obrazem na ekranie, tablicy interaktywnej

	(magnetycznej), planszy itp. a treścią podręcznika.
Obserwacja (pokaz - pomiar)	
<ul style="list-style-type: none"> · pokaz planowego wykonywania czynności konkretnych wraz z komentarzem słownym nauczyciela; · eksponowanie środków audiowizualnych dla prezentacji treści w powiązaniu ze słowem nauczyciela; · poglądowe ukazywanie zależności na modelach i przedmiotach naturalnych. 	<ul style="list-style-type: none"> · stwarzanie sytuacji problemowych oraz czynności konkretnych nauczyciela; · wysuwanie i rozwiązywanie mini problemów na podstawie projekcji; treści kształcenia z zastosowaniem technicznych środków nauczania; · rozwiązywanie mini problemów związanych z obserwacją zmian; zachodzących w otaczającej rzeczywistości.
Zajęcia laboratoryjne	
<ul style="list-style-type: none"> · przedstawianie przez nauczyciela wyników własnych pomiarów i doświadczeń (np. ważenie); · przedstawianie przez nauczyciela lub przez uczniów wyników; pomiarów wykonanych przez uczniów według instrukcji nauczyciela; · rozwiązywanie zadań pod kierunkiem nauczyciela powiązanych z wykonanymi pomiarami (wspólnie). 	<ul style="list-style-type: none"> · planowanie przez uczniów kolejnych czynności związanych; z wykonywaniem pomiarów i doświadczeń; · samodzielne (grupowe lub indywidualne) rozwiązywanie zadań powiązanych z własnymi pomiarami i doświadczeniami; · ćwiczenia terenowe w małych grupach uczniów w celu poznania - odkrycia określonych zagadnień matematycznych.
Zajęcia praktyczne	
<ul style="list-style-type: none"> · objaśnianie przez nauczyciela dodatkowych sposobów działania doprowadzających do tego samego wyniku; · prezentowanie pomysłów uczniów dotyczących doskonalenia technik liczenia i rozwiązywania sytuacji zadaniowych; · wykonywanie ćwiczeń sprawnościowych. 	<ul style="list-style-type: none"> · wykorzystywanie czynności praktycznych uczniów za źródło wiedzy; · wykonywanie czynności praktycznych w celu potwierdzenia lub odrzucenia przewidywań (czynności myślowych) uczniów; · projektowanie nowych rozwiązań w grupach lub indywidualnie (np. nowych zestawów kart logicznych, nowych gier i zabaw dydaktycznych); · wykonywanie ćwiczeń sprawnościowych w sytuacjach nietypowych.

Według proponowanej przez nas koncepcji istnieje wiele możliwości integracji metod w procesie nauczania wychowującego matematyki. Bogaty zestaw metod zintegrowanych pozwala na urozmaicony dobór metod do poszczególnych celów lekcji, co ma nie tylko uatrakcyjnić lekcje, ale przede

wszystkim prowadzić do wielostronnej aktywizacji uczniów jako uczestników tych procesów (kształcenia i wychowania). W literaturze metodycznej spotyka się wiele innych propozycji metodycznych. W tym miejscu można wymienić choćby założenia omawiane w publikacji M. Harmina⁸.

Metody motywujące uczniów do nauki

Nauczanie		
1	Jak mobilizować uczniów?	<ul style="list-style-type: none"> · szybkie tempo; · nauczanie warstwami (spiralny układ materiału); · różnorodność kontrolowana;
2	Jak zaangażować uczniów?	<ul style="list-style-type: none"> · runda bez przymusu; · jedno zadanie - wszyscy rozwiązują; · zadania podsumowujące; · głosowanie, zapytaj kolegę, wymiana w parach; · uważne słuchanie wykładu; wysłuchaj i zapisz; · ożywienie dyskusji, głośne myślenie;
Motywowanie		
3	Jak zwiększać poczucie pewności siebie?	<ul style="list-style-type: none"> · sentencje wzmacniające wiarę uczniów w siebie; · amortyzowanie - upewnianie, że każdy ma prawo do błędu;
4	Jak zachęcać bez nagród?	<ul style="list-style-type: none"> · komunikaty: doceniam to, jestem z tobą; · pochwały i nagrody dla wszystkich; prawdziwy zachwyt; · budowanie ducha klasy;
5	Jak podnosić poprzeczkę?	<ul style="list-style-type: none"> · nauka jako wyzwanie; wysokie oczekiwania; · mobilizowanie ducha klasy;
Organizacja pracy		
6	Jak rozpocząć lekcję?	<ul style="list-style-type: none"> · zadanie na dobry początek; co dzisiaj robimy? · intrygujące pytania;
7	Jak kończyć lekcję?	<ul style="list-style-type: none"> · „dobrze, że..., ale następnym razem...” · karty dla uczniów: „co myślę/ co czuję”

⁸ M. Harmina, *Duch klasy. Jak motywować uczniów do nauki?*, Civitas, Warszawa 2008.

8	Jak uczyć współpracy?	<ul style="list-style-type: none"> · czytanie w parach; · zadania w grupach, zamiana grup, prezentacje grupowe; · najlepsze rozwiązanie - debata klasowa; · zadania długoterminowe – projekt;
9	Jak najlepiej wykorzystać czas?	<ul style="list-style-type: none"> · kolejność „mówców”; · zasada „słuchajcie uważnie, powiem to tylko raz”; · klasowi „korepetytorzy”; · przećwiczmy to jeszcze raz;
Zadania domowe, sprawdziany, oceny		
10	Jak zadawać prace domowe?	<ul style="list-style-type: none"> · praca domowa z możliwością wyboru; · sprawdzanie pracy domowej w grupach; · opowiedz, co zrobiłeś;
11	Jak sprawdzać wiadomości i oceniać?	<ul style="list-style-type: none"> · teczka - portfolio ucznia; · ważniejsza jest wiedza niż ocena; · karta z wynikami ucznia;
Uczenie rzeczy ważnych		
12	Jak powtarzać i utrwalać wiedzę?	<ul style="list-style-type: none"> · nauka w parach; · powtórka „moim zdaniem”; · twórcze sprawozdania i mapy myślowe;
13	Jak uczyć samodzielnego myślenia?	<ul style="list-style-type: none"> · uporządkuj, podziel na kategorie; czym się różnią, w czym są do siebie podobne; · streszczenia; · spróbuj przewidzieć; · jak można wytłumaczyć; · rozwiąż problem; · burza mózgów;
14	Jak wyjść poza fakty i szczegóły?	<ul style="list-style-type: none"> · co jest naprawdę ważne i jakie to ma dla nas znaczenie, zadania praktyczne; · co wiem, czego jeszcze chcę się dowiedzieć; · zestawienie kluczowych pojęć; · żółty i czarny kapelusz, czyli dobre i złe strony rozwiązania;

Wykorzystanie powyższych pomysłów:

- pozwoli na zwiększenie tempa pracy z uczniami uzdolnionym, a także słabszymi;
- będzie sprzyjać odpowiedzialności i samodzielności;
- ograniczy niepożądane zachowania uczniów;
- zwiększy chęć do nauki i satysfakcję z własnej pracy;
- pomoże sprawnie prowadzić zajęcia.

Warto pamiętać:

1. Najlepszym środkiem do realizowania celów edukacyjnych na lekcjach matematyki jest rozwiązywanie problemów matematycznych i zadań. Ten znakomity trening umysłu doskonali i rozwija myślenie, uczy rozumowania oraz pobudza wyobraźnię. Ważną rolę odgrywa dyskusowanie na temat sposobu rozwiązywania zadania. Starajmy się zadbać o to, aby uczniowie mieli okazję rozwiązywać łamigłówki, zagadki i zadania logiczne.
2. Pamiętajmy o tym, żeby nauczyć uczniów pracy z podręcznikiem i tekstem matematycznym.
3. Uczniowie powinni też nauczyć się odróżniać treści ważne od mniej ważnych.

Niemal w każdej klasie znajdują się **uczniowie ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi**, czyli tacy, u których niepowodzenia w nauce wynikają z zaburzeń rozwojowych (dysfunkcji). W krajach Unii Europejskiej szczególną uwagę zwraca się na wspólne kształcenie dzieci młodzieży niepełnosprawnych z pełnosprawnymi rówieśnikami w powszechnym systemie edukacji, z jednoczesnym wsparciem uwzględniającym ich specjalne potrzeby edukacyjne. Zmiany w polskiej oświacie związane z reformą systemu edukacji są zgodne ze standardami europejskimi i umożliwiają kształcenie uczniów niepełnosprawnych w klasach ogólnodostępnych.

Dostosowanie wymagań oparte jest o aktualne możliwości psychofizyczne dziecka, zachowujemy obowiązek realizacji podstawy programowej; dostosowanie polega na stosowaniu odpowiednich metod i form pracy z uczniem zależnie od rodzaju dysfunkcji.

Nauczyciel, wybierając metody nauczania, powinien stosować te, które angażują jak najwięcej zmysłów, a lekcje urozmaicać wieloma pomocami dydaktycznymi. Dyslektycy mają kłopoty z orientacją przestrzenną, mylą pojęcia długości, szerokości, wysokości, trudności sprawia im konstruowanie figur geometrycznych. Nauczyciel uwzględnia mogące się pojawić u tych uczniów problemy w nauce geometrii. Należy również pamiętać, że uczniowie ci mogą popełniać błędy przy przepisaniu tekstu lub rozwiązanych zadań z tablicy.

W klasie szkolnej, nie tylko integracyjnej, nauczyciel może spotkać uczniów niedosłyszących, niedowidzących oraz z niepełnosprawnością ruchową. Każdy rodzaj niepełnosprawności wymaga innego dostosowania. W wypadku uczniów z uszkodzonym słuchem należy zwrócić szczególną uwagę na kształtowanie pojęć matematycznych i umiejętności operowania nimi. Dla uczniów niedowidzących nauczyciel dostosowuje materiał graficzny i jego prezentację do ich możliwości wzrokowych. Uczeń niedowidzący ma zaburzoną orientację i wyobraźnię przestrzenną, a także brakuje mu trwałej pamięci wzrokowej. Rysunki dla ucznia niedowidzącego powinny być maksymalnie uproszczone, o grubej linii, wyraźnym kontraście i odpowiedniej wielkości. U uczniów z niepełnosprawnością ruchową mogą się pojawić problemy z wykonywaniem działań sposobem pisemnym oraz z rysowaniem,

mierzeniem, posługiwaniem się przyrządami geometrycznymi. Wielu z nich może mieć trudności z zastosowaniem w praktyce wiedzy matematycznej, gdyż mają zbyt mało własnych doświadczeń np. z przeliczaniem pieniędzy, zamianą jednostek itp. Kolejna niepełnosprawność, jaką nauczyciel może spotkać w klasie to zespół nadpobudliwości psychoruchowej. Nauczyciel musi dopilnować, aby uczeń wykonał wskazane polecenie, gdyż w pracy z dziećmi nadpobudliwymi ważna jest konsekwencja w przestrzeganiu przyjętych zasad i reguł. Ucznia z zespołem Aspergera cechuje bardzo ograniczony zakres zainteresowań oraz uporczywe lub powtarzające się zachowania. Często wykazują obsesyjne zainteresowanie matematyką, czytaniem lub pewnymi aspektami nauki. Wskazane jest, aby nauczyciel nawiązał pozytywne relacje i pozyskał zaufanie ucznia, czyli przekazywał komunikaty w sposób maksymalnie jednoznaczny, upewniał się, że uczeń wie, czego dotyczą.

Wśród niepełnosprawnych uczniów dużą grupę stanowią dzieci z upośledzeniem umysłowym w stopniu lekkim. Myślenie uczniów z tą niepełnosprawnością ma charakter konkretno-obrazowy, dlatego podczas realizacji treści nauczania nauczyciel powinien stosować zasadę pogłębłości, przedstawiać zagadnienia na konkretnych przykładach oraz wyznaczać i osiągać indywidualne cele zgodne z możliwościami ucznia.

Uczniem o specjalnych potrzebach edukacyjnych jest również uczeń zdolny. Dziecko zdolne szybko się nudzi, wykonując te same, rutynowe czynności, jakimi są szkolne zadania. Dlatego ważne jest poszerzanie i wzbogacanie programu szkolnego oraz indywidualizacja wymagań. Wspieraniu rozwoju dziecka zdolnego mogą służyć indywidualny program i tok nauki, zajęcia pozalekcyjne, w tym koła zainteresowań, konkursy, turnieje i olimpiady przedmiotowe. Indywidualizując pracę z uczniem zdolnym, nauczyciel wzbogaca materiał o nowe elementy w ten sposób, aby uczeń odczuwał satysfakcję z ponoszonego wysiłku umysłowego.

W tym miejscu warto zwrócić jeszcze uwagę na wartości wychowawcze tkwiące zarówno w celach, jak w treściach i formach nauczania matematyki. Nauczyciele w pracy **wychowawczej**, wspierając w tym zakresie obowiązki rodziców, powinni dążyć do tego, aby uczniowie znajdowali w szkole środowisko wszechstronnego rozwoju osobowego (w wymiarze intelektualnym, psychicznym, społecznym, zdrowotnym, estetycznym, moralnym, duchowym),

Poprzez matematykę można realizować cele wychowawcze o charakterze operatywnym, czyli zadaniowo - czynnościowym:

1. Nauka umiejętności uczenia się, odkrywania swoich zainteresowań i przygotowania do dalszej edukacji

Uczeń

- ma poczucie odpowiedzialności za jakość i wynik swojej pracy;
- ma świadomość życiowej użyteczności matematyki a także całej edukacji na danym etapie;
- staje się coraz bardziej samodzielny, potrafi zaplanować i organizować swoją naukę, racjonalnie gospodaruje czasem;
- dąży do rozwijania sprawności umysłowej oraz osobistych zainteresowań;
- uczy się poszukiwania, porządkowania i wykorzystywania informacji z różnych źródeł, umiejętnie wiąże fakty i wyszukuje analogie;
- przygotowuje się do pokonywania stresu w sytuacjach egzaminacyjnych.

2. Uczenie kultury osobistej, szacunku dla drugiego człowieka oraz właściwego zachowania w różnych sytuacjach

Uczeń

- dba o właściwy sposób wysławiania się, precyzyjnie wyraża swoje myśli, dyskutuje, argumentuje, w kulturalny sposób broni swego zdania, potrafi występować publicznie, potrafi słuchać innych, jednocześnie ma krytyczny stosunek do poglądów innych osób;
- jest spostrzegawczy;
- jest samokrytyczny, potrafi oceniać swoje postępy w nauce;
- kształtuje w sobie postawę dialogu, umiejętność słuchania innych i rozumienia ich poglądów; umie współdziałać i współtworzyć w szkole wspólnotę nauczycieli i uczniów;
- jest uczciwy, wytrwały, wierzy we własne siły w pokonaniu trudności.

3. Rozwijanie dociekliwości poznawczej, ukierunkowanej na poszukiwanie prawdy, dobra i piękna w świecie, przygotowywanie się do rozpoznawania wartości moralnych, dokonywania wyborów i hierarchizacji wartości oraz dążenie do doskonalenia się

Uczeń

- rozwiązuje problemy w sposób twórczy, wytrwale, cierpliwie, dokładnie i z zaangażowaniem;
- odróżnia dobro od zła, nie stosuje przemocy;
- dąży do osiągnięcia celów życiowych i wartości ważnych dla odnalezienia własnego miejsca w świecie;
- uczy się szacunku dla dobra wspólnego jako podstawy życia społecznego.

7. WSKAZÓWKI METODYCZNE DOTYCZĄCE PROCEDUR OCENIANIA W TOKU KSZTAŁCENIA MATEMATYCZNEGO

Ocena i ocenianie towarzyszy ludziom od najwcześniejszych lat we wszystkich niemal dziedzinach życia. *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 30 kwietnia 2007 r. w sprawie warunków i sposobu oceniania, klasyfikowania i promowania uczniów i słuchaczy oraz przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów w szkołach publicznych* (Dz. U. Nr 83, poz. 562, z późniejszymi zmianami) określa obszary, funkcje i obowiązki nauczyciela odnośnie oceny szkolnej. Ponadto ocenianie osiągnięć edukacyjnych i zachowania ucznia odbywa się w ramach WSO i PSO.

Chociaż uzyskiwanie ocen w toku edukacji nie jest jedynym celem uczenia się, to okazuje się, że *stopnie szkolne*, jakimi wyrażana jest ocena ucznia, są jednym z bardziej istotnych motywów uczenia się. Zwróćmy uwagę na to, że dobre ocenianie z założenia spełnia następujące funkcje:

- pobudzanie rozwoju umysłowego oraz uzdolnień i zainteresowań uczniów;
- aktywizowanie uczniów w procesie dydaktyczno - wychowawczym oraz motywowanie ich do osobistego wysiłku w tym procesie;

- ukierunkowywanie samodzielnej pracy ucznia;
- uświadamianie uczniom ich aktualnych osiągnięć w stosunku do ich możliwości, a także wdrażanie ich do systematycznej pracy nad sobą oraz do samokontroli, samooceny i autokorekty;
- bieżące i systematyczne obserwowanie postępów ucznia w nauce i w zachowaniu, a w następstwie dobieranie niezbędnych zadań pedagogicznych stymulujących dalszy rozwój każdego ucznia;
- korygowanie i doskonalenie organizacji i metod pracy dydaktyczno - wychowawczej nauczyciela;
- okresowe podsumowywanie nabytych kompetencji przez uczniów.

Kontrola i ocenianie wiążą się głównie z diagnozowaniem i wartościowaniem realizacji antycypowanych celów edukacyjnych w kontekście możliwości, potrzeb i rzeczywistego wysiłku poznawczego ucznia. W rezultacie wymaga to przekształcenia formalnego oceniania na stopnie szkolne w dynamiczny system oceniania posiadający wysokie wartości informacyjno-motywacyjne oraz wartości wychowawcze-w system eksponujący należycie elementy samokontroli, autokorekty, a w końcowym stadium bardzo pożądane elementy samooceny ucznia. Z tego względu konieczne jest opracowanie standardów wymagań oraz ich wskaźników, co tym samym winno przyczynić się do podniesienia stopnia obiektywizmu, a przede wszystkim do systematycznego podwyższania jakości kształcenia i wychowania w obliczu współczesnych przemian społeczno - oświatowych.

Przez **skuteczność kształcenia** rozumiemy wymierne rezultaty czynności nauczyciela i uczniów w procesie dydaktycznym, wskazujące na zakres, poziom i trwałość opanowywanych przez uczniów kompetencji matematycznych w możliwie najkrótszym czasie⁹. Struktura kompetencji matematycznych ucznia obejmuje zarówno wiedzę matematyczną, jak i związane z nią umiejętności oraz zachowania w układzie społecznym (język, relacje z innymi osobami, aktywność społeczna itp.).

Mówiąc o **zakresie wiedzy**, będziemy mieć na uwadze ilość informacji przekształconych przez ucznia w wyniku uczenia się w wiadomości. Tak, więc, pod pojęciem zakres wiedzy rozumiemy ilościową charakterystykę tej wiedzy przyswojonej przez ucznia¹⁰. Jeżeli uczeń przyswoił tylko np. siedem spośród dziesięciu informacji określonych podstawą programową czy programem, powiemy, że nie przyswoił wymaganego minimum treści kształcenia.

Poziom wiedzy ucznia określany jest opanowanymi przez niego wiadomościami i umiejętnościami w toku studiów. Ze względu na specyfikę różnych przedmiotów, można rozróżnić następujące poziomy wiedzy:

- fakty;
- typowe operacje;
- analiza i synteza;

⁹ Por. K. Denek, *Efektywność kształcenia, jej rodzaje i sposoby wyrażania*, Neodidagmata 1972, nr 4, s. 69.

¹⁰ J. Grzesiak, *Pewność wiedzy i samodzielność działania w procedurze oceniania studenta w uczelni*, w: *Ewaluacja i innowacje w edukacji. Skuteczność kształcenia w szkole wyższej*, red. J. Grzesiak, PWSZ Konin 2005, s. 78 i nast.; K. Denek, I. Kuźniak, *Kontrola i ocena wiedzy uczniów w szkole zawodowej wg kryterium Q*, „Szkola Zawodowa”, 1974, nr 6.

- twórczość.

Trwałość wiedzy - to czas zapamiętania przyswojonego materiału i pewność posługiwania się posiadaną wiedzą (umiejętnościami)¹¹. Z pojęciem trwałości wiedzy łączą się pojęcia pewności wiedzy ucznia oraz pamięci zewnętrznej. Pewność wiedzy może być rozpatrywana, co najmniej, z dwóch punktów widzenia, tj.: nauczyciela (diagnozującego, oceniającego) i/lub ucznia¹². Dla nauczyciela (jako osoby diagnozującej) istotne jest, czy uczeń opanował określony materiał tak, by w każdym przypadku reprodukował go i potrafił się nim posługiwać. Można o tym wnioskować, gdy wiedza i umiejętności matematyczne ucznia są diagnozowane przy pomocy specjalnie skonstruowanych zadań nastawionych na samodzielność badanego ucznia. Dla ucznia zaś ważne jest przekonanie i pewność co do tego, że posiadane kompetencje w określonym zakresie są rzeczywiste (prawdziwe) i wystarczające. Pod pojęciem pamięci zewnętrznej rozumiemy umownie taki rodzaj pamięci, której nośnikami mogą być zapiski w zeszycie, zapiski w telefonie, nagrania, czy wreszcie podręczniki, czy nawet tradycyjnie pojmowane tzw. ściągki. W przypadku sytuacji niepewnej uczeń może jawnie skorzystać z posiadanego źródła jako nośnika w celu przypomnienia lub upewnienia się co do obranego w danej sytuacji elementu uczenia się - czy to wiadomości, czy umiejętności. Pozytywnym przejawem może okazać się korzystanie przez ucznia z podręcznego nośnika pamięci zewnętrznej tak długo, jak długo będzie występować u niego wątpliwość w sobie w toku wykonywania zadań matematycznych – aż do momentu ukształtowania pełnej samodzielności na dostępnym dla niego poziomie możliwości poznawczych i instrumentalnych (praktycznych).

Spójrzmy na ocenianie z punktu trafnej diagnozy ucznia. Jednym z najbardziej istotnych zadań kontroli i oceniania jest jak najwcześniejsze rozpoznanie nauczyciela w tym, czy w danym momencie wszyscy uczniowie opanowali założone elementy (zakres-poziom i trwałość) wiedzy oraz umiejętności matematycznych. W tym też celu stawiane są zadania indywidualne do wykonania przez uczniów, przy czym zadania te mogą być narzucone przez nauczyciela, a innym razem mogą być wybierane przez ucznia. Na podstawie szybkiej i trafnej diagnozy nauczyciel może bezzwłocznie zareagować, dostosowując się do zaistniałej sytuacji edukacyjnej i oferując danemu uczniowi do wykonania nowe zadanie, które z jednej strony winno pozwolić jemu wyrównać zauważone niedociągnięcia, a z drugiej strony powinno umożliwić czynne uczestnictwo w dalszej pomyślnej jego edukacji. Jeśli diagnoza jest spóźniona, trudno sądzić, że dany uczeń poradzi sobie sam.

Istotą dobrej diagnozy jest znalezienie potwierdzenia, że dany uczeń w określonym momencie osiągnął kompetencje na założonym poziomie. Jeśli tak, to można kontynuować proces kształcenia wychowującego według założonego planu. Jeśli nie, to sygnał na to, że należy w tym momencie dokonać korekty zamierzeń i przystąpić do natychmiastowej terapii. Z tego punktu widzenia przypisujemy tak duże znaczenie kontroli i samokontroli osiągnięć szkolnych każdego ucznia. W tym miejscu należy szczególnie podkreślić to, że celem bezpośrednim w procesie kształcenia nie jest wcale ocenianie, lecz przede wszystkim wspieranie i stymulowanie rozwoju każdego ucznia. Ocenianie nie służy zawsze celom nadrzędnym w edukacji. Szczególny akcent należy kłaść przede wszystkim na samokontrolę i autokorektę po stronie uczniów. W tym zakresie ocenianie należy z początku doprowadzić do bieżącego instruktażu udzielanego w najbardziej oczekiwanym momencie przez danego ucznia. Stąd tak ważna jest szybka diagnoza sytuacji edukacyjnej, prowadzonej najczęściej do sytuacji zadaniowej ucznia.

¹¹ K. Denek, *Efektywność ...*, s. 73

¹² A. Bogdańska-Zarembina, D. Markowska, E. Zegadło, *Analiza pewności wiedzy ucznia na podstawie badań testowych*, Biuletyn IPS, Z badań nad treścią i metodami kształcenia ogólnego, 1975, nr 4 (8).

Cóż zatem może znaczyć nawet dość obszerna ocena (np. opisowa) sporządzona po upływie długiego okresu czasu, jaki upłynął od początku roku szkolnego do tzw. wywiadówki, czy do końca danego semestru? Na to pytanie odpowiedź jest jedna – taka ocena nie jest skuteczna, gdyż nie spełnia ona założonych funkcji dobrego oceniania. Tak więc w ocenianiu jako nieodłącznym ogniwie procesu kształcenia i wychowania, niezależnie od tego czy jest to ocenianie opisowe czy w innej formie, należy kłaść akcent przede wszystkim na sprowadzenie oceny najpierw do kontroli ucznia w celu uzyskania szybkiej i pełnej diagnozy, a zarazem do samokontroli i autokorekty w wypełnianiu zadań edukacyjnych przez uczniów. W następstwie oddziaływań pedagogicznych, a więc na drugim planie występuje ocenianie wewnętrzne, a następnie dopiero ocenianie zewnętrzne bez niespodzianek dla ucznia jako podmiotu kształcenia i wychowania.

W świetle prowadzonych badań wskazujemy na wyrabianie u uczniów umiejętności diagnozowania i wartościowania samego siebie. Ocenianie szkolne winno być oparte na uprzedniej analizie ilościowo-jakościowej, aby następnie można było przystąpić do konstruowania kolejnych sytuacji edukacyjnych dostosowanych do indywidualnych możliwości i potrzeb poznawczych uczniów. Na gruncie trafnej diagnozy ilościowo-jakościowej jak najbardziej celowa i możliwa jest stymulacja rozwoju każdego ucznia z osobna, w której służebną rolę pełni umownie nazwana przez nas **dynamiczna ocena punktowo-opisowa** (ilościowo-jakościowa). Dynamiczna dlatego, że pod wpływem sprawczych oddziaływań pedagogicznych w miarę upływu czasu realna staje się weryfikacja aktualnego stanu kompetencji ucznia na kolejno wyższy poziom kompetencji w zakresie określonym szczegółowym celem edukacyjnym, a wynikającym bezpośrednio z podstawy programowej. Należy podkreślić, że taki model oceniania jest niemożliwy przy stosowaniu jedynie tylko testów. W literaturze spotyka się pojęcie oceny kształtującej, które swoim zakresem posiada znaczenie zbliżone do podejścia wyżej omawianego. Takie traktowanie oceny może oznaczać stwarzanie uczniom szansy na ciągły rozwój i dążenie do wyższej doskonałości zarówno po stronie wiedzy, jak i po stronie umiejętności oraz zachowań (postaw). Odnosi się to nie tylko wobec oceniania w edukacji początkowej. Nadanie rangi tego rodzaju oceniania przysługuje wszystkim uczestnikom procesów kształcenia i wychowania na wszystkich szczeblach edukacji.

Planując proces nauczania powinniśmy uwzględnić podstawowe funkcje oceny szkolnej, tj. funkcję:

- klasyfikującą;
- diagnozującą;
- wychowawczą.

Ocena spełnia zasadnicze funkcje wtedy, gdy dokonywana jest zgodnie z jej podstawowymi cechami, co oznacza, że ocena musi być obiektywna, trafna, rzetelna, jawna i mobilizująca.

Obiektywność - to podstawowa cecha oceny. Według definicji z Encyklopedii Pedagogicznej: *obiektywną jest taka ocena, która została wydana nie według mniemania egzaminatora, a na podstawie z góry ustalonych kryteriów* [W. Pomykała, 1993]. Osiągnięcie pełnego obiektywizmu jest niezmiernie trudne, można jednak do niego się zbliżyć. Oceną obiektywną jest ocena wyrażająca rzeczywisty poziom wiadomości uczniów w takim przybliżeniu, które nie wyrządzą szkody samemu uczniowi.

Niewiele pisze się na temat sprawiedliwości wystawiania ocen, a jeżeli na ten fakt zwrócono uwagę, to często spierano się, czy ocena obiektywna oznacza to samo co sprawiedliwa. Wymaganie aby ocena była **sprawiedliwa** jest najbardziej trudne do spełnienia ze wszystkich możliwych wymagań w stosunku do ucznia. Między tymi cechami jest zasadnicza różnica, ponieważ obiektywna ocena zostanie wystawiona na podstawie z góry ustalonych kryteriów, jednakowa dla wszystkich uczniów, a sprawiedliwa ocena zostanie wystawiona tylko wtedy, jeżeli nauczyciel uwzględni indywidualne cechy rozwojowe każdego ucznia.

Trafność - cecha oceny, która wiąże się z obiektywnością. Ocena jest wtedy trafna, gdy wyraża odpowiedni zakres osiągnięć ucznia, kiedy odzwierciedla rzeczywistość to, co zamierzaliśmy stwierdzić. Przykładem narzędzia, którego najważniejszą właściwością jest trafność może być test dydaktyczny. Ocena o dużym stopniu trafności wyróżnia się zdolnością różnicowania poszczególnych uczniów w zależności od reprezentowanego przez nich poziomu wiedzy i umiejętności, pozwala wyodrębnić w danej klasie uczniów lepiej i gorzej przygotowanych.

Rzetelność - ocena jest rzetelna, gdy przy sprawdzaniu osiągnięć ucznia z tego samego zakresu materiału, otrzymujemy ten sam lub zbliżony wynik - stopień. Rzetelność oceny jest tym większa, im wynik jest bardziej uzależniony od poziomu wiedzy uczniów, a mniej od pewnych niekontrolowanych czynników, takich jak usposobienie nauczyciela, jego samopoczucie w danym dniu, uprzedzenia lub sympatie do niektórych uczniów, zmęczenie uczniów czy niezrozumienie pytania. Stopień rzetelności oceny można ustalić w trakcie kontroli tematycznych, okazją do tego są również zajęcia kontrolne i powtórzeniowe.

Jawność - jest w ocenie szkolnej warunkiem koniecznym. Każdy oceniany musi znać wynik swojej pracy, dlatego nauczyciel powinien przekazywać tę informację możliwie jak najszybciej. Ważnym elementem jest również to, aby nauczyciel uzasadnił swoją ocenę i wskazał uczniowi kierunek dalszej pracy. Znając oceny i zalecenia uczeń może usprawnić swoją pracę. Nie znając, rzadko tego dokona.

Mobilizacja ucznia do pracy - warunek ten jest spełniony, gdy nauczyciel potrafi ukazać zarówno pozytywne jak i negatywne strony wyników pracy ucznia. Bezstronna, rzeczowa analiza odpowiedzi dopinguje go do dalszej pracy nad sobą, podsyca wiarę we własne siły i zachęca do uzyskiwania coraz lepszych wyników w nauce.

Cele nowoczesnego oceniania:

- diagnozowanie osiągnięć dydaktycznych ucznia, dostarczanie informacji zwrotnej głównym podmiotom;
- obserwowanie rozwoju ucznia, rozpoznawanie uzdolnień, zainteresowań, predyspozycji, gromadzenie informacji;
- wspieranie rozwoju, rozbudzanie motywacji uczenia się;
- uczenie systematyczności, organizowanie uczenia się;
- kształtowanie obrazu samego siebie;
- uświadamianie oceny jako elementu rzeczywistości;

- uczenie umiejętności oceny, korzystania z niej, wdrażanie do samooceny;
- sprawdzanie wiadomości i umiejętności;
- przygotowanie do zdrowej rywalizacji;
- wdrażanie do przestrzegania norm, zasad funkcjonujących w różnych organizacjach;
- psychiczne wzmocnienie ucznia (wskazywanie „mocnych” stron);
- niwelowanie stresu, lęku, agresywnych zachowań.

Na lekcjach matematyki ocenie podlegają:

wypowiedzi pisemne:

- praca klasowa;
- test-praca pisemna zawierająca zadania zamknięte lub zadania zamknięte i otwarte;
- sprawdzian;
- kartkówka;
- prace domowe ucznia - podlegają sprawdzeniu, ale nie zawsze ocenie;
- zeszyt przedmiotowy - wg uznania nauczyciela;

wypowiedzi ustne:

- odpowiedzi z ostatnich 3 lekcji;
- aktywność na lekcji;
- rozwiązywanie trudniejszych zadań przy tablicy podczas lekcji;
- Przy ocenianiu, nauczyciel uwzględnia możliwości intelektualne ucznia oraz wysiłek wkładany w opanowanie wiadomości i umiejętności.

Ustopniowanie (hierarchia) wymagań wyraża się w tym, że treść każdej warstwy niższej stanowi część każdej warstwy wyższej. Przy sześciostopniowej skali ocen model taki obejmuje następujące warstwy treści kształcenia:

- 1) treść konieczna K-ocena dopuszczająca
- 2) treść podstawowa P-dodatkowo wymagana na ocenę dostateczną (K+P),
- 3) treść rozszerzająca R-dodatkowo wymagana na ocenę dobrą (K+P+R),
- 4) treść dopełniająca D-dodatkowo wymagana na ocenę bardzo dobrą (K+P+R+D),
- 5) treść wyróżniająca W-dodatkowo wymagana na ocenę celującą (K+P+R+D+W).

8. ZAŁOŻONY PROFIL KOMPETENCJI MATEMATYCZNYCH UCZNIĄ KOŃCZĄCEGO SZKOŁĘ PODSTAWOWĄ

Uczeń kończący klasę VI szkoły podstawowej

1. posługuje się liczbami wielocyfrowymi w dziesiętkowym systemie pozycyjnym (zapisuje, odczytuje, interpretuje na osi liczbowej, porównuje, szacuje), rozpoznaje i wykorzystuje charakterystyczne cechy i własności liczb, stosuje system rzymski w zakresie do 30;
2. wykonuje proste działania pamięciowe na liczbach naturalnych, całkowitych i ułamkach, stosuje algorytmy działań pisemnych oraz wykorzystuje te umiejętności w sytuacjach praktycznych;
3. rozpoznaje, nazywa, wymienia, stosuje własności, wskazuje podobieństwa i różnice, porządkuje oraz rysuje podstawowe figury płaskie i przestrzenne;
4. wykonuje obliczenia dotyczące długości, miar kątów, powierzchni, objętości, wagi, prędkości, drogi, czasu, temperatury, pieniędzy, przelicza jednostki, planuje i wykonuje obliczenia z wykorzystaniem kalkulatora;
5. ustala strategię rozwiązania zadania, interpretuje i przetwarza informacje tekstowe, liczbowe, graficzne, opisuje sytuację przedstawioną w zadaniu za pomocą wyrażeń arytmetycznych, algebraicznych, równań, schematów, diagramów, dostrzega i wykorzystuje prawidłowości, wyciąga wnioski;
6. prawidłowo formułuje i zapisuje odpowiedzi do zadań, analizuje otrzymane wyniki, ocenia ich sensowność i sprawdza z warunkami zadania;
7. prowadzi proste rozumowanie składające się z niewielkiej liczby kroków, ustala kolejność czynności (w tym obliczeń) prowadzących do rozwiązania problemu, wyciąga wnioski z kilku informacji podanych w różnej postaci.

9. UWAGI KOŃCOWE

W szkole współczesnej znalazły zastosowanie i nadal pojawiają się wciąż nowe materiały dla uczniów i dla nauczycieli. Wśród nich znajdują się tzw. karty pracy, które są dość wygodne w pracy nauczycieli i to sprawia, że znalazły one szerokie odbicie w praktyce szkolnej. Nazwa „karta pracy”, która jawnie widnieje w książkach dla uczniów już od najmłodszych lat, nie może nie wywoływać kontrowersji, a nawet niepokojów. Stosowanie czy wręcz fetyszyzowanie powszechne kart pracy zakrawa na miano globalizacji (nie)metodycznej i zaprzecza wartościowym ideom nauczania żywego w sensie pedagogiki Hessena czy Mysłakowskiego. Zwykle „karty pracy” nie oznaczają niczego odmiennego, co stanowią zbiory zadań jako pewna odmiana i część strukturalna podręcznika szkolnego. Opinie społeczne świadczą wyraziście o tym, że metodyka nauczania (żywego) schodzi na dalszy plan działań nauczycielskich, ustępując miejsca temu, co nazywa się wprost realizacją podręcznika, a nie programu nauczania. Te i inne przejawy globalizacji prowadzą nawet do obniżania poziomu jakości kształcenia i wychowania.

Badania psychologów i pedagogów dostarczają coraz więcej materiałów świadczących o negatywnym wpływie monotonnego stosowania kart pracy, często pozbawionego podmiotowości, na zachowania uczniów. Pierwszoplanowe traktowanie kart pracy w procesie edukacji, prowadzi do obniżenia skuteczności kształcenia-z jednej strony, a także do niepokojącej dezintegracji między jednostkami w klasie szkolnej-z drugiej strony. W kartach pracy zbyt mało jest bowiem takich zadań, które ze względu na swoją strukturę w nikłym stopniu i zakresie aktywizują uczniów w formie pracy grupowej. Ten fakt sprawia, że kontakty między uczniami w procesie uczenia się ulegają zawężaniu i ograniczaniu. Karty pracy powodują po prostu nieuchronnie wypieranie z procesu dydaktycznego żywej metodyki. Jest to bardzo niepokojące zjawisko, które nie może być obojętne przede wszystkim dla samych uczących nauczycieli.

Wobec poruszonych aspektów przemian w dobie transformacji systemowej, niezmiernie ważnego znaczenia nabiera problematyka skutecznego kształcenia matematycznego już od edukacji elementarnej. Projekt *Twórcza szkoła dla twórczego ucznia* wychodzi właśnie temu naprzeciw. Tego ambitnego zamierzenia, skądinąd o dużej doniosłości społecznej, nie uda się osiągnąć bez kompetentnych i odpowiedzialnych nauczycieli. Ten kontekst przemawia zarazem za uzasadnioną celowością możliwie jak najpełniejszego wdrożenia założeń niniejszego *Programu*.

10. ZAŁĄCZNIKI

A. PODSTAWA PROGRAMOWA KSZTAŁCENIA OGÓLNEGO DLA SZKOŁY PODSTAWOWEJ CZĘŚĆ WSTĘPNA

Kształcenie ogólne w szkole podstawowej tworzy fundament wykształcenia-szkoła łagodnie wprowadza uczniów w świat wiedzy, dbając o ich harmonijny rozwój intelektualny, etyczny, emocjonalny, społeczny i fizyczny.

Kształtowanie postaw, przekazywanie wiadomości oraz rozwijanie umiejętności stanowią wzajemnie uzupełniające się wymiary pracy nauczyciela.

Celem kształcenia ogólnego w szkole podstawowej jest:

- 1) przyswojenie przez uczniów podstawowego zasobu wiadomości na temat faktów, za sad, teorii i praktyki, dotyczących przede wszystkim tematów i zjawisk bliskich doświadczeniom uczniów;
- 2) zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystywania posiadanych wiadomości pod czas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
- 3) kształtowanie u uczniów postaw warunkujących sprawne i odpowiedzialne funkcjonowanie we współczesnym świecie.

Do najważniejszych umiejętności zdobywanych przez ucznia w trakcie kształcenia ogólnego w szkole podstawowej należą:

- 1) czytanie - rozumiane zarówno jako prosta czynność, jako umiejętność rozumienia, wykorzystywania i przetwarzania tekstów w zakresie umożliwiającym zdobywanie wiedzy, rozwój emocjonalny, intelektualny i moralny oraz uczestnictwo w życiu społeczeństwa;
- 2) myślenie matematyczne-umiejętność korzystania z podstawowych narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz prowadzenia elementarnych rozumowań matematycznych;
- 3) myślenie naukowe-umiejętność formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa;
- 4) umiejętność komunikowania się w języku ojczystym i w języku obcym, zarówno w mowie, jak i w piśmie;
- 5) umiejętność posługiwania się nowoczesnymi technologiami informacyjno-komunikacyjnymi, w tym także dla wyszukiwania i korzystania z informacji;
- 6) umiejętność uczenia się jako sposób zaspokajania naturalnej ciekawości świata, odkrywania swoich zainteresowań i przygotowania do dalszej edukacji;
- 7) umiejętność pracy zespołowej.

W procesie kształcenia ogólnego szkoła podstawowa kształtuje u uczniów postawy sprzyjające ich dalsze mu rozwojowi indywidualnemu i społecznemu, takie jak: uczciwość, wiarygodność, odpowiedzialność, wytrwałość, poczucie własnej wartości, szacunek dla innych ludzi, ciekawość poznawcza, kreatywność, przedsiębiorczość, kultura osobista, gotowość do uczestnictwa w kulturze, podejmowania inicjatyw oraz do pracy zespołowej. Szkoła powinna też poświęcić dużo uwagi efektywności kształcenia w zakresie nauk przyrodniczych i ścisłych - zgodnie z priorytetami Strategii Lizbońskiej. Kształcenie w tym zakresie jest kluczowe dla rozwoju cywilizacyjnego Polski oraz Europy.

10.1 PODSTAWA PROGRAMOWA KSZTAŁCENIA OGÓLNEGO Z MATEMATYKI KLASY IV - VI SZKOŁY PODSTAWOWEJ

CELE KSZTAŁCENIA - WYMAGANIA OGÓLNE

I Sprawność rachunkowa

Uczeń wykonuje proste działania pamięciowe na liczbach naturalnych, całkowitych i ułamkach, zna i stosuje algorytmy działań pisemnych oraz potrafi wykorzystać te umiejętności w sytuacjach praktycznych.

II Wykorzystywanie i tworzenie informacji

Uczeń interpretuje i przetwarza informacje tekstowe, liczbowe, graficzne, rozumie i interpretuje odpowiednie pojęcia matematyczne, zna podstawową terminologię, formułuje odpowiedzi i prawidłowo zapisuje wyniki.

III Modelowanie matematyczne

Uczeń dobiera odpowiedni model matematyczny do prostej sytuacji, stosuje poznane wzory i zależności, przetwarza tekst zadania na działania arytmetyczne i proste równania.

IV Rozumowanie i tworzenie strategii

Uczeń prowadzi proste rozumowanie składające się z niewielkiej liczby kroków, ustala kolejność czynności (w tym obliczeń) prowadzących do rozwiązania problemu, potrafi wyciągnąć wnioski z kilku informacji podanych w różnej postaci.

TREŚCI NAUCZANIA - WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE

1. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym.

Uczeń:

- 1) odczytuje i zapisuje liczby naturalne wielocyfrowe;
- 2) interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej;
- 3) porównuje liczby naturalne;
- 4) zaokrągla liczby naturalne;
- 5) liczby w zakresie 30 zapisane w systemie rzymskim przedstawia w systemie dziesiętkowym, a zapisane w systemie dziesiętkowym przedstawia w systemie rzymskim.

2. Działania na liczbach naturalnych.

Uczeń:

- 1) dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe, liczby wielocyfrowe w przypadkach takich jak np. $230+80$ lub $4600 - 1200$; liczbę jednocyfrówą dodaje do dowolnej liczby naturalnej i odejmuje od dowolnej liczby naturalnej;
- 2) dodaje i odejmuje liczby naturalne wielocyfrowe pisemnie, a także za pomocą kalkulatora;
- 3) mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrówą, dwucyfrówą lub trzycyfrówą pisemnie, w pamięci (w najprostszych przykładach) i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach);
- 4) wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych;
- 5) stosuje wygodne dla niego sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania i mnożenia;
- 6) porównuje różnicowo i ilorazowo liczby naturalne;
- 7) rozpoznaje liczby naturalne podzielne przez 2, 3, 5, 9, 10, 100;
- 8) rozpoznaje liczbę złożoną, gdy jest ona jednocyfrówą lub dwucyfrówą, a także, gdy na istnienie dzielnika wskazuje poznana cecha podzielności;
- 9) rozkłada liczby dwucyfrowe na czynniki pierwsze;
- 10) oblicza kwadraty i sześciany liczb naturalnych;
- 11) stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
- 12) szacuje wyniki działań.

3. Liczby całkowite

Uczeń:

- 1) podaje praktyczne przykłady stosowania liczb ujemnych;
- 2) interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej;

- 3) oblicza wartość bezwzględną liczby całkowitej;
- 4) porównuje liczby całkowite;
- 5) wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.

4. Ułamki zwykłe i dziesiętne

Uczeń:

- 1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka;
- 2) przedstawia ułamek jako iloraz liczb naturalnych, a iloraz liczb naturalnych jako ułamek;
- 3) skraca i rozszerza ułamki zwykłe;
- 4) sprowadza ułamki zwykłe do wspólnego mianownika;
- 5) przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej i odwrotnie;
- 6) zapisuje wyrażenia dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego i odwrotnie;
- 7) zaznacza ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej;
- 8) zapisuje ułamek dziesiętny skończony w postaci ułamka zwykłego;
- 9) zamienia ułamki zwykłe o mianownikach będących dzielnikami liczb 10, 100, 1000 itd. na ułamki dziesiętne skończone dowolną metodą (przez rozszerzanie ułamków zwykłych, dzielenie licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora);
- 10) ułamki zwykłe o mianownikach innych niż w pkt 4.9 zapisuje w postaci rozwinięcia dziesiętnego nieskończonego (z użyciem trzech kropek po ostatniej cyfrze), które otrzymuje dzieląc licznik przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora;
- 11) zaokrągla ułamki dziesiętne;
- 12) porównuje ułamki zwykłe i dziesiętne.

5. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych.

Uczeń:

- 1) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno i dwucyfrowych, a także liczby mieszane;
- 2) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w najprostszych przykładach), pisemnie i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach);
- 3) wykonuje nieskomplikowane rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne;
- 4) porównuje różnicowo ułamki zwykłe i dziesiętne;
- 5) oblicza ułamek danej liczby naturalnej;
- 6) oblicza kwadraty i sześciany ułamków zwykłych i dziesiętnych oraz liczb mieszanych;
- 7) oblicza wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
- 8) wykonuje działania na ułamkach dziesiętnych używając własnych poprawnych strategii lub z pomocą kalkulatora;

- 9) szacuje wyniki działań.

6. Elementy algebry.

Uczeń:

- 1) korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, umie zamienić wzór na formę słowną;
- 2) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkościami liczbowymi i zapisuje proste wyrażenie algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym;
- 3) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą występującą po jednej stronie równania (poprzez zgadywanie, dopełnianie lub wykonanie działania odwrotnego).

7. Proste i odcinki.

Uczeń:

- 1) rozpoznaje i nazywa figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek;
- 2) rozpoznaje odcinki i proste prostopadłe i równoległe;
- 3) rysuje pary odcinków prostopadłych i równoległych;
- 4) mierzy długość odcinka z dokładnością do 1 mm;
- 5) wie, że aby znaleźć odległość punktu od prostej, należy znaleźć długość odpowiedniego odcinka prostopadłego.

8. Kąty.

Uczeń:

- 1) wskazuje w kątach ramiona i wierzchołek;
- 2) mierzy kąty mniejsze od 180 stopni z dokładnością do 1 stopnia;
- 3) rysuje kąt o mierze mniejszej niż 180 stopni;
- 4) rozpoznaje kąt prosty, ostry i rozwarty;
- 5) porównuje kąty;
- 6) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i kąty przyległe oraz korzysta z ich własności.

9. Wielokąty, koła, okręgi.

Uczeń:

- 1) rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne, równoboczne i równoramienne;
- 2) konstruuje trójkąt o trzech danych bokach; ustala możliwość zbudowania trójkąta (na podstawie nierówności trójkąta);

- 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta;
- 4) rozpoznaje i nazywa kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez;
- 5) zna najważniejsze własności kwadratu, rombu, prostokąta, równoległoboku, trapezu;
- 6) wskazuje na rysunku, a także rysuje cięciwę, średnicę, promień koła i okręgu.

10. Bryły.

Uczeń:

- 1) rozpoznaje graniastosłupy proste, ostrosłupy, walce, stożki i kule w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył;
- 2) wskazuje wśród graniastosłupów prostopadłościany i sześciiany i uzasadnia swój wybór;
- 3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów;
- 4) rysuje siatki prostopadłościanów.

11. Obliczenia w geometrii.

Uczeń:

- 1) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków;
- 2) oblicza pola: kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trójkąta, trapezu przedstawionych na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych;
- 3) stosuje jednostki pola: m^2 , cm^2 , km^2 , mm^2 , dm^2 , ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń);
- 4) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi;
- 5) stosuje jednostki objętości i pojemności: litr, mililitr, dm^3 , m^3 , cm^3 , mm^3 ;
- 6) oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów.

12. Obliczenia praktyczne.

Uczeń:

- 7) interpretuje 100% pewnej wielkości jako całość, 50% - jako połowę, 25% - jako jedną czwartą, 10% - jako jedną dziesiątą, 1% - jako setną część pewnej wielkości liczbowej;
- 8) w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości, w stopniu trudności typu 50%, 10%, 20%;
- 9) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach;
- 10) wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach;
- 11) odczytuje temperaturę (dodatnią i ujemną);
- 12) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: metr, centymetr, decymetr, milimetr, kilometr;

- 13) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, kilogram, dekagram, tona;
- 14) oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość;
- 15) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i danym czasie, prędkość przy danej drodze i danym czasie, czas przy danej drodze i danej prędkości. stosuje jednostki prędkości: km/h, m/s.

13. Elementy statystyki opisowej.

Uczeń:

- 16) gromadzi i porządkuje dane;
- 17) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, diagramach i na wykresach.

14. Zadania tekstowe

Uczeń:

- 18) czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe;
- 19) wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania;
- 20) dostrzega zależności między podanymi informacjami;
- 21) dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne poprawne, wygodne dla niego strategie rozwiązania;
- 22) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody;
- 23) weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania.

ZALECANE WARUNKI I SPOSÓB REALIZACJI PODSTAWY PROGRAMOWEJ

Zadaniem szkoły jest podwyższenie poziomu umiejętności matematycznych uczniów. Należy zwrócić szczególną uwagę na następujące kwestie:

- 1) czynny udział w zdobywaniu wiedzy matematycznej przybliży dziecko do matematyki, rozwija kreatywność, umożliwia samodzielne odkrywanie związków i zależności; duże możliwości samodzielnych obserwacji i działań stwarza geometria, ale tak że w arytmetyce można znaleźć obszary, gdzie uczeń może czuć się odkrywcą;

- 2) znajomość algorytmów działań pisemnych jest konieczna, ale w praktyce codziennej działania pisemne są wypierane przez kalkulator; należy postarać się o to, by matematyka była dla ucznia przyjazna, nie odstraszała przesadnie skomplikowanymi i żmudnymi rachunkami, których trudność jest sztuką samą dla siebie i nie prowadzi do głębszego zrozumienia zagadnienia;
- 3) umiejętność wykonywania działań pamięciowych ułatwia orientację w świecie liczb, weryfikację wyników różnych obliczeń, w tym na kalkulatorze, a także szacowanie wyników działań rachunkowych; samo zaś szacowanie jest umiejętnością wyjątkowo praktyczną w życiu codziennym;
- 4) nie powinno się oczekiwać od ucznia powtarzania wyuczonych regułek i precyzyjnych definicji; należy dbać o poprawność języka matematycznego, uczyć dokładnych sformułowań, ale nie oczekiwać, że przyniesie to natychmiastowe rezultaty; dopuszczenie pewnej swobody wypowiedzi bardziej otworzy dziecko, zdecydowanie wyraźniej pokaże stopień zrozumienia zagadnienia;
- 5) przy rozwiązywaniu zadań tekstowych szczególnie wyraźnie widać, jak uczeń rozumuje, jak rozumie tekst zawierający informacje liczbowe, jaką tworzy strategię rozwiązania; należy akceptować wszelkie poprawne strategie i dopuszczać do swobodnej wypowiedzi ucznia jego własnych, w miarę czytelnych, zapisów rozwiązania.

Uwzględniając zróżnicowane potrzeby edukacyjne uczniów, szkoła organizuje zajęcia zwiększające szanse edukacyjne uczniów zdolnych oraz uczniów mających trudności w nauce matematyki.

B. O ORGANIZACJI I SCENARIUSZU ZAJĘĆ MATEMATYCZNYCH - KU ŻYWEMU NAUCZANIU W SZKOLE TWÓRCZEJ

Przygotowując lekcję, nauczyciel planuje formy pracy z uczniami, mając na uwadze różnorodne przejawy ich aktywności, a przede wszystkim diagnozowany na bieżąco stan gotowości uczniów do udziału w procesie lekcyjnym. Przewiduje również, które zadania powinny być rozwiązywane w formie ustnej, a jakie powinny być przedstawione przez uczniów w formie pisemnej. Gruntowna znajomość możliwości poznawczych i realizacyjnych uczniów posiadana przez nauczyciela w rezultacie systematycznie prowadzonej diagnostyki psychopedagogicznej stanowi bardzo istotną podstawę w konstruowaniu procesu kształcenia i wychowania¹³. Niewątpliwie w fazie przygotowywania zajęć lekcyjnych (niekoniecznie w formie scenariusza) nauczyciel powinien kierować się aktualnym stanem kompetencji i gotowości ucznia do uczestnictwa w planowanych zajęciach edukacyjnych. Trudno jest uzyskiwać pomyślne rezultaty dydaktyczne przez wszystkich bez wyjątku uczniów, skoro proces kształcenia nie będzie uwzględniał indywidualnych uwarunkowań po stronie poszczególnych uczniów, jako podmiotowych uczestników tego procesu.

Zagadnienie scenariusza zajęć znajduje dość szerokie odzwierciedlenie w literaturze pedagogicznej¹⁴. Zauważa się zamienne stosowanie terminów „konspekt” oraz „scenariusz” zajęć. W *Słowniku języka polskiego* czytamy: „konspekt - krótki szkic, plan lub streszczenie czegoś, np. wykładu”. Natomiast pod pojęciem „scenariusza” najczęściej rozumie się „szczegółowy plan, program czegoś”¹⁵ np. zajęć lekcyjnych (przypis własny). Przyjmujemy zatem określenie „scenariusza” jako bardziej adekwatne do stopnia szczegółowości opracowania będącego pisemną formą przygotowania nauczyciela do zajęć w klasie szkolnej.

Formy opracowywania scenariuszy zajęć są przedmiotem wielu dyskusji i kontrowersji. Stąd też w praktyce i w przewodnikach metodycznych spotyka się różnorodne podejścia do tego typu opracowań. Stanowczo w tym miejscu należy podkreślić, że scenariusz będący elementem strukturalnym technologii kształcenia nie daje nikomu pełnej gwarancji o jego realizacji z dużym powodzeniem co do jakości i skuteczności kształcenia w procesie lekcyjnym. Scenariusze winny przybierać tym bardziej taką formę, aby z jego treści zapisów dość jasno wynikała strategia postępowania metodycznego samego autora, jak również każdej innej osoby korzystającej z danego scenariusza, a posiadającej niezbędne kompetencje nauczycielskie. Scenariusze bowiem mogą, a nawet powinny być przecież upowszechniane. Chociażby z tego właśnie względu ich komunikatywność co do koncepcji metodycznej nie powinna powodować niepewności oraz intuicyjnego postępowania przez zainteresowanego odbiorcę.

W opracowywanych scenariuszach spotyka się różne formy opisów przewidujących nawet dosłowne brzmienie wypowiedzi uczniów na stawiane przez nauczyciela pytania czy polecenia. Jest to wręcz paradoksalne podejście, gdyż żywy i dynamiczny charakter procesu kształcenia uniemożliwia tak daleko idące zalgorytmizowanie tego procesu. Ponadto znacznie zwiększa to objętość pisemnej formy scenariusza. Podobnie należy odnieść te uwagi do komunikatów prowadzącego zajęcia. Nie ma więc potrzeby zamieszczania w scenariuszu wszystkich szczegółowych wypowiedzi nauczycielskich-poza jednym wyjątkiem. Wyjątkiem tym są te wycinki zajęć, podczas których stosowane są nowe podejścia metodyczne bądź też wprowadzane są nowe poję-

¹³Zob. np. E. Jarosz, E. Wysocka, *Diagnoza psychopedagogiczna*, Wyd. Żak, Warszawa 2006; J. Grzesiak, *Projektowanie dydaktyczne jako element kompetencji nauczyciela*. w: *Edukacja jutra*, red. W. Kojs, E. Piotrowski, T.M. Zimny, Częstochowa 2002, s. 528 – 534.

¹⁴Zob. np. J. Pólturzycki, *Lekcja w szkole współczesnej*, WSiP, Warszawa 1985; J. Grzesiak, *Organizacja procesu lekcyjnego*, „Nauczanie Początkowe” 1983/84, nr 6. M. Weglińska, *Jak przygotowywać się do lekcji*, Impuls, Kraków 2005.

¹⁵*Słownik języka polskiego*, PWN, Warszawa 2003, s. 351 i 901.

cia (wiadomości) lub umiejętności. Właśnie w takich przypadkach wskazane jest, aby w scenariuszu zamieszczane były dość szczegółowe zapisy (niekiedy dosłowne brzmienia pytań, poleceń, instrukcji itp.)-gdyż to one przede wszystkim świadczą oraz zarazem orientują czytelnika o właściwej istocie podejścia metodycznego zaprezentowanego w koncepcji scenariusza.

Praca zbiorowa pod kierunkiem nauczyciela powinna przeplatać się z różnymi formami pracy grupowej i pracy indywidualnej, co pozwala uwzględnić indywidualne podejście do dzieci w procesie nauczania. Charakterystyczną cechą organizacji każdej lekcji matematyki powinno być występowanie na przemian pracy zbiorowej z formami pracy grupowej lub indywidualnej.

W zależności od ilości kolejno wykonywanych zadań w czasie lekcji praca zbiorowa będzie występować kilka razy, przeplatając się z pozostałymi formami organizacyjnymi wybranymi nie tyle według uznania nauczyciela, ile dostosowanych do struktury zadań oraz stopnia gotowości uczniów. Schemat organizacyjny lekcji może, przykładowo obejmować następujące formy pracy uczniów:

1. praca zbiorowa;
2. praca grupowa (np. jednolita);
3. praca zbiorowa;
4. praca indywidualna (np. niejednolita);
5. praca zbiorowa;

Podczas pracy zbiorowej nauczyciel organizuje czynności wspólne dla wszystkich uczniów. Może to być zarówno wykonywanie określonego zadania, ukierunkowywania działalności uczniów przewidywanej do wykonania grupowej lub indywidualnej, bądź też wspólne omówienie i podsumowanie wyników pracy indywidualnej czy grupowej. W każdym przypadku lekcja powinna być rozpoczynana i zakończona w formie pracy zbiorowej. Praca zbiorowa w całej klasie jest tą formą, która występuje na przemian z innymi dobraćanymi odpowiednio formami.

Struktura lekcji zarówno w klasach łączonych jak i w klasach typowych ma charakter elastyczny i niejednorodny. W każdym przypadku powinna ona uwzględniać zasadę naprzemiennej cykliczności występowania pracy zbiorowej wespół z pozostałymi formami organizacyjnymi. W przypadku, gdy zajęcia odbywają się w zajęć głośnych (praca zbiorowa pod kierunkiem nauczyciela) należy dobierać treści podstawowe dostosowane do możliwości ucznia najsłabszego. Natomiast na zajęcia ciche należy przeznaczyć zadania jednolite lub zróżnicowane-do rozwiązywania zarówno przez uczniów słabszych, jak i przez uczniów zdolnych. Zajęcia ciche powinny być organizowane w formie pracy indywidualnej lub w zespołach 2-4 osobowych. Należy przy tym zwracać uwagę, aby wyniki pracy w zespole były efektem czynności wszystkich uczniów pełniących swoje role jak najbardziej samodzielnie.

Z treści scenariusza winny nader jasno i precyzyjnie wynikać proponowane zabiegi metodyczne w odniesieniu do realizacji nowych treści kształcenia wyznaczonych w operacyjnej formie celami kształcenia (i wychowania). Ogólne zabiegi metodyczne, stosowane często sposoby postępowania nauczyciela czy organizacyjne ujęcia w toku zajęć mogą nie być przedmiotem szczegółowych i najczęściej powtarzających się stereotypowych opisów zachowań czy to nauczycieli czy uczniów.

Scenariusz zajęć może przybierać wielorakie formy i w rzeczywistości w publikowanych opracowaniach metodycznych spotykamy przeróżne propozycje w tym zakresie. Nie wszystkie z nich mają charakter operatywny, co oznacza, że na ich podstawie czytelnik nie ma wyrazistego obrazu przebiegu przewidywanych zajęć. Trudno powiedzieć wówczas o takim scenariuszu, że posiada formę praktyczną i komunikatywną - a takim właśnie powinien

zawsze być. I stąd w konsekwencji bywa zwykle tak, że na podstawie treści danego scenariusza rzeczywiste postępowanie metodyczne nauczyciela może (musi) przybierać własne intuicyjne formy.

Tak więc mało istotne jest to, czy scenariusz ma formę liniowego opisu, czy formę tabelaryczną czy też mniej czy bardziej skomplikowaną formę graficzną. Natomiast nader ważne i istotne jest to, aby na jego podstawie każda osoba, także student w roli praktykanta, potrafiła poprawnie odczytać intencje autora scenariusza i zorganizować proces lekcyjny adekwatnie do koncepcji metodycznej preferowanej przez autora w danym scenariuszu.

Dla ukierunkowania i zoptymalizowania zespołu czynności nauczycielskich na drodze analizy porównawczej oraz naukowego podejścia systemowego została skonstruowana forma scenariusza, którą umownie można nazwać „zadaniowo-czynnościową”. Została ona szerzej zaprezentowana w innych opracowaniach¹⁶, a tutaj ograniczymy się do przedstawienia jej w formie skróconej, jako schematu ogólnego.

Scenariusz zajęć jest elementem technologii kształcenia, a dopiero w toku lekcji na jego podstawie możliwe staje się „żywe” nauczanie dostosowane do sytuacji występujących w aktualnej rzeczywistości edukacyjnej w grupie uczących się podmiotów. U podstaw konstruowania proponowanej koncepcji scenariusza znajdują się teoretyczne przesłanki taksonomii i operacjonalizacji celów kształcenia i wychowania. W kontekście ewaluacji jakości procesu kształcenia należy baczność uwagę zwracać na to, aby postawione cele operacyjne zostały w końcowej fazie realizacji procesu kształcenia potraktowane jako kryterium pomiaru skuteczności zastosowanych zabiegów metodycznych. Po prostu zależność typu relacji CEL - EFEKT nie może być niedostrzegana. Tak więc metodyka kształcenia matematycznego korzysta z rozwiązań wywodzących się z technologii kształcenia. Zamieszczony w dalszej części schemat ogólny scenariusza należy również traktować za cząstkowy element technologii kształcenia, w której jest tak wiele jest miejsca na innowacje pedagogiczne. Na innowacje - które za każdym razem, z założenia i w rzeczywistości, powinny prowadzić do poprawy jakości i skuteczności kształcenia i wychowania. Zatem: innowacje-tak, ale nie na siłę (wówczas powstają zwykle pseudo-innowacje).

Prezentowany niżej schemat scenariusz (w zarysie) został zweryfikowany w toku wieloletnich badań prowadzonych w toku edukacji przyszłych nauczycieli – specjalistów edukacji wczesnoszkolnej, na studiach nauczycielskich w Wydziale Pedagogiczno – Artystycznym UAM w Kaliszu oraz w Państwowej Wyższej Szkole Zawodowej w Koninie.

¹⁶ Zob. np. J. Grzesiak, *Ewaluacja i innowacje w przygotowywaniu procesu lekcyjnego – wyznacznikiem kompetencji nauczycieli*, w: *Ewaluacja i innowacje w edukacji*, red. J. Grzesiak, PWSZ, Konin 2007, s. 67-80; tenże: *Organizacja procesu lekcyjnego*, „Nauczanie Początkowe” 1983/84, nr 6, s. 42 - 50.

ELEMENTY STRUKTURALNE SCENARIUSZA ZAJĘĆ MATEMATYCZNYCH¹⁷

Prowadzący:

Klasa:

Data:

Szkoła:

- A. Założenia programowe** (na podstawie programowej programu.....)
- B. Przewidywany zapis w dzienniku** lekcyjnym klasy:
- C. Cele ogólne - kierunkowe** (wg uznania):
- D. Założone szczegółowe cele operacyjne¹⁸:**

D1. sfera poznawcza¹⁹:

- **nowe pojęcia i wiadomości** (z wyodrębnieniem modułów tematycznych np. arytmetyka , geometria wg działu programu);
- **utrwalane pojęcia i wiadomości** - pierwszoplanowe (z podziałem na ścieżki i moduły tematyczne - wg działu programu).

D2. sfera instrumentalna:

- **nowe umiejętności** (z wyodrębnieniem wiedzy praktycznej i praktycznych reguł postępowania wzajemnie warunkujących się - wg działu programu);
- **utrwalane umiejętności - pierwszoplanowe** (z wyodrębnieniem wiedzy praktycznej i praktycznych reguł postępowania wzajemnie warunkujących się – wg działu programu).

D3. sfera wychowawcza (wyrażanie sądów oraz ocen, a także przejawianie konkretnych zachowań w sytuacjach o treści matematycznej)

- **nowe :**
- **utrwalane - pierwszoplanowe:**

E. Środki dydaktyczne - dokładne wyszczególnienie, np.: *nożyczki 22 szt., taśma miernicza o długości 5m – 11 szt. nagranie wideo pod tytułem „Pomiary na stadionie”*).

¹⁷ J. Grzesiak, *Podstawy teorii ...* , op. cit., s. 142 i nast.

¹⁸ K. Denek, I. Kuźniak, *Projektowanie celów kształcenia w reformowanej szkole*, UAM, Poznań 2001; K.Denek (red.), *Formułowanie i realizacja celów w procesie kształcenia szkoły podstawowej*. IKN ODN, Poznań 1989; J. Kujawiński, *Próby optymalizacji celów w nauczaniu początkowym*. IKN ODN, Poznań 1985.

¹⁹ Por. W. Puślecki, *Kształcenie wyzwolające w edukacji wczesnoszkolnej*. Impuls, Kraków 1996, s.108 – 117; J. Poplucz, *Organizacja czynności nauczycielskich. Zastosowanie teorii czynności i prakseologii do pedagogiki*. WSiP. Warszawa 1978; J. Poplucz, *Optymalizacja działania pedagogicznego na lekcji*. WSiP, Warszawa 1984.

F. Źródła bibliograficzne wykorzystane w fazie przygotowywania się do zajęć (przewidziane do wykorzystania):

- **książki** i artykuły naukowe;
- **podręczniki** i przewodniki metodyczne;
- **materiały** uzupełniające.

G. Założony przebieg zajęć:

Wyszczególnienie -forma zajęć, czas trwania, podstawowe treści i organizacja czynności nauczyciela	Założone efekty według założonych celów szczegółowych	Uwagi

W bieżącej autoewaluacji przebiegu zajęć można wykorzystać wzór arkusza obserwacji zajęć edukacyjnych (stanowiący przedmiot oddzielnego opracowania)

Przebieg zajęć (treści, formy, metody, środki dydaktyczne itp.)	Czas trwania	Refleksje			
		fascynacja	wątpliwości	zapytania	propozycje - projekty

H. Konkluzje po przeprowadzonych zajęciach (mogą być dołączone do scenariusza):

- a) prowadzącego (studenta);
- b) nauczyciela - opiekuna (ewent. mentora).

Zaprezentowany ogólny schemat wymaga „ożywienia” i uczynienia z niego przedmiotu bezpośredniego działania twórczego tej osoby, która jako kompetentny nauczyciel stara się dostosować swoje działania dydaktyczno-wychowawcze do oczekującego i wymagającego zarazem ucznia jako podmiotu złożonych procesów edukacyjnych. Zapisy zawarte w tabelach można przetransponować na tekst jednolity-o ile intencje zawarte w opisie tabelarycznym i w opisie tekstowym będą równoznaczne co do wymowy metodycznej (i merytorycznej także). Przyjęta forma tabelaryczna wydaje się być

dość przejrzysta i czytelna zarówno dla prowadzącego na jego podstawie zajęcia jak również dla innej zainteresowanej nim osoby-w szczególności mamy na myśli studentów przygotowujących się do pracy na stanowisku nauczyciela.

Na zakończenie warto zaakcentować, że projektowanie edukacyjne w formie scenariuszowej nie powinno odbywać się wyłącznie na zasadzie tworzenia czegokolwiek nawet oryginalnego, jeśli nie będzie dostosowane do podmiotu procesów kształcenia i wychowania, a więc nie będzie poprzedzone wnikliwą i rzetelną diagnozą psychopedagogiczną. Inna sprawa - że sposób prowadzenia zajęć i sposób opracowania scenariusza tych zajęć są z sobą w relacjach niejednoznacznych. Może być tak, że „najlepszy” scenariusz nie gwarantuje wysokiej jakości postępowania metodycznego w trakcie „żywego” procesu lekcyjnego - i odwrotnie, osiągnięta wysoka jakość i skuteczność oddziaływań nauczycielskich w czasie lekcji może górować nad formą założonego (przygotowanego) scenariusza.



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Program został opracowany w ramach projektu

„Twórcza szkoła dla twórczego ucznia”

i jest przeznaczony do realizacji

w Szkole Podstawowej w Wilczynie.

Egzemplarz Bezpłatny

Projekt „Twórcza szkoła dla twórczego ucznia” współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego
Kapitał Ludzki

Beneficjent projektu – Gmina Wilczyn



Projekt „Twórcza szkoła dla twórczego ucznia”

współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki
www.tworczaszkola.pl



KAPITAŁ LUDZKI
CZŁOWIEK - NAJLEPSZA INWESTYCJA!

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

