

CZY ISTNIEJE SYMETRIA W PRZYRODZIE



GMINA WILCZYN



CZY ISTNIEJE SYMETRIA W PRZYRODZIE

Autor skryptu

mgr Maria Woźniak

Opracowanie elektroniczno – graficzne

inż. Jolanta Szczepaniak

Beneficjent projektu

Gmina Wilczyn

2013 r



Spis treści:

1.	WSTĘP	3
2.	SYMETRIA W PRZYRODZIE	4
3.	SYMETRIA W ARCHITEKTURZE I SZTUCE	13
4.	SYMETRIA W DOMU I SZKOLE	25
5.	SYMETRIA W NAUCE	29
6.	SYMETRIA W MATEMATYCE	33
7.	CIEKAWY ILOCZYNY	41
8.	LITERATURA	42



1. WSTĘP

Temu, kto nie zna matematyki, trudno spostrzec głębokie piękno przyrody.
R. Feynman

Niniejszy skrypt jest przeznaczony dla uczniów uczestniczących w zajęciach matematyki w ramach projektu „Twórcza szkoła dla twórczego ucznia”. W skrypcie przedstawiono materiał dotyczący symetrii, której znajomość jest niezbędna do realizacji programu matematyki i przedmiotów przyrodniczych z zakresu szkoły podstawowej i gimnazjum. Liczne przykłady, ilustracje umożliwią szybsze opanowanie prezentowanego zagadnienia. Celem skryptu jest pokazanie różnych rodzajów symetrii występujących w przyrodzie, architekturze, sztuce czyli w otaczającym nas świecie oraz w matematyce.

W treściach nauczania klasy I szkoły podstawowej w edukacji matematycznej czytamy:

Uczeń kończący klasę I

....dostrzega symetrię (np. w rysunku motyla) zauważa, że jedna figura jest powiększeniem lub pomniejszeniem drugiej, kontynuuje regularny wzór (np. szlaczek)¹

oraz:

Uczeń kończący klasę III:

....rysuje druga połowę figury symetrycznej; rysuje figury w powiększeniu i pomniejszeniu; kontynuuje regularność w prostych motywach (np. szlaczki, rozety)²

W treściach nauczania –wymagania szczegółowe III etapu edukacyjnego czytamy:

Uczeń:

....rozpoznaje pary figur symetrycznych względem prostej i względem punktu. Rysuje pary figur symetrycznych;

....rozpoznaje figury, które mają oś symetrii i figury, które mają środek symetrii. Wskazuje oś symetrii i środek symetrii figury.³

A zatem poprzez symetrie w otaczającym nas świecie przejdziemy do odkrywania własności symetrii w matematyce.

¹Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 27 sierpnia 2012 r., w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół, str.16

²Rozporządzenie powyższe, str.22

³Rozporządzenie powyższe, str.244



2. SYMETRIA W PRZYRODZIE

Pojęcie symetrii jest znane od czasów starożytnych. Oznacza porządek, regularność, harmonię, proporcję. Arystoteles mówił *Głównymi formami piękna jest porządek, symetria i wyrazistość czym odznaczają się szczególnie nauki matematyczne*

Czy wiesz, że...

Arystoteles to jeden z najsłynniejszych filozofów starożytnej Grecji

Słowo *symetria* pojawia się w różnych kontekstach. Potocznie mówimy, że jakiś przedmiot jest symetryczny jeżeli jest proporcjonalny czyli jego lewa i prawa strona wyglądają tak samo. Jeżeli staniami przed lustrem to mówimy, że nasze odbicie w lustrze jest identyczne czyli symetryczne. Tak samo mówimy o każdym przedmiocie, którego odbicie oglądamy w lustrze. Zapraszam Was w podróż po otaczającym nas świecie na poszukiwania symetrii w przyrodzie. Zaczniemy od najbliższego otoczenia.

OGRÓD

Przyjrzyjmy się zdjęciom:



Czy jeżeli przedmioty przetniemy na pół to połówki nałożą się na siebie? Jak to sprawdzimy? Narysujmy linię przez środek ławki, zestawu ogrodowego i doniczki. Otrzymamy połówki przedmiotów. Zauważmy, że są identyczne. Powiemy, że ławka, zestaw ogrodowy i doniczka są symetryczne

⁴<http://www.swiatkwiatow.pl/poradniki/architektura/>



ĆWICZENIE

Rozejrzyj się wokół swojego otoczenia i wskaż identyczne przedmioty, bądź identyczne połówki przedmiotów. Jeżeli Cię interesuje jakie jest ich pochodzenie i jaka jest ich historia poszukaj informacji w Internecie.

Rozejrzyjmy się jeszcze po ogrodzie. Jak wspaniała jest tu przyroda. Przyjrzyjmy się motyłom. Są tu różne gatunki motyli. W naszych ogrodach występuje między innymi paź królowej, rusałka admirał, paź żeglarz i mieniak tęczowiec.



To tylko cztery ze wszystkich gatunków motyli występujących w Polsce. Zauważmy, że skrzydełka są identyczne.

Czy wiesz, że...

Obecnie na świecie żyje około 150 tysięcy gatunków motyli, z czego w Polsce ponad 3 tysiące. Występują na wszystkich kontynentach, oprócz Antarktydy.

Wśród pająków też są takie, których połówki okażą się identyczne. Oto strojniś nadobny



Jeżeli narysujemy linię wzdłuż tułowia lewa i prawa strona nałożą się na siebie.

⁵<http://motyle-motyle.strefa.pl/najpiekniejsze-motyle-polski>

⁶<http://www.sadistic.pl/najciekawsze-pajaki-jakie-mozna-spotkac-w-polsce>

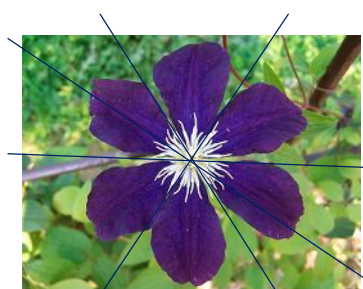


Projekt „Twórcza szkoła dla twórczego ucznia”
współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki

Czy wiesz, że...

Strojnisz nadobny jest gatunkiem wyjątkowo ciepłolubnym, stąd częściej spotykany jest na południu Europy. W Polsce występuje głównie na południu kraju...

Na podstawie ilości linii (nazywanych osią symetrii) lub płaszczyzn (nazywanych płaszczyzną symetrii), względem których części nakładają się na siebie można wyróżnić kwiaty o jednej płaszczyźnie symetrii, dwu lub wielu płaszczyznach symetrii. Przez płaszczyznę symetrii rozumiemy płaszczyznę dzielącą kwiat na części, które stanowią względem siebie odbicia lustrzane. Płaszczyzna symetrii „przechodzi” przez oś symetrii. O kwiatkach mających dwie, trzy lub wiele płaszczyzn symetrii mówimy, że są to kwiaty promieniste. Kwiaty promieniste to np. powojnik, aster czy nenufar. Na zdjęciu pierwszym zaznaczone są osie symetrii przez, które przechodzi płaszczyzna symetrii.



powojnik



aster



nenufar

ĆWICZENIE

Wskaż osie symetrii w kwiatkach aster i nenufar.

Czy wiesz, że...

*Aster należy do rodziny astrowatych, których jest obecnie około 250 gatunków
Nenufar zwany też lilią wodną jest rośliną leczniczą*

⁷http://pl.wikipedia.org/wiki/Kwiat_promienisty

ĆWICZENIE

Ile płaszczyzn symetrii posiada aksamitka, cynia ogrodowa i złocień wielokwiatowy przedstawione na zdjęciach?



aksamitka



cynia ogrodowa



złocień wielokwiatowy

8

Kwiaty grzbieciste mają jedną płaszczyznę symetrii. Kwiaty o jednej płaszczyźnie symetrii to np. bratki, storczyki *coleogyne* czy *wanda*.



bratki



storczyki coleogyne



storczyk wanda

9

ĆWICZENIE

Poszukaj w encyklopedii lub Internecie kwiatów promienistych i grzbiecistych. Przynies ilustracje na lekcje i podziel się wiadomościami z koleżankami i kolegami.

⁸http://pl.wikipedia.org/wiki/Kwiat_promienisty

⁹http://pl.wikipedia.org/wiki/Kwiat_grzbiecisty

LIŚCIE

Przyjrzyjmy się liściom roślin rosnących na łąkach. Liść *lucerny* ma oś symetrii przechodzącą wzdłuż środka liścia. Tak samo jest na liściu *melisy*.



liście lucerny



liście melisy

Na zdjęciach zaznaczone są osie symetrii.

Symetryczne, twarde i ciężkie, owalno-stożkowate są liście sosny kanaryjskiej.



11

ĆWICZENIE

Zastanów się i odpowiedź: jakie znane Ci liście drzew są symetryczne?

¹⁰http://pl.wikipedia.org/wiki/Plik:Salvia_gesneriiflora_2.jpg

¹¹[http://pl.wikipedia.org/wiki/Plik:Pinus_canariensis_\(Los_Sauces\)_03_ies.jpg](http://pl.wikipedia.org/wiki/Plik:Pinus_canariensis_(Los_Sauces)_03_ies.jpg)

PARK

Udajmy się na spacer po parku. Zauważmy, że w wodzie są odbicia drzew i obiektów. Odbicia są symetrycznym odzwierciedleniem rzeczywistości.. Taka symetria w matematyce nazywana jest płaszczyzną. Płaszczyzną jest tafla wody.



12

Na jednym ze zdjęć jest mostek. Bariierka mostka też jest zbudowana z elementów identycznych. Sprawdźcie jak wyglądają inne mostki i mosty.

A co z ptakami? Czy wśród nich też można zauważyć symetrię? Przyjrzyjmy się zdjęciom, niektórych ptaków.



samiec fulmara zwyczajnego



pustułka



cyraneczka

13

Pierwsze zdjęcie przedstawia *fulmara zwyczajnego*. Biała jest głowa, szyja i brzuch, wierzch skrzydeł a grzbiet jest szary. Zauważmy, że oba osobniki ubarwione są jednakowo. *Pustułka*, która jest na drugim zdjęciu ma lewą i prawą stronę taką samą. Jest to symetria względem płaszczyzny przechodzącej wzdłuż środka grzbietu ptaka. Zdjęcie *cyraneczki* jest przykładem symetrii płaszczyznowej względem tafli wody.

¹²<http://mapa.nocowanie.pl/kalisz/zdjecia>

¹³http://pl.wikipedia.org/wiki/Ptaki_Polski

Czy wiesz, że...

Fulmar zwyczajny to gatunek dużego ptaka morskiego. To doskonały lotnik – często i długo szybuje krążąc nad powierzchnią wody bez poruszania skrzydłami.

Pustułka zwyczajna to średniej wielkości ptak drapieżny. Najwięcej pustułek jest w zachodniej Europie a w Polsce zasiedla tereny uprawne.

Cyraneczka to najmniejsza kaczka pływająca Europy. Kaczki przylatują parami na wiosnę. Odlatują na zimę we wrześniu lub październiku.

ĆWICZENIE

Wskaż na zdjęciach symetrię i nazwij ją. Wyszukaj informacje na temat pójdzki zwyczajnej i perkozka.



pójdzka zwyczajna



perkozek

14

Czy wiesz, że...

jeżeli na drutach siada wiele ptaków siedzą w równych odstępach...

Gdy pies idzie widzimy charakterystyczny układ: lewa tylna, lewa przednia. Łapy uderzają o ziemię w równych odstępach, jak dźwięki: cztery w jednym takcie. Gdy pies przyspiesza, jego chód zmienia się w kłus. Tym razem pary łap po przekątnej- lewa tylna

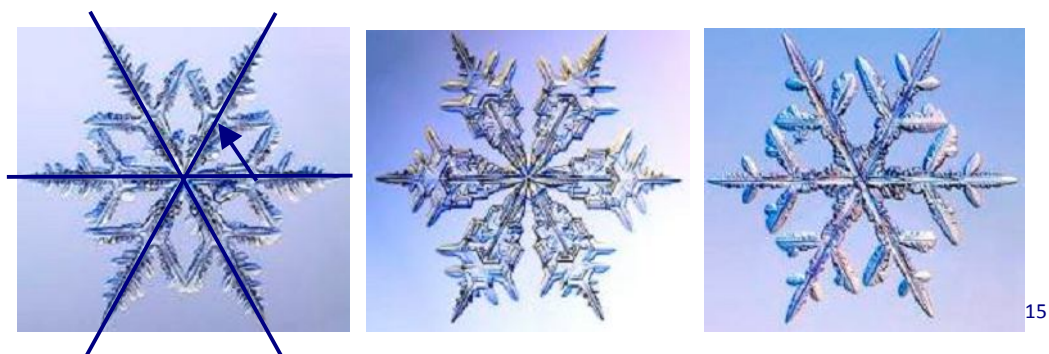
i prawa przednia, potem pozostałe dwie - uderzają o ziemię równocześnie, w zmiennym rytmie dwóch uderzeń na takt.....Pies to wcielona matematyka.

(Ian Stewart, Listy do młodego matematyka, str. 55)

¹⁴http://pl.wikipedia.org/wiki/Ptaki_Polski

PŁATKI ŚNIEGU

Płatki śniegu są prawie idealnie symetryczne. Wszystkie kryształki lodu mają kształt płaskich sześciokątnych płytek. Pod wpływem zmian temperatury i wilgotności na krawędziach płatków tworzą się nowe kryształki. Symetria płatka śniegu wynika z tego, że każde z ramion rośnie spadając w kierunku ziemi. Przyjrzyjmy się płatkom śniegu



15

Na przedstawionych zdjęciach płatków występują dwa rodzaje symetrii: symetria osiowa lub obrotowa (o kąt 45° zaznaczony strzałką).

OWOCE, ŻYWNOSĆ

Wiele produktów jadalnych jest symetrycznych. Przyjrzyjmy się jabłku, pomarańczy i jednemu z makaronów.



Jabłko ma jedną płaszczyznę symetrii, przekrojona pomarańcza i makaron są przykładem symetrii środkowej.

¹⁵<http://www.its.caltech.edu/~atomic/snowcrystals/>

W przedstawionych niżej zdjęciach cytryny, arbuza, melona i pomarańczy widać symetrię płaszczyznową (zaznaczona na cytrynie)



16

ĆWICZENIE

Jakia symetria jest na zdjęciu kiwi?



ĆWICZENIE

Poszukaj owoców symetrycznych. Jaki rodzaj symetrii prezentują?

PODSUMOWANIE

W przyrodzie jest wiele przykładów symetrii. Nie zawsze jest to symetria idealna. Można zaobserwować symetryczną budowę niektórych zwierząt i roślin. Symetria jest wśród kwiatów, owadów, ptaków, drzew, zwierząt, sprzętu ogrodowego czy parkowego. Właściwie występuje wszędzie. Poznaliśmy symetrie:

- osiową czyli symetrię względem linii, która jest osią symetrii,
- środkową czyli symetrię względem punktu, który jest środkiem symetrii,
- płaszczyznową, kiedy jest jedna płaszczyzna symetrii,
- promienistą, kiedy jest więcej płaszczyzn symetrii,
- obrotową, kiedy występuje obrót o pewien kąt.

¹⁶ <http://witeks.pl/art.dekoracyjne>



3. SYMETRIA W ARCHITEKTURZE I SZTUCE

Czy słynne budowle są symetryczne? Czy symetria występuje w architekturze i sztuce?

Architektura to między innymi sztuka projektowania, konstruowania i wykonywania budynków oraz innych budowli przestrzennych. Architektura zajmuje się również organizowaniem przestrzeni używanej przez człowieka. Style architektoniczne starożytnej Grecji i starożytnego Rzymu charakteryzują się szerokim zastosowaniem symetrii. W czasach nowożytnych też jest wiele przykładów harmonii, uporządkowania czyli po prostu symetrii. Można ją znaleźć w każdym mieście, miasteczku czy wsi. Na wielu budynkach, drogach i w ich otoczeniu. Architekci w wielu swoich dziełach stosują zasady z harmonii, uporządkowania, pewnego rytmu.

SŁYNNNE BUDOWLE

Do najpopularniejszych dzieł sztuki należą piramidy w Egipcie i rzymskie Koloseum.

Piramidy to budowle w kształcie ostrosłupa prawidłowego o podstawie najczęściej czworokąta. Ostrosłup prawidłowy to figura przestrzenna (czyli bryła) mająca jedną podstawę i jeden wierzchołek główny. Ściany boczne ostrosłupa są trójkątami równoramiennymi. Koloseum jest to eliptyczna budowla z widownią, areną i systemami podziemnych korytarzy.



piramidy w Gizie



Koloseum rzymskie

Piramidy w Gizie są przykładem na istnienie symetrii płaszczyznowej.

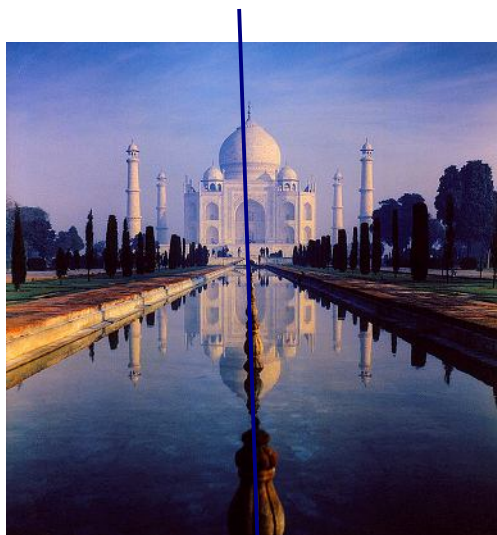
¹⁷<http://pl.wikipedia.org/wiki/Piramida>

¹⁸<http://pl.wikipedia.org/wiki/Koloseum>

Projekt „Twórcza szkoła dla twórczego ucznia”
współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki

We wnętrzu Koloseum zwróćcie uwagę na zwartość planu, czytelność i harmonię, czyli po prostu symetrię.

Na świecie jest wiele ciekawych przykładów ciekawych, pięknych, uporządkowanych i symetrycznych budowli. Oto kilka z nich.

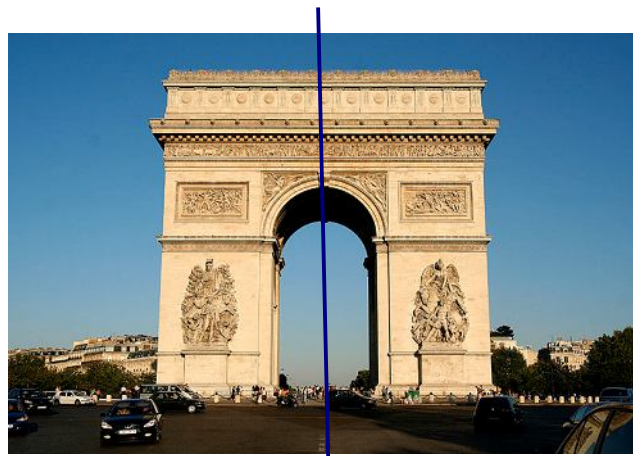


19

Tadź Mahal

Czy wiesz, że...

*Tadź Mahal został wzniesiony w mieście Angarze w Indiach.
Obiekt wzniesiony na pamiątkę przedwześnie zmarłej, ukochanej żony Mumtaz Mahal.
Budowla ta jest też nazywany świątynią miłości.*



20

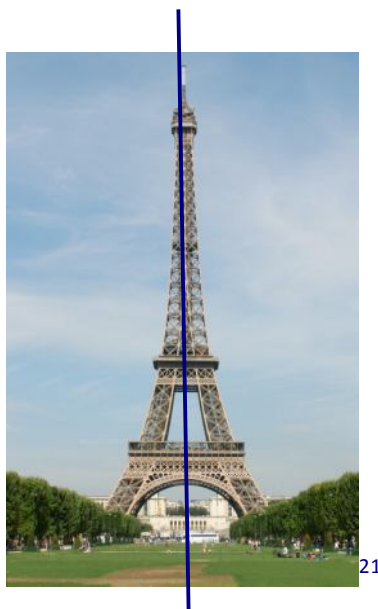
Łuk Triumfalny w Paryżu

¹⁹http://pl.wikipedia.org/wiki/Tad%C5%BA_Mahal

²⁰<http://www.google.com/imgres?imgurl=http://blog.4hotele.pl/wp-content/uploads/2008/08/luk>



Łuk Triumfalny, to pomnik stojący na placu Charles'a de Gaulle'a w Paryżu. Jest to ważny element architektury Paryża. Płaszczyzna symetrii przechodzi wzdłuż narysowanej osi symetrii.



21

Wieża Eiffla w Paryżu

Wieżę zbudowano specjalnie na paryską Wystawę Światową w 1889 roku. „Żelazna dama” miała być symbolem ówczesnej potęgi naukowo-technicznej Francji. Zwróćcie uwagę na symetryczność prawej i lewej strony wieży.



22

Bazylika św. Piotra w Watykanie

²¹http://pl.wikipedia.org/wiki/Wie%C5%BCa_Eiffla

²²<http://www.google.com/imgres?imgurl=http://www.rzym.pl/10zabytkow>



To drugi co do wielkości kościół na świecie i jedno z najważniejszych świętych miejsc chrześcijaństwa. Zauważcie, że kościół jest na planie centralnym. Tak zamknięta zwarta i symetryczna forma najlepiej odzwierciedla poszukiwania kształtów zbliżonych do doskonałości.

ĆWICZENIE

Wyszukaj inne budowle architektoniczne na świecie, które są symetryczne

W Polsce też mamy wiele ciekawych, pięknych obiektów sakralnych oraz innych budowli spełniających warunki harmonii i symetrii. Oto kilka z nich:



23



24

Kaplica Królewska w Gdańsku Bazylika oraz Sanktuarium Święto górskiej Róży Duchownej – na Świętej Górze w Głogówku. W tych budowlach płaszczyzna symetrii przechodzi przez środek fasady budynków.

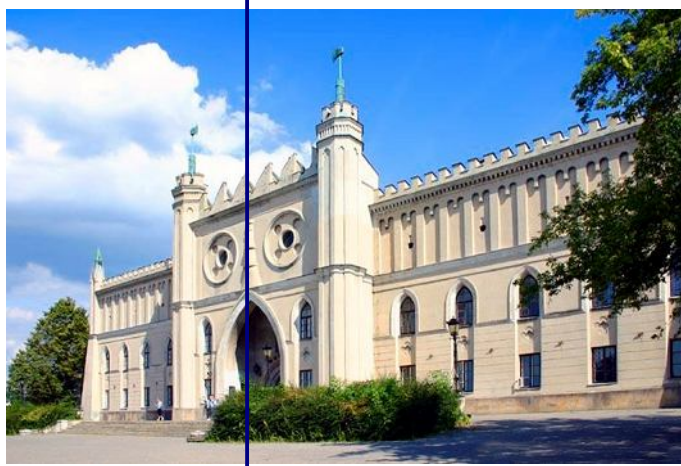
Czy wiesz, że...

Fasada budynku, to główna przednia elewacja. W budynkach narożnych mogą istnieć dwie fasady, a w wolno stojących nawet trzy.

²³http://pl.wikipedia.org/wiki/Architektura_barokowa_w_Polsce

²⁴http://pl.wikipedia.org/wiki/Architektura_barokowa_w_Polsce

Projekt „Twórcza szkoła dla twórczego ucznia”
współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki



25

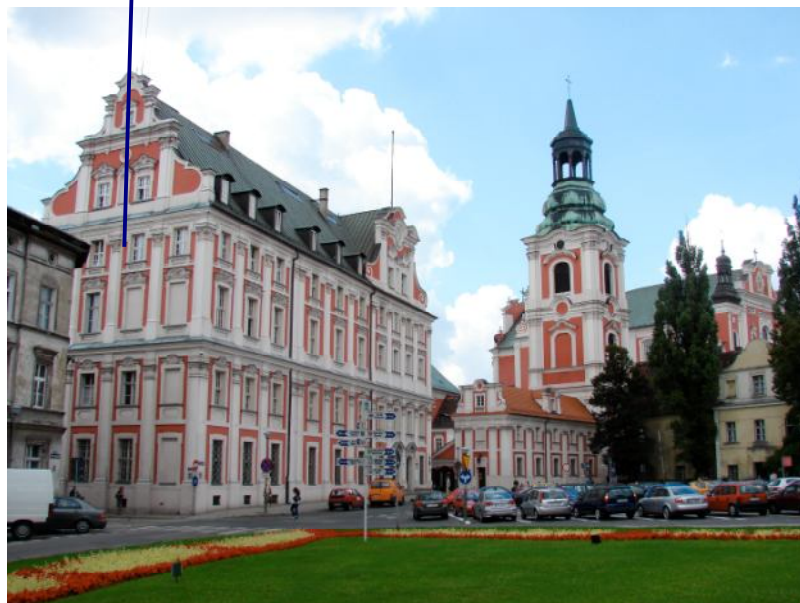
Fasada Zamku w Lublinie



Fasada OSP w Wilczynie

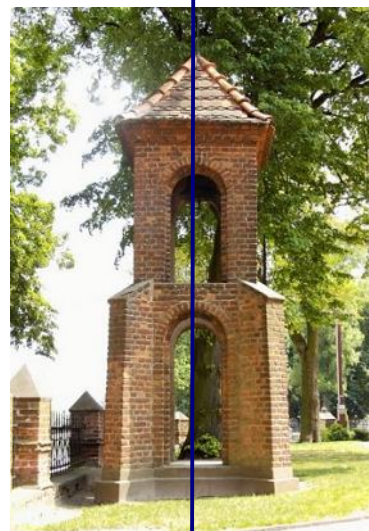
²⁵<http://pl.wikipedia.org/wiki/Fasada>

Projekt „Twórcza szkoła dla twórczego ucznia”
współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki



26

W budynku Kolegium Jezuitów w Poznaniu można zauważyć wiele elementów, które są symetryczne lub ich części są symetryczne. Takie same są okna czy niektóre elementy elewacji.



27

Kościół gotycki z 1566r.

Tutaj widoczna jest symetria na płaszczyźnie i na niektórych elementach kościoła. Tak samo jest na budynku drewnianego kościoła św. Tekli z 1781 w Wilczynie.

²⁶http://pl.wikipedia.org/wiki/Kolegium_jezuickie_w_Poznaniu

²⁷http://www.wilczyn.pl/index.php?option=com_content&view=article&id=55&Itemid=60



Projekt „Twórcza szkoła dla twórczego ucznia”
współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki



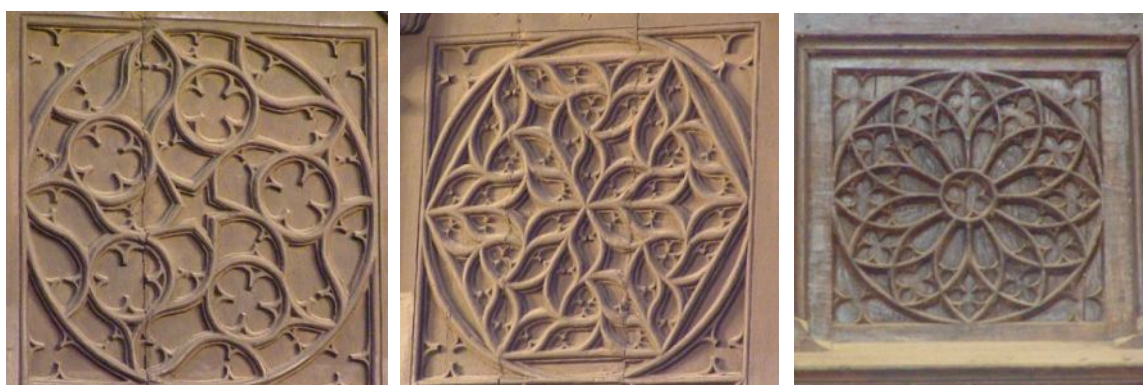
28

Kościół św. Tekli w Wilczynie

ĆWICZENIE

Wyszukaj obiekty w Polsce, które charakteryzują się harmonią i symetrią.

W obiektach sakralnych w budowlach architektonicznych, w ich wnętrzach i obok nich jest wiele symetrycznych elementów. W wielu z nich występuje symetria obrotowa. Symetria obrotowa (zwana też gwiazdzistą) to taka, jak już wcześniej zauważyliśmy, kiedy figura powstaje przez obrót względem wybranego punktu o ten sam kąt. Symetrię tą można zobaczyć w kościelnych rozetach i na sufitach starych budowli. W Polsce do największych galerii rozet należy galeria toruńskich rozet.



29

Toruńskie rozety

²⁸http://pl.wikipedia.org/wiki/Plik:Wilczyn_wooden_church.jpg

²⁹<http://www.matematyka.wroc.pl/matematykawsztuce/rozety-z-koscio%C5%82a-nmp-w-toruniu>

ĆWICZENIE

Narysuj rozetę według własnego pomysłu.

Dzisiaj różnego rodzaju rozety styropianowe można kupić w sklepach budowlanych.



30

ĆWICZENIE

Zdjęcie przedstawia katedrę Notre Dame. Gdzie znajduje się katedra? Wskaż rozetę i elementy symetryczne.



31

³⁰<http://www.leroymerlin.pl/dekoracja-scian-i-sufitow/dekoracja-sufitu/rozety-styropianowe,a921.html>



Projekt „Twórcza szkoła dla twórczego ucznia”

współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki

katedra Notre Dame.

W obiektach sakralnych występują jeszcze inne elementy mające własności symetrii.



32

Fragment katedry w Burgos (Hiszpania) to trójkątne pole wypełnione rzeźbą, stanowiące charakterystyczny element monumentalnych budowli Grecji i Rzymu oraz monumentalnych budynków nowożytnych. Drugie zdjęcie to motyw dekoracyjno-symboliczny. W kompozycjach takich wykorzystuje się często symetrię lub złoty podział.

Czy wiesz, że...

Złoty podział czyli złota proporcja lub boska proporcja to podział odcinka na dwie części tak, by stosunek długości dłuższej z nich do krótszej był taki sam, jak całego odcinka do części dłuższej.

ĆWICZENIE

Korzystając z technologii informacyjnych wyszukaj inne płaskorzeźby, motywy dekoracyjne, w których są symetryczne elementy.

SZTUKA LODOWA

Wzory, wycinanki łowickie czy kaszubskie są bardzo barwne, regularne, harmonijne i uporządkowane. W wielu innych wytworach ludowych są ciekawe, symetryczne wzory. Można je również znaleźć w ludowych rzeźbach czy obrazach.

³¹<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a4/NotreDameDeParis.jpg>

³²http://pl.wikipedia.org/wiki/Plik:Sasamon_Burgos_Portico_timpano.jpg



rozeta



wycinanka

33

Rozeta łowicka jest przykładem symetrii środkowej lub obrotowej. Wycinanka, to symetria osiowa. Najpopularniejszym rękodzielnym ludowym w rejonie łowicza są wycinanki, które tworzy się poprzez wycinanie wzorów na kolorowym papierze, i naklejanie mniejszych motywów na większe.

Ciekawe harmonijne i symetryczne są też wycinanki kurpiowskie. Bywa tak, że w niektórych wzorach występują wszystkie rodzaje symetrii. Na pierwszej wycinance jest symetria środkowa, obrotowa (obrot o kąt 90°) lub osiowa. Na pozostałych jest symetria osiowa. Wzory kaszubskie i łowickie występują na obrusach, serwetkach, pocztówkach i ceramicznych naczyniach.



34



35

wzory łowickie i kaszubskie

³³<http://www.polskatradycja.pl/informacje/folklor-lowicki.html>

³⁴<http://folkstar.pl/pl/categories/show,107,1,,,Wzory-lowickie.html>

³⁵<http://folkstar.pl/pl/categories/show,172,1,,,Wzory-kaszubskie.html>

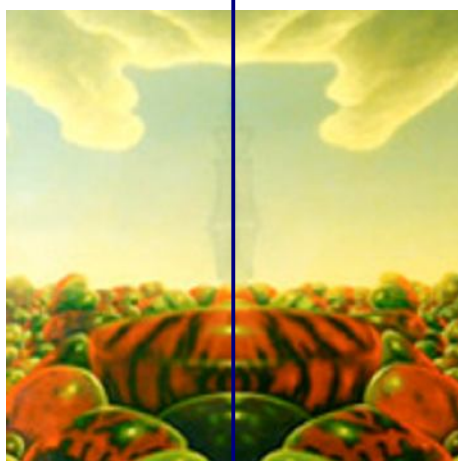
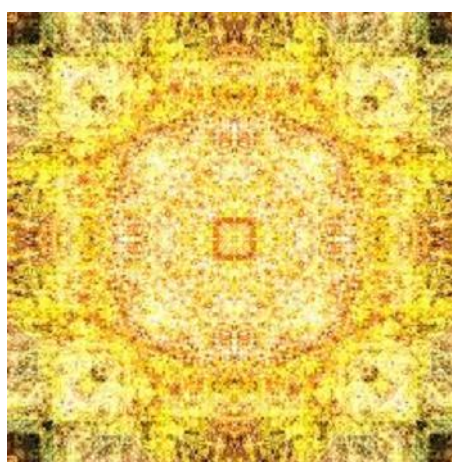
Projekt „Twórcza szkoła dla twórczego ucznia”
współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki

ĆWICZENIE

Wyszukaj motywy dekoracyjne, ludowe wycinanki, serwetki, w których występują symetryczne elementy.

OBRAZY, PLAKATY, FOTOGRAFIA

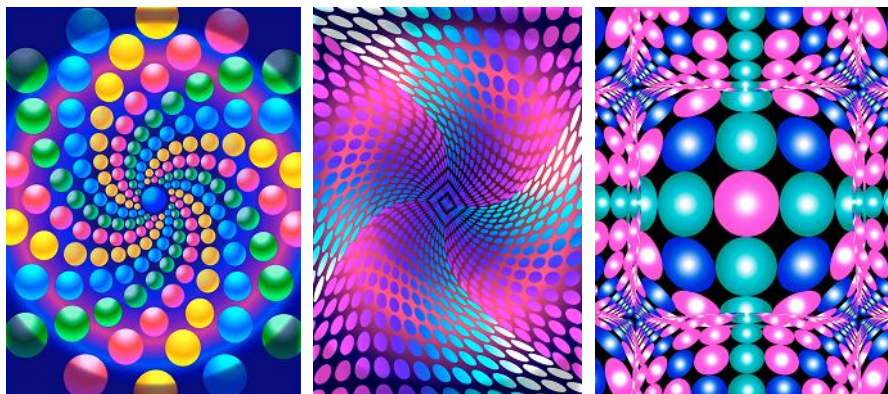
W obrazach na plakatach i w fotografii często są regularne, powtarzające się elementy.



36

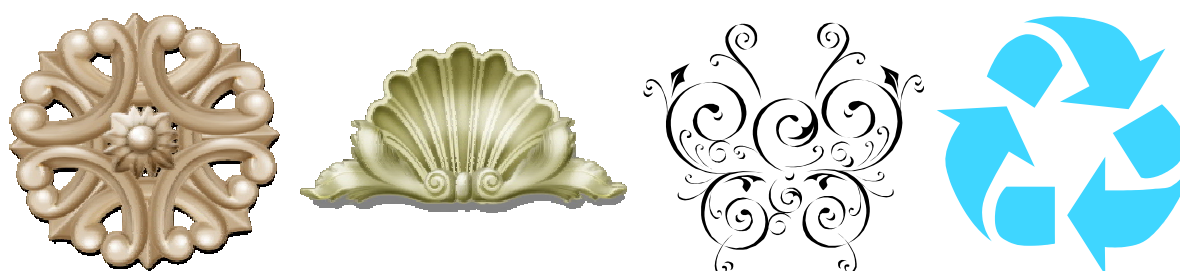
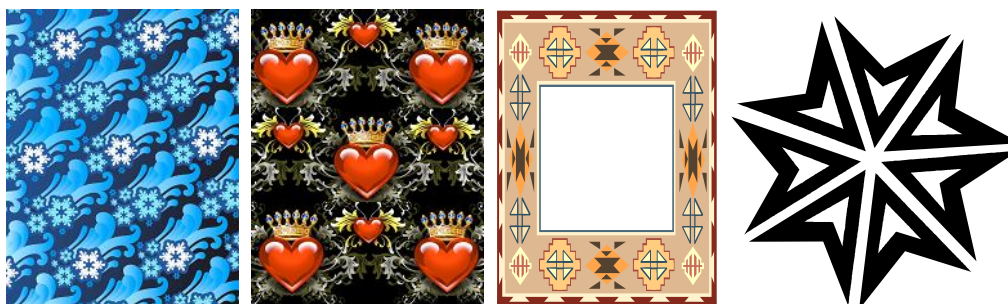
³⁶<https://www.google.com/search?q=malarstwo+symetryczne&sa=X&hl=pl&tbm=isch&tbo=u&source=univ&e>

Przykłady symetrii obrotowej w obrazach



ĆWICZENIE

Jaki rodzaj symetrii przedstawiają obrazy?



PODSUMOWANIE

Wszystko co symetryczne od stuleci fascynowało ludzi. W architekturze, sztuce starożytnej i nowoczesnej można znaleźć wiele przykładów elementów harmonijnych, rytmicznych, uporządkowanych po prostu symetrycznych. Występują tu te same rodzaje symetrii co w symetrii w przyrodzie czyli symetria osiowa, środkowa i płaszczyznowa

4. SYMETRIA W DOMU I SZKOLE

DOM

Zacznijmy wędrówkę w poszukiwaniu symetrii od kuchni. W każdej z nich znajdują się symetryczne naczynia kuchenne: sztucze, garnki, pojemniki do chleba, talerze czy kubki. Na niektórych zaznaczone są linie przez, które przechodzą płaszczyzny symetrii.



37

W łazience symetryczne są umywalki, wanny, kabiny prysznicowe.



38

³⁷<http://witeks.pl/karczma.zielona.porcelana/products/category/482>

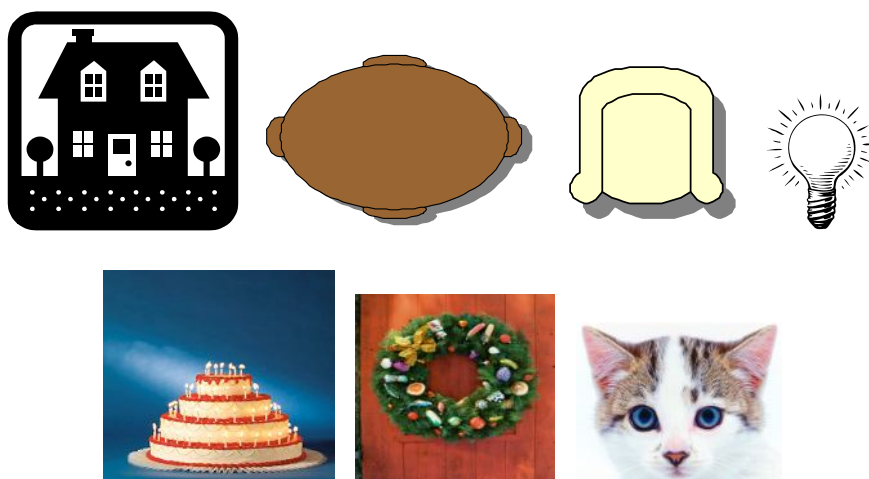
Projekt „Twórcza szkoła dla twórczego ucznia”
współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki

W pokojach witryny, biurka, komody, fotele czy akcesoria dekoracyjne.



ĆWICZENIE

Zaznacz osie symetrii na podanych niżej ilustracjach. Czy na wszystkich można tę czynność wykonać?



ĆWICZENIE

Wymień, jakie jeszcze przedmioty w Twoim domu są symetryczne.

³⁸http://kolo.com.pl/podkategoria/kabiny_kwadratowe/010010-040040/1

³⁹<http://royaldecor.pl/Meble-Kolonialne/Witryny-i-kredensy/>



SZKOŁA

Przyjrzyjcie się budynkowi Waszej szkoły. Zidentyfikujcie w nim elementy regularne, powtarzające się. Będą to na pewno okna, drzwi. Rozejrzyjcie się po Waszej klasie. Gdzie tu jest symetria? Ławki, krzeselka, książki czy zeszyty?

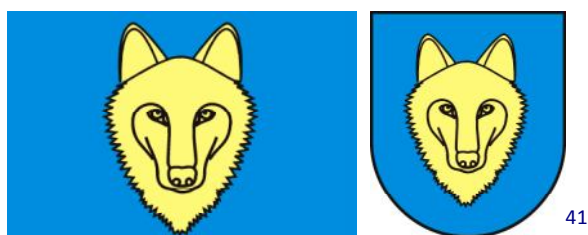


ĆWICZENIE

Czy ołówek, długopis, laptop, telefon są symetryczne? Jeżeli tak, to jaki rodzaj symetrii prezentują?

ĆWICZENIE

Budynek waszej szkoły jest położony w gminie Wilczyn. Ile osi symetrii ma flaga i godło gminy? Godła, których miast w Polsce mają oś symetrii?



Zaobserwujcie idąc do szkoły czy jeżdżące po drogach samochody i niektóre znaki drogowe są symetryczne.

ĆWICZENIE

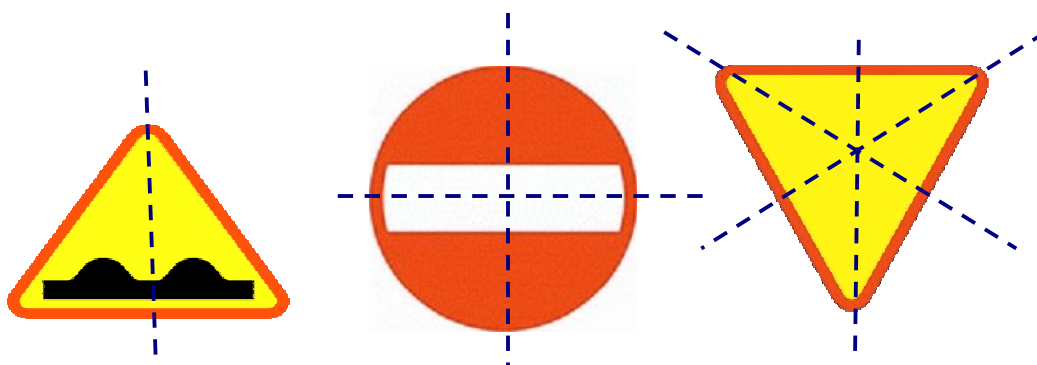
Wykonajcie plakat waszej drogi do szkoły przedstawiający napotkane po drodze symetryczne budynki, samochody, znaki drogowe czy drzewa i kwiaty.

⁴⁰<http://akma-niedomice.pl/6-meble-szkolne-producent?gclid=CKyC8On42roCFY7HtAodyl8AbA&p=2>

⁴¹http://www.wilczyn.pl/index.php?option=com_content&view=article&id=79&Itemid=78

ZNAKI DROGOWE

Przyjrzyjmy się niektórym znakom drogowym.



Pierwszy znak ma jedną oś symetrii, drugi dwie a trzeci trzy.

ĆWICZENIE

Które z poniższych znaków są symetryczne?



42

ĆWICZENIE

Które z przedstawionych znaków to znaki informacyjne, ostrzegawcze, zakazu lub nakazu? Omów czym charakteryzują się poszczególne kategorie znaków.

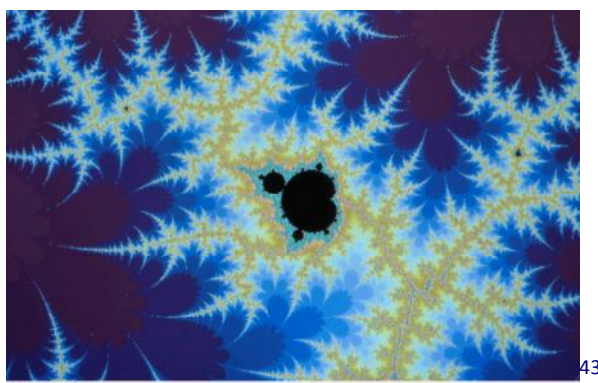
⁴²<http://www.znaki-drogowe.pl>



5. SYMETRIA W NAUCE

FRAKTALE

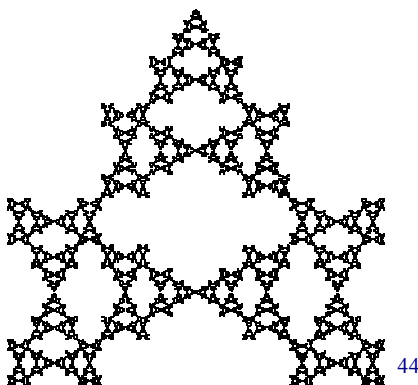
Fraktal w znaczeniu potocznym oznacza obiekt samo-podobny czyli taki, którego części są podobne do całości. Cechą charakterystyczną fraktala jest samopodobieństwo. Najstojniejszy to fraktal Mandelbrota.



Czy wiesz, że...

Pojęcie fraktala zostało wprowadzone do matematyki w latach siedemdziesiątych XX wieku przez francuskiego informatyka i matematyka polskiego pochodzenia Benoîta Mandelbrota.

Najprostszym fraktalem jest trójkąt Sierpińskiego. W trójkącie równobocznym łączy się środki boków, dzieląc go w ten sposób na cztery mniejsze trójkąty. Trójkąt środkowy usuwa się, a trzy pozostałe trójkąty dzieli się na cztery mniejsze trójkąty, usuwając środkowy. Czynność powtarza się i tak powstaje trójkąt Sierpińskiego.



Trójkąt Sierpińskiego

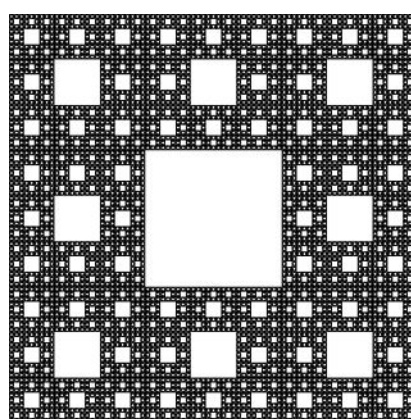
⁴³<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a7/Michelmset.jpg>

⁴⁴http://pl.wikipedia.org/wiki/Tr%C3%B3jk%C4%85t_Sierpi%C5%84skiego

Czy wiesz, że...

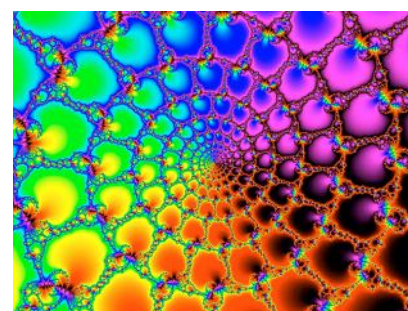
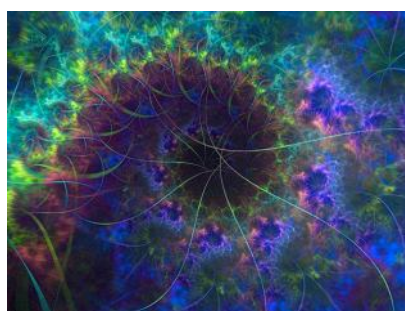
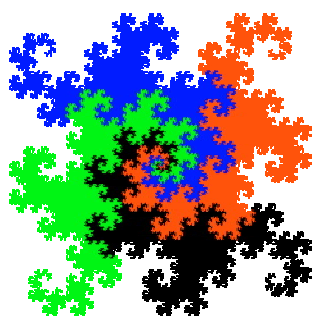
Wacław Franciszek Sierpiński (ur. 14 marca 1882 w Warszawie, zm. 21 października 1969 w Warszawie) – to polski matematyk.

Ciekawym fraktalem otrzymanym z podziału kwadratu jest Dywan Sierpińskiego. Dzielimy kwadrat na dziewięć mniejszych, usuwamy środkowy kwadrat i powtarzamy czynności.

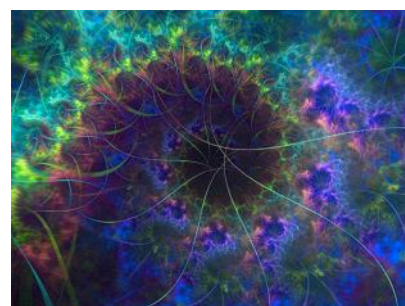
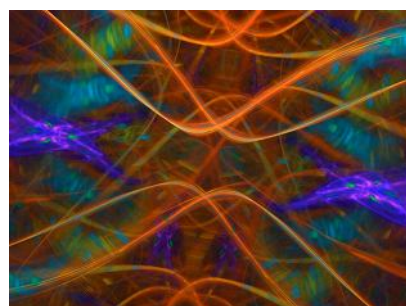
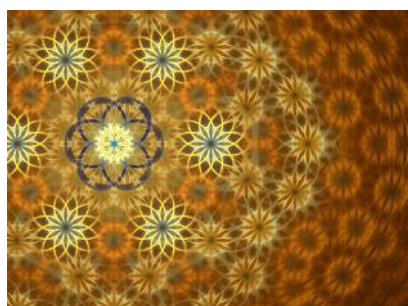


Dywan Sierpińskiego

Inne przykłady fraktali to: *krzywe smocze* czy fraktale powstałe za pomocą techniki komputerowej



45



46

⁴⁵<http://pl.wikipedia.org/wiki/Fraktal>

⁴⁶<http://pl.wikipedia.org/wiki/Fraktal>



Czy wiesz, że...

Symetrie są obecnie podstawowym narzędziem fizyki: z ich istnienia można wywnioskować zasady zachowania czy działania oraz własności wielu zjawisk.

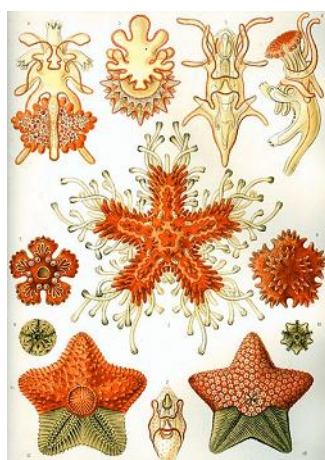
SYMETRIA CIAŁ

U człowieka w okresie zarodkowym jedna połowa ciała jest lustrzanym odbiciem drugiej, a symetria dotyczy także niektórych narządów wewnętrznych np. płuc:

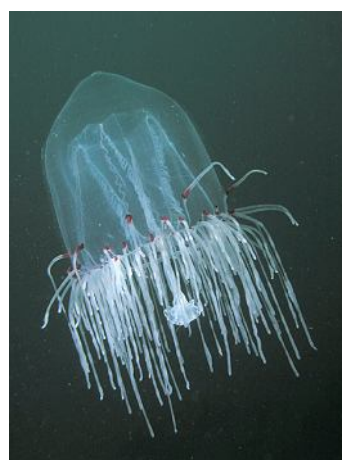


Nasze lustrzane odbicia stanowią przykład symetrii płaszczyznowej.

Ciała organizmów np. dorosłych rozgwiazd czy meduzy charakteryzuje symetria promienista, czyli taka, w której jest wiele płaszczyzn symetrii.



rozwiazdy



meduza

⁴⁷http://pl.wikipedia.org/wiki/Symetria_budowy_cia%C5%82a_organizmu



Czy wiesz, że...

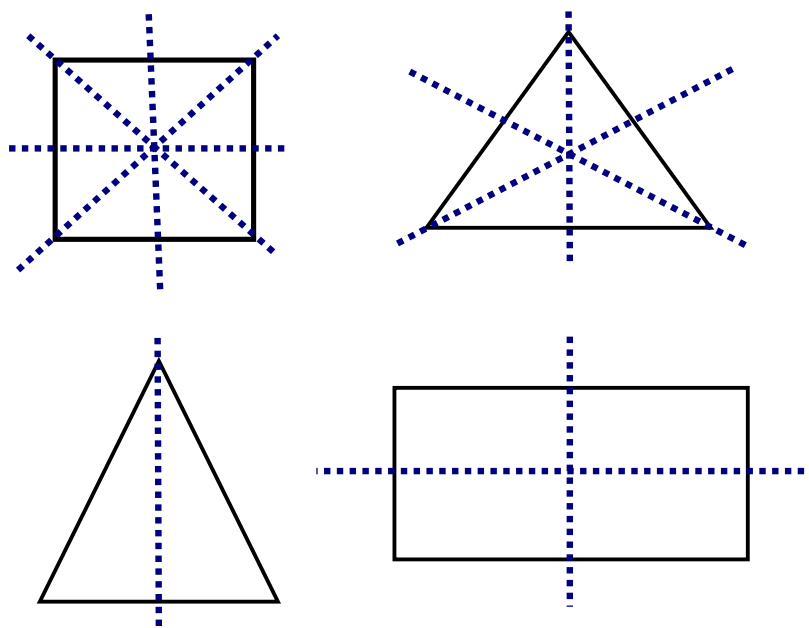
*Meduza ma kształt mniej lub bardziej spłaszczonego parasola, dzwonu lub grzybka.
Meduzy są drapieżne.*

PODSUMOWANIE

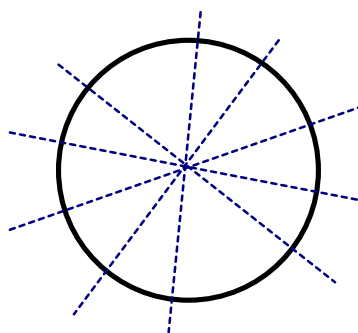
W domu, szkole, otaczającym nas świecie znajdziemy przedmioty będące potwierdzeniem istnienia symetrii osiowej, środkowej obrotowej i płaszczyznowej.

6. SYMETRIA W MATEMATYCE

W poprzedniej części opracowania obserwowaliśmy regularność, powtarzalność, harmonię i rytmiczność czyli symetrie w przyrodzie. Poprzez symetrie w otaczającym nas świecie przejdziemy do odkrywania własności symetrii w matematyce. Narysujmy kwadrat, trójkąt równoboczny, trójkąt równoramienny i prostokąt. Zaznaczmy w tych figurach osie symetrii



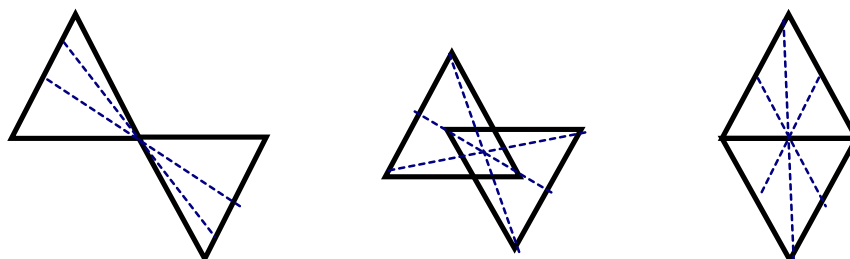
Kwadrat ma cztery osie symetrii, trójkąt równoboczny – trzy, trójkąt równoramienny jedną a prostokąt dwie. O figurach, które mają oś symetrii mówimy, że są **osiowo-symetryczne**. Koło ma nieskończenie wiele osi symetrii a punkt przecięcia linii jest środkiem symetrii.





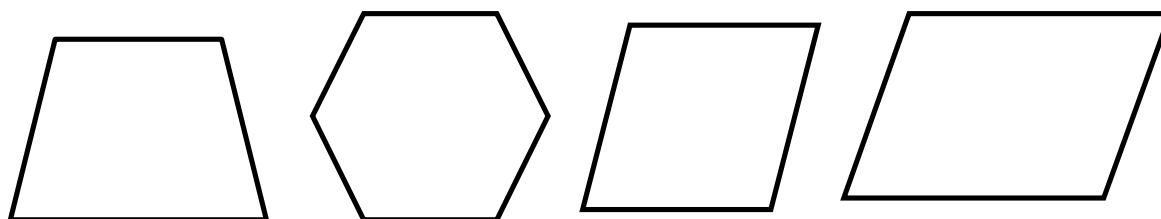
Środek symetrii to punkt względem, którego figura jest symetryczna sama do siebie. Figurę, która ma środek symetrii nazywamy **środkowo-symetryczną**.

Oto przykład figur środkowo-symetrycznych, której wygląd zależy od umiejscowienia środka symetrii. Środek symetrii jest w punkcie przecięcia się linii łączących punkty środkowo-symetryczne.



ĆWICZENIE

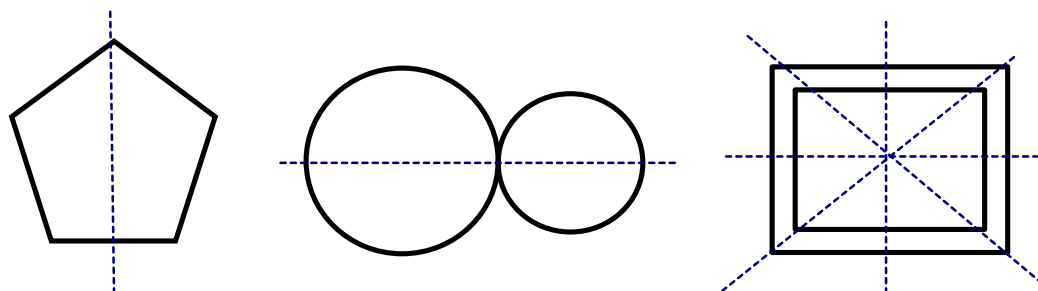
Zaznacz osie symetrii w trapezie, sześciokącie foremnym, rombie i równoległoboku. Czy we wszystkich figurach możliwe jest wykonanie zadania. Która z tych figur ma środek symetrii?



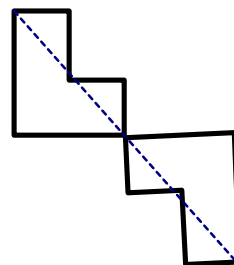
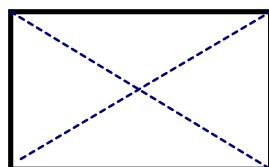
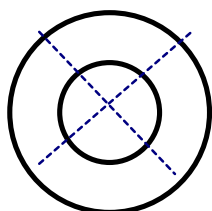
ĆWICZENIE

Narysuj kilka trapezów. Czy w każdym z nich można narysować oś symetrii? Uzasadnij swoją odpowiedź.

Przykłady figur osiowo-symetrycznych:

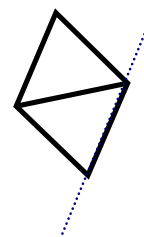
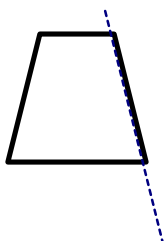
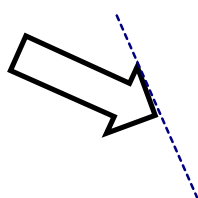
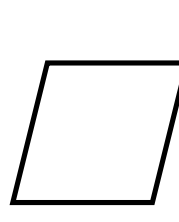
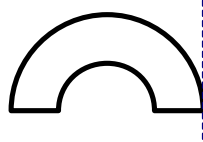
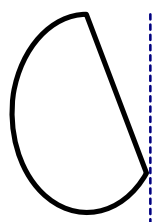
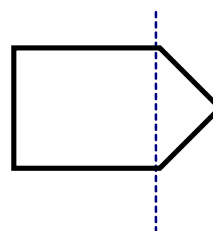
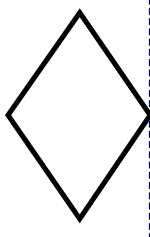
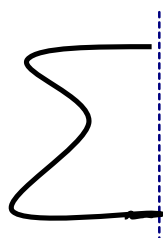


Przykłady figur środkowo-symetrycznych:



ĆWICZENIE

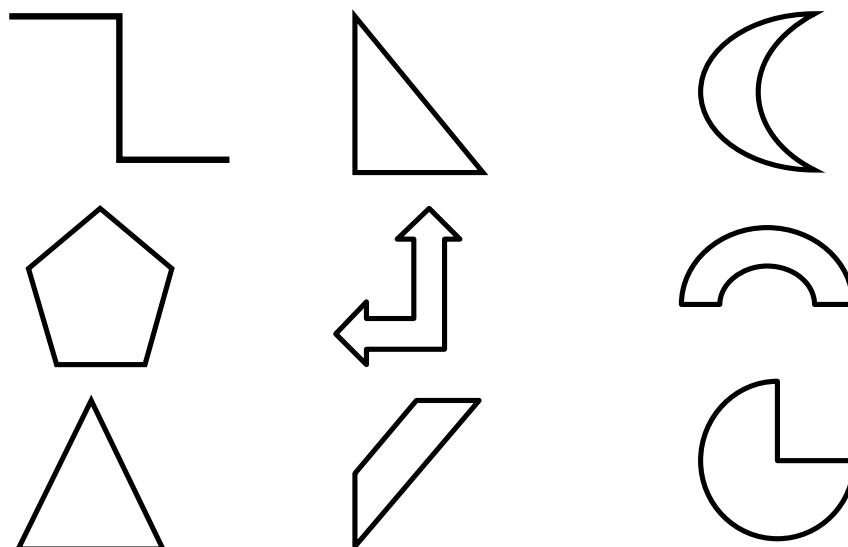
Dokończ rysunki tak aby otrzymać figury osiowo-symetryczne.





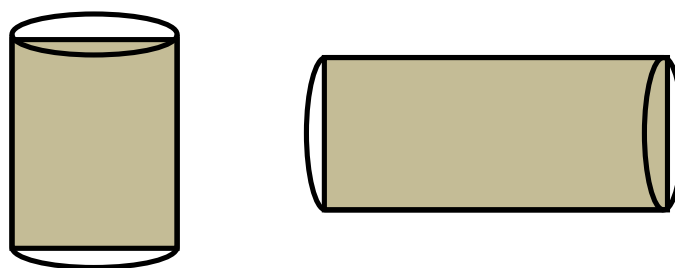
ĆWICZENIE

Dokończ rysunki tak aby otrzymać figury środkowo-symetryczne

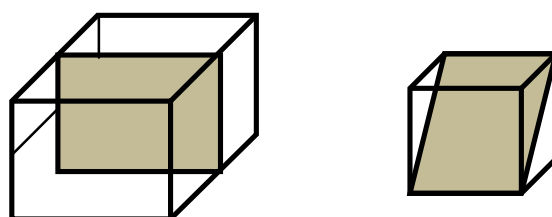


Omówimy jeszcze jeden rodzaj symetrii, która bardzo często występuje w przyrodzie. Jest to symetria płaszczyznowa czyli nałożenie się figury na siebie względem płaszczyzny.

W walcu płaszczyzna przechodzi przez oś symetrii koła, które jest podstawą walca.



W prostopadłościanie płaszczyzna symetrii może przechodzić przez środki krawędzi podstawy lub ścian bocznych. W sześcianie tak jak w prostopadłościanie, lub przez przekątną jednej ze ścian. W figurach tych można wskazać kilka płaszczyzn symetrii.





Projekt „Twórcza szkoła dla twórczego ucznia”
współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki

ĆWICZENIE

W Waszej szkole znajdują się modele figur przestrzennych. Wskaż na nich płaszczyzny symetrii.

ĆWICZENIE

Które z liter i liczb są osiowo-symetryczne a które środkowo-symetryczne? Podaj inne liczby osiowo lub środkowo symetrycznych liczb.

A B C D E F G H I J K L Ł M

N O P R S T U W X Y Z

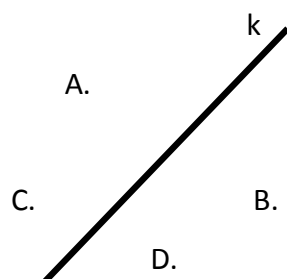
1 2 3 4 5 6 7 8 9

33 69 80 88 609 906

Czy wiesz, że...

Czwórka jest cyfrą symetrii i stabilności. Dzieli świat przyrody na uporządkowane części: cztery strony świata, cztery pory roku, cztery części doby. Grecy wyróżniali cztery żywioły: ziemię, powietrze, ogień i wodę.

Jak sprawdzić, czy dwa punkty są symetryczne względem linii prostej?



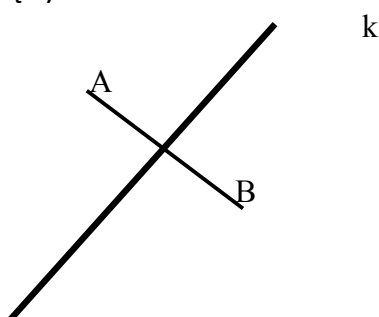
Symetryczne czyli po złożeniu kartki wzdłuż tej linii punkty powinny się nałożyć na siebie. Ale gdy nie możemy złożyć kartki?

Powinniśmy sprawdzić czy punkty leżą na prostej prostopadłej do prostej k , po obu stronach prostej k i czy są od niej w takiej samej odległości.

Zapiszmy algorytm sprawdzania czy punkty są symetryczne:

1. Rysujemy prostą przechodzącą przez punkty np. A i B
2. Sprawdzamy eierką czy ta prosta jest prostopadła do prostej k
3. Sprawdzamy czy punkty leżą po obu stronach prostej k
4. Sprawdzamy linijką lub cyrklem czy odległość punktu A od prostej k jest taka sama jak odległość punktu B od prostej k .

Jeżeli te cztery warunki są spełnione to znaczy, że punkty A i B są symetryczne względem prostej k , a prostą k nazywamy osią symetrii.



Jak sprawdzić, czy dwa punkty są symetryczne względem trzeciego punktu?

A.

B.

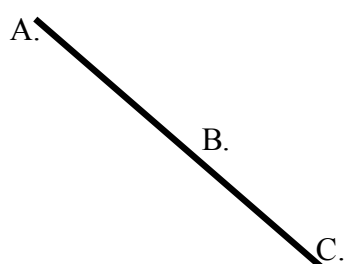
C.

Powinniśmy sprawdzić czy punkty A i C leżą na prostej przechodzącej przez te trzy punkty, po obu stronach punktu B i w różnych odległościach od niego.

Zapiszmy algorytm sprawdzania czy punkty są symetryczne:

1. Rysujemy prosta przechodząca przez punkty, A, B, C
2. Sprawdzamy, czy punkty A i C leżą po obu stronach punktu B
3. Sprawdzamy linijką lub cyrklem czy punkty A i C są w równych odległościach od punktu B

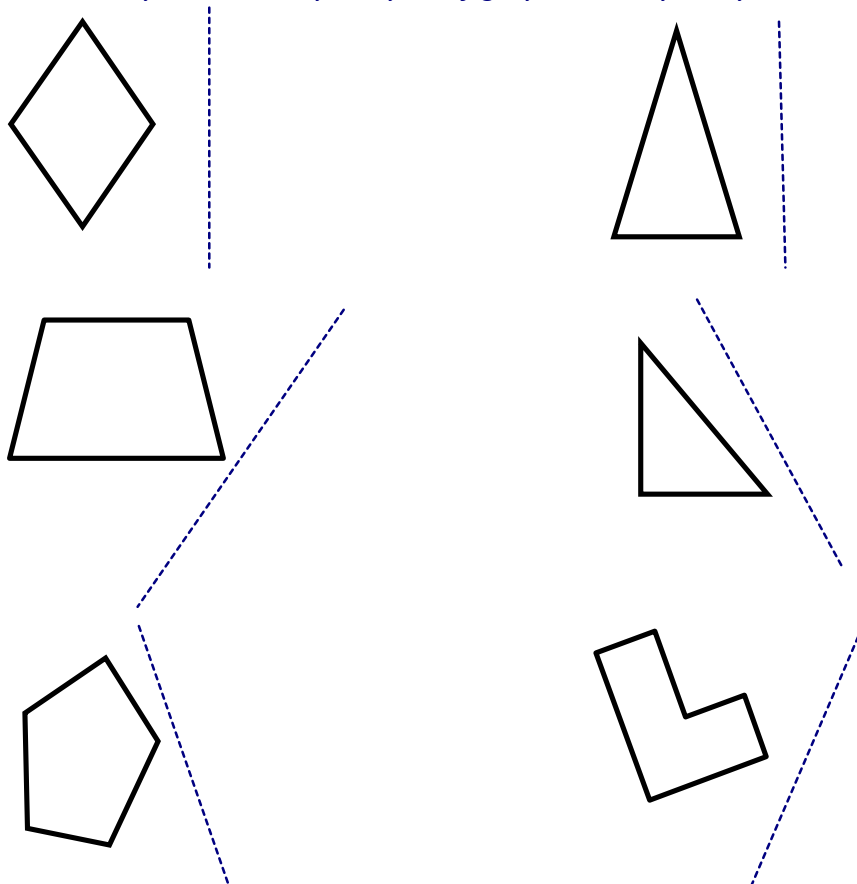
Jeżeli te trzy warunki są spełnione to znaczy, że punkty A i C są symetryczne względem punktu B. wówczas punkt B nazywamy środkiem symetrii.





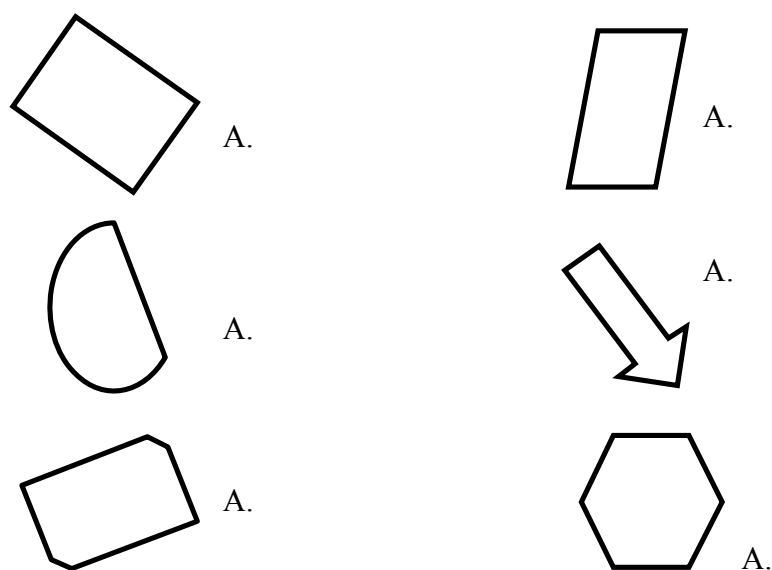
ĆWICZENIE

Dokończ rysunki tak aby otrzymać figury osiowo-symetryczne.



ĆWICZENIE

Dokończ rysunki tak aby otrzymać figury środkowo-symetryczne względem punktu A.





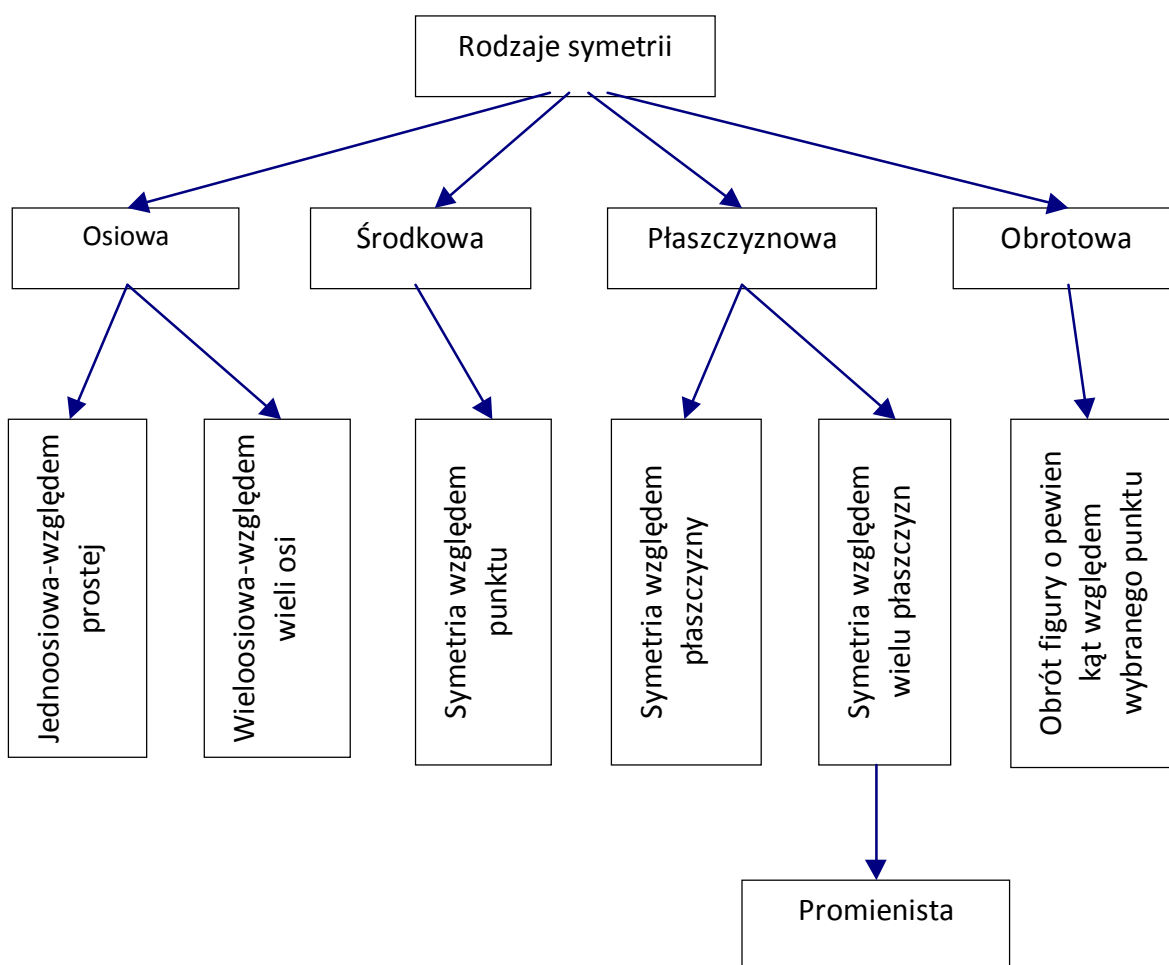
Aby utrwalić wiadomości uzupełnij zdania wyrazami:

płaszczyzna, oś, taki sam, środek, dwie lub więcej, promienista, środek symetrii, obrotowa

Symetria osiowa ma symetrii,
 Symetria środkowa ma symetrii.
 Symetria płaszczyznowa ma symetrii.
 Figury symetryczne mają kształt.
 Figury osiowo-symetryczne mogą mieć osi symetrii.
 Figury środkowo- symetryczne mają jeden .
 Obrót o kąt względem ustalonego punktu to symetria .
 Symetria względem wielu płaszczyzn symetrii nazywa się .

PODSUMOWANIE

W naszej wędrówce po otaczającym świecie znaleźliśmy różne rodzaje symetrii Uporządkujemy wiadomości o niej.





Jeszcze kilka ciekawych własności liczb, w których widoczna jest regularność, rytm i uporządkowanie.

7. CIEKAWY ILOCZYNY

$$9 \times 9 + 7 = 88$$

$$98 \times 9 + 6 = 888$$

$$987 \times 9 + 5 = 8888$$

$$9876 \times 9 + 4 = 88888$$

$$98765 \times 9 + 3 = 888888$$

$$987654 \times 9 + 2 = 8888888$$

$$9876543 \times 9 + 1 = 88888888$$

$$98765432 \times 9 + 0 = 888888888$$

$$1 \times 1 = 1$$

$$11 \times 11 = 121$$

$$111 \times 111 = 12321$$

$$1111 \times 1111 = 1234321$$

$$11111 \times 11111 = 123454321$$

$$111111 \times 111111 = 12345654321$$

$$1111111 \times 1111111 = 1234567654321$$

$$11111111 \times 11111111 = 123456787654321$$

$$111111111 \times 111111111 = 12345678987654321$$

$$1 \times 9 + 2 = 11$$

$$12 \times 9 + 3 = 111$$

$$123 \times 9 + 4 = 1111$$

$$1234 \times 9 + 5 = 11111$$

$$12345 \times 9 + 6 = 111111$$

$$123456 \times 9 + 7 = 1111111$$

$$1234567 \times 9 + 8 = 11111111$$

$$12345678 \times 9 + 9 = 111111111$$

$$123456789 \times 9 + 10 = 1111111111$$

$$7 \times 7 = 49$$

$$67 \times 67 = 4489$$

$$667 \times 667 = 444889$$

$$6667 \times 6667 = 44448889$$

$$66667 \times 66667 = 4444488889$$

$$666667 \times 666667 = 444444888889$$

$$6666667 \times 6666667 = 44444448888889$$

LICZBY PALINDROMICZNE

Liczby naturalne, które czyta się tak samo od początku i od końca nazywamy palindromem
np. 55, 494, 30703, 96069, ...

ĆWICZENIE

Wyszukajcie inne ciekawe własności liczb i obiektów matematycznych.



LITERATURA:

1. Katarzyna Piórek, *Opowieści matematyczne*, Kraków 2001 r.
2. Tim Glynne-Jones, *Księga Liczb*, Warszawa 2007 r.
3. Ian Stewart, *Histerie matematyczne*, Warszawa 2004 r.
4. Ian Stewart, *Listy do młodego matematyka*, Warszawa 2008 r.
5. Ian Stewart, *Gabinet zagadek matematycznych*, Kraków 2011 r.
6. Zbigniew Bobiński, Piotr Nodzyński, Mirosław Uscki, *Uczymy myśleć nieszablonowo*, Toruń 2003



Projekt "Twórcza szkoła dla twórczego ucznia"

współfinansowany jest przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach programu Operacyjnego Kapitał Ludzki

www.tworczaszkola.pl



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



publikacja bezpłatna