

Matematyka dla liceum

Praca zbiorowa pod redakcją
Anety Stanisz

Kraków 2013



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Publikacja została przygotowana w ramach projektu „Żyj twórczo. Zostań M@T.e-MANIAKIEM” współfinansowanego przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego. Program Operacyjny Kapitał Ludzki, Priorytet III „Wysoka jakość systemu oświaty”, Działanie 3.3 Poprawa Jakości Kształcenia, Poddziałanie 3.3.4 Modernizacja treści i metod kształcenia – projekty konkursowe.

Praca zbiorowa pod redakcją:
Anety Stanisiz

Autorzy:
**Zdzisława Hojnacka, Małgorzata Ludwikowska, Piotr Ludwikowski,
Zbigniew Powązka, Stefan Turnau, Magdalena Urbańska
Anna Szwed** „System diagnozy psychospołecznej i monitoringu”

Konsultacje merytoryczne:
Elżbieta Obal-Dyrek

Projekt okładki, korekta, skład i przygotowanie do druku:
Pracownia Słowa

Wydawca:
Wyższa Szkoła Europejska im. ks. Józefa Tischnera
ul. Westerplatte 11, 31-033 Kraków
www.wse.krakow.pl

ISBN 978-83-60005-31-6

egzemplarz bezpłatny

© Copyright by Wyższa Szkoła Europejska im. ks. Józefa Tischnera w Krakowie
Kraków 2013

Wszelkie prawa zastrzeżone. Każda reprodukcja lub adaptacja całości bądź części niniejszej publikacji, niezależnie od zastosowanej techniki reprodukcji (drukarskiej, fotograficznej, komputerowej i in.), wymaga pisemnej zgody Wyższej Szkoły Europejskiej w Krakowie.

Wstęp	4
I. System diagnozy psychospołecznej i monitoringu	5
1.1. Instrukcja do ankiet na wejściu i na wyjściu	7
1.2. Ankieta na wejściu i na wyjściu	8
1.3. Ćwiczenia diagnozująco-motywuujące	11
1.4. Instrukcja do ankiety śródkresowej	14
1.5. Ankieta śródkresowa	16
II. System diagnozy i monitorowania kompetencji matematycznych	17
2.1. Test na wejściu	17
2.2. Test śródroczny	26
2.3. Test na wyjściu	36
III. Materiały dydaktyczne	44
3.1. Opinie nauczycieli o produktach	44
3.2. Mapa kompetencji	46
3.3. Scenariusze lekcji	50
Załącznik – płyta DVD	112

Wstęp

*„Tylko mężny człowiek poskromi to,
co wszystkich przeraża.”*

Lucjusz Anneusz Seneka

Książka ta jest jedną z kilku pozycji, powstałych w ramach projektu „Żyj twórczo. Zostań M@T.e-MANIAKIEM”, przeznaczoną głównie dla nauczycieli matematyki uczących w gimnazjach i liceach. Została ona opracowana z myślą o rzetelnej i skutecznej kontroli postępów uczniów w nauce i pomaga odpowiednio ukierunkować ich pracę. Ułatwia też orientację, na jaki materiał należy zwrócić szczególną uwagę. Wszystkie przedstawione tu narzędzia i materiały dydaktyczne zostały przygotowane w sposób profesjonalny i sprawdzone przez nauczycieli praktyków w wielu polskich szkołach.

Przygotowane zestawy zadań, scenariusze lekcji oraz zaproponowane testy na wejściu, śródroczny i na wyjściu pozwolą nauczycielom:

- na dostosowanie form i metod pracy do potrzeb i oczekiwań uczniów oraz ułatwią dobór środków dydaktycznych do realizowanego programu nauczania,
- na bieżąco sprawdzać wiedzę i jej zrozumienie przez uczniów,
- w sposób interesujący i nowatorski przeprowadzić zajęcia z matematyki,
- kształcić u uczniów umiejętności opisane w podstawie programowej.

Dzięki rozwiązywaniu zadań i uczestnictwie w zaproponowanej formie zajęć uczniowie:

- poznają nowe pojęcia przedstawione w interesującej formie,
- mogą samodzielnie kontrolować swoją wiedzę,
- poznają różne typy zadań i sposoby ich rozwiązywania,
- uczą się analizować sytuację problemową w celu znalezienia właściwego rozwiązania,
- ćwiczą umiejętność korzystania z informacji przedstawionych na wykresach i rysunkach.

Podkreślić należy, że oprócz podstawowych materiałów, prezentowane są pewne zagadnienia rozszerzające, co pozwoli na wyjście naprzeciw oczekiwaniom uczniów zdolniejszych i głębiej zainteresowanych matematyką. Podczas wykorzystywania oferty projektu nauczyciel ma pełną swobodę w doborze materiałów – tych, które uzna za użyteczne i przydatne w praktyce.

Jesteśmy pełni optymizmu, co do efektów naszych działań, zwłaszcza, że już na wstępie naszych prac zostaliśmy docenieni przez Ministerstwo Edukacji Narodowej, które uznało projekt za najwartościowszy spośród wszystkich projektów innowacyjnych PO KL na lata 2007–2013.

Mam nadzieję, że publikacja ta będzie dla Państwa pomocą w pracy pedagogicznej i pomoże zachęcić uczniów do nauki matematyki. Zachęcam również do odwiedzenia platformy moodle.matemaniak.pl, która została stworzona z myślą o uczniach i ich nauczycielach.

System diagnozy psychospołecznej i monitoringu

opracowała: Anna Szwed

Cel

System diagnozy psychospołecznej uczniów jest elementem wspomagającym proces nabywania kompetencji matematycznych.

Opracowany system ma pomóc nauczycielom w diagnozowaniu potencjału grupy uczniów, z którą pracują. Ponadto proponowane działania pełnią funkcję motywacyjną, ponieważ zmuszają uczniów do namysłu nad własnym stosunkiem do uczenia się, w szczególności – do rozwijania danej kompetencji.

W procesie uczenia, oprócz treści przedmiotowych i stosowanych narzędzi dydaktycznych, istotne są takie elementy jak: postawa ucznia, zewnętrzne i wewnętrzne czynniki pobudzające lub osłabiające skłonność do nauki, a także postawa nauczyciela (szczególnie w wymiarze jej postrzegania przez ucznia). Właściwe zdiagnozowanie i monitorowanie wszystkich tych elementów oraz ich wykorzystanie w praktyce dydaktycznej jest jednym z warunków skuteczności nauczania poszczególnych kompetencji.

Diagnoza psychospołeczna uczniów pierwszych klas gimnazjów/szkół ponadgimnazjalnych dotyczy postaw, preferencji, motywacji i barier, w szczególności tych związanych z rozwijaniem kompetencji matematycznych oraz ogólnie – z procesem uczenia się.

Przedmiot diagnozy

Przedmiot diagnozy ma charakter wielowymiarowy i obejmuje m.in.:

- motywacje i potrzeby uczniów,
- zainteresowanie przedmiotem¹ i stosunek do niego,
- główne braki i bariery sygnalizowane przez uczniów,
- postawy i preferencje dotyczące sposobów uczenia się,
- subiektywną ocenę przez uczniów własnych zdolności i umiejętności,
- wybrane cechy środowiska społecznego ucznia.

Z uwagi na procesualność nauczania, w systemie przewidziano także narzędzia pozwalające na monitorowanie wybranych wymiarów w czasie. System obejmuje diagnozę wstępną, dokonywaną na początku roku szkolnego (*ankieta na wejściu*, scenariusze ćwiczeń), jak również monitorowanie czynników sprzyjających i barier w uczeniu się (*ankieta śródokresowa*) oraz na koniec roku szkolnego (*ankieta na wyjściu*). W przypadku wybranych wymiarów diagnozy, przewidziano możliwość porównania odpowiedzi uczniów, udzielanych na początku i na końcu roku szkolnego. System został przygotowany jako kompleksowa i dynamiczna całość.

Kontekst diagnozy i główne założenia systemu

W przypadku prowadzenia diagnozy psychospołecznej (zwłaszcza dotyczącej dzieci), priorytetowy charakter ma, nie tylko zapewnienie metodologicznej trafności i rzetelności procesu diagnozy, ale także właściwego (bezpiecznego) kontekstu jej przeprowadzania i wykorzystywania wyników. W szczególności, należy mieć na uwadze zagrożenia związane z etykietowaniem i samoetykietowaniem uczniów. Dlatego, mimo że badaniu będą poddawani uczniowie, zdecydowanie rekomendujemy analizowanie wyników diagnozy na poziomie grupowym (klasa) oraz zapewnienie poszczególnym uczniom anonimowości w wypełnianiu ankiet. Grupowy wymiar diagnozy daje nauczycielowi cenne narzędzie w postaci profilu klasy, który można uwzględnić, dobierając zawartość i formę przekazu treści związanych z kompetencjami przedmiotowymi.

¹ W tekście opisującym system diagnozy i monitorowania oraz w poszczególnych narzędziach posługujemy się zarówno słowem „kompetencja”, jak i „przedmiot”. Stosujemy nomenklaturę „przedmiotową” z uwagi na zakorzenienie tego określenia w praktyce szkolnej, a także ze względu na jego większą komunikatywność dla uczniów (kwestia rozumienia poleceń w ankiecie).

Anonimowość jest także istotna z uwagi na jakość uzyskiwanych w ten sposób danych. Należy pamiętać, że pierwszą ankietą (*ankieta na wejściu*) uczniowie wypełniają w zupełnie nowej dla nich sytuacji – nowa szkoła, nowa klasa, nieznaną nauczyciel. Zapewnienie anonimowości pozwala na uzyskanie danych, których z pewnością nie otrzymalibyśmy, prosząc uczniów o wypowiedź imienną (np. z obawy przed reakcją nauczyciela w sytuacji, w której uczeń deklaruje, że nie lubi nauczanej przez niego przedmiotu).

Zapewnienie uczniom anonimowości jest jednym z elementów budowania poczucia bezpieczeństwa w sytuacji diagnozowania. Równie istotne jest wzbudzenie w uczniach poczucia zaangażowania w ten proces oraz odpowiedzialności za udzielane odpowiedzi.

W wymiarze jednostkowym, działania tego typu pobudzają ucznia do refleksji oraz sprzyjają wzmocnieniu jego podmiotowości i poczucia sprawstwa. W szerszym kontekście – pomagają budować kulturę ewaluacji i autoewaluacji, która w polskim systemie edukacji wciąż nie jest jeszcze dobrze zakorzeniona.

Konstrukcja systemu

System diagnozy psychospołecznej ma formę modułową i składa się z:

- *ankiety na wejściu* i *ankiety na wyjściu* (w osobnej wersji dla każdej kompetencji przedmiotowej),
- scenariuszy ćwiczeń diagnozująco-motywacyjnych,
- *ankiety śródkresowej*.

Choć system pomyślany jest jako całość, możliwe jest także niezależne wykorzystanie poszczególnych narzędzi (np. tylko *ankiety na wejściu* i *wyjściu*), przy zachowaniu zastrzeżeń dotyczących etycznych aspektów diagnozy.

	Kompetencja → Czas ↓	matematyka
diagnoza	początek roku szkolnego	<i>ankieta na wejściu</i> – matematyka
diagnoza	początek roku szkolnego/w trakcie okresu	scenariusze ćwiczeń: <ul style="list-style-type: none"> • <i>Zabawa w skojarzenia</i> • <i>Wywiad w parach</i> • <i>Przydatność przedmiotu</i>
monitoring	w trakcie okresu lub w przypadku sytuacji problemowych	<i>ankieta śródkresowa</i>
monitoring	koniec roku szkolnego	<i>ankieta na wyjściu</i> – matematyka

Każdemu z narzędzi towarzyszy instrukcja wprowadzająca dla nauczyciela. W przypadku ankiet załączono tabelę ze szczegółową informacją dotyczącą charakteru i funkcji każdego pytania.

Wskazówki metodologiczne do interpretacji wyników

Poniższe uwagi mają pomóc w analizie i interpretacji wyników, zebranych za pomocą proponowanych narzędzi (*ankiet na wejściu* i *na wyjściu* oraz *ankiety śródkresowej*).

- Analizując wyniki warto pamiętać, że uczniowie w pierwszej klasie gimnazjum czy liceum, mają zasadniczo mniejszy niż osoby dorosłe, poziom samoświadomości związany z procesem nauki. Przykładowo, w mniejszym stopniu niż dorośli, mogą zdawać sobie sprawę z tego, co pomaga im się uczyć, a co przeszkadza.
- Warto mieć świadomość, że uczniom trudno jest odróżnić to, co związane jest z konkretnym przedmiotem szkolnym lub osobą nauczyciela, od samych treści merytorycznych właściwych dla danego przedmiotu (postawa wobec przedmiotu może zależeć od postawy względem nauczyciela). Może mieć zatem miejsce sytuacja, w której na nastawienie względem jakiegoś przedmiotu wpływa w szczególności doświadczenie ucznia z konkretnych lekcji (np. lęk przed wywołaniem do odpowiedzi), a nie rzeczywiste zainteresowanie daną problematyką.
- Pytania w proponowanych ankietach mają charakter wskaźników, tj. opierają się na przełożeniu złożonego pojęcia na konkretne pytanie, które ma je mierzyć. Przykładowo, „ocenę własnych możliwości uczniów” w zakresie matematyki, która jest złożonym psychologicznym konstruktem, przełożono na stwierdzenie: „Myślę, że gdybym się postarał/a, mógłbym/mogłabym mieć »piątkę« z matematyki na koniec tego roku szkolnego”. Uczniowie mogą zaznaczać, że zgadzają się lub nie zgadzają z tym stwierdzeniem, co świadczy o ich samoocenie w tym obszarze. Ten sposób konstruowania pytań jest typowy dla testów psychologicznych, jednak należy pamiętać, że zawsze wiąże się z pewnym niebezpieczeństwem uproszczenia otrzymanych wyników.

- Analizy wyników najlepiej dokonywać opierając się na zestawieniach generowanych przez odpowiednie oprogramowanie (np. MOODLE) albo samodzielnych obliczeniach w Excelu. Jeżeli nie ma takiej możliwości, a ankieta była dystrybuowana w formie papierowej, w ostateczności można dokonać po prostu przeglądu wyników.
- Interpretując wyniki (zwłaszcza opracowane statystycznie, np. poprzez obliczenie średnich), warto zwrócić uwagę także na rozkłady odpowiedzi, tj. liczbę osób, która wybrała daną odpowiedź. Może się bowiem okazać, że średnia ocena na poziomie 3,5 na skali 5-punktowej (od „zdecydowanie tak” do „zdecydowanie nie”) jest wynikiem tego, że większość uczniów zaznaczała odpowiedzi 3 lub 4 albo, że połowa zaznaczała odpowiedzi 1 i 2, a druga połowa 4 i 5. Interpretacja tych wyników byłaby naturalnie odmienna.
- Zawsze warto patrzeć nie tylko na odpowiedzi na poszczególne pytania, ale także na relacje między wynikami z poszczególnych pytań (np. które wyniki są wysokie, a które niskie). Daje to pełniejszy obraz grupy uczniów, niż koncentracja na pojedynczych stwierdzeniach.
- Nie powinno się interpretować niewielkich różnic w średnich wynikach (np. między 4,2 a 4,3) jako świadczących o faktycznych różnicach (np. że uczniowie zdecydowanie bardziej lubią przedmiot oceniany na 4,2 niż przedmiot oceniany na 4,3). Rzeczywisty błąd pomiaru, który jest nieunikniony, może być większy niż te nieduże rozbieżności. Oceny są niepewne i podatne na zniekształcenia, zwłaszcza jeżeli grupa oceniająca jest niewielka.
- Warto mieć świadomość, że na odpowiedzi uczniów mogą wpływać różne czynniki i prowadzić do zniekształceń. Przykładowo, wyjątkowo ciekawa lekcja z jakiegoś przedmiotu, która miała miejsce niedługo przed wypełnieniem ankiety, może wpłynąć na to, że uczniowie będą deklarować większe zainteresowanie tym przedmiotem, niż miałyby to miejsce, gdyby ankieta wypełniana była kilka dni wcześniej lub później.

1.1. Instrukcja do ankiet na wejściu i na wyjściu

Jaki jest cel tej ankiety?

Ankieta służy do diagnozy i monitorowania procesu nabywania kompetencji przedmiotowych.

W procesie uczenia, oprócz treści przedmiotowych, istotne są także czynniki psychologiczno-społeczne, takie jak: nastawienie ucznia, jego preferencje dotyczące uczenia się, motywacje, zainteresowania, bariery i trudności, których doświadcza oraz środowisko, które może służyć mu pomocą. Zawarte w ankiecie pytania odnoszą się do wszystkich tych elementów, dając pełniejszy niż same tylko osiągnięcia szkolne (oceny) obraz uczenia się. Szczegółowe uwagi do każdego pytania zostały zawarte w tabeli na str. 8.

Jaka jest budowa ankiety?

Ankiety przygotowano w osobnej wersji dla każdej kompetencji przedmiotowej (matematycznej, informatycznej i przedsiębiorczej). W przypadku wszystkich kompetencji ankieta składa się z takiej samej części ogólnej (dotyczącej nauki w szkole) oraz z części specyficznej dla danego przedmiotu.

Dla każdej kompetencji przedmiotowej przygotowano wersję ankiety do zastosowania *na wejściu* (tzn. na początku roku) i *na wyjściu* (tzn. na końcu roku). W pierwszym przypadku diagnozie podlega nastawienie uczniów na początku nauki na danym poziomie edukacji, a w drugim na końcu pierwszego roku nauki na danym poziomie. Wersje te różnią się sformułowaniem niektórych pytań.

Korzyści z zastosowania ankiety

Wyniki ankiety pozwalają zdiagnozować nastawienie ucznia oraz jego preferencje dotyczące uczenia się (czynniki motywujące go do nauki, jego zainteresowania, bariery i trudności, których doświadcza) oraz środowisko, które może służyć mu pomocą. Anonimowość ankiety pozwala na uzyskanie danych, których z pewnością nie otrzymalibyśmy, prosząc uczniów o wypowiedź imienną.

Optymalne jest wykorzystanie ankiety w klasie pierwszej gimnazjum lub liceum, na początku i na końcu roku szkolnego (*na wejściu i na wyjściu*). Takie zastosowanie pozwala ocenić zmianę, jaka dokonuje się na poziomie klasy w ciągu pierwszego roku nauki. Można jednak zastosować odpowiednią wersję ankiety tylko na początku lub tylko na końcu roku szkolnego. W pierwszym przypadku daje to obraz nastawienia uczniów rozpoczynających naukę w szkole (a więc pozwala zaplanować odpowiednie oddziaływania dydaktyczne), a w drugim przypadku ma charakter ewaluacyjny.

Jak przygotować uczniów do wypełnienia ankiety?

Aby uzyskać w ankiecie rzetelne i szczerze odpowiedzi, należy odpowiednio przygotować uczniów do jej wypełnienia. Niezbędnym warunkiem jest pozostawienie odpowiedniej ilości czasu na wypełnienie ankiety, tak by uczniowie nie musieli spieszyć się, odpowiadając na pytania. Warto zapewnić ich, że ankieta jest anonimowa, a rozpoznanie ucznia, który ją wypełnia – niemożliwe (celowo bardzo niewiele jest pytań otwartych, w których uczniowie musieliby wpisywać odpowiedzi swoim charakterem pisma). Aby ośmielić uczniów i rozwiązać ich obawy, nauczyciel może odwrócić się tyłem do klasy na czas wypełniania ankiet lub też stanąć w dużej odległości od uczniów (np. z tyłu klasy).

Ważne jest także, aby poinformować uczniów o celu przeprowadzenia ankiety i wykorzystaniu jej wyników. Celem jest zebranie opinii na temat lekcji, w których uczestniczą. Wyniki mają pomóc nauczycielowi w takim prowadzeniu zajęć, które ułatwi uczenie się i sprawi, że zajęcia będą jeszcze bardziej atrakcyjne. Uczniów należy poprosić, aby wypełniali ankietę uważnie i uczciwie, zastanawiając się nad odpowiedzią na każde pytanie.

Zdecydowanie warto omówić z uczniami wyniki zebranych ankiet – da im to poczucie, że ich głos jest brany pod uwagę. Podejmowanie takich działań wymaga oczywiście przynajmniej minimalnego zaufania uczniów do nauczyciela. Pozwala jednak budować podmiotowość uczniów i wzmacnia zaangażowanie w proces uczenia się (poczucie sprawstwa).

Jak interpretować i wykorzystać wyniki ankiety?

Ogólne wskazówki jak interpretować odpowiedzi na poszczególne pytania znajdują się w tabelach. Nie sposób jednak ująć tutaj wszystkich możliwych sposobów interpretacji – każdy nauczyciel sam musi zastanowić się nad uzyskanymi wynikami. Warto zwrócić uwagę nie tylko na odpowiedzi na poszczególne pytania, ale także na relacje między pytaniami (które wyniki są wysokie, które niskie), ponieważ daje to pełniejszy wgląd w profil nastawienia badanej grupy.

Warto zaznaczyć, że uczniowie nie mają wiedzy metodyczno-dydaktycznej, a wielu (zwłaszcza młodszych) nie ma także rozwiniętej świadomości procesu uczenia się (nie zdaje sobie sprawy z wielu czynników, które wpływają na efekty pracy ich i nauczycieli). Dlatego udzielone odpowiedzi są punktem wyjścia do analizy i interpretacji przez osoby bardziej doświadczone.

1.2. Ankieta na wejściu i na wyjściu

Narzędzie	Wskaźnik (czego dotyczy pytanie?)	Pytanie	Odpowiedzi	Jak interpretować i wykorzystać wyniki?
Matematyka				
WEJŚCIE WYJŚCIE	Ogólna postawa wobec matematyki POSTAWY	Lubię uczyć się matematyki.	<input type="checkbox"/> Zdecydowanie nie <input type="checkbox"/> Raczej nie <input type="checkbox"/> Ani tak, ani nie <input type="checkbox"/> Raczej tak <input type="checkbox"/> Zdecydowanie tak <input type="checkbox"/> Nie wiem	<ul style="list-style-type: none"> Pytanie mierzy ogólne nastawienie uczniów do nauki matematyki.
WEJŚCIE WYJŚCIE	Postrzegana trudność matematyki POSTAWY MOTYWACJE	Matematyka jest, moim zdaniem, trudnym przedmiotem.	<input type="checkbox"/> Zdecydowanie nie <input type="checkbox"/> Raczej nie <input type="checkbox"/> Ani tak, ani nie <input type="checkbox"/> Raczej tak <input type="checkbox"/> Zdecydowanie tak <input type="checkbox"/> Nie wiem	<ul style="list-style-type: none"> Pytanie wskazuje, czy matematyka jest uważana przez uczniów za przedmiot trudny.
WEJŚCIE WYJŚCIE	Zainteresowanie matematyką POSTAWY MOTYWACJE	Matematyka jest, moim zdaniem, ciekawym przedmiotem.	<input type="checkbox"/> Zdecydowanie nie <input type="checkbox"/> Raczej nie <input type="checkbox"/> Ani tak, ani nie <input type="checkbox"/> Raczej tak <input type="checkbox"/> Zdecydowanie tak <input type="checkbox"/> Nie wiem	<ul style="list-style-type: none"> Pytanie wskazuje, czy matematyka jest uważana przez uczniów za przedmiot ciekawy.

Narzędzie	Wskaźnik (czego dotyczy pytanie?)	Pytanie	Odpowiedzi	Jak interpretować i wykorzystać wyniki?
WEJŚCIE WYJŚCIE	Postrzegana przydatność matematyki POSTAWY MOTYWACJE	Matematyka jest, moim zdaniem, przedmiotem, który przydaje się w życiu.	<input type="checkbox"/> Zdecydowanie nie <input type="checkbox"/> Raczej nie <input type="checkbox"/> Ani tak, ani nie <input type="checkbox"/> Raczej tak <input type="checkbox"/> Zdecydowanie tak <input type="checkbox"/> Nie wiem	<ul style="list-style-type: none"> Pytanie wskazuje, czy matematyka jest uważana przez uczniów za przedmiot przydatny w życiu.
WEJŚCIE WYJŚCIE	Ocena własnych możliwości	Jestem dobry/a z matematyki.	<input type="checkbox"/> Zdecydowanie nie <input type="checkbox"/> Raczej nie <input type="checkbox"/> Ani tak, ani nie <input type="checkbox"/> Raczej tak <input type="checkbox"/> Zdecydowanie tak <input type="checkbox"/> Nie wiem	<ul style="list-style-type: none"> Odpowiedzi świadczą o samoocenie uczniów w zakresie umiejętności matematycznych. Pozytywne lub negatywne postrzeganie własnych możliwości może szczególnie przekładać się na motywację do nauki i osiągnięte wyniki.
WEJŚCIE	Ocena własnych możliwości MOTYWACJE	Myślę, że gdybym się postarał/a, mógłbym/mogłabym mieć „piątkę” z matematyki na koniec tego roku szkolnego.	<input type="checkbox"/> Zdecydowanie nie <input type="checkbox"/> Raczej nie <input type="checkbox"/> Ani tak, ani nie <input type="checkbox"/> Raczej tak <input type="checkbox"/> Zdecydowanie tak <input type="checkbox"/> Nie wiem	<ul style="list-style-type: none"> Odpowiedzi świadczą o postrzeganiu przez uczniów własnych możliwości w zakresie osiągnięcia wysokich wyników w nauce matematyki. Pozytywne lub negatywne postrzeganie własnych możliwości może szczególnie przekładać się na motywację do nauki i osiągnięte wyniki. Duży odsetek negatywnych odpowiedzi na to pytanie może wskazywać na niski poziom samooceny uczniów w tym zakresie.
WEJŚCIE	Korzystanie z pomocy innych osób przy nauce matematyki POSTAWY ŚRODOWISKO BARIERY	W ubiegłym roku szkolnym co najmniej kilka razy korzystałem/am z pomocy innych osób (rodziców, rodzeństwa, koleżanek lub kolegów, korepetytorów) w nauce matematyki.	<input type="checkbox"/> Tak <input type="checkbox"/> Nie <input type="checkbox"/> Nie pamiętam	<ul style="list-style-type: none"> Odpowiedzi na to pytanie, świadczą zarówno o trudnościach w nauce matematyki (konieczna jest pomoc innych osób), jak i stylu uczenia się (korzystanie z pomocy innych osób) oraz cechach środowiska uczniów (mieli możliwość skorzystania z takiej pomocy).
WYJŚCIE	Korzystanie z pomocy innych osób przy nauce matematyki POSTAWY ŚRODOWISKO BARIERY	W tym roku szkolnym co najmniej kilka razy korzystałem/am z pomocy innych osób (rodziców, rodzeństwa, koleżanek lub kolegów, korepetytorów) w nauce matematyki.	<input type="checkbox"/> Tak <input type="checkbox"/> Nie <input type="checkbox"/> Nie pamiętam	<ul style="list-style-type: none"> Odpowiedzi na to pytanie, świadczą zarówno o trudnościach w nauce matematyki (konieczna jest pomoc innych osób), jak i stylu uczenia się (korzystanie z pomocy innych osób) oraz cechach środowiska uczniów (mieli możliwość skorzystania z takiej pomocy).

Narzędzie	Wskaźnik (czego dotyczy pytanie?)	Pytanie	Odpowiedzi	Jak interpretować i wykorzystać wyniki?
WEJŚCIE	Ocena z matematyki w ostatnim roku szkolnym	Jaką ocenę miałeś/aś na świadectwie z matematyki w ostatnim roku nauki w szkole podstawowej?	...	<ul style="list-style-type: none"> Odpowiedzi świadczą o poziomie umiejętności uczniów w zakresie matematyki.
WEJŚCIE	Pozytywne strony matematyki POSTAWY MOTYWACJE	W uczeniu się matematyki najbardziej lubię...	<ul style="list-style-type: none"> Odpowiedzi mówią o tym, jakie pozytywne cechy zdaniem uczniów wiążą się z matematyką – są zatem wskaźnikiem ich postaw oraz motywacji.
WYJŚCIE	Negatywne strony matematyki POSTAWY BARIERY	W uczeniu się matematyki najbardziej nie lubię...	<ul style="list-style-type: none"> Odpowiedzi mówią o tym, jakie negatywne cechy zdaniem uczniów wiążą się z matematyką – są zatem wskaźnikiem ich postaw oraz barier jakich doświadczają.
WEJŚCIE	Ilość czasu poświęcana na naukę matematyki POSTAWY	Ile godzin w tygodniu poświęcałeś/aś na naukę matematyki w ostatnim roku nauki w szkole podstawowej, wliczając w to odrabianie zadań i przygotowanie się do lekcji? Podaj odpowiedź dotyczącą zwykłego tygodnia, w którym nie miałeś/aś ani szczególnie mało, ani szczególnie dużo nauki.	<input type="checkbox"/> zazwyczaj w ogóle nie uczyłem/am się matematyki poza szkołą <input type="checkbox"/> mniej niż 1 godzinę w tygodniu <input type="checkbox"/> 1–2 godziny w tygodniu <input type="checkbox"/> 3–4 godziny w tygodniu <input type="checkbox"/> więcej niż 4 godziny w tygodniu	<ul style="list-style-type: none"> Odpowiedzi pozwalają określić, ile czasu uczniowie poświęcali na naukę matematyki i jak bardzo pod tym względem klasa jest zróżnicowana (np. czy są uczniowie poświęcający szczególnie dużo lub szczególnie mało czasu).
WYJŚCIE	Ilość czasu poświęcana na naukę matematyki POSTAWY	Ile godzin w tygodniu poświęcałeś/aś na naukę matematyki w tym roku szkolnym, wliczając w to odrabianie zadań i przygotowanie się do lekcji? Podaj odpowiedź dotyczącą zwykłego tygodnia, w którym nie miałeś/aś ani szczególnie mało, ani szczególnie dużo nauki.	<input type="checkbox"/> zazwyczaj w ogóle nie uczyłem/am się matematyki poza szkołą <input type="checkbox"/> mniej niż 1 godzinę w tygodniu <input type="checkbox"/> 1–2 godziny w tygodniu <input type="checkbox"/> 3–4 godziny w tygodniu <input type="checkbox"/> więcej niż 4 godziny w tygodniu	<ul style="list-style-type: none"> Odpowiedzi pozwalają określić, ile czasu uczniowie poświęcali na naukę matematyki i jak bardzo pod tym względem klasa jest zróżnicowana (np. czy są uczniowie poświęcający szczególnie dużo lub szczególnie mało czasu).

Narzędzie	Wskaźnik (czego dotyczy pytanie?)	Pytanie	Odpowiedzi	Jak interpretować i wykorzystać wyniki?
WEJŚCIE	Trudności w nauce matematyki POSTAWY MOTYWACJE BARIERY	Co sprawiało Ci trudności w uczeniu się matematyki w ostatnim roku nauki w szkole podstawowej (zaznacz wszystkie przyczyny, które Cię dotyczyły)?	<input type="checkbox"/> Nie interesował mnie przedmiot. <input type="checkbox"/> Przerabiany materiał był dla mnie zbyt trudny. <input type="checkbox"/> Tempo przerabiania materiału było zbyt duże. <input type="checkbox"/> Była zbyt duża ilość zadań domowych jak na moje możliwości. <input type="checkbox"/> Nie miałem wystarczająco dużo czasu na naukę w domu. <input type="checkbox"/> Trudno było mi skupić się w czasie lekcji. <input type="checkbox"/> Nie miałem chęci do nauki. <input type="checkbox"/> Byłem zdenerwowany lub przestraszony w czasie lekcji. <input type="checkbox"/> Coś innego, co...	<ul style="list-style-type: none"> Pytanie wskazuje na najważniejsze bariery w nauce matematyki, jakich doświadczają uczniowie. Odpowiedzi pozwalają zaplanować takie oddziaływanie, które mogą te bariery minimalizować.
WYJŚCIE	Trudności w nauce matematyki POSTAWY MOTYWACJE BARIERY	Co sprawiało Ci trudności w uczeniu się matematyki w tym roku szkolnym (zaznacz wszystkie przyczyny, które Cię dotyczyły)?	<input type="checkbox"/> Nie interesował mnie przedmiot. <input type="checkbox"/> Przerabiany materiał był dla mnie zbyt trudny. <input type="checkbox"/> Tempo przerabiania materiału było zbyt duże. <input type="checkbox"/> Była zbyt duża ilość zadań domowych jak na moje możliwości. <input type="checkbox"/> Nie miałem wystarczająco dużo czasu na naukę w domu. <input type="checkbox"/> Trudno było mi skupić się w czasie lekcji. <input type="checkbox"/> Nie miałem chęci do nauki. <input type="checkbox"/> Byłem zdenerwowany lub przestraszony w czasie lekcji. <input type="checkbox"/> Coś innego, co...	<ul style="list-style-type: none"> Pytanie wskazuje na najważniejsze bariery w nauce matematyki, jakich doświadczają uczniowie. Odpowiedzi pozwalają dokonać ewaluacji zajęć z ostatniego roku szkolnego i zaplanować takie oddziaływanie, które mogą te bariery minimalizować.

1.3. Ćwiczenia diagnozująco-motywuujące

Jaki jest ogólny cel proponowanych ćwiczeń?

Głównym celem poniższych ćwiczeń, jest zdiagnozowanie ogólnych preferencji grupy (ale również poszczególnych uczniów), związanych z nauczaniem przedmiotem. Ćwiczenia te pomagają rozpoznać nastawienie uczniów do przedmiotu, a także zidentyfikować istniejące bariery mentalne, które mogą wpływać na proces nauczania.

Większość z ćwiczeń pełni także funkcję motywacyjną (zastosowano różne sposoby motywowania uczniów do nauki danego przedmiotu) oraz integracyjną.

Czego dotyczą poszczególne ćwiczenia?

Punktem odniesienia w każdym ćwiczeniu jest nauczany przedmiot, przy czym poszczególne ćwiczenia dotyczą różnych jego elementów z nim związanych (np. emocjonalny stosunek do przedmiotu, postrzeganie jego praktycznego wymiaru itp.). Przy każdym ćwiczeniu umieszczono opis, definiujący podstawowe oraz poboczne cele ćwiczenia.

Kiedy warto je zastosować i dlaczego?

Proponowane ćwiczenia warto zastosować na pierwszych zajęciach w danym roku szkolnym, przede wszystkim z uwagi na ich funkcję diagnostyczną, ale także integracyjną i motywacyjną. Oczywiście wybrane ćwiczenia można wykorzystywać także w ciągu całego okresu nauki, np. wiążąc je tematycznie z omawianym na lekcjach materiałem (zwłaszcza ćwiczenie 3).

Co powiedzieć uczniom przed przystąpieniem do ćwiczeń?

Jeśli wybrane ćwiczenie będzie stosowane na pierwszej lekcji w roku szkolnym, warto powiedzieć uczniom, że w danym dniu proponujemy im trochę inne spojrzenie na przedmiot, uwzględniające ich własny punkt widzenia.

Jak wykorzystywać efekty ćwiczeń?

Do efektów ćwiczeń (np. pojawiających się skojarzeń, zastosowań przedmiotu, ale także do informacji o tym, jak uczniowie spędziliby wolny dzień) warto w pozytywny sposób odnosić się na kolejnych zajęciach – już w kontekście omawianego materiału². Odniesienie może mieć formę przypomnienia o tym, co wygenerowali uczniowie lub nawiązania w omawianiu tematu lekcji. Takie postępowanie budzi w nich poczucie, że to, co powiedzieli, ma realne znaczenie i tym samym motywuje ich do dalszej pracy w ramach przedmiotu.

Ćwiczenie 1

ZABAWA W SKOJARZENIA

Przewidywany czas trwania: 20 min.

Cel: Celem ćwiczenia jest zdiagnozowanie ogólnego nastawienia uczniów do przedmiotu. W ćwiczeniu uczniowie posługują się metaforami zwierząt, by opisać swój stosunek do przedmiotu. Wykorzystanie metafor zwierząt (dobrze zakorzenionych w naszej kulturze), pozwala uczniowi na bezpieczne (bo niebezpośrednie) i swobodne wyrażenie swojego stosunku do przedmiotu, ujawnia także głębiej skrywane postawy wobec niego. Nauczyciel zyskuje wiedzę, dotyczącą pozytywnych i negatywnych aspektów w postrzeganiu przedmiotu przez uczniów.

Dodatkowa wartość ćwiczenia: rozwija zdolność myślenia metaforycznego i tworzenia analogii, technika projekcji pozwala na wyartykułowanie obaw i barier, związanych z nauczaniem przedmiotem.

Przebieg:

1. Poproś uczniów, aby przygotowali kartki i coś do pisania (zapewnij, że nie jest to sprawdzian).
2. Poproś, aby każdy z uczniów napisał na kartce skojarzenie zgodnie z instrukcją:
„Gdyby matematyka była zwierzęciem, to byłaby... (nazwa zwierzęcia), ponieważ... (krótkie uzasadnienie)”
3. Zbierz karteczki od uczniów i przeczytaj na głos nazwy zwierząt zapisane przez uczniów. Nazwy, które pojawiają się najczęściej, zapisz na tablicy.
„Matematyka jest jak...”
[nazwa zwierzęcia]
[nazwa zwierzęcia]
[nazwa zwierzęcia]
... itd.
4. Spośród zapisanych na tablicy nazw, wspólnie z uczniami wybierz trzy skojarzenia, które wydają Wam się najciekawsze. Ważne, aby w wyborze uwzględnić różne typy skojarzeń: zarówno te pozytywne, jak i te negatywne.
5. Poproś uczniów o zastanowienie się i przedyskutowanie, dlaczego matematyka może kojarzyć się z każdym z tych zwierząt? Wykorzystajcie uzasadnienia, które pojawiały się w odpowiedziach uczniów oraz dodajcie nowe, inne.

Przykłady pytań zadawanych przez nauczyciela:

Jak myślicie, dlaczego matematyka może kojarzyć się z... [niedźwiedziem, kangurem, lisem itp.]

Jakie są cechy tego zwierzęcia?

Jaki ma ono charakter?

Co jest w nim pozytywnego, a co negatywnego?

W czym jest podobne do nauczanego przedmiotu?

Przykładowe odpowiedzi:

Matematyka jest jak niedźwiedź. Niedźwiedź jest wielkim i groźnym zwierzęciem. Materiał z matematyki też jest ogromny i może przerażać.

Matematyka jest jak kangur. Kangur jest zwinny i skoczny. Łatwo radzi sobie z przeszkodami. W matematyce najważniejsze jest znalezienie rozwiązania, potem wszystko idzie już łatwo.

² W tym celu przydatne jest zachowanie wygenerowanego przez uczniów materiału, np. w formie notatki sporządzonej przez nauczyciela po zajęciach.

6. Jako podsumowanie zadania: wspólnie z uczniami porozmawiajcie, jak można „oswoić to zwierzę” i sprawić, by nas polubiło? Czyli co zrobić, żeby uczenie się matematyki było stosunkowo łatwe i przyjemne?

Ćwiczenie 2 WYWIAD W PARACH

Cel: Celem tego ćwiczenia jest zdiagnozowanie nastawienia uczniów do przedmiotu. Zastosowanie metody rozmowy w parach, pozwala uczniom na swobodniejszą wypowiedź, dotyczącą plusów i minusów nauczanego przedmiotu. Opinie uczniów przedstawiane są za pośrednictwem innych (nie wymagamy od ucznia osobistego wypowiedzenia swojej opinii na forum całej klasy). Nauczyciel zyskuje wiedzę, dotyczącą pozytywnych i negatywnych aspektów w postrzeganiu przedmiotu przez uczniów, a także dodatkową wiedzę o uczniu (pytanie o spędzanie wolnego czasu).

Dodatkowa wartość ćwiczenia: integruje uczniów, pozwala im nawiązać bezpośredni kontakt i lepiej się poznać, umożliwia ćwiczenie aktywnego słuchania i sprawozdawania opinii innych.

1. Podziel uczniów na pary (jeśli siedzą w ławkach parami, wykorzystaj ten układ, jeśli nie, dokonaj podziału według dowolnej metody).
2. Poproś uczniów, aby przygotowali kartki i coś do pisania (zapewnij, że nie jest to sprawdzian).
3. Powiedz uczniom, że wcielają się w dziennikarzy i muszą zebrać od swojego kolegi/koleżanki odpowiedzi na kilka pytań. Dziennikarz/ka notuje informacje na kartce (tylko najważniejsze informacje, nie trzeba zapisywać całych wypowiedzi osoby odpowiadającej).

Najpierw dziennikarzem/ką jest jedna osoba (druga odpowiada na pytania), potem wymieniają się rolami. Na każdy wywiad przeznacz maksymalnie 4 min. Podaj uczniom informację, w którym momencie zamieniają się rolami.

Pytania:

W jaki sposób spędził(a)byś ten dzień, gdybyś dziś nie musiał(a) iść do szkoły?

Jaka, Twoim zdaniem, jest najfajniejsza rzecz w uczeniu się matematyki?

Co, Twoim zdaniem, jest najgorsze w uczeniu się tego przedmiotu?

4. Po przeprowadzeniu wywiadów poproś uczniów, aby krótko opowiedzieli o tym, czego dowiedzieli się od swoich koleżanek/kolegów w trakcie wywiadu. Każdy uczeń opowiada o drugiej osobie.

Jeśli masz ograniczony czas, możesz zaangażować tylko chętnych uczniów lub uczniów dobranych wg arbitralnej metody, np. wszystkich, którzy urodzili się w danym miesiącu, wszystkich którzy noszą określony numer buta itp.

5. Po wysłuchaniu relacji wszystkich uczniów, dokonaj podsumowania odpowiedzi na poszczególne pytania.

Podsumowując odpowiedzi, dotyczące spędzenia wolnego dnia, zwróć uwagę na różnorodność grupy, jej zainteresowań i preferencji. Możesz wspólnie z uczniami zastanowić się, czy w trakcie takiego wolnego dnia matematyka byłaby im do czegoś potrzebna (lub sam/a pokusić się o takie podsumowanie).

Podsumowując odpowiedzi na pytania o plusy i minusy przedmiotu, zapewnij uczniów, że dzięki wspólnej pracy w tym roku szkolnym, będziecie starali się doprowadzić do tego, by plusów było coraz więcej, a minusów coraz mniej.

Ćwiczenie 3 PRZYDATNOŚĆ PRZEDMIOTU

Cel: To zadanie ma przede wszystkim na celu motywowanie uczniów do nauki przedmiotu, ale pełni także rolę diagnostyczną, ukazując sposób postrzegania przedmiotu przez uczniów. Można zakładać, że dostrzeganie związku między nauką matematyki, a jej praktycznym zastosowaniem w codziennym życiu sprawia, że uczniowie chętniej uczą się danego przedmiotu.

Dodatkowa wartość ćwiczenia: integruje uczniów, pobudza wyobraźnię, pozwala na ćwiczenie wchodzenia w rolę innych.

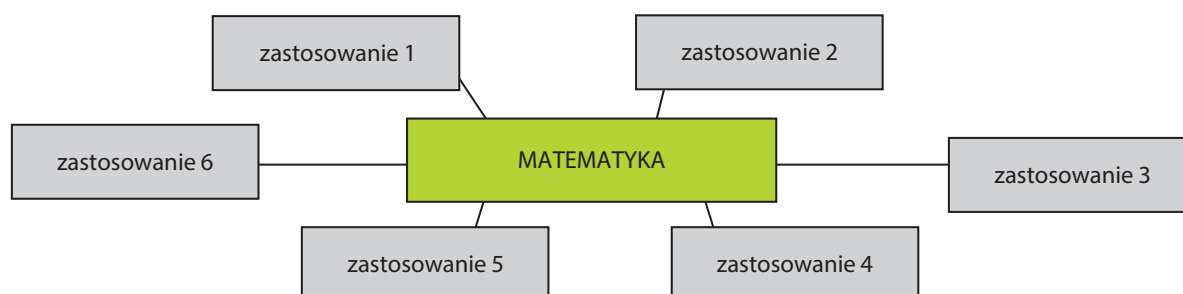
1. Wprowadź uczniów w ćwiczenie, zwracając uwagę, że wiedza i umiejętności jakie zdobędą na lekcjach z tego przedmiotu, przydadzą im się w codziennym życiu. Przekonaj ich, że uczenie się matematyki nie jest tylko szkolnym zajęciem, ale jest potrzebne do funkcjonowania poza szkołą.

2. Podziel uczniów na trzy lub sześć grup (w zależności od wielkości klasy). Każda z grup (lub dwie w przypadku podziału na sześć grup) otrzymuje odmienne zadanie. Przeczytaj głośno zadanie dla każdej grupy i dodatkowo prześlaj grupie polecenie zapisane na kartce:

I. Wspólnie wybierzcie dowolną dorosłą osobę z Waszego otoczenia (to może być mama, tata, wujek, ciocia, brat, siostra itp.). Zastanówcie się, w jakich sytuacjach matematyka przydaje się w codziennym życiu tej osoby. Kiedy i jak korzysta ona z umiejętności matematycznych? Swoje pomysły zapiszcie na kartce wg wzoru (każde zastosowanie osobno).

II. Wspólnie zastanówcie się, w jakich sytuacjach matematyka przydaje się w Waszym codziennym życiu, poza szkołą. Kiedy i jak korzystacie z umiejętności matematycznych? Swoje pomysły zapiszcie na kartce wg wzoru (każde zastosowanie osobno).

III. Wyobraźcie sobie siebie wieku 30 lat. Będziecie już wtedy dorosłymi osobami. Zastanówcie się, w jakich sytuacjach matematyka przyda Wam się w codziennym życiu. Kiedy i jak będziecie korzystali z umiejętności matematycznych? Swoje pomysły zapiszcie na kartce wg wzoru (każde zastosowanie osobno).



Przykład zastosowania:

Brat piecze dla swojej dziewczyny ciasto wg przepisu babci. Blaszkę, którą ma do dyspozycji jest jednak 1,5 razy większą, niż blaszka babci. Żeby dobrze odmierzyć poszczególne składniki:

- musi skorzystać z matematycznych proporcji,
- korzysta z arkusza kalkulacyjnego, który pomaga mu określić potrzebną ilość produktu.

3. Poproś uczniów, aby wymienili się kartkami pomiędzy grupami i dopisali do tego, co wymyślili ich koledzy i koleżanki, własne pomysły (jeśli takie mają).
4. Przeczytajcie na głos odpowiedzi każdej grupy. Na ich podstawie stwórzcie na tablicy zbiorczą mapę zastosowania matematyki w codziennym życiu. Na jej podstawie zastanówcie się z uczniami:

Czy w jakiejś dziedzinie życia matematyka jest szczególnie istotna? Dlaczego ma ona znaczenie?

Jakie są dalsze konsekwencje korzystania z matematyki (np. wykorzystanie matematyki przy dokonywaniu zakupów – bycie świadomym konsumentem, wykorzystanie narzędzi informatycznych w komunikacji – budowanie relacji z bliskimi)?

1.4. Instrukcja do ankiety śródkresowej

Jaki jest cel tej ankiety?

Ankieta ta ma służyć pomocą w monitorowaniu procesu nabywania kompetencji przedmiotowych. W procesie uczenia, oprócz treści przedmiotowych, istotne są także czynniki takie jak: postawa ucznia, postawa nauczyciela, a także środowisko uczenia się. Zawarte w ankiecie pytania, uwzględniają wszystkie trzy elementy. Koncentrują się zarówno na samoocenie zaangażowania i motywacji ucznia do nauki danego przedmiotu, jak i na postrzeganiu pracy nauczyciela przez ucznia. Ostatnie dwa pytania w ankiecie odnoszą się do percepcji sytuacji nauczania. Diagnozują, przede wszystkim, relację ucznia i nauczyciela i wynikające m.in. z niej poczucie bezpieczeństwa psychologicznego.

Szczegółowe uwagi do każdego pytania zostały zawarte w tabeli na str. 16.

Kiedy i dlaczego warto ją przeprowadzić?

Proponujemy przeprowadzenie ankiety w połowie danego półrocza nauki, z uwagi na możliwość wykorzystania informacji w niej zawartych i ewentualnej modyfikacji sposobu pracy z daną klasą przez nauczyciela. Wyniki ankiety

mogą okazać się szczególnie cenne w sytuacjach problematycznych. Pomagają wtedy zdiagnozować trudności, pojawiające się w pracy z grupą uczniów i wprowadzić działania interweniujące.

Możliwe jest także przeprowadzenie ankiety na koniec danego okresu nauki (półroczny, rok szkolny). Wtedy pełni ona przede wszystkim funkcję ewaluacyjną i podsumowującą nauczanie w danym okresie.

Wyników ankiety nie należy traktować jako personalnej oceny nauczyciela, ale raczej jako zbiór opinii uczniów na temat lekcji, w których uczestniczą. Dane, zebrane za pomocą ankiety, mogą stać się cenną wskazówką i realną pomocą w procesie dydaktycznym. Anonimowość ankiety pozwala na uzyskanie informacji, których z pewnością nie otrzymalibyśmy, prosząc uczniów o wypowiedź imienną.

Jak przygotować uczniów do wypełnienia ankiety?

Aby uzyskać w ankiecie rzetelne i szczerze odpowiedzi, należy odpowiednio przygotować uczniów do jej wypełnienia. Niezbędnym warunkiem jest pozostawienie odpowiedniej ilości czasu na wypełnienie ankiety, tak by uczniowie nie musieli spieszyć się, odpowiadając na pytania. Warto zapewnić ich przede wszystkim, że ankieta jest anonimowa, a rozpoznanie ucznia, który ją wypełnia – niemożliwe (celowo unikamy pytań otwartych, w których uczniowie musieliby wpisywać odpowiedzi swoim charakterem pisma). Aby ośmielić uczniów i rozwiązać ich obawy, nauczyciel może odwrócić się tyłem do klasy na czas wypełniania ankiet lub też stanąć w dużej odległości od uczniów (np. z tyłu klasy). Ważne jest także, aby poinformować uczniów o celu przeprowadzenia ankiety i wykorzystaniu jej wyników. Celem jest zebranie opinii na temat lekcji, w których uczestniczą. Wyniki mają pomóc nauczycielowi w takim prowadzeniu zajęć, które ułatwi uczenie się i sprawi, że zajęcia będą jeszcze bardziej atrakcyjne.

Uczniów należy poprosić, aby wypełniali ankietę uważnie i uczciwie, zastanawiając się nad odpowiedzią na każde pytanie. Ich głos ma znaczenie.

Jak pogłębić informacje uzyskane od uczniów?

Wyniki ankiety pozwalają na zbudowanie ogólnego profilu stosunku uczniów do nauczania danego przedmiotu. Może się jednak okazać, że przydatne byłoby pogłębienie wiedzy związanej w obszarze badanym w danym pytaniu. Np. w odpowiedzi na pyt. 2 („Chętnie angażuję się w pracę na lekcjach z tego przedmiotu”) większość uczniów udzieliła odpowiedzi przeczących („raczej nie”, „zdecydowanie nie”). Można w takiej sytuacji przeprowadzić z uczniami rodzaj burzy mózgów: „Co mogłoby sprawić, aby Twój kolega/koleżanka bardziej chciał zaangażować się w pracę na lekcjach?”. Tego typu pytania mają charakter afirmatywny (pytamy uczniów o rzeczy pozytywne, a nie o bariery), a wprowadzenie elementu projekcji (chodzi o kolegę, koleżankę, a nie o samego siebie), stwarza przestrzeń do szczerzej wypowiedzi.

Przy tego typu dyskusjach pogłębiających warto zwrócić uwagę, aby pytanie skierowane do uczniów miało charakter pozytywny, afirmatywny (np. „Co można byłoby dodać do lekcji, aby były one bardziej interesujące?”, „Czego powinno być więcej?”). Niedopuszczalne jest zadawanie pytań typu: „W ankiecie napisaliście, że nie lubicie chodzić na te lekcje, to teraz powiedzcie dlaczego?”.

Podejmowanie takich działań wymaga oczywiście przynajmniej minimalnego zaufania uczniów do nauczyciela. Pozwala jednak budować podmiotowość uczniów i wzmacnia zaangażowanie w proces uczenia się (poczucie sprawstwa).

Jak interpretować i wykorzystać wyniki ankiety?

Ogólne wskazówki, jak interpretować odpowiedzi na poszczególne pytania, znajdują się w tabeli na str. 16. Nie sposób jednak ująć tutaj wszystkich możliwych sposobów interpretacji – każdy nauczyciel sam musi zastanowić się nad uzyskanymi wynikami. Warto zwrócić uwagę nie tylko na odpowiedzi na poszczególne pytania, ale także na relacje między pytaniami (które wyniki są wysokie, które niskie), ponieważ daje to pełniejszy obraz nastawienia badanej grupy.

Warto zaznaczyć, że uczniowie nie mają wiedzy metodyczno-dydaktycznej, a wielu (zwłaszcza młodszych) nie ma także rozwiniętej świadomości procesu uczenia się (nie zdaje sobie sprawy z wielu czynników, które wpływają na efekty pracy ich i nauczycieli). Dlatego udzielone odpowiedzi są punktem wyjścia do analizy i interpretacji przez osoby bardziej doświadczone.

1.5. Ankieta środowiskowa

Wskaźnik (czego dotyczy pytanie?)	Pytanie (stwierdzenie)	Odpowiedzi	Jak interpretować i wykorzystać wyniki?
motywacja ucznia ogólna ocena przedmiotu	Lubię chodzić na te lekcje:	<input type="checkbox"/> ++ zdecydowanie tak <input type="checkbox"/> + raczej tak <input type="checkbox"/> - raczej nie <input type="checkbox"/> -- zdecydowanie nie <input type="checkbox"/> ? trudno powiedzieć	<ul style="list-style-type: none"> pytanie diagnozuje ogólne nastawienie ucznia do prowadzonego przedmiotu uwzględnia zarówno element zaangażowania ze strony ucznia, jak i cechy samych zajęć lekcyjnych i specyfikę przedmiotu
motywacja ucznia	Chętnie angażuję się w pracę na lekcjach z tego przedmiotu:	<input type="checkbox"/> ++ zdecydowanie tak <input type="checkbox"/> + raczej tak <input type="checkbox"/> - raczej nie <input type="checkbox"/> -- zdecydowanie nie <input type="checkbox"/> ? trudno powiedzieć	<ul style="list-style-type: none"> pytanie bada przede wszystkim samoocenę ucznia w zakresie motywacji do udziału w lekcjach z danego przedmiotu zestawienie wyników dla całej grupy pozwala określić poziom zaangażowania w naukę przedmiotu w danej klasie
zainteresowanie przedmiotem/ stosunek do rozwijanej kompetencji	Zazwyczaj interesuje mnie to, o czym mówimy na tych lekcjach:	<input type="checkbox"/> ++ zdecydowanie tak <input type="checkbox"/> + raczej tak <input type="checkbox"/> - raczej nie <input type="checkbox"/> -- zdecydowanie nie <input type="checkbox"/> ? trudno powiedzieć	<ul style="list-style-type: none"> pytanie bada poziom zainteresowania przedmiotem odpowiadając na nie, uczniowie mogą uwzględnić zarówno podejmowaną na lekcjach tematykę, jak i formę jej podania zestawienie wyników dla całej grupy pozwala określić poziom zainteresowania przedmiotem w danej klasie
sposób prowadzenia lekcji	Nauczyciel potrafi dobrze wyjaśnić trudne zagadnienia:	<input type="checkbox"/> ++ zdecydowanie tak <input type="checkbox"/> + raczej tak <input type="checkbox"/> - raczej nie <input type="checkbox"/> -- zdecydowanie nie <input type="checkbox"/> ? trudno powiedzieć	<ul style="list-style-type: none"> pytanie to w sposób szczególny odnosi się do pracy nauczyciela odpowiedź na pytanie stanowi <u>subiektywną</u> ocenę ucznia, dotyczącą sposobu nauczania przez nauczyciela zestawienie wyników dla całej grupy pozwala określić ogólny sposób postrzegania zdolności dydaktycznych nauczyciela
sposób prowadzenia lekcji/stosunek do rozwijanej kompetencji	Zadania, które rozwiązujemy na tych lekcjach, są zazwyczaj ciekawe:	<input type="checkbox"/> ++ zdecydowanie tak <input type="checkbox"/> + raczej tak <input type="checkbox"/> - raczej nie <input type="checkbox"/> -- zdecydowanie nie <input type="checkbox"/> ? trudno powiedzieć	<ul style="list-style-type: none"> odpowiedzi na to pytanie są ogólną oceną atrakcyjności ćwiczeń proponowanych uczniom w trakcie lekcji (jeden z elementów sposobu prowadzenia zajęć) pytanie to może odnosić się do zadań przygotowywanych specjalnie przez nauczyciela, jak również do zadań zawartych w podręcznikach
atmosfera w klasie/ środowisko uczenia się	Atmosfera na tych lekcjach jest przyjemna:	<input type="checkbox"/> ++ zdecydowanie tak <input type="checkbox"/> + raczej tak <input type="checkbox"/> - raczej nie <input type="checkbox"/> -- zdecydowanie nie <input type="checkbox"/> ? trudno powiedzieć	<ul style="list-style-type: none"> pytanie to pozwala zdiagnozować postrzeganie przez ucznia sytuacji uczenia się w klasie odpowiedzi uczniów mogą odnosić się zarówno do relacji z nauczycielem, jak i do relacji w grupie uczniów można zakładać, że przewaga pozytywnych odpowiedzi na to pytanie (zdecydowanie tak i raczej tak) sprzyja motywacji do nauki
atmosfera w klasie/ środowisko uczenia się	Kiedy coś jest dla mnie niejasne, nie boję się zadać nauczycielowi pytania:	<input type="checkbox"/> ++ zdecydowanie tak <input type="checkbox"/> + raczej tak <input type="checkbox"/> - raczej nie <input type="checkbox"/> -- zdecydowanie nie <input type="checkbox"/> ? trudno powiedzieć	<ul style="list-style-type: none"> odpowiedź na to pytanie diagnozuje poczucie bezpieczeństwa u ucznia, w kontekście nauczania przez danego nauczyciela pośrednio odnosi się do sposobu postrzegania nauczyciela przez uczniów, ale może także sygnalizować wewnętrzne bariery ucznia związane z komunikowaniem trudności

System diagnozy i monitorowania kompetencji matematycznych

2.1. Test na wejściu

GRUPA I

Informacje do zadań 1, 2, 3.

W tabeli przedstawiono średnie zużycie energii przez organizm zawodnika, podczas uprawiania wybranych dyscyplin sportowych. Przyjmij, że zużycie energii jest wprost proporcjonalne do czasu.

Dyscyplina sportowa	Czas treningu w minutach	Średnie zużycie energii w kilokaloriach (kcal)
Siatkówka	120	700
Pływanie	60	600
Aerobik	30	250
Piłka nożna	90	1050
Kolarstwo	45	450

Zadanie 1.

Ile energii zużywa organizm zawodnika podczas trwającego 1,5 godziny treningu siatkówki?

- A. 525 kcal B. 600 kcal C. 700 kcal D. 1050 kcal

Zadanie 2.

Organizm zawodnika podczas trwającego 60 min treningu zużył 500 kcal. Którą dyscyplinę sportową trenował zawodnik?

- A. piłkę nożną B. pływanie C. kolarstwo D. aerobik

Zadanie 3.

Podczas treningu piłki nożnej organizm zawodnika zużył 1400 kcal. Ile godzin trwał trening?

- A. 1,5 B. 2 C. 2,5 D. 3

Zadanie 4.

Rodzice Jacka kupili 36 butelek wody mineralnej o pojemnościach 0,5 litra i 1,5 litra. W sumie zakupili 42 litry wody. Przyjmij, że x oznacza liczbę butelek o pojemności 0,5 litra, y – liczbę butelek o pojemności 1,5 litra. Który układ równań umożliwi obliczenie, ile zakupiono mniejszych butelek wody mineralnej, a ile większych?

- A. $\begin{cases} x + y = 42 \\ 0,5x + 1,5y = 36 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 36 - y \\ 0,5x + 1,5y = 42 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x + y = 36 \\ (x + y)(0,5 + 1,5) = 42 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 42 - y \\ 0,5y + 1,5x = 36 \end{cases}$

Zadanie 5.

Na trójkątnym trawniku zamontowano obrotowy zraszacz. Aby podlać największą powierzchnię trawnika, nie oblewając jednocześnie ścieżek, należy ustawić zraszacz w punkcie przecięcia:

- A. środkowych trójkąta
 B. symetralnych boków trójkąta
 C. wysokości trójkąta
 D. dwusiecznych kątów trójkąta

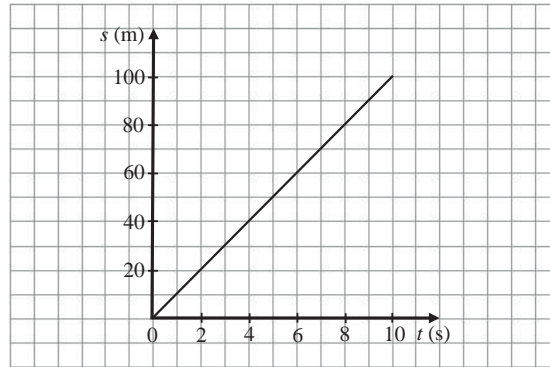
Zadanie 6.

Podczas trzydniowej pieszej wycieczki uczniowie przeszli 39 km. Drugiego dnia pokonali dwa razy dłuższą trasę niż pierwszego dnia, a trzeciego o 5 km mniej niż pierwszego. Ile km przebyli pierwszego dnia?

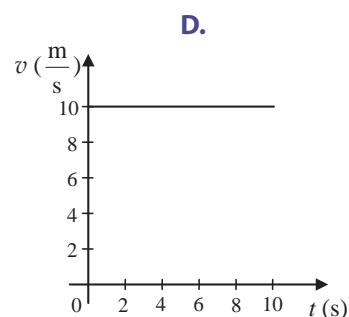
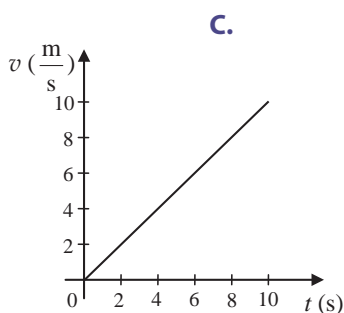
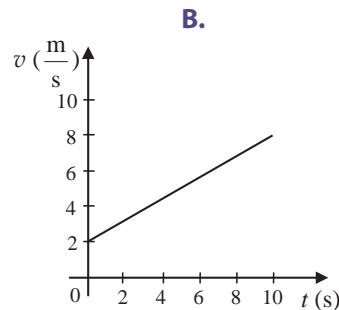
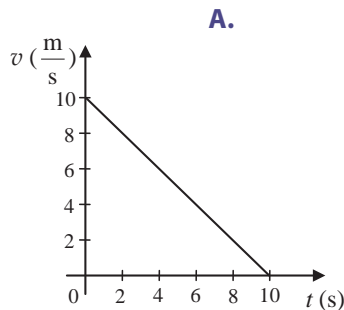
- A. 6 B. 11 C. 22 D. 28

Zadanie 7.

Wykres przedstawia zależność przebytej przez zawodnika drogi od czasu biegu.



Który z wykresów poprawnie przedstawia zależność prędkości od czasu biegu zawodnika?



Zadanie 8.

Do początkowo pustych wazonów, takich jak przedstawiono na rysunkach, jednakowym i równomiernym strumieniem wpływała woda.



.....



.....



.....

Na wykresach I – IV przedstawiono schematycznie charakter zależności wysokości poziomu wody w wazonie od czasu jego napełniania. Pod każdym wazonem wpisz numer odpowiedniego wykresu.

Uwaga:

Jeśli uczeń poprawnie rozwiązuje zadanie inną metodą niż wskazana w schemacie punktowania, otrzymuje maksymalną liczbę punktów.

Jeżeli uczeń, w którymś z etapów zadania, stosuje inną poprawną metodę rozwiązania, to należy przyznać równoważną liczbę punktów.

Zadania zamknięte (za każdą poprawną odpowiedź 1 punkt)

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7
Odpowiedź	A	D	B	B	D	B	D

Zadanie 8 (max 2 punkty)

Przyporządkowanie z 1 błędem lub 1 brakiem	1 punkt
Przyporządkowanie prawidłowe	2 punkty

Zadanie 9 (max 4 punkty)

Zapisanie wyrażenia prowadzącego do wyznaczenia średnicy beczki	1 punkt
Podstawienie danych wraz z wyliczoną średnicą do wzoru	1 punkt
Wykonanie we właściwej kolejności działań w nawiasie	1 punkt
Wykonanie poprawnych obliczeń w całym zadaniu i podanie wyniku z jednostką	1 punkt

Zadanie 10 (max 5 punktów)

Ustalenie sposobu obliczenia wysokości ściany bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego (zastosowanie twierdzenia Pitagorasa lub wykorzystanie własności trójkąta równobocznego)	1 punkt
Ustalenie sposobu obliczenia pola powierzchni dachu domu I	1 punkt
Ustalenie sposobu obliczenia długości boku dachu domu II (zastosowanie twierdzenia Pitagorasa lub wykorzystanie własności przekątnej kwadratu)	1 punkt
Ustalenie sposobu obliczenia pola powierzchni dachu domu II	1 punkt
Obliczenie pól powierzchni dachów domów I i II, zinterpretowanie wyniku	1 punkt

Zadanie 11 (max 5 punktów)

Poprawna metoda obliczania kosztu benzyny, potrzebnej do przejechania 100 km	1 punkt
Poprawna metoda obliczania kosztu gazu, potrzebnego do przejechania 100 km	1 punkt
Poprawna metoda obliczania kwoty zaoszczędzonej w ciągu miesiąca (oszczędność na 100 km, oszczędność na 2000 km)	1 punkt
Poprawna metoda obliczania czasu amortyzacji inwestycji	1 punkt
Poprawne obliczenia i poprawny wynik	1 punkt

GRUPA II

Informacje do zadań 1, 2, 3.

W tabeli przedstawiono średnie zużycie energii przez organizm zawodnika, podczas uprawiania wybranych dyscyplin sportowych. Przyjmij, że zużycie energii jest wprost proporcjonalne do czasu.

Dyscyplina sportowa	Czas treningu w minutach	Średnie zużycie energii w kilokaloriach (kcal)
Siatkówka	120	700
Pływanie	60	600
Aerobik	30	250
Piłka nożna	90	1050
Kolarstwo	45	450

Zadanie 1.

Organizm zawodnika podczas trwającego 1,5 godziny treningu zużył 900 kcal. Którą dyscyplinę sportową trenował zawodnik?

- A. piłkę nożną B. pływanie C. kolarstwo D. aerobik

Zadanie 2.

Ile energii zużywa organizm zawodnika, podczas trwającego 45 min pływania?

- A. 425 kcal B. 700 kcal C. 450 kcal D. 750 kcal

Zadanie 3.

Podczas treningu siatkówki organizm zawodnika zużył 1050 kcal. Ile godzin trwał trening?

- A. 0,5 B. 2,5 C. 1 D. 3

Zadanie 4.

Za 40 normalnych i ulgowych biletów do kina zapłacono 504 zł. Bilety normalne były po 15 zł, a ulgowe o 20% tańsze. Przyjmij, że x oznacza liczbę biletów normalnych, y – liczbę biletów ulgowych. Który układ równań umożliwi obliczenie, ile zakupiono biletów normalnych, a ile ulgowych?

- A. $\begin{cases} x + y = 40 \\ 12x + 15y = 504 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 40 - y \\ 15x + 12y = 504 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x + y = 504 \\ 15x + 12y = 40 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y = 40 - x \\ 12x + 15y = 40 \end{cases}$

Zadanie 5.

Kwadrat ma bok długości x . Prostokąt ma jeden bok o 1 większy od boku kwadratu, a drugi o 1 mniejszy od boku kwadratu. Która zależność jest prawdziwa?

- A. Pole kwadratu jest większe od pola prostokąta.
B. Obwód kwadratu jest większy od obwodu prostokąta.
C. Pole kwadratu jest mniejsze od pola prostokąta.
D. Obwód kwadratu jest mniejszy od obwodu prostokąta.

Zadanie 6.

Tomek, Grzegorz i Paweł zorganizowali sobie konkurs podnoszenia ciężarów. Tomek podniósł o 4 kg mniej niż Paweł, a Grzegorz połowę z tego, co podniósł Paweł. Jaki ciężar podniósł Paweł, jeśli wiemy, że łącznie podnieśli 56 kg?

- A. 6 B. 11 C. 24 D. 28

Uwaga:

Jeśli uczeń poprawnie rozwiązuje zadanie inną metodą niż wskazana w schemacie punktowania, otrzymuje maksymalną liczbę punktów.

Jeżeli uczeń, w którymś z etapów zadania, stosuje inną poprawną metodę rozwiązania, to należy przyznać równoważną liczbę punktów.

Zadania zamknięte (za każdą poprawną odpowiedź 1 punkt)

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7
Odpowiedź	B	C	D	B	A	C	B

Zadanie 8 (max 2 punkty)

Przedstawienie pięciu kolejnych liczb naturalnych	1 punkt
Przedstawienie sumy w postaci iloczynu	1 punkt

Zadanie 9 (max 4 punkty)

Obliczenie promienia kolumny	2 punkty
Obliczenie objętości jednej kolumny	1 punkt
Obliczenie objętości czterech kolumn	1 punkt

Zadanie 10 (max 5 punktów)

Wyznaczenie pola powierzchni pierwszego pudełka	1 punkt
Obliczenie pola powiększonego o 10%	1 punkt
Wyznaczenie pola powierzchni drugiego pudełka	1 punkt
Obliczenie pola powiększonego o 10%	1 punkt
Porównanie pól	1 punkt

Zadanie 11 (max 5 punktów)

Wprowadzenie odpowiednich oznaczeń	1 punkt
Ułożenie równania	1 punkt
Rozwiązanie równania	2 punkty
Podanie cen prezentów	1 punkt

2.2. Test śródroczny

GRUPA I

Informacje do zadań 1, 2, 3.

W tabeli przedstawiono zużycie paliwa przez samochody różnych marek, podczas jazdy w trybie pozamiejskim. Przyjmij, że zużycie paliwa jest wprost proporcjonalne do przejechanych kilometrów.

Marka samochodu	Liczba przejechanych kilometrów	Zużycie paliwa w litrach
Toyota Prius	60	2,4
Opel Astra	80	4,4
Renault Kangoo	50	3
Audi TT	24	1,7
Ford Mondeo	56	3,9

Zadanie 1.

Na trasie 80 km Renault Kangoo spali:

- A. 5,2 litra B. 4,8 litra C. 4 litry D. 3,92 litra

Zadanie 2.

Jeden z samochodów wymienionych w tabeli, zużył na trasie 60 km 4,25 litra paliwa. Jaka jest marka tego samochodu?

- A. Opel Astra B. Renault Kangoo C. Audi TT D. Ford Mondeo

Zadanie 3.

Opel Astra na pewnej trasie spalił 11 litrów paliwa. Długość tej trasy wynosi:

- A. 180 km B. 200 km C. 220 km D. 230 km

Zadanie 4.

W hotelu jest 36 pokoi. Część z nich to pokoje dwuosobowe, a pozostałe to pokoje czteroosobowe. Maksymalnie może jednocześnie nocować w tym hotelu 94 gości. Przyjmij, że x oznacza liczbę pokoi dwuosobowych, y – pokoi czteroosobowych. Który układ równań umożliwi obliczenie, ile pokoi dwuosobowych i ile czteroosobowych znajduje się w hotelu?

- A. $\begin{cases} x + y = 36 \\ 6(x + y) = 94 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 94 - y \\ 2y + 4x = 36 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x + y = 94 \\ 2x + 4y = 36 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y = 36 - x \\ 2x + 4y = 94 \end{cases}$

Zadanie 5.

Środek okręgu, do którego należy każdy wierzchołek trójkąta, znajduje się w punkcie przecięcia:

- A. środkowych trójkąta
B. symetralnych boków trójkąta
C. wysokości trójkąta
D. dwusiecznych kątów trójkąta

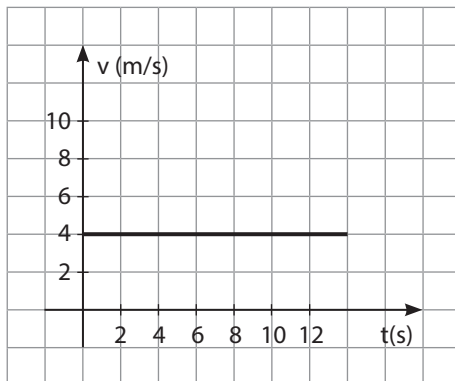
Zadanie 6.

W samotnym rejsie dookoła świata, dzięki pomyślnemu wiatrowi, żeglarz w drugim dniu pokonał trzy razy dłuższą trasę niż pierwszego dnia. W trzecim dniu rejsu wiatr uciął i żeglarz przepłynął o 25 mil morskich mniej, niż pierwszego dnia. Trasa, którą pokonał żeglarz w ciągu pierwszych trzech dni rejsu, miała długość 380 mil morskich. Ile mil morskich przepłynął żeglarz pierwszego dnia?

- A. 87 B. 81 C. 71 D. 68

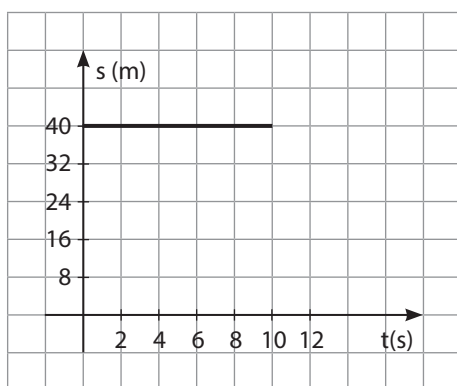
Zadanie 7.

Wykres przedstawia zależność prędkości od czasu biegu zawodnika.

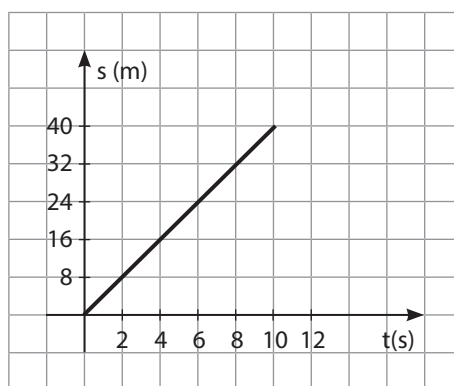


Który z wykresów poprawnie przedstawia zależność drogi przebytej przez zawodnika od czasu biegu?

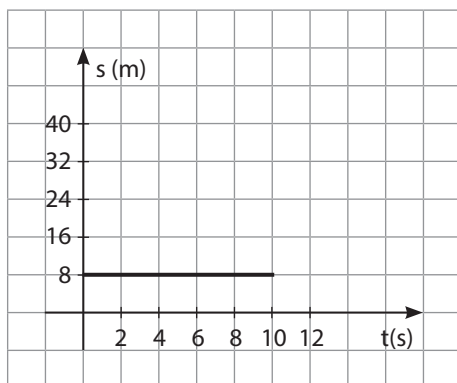
A.



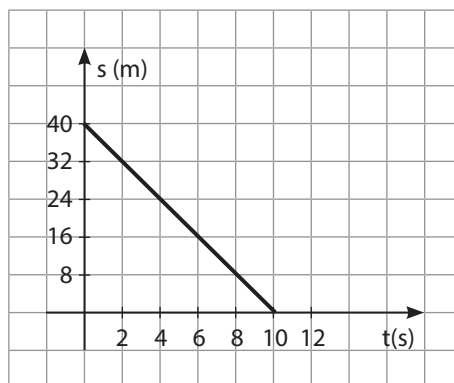
B.



C.



D.



Zadanie 8.

Wagony kolejowe, o kształtach jak schematycznie przedstawiono na rysunku poniżej, zaczęto wypełniać piaskiem. Taśmociąg transportujący piasek na wagon dostarcza go równomiernie, czyli w kolejnych jednostkach czasu, dostarcza tę samą ilość piasku.



Na wykresach I–IV przedstawiono schematycznie charakter zależności wysokości poziomu piasku w wagonie od czasu jego napełniania. Pod rodzajem wagonu wpisz numer odpowiedniego wykresu.

Uwaga:

Jeśli uczeń poprawnie rozwiązuje zadanie inną metodą niż wskazana w schemacie punktowania, otrzymuje maksymalną liczbę punktów.

Jeżeli uczeń, w którymś z etapów zadania, stosuje inną poprawną metodę rozwiązania, to należy przyznać równoważną liczbę punktów.

Zadania zamknięte (za każdą poprawną odpowiedź 1 punkt)

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7
Odpowiedź	B	C	B	D	B	B	B

Zadanie 8 (max 2 punkty)

Przyporządkowanie z 1 błędem lub 1 brakiem	1 punkt
Przyporządkowanie prawidłowe (I, IV, III)	2 punkty

Zadanie 9 (max 4 punkty)

Przedstawienie liczby 72 w postaci sumy $8^2 + 7$	2 punkty
Zastosowanie wzoru	1 punkt
Obliczenie wartości wyrażenia (8,4375)	1 punkt

Zadanie 10 (max 5 punktów)

Ustalenie sposobu obliczenia wysokości ściany bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego (zastosowanie twierdzenia Pitagorasa lub wykorzystanie własności trójkąta równobocznego)	1 punkt
Obliczenie pola powierzchni dachu domu I ($P_1 = 144\sqrt{3}$)	1 punkt
Ustalenie sposobu obliczenia długości boku dachu domu II (zastosowanie twierdzenia Pitagorasa)	1 punkt
Obliczenie pola powierzchni dachu domu II ($P_2 = 72\sqrt{5}$)	1 punkt
Porównanie powierzchni dachów domów I i II, zinterpretowanie wyniku	1 punkt

Zadanie 11 (max 5 punktów)

Obliczenie różnicy w cenie między zmywarkami (314,5 zł)	1 punkt
Poprawna metoda obliczania kosztu jednego cyklu mycia zmywarki tańszej	1 punkt
Zapisanie nierówności, wynikającej z treści zadania (może być w formie niejawnej – wykorzystanej do udzielenia odpowiedzi)	1 punkt
Wyznaczenie liczby cykli, przy której suma kosztów prądu i wody przekroczy różnicę w cenie zakupu pomiędzy zmywarką tańszą a droższą	2 punkty

GRUPA II

Informacje do zadań 1, 2, 3.

W tabeli przedstawiono zużycie paliwa przez samochody różnych marek, podczas jazdy w trybie pozamiejskim. Przyjmij, że zużycie paliwa jest wprost proporcjonalne do przejechanych kilometrów.

Marka samochodu	Liczba przejechanych kilometrów	Zużycie paliwa w litrach
Toyota Prius	60	2,4
Opel Astra	80	4,4
Renault Kangoo	50	3
Audi TT	24	1,7
Ford Mondeo	56	3,9

Zadanie 1.

Na trasie 60 km Audi TT spali:

- A. 2,4 litra B. 3,8 litra C. 4,25 litra D. 8,47 litra

Zadanie 2.

Jeden z samochodów wymienionych w tabeli zużył na trasie 60 km 3,6 litra paliwa. Jaka jest marka tego samochodu?

- A. Opel Astra B. Renault Kangoo C. Audi TT D. Ford Mondeo

Zadanie 3.

Opel Astra na pewnej trasie spalił 22 litry paliwa. Długość tej trasy wynosi:

- A. 800 km B. 500 km C. 400 km D. 200 km

Zadanie 4.

Karol ma 99 zł w monetach 2- i 5-złotowych. Razem ma 27 monet. Przyjmij, że x oznacza liczbę monet 2 zł, y – monet 5 zł. Który układ równań umożliwi obliczenie, ile monet każdego rodzaju ma Karol?

- A. $\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x + 5y = 99 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + y = 27 \\ 2y + 5x = 99 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x + y = 99 \\ 2x + 5y = 27 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + y = 27 \\ 2x + 5y = 99 \end{cases}$

Zadanie 5.

Środek okręgu, który ma dokładnie jeden punkt wspólny z każdym bokiem trójkąta, znajduje się w punkcie przecięcia:

- A. środkowych trójkąta
B. symetralnych boków trójkąta
C. wysokości trójkąta
D. dwusiecznych kątów trójkąta

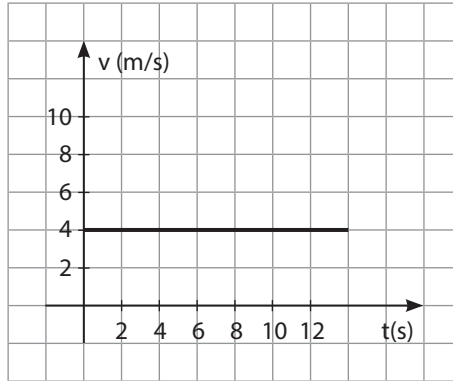
Zadanie 6.

W czasie trzydniowego wyścigu samochodowego, kierowca w drugim dniu pokonał trasę o 40 km dłuższą niż pierwszego dnia. Natomiast w trzecim dniu rajdu, przejechał trasę dwa razy dłuższą niż pierwszego dnia. Cała trasa, jaką pokonał kierowca, miała 400 km długości. Ile kilometrów przejechał kierowca w pierwszym dniu?

- A. 111 B. 87 C. 90 D. 67

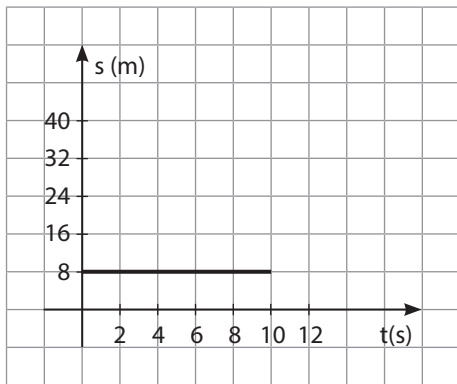
Zadanie 7.

Wykres przedstawia zależność prędkości od czasu biegu zawodnika.

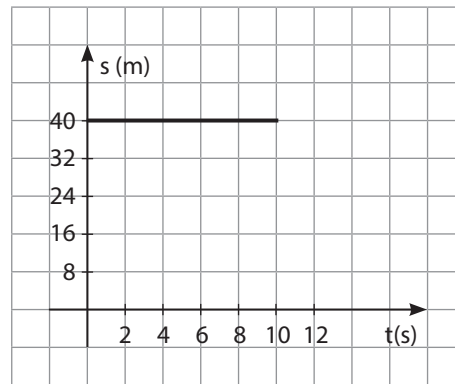


Który z wykresów poprawnie przedstawia zależność drogi, przebytej przez zawodnika, od czasu biegu?

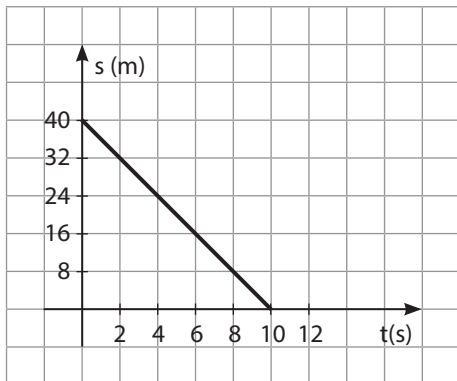
A.



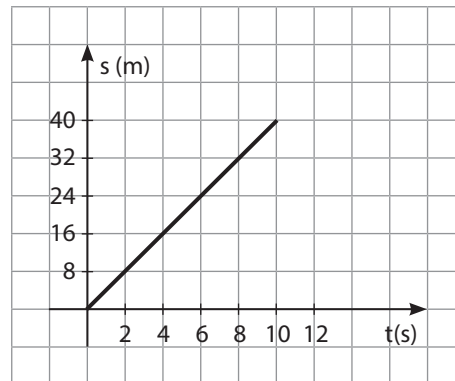
B.



C.

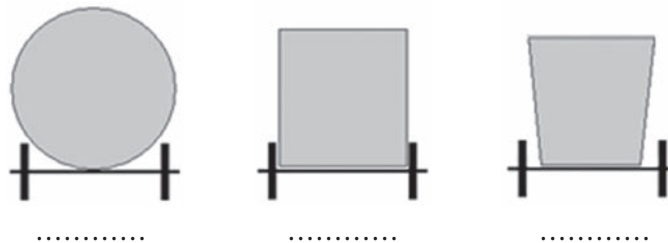


D.



Zadanie 8.

Wagony kolejowe o kształtach jak schematycznie przedstawiono na rysunku poniżej, zaczęto wypełniać piaskiem. Taśmociąg transportujący piasek na wagon dostarcza go równomiernie, czyli w kolejnych jednostkach czasu, dostarcza tę samą ilość piasku.



Na wykresach I–IV przedstawiono schematycznie charakter zależności wysokości poziomu piasku w wagonie od czasu jego napełniania. Pod rodzajem wagonu wpisz numer odpowiedniego wykresu.

Uwaga:

Jeśli uczeń poprawnie rozwiązuje zadanie inną metodą niż wskazana w schemacie punktowania, otrzymuje maksymalną liczbę punktów.

Jeżeli uczeń, w którymś z etapów zadania, stosuje inną poprawną metodę rozwiązania, to należy przyznać równoważną liczbę punktów.

Zadania zamknięte (za każdą poprawną odpowiedź 1 punkt)

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7
Odpowiedź	C	B	C	B	D	C	D

Zadanie 8 (max 2 punkty)

Przyporządkowanie z 1 błędem lub 1 brakiem	1 punkt
Przyporządkowanie prawidłowe (III, IV, II)	2 punkty

Zadanie 9 (max 4 punkty)

Przedstawienie liczby 85 w postaci sumy $9^2 + 4$	2 punkty
Zastosowanie wzoru	1 punkt
Obliczenie wartości wyrażenia (9,222)	1 punkt

Zadanie 10 (max 5 punktów)

Ustalenie sposobu obliczenia wysokości ściany bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego (zastosowanie twierdzenia Pitagorasa lub wykorzystanie własności trójkąta równobocznego)	1 punkt
Obliczenie pola powierzchni dachu domu I ($P_1 = 100\sqrt{3}$)	1 punkt
Ustalenie sposobu obliczenia długości boku dachu domu II (zastosowanie twierdzenia Pitagorasa)	1 punkt
Obliczenie pola powierzchni dachu domu II ($P_2 = 20\sqrt{34}$)	1 punkt
Porównanie powierzchni dachów domów I i II, zinterpretowanie wyniku	1 punkt

Zadanie 11 (max 5 punktów)

Obliczenie różnicy w cenie między pralkami (128 zł)	1 punkt
Poprawna metoda obliczania kosztu jednego cyklu prania pralki tańszej	1 punkt
Zapisanie nierówności, wynikającej z treści zadania (może być w formie niejawnej – wykorzystanej do udzielenia odpowiedzi)	1 punkt
Wyznaczenie liczby cykli, przy której suma kosztów prądu i wody, przekroczy różnicę w cenie zakupu pomiędzy pralką tańszą a droższą	2 punkty

2.3. Test na wyjściu

GRUPA I

Zadanie 1.

Za 4 kg pomidorów Jacek zapłacił 18 zł. Ile kilogramów pomidorów można kupić w tym sklepie za 24 zł?

- A. mniej niż 5 kg B. 5 kg C. 5,3 kg D. więcej niż 5,3 kg

Zadanie 2.

Samochód ciężarowy przywiózł na budowę zapas piasku wykonując 12 kursów. Inny samochód, o ładowności o 2 tony większej, przewiózł taki sam zapas piasku wykonując o 3 kursy mniej. Równanie, którego rozwiązaniem jest ładowność mniejszego samochodu ma postać:

- A. $12x = 9(x + 2)$ B. $12(x + 2) = 9x$ C. $12(x - 2) = 9x$ D. $12x = 9(x - 2)$

Zadanie 3.

W baku samochodu Toyota Yaris mieści się 42 l benzyny. Samochód ten spala przeciętnie 7,2 litra na 100 kilometrów. Jaką odległość można nim przejechać po zatankowaniu do pełna?

- A. mniej niż 550 km B. 550 km C. więcej niż 550 km, ale mniej niż 580 km D. więcej niż 580 km

Zadanie 4.

Średni wiek w sześciuosobowym zespole muzycznym wynosił 49 lat. Najmłodszy z członków zespołu zrezygnował ze wspólnego grania i wówczas średnia wieku wzrosła do 53 lat. Przyjmij, że x oznacza wiek muzyka, który zrezygnował, y – sumę wieku pozostałych członków zespołu. Który układ równań umożliwi obliczenie wieku muzyka, który zrezygnował z pracy w zespole?

- A.
$$\begin{cases} \frac{y-x}{5} = 53 \\ \frac{y+x}{6} = 49 \end{cases}$$
 B.
$$\begin{cases} \frac{y}{5} = 53 \\ \frac{y+x}{6} = 49 \end{cases}$$
 C.
$$\begin{cases} \frac{x-y}{5} = 49 \\ \frac{x+y}{6} = 53 \end{cases}$$
 D.
$$\begin{cases} \frac{y}{6} = 53 \\ \frac{y+x}{5} = 49 \end{cases}$$

Zadanie 5.

Środek okręgu opisanego na trójkącie leży na jednym z boków tego trójkąta. Wynika stąd że:

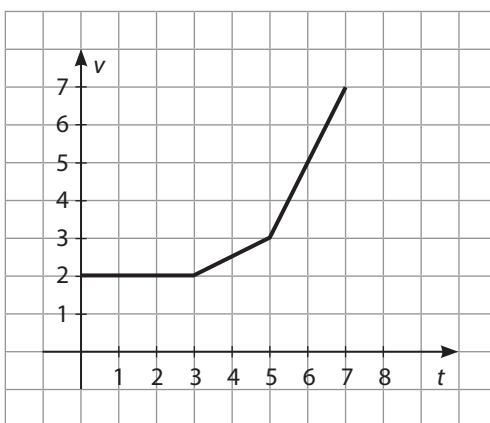
- A. taki trójkąt nie istnieje
B. jest to trójkąt ostrokątny
C. jest to trójkąt prostokątny
D. jest to trójkąt rozwartokątny

Zadanie 6.

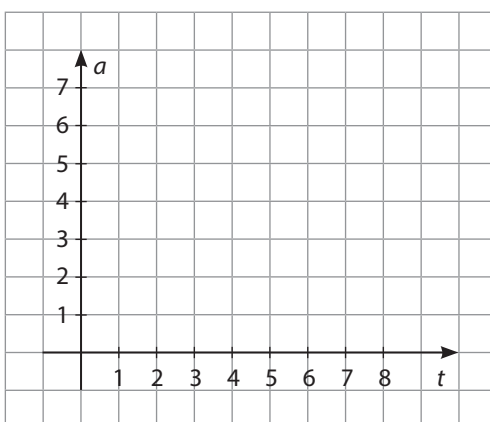
Wynikiem działania $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - \dots - 162 + 163 - 164 + 165$, w którym na przemian odejmujemy i dodajemy wszystkie liczby całkowite od 1 do 165, jest:

- A. 82 B. 83 C. -1 D. 0

Zadanie 7.

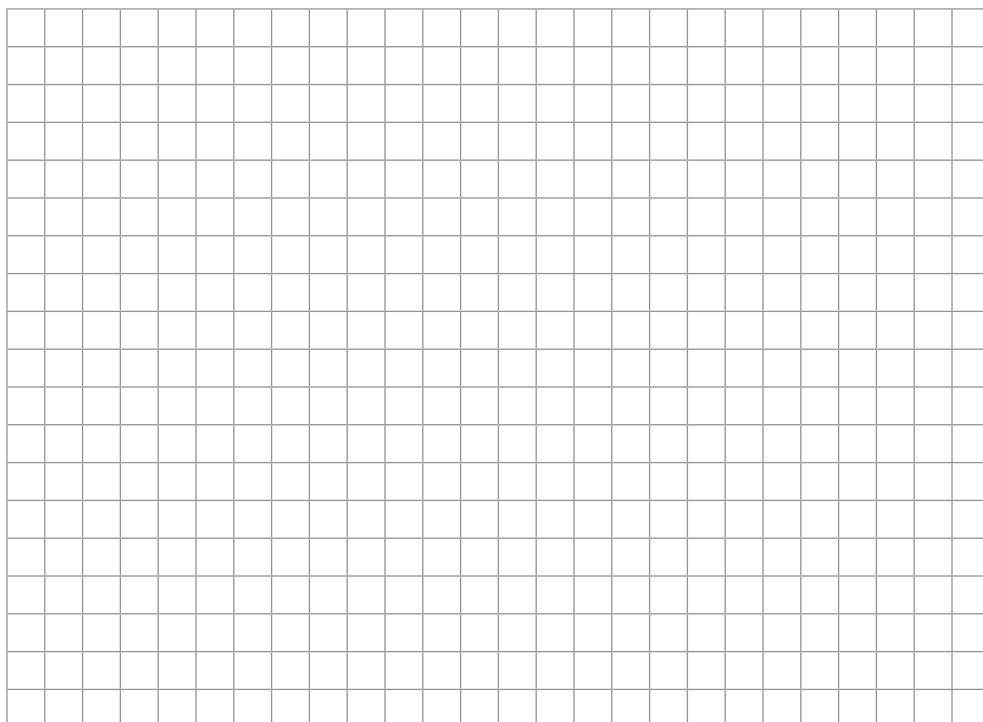
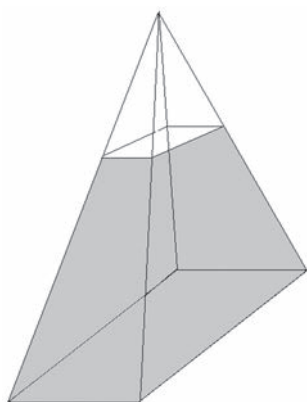


W ruchu jednostajnie zmiennym, przyspieszenie określa się wzorem: $a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$. Naskicuj wykres przyspieszenia, w zależności od czasu w ruchu, którego wykres prędkości w zależności od czasu został przedstawiony powyżej.



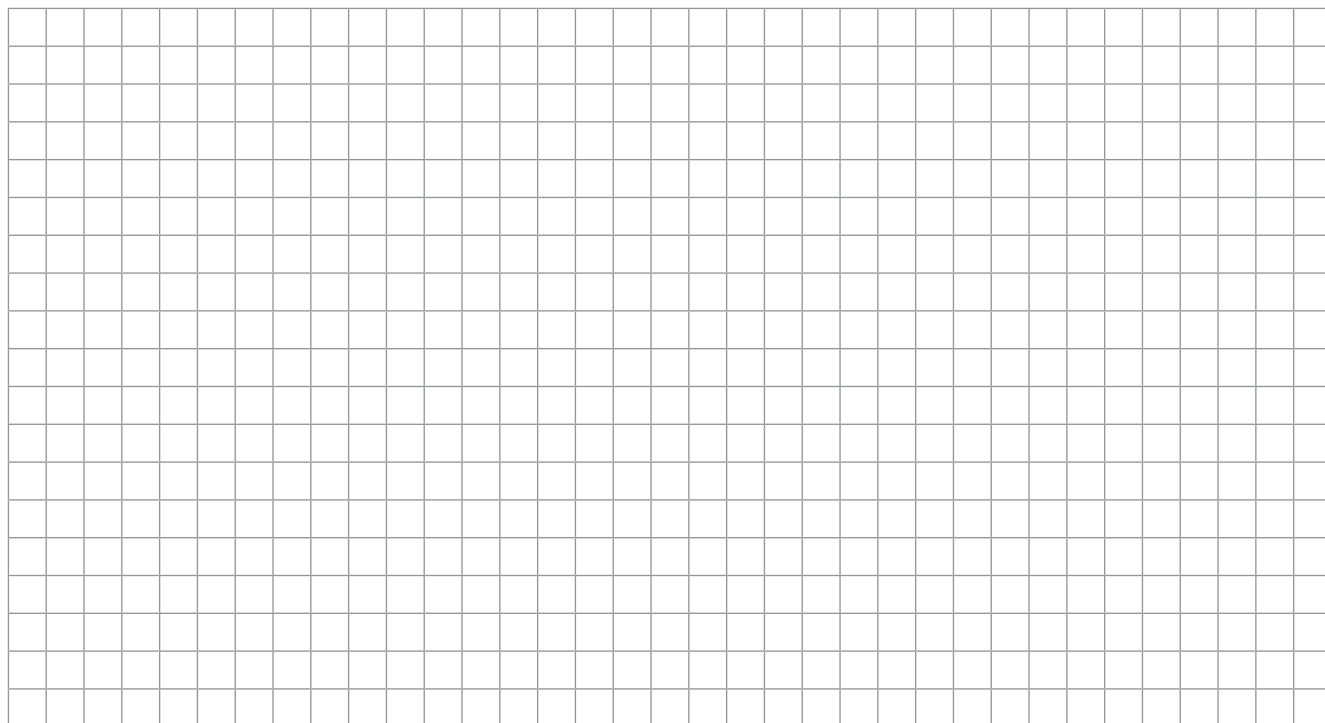
Zadanie 8.

Naczynie w kształcie ostrosłupa prawidłowego czworokątnego, wypełniono wodą do poziomu $\frac{2}{3}$ jego wysokości (patrz rysunek). Oblicz, jaka część jego całkowitej objętości została niewypełniona.



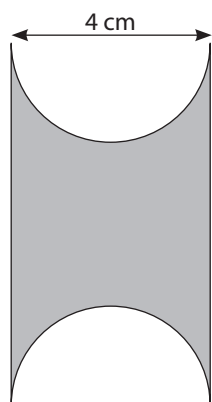
Zadanie 9.

Matematycy w starożytnym Egipcie nie znali liczby π . Aby obliczyć pole koła, stosowali zasadę, że pole koła o średnicy $2r$ jest w przybliżeniu równe polu kwadratu, którego bok jest równy $\frac{16}{9}r$. Oblicz pole koła o promieniu $r = 3$ metodą starożytnych Egipcjan i metodą stosowaną współcześnie, przyjmując że $\pi = 3,14$ i porównaj, o ile obliczenia Egipcjan różniły się od współczesnych.



Zadanie 10.

Z prostokątnego kawałka papieru, w którym krótszy bok jest równy 4 cm, wycięto dwa półkola (patrz rysunek). Gdy obliczono pole pozostałej części kartki okazało się, że jest ono równe sumie pól odciętych półkoli. Oblicz długość dłuższego boku prostokąta.



Zadanie 4.

Średni wiek w sześciuosobowym zespole muzycznym wynosił 49 lat. Najstarszy z członków zespołu zrezygnował ze wspólnego grania i wówczas średnia wieku zmalała do 46 lat. Przyjmij, że x oznacza wiek muzyka, który zrezygnował, y – sumę wieku pozostałych członków zespołu. Który układ równań umożliwi obliczenie wieku muzyka, który zrezygnował z pracy w zespole?

A.
$$\begin{cases} \frac{y-x}{5} = 46 \\ \frac{y+x}{6} = 49 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} \frac{x-y}{5} = 49 \\ \frac{x+y}{6} = 46 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} \frac{y}{5} = 46 \\ \frac{y+x}{6} = 49 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} \frac{y}{6} = 46 \\ \frac{y+x}{5} = 49 \end{cases}$$

Zadanie 5.

Środek okręgu opisanego na trójkącie leży poza tym trójkątem. Wynika stąd że:

- A. taki trójkąt nie istnieje
- B. jest to trójkąt ostrokątny
- C. jest to trójkąt prostokątny
- D. jest to trójkąt rozwartokątny

Zadanie 6.

Jaki jest wynik działania $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - \dots - 182 + 183 - 184 + 185$, w którym na przemian odejmujemy i dodajemy wszystkie liczby całkowite od 1 do 185?

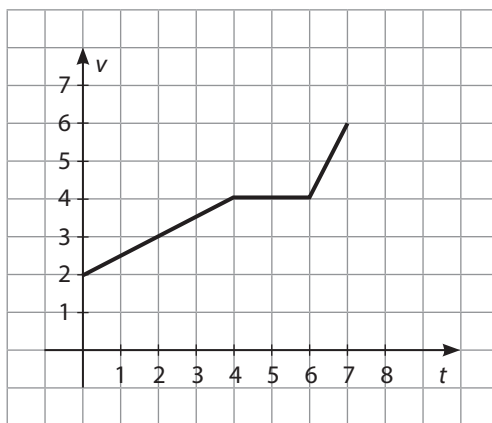
A. 0

B. 92

C. 93

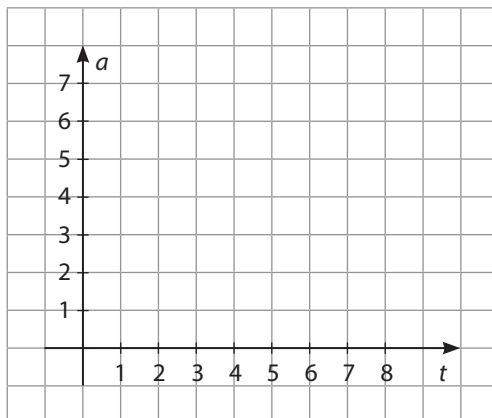
D. -1

Zadanie 7.



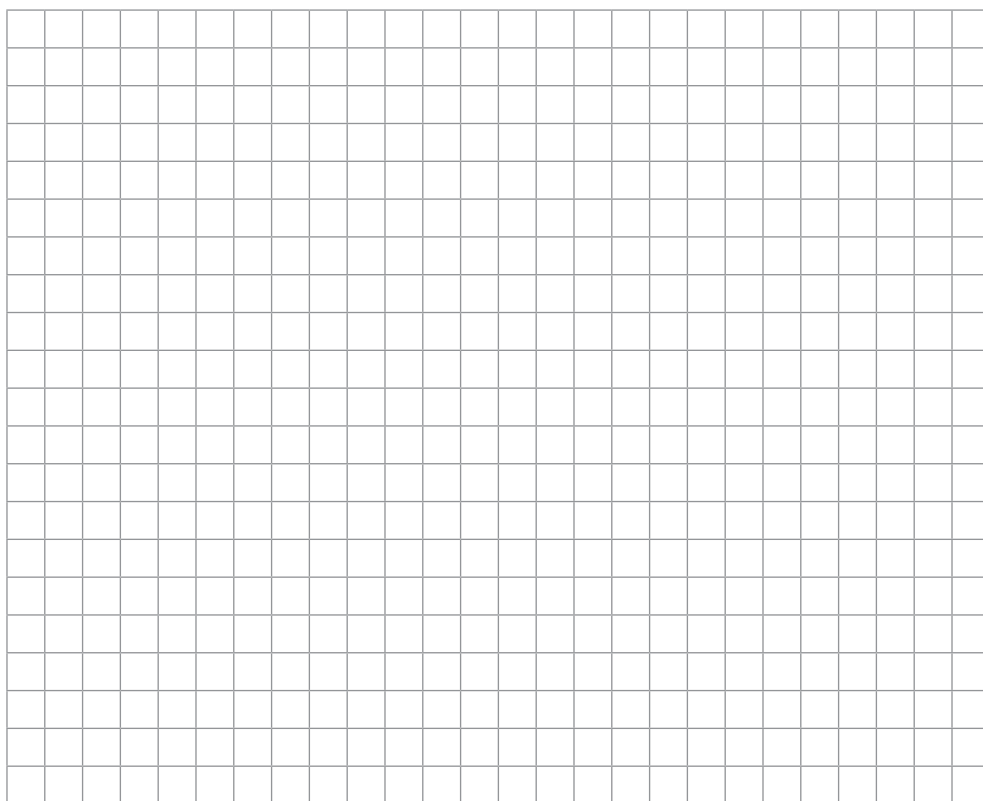
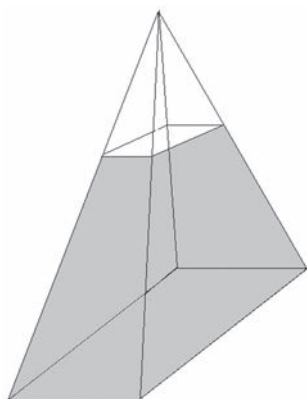
W ruchu jednostajnie zmiennym przyspieszenie określa się wzorem $a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$.

Naszkicuj wykres przyspieszenia w zależności od czasu w ruchu, którego wykres prędkości w zależności od czasu został przedstawiony powyżej.



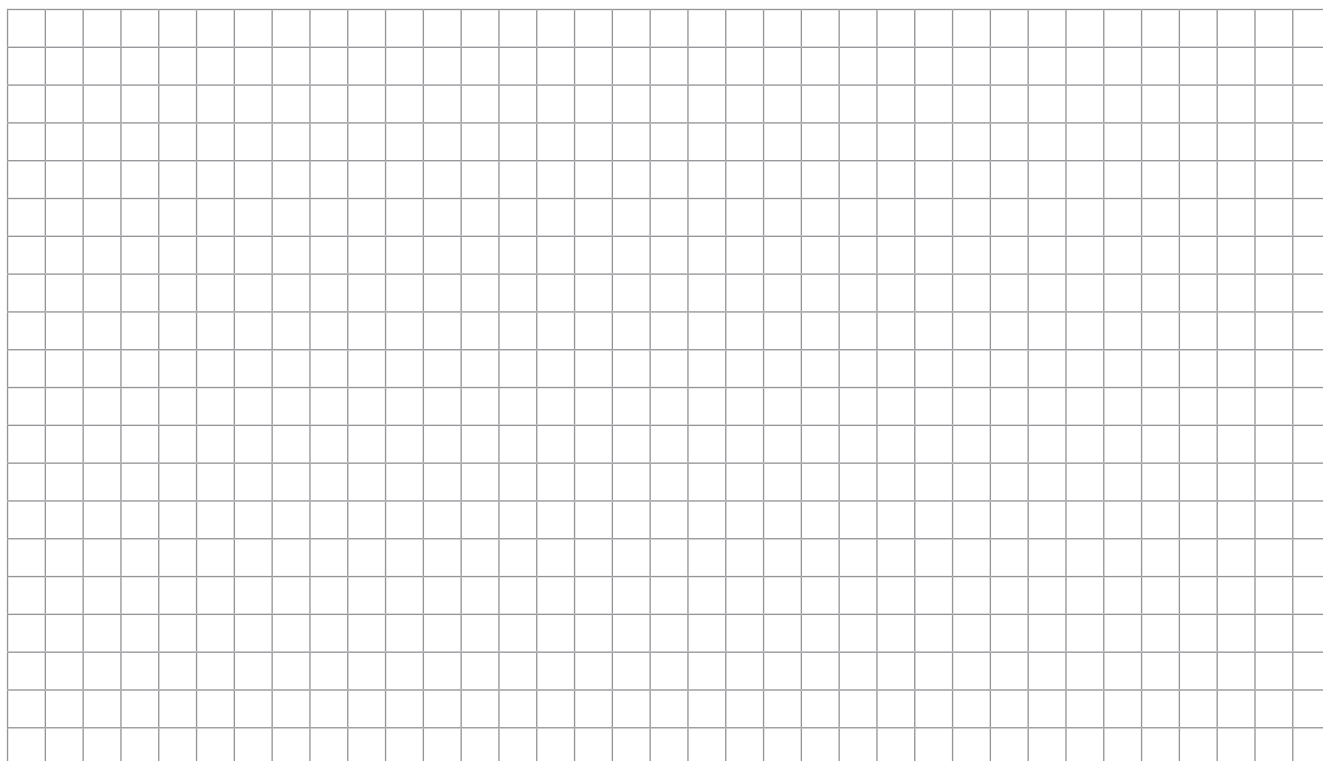
Zadanie 8.

Naczynie w kształcie ostrosłupa prawidłowego czworokątnego wypełniono wodą do poziomu $\frac{2}{3}$ jego wysokości (patrz rysunek). Oblicz, jaka część jego całkowitej objętości została wypełniona.



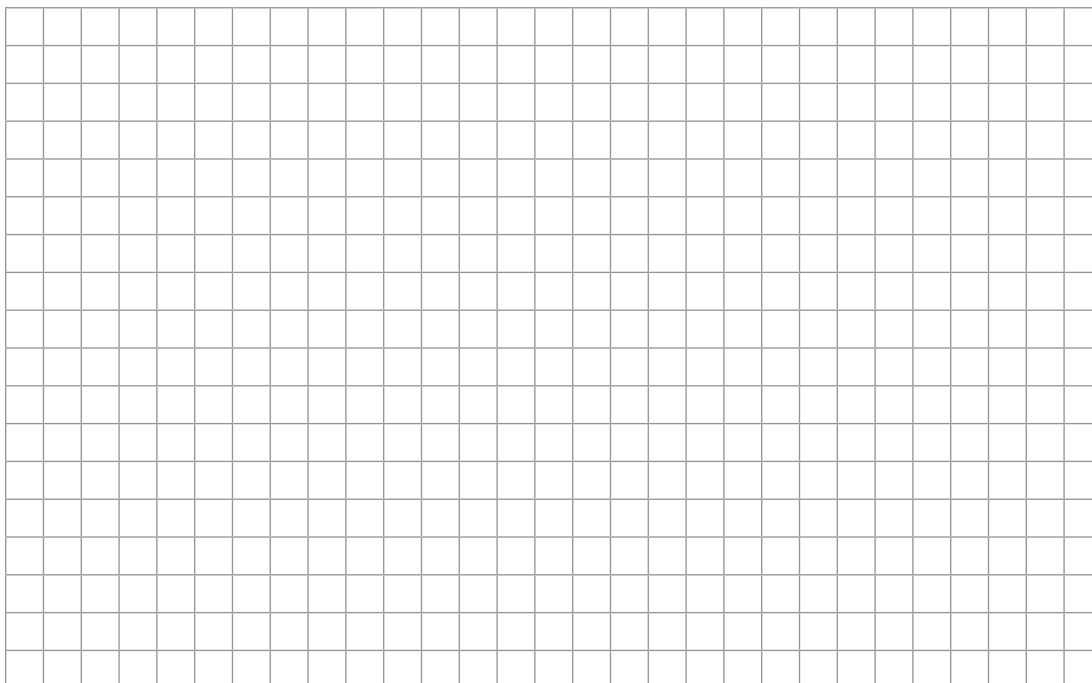
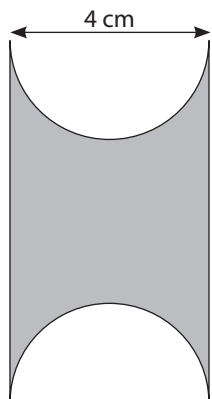
Zadanie 9.

Matematycy w starożytnym Egipcie nie znali liczby π . Aby obliczyć pole koła stosowali zasadę, że pole koła o średnicy $2r$ jest w przybliżeniu równe polu kwadratu, którego bok jest równy $\frac{16}{9}r$. Oblicz pole koła o promieniu $r = 6$ metodą starożytnych Egipcjan i metodą stosowaną współcześnie, przyjmując że $\pi = 3,14$ i porównaj, o ile obliczenia Egipcjan różniły się od współczesnych.



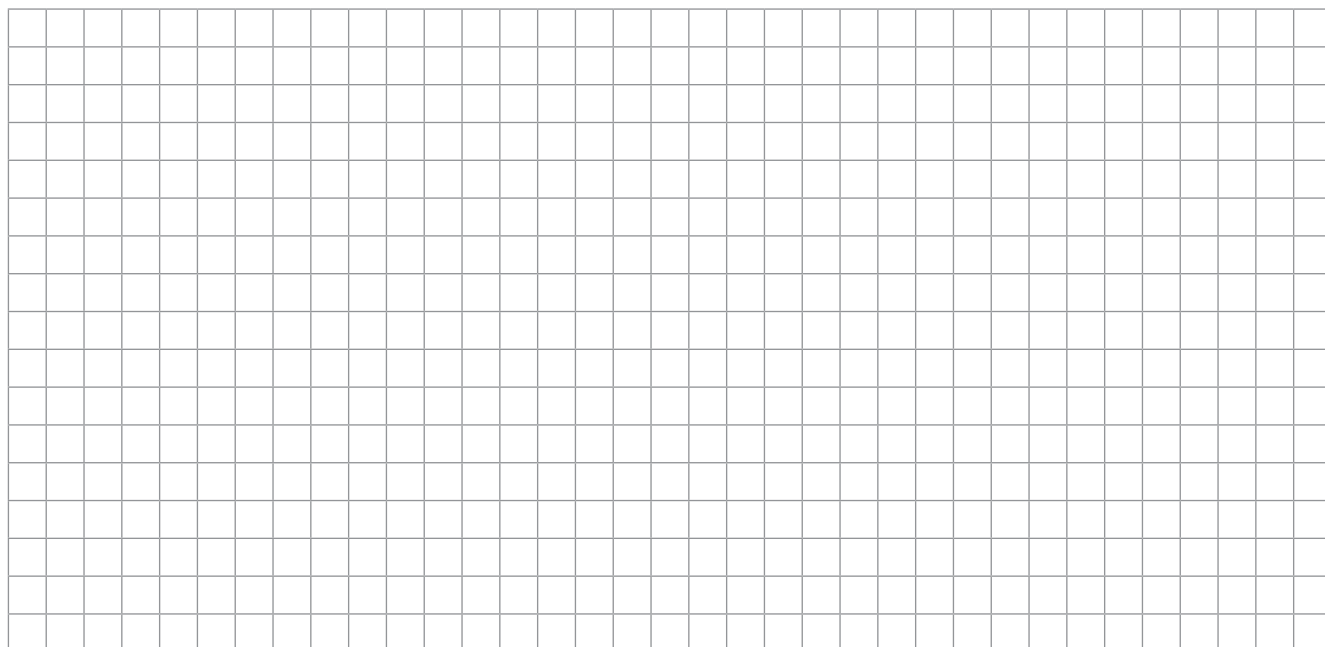
Zadanie 10.

Z prostokątnego kawałka papieru, w którym krótszy bok jest równy 4 cm, wycięto dwa półkola (patrz rysunek). Gdy obliczono pole pozostałej części kartki okazało się, że jest ono dwukrotnie większe od sumy pól odciętych półkoli. Oblicz długość dłuższego boku prostokąta.



Zadanie 11.

Bartek napisał na kartce pewną jednocyfrową liczbę naturalną. Potem napisał drugą, która powstała przez dopisanie do niej na końcu cyfry 2. Następnie napisał trzecią, która powstała z drugiej przez przestawienie cyfr. Suma pierwszej i trzeciej liczby jest o 30 mniejsza od drugiej. Jaką liczbę napisał Bartek na początku?



Uwaga:

Jeśli uczeń poprawnie rozwiązuje zadanie inną metodą niż wskazana w schemacie punktowania, otrzymuje maksymalną liczbę punktów.

Jeżeli uczeń, w którymś z etapów zadania, stosuje inną poprawną metodę rozwiązania, to należy przyznać równoważną liczbę punktów.

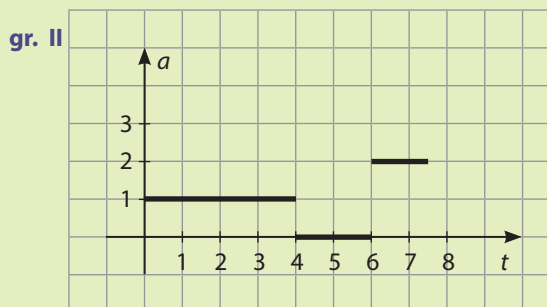
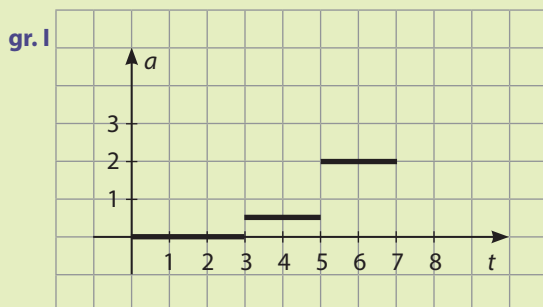
Zadania zamknięte (za każdą poprawną odpowiedź 1 punkt)

Nr zadania	1	2	3	4	5	6
gr. I	D	A	D	B	C	B
gr. II	C	A	C	C	D	C

max 6 punktów

Zadanie 7 (max 1 punkt)

Naszkicowanie wykresu przyspieszenia



1 punkt

1 punkt

Zadanie 8 (max 4 punkty)

Zapisanie objętości ostrosłupa, niewypełnionego lub odpowiednio wypełnionego wodą

$$V_n = \frac{1}{81} P \cdot h - \text{gr. I}, V_o = \frac{26}{81} P \cdot h - \text{gr. II}, \text{gdzie } P - \text{pole podstawy ostrosłupa, } h - \text{wysokość ostrosłupa}$$

2 punkty

Obliczenie, jaka część spełnia warunek zadania ($\frac{26}{27} - \text{gr. I}, \frac{1}{27} - \text{gr. II}$)

2 punkty

4 punkty

Zadanie 9 (max 2 punkty)

Obliczenie pola koła metodą Egipcjan (113,77 – gr. I, 202,27 – gr. II)

1 punkt

Obliczenie pola metodą tradycyjną i porównanie (113,04 – gr. I, 200,96 – gr. II)

1 punkt

2 punkty

Zadanie 10 (max 2 punkty)

Zapisanie równania, którego rozwiązaniem jest długość szukanego boku prostokąta ($4x - 4\pi = 4\pi - \text{gr. I}, 4x - 4\pi = 8\pi - \text{gr. II}$)

1 punkt

Obliczenie długości szukanego boku prostokąta ($2\pi - \text{gr. I}, 3\pi - \text{gr. II}$)

1 punkt

2 punkty

Zadanie 11 (max 5 punktów) – gr. I

Obliczenie łącznej kwoty własnych oszczędności i kwoty od dziadka

1 punkt

Ułożenie nierówności, pozwalającej obliczyć niewiadomą

2 punkty

Rozwiązanie nierówności

1 punkt

Podanie poprawnej odpowiedzi do zadania

1 punkt

5 punktów

Zadanie 11 (max 5 punktów) – gr. II

Zapisanie równań określających kolejne liczby (np. $x, 10x + 2, 20 + x$)

2 punkty

Zapisanie równania prowadzącego do wyznaczenia szukanego liczby

2 punkty

Rozwiązanie równania prowadzącego do wyznaczenia szukanego liczby

1 punkt

5 punktów

Kompleksowy Model Kształtowania Kompetencji Kluczowych – ma charakter kompleksowy – stanowi logicznie połączony ze sobą zbiór narzędzi, gotowych do wykorzystania w procesie nauczania na etapie gimnazjum i liceum, obudowany odpowiednimi wskazówkami interpretacyjnymi i organizacyjnymi.

Podstawową zaletą przygotowanego produktu jest jego praktyczność, innowacyjność i interdyscyplinarność. Zastosowanie go pozwoli nauczycielom na rozwinięcie i wzbogacenie warsztatu pracy, pełniejszą realizację wybranego programu nauczania, szczególnie w zakresie metod i form pracy oraz doboru środków dydaktycznych, a uczniom na bardziej efektywną i atrakcyjną formę nauki.

3.1. Opinie nauczycieli o produktach

OPINIE NAUCZYCIELI/KSIĘGA PROJEKTU I FORUM					
KOORDYNATOR PRZEDMIOTOWY	Stopień trudności (np. klasa I, II, III)	Innowacyjność produktu	Interdyscyplinarność	Możliwość pracy w grupach	Zadanie domowe
Scenariusz 22 Jak traktować najkrótszą odległość między dwoma punktami na mapie?	I, II	nie dotyczy	chemia, fizyka, geografia	tak	tak
Scenariusz 23 Zaprojektuj najkrótszą trasę między budynkiem szkoły a...	I	praca z Internetem, wycieczka w teren	geografia, podstawy przedsiębiorczości, fizyka	tak	tak
Scenariusz 24 Jaka jest średnia prędkość pokonania trasy autobusem między budynkiem szkoły a przystankiem X?	I	praca z Internetem, wycieczka w teren	geografia	tak	tak
Scenariusz 25 Jakie informacje o Twojej szkole można uzyskać przy pomocy map Google?	I, II	praca z Internetem, wycieczka w teren	fizyka	tak	tak
Scenariusz 26 Co oznacza środek trasy dla pilota i kierowcy?	I – III	nie dotyczy	fizyka, geografia	tak	tak
Scenariusz 27 Czy nie wystarczy się zważyć?	I	nie dotyczy	biologia, chemia	tak	tak
Scenariusz 28 Po co kwadrat w mianowniku?	I, II	nie dotyczy	fizyka, podstawy przedsiębiorczości	tak	tak
Scenariusz 29 Jak powstał wzór BMI?	I, II	nie dotyczy	podstawy przedsiębiorczości	tak	tak
Scenariusz 30 Jaka to funkcja?	I	praca z komputerami, tablica interaktywna	podstawy przedsiębiorczości, fizyka, geografia	tak	tak
Scenariusz 31 Co nam mówi BMI?	I	praca z komputerami, tablica interaktywna	fizyka	tak	tak

KOORDYNATOR PRZEDMIOTOWY	Stopień trudności (np. klasa I, II, III)	Innowacyjność produktu	Interdyscyplinarność	Możliwość pracy w grupach	Zadanie domowe
Scenariusz 32–35 Szyfrowanie informacji.	I	nie dotyczy	fizyka, informatyka	tak	tak
Scenariusz 36 Czy to na pewno punkt wspólny?	I, II	zastosowanie programu Cabri	geografia	tak	nie
Scenariusz 37 Mnożenie po wedyjsku.	I	nie dotyczy	fizyka, informatyka	tak	nie
Scenariusz 38 Przekroje sześcianu.	I, III	zastosowanie programu Cabri	fizyka, chemia	tak	tak
Scenariusz 39 Przybliżenia w życiu codziennym i matematyce.	I–III	nie dotyczy	geografia, fizyka	tak	tak
Scenariusz 40 Kiedy się mylimy – czyli o błędach w matematyce.	I	nie dotyczy	geografia, fizyka, podstawy przedsiębiorczości	tak	tak
Scenariusz 41 Jak poradzić sobie, gdy nie znamy rzeczywistych wielkości – czyli o szacowaniu.	I	nie dotyczy	geografia, fizyka, podstawy przedsiębiorczości	tak	tak
Zadania 101–105 Wykonywanie obliczeń procentowych.	I	nie dotyczy	podstawy przedsiębiorczości	nie	tak
Zadania 106–120 Zastosowanie równań, nierówności i układów równań liniowych.	I, II	nie dotyczy	fizyka, chemia	nie	tak
Zadania 121–130 Konstruowanie i rozwiązywanie równań i nierówności kwadratowych.	II	nie dotyczy	fizyka	nie	tak
Zadania 131–145 Opisywanie sytuacji za pomocą funkcji i rozumienie zależności.	I–III	nie dotyczy	geografia, fizyka	nie	tak
Zadania 146–155 Wykorzystanie komputera do rysowania wykresów funkcji.	I	nie dotyczy	fizyka	nie	tak
Zadania 156–165 Stosowanie pojęć i twierdzeń planimetrii.	I–III	nie dotyczy	geografia	nie	tak
Zadania 176–180 Potęga o wykładniku wymiernym i notacja wykładnicza.	I	nie dotyczy	fizyka, geografia, informatyka	nie	tak
Zadania 181–185 Pojęcie logarytmu i obliczenia.	I, II	nie dotyczy	fizyka	nie	tak
Zadania 186–200 Dowody z geometrii elementarnej.	I–III	nie dotyczy	fizyka	nie	tak
Kurs DL – Planimetria	I–III	nowoczesna forma	fizyka, geografia	tak	nie
Kurs DL – Stereometria	III	nowoczesna forma	fizyka	tak	nie
Kurs DL – Trygonometria	I–III	nowoczesna forma	fizyka	tak	nie

KOORDYNATOR PRZEDMIOTOWY	Stopień trudności (np. klasa I, II, III)	Innowacyjność produktu	Interdyscyplinarność	Możliwość pracy w grupach	Zadanie domowe
Film edukacyjny – Inżynieria mostów	I	nowoczesna forma	fizyka	tak	nie
Film edukacyjny – Logistyka	I	nowoczesna forma	podstawy przedsiębiorczości	tak	nie
Film edukacyjny – Matematyka w architekturze	I – III	nowoczesna forma	fizyka	tak	nie

3.2. Mapa kompetencji

Oznaczenie zadania	Wymaganie szczegółowe	Kompetencje w zakresie umiejętności posługiwania się liczbami	Kompetencje w zakresie umiejętności posługiwania się symbolami literowymi	Kompetencje w zakresie wyobraźni geometrycznej	Kompetencje w zakresie umiejętności stosowania matematyki
Scenariusz 22 Jak traktować najkrótszą odległość między dwoma punktami na mapie?	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> • oblicza odległość dwóch punktów; • zamienia jednostki; 	F, G F, Ch, G	F, G F, Ch, G	G	F, G F, Ch, G
Scenariusz 23 Zaprojektuj najkrótszą trasę między budynkiem szkoły a...	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> • oblicza odległość dwóch punktów; • oblicza średnią; • wykonuje obliczenia procentowe, zysk z lokat, oblicza podatki; • zna pojęcie wektora i przesunięcia o wektor; • interpretuje geometrycznie działania na wektorach; 	G PP, F PP F	PP F	F	G PP
Scenariusz 24 Jaka jest średnia prędkość pokonania trasy autobusem między budynkiem szkoły, a przystankiem X?	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> • oblicza odległość dwóch punktów; • oblicza średnią; 	G			G
Scenariusz 25 Jakie informacje o Twojej szkole można uzyskać przy pomocy map Google?	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> • zamienia jednostki; • rozpoznaje w bryłach kąty między odcinkami; • określa jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną; 	F	F		
Scenariusz 26 Co oznacza środek trasy dla pilota i kierowcy?	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza współrzędne środka odcinka; • znajduje obraz niektórych figur geometrycznych w symetrii względem prostej; 	F, G	F, G		

Oznaczenie zadania	Wymaganie szczegółowe	Kompetencje w zakresie umiejętności posługiwania się liczbami	Kompetencje w zakresie umiejętności posługiwania się symbolami literowymi	Kompetencje w zakresie wyobraźni geometrycznej	Kompetencje w zakresie umiejętności stosowania matematyki
Scenariusz 27 Czy nie wystarczy się zważyć?	Uczeń: • oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu;	B, Ch	B, Ch		B, Ch
Scenariusz 28 Po co kwadrat w mianowniku?	Uczeń: • interpretuje wielkości odwrotnie i wprost proporcjonalne; • oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe;	F PP	F PP	F	F PP
Scenariusz 29 Jak powstał wzór BMI?	Uczeń: • oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe, interpretuje te parametry dla danych empirycznych;	PP	PP		PP
Scenariusz 30 Jaka to funkcja?	Uczeń: • określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego; • odczytuje własności funkcji z wykresu; • wyznacza wzór funkcji na podstawie pewnych informacji o tej funkcji;	PP, F PP	PP, F	G	PP, F
Scenariusz 31 Co nam mówi BMI?	Uczeń: • określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego; • oblicza objętość brył;	F	F	F	F
Scenariusz 32–35 Szyfrowanie informacji.	Uczeń: • przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach;	F	F, I		I
Scenariusz 36 Czy to na pewno punkt wspólny?	Uczeń: • znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych w symetrii osiowej; • rozpoznaje trójkąty podobne;		G		
Scenariusz 37 Mnożenie po wedyjsku.	Uczeń: • przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach;	F	F, I		I, F
Scenariusz 38 Przekroje sześcianu.	Uczeń: • określa, jaką figurą jest dany przekrój graniastosłupa płaszczyzną;	F	F	F, Ch	
Scenariusz 39 Przybliżenia w życiu codziennym i matematyce.	Uczeń: • oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia;	G, F	G, F		
Scenariusz 40 Kiedy się mylimy – czyli o błędach w matematyce.	Uczeń: • wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej; • oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia; • wykonuje obliczenia procentowe;	G, F PP	G, F PP		G, F PP

Oznaczenie zadania	Wymaganie szczegółowe	Kompetencje w zakresie umiejętności posługiwania się liczbami	Kompetencje w zakresie umiejętności posługiwania się symbolami literowymi	Kompetencje w zakresie wyobraźni geometrycznej	Kompetencje w zakresie umiejętności stosowania matematyki
Scenariusz 41 Jak poradzić sobie, gdy nie znamy rzeczywistych wielkości – czyli o szacowaniu.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej; oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia; wykonuje obliczenia procentowe; 	G, F PP	G, F PP		G, F PP
Zadania 101–105 Wykonywanie obliczeń procentowych.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat; 	PP	PP		PP
Zadania 106–120 Zastosowanie równań, nierówności i układów równań liniowych.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności; rozwiązuje równania i nierówności liniowe i kwadratowe z parametrem; rozwiązuje nierówności I stopnia z jedną niewiadomą; rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych i kwadratowych; 	F, Ch	F, Ch		F, Ch
Zadania 121–130 Konstruowanie i rozwiązywanie równań i nierówności kwadratowych.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą; rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą; posługuje się w obliczeniach pierwiastkiem dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach; rozwiązuje równania i nierówności liniowe i kwadratowe z parametrem; szkicuje wykres funkcji kwadratowej korzystając z jej wzoru; wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie; 	F	F		
Zadania 131–145 Opisywanie sytuacji za pomocą funkcji i rozumienie zależności.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. wyznacza wzór funkcji linowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie; rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru; 	G, F F	G, F	G, F F	

Oznaczenie zadania	Wymaganie szczegółowe	Kompetencje w zakresie umiejętności posługiwania się liczbami	Kompetencje w zakresie umiejętności posługiwania się symbolami literowymi	Kompetencje w zakresie wyobraźni geometrycznej	Kompetencje w zakresie umiejętności stosowania matematyki
Zadania 146–155 Wykorzystanie komputera do rysowania wykresów funkcji.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru; odczytuje z wykresu własności funkcji; wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie; wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale; szkicuje wykres funkcji określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami, odczytuje własności takiej funkcji z wykresu; 	F	F	F	
Zadania 156–165 Stosowanie pojęć i twierdzeń planimetrii.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym; rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje cechy podobieństwa trójkątów; stosuje twierdzenie charakteryzujące czworokąty wpisane i opisane na okręgu; korzysta z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych; 			G	
Zadania 176–180 Potęga o wykładniku wymiernym i notacja wykładnicza.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> oblicza potęgi o wykładniku wymiernym i stosuje prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym; wykorzystuje podstawowe własności potęg; 	F, Ch, I	F, Ch, I		
Zadania 181–185 Pojęcie logarytmu i obliczenia.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje definicje logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku wymiernym; 	F	F	F	F

Oznaczenie zadania	Wymaganie szczegółowe	Kompetencje w zakresie umiejętności posługiwania się liczbami	Kompetencje w zakresie umiejętności posługiwania się symbolami literowymi	Kompetencje w zakresie wyobraźni geometrycznej	Kompetencje w zakresie umiejętności stosowania matematyki
Zadania 186–200 Dowody z geometrii elementarnej.	Uczeń:				
	<ul style="list-style-type: none"> korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi; rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje cechy podobieństwa trójkątów; stosuje tw. Talesa i twierdzenie odwrotne do tw. Talesa do obliczania długości odcinków i ustalania równoległości prostych; korzysta z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych; znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem tw. sinusów i cosinusów; stosuje twierdzenie charakteryzujące czworokąty wpisane i opisane na okręgu. 	F	F	F	
		F	F	F	

Legenda:

F – fizyka

Ch – chemia

PP – podstawy przedsiębiorczości

I – informatyka

G – geografia

B – biologia

3.3. Scenariusze lekcji

Scenariusz nr 22 lekcji przeprowadzonej w klasie I liceum (lub dowolnej gimnazjum) z matematyki

TEMAT: Jak traktować najkrótszą odległość między dwoma punktami na mapie?

- Autor:** Zdzisława Hojnacka
- Klasa:** I liceum lub III gimnazjum (ok. 30 uczniów)
- Program (treści):** pojęcie odległości na płaszczyźnie i na sferze, jednostki długości stosowane w mapach Google, narzędzia do pomiaru długości, zamiana jednostek długości, błąd względny i bezwzględny.
- Czas trwania:** 1–2 lekcji w zależności od kreatywności uczniów (zajęcia powinny być poprzedzone lekcją TI, na której zapoznają się z aplikacjami map Google (<http://maps.google.com>) lub Google Maps Distance Calculator (<http://www.daftlogic.com/projects-google-maps-distance-calculator.htm>).
- Czas realizacji:** 45–90 min
- Metody przeprowadzenia lekcji:** klasyczna metoda problemowa, dyskusja, metoda przypadków, burza mózgów.

7. **Formy pracy:** zajęcia klasowo-lekcyjne, praca grupowa jednolita.

8. **Cele:**

- podniesienie umiejętności rozróżniania i porównywania odległości między punktami na płaskiej mapie i na globusie oraz aproksymacji odległości odcinkami,
- podniesienie wiedzy o pojęciu odległości między punktami,
- nabycie umiejętności tworzenia modelu matematycznego, pozwalającego wyznaczyć odległość między dwoma miejscami na globusie przy pomocy dostępnych metod,
- podniesienie umiejętności zamiany jednostek długości.

9. **Spodziewane efekty** (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń):

- uczniowie są świadomi różnic, między odległością punktów a długością odcinka; potrafią ocenić sytuację, w których takich przybliżen można dokonywać,
- uczniowie znają jednostki długości stosowane w mapach Google i potrafią je zamieniać.

Wymagania szczegółowe:

Uczeń:

- oblicza odległość dwóch punktów – kategoria taksonomiczna C,
- zamienia jednostki – kategoria taksonomiczna B.

10. **Metody sprawdzania osiągniętych celów:**

Adekwatnie do zaimplementowanych aktywizujących metod pracy – założono intensywne wykorzystanie samooceny i wzajemnej oceny kształtującej uczniów:

- wzajemna kontrola wyników zadania I (karta pracy) w sąsiednich grupach uczniowskich monitorowana przez nauczyciela,
- wzajemna ocena wypowiedzi uczniów podczas dyskusji,
- samodzielne sprawdzenie poprawności metody poprzez porównanie z wynikiem odczytanym z map Google.

11. **Sposoby motywowania uczniów:**

- stosowanie map Google postrzeganych przez uczniów jako przejaw nowoczesności i realnej przydatności; wykorzystanie dostępnych tam rodzajów matematycznej informacji i danych pozwala dostrzec związki między matematyką i praktyką,
- sposób prowadzenia lekcji naturalnie integruje treści kilku przedmiotów (matematyka, fizyka, geografia, TI) i łamie oderwany od życia szkolny podział na przedmioty uniwersyteckie,
- wykorzystanie i pobudzanie kreatywności i prezentacji (uczniowskie prezentacje pomysłów własnych przed całą klasą),
- nauczyciel monitoruje pracę uczniów i sugeruje rozwiązania, pozostawiając im dużą swobodę twórczą; powinien starać się dostrzegać zalety każdego pomysłu własnego uczniów,
- nie ma jedynie słusznych wyników, każdy wynik, także błędny, jest wkładem w porównania i dyskusje.

12. **Przygotowanie do lekcji** (jakie warunki powinny być spełnione, aby prawidłowo przeprowadzić lekcje):



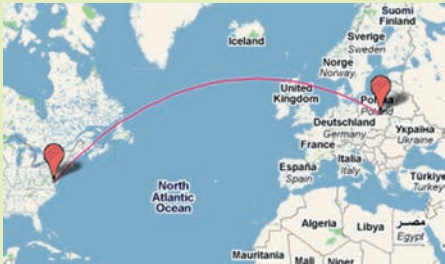
- Uczniowie dobierają się w grupy 2-, 3-, 4-osobowe. Ze względu na najlepsze wykorzystanie kreatywności uczniów i współpracy grupowej, lekcję najlepiej przeprowadzić w sali z dostępem do kilku komputerów i Internetu (optymalnie jeden komputer na grupę). Uczniowie mogą również przynieść własne laptopy i podłączyć się do sieci przez Wi-Fi. Przygotowanie do lekcji może przeprowadzić także nauczyciel w ramach lekcji TI. Wersja dopuszczalna w przypadku złych warunków technicznych, ale niezalecana (jako najmniej prokreatywna): nauczyciel przygotowuje materiały w formie kserokopii map Google.


13. **Środki dydaktyczne** (wersja najbardziej kreatywna):

- komputery z dostępem do Internetu dla każdej grupy lub komputer nauczycielski z projektorem,
- kalkulatory (mogą być telefony komórkowe),
- globus.

14. **Słowniczek pojęć:** odległość między punktami na płaszczyźnie i na sferze, długość łuku, długość odcinka, jednostka długości, mila (lądowa = angielska), mila morska, kilometr, metr, stopa i ich odpowiedniki po angielsku (mile, nautical mile, kilometre, metre, feet).

15. Przebieg lekcji:

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	Rozpoczyna dyskusję: <i>W jaki sposób i jakimi narzędziami można mierzyć odległość między dwoma punktami oraz jakich jednostek długości można używać do pomiaru?</i>	Przypominają sobie z własnego doświadczenia wszystkie jednostki długości, opowiadają w jakich sytuacjach dokonywali pomiarów, jakich narzędzi używali.	5 min	Pojęcie odległości, jednostki długości, dobieranie odpowiedniej jednostki do sytuacji, przypomnienie narzędzi do mierzenia odległości. Uczniowie odnoszą się do swoich doświadczeń.
2.	Zadaje pytanie: <i>Jakich jednostek używa się do pomiaru odległości w geografii?</i> Informuje, że będą używać map Google, a tam przydatne będą: mila angielska (lądowa), mila morska, kilometr, metr, stopa. Zleca wykonanie zadania I w karcie pracy.	Zapisują na tablicy, w zeszytach lub karcie pracy potrzebne jednostki długości z przelicznikami. Mogą sprawdzić te informacje w Internecie. Wykonują zadanie I. Mogą stosować kalkulatory. Uczniowie pracują w grupach i sprawdzają swoje obliczenia.	15 min	Zamiana jednostek, wyszukiwanie informacji w Internecie.
3.	Rzuca problem: <i>Jak zmierzyć odległość (najkrótszą) między Warszawą a Nowym Jorkiem?</i> Słucha propozycji uczniów, wszyscy zastanawiają się, czy pomysły są realne do wykonania. Realne pomysły zleca ich autorom do wykonania i zaprezentowania na następnej lekcji. Jeśli wynik będzie zbliżony do odczytanych na lekcji z map Google, nauczyciel powinien wystawić ocenę bdb.	Uczniowie prezentują swoje pomysły i komentują je wzajemnie. Jeśli pomysłów będzie więcej, uczniowie powinni je zaprezentować i sprawdzić na następnej lekcji. Nauczyciel powinien na to zarezerwować następną lekcję.	10 min	Argumentowanie, obrona swoich wywodów, ocenianie, wyszukiwanie błędów w rozumowaniu kolegów, kreatywność.
4.	Poleca wczytanie map Google, włączenie aplikacji „Narzędzia do pomiaru”  lub nakładki Google Maps Distance Calculator, zaznaczenie dwóch punktów w przybliżeniu odpowiadających położeniu Warszawy i Nowego Jorku, następnie stolicy Hiszpanii i Japonii.	Wykonują polecenie i odczytują odległość w kilometrach i milach, zapisują wyniki w kartach pracy (zadanie II). 	5 min	Rozpoznawanie kontynentów i położenia geograficznego miast.
5.	Rozpoczyna burzę mózgow: <i>Dlaczego linia łącząca dwa punkty na mapie nie jest odcinkiem?</i> (Jeżeli dla uczniów burza mózgow jest nowością, nauczyciel powinien ich wprowadzić, podkreślić ważność każdego, dowolnego zwerbalizowanego pomysłu.)  (Przydatny będzie globus, na którym uczniowie lepiej zrozumieją zakrzywienie linii.)	Dyskutują, formułują swoje hipotezy.	10 min	W sposób intuicyjny uczniowie odkrywają geometrię nieeuklidesową i porównują z geometrią euklidesową. Wymyślają, w jakich przypadkach można przyjmować, że odległość między punktami jest długością odcinka łączącego te punkty.

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
	<p>Zleca wyznaczenie odległości między dwoma miastami w Polsce.</p>  <p>Zachęca do zastanowienia się, dlaczego linia łącząca miasta tym razem jest odcinkiem.</p>			
6.	<p>Zachęca uczniów do zrekapitulowania kolejnych etapów lekcji, czynności wykonywane przez nich.</p> <p>Omawia zadanie domowe i przypomina pojęcie błędu bezwzględnego i względnego.</p>	<p>Uczniowie formułują pojęcia, o których mówili, algorytmy, które wykonywali, przy zamianie jednostek i swoje hipotezy.</p>	5 min	<p>Uczniowie uczą się dokonywania podsumowań, syntezy, systematyzowania wiadomości, ewaluacji osiągniętych efektów i możliwych zastosowań.</p>

Załącznik I – Karta pracy ucznia:

Zadanie I	
<p>Zamień jednostki długości (będą Ci potrzebne przy stosowaniu map Google).</p>	1 mila = km = m = stóp
	1 km = mil = m = stóp
	1 m = km = mil = stóp
	1 stopa = m = km = mil
	1 mila morska = mila (lądowa) = m = stóp
Zadanie II	
<p>Podaj odległość między Warszawą a Nowym Jorkiem, w kilometrach i milach.</p> <p>Napisz działanie pozwalające zamienić kilometry na mile.</p> <p>Czy Twój wynik pokrywa się z odczytanym?</p> <p>Analogiczne zadanie wykonaj dla stolicy Hiszpanii i Japonii.</p>	Odległość W – NJ = km
	Odległość W – NJ = mil
Zadanie III	
<p>Wybierz dwa miasta w Polsce, Twoim zdaniem najbardziej oddalone od siebie. Podaj ich odległość w kilometrach i milach.</p> <p>Napisz działanie, pozwalające zamienić mile na kilometry.</p> <p>Czy Twoje wyniki pokrywają się z odczytanymi?</p>	Odległość = km
	Odległość = mil

Zadanie domowe	
Zaprojektuj krok po kroku i zademonstruj w klasie, sposób na wyznaczenie odległości między dwoma miejscami na globusie. Porównaj swój wynik z odczytanym w mapach Google. Oblicz błąd względny i bezwzględny.	Odległość między a odczytana z mapy wynosi $D = \dots\dots\dots$ km
	Odległość obliczona przeze mnie wynosi $d = \dots\dots\dots$ km
	Błąd bezwzględny
	Błąd względny

Scenariusz nr 23 lekcji przeprowadzonej w klasie I liceum (lub III gimnazjum) z matematyki

(* gwiazdką oznaczono treści w wersji rozszerzonej o korelację z fizyką)

TEMAT: Zaprojektuj najkrótszą trasę między budynkiem szkoły a...

Tu można wstawić dowolne miejsce, w odległości osiągalnej przez uczniów na piechotę (teatr, muzeum, stadion, dom kultury, itp.). Najlepiej, aby cel był dobrany w porozumieniu z nauczycielem np. na lekcji języka polskiego, historii, w-f, geografii etc., dla choćby symbolicznego skorelowania z treściami programowymi innych przedmiotów. Dalej w scenariuszu punkty te (budynku szkoły i celu spaceru) będą oznaczone literami A i B.

1. **Autor:** Zdzisława Hojnacka
2. **Klasa:** I liceum lub III gimnazjum (ok. 30 uczniów)
3. **Program (treści):** średnia arytmetyczna, optymalizacja drogi, jednostki drogi i czasu, układ SI, obliczenia procentowe, * przemieszczenie, zależności między wynikami teoretycznymi a praktycznymi.
4. **Czas trwania:** 1–3 lekcji w klasie (sali lekcyjnej) w zależności od tempa pracy uczniów i decyzji o rozszerzeniu o lekcję fizyki. Pozostały czas trwania zajęć zależy od ewentualnej synchronizacji ze zbiorową wycieczką w teren lub/i realizacją innych, pozamatematycznych celów wyznaczonych na innych przedmiotach nauczania.
5. **Czas realizacji:** 45–135 min (w klasie) + czas trwania wycieczki.
6. **Metody przeprowadzenia lekcji:** klasyczna metoda problemowa, dyskusja, metoda aktywnego opisu, doświadczenia w terenie.
7. **Formy pracy:** zajęcia klasowo-lekcyjne, praca grupowa jednolita, wycieczka w teren.
8. **Cele:**
 - zaprojektowanie przy pomocy map Google najkrótszej pieszej trasy między A i B,
 - sprawdzenie otrzymanych wyników za pomocą:
 - (wersja standardowa): odbiornika GPS lub smartfonu z GPS i programem zapisującym trasę dla map Google,
 - (wersja mini): krokomierza lub licznika rowerowego,
 - (wersja maxi): kilku metod (dla porównania wyników).
 - nabycie umiejętności wyszukiwania przy pomocy map Google najkrótszej trasy i zrozumienie znaczenia pojęcia optymalizacja danych,
 - doskonalenie (ewentualne nabycie) umiejętności obliczania średniej drogi i czasu,
 - doskonalenie umiejętności wykonywania obliczeń procentowych,
 - * jeśli zajęcia są połączone (zsynchronizowane) z lekcją fizyki, celem jest również doskonalenie (nabycie) umiejętności w rozróżnianiu pojęć przemieszczenia (wektor) i drogi (skalar).
9. **Spodziewane efekty** (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń). Uczniowie:
 - zaplanują, przetestują i sprawdzą praktycznie trasę na mapach Google (oraz ewentualnie miniwycieczkę dydaktyczną),
 - prześledzą zależności między wynikami otrzymanymi w teorii i rzeczywistymi,
 - rozumieją znaczenie pojęcia optymalizacji drogi,

- potrafią wykonywać obliczenia procentowe i obliczać średnią długość drogi,
 - podnieśli umiejętności samodzielnego weryfikowania obliczeń teoretycznych za pomocą metod praktycznych.
- Wymagania szczegółowe:
 Uczeń:
- oblicza odległość dwóch punktów – kategoria taksonomiczna C,
 - oblicza średnią – kategoria taksonomiczna C,
 - wykonuje obliczenia procentowe, zysk z lokat, oblicza podatki – kategoria taksonomiczna C,
 - zna pojęcie wektora i przesunięcia o wektor – kategoria taksonomiczna A,
 - interpretuje geometrycznie działania na wektorach – kategoria taksonomiczna D.

10. Metody sprawdzania osiągniętych celów:

- uczniowie sami sprawdzą (zweryfikują za pomocą triangulacji metod) jak różni się wynik teoretyczny od praktycznego,
- uczniowie wzajemnie skontrolują otrzymane pomiary i wyniki zadań (karta pracy) – w swojej grupie i w sąsiednich grupach uczniowskich; nauczyciel będzie monitorował pracę uczniów oraz poprawność i rzetelność weryfikacji wyników,
- uczniowie wzajemnie ocenią wypowiedzi kolegów podczas dyskusji.

Komentarz ZH: ze względu na przyjęte metody problemowe, położono nacisk na samoocenę i ocenę wzajemną. Rolą nauczyciela będzie wspieranie oraz kontrola jakości tego procesu, a nie bezpośrednio wyników.

11. Sposoby motywowania uczniów:

- Zajęcia mogą (i nauczyciel powinien tego dopilnować) angażować uczniów w ruch na świeżym powietrzu, zastosowanie w matematyce prostych narzędzi związanych ze sportami (krokomierz, licznik rowerowy) lub/i nowoczesnych narzędzi cyfrowych (GPS, smartfon etc.). Jest tu duże pole do inwencji uczniów w wymyślaniu ciekawych tras, oryginalnych i niestandardowych metod pomiaru, zastosowanie ciekawych gadżetów, itp. Nauczyciel powinien zapewnić uczniów, że każda niestandardowa metoda pomiaru jest pożądana, bo wnosi dodatkowe możliwości dla porównań i weryfikacji; jednocześnie powinien jasno podać niezbędne wspólne minimum (tu: mapy Google jako punkt wyjścia do obliczeń oraz jakaś metoda weryfikacji wyników).
- pokazanie realnej przydatności matematyki w praktycznych zastosowaniach,
- sposób prowadzenia lekcji naturalnie integruje treści kilku przedmiotów (matematyka, fizyka, geografia, TI) i łamie, oderwany od życia, szkolny podział na przedmioty uniwersyteckie,
- nauczyciel monitoruje pracę uczniów i sugeruje rozwiązania, pozostawiając im dużą swobodę twórczą,
- nie ma jedynie słusznych wyników, każdy wynik, także błędny, jest wkładem w porównania i dyskusje,
- nauczyciel wpisuje dobre stopnie (plusy i inne elementy oceny) w zależności od wkładu pracy, celności, poprawności wyników oraz dążenia do rzetelnej weryfikacji wyników samooceny, a także wkładu w grupowe osiągnięcia w uczeniu się.

12. Przygotowanie do lekcji (jakie warunki powinny być spełnione, aby prawidłowo przeprowadzić lekcję):

- uczniowie dobierają się w grupy (dwo-, trzy- lub czteroosobowe),
- ze względu na najlepsze wykorzystanie kreatywności uczniów i współpracy grupowej, lekcję najlepiej przeprowadzić w sali z dostępem do kilku komputerów, Internetu (optymalnie jeden komputer na grupę), drukarki; uczniowie mogą również przynieść własne laptopy i podłączyć się do sieci, np. przez Wi-Fi,
- dla przetestowania teoretycznie wyznaczonych tras uczniowie powinni przynieść dowolne urządzenie określające przebytą drogę (np. krokomierz, licznik rowerowy, GPS).

Komentarz ZH: właśnie w celu uniknięcia różnicowania uczniów ze względu na np. stan majątkowy (np. drogi smartfon), nauczyciel powinien promować nawet najoryginalniejsze rozwiązania alternatywne (np. bardzo tani – wykonany z listewek trójkąt o boku jednego arsyzyna (i obwodzie jednego sążnia) do pomiaru drogi „toczeniem” po chodniku).

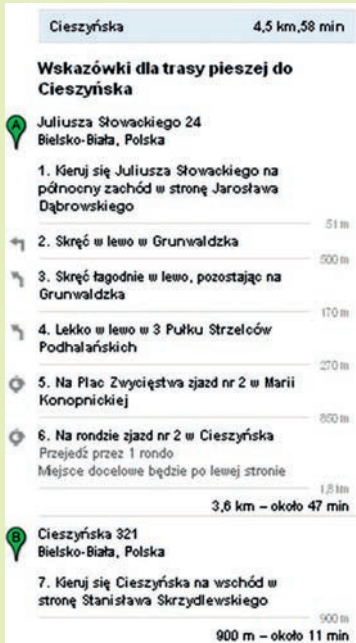
13. Środki dydaktyczne (wersja najbardziej kreatywna):

- komputery z dostępem do Internetu dla każdej grupy,
- drukarka,
- kalkulatory (mogą być telefony komórkowe),

- GPS lub smartfon z programem zapisującym trasę dla map Google, krokomierz lub licznik rowerowy,
- tablica, na której można przyczepiać kartki.

14. **Słowniczek pojęć:** optymalizacja, średnia arytmetyczna, procent, jednostka SI (na przykładzie metra i sekundy), * wektor AB, * przemieszczenie, * droga, * długość wektora przemieszczenia.

15. **Przebieg lekcji:**

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	<p>Zleca wpisanie do map Google adresów punktów A, B i wyszukanie trasy pieszej o jak najmniejszej długości.</p> <p>Trudniejsza wersja, ale dająca więcej możliwości, może zawierać punkt pośredni C.</p> <p>Zleca wydrukowanie „wskazówek dla trasy”, jeśli nie ma takiej możliwości, przepisanie na kartkę etapów pośrednich, długości i czasu i przyczepienie jej na tablicy.</p> <p>Informuje, że czas na wykonanie tego zadania wynosi 10 min.</p>	<p>Wpisują adresy punktów A i B, wyszukują i porównują długości i czasy tras. Przypinają na tablicę swoje propozycje.</p> 	10 min	<p>Poprzez wielokrotne przedstawianie punktów trasy i szukanie najmniejszej długości, uczniowie zauważają, że kształt najkrótszej trasy przypomina odcinek.</p> <p>W sposób intuicyjny, poprzez wiele prób, rozumieją pojęcie optymalizacji.</p>
2.	Zleca wykonanie zadania I z karty pracy.	<p>Oglądają trasy innych grup. Dzielą się wynikami (między grupami, patrz zadanie I), porównują je i wybierają najlepszy wynik.</p>	5 min	<p>Gromadzenie danych i ich analiza, zamiana jednostek czasu.</p> <p>Umiejętność zauważenia, że wynik „najlepszy” oznacza w tym przypadku najmniejszy.</p>
3.	Zleca wykonanie zadania II z karty pracy.	<p>Obliczają średnią drogę i czas. Wynik końcowy podają w jednostkach SI (metry, sekundy).</p>	5 min	<p>Algorytm obliczania średniej arytmetycznej, zamiana jednostek, znajomość jednostek SI.</p>
4.	<p>Zleca (wykonanie zadania III w karcie pracy):</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. wyznaczenie odległości AB przy pomocy aplikacji „narzędzie do pomiaru” (jeśli w stosowanej przeglądarce ta aplikacja nie działa, można to zrobić przy pomocy Google Maps Distance Calculator), 2. porównanie długości swoich tras z odległością AB odczytaną z mapy, 3. * podanie różnicy między przemieszczeniem z pkt A do B, a odległością AB. To zagadnienie może być realizowane na lekcjach fizyki. 	<p>Wyznaczają długość odcinka AB, porównują z długością swojej trasy i innych grup.</p> <p>* Dyskutują nad różnicami między pojęciem przemieszczenia a odległością.</p>	15 min	<p>Umiejętność wyciągania wniosków z porównania metod praktycznej i teoretycznej, np. że praktycznie nie jest niemożliwe, aby długość trasy była równa długości odcinka AB.</p> <p>* Poznają/utrwalają pojęcia: wektor AB, odcinek AB, długość wektora, długość odcinka, przemieszczenie, droga.</p>

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
5.	Zachęca uczniów do zrekapitulowania kolejnych etapów lekcji, czynności wykonywane przez nich.	Formułują pojęcia, wnioski z dyskusji.	5 min	Umiejętność dokonywania podsumowań, syntezy, systematyzowania wiadomości, ewaluacji osiągniętych wyników.

Załącznik I – Karta pracy ucznia:

Zadanie I			
Odpisz wyniki, jakie otrzymali Twoi koledzy. Kto otrzymał najlepszy wynik?	Długość / czas	Długość / czas	
	Gr. 1 km / min = godz.	Gr. 2 km / min = godz.	
	Gr. 3 km / min = godz.	Gr. 4 km / min = godz.	
	Gr. 5 km / min = godz.	Gr. 6 km / min = godz.	
	Gr. 7 km / min = godz.	Gr. 8 km / min = godz.	
	Gr. 9 km / min = godz.	Gr. 10 km / min = godz.	
Zadanie II			
Oblicz średni czas pokonania drogi i długość dróg (dla wszystkich tras). Wynik podaj w jednostkach SI.	Średnia dł. =		
	Średni czas =		
Zadanie III			
Odczytaj z mapy Google odległość, odczytaj z tablicy w klasie długość najkrótszej drogi między punktami A i B wytyczonej przez kolegów. Oblicz: <ul style="list-style-type: none"> o ile pierwsza wielkość różni się od drugiej; wynik przedyskutuj i zinterpretuj, o ile procent twoja droga jest większa od odległości AB, o ile procent odległość AB jest mniejsza od twojej drogi, jakim procentem odległości D jest długość L, jakim procentem długości L jest odległość D. 	Odległość między A i B = D = km = m		
	Długość najkrótszej drogi między AB w klasie = L = km = m		
	D – L = m, L – D = m Co powiesz o otrzymanych wynikach?		

Scenariusz nr 24 lekcji przeprowadzonej w klasie I liceum (lub III gimnazjum) z matematyki

TEMAT: Jaka jest średnia prędkość pokonania trasy autobusem między budynkiem szkoły a przystankiem X?

W miejsce X należy wstawić końcowy cel trasy (patrz pkt 12 – „Przygotowanie do lekcji”). Uczniowie mogą znać pojęcie prędkości, jako wielkości wektorowej, dlatego należy wyjaśnić, że podczas lekcji prędkość będzie wielkością skalarną a nie wektorową.

1. **Autor:** Zdzisława Hojnacka
2. **Klasa:** I liceum lub III gimnazjum (ok. 30 uczniów)
3. **Program (treści):** prędkość średnia, prędkość chwilowa, średnie zużycie paliwa, analiza czasów przejazdu na rozkładzie jazdy.
4. **Czas trwania:** 2 lekcje w klasie (sali lekcyjnej). Dodatkowy czas (zadanie domowe) to samodzielna wycieczka w teren oraz jedna lekcja na prezentacje i podsumowanie wyników otrzymanych podczas wycieczki.
5. **Czas realizacji:** 90–135 min (w klasie) + czas trwania wycieczki (czas poza szkołą).
6. **Metody przeprowadzenia lekcji:** klasyczna metoda problemowa, dyskusja, prezentacja publiczna, metoda aktywnego opisu, doświadczenia w terenie.
7. **Formy pracy:** zajęcia klasowo-lekcyjne, praca grupowa jednolita (ewentualnie zróżnicowana), wycieczka w teren.
8. **Cele:**
 - nabycie umiejętności wyszukiwania, gromadzenia, analizowania i celowego wykorzystywania praktycznych informacji z powszechnie dostępnych źródeł cyfrowych i tradycyjnych (rozkłady jazdy, mapy Google etc.),
 - nabycie umiejętności sprawdzania i weryfikacji otrzymanych wyników, samodzielnego doboru metod testowania (np. samodzielne przebycie trasy autobusem i samochodem, dokonanie pomiarów),
 - kształtowanie umiejętności dostrzegania i oceny wpływu różnych źródeł, odstępstw między teorią a praktyką (np. nieuwzględnienia znaków drogowych, sygnalizacji świetlnej, korków ulicznych, odmiennego zużycia paliwa przez różne marki samochodów, itp.),
 - kształtowanie umiejętności obliczania średniej, rozróżniania różnych średnich i ich współzależności,
 - kształtowanie umiejętności prezentacji publicznej.
9. **Spodziewane efekty** (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń). Uczniowie:
 - zaplanują, przetestują i sprawdzą praktycznie trasę utworzoną na mapach Google (oraz ewentualnie miniwycieczkę dydaktyczną),
 - podniosą umiejętność korzystania z rozkładów jazdy i wyszukiwania potrzebnych informacji (tu: do analizy trasy),
 - nauczą się obliczać średnią prędkość, średnie zużycie paliwa,
 - nauczą się rozróżniać średnią prędkość na całej trasie (składającej się z kilku fragmentów, pokonywanych z różnymi prędkościami) od średniej arytmetycznej prędkości cząstkowych,
 - podniosą umiejętności samodzielnego weryfikowania obliczeń teoretycznych za pomocą metod praktycznych.

Wymagania szczegółowe:
Uczeń:

 - oblicza odległość dwóch punktów – kategoria taksonomiczna C,
 - oblicza średnią – kategoria taksonomiczna C.
10. **Metody sprawdzania osiągniętych celów:**
 - uczniowie sami sprawdzą (zweryfikują za pomocą triangulacji metod), jak różni się wynik teoretyczny od praktycznego,
 - uczniowie wzajemnie skontrolują otrzymane pomiary i wyniki zadań (karta pracy) – w swojej grupie; nauczyciel będzie monitorował pracę uczniów oraz poprawność i rzetelność weryfikacji wyników,
 - uczniowie wzajemnie ocenią wypowiedzi kolegów podczas dyskusji.

Komentarz ZH: ze względu na przyjęte metody problemowe położono nacisk na samoocenę i ocenę wzajemną. Rolą nauczyciela będzie wspieranie oraz kontrola jakości tego procesu a nie bezpośrednio wyników.

11. Sposoby motywowania uczniów:

- nauczyciel na początku lekcji (w ramach powtórki) stosuje „rozgrzewkę umysłową”, polegającą na obliczaniu w pamięci średniej prędkości przy prostych danych,
- praktyczna weryfikacja teoretycznych wyników daje możliwość zaistnienia uczniom najslabszym (każdy może przebyć wyznaczoną trasę wybranym środkiem transportu, np. autobusem lub samochodem) i zapisać zaobserwowane parametry trasy,
- nauczyciel monitoruje pracę uczniów i sugeruje rozwiązania,
- nie ma jedynie słusznych wyników, każdy wynik, także błędny, jest wkładem w porównania i dyskusje,
- nauczyciel wpisuje stopnie (plusy i inne elementy oceny) w zależności od wkładu pracy, celności, poprawności wyników oraz dążenia do rzetelnej weryfikacji wyników samooceny, także wkładu w grupowe osiągnięcia w uczeniu się.

12. Przygotowanie do lekcji (jakie warunki powinny być spełnione, aby prawidłowo przeprowadzić lekcję):


- uczniowie dobierają się w grupy (dwo-, trzy- lub czteroosobowe),
- ze względu na najlepsze wykorzystanie kreatywności uczniów i współpracy grupowej, lekcję najlepiej przeprowadzić w sali z dostępem do kilku komputerów, Internetu (optymalnie jeden komputer na grupę), drukarki; uczniowie mogą również przynieść własne laptopy i podłączyć się do sieci np. przez Wi-Fi,
- nauczyciel powinien wcześniej dobrać cel trasy (punkt X) i trasę z przystankami w punktach A, B, ..., X, tak, aby spełnione były warunki:
 - punkt docelowy X i trasa dojazdu powinna być znana jak największej grupie uczniów,
 - (łatwiejsza wersja) do celu powinno dać się dotrzeć bez przesiadek, najlepiej różnymi liniami autobusowymi lub/i innymi środkami lokomocji, aby uzyskać jak najlepsze materiały i powody do porównań i dyskusji.





13. Środki dydaktyczne (wersja najbardziej kreatywna):

- komputery z dostępem do Internetu dla każdej grupy,
- drukarka,
- stoper lub timer,
- kalkulatory (mogą być w telefonach komórkowych),
- autobus, samochód, inne środki lokomocji.

14. Słowniczek pojęć: prędkość, prędkość chwilowa, prędkość średnia.

15. Przebieg lekcji:

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	Nakłania do wymyślenia, jakie dane będą potrzebne do obliczenia średniej prędkości. Przypomina wzory na zależność między prędkością, drogą i czasem w ruchu jednostajnie przostoliniowym, jednostki. Zadaje kilka prostych przykładów do rozwiązania w pamięci, za każdym razem zmienia jednostki.	Przypominają wielkości potrzebne do obliczania prędkości i używane jednostki. Przypominają wzór i zapisują go na tablicy i w zeszytach. Rozwiązują w pamięci proste zadania.	10 min	Znajomość i utrwalenie wzoru $\text{prędkość} = \frac{\text{droga}}{\text{czas}}$ i stosowanych jednostek w kontekście postawionego problemu.
2.	Przedstawia problem zasygnalizowany w temacie. Informuje o punkcie docelowym, celowo nie podaje czasu rozpoczęcia wycieczki. Przypomina o sprawdzeniu danych, dotyczących dojścia ze szkoły do najbliższego przystanku. Informuje, że będzie potrzebny lokalny rozkład jazdy MZK. Zleca wykonanie zadania I z karty pracy.	W mapach Google wyszukują najbliższy przystanek autobusowy, wyznaczają parametry trasy pieszej między szkołą a przystankiem. W Internecie wyszukują rozkłady jazdy autobusów, wybierają linie autobusowe, drukują lub przepisują przystanki.	15 min	Optimalizacja drogi, wyszukiwanie, odczytywanie i analiza informacji. 

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
3.	<p>Zleca wykonanie zadania II w karcie pracy.</p> <p>Informuje, że przy tworzeniu trasy mają wybrać opcję z „trasą samochodową” oznaczoną  i przypomina o zapisaniu średniego zużycia paliwa (nieliczne miasta w Polsce objęte są usługą „transport publiczny” w mapach Google).</p> <p>Wyjaśnia, że trasa samochodowa będzie symulacją trasy autobusowej. Czasy przejazdu między kolejnymi przystankami (do ewentualnego porównania z rozkładem jazdy) widoczne są w mapach Google po kliknięciu opcji „drukuj”.</p> 	<p>W mapach Google tworzą trasę poprzez dodawanie kolejnych „celów podróży”. Dzięki możliwości zbliżania miejsca i stosowania mapy satelitarnej, mogą dokonywać ręcznej korekty usytuowania przystanków.</p>  <p>Wyszukują czasy przejazdu między kolejnymi przystankami, wypisują je w karcie pracy. Odpisują średnie zużycie paliwa.</p>	25 min	<p>Wyszukiwanie, gromadzenie, odczytywanie i analiza informacji. Czytanie mapy i orientacja w terenie.</p> 
4.	<p>Zleca wykonanie zadania III w karcie pracy. Obliczenie średniej prędkości na każdym odcinku trasy oddzielnie i analizę tych prędkości.</p> <p>Sprawdza, czy wszystkie grupy ujednoliciły jednostki.</p>	<p>Odczytują drogi i czasy każdego fragmentu trasy, obierają te same jednostki, obliczają średnie prędkości na każdym odcinku trasy (łącznie z częścią pieszą do przystanku), porządkują prędkości, analizują wyniki.</p>	10 min	<p>Algorytm obliczania średniej prędkości na każdym odcinku trasy, zamiana jednostek w celu porównania prędkości średniej na każdym odcinku trasy, porządkowanie liczb i wyciągnięcie wniosków z otrzymanych wyników.</p>
5.	<p>Zleca wykonanie zadań IV i V w karcie pracy:</p> <ul style="list-style-type: none"> • obliczenie średniej szybkości odbycia całej trasy, • obliczenie średniej arytmetycznej z szybkości na kolejnych etapach trasy. <p>Nakłania do dyskusji i zbadania, w jakich warunkach te wyniki są równe, a kiedy się różnią.</p>	<p>Obliczają całkowitą drogę i całkowity czas, piszą wzory, obliczają średnią szybkość. Obliczają średnią arytmetyczną z wszystkich szybkości, porównują i analizują otrzymane wyniki.</p>	10 min	<p>Umiejętność obliczania średniej szybkości na całej trasie i pokazanie, że liczba ta, nie zawsze równa się średniej arytmetycznej z szybkości na poszczególnych fragmentach trasy.</p> <p>Umiejętność stawiania hipotez, sprawdzania ich, formułowania wzorów.</p>
6.	<p>Omawia zadanie domowe (karta pracy), w którym uczniowie samodzielnie zaprojektują metodę sprawdzenia wyników teoretycznych, otrzymanych w klasie i omówią efekty działań na następnej lekcji.</p>	<p>Uczniowie podają swoje propozycje zastosowanych metod pomiaru i narzędzi.</p>	5 min	<p>Kreatywność w wymyślaniu metod pomiaru.</p>

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
7.	Zachęca uczniów do zrekapitulowania kolejnych etapów lekcji, czynności wykonywane przez nich.	Formułują pojęcia, wnioski z dyskusji.	5 min	Umiejętność dokonywania podsumowań, syntezy, systematyzowania wiadomości, ewaluacji osiągniętych wyników.

Załącznik I – Karta pracy ucznia:

Zadanie I		
<p>Znajdź w Internecie rozkład jazdy MZK i wybierz linię autobusową, którą można dostać się ze szkoły do punktu X. Pierwszy przystanek powinien znajdować się jak najbliżej szkoły. Wypisz wszystkie przystanki, niezbędne do pokonania tej trasy.</p>	Przystanki linii autobusowej nr Czas dojścia do przystanku: $t_p = \dots \dots \dots$ min Długość drogi pieszej do przystanku: $s_p = \dots \dots \dots$ m	
	A. Przystanek najbliżej budynku szkoły	E.
	B.	F.
	C.	G.
	D.	
Zadanie II		
<p>Wypisz z rozkładu jazdy, czasy przebycia drogi między przystankami. W mapach Google wprowadź kolejne przystanki jako oddzielne „cele podróży”. Utwórz trasę dla „samochodu” i wydrukuj ją (ewentualnie przerysuj).</p>	Czasy przebycia trasy między przystankami: A – B : $t_{AB} = \dots \dots \dots$ min B – C : $t_{BC} = \dots \dots \dots$ min C – D : $t_{CD} = \dots \dots \dots$ min E – F : $t_{EF} = \dots \dots \dots$ min F – G : $t_{FG} = \dots \dots \dots$ min Koszt paliwa wyznaczony przez mapy Google: zł	
Zadanie III		
<p>Oblicz średnią szybkość na każdym odcinku trasy. Przeanalizuj wyniki. Uporządkuj je rosnąco.</p>	$V_p = \dots \dots \dots$ $V_{CD} = \dots \dots \dots$	
	$V_{AB} = \dots \dots \dots$ $V_{EF} = \dots \dots \dots$	
	$V_{BC} = \dots \dots \dots$ $V_{FG} = \dots \dots \dots$	
Zadanie IV		
<p>Napisz wzór, pozwalający obliczyć średnią szybkość na całej trasie, od szkoły do wyjścia z autobusu na końcowym przystanku, podstaw dane i wykonaj obliczenia.</p>		

Zadanie V	
Oblicz średnią arytmetyczną wszystkich szybkości na kolejnych etapach trasy (czyli średnią arytmetyczną z wyników w zadaniu III). Porównaj ten wynik ze średnią szybkością na całej trasie. Dokonaj analizy. W jakich warunkach te dwa wyniki będą jednakowe?	
Zadanie domowe	
Zaprojektuj, jakich narzędzi i metod użyjesz do praktycznego sprawdzenia wszystkich wyników otrzymanych na lekcji. Przygotuj się do prezentacji.	

Scenariusz nr 25 lekcji przeprowadzonej w klasie I liceum (lub III gimnazjum) z matematyki

TEMAT: Jakie informacje o Twojej szkole można uzyskać przy pomocy map Google?

W temacie, zamiast szkoły, można umieścić dowolny obiekt, którego wymiary liniowe umożliwiają zobaczenie go i zmierzenie na mapach Google. Najlepiej, jeżeli wymiary obiektu są mierzalne i na warstwie satelitarnej i na warstwie kartograficznej map Google. Uwaga: w niektórych okolicach Polski mapy mają niską rozdzielczość, chociaż sytuacja szybko zmienia się na lepsze. Jeżeli mapy lokalnego terenu są mało dokładne, wybierz atrakcyjny dla uczniów obiekt turystyczny lub geograficzny, którego dane da się znaleźć w dostępnych źródłach.

1. **Autor:** Zdzisława Hojnacka
2. **Klasa:** I liceum lub III gimnazjum (ok. 30 uczniów)
3. **Program (treści):** skala, współrzędne geograficzne, zamiana jednostek (stopnie, minuty, sekundy), pole powierzchni i obwód wielokątów.
4. **Czas trwania:** 1–2 lekcji w zależności od tempa pracy uczniów + czas przeznaczony na zadanie domowe.
5. **Czas realizacji:** 45–90 min
6. **Metody przeprowadzenia lekcji:** klasyczna metoda problemowa, dyskusja, burza mózgów.
7. **Formy pracy:** zajęcia klasowo-lekcyjne, praca grupowa jednolita, zajęcia w plenerze, wywiad, ewentualnie kwerenda dostępnych źródeł, np. w formie mini WebQuestu.
8. **Cele:**
 - nabycie umiejętności wyszukiwania, gromadzenia, analizowania i celowego wykorzystywania praktycznych informacji z powszechnie dostępnych źródeł cyfrowych i tradycyjnych, w tym umiejętności przeprowadzania wywiadu,
 - podniesienie umiejętności sprawdzania i weryfikacji otrzymanych wyników, samodzielnego doboru metod testowania,
 - podniesienie zrozumienia pojęcia skali na mapie (skala liniowa, mianowana, liczbowa) i podniesienie umiejętności wyznaczania skali,
 - zrozumienie znaczenia współrzędnych geograficznych i podniesienie umiejętności określania ich w różnych systemach zapisu liczbowego,
 - kształtowanie umiejętności widzenia przestrzennego (rysowanie planów budynków),
 - kształtowanie umiejętności dobierania pomiarów z planów budynku, w celu dokonywania różnorodnych obliczeń (np. pole powierzchni, obwody figur, ceny działki).

9. Spodziewane efekty:

Uczniowie:

- potrafią zgromadzić informacje potrzebne do wykonania planu budynku i na tej podstawie obliczyć, np. powierzchnię i cenę działki,
- podniosą umiejętności samodzielnego weryfikowania pomiarów teoretycznych, za pomocą metod praktycznych, triangulacji źródeł,
- rozumieją pojęcie skali, znają jej rodzaje i potrafią stosować ją w praktyce,
- rozumieją pojęcia współrzędnych geograficznych i potrafią zapisywać je w różnych systemach liczbowych.

Wymagania szczegółowe:

Uczeń:

- zamienia jednostki – kategoria taksonomiczna C,
- rozpoznaje w bryłach kąty między odcinkami – kategoria taksonomiczna B,
- określa jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną – kategoria taksonomiczna C.

10. Metody sprawdzania osiągniętych celów:

Adekwatnie do zaimplementowanych aktywizujących metod pracy – założono intensywne wykorzystanie samooceny i wzajemnej oceny kształtującej uczniów:

- wzajemna kontrola wyników zadań (karta pracy) w sąsiednich grupach uczniowskich monitorowana przez nauczyciela,
- wzajemna ocena wypowiedzi uczniów podczas dyskusji,
- samodzielne porównanie informacji uzyskanych przy pomocy map Google z pomiarami rzeczywistymi; weryfikacja za pomocą innych osiągalnych źródeł, np. wywiadu z osobą kompetentną, analizy planów architektonicznych etc.

Komentarz ZH: ze względu na przyjęte metody problemowe, położono nacisk na samoocenę i ocenę wzajemną. Rolą nauczyciela będzie wspieranie oraz kontrola jakości tego procesu, a nie bezpośrednio wyników.

11. Sposoby motywowania uczniów:

- stosowanie map Google jest postrzegane przez ogół uczniów jako przejaw nowoczesności i realnej przydatności; wykorzystanie dostępnych tam rodzajów matematycznej informacji oraz danych, pozwala dostrzec związki między matematyką i praktyką,
- nauczyciel wpisuje stopnie (plusy i inne elementy oceny) w zależności od wkładu pracy, celności, poprawności wyników oraz dążenia do rzetelnej weryfikacji wyników samooceny, także wkładu w grupowe osiągnięcia w uczeniu się,
- wykorzystanie i pobudzanie kreatywności i prezentacji (uczniowskie prezentacje pomysłów własnych przed całą klasą),
- nauczyciel monitoruje pracę uczniów i sugeruje rozwiązania, pozostawiając im dużą swobodę twórczą; powinien starać się dostrzegać zalety każdego pomysłu własnego uczniów,
- nie ma jedynie słusznych wyników, każdy wynik, także błędny, jest wkładem w porównania i dyskusje.

12. Przygotowanie do lekcji (jakie warunki powinny być spełnione, aby prawidłowo przeprowadzić lekcje):

- nauczyciel powinien tak dobrać obiekt na mapie do analizy, aby charakteryzował się pewnym stopniem skomplikowania wymiarów; jeśli budynek szkoły nie spełnia tych warunków, należy znaleźć inny obiekt stosunkowo niedaleko od szkoły,
- jeżeli mapy lokalnego terenu są mało dokładne, należy wybrać atrakcyjny dla uczniów obiekt turystyczny lub geograficzny, którego dane da się znaleźć w dostępnych źródłach,
- Uczniowie dobierają się w grupy dwu-, trzy-, czteroosobowe. Ze względu na najlepsze wykorzystanie kreatywności uczniów i współpracy grupowej, lekcję najlepiej przeprowadzić w sali z dostępem do kilku komputerów i Internetu (optymalnie jeden komputer na grupę). Uczniowie mogą również przynieść własne laptopy i podłączyć się do sieci przez Wi-Fi.


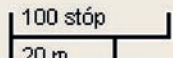

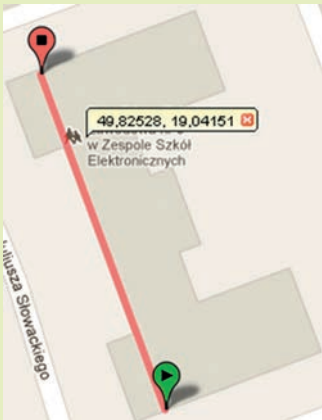
13. Środki dydaktyczne (wersja najbardziej kreatywna):

- komputery z dostępem do Internetu dla każdej grupy,
- kalkulatory (mogą być telefony komórkowe),
- linijka,

- GPS lub smartfon z programem zapisującym trasę dla map Google, metr, krokomiernik, licznik rowerowy lub dowolne urządzenie do pomiaru długości.

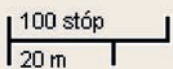
14. **Słowniczek pojęć:** skala (liniowa, liczbowa, mianowana), szerokość i długość geograficzna, plan obiektu, pole powierzchni i obwód figury płaskiej.

15. **Przebieg lekcji:**

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	Rozpoczyna dyskusję (burzę mózgow): <i>Jakie dane o obiektach można uzyskać analizując mapy Google?</i>	Wymyślają wszystkie możliwe (być może niemożliwe) do uzyskania informacje, zapisują je na tablicy.	5 min	Kreatywność.
2.	Zleca wykonanie zadania I i II w karcie pracy. Zachęca do podawania pomysłów na upewnienie się, która liczba podawana przez mapy Google przedstawia szerokość geograficzną, a która długość geograficzną.  Zwraca uwagę, że współrzędne geograficzne wyrażone są liczbą z rozwinięciem dziesiętnym, a nie, jak zwykle spotyka się na lekcji geografii, w minutach i sekundach (np. 40°21'03" S).	Podają pomysły na sprawdzenie znaczenia dwóch liczb określających współrzędne geograficzne. Odczytują i zapisują współrzędne geograficzne szkoły. Wymyślają sposoby na zamianę zapisu liczb. Dokonują zamiany jednostek.	10 min	Odczytywanie z map współrzędnych geograficznych, rozumienie znaczenia długości i szerokości geograficznej, zamiana jednostek.
3.	Zleca wykonanie zadania III w karcie pracy. Nakłania przedstawicieli każdej grupy do wypowiedzi na temat interpretacji ich skali liniowej  i jak przejść do skali liczbowej i mianowanej.	Wypowiadają się na temat ich wyborów powiększeń i otrzymanej skali. Dyskutują nad metodą zamiany skali liniowej na liczbową i mianowaną.	10 min	Rozumienie pojęcia skali i różnych typów skali, zamiana jednostek.
4.	Zleca wykonanie zadania IV w karcie pracy. Rozpoczyna dyskusję na temat wyboru mapy (satelitarnej czy tradycyjnej), możliwych pomiarów i ich dokładności. Przykładowy pomiar:  Informuje, że niektóre wymiary budynku będą przez nich sprawdzane w rzeczywistości. Sygnalizuje problemy do rozwiązania w zadaniu domowym (karta pracy).	Porównują mapy, dokonują wszystkich możliwych pomiarów, porównują je i wykonują rysunek. Planują, w jaki sposób w rzeczywistości zmierzą budynek. 	10 min	Planowanie pracy, dokonywanie porównań pomiarów, wykonywanie planu budynku z wymiarami.

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
5.	Nauczyciel zachęca uczniów do zrekapitulowania kolejnych etapów lekcji, czynności wykonywane przez nich.	Uczniowie formułują pojęcia, o których mówili, algorytmy, które wykonywali przy zamianie jednostek i swoje hipotezy.	5 min	Uczniowie uczą się dokonywania podsumowań, syntezy, systematyzowania wiadomości, ewaluacji osiągniętych efektów i możliwych zastosowań.

Załącznik I – Karta pracy ucznia:

Zadanie I	
Przy pomocy map Google określ współrzędne geograficzne twojej szkoły. Wymyśl metodę na sprawdzenie, która liczba wskazywana przez mapę jest szerokością geograficzną, a która długością.	Długość geograficzna Szerokość geograficzna
Zadanie II	
Zapisz współrzędne geograficzne szkoły używając zapisu postaci: 40°21'03" S, 18°34'15" E. Wymyśl metodę zamiany części dziesiętnych stopnia na minuty i sekundy.	Np. 42,823809 ≈ 42°49'26" N Współrzędne geograficzne szkoły:,
Zadanie III	
Ustaw takie powiększenie budynku szkoły, abyś jak najdokładniej widział wszystkie jego wymiary. Jak zinterpretujesz skalę liniową umieszczoną na mapie, np.:  Przerysuj ją, dokonaj odpowiednich przeliczeń i zapisz tę skalę jako liczbową i mianowaną.	Skala liniowa na naszej mapie: Skala ta informuje o tym, że Skala liczbowa na naszej mapie: (Przykład skali liczbowej: 1 : 588) Skala mianowana na naszej mapie: (Przykład skali mianowanej: 1 cm – 5,88 m)
Zadanie IV	
Zastanów się, które wymiary budynku możesz zmierzyć przy pomocy map Google? Który typ mapy (satelitarny czy tradycyjny) będzie w tym przypadku lepszy? Dokonaj pomiarów na obu mapach, porównaj je. Wykonaj szkic planu budynku i nanieś otrzymane wymiary. Oszacuj skalę, w której wykonywałeś rysunek.	
Zadanie domowe	
<ol style="list-style-type: none"> Samodzielnie dokonaj rzeczywistych pomiarów budynku szkoły. Porównaj je z pomiarami z lekcji. Jeszcze raz wykonaj plan budynku tak, aby wypełniał kartkę A4. Nanieś otrzymane wymiary. Wyznacz skalę liniową, w której wykonałeś plan. Dowiedz się, kto zna dokładne wymiary budynku. Przeprowadź z nim wywiad i zapisz uzyskane wymiary. Dowiedz się, ile kosztuje w tej okolicy 1 m² działki. <i>[Alternatywnie, jeżeli obiekt nie jest położony w okolicy: znajdź źródła informacji o rzeczywistych wymiarach budynku tradycyjne lub/i internetowe, np. plany, informacje geograficzne, turystyczne, historyczne; porównaj informacje z różnych źródeł.]</i> Oblicz obwód i powierzchnię działki placu, na którym znajduje się budynek. Oblicz ile kosztowałaby działka, pod którą stoi budynek. <i>[Alternatywnie, jeżeli obiekt nie jest położony w okolicy: znajdź ceny gruntu w twojej okolicy, w okolicy mierzonego obiektu, w innym mieście, kraju; oblicz, ile kosztowałaby taka działka w paru różnych lokalizacjach.]</i> 	

Scenariusz nr 26 lekcji przeprowadzonej w klasie I liceum (lub III gimnazjum) z matematyki

TEMAT: Co oznacza środek trasy dla pilota i kierowcy?

1. **Autor:** Zdzisława Hojnacka
2. **Klasa:** I liceum lub III gimnazjum (ok. 30 uczniów)
3. **Program (treści):** odległość między punktami, środek odcinka, okrąg, koło, symetralna odcinka, optymalizacja drogi i czasu.
4. **Czas trwania:** 2 lekcje w klasie (sali lekcyjnej). Dodatkowy czas (zadanie domowe) to samodzielna praca poza szkołą oraz jedna lekcja na prezentację i podsumowanie wyników.
5. **Czas realizacji:** 135 min (w klasie) + czas poza szkołą.
6. **Metody przeprowadzenia lekcji:** klasyczna metoda problemowa, dyskusja, burza mózgów, prezentacja publiczna.
7. **Formy pracy:** zajęcia klasowo-lekcyjne, praca grupowa jednolita (ewentualnie zróżnicowana).
8. **Cele:**
 - uświadomienie znaczenia tworzenia modelu matematycznego, jako idealnego opisu pewnej rzeczywistości,
 - nabycie umiejętności tworzenia modeli odległości,
 - podniesienie świadomości, że każda tworzona wiedza musi być weryfikowana, zmieniać się i rozwijać,
 - podniesienie umiejętności wyszukiwania, gromadzenia, analizowania informacji, w celu wykorzystania ich do rozwiązywania problemów praktycznych,
 - nabycie umiejętności wyznaczania środka odcinka,
 - zrozumienie pojęć: okręgu, koła, symetralnej,
 - podniesienie umiejętności wyznaczania środka trasy i odróżnianie tego pojęcia od środka odległości między punktami,
 - podniesienie umiejętności dokonywania optymalizacji drogi i czasu,
 - kształtowanie umiejętności prezentacji publicznej.
9. **Spodziewane efekty** (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń). Uczniowie:
 - rozumieją potrzebę tworzenia modeli matematycznych do opisu rzeczywistości (na przykładzie wzoru na środek odcinka, odległości między większymi obiektami, definicji okręgu, koła i symetralnej odcinka),
 - samodzielnie stworzą własne modele matematyczne, opisujące odległości między dużymi obiektami geograficznymi, przetestują je i zweryfikują,
 - przeprowadzą publiczną prezentację otrzymanych wyników i wyciągniętych wniosków,
 - nauczą się obliczać środek odcinka,
 - poznają/utrwalą definicję okręgu, koła i symetralnej odcinka.
 - nauczą się rozróżniać środek odległości między punktami od miejsca, w którym znajduje się połowa drogi.

Wymagania szczegółowe:
Uczeń:

 - wyznacza współrzędne środka odcinka – kategoria taksonomiczna C,
 - znajduje obraz niektórych figur geometrycznych w symetrii względem prostej – kategoria taksonomiczna C.
10. **Metody sprawdzania osiągniętych celów:**
 - wzajemna kontrola wyników zadań (karta pracy) w sąsiednich grupach uczniowskich, monitorowana przez nauczyciela,
 - publiczna prezentacja wyników,
 - wzajemna ocena wypowiedzi uczniów podczas dyskusji.

Komentarz ZH: ze względu na przyjęte metody problemowe położono nacisk na samoocenę i ocenę wzajemną. Rolą nauczyciela będzie wspieranie oraz kontrola jakości tego procesu, a nie bezpośrednio wyników.

11. Sposoby motywowania uczniów:

- wykorzystanie i pobudzanie kreatywności i prezentacji (uczniowskie prezentacje pomysłów własnych przed całą klasą),
- nauczyciel monitoruje pracę uczniów i sugeruje, gdzie szukać potrzebnych wzorów,
- nie ma jedynie słusznych wyników, każdy wynik, także błędny, jest wkładem w porównania i dyskusje,
- nauczyciel może także wpisywać stopnie (plusy i inne elementy oceny), w zależności od wkładu pracy, celności, poprawności wyników oraz dążenia do rzetelnej weryfikacji wyników samooceny, także wkładu w grupowe osiągnięcia w uczeniu się.

12. Przygotowanie do lekcji (jakie warunki powinny być spełnione, aby prawidłowo przeprowadzić lekcje):

- nauczyciel powinien tak dobrać dwa miasta na mapie do analizy, aby obie współrzędne geograficzne miast jak najbardziej różniły się od siebie,
- uczniowie dobierają się w grupy dwu-, trzy-, czteroosobowe; ze względu na najlepsze wykorzystanie kreatywności uczniów i współpracy grupowej, lekcję najlepiej przeprowadzić w sali z dostępem do kilku komputerów i Internetu (optymalnie jeden komputer na grupę); uczniowie mogą również przynieść własne laptopy i podłączyć się do sieci przez Wi-Fi.

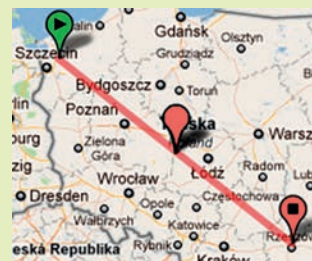
13. Środki dydaktyczne (wersja najbardziej kreatywna):

- komputery z dostępem do Internetu dla każdej grupy,
- drukarka,
- tablica,
- kalkulatory (mogą być w telefonach komórkowych).

14. Słowniczek pojęć: definicja, środek odcinka, okrąg, koło, symetralna.

15. Przebieg lekcji:

Lp	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	Rozpoczyna burzę mózgów na temat: „Jak zdefiniować odległość między miastami?” Może nawiązać do pojęć z fizyki: odległość między Słońcem a Ziemią, odległość między masami w prawie powszechnej grawitacji Newtona, odległości między ładunkami w prawie Coulomba. Zleca wykonanie zadania I w karcie pracy, czyli wymyślenie własnej definicji odległości i zapisanie jej na tablicy.	Proponują różne rozwiązania, tworzą własne definicje, zapisują je na tablicy i ustalają wspólną definicję odległości między miastami. Ustalają jednostki, dokładność. Podczas trwania lekcji testują swoje definicje i modyfikują.	10 min	Kreatywność, tworzenie własnej teorii i modyfikowanie jej, ustalanie wspólnego stanowiska, nawiązywania do innych dziedzin nauki.
2.	Zleca wykonanie zadania II, czyli wyznaczenie kilkoma sposobami środka odcinka między Rzeszowem a Szczecinem. Uczniowie będą wyznaczyć ten punkt „na oko” i należy ten wynik traktować jako wynik przybliżony. Sugeruje przykładową procedurę znalezienia dokładnych współrzędnych geograficznych lotnisk: wybranie powiększenia mapy dającego wyraźny widok lotniska i przy takim powiększeniu, zastosowanie aplikacji „Upuść znacznik położenia geograficznego”.	Wymyślają różne metody na wyznaczenie środka odcinka m.in. wyznaczają jak najdokładniej współrzędne geograficzne lotniska, traktując je jako współrzędne na układzie współrzędnych. Stosują wzór, otrzymane liczby będące współrzędnymi geograficznymi wpisują do map i odczytują co znajduje się w tym miejscu.	20 min	Wyszukiwanie, odczytywanie i analiza informacji, dyskusja wyników. Przyswajanie (wymyślanie) wzoru na środek odcinka.



Lp	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
	 <p>Jeśli uczniowie sami nie wymyślą wzoru na środek odcinka, podpowiada gdzie go można znaleźć (tablice matematyczne, Internet). Informuje, że w mapach Google stosuje się kropkę dziesiętną (a nie przecinek).</p>	 <p>Dyskutują nad wynikiem.</p>		
3.	<p>Zleca wykonanie zadania III w karcie pracy, czyli wyznaczenie na mapie punktów należących do okręgu, koła i symetralnej odcinka. Monitoruje pracę uczniów, indywidualnie prowadzi rozmowy na temat wad, zalet i użyteczności wymyślonej definicji odległości między miastami.</p>	<p>Wyszukują punkty i sprawdzają, czy spełniają one wymagane warunki i klasyfikują je do odpowiednich zbiorów. Rysują na wydrukowanych mapkach punkty spełniające określone warunki.</p>	20 min	<p>Poprzez wielokrotne próby (w tym manualne) w poszukiwaniu wymaganych punktów, poznają/utrwalają własności i definicje okręgu, koła i symetralnej.</p>
4.	<p>Zaprasza przedstawicieli każdej grupy do podzielenia się swoimi spostrzeżeniami na temat wyników i użyteczności stworzonej definicji odległości między miastami.</p>	<p>Kolejno prezentują swoje wyniki, spostrzeżenia i wnioski. Dyskutują nad możliwościami udoskonalenia definicji.</p>	15 min	<p>Publiczna wypowiedź wcześniej uzgodniona z pozostałymi osobami w grupie, dokonywanie podsumowań, syntezy, systematyzowanie wiadomości, ewaluacja osiągniętych wyników.</p>
5.	<p>Omawia zadanie domowe, polegające na wyznaczeniu „środka” (miejsca, gdzie znajduje się połowa) drogi samochodowej między Szczecinem a Rzeszowem. Zachęca do zaprezentowania metody na znalezienie połowy drogi, połowy czasu.</p>	<p>Podczas burzy mózgów wymyślają metody otrzymania rozwiązania, podają gotowe przepisy.</p>	15 min	<p>Kreatywność, publiczna wypowiedź, obrony swoich teorii, wyszukiwanie błędów w wypowiedziach innych osób.</p>
				


Załącznik I – Karta pracy ucznia:

Zadanie I	
<p>Zastanów się, jak zdefiniować odległość między miastami. Zapisz swoją definicję na tablicy. Podczas wykonywania pozostałych zadań sprawdzaj, czy Twoja definicja jest uniwersalna, jaki jest jej zakres stosowalności, jakie ma zalety i wady. Co byś w niej zmienił, a co zostawił?</p>	
Zadanie II	
<p>Wyznacz miejsce O na mapie, które jest środkiem trasy lotniczej między Rzeszowem a Szczecinem. Wyznacz punkt O na różne sposoby; opisz go. Jaką drogę d pokonuje samolot lecący z Rzeszowa (Szczecina) do punktu O? Zapisz wyniki na tablicy i porównaj je z wynikami innych grup. Dowiedz się, jakie metody zastosowali Twoi koledzy.</p>	<p>Środek O trasy lotniczej znajduje się</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>Odległość d między Rzeszowem a środkiem O wynosi:</p> <p>.....</p> <p>Odległość d między Szczecinem a środkiem O wynosi:</p> <p>.....</p>
Zadanie III	
<p>Wydrukuj mapkę z trasą lotniczą między Szczecinem a Rzeszowem. Stosując wypracowaną przez Was definicję odległości między miastami odpowiedz na poniższe pytania:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Co powiesz o miejscach X (punktach X) na mapie oddalonych od punktu O o dokładnie odległość d km? Na wydrukowanej mapce wykonaj rysunek. 2. Co powiesz o miejscach X na mapie spełniających warunek $XO = d$? Podaj co najmniej trzy przykłady takich miejsc. Zapisz je na tablicy. Zbadaj, co znajduje się w tych miejscach. 3. Co powiesz o miejscach X na mapie spełniających warunek $XO \leq d$? Podaj co najmniej trzy przykłady. 4. Co powiesz o miejscach X na mapie oddalonych od Szczecina i Rzeszowa o tę samą odległość? Na wydrukowanej mapce wykonaj rysunek. Podaj co najmniej trzy przykłady takich miejsc. Zapisz je na tablicy. 	<p>Modelem matematycznym zbioru punktów oddalonych od punktu O o d km jest</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>Wrzeczywistości ten zbiór jest</p> <p>.....</p> <p>Modelem matematycznym zbioru punktów spełniających warunek $XO = d$ jest</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>Przykłady takich miejsc:</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>Modelem matematycznym zbioru punktów spełniających warunek $XO \leq d$ jest</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>Przykłady takich miejsc:</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>Modelem matematycznym zbioru punktów oddalonych od końców odcinka o tę samą odległość jest</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>Miejscowości równo oddalone od Rzeszowa i Szczecina to:</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>

Zadanie IV (zadanie domowe)

Utwórz, przy pomocy map Google, trasę samochodową między Szczecinem a Rzeszowem. Jako główne kryterium przyjmij:

1. najkrótszą drogę,
2. najkrótszy czas.

Wydrukuj mapkę i szczegółowy opis etapów trasy (w wersji przeznaczonej do druku  uzyskasz szczegółowe czasy etapów pośrednich).

Wyznacz miejsce, w którym znajduje się:

1. połowa przebytej drogi,
2. połowa czasu potrzebnego na przebycie trasy.

Dokonaj analizy wyników, odnieś się do wyników otrzymanych na lekcji.

Scenariusz nr 27 lekcji matematyki w klasie I liceum

TEMAT LEKCJI 1: Czy nie wystarczy się zważyć?

1. **Klasa:** I liceum
2. **Czas trwania:** 45 min
3. **Metody przeprowadzenia lekcji:** dyskusja, ćwiczenie laboratoryjne.
4. **Formy pracy:** swobodna rozmowa, praca w zespołach dwuosobowych.
5. **Cele:**
 - przypomnienie wzoru BMI i jego przeznaczenia,
 - rozbudzenie świadomości problemu nadwagi i otyłości,
 - rozwijanie postawy współpracy.
6. **Spodziewane efekty** (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń):
 - stosowanie wzoru BMI, tabeli wartości BMI i wykresu BMI do oceny swojego stanu fizycznego,
 - postawa ostrożności w stosowaniu modelu matematycznego,
 - świadomość społecznego problemu nadwagi i otyłości,
 - postawa współpracy w wykonywaniu zadania.

Wymagania szczegółowe:

 - uczeń oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu – kategoria taksonomiczna C.
7. **Metody sprawdzania osiągniętych celów:**
 - słuchanie wypowiedzi uczniów,
 - przeglądanie notatek i rysunków,
 - obserwacja pracy grup.
8. **Sposoby motywowania uczniów:**
 - odniesienie tematu do własnego stanu fizycznego uczniów,
 - „odczarowanie” wzoru matematycznego przez jego konkretyzację,
 - powiązanie tematu z nauką o zdrowym odżywianiu się.
9. **Przygotowanie do lekcji** (warunki, jakie powinny być spełnione, aby prawidłowo przeprowadzić lekcję):
 - niezbyt duża liczebność klasy,
 - dość miejsca na pracę dwuosobowych grup.
10. **Środki dydaktyczne:**
 - wykres i tabela wartości BMI dla różnych grup wiekowych – plakaty lub wyświetlone na ekranie (zob. załącznik II),
 - kilka wag osobowych (łazienkowych) – przyniesione przez uczniów,
 - taśmy do mierzenia długości – przyniesione przez uczniów,
 - tablica, kreda lub pisaki.
11. **Słowniczek pojęć:** BMI, waga, wzrost, „w stosunku do”, „w normie”, „prawidłowy”.

12. Przebieg lekcji:

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	Inicjuje rozmowę o BMI.	Dzieli się posiadanymi informacjami o: wzorze, jego nazwie, zakresach: „prawidłowa waga”, „niedowaga”, „nadwaga”, „otyłość”. Rozmowa może zejść także na rolę diety i aktywności fizycznej.	10 min	Znajomość wzoru BMI Świadomość społecznego problemu nadwagi i otyłości.
2.	Pokazuje i objaśnia przedstawienie graficzne i tabelę zakresów BMI.	Odnajdują „siebie” na wykresie. Obliczają swoje przybliżone BMI i konfrontują je z tabelą.	10 min	Stosowanie wzoru BMI, tabeli wartości BMI i wykresu BMI do oceny swojego stanu fizycznego.
3.	Podsuwa pytania: – Dlaczego nie wystarczy się po prostu zważyć? – Czy wzrost wagi to zawsze tycie? – Jakiego BMI spodziewamy się u kulturysty? Co z tego wynika?	Dyskutują, dochodzą do wniosków: – gdy człowiek rośnie, to ciała przybywa, więc i waży coraz więcej; BMI mówi więc, nie czy prawidłowo ważymy, ale czy nasza waga jest prawidłowa względem wzrostu (w stosunku do wzrostu), – kulturysta ma „za dużo” ciała w stosunku do wzrostu, więc będzie miał duże BMI; nie zawsze BMI określa prawidłową wagę.	5 min	Postawa ostrożności w stosowaniu modelu matematycznego.
4.	Poleca rozdzielnie się na pary i wykonanie pomiarów wagi i wzrostu.	Ważą się i mierzą wzajemnie swój wzrost, obliczają kalkulatorem BMI.	15 min	Współpraca w wykonywaniu zadania.
5.	Inicjuje podsumowanie lekcji: – Czego dowiedzieliście się na lekcji?	Dowiedzieliśmy się: – jaki jest wzór na BMI i co on mówi, – jaki jest prawidłowy zakres BMI, – że z oceną swojego BMI trzeba uważać, – że na BMI wpływa dieta i ruch, – że nadwaga jest ważnym problemem społecznym, – jakie BMI ma każde z nas i czego unikać w diecie.	5 min	

Załącznik I – Karta pracy ucznia:

Zadanie I	
Wspólnie z koleżanką lub kolegą zważcie się i zmierzcie swój wzrost. Oblicz swój BMI. Określ swój typ pod względem wagi.	Moja waga:
	Mój wzrost:
	Mój BMI:
	Mój typ wagi ciała to:
Zadanie II	
Zaznacz na wykresie punkt odpowiadający Twojemu wzrostowi i Twojej wadze.	

Zadanie III

Znajdź w Internecie informacje o dwóch różnych sportowcach, oblicz ich BMI, wyciągnij wnioski.

..... – ciężarowiec

Wzrost: Waga: BMI:

Wnioski:

.....

.....

..... – skoczek narciarski

Wzrost: Waga: BMI:

Wnioski:

.....

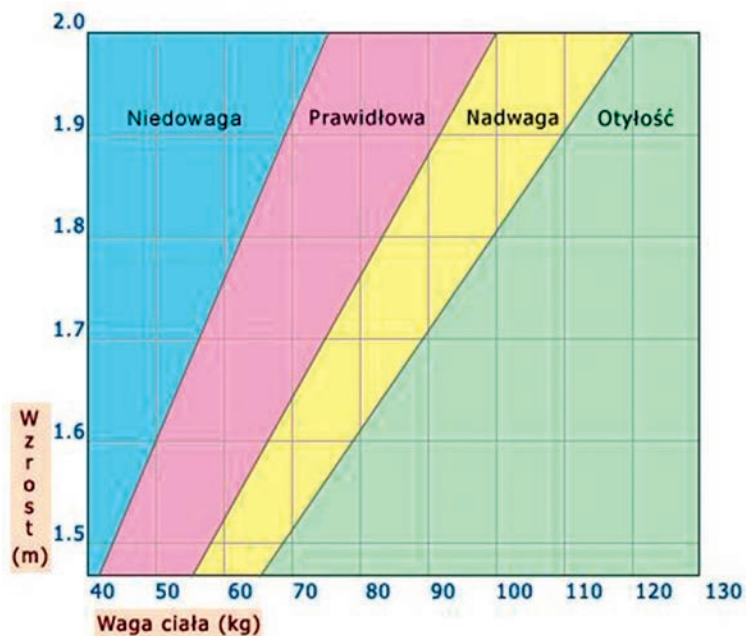
.....

Zadanie IV

Co wiesz o problemie nadwagi w polskim społeczeństwie XXI wieku?

Załącznik II – Materiały do lekcji

Tabela przedziałów BMI i wykres przedziałów wagi w zależności od wzrostu



BMI:

- mniej niż 17,5 – anoreksja,
- 17,5–18,5 – niedowaga,
- 18,5–25 – prawidłowa waga,
- 25–30 – nadwaga,
- 30 i więcej – otyłość.

Scenariusz nr 28 lekcji matematyki w klasie I liceum

TEMAT LEKCJI 2: Po co kwadrat w mianowniku?

Jest to lekcja poświęcona uświadomieniu uczniom, że nie każda zależność jest proporcjonalnością.

- Czas trwania:** 45 min
- Metody przeprowadzenia lekcji:** dyskusja dydaktyczna, ćwiczenie laboratoryjne, wykład informacyjny.
- Formy pracy:** praca z całą klasą, praca w grupach dwuosobowych.
- Cele:**
 - uświadomienie, że dwie wielkości, z których jedna rośnie wraz ze wzrostem drugiej, niekoniecznie są proporcjonalne,
 - poznanie procesu tworzenia matematycznego modelu realnej zależności,
 - organizowanie pracy zespołu przed wykonaniem zadania.
- Spodziewane efekty** (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń):
 - rozumienie i odróżnianie zależności liniowej i nieliniowej,
 - zdolność do oceny wartości i ograniczeń matematycznego modelu rzeczywistości,
 - rozumienie i wypełnianie swojej roli w pracy zespołowej.

Wymagania szczegółowe:
Uczeń:

 - interpretuje wielkości odwrotnie i wprost proporcjonalne – kategoria taksonomiczna D,
 - oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe – kategoria taksonomiczna C.
- Metody sprawdzania osiągniętych celów:**
 - słuchanie wypowiedzi uczniów,
 - przeglądanie notatek i rysunków,
 - obserwacja pracy grup.
- Sposoby motywowania uczniów:**
 - ciekawy życiorys matematyka,
 - powiązanie ze sportem,
 - zadanie do wykonania „w ruchu”.
- Przygotowanie do lekcji** (jakie warunki powinny być spełnione, aby prawidłowo przeprowadzić lekcję):
 - niezbyt duża liczebność klasy,
 - możliwość zebrania przez uczniów danych w poszczególnych klasach,
 - dostępność kalkulatorów.
- Środki dydaktyczne:** kalkulatory.
- Słowniczek pojęć:** w stosunku do, stosunek, eksperyment statystyczny, średnia, korelować.
- Przebieg lekcji:**

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	– Czego dowiedzieliście się o BMI na poprzedniej lekcji?	Zgłaszają się i odpowiadają: – Poznaliśmy wzór na obliczanie BMI. – BMI informuje, czy człowiek ma prawidłową wagę. – Nie wystarczy się zważyć, bo człowiek wyższy będzie więcej ważył, choć nie jest gruby. – BMI określa wagę w stosunku do wzrostu.	5 min	

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
2.	– Skoro w stosunku do wzrostu, to może wystarczy po prostu stosunek, czyli iloraz. Jak myślicie, dlaczego trzeba wzrost podnieść do kwadratu?	– Bez kwadratu wyjdzie inna liczba. – To zrobimy inną tabelę i inny wykres. – Ktoś widać tak wymyślił.	2 min	Edytowanie wzoru algebraicznego.
3.	– Wymyślił ten wzór belgijski matematyk Lambert Opowiada o Quételecie; zob. załącznik II.	Słuchają wykładu, zadają pytania.	5 min	Eksperyment statystyczny jako próba rozwiązania problemu.
4.	– Zobaczcie tabelę I. Jak jest zbudowana? Obliczcie z pomocą kalkulatora i wypełnijcie ostatnie dwie kolumny.	– Wzrost zmienia się co jedną dziesiątą metra. – Waga zmienia się powoli. Uczniowie dzielą się zadaniem, a następnie pracują indywidualnie.	15 min	Analiza tabeli, dostrzeganie zależności między danymi. Uzupełnianie tabeli przez wykonywanie obliczeń.
5.	– Czy jest możliwe, żeby tabela przedstawiała dane prawdziwych ludzi? – Co znaczy stały stosunek wagi do wzrostu? – Jaki wyciągniemy stąd wniosek?	– Nie jest możliwe, żeby przeszło dwumetrowy facet ważył tylko 80 kilogramów. – Stały stosunek, czyli wzrost i waga są proporcjonalne. – To nie mogą być rzeczywiste dane, więc wzrost i waga nie są proporcjonalne.	10 min	Konfrontacja liczb z rzeczywistością.
6.	– Popatrzcie na dane koszykarza Dragicia i obliczcie jego BMI. Czy potwierdzają się nasze wnioski?	Obliczają BMI. – Tak. Dragić jest bardzo wysoki. BMI mówi, że jest prawie otyły. A to nieprawda. – Dlatego BMI nie może być równe waga/wzrost?	3 min	Konfrontacja modelu matematycznego z rzeczywistością.
7.	Nauczyciel zapowiada eksperyment statystyczny. Dzieli klasę na zespoły i każdemu przydziela jako zadanie zebranie w jednej klasie, na oddzielnych kartkach, danych: wzrost, waga, obwód w talii.	Notują polecenie.	5 min	

Załącznik I – Karta pracy ucznia:

Zadanie I																																									
Dla uczniów z lewej: • Oblicz stosunek Waga/Wzrost w tabeli I Dla uczniów z prawej: • Oblicz BMI w tabeli I	Tabela I <table border="1"> <thead> <tr> <th>Osoba</th> <th>Wzrost [m]</th> <th>Waga [kg]</th> <th>Waga / Wzrost</th> <th>BMI</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>1,6</td><td>60</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>1,7</td><td>63,7</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>1,8</td><td>67,5</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td>1,9</td><td>71,2</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td>2,0</td><td>74,9</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td>2,1</td><td>78,7</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td>2,2</td><td>82,4</td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	Osoba	Wzrost [m]	Waga [kg]	Waga / Wzrost	BMI	1	1,6	60			2	1,7	63,7			3	1,8	67,5			4	1,9	71,2			5	2,0	74,9			6	2,1	78,7			7	2,2	82,4		
Osoba	Wzrost [m]	Waga [kg]	Waga / Wzrost	BMI																																					
1	1,6	60																																							
2	1,7	63,7																																							
3	1,8	67,5																																							
4	1,9	71,2																																							
5	2,0	74,9																																							
6	2,1	78,7																																							
7	2,2	82,4																																							
Zadanie II (poza lekcją)																																									
Każdy zespół w wyznaczonej klasie zbiera na przerwach informacje od uczniów na kartkach A6.	Wzrost [m] Waga [kg] Obwód talii [cm]																																								

Streszczenie życiorysu belgijskiego matematyka Lamberta Quételeta (1796–1874)

Uprawiał nie tylko matematykę, ale także astronomię, statystykę i socjologię. Zaliczany jest do grona twórców tych dwóch ostatnich dyscyplin naukowych, a był na pewno pierwszym, który do prawd rządzących społeczeństwem dochodził, stosując statystykę. W odpowiednio pogrupowanych danych liczbowych, obliczał średnie, a potem szukał wzorów matematycznych, które najlepiej korelowałyby z tymi średnimi. Tak właśnie powstał jego wzór na BMI.

Tabela 1

Osoba	Wzrost [m]	Waga [kg]	Waga / Wzrost	BMI
1	1,6	60		
2	1,7	63,7		
3	1,8	67,5		
4	1,9	71,2		
5	2,0	74,9		
6	2,1	78,7		
7	2,2	82,4		



Goran Dragić
Wiek: 24 lata
Wzrost: 1,91 m
Waga: 86,2 kg

Scenariusz nr 29 lekcji matematyki w klasie I liceum

TEMAT LEKCJI 3: Jak powstał wzór BMI?

Jest to lekcja pokazująca, jak matematycznie modeluje się zależność statystyczną (pierwsza z dwóch).

- Czas trwania:** 45 min
- Metody przeprowadzenia lekcji:** wykład dydaktyczny, ćwiczenie laboratoryjne.
- Formy pracy:** praca w grupach kilkuosobowych z liderem.
- Cele:**
 - zapoznanie z przebiegiem badania statystycznego,
 - pokazanie użycia języka matematyki do opisu rzeczywistości.
- Spodziewane efekty** (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń):
 - grupowanie danych według założonych kryteriów,
 - obliczanie wartości średniej,
 - przedstawianie danych w układzie współrzędnych,
 - przewodzenie w grupie/podporządkowanie się liderowi grupy.

Wymagania szczegółowe:

 - uczeń oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe, interpretuje te parametry dla danych empirycznych – kategoria taksonomiczna C.

6. Metody sprawdzania osiągniętych celów:

- obserwacja pracy uczniów,
- karta pracy ucznia,
- wypowiedzi uczniów w fazie podsumowania lekcji.

7. Sposoby motywowania uczniów:

- zainteresowanie drogą do naukowego odkrycia,
- perspektywa powtórzenia na małą skalę drogi do odkrycia,
- zadanie wykonywane samodzielnie, bez bezpośredniej kontroli nauczyciela.

8. Przygotowanie do lekcji (jaki warunki powinny być spełnione, aby prawidłowo przeprowadzić lekcję):

- dostępność kalkulatorów,
- warunki lokalowe do pracy w kilkusobowych grupach.

9. Środki dydaktyczne:


- kalkulatory,
- ewentualnie tablica interaktywna,
- arkusz kalkulacyjny.

10. Słowniczek pojęć: statystyka, średnia, układ współrzędnych, grupowanie danych.

11. Przebieg lekcji:

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	Informuje, że na zajęciach powtórzona zostanie droga, jaką szedł Quételet, na małą, laboratoryjną skalę. Objaśnia, na czym to będzie polegać.	Słuchają objaśnień, notują.	5 min	Procedura eksperymentu statystycznego.
2.	Poleca zespołom posegregowanie karteczek z danymi na grupy wg wzrostu: 1,50–1,54; 1,55–1,59; 1,60–1,64; 1,65–1,69; 1,70–1,74; 1,75–1,79; 1,80–1,84; 1,85–1,90 m	Uczniowie w zespołach segregują karteczki.	5 min	Łączenie danych w grupy.
3.	Zbiera od zespołów pogrupowane karteczki, a następnie poleca zespołom obliczenie średniej wagi w przydzielonej grupie.	Uczniowie w zespołach obliczają średnią wagę w każdej grupie.	10 min	Obliczanie średniej.
4.	Wypełnia tabelę II (przygotowaną na tablicy szkolnej).	Liderzy zespołów podają dane do tabeli.	10 min	Tworzenie tabeli danych.
5.	Poleca zaznaczenie, w przygotowanym na tablicy układzie współrzędnych, punktów o współrzędnych z tabeli II (średni wzrost, średnia waga).	Zgłaszający się uczniowie zaznaczają punkty.	10 min	Nanoszenie danych w układzie współrzędnych.
6.	Inicjuje podsumowanie lekcji.	<ul style="list-style-type: none">– Poznaliśmy ciekawą historię powstania BMI.– Dowiedzieliśmy się, jak przeprowadza się badanie statystyczne.– Takie badanie to sporo pracy.– Ciekawe, co będzie dalej.	5 min	

Załącznik I – Karta pracy ucznia:

Zadanie I																															
Oblicz średnią wagę osób w grupie.	Grupa według wzrostu: od do																														
	Liczba osób:																														
	Wagi osób w tej grupie:,,																														
Średnia waga osób w grupie: / =																															
Zadanie II																															
Uzupełnij tabelę.	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Grupa</th> <th>1,50–1,54</th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Średni wzrost [m]</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Średnia waga [kg]</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Grupa	1,50–1,54									Średni wzrost [m]										Średnia waga [kg]									
	Grupa	1,50–1,54																													
	Średni wzrost [m]																														
Średnia waga [kg]																															
<p>Skalibruj układ współrzędnych i zaznacz punkty o współrzędnych z przygotowanej tabeli.</p> 																															
Zadanie III																															

Załącznik II – Materiały do lekcji

Tabela II

Grupa	1,50–1,54								
Średni wzrost [m]									
Średnia waga [kg]									
BMI									
Obwód talii [cm]									

Scenariusz nr 30 lekcji matematyki w klasie I liceum

TEMAT LEKCJI 4: Jaka to funkcja?

Jest to lekcja pokazująca, jak matematycznie modeluje się zależność statystyczną (druga z dwóch).

- Czas trwania:** 45 min
- Metody przeprowadzenia lekcji:** dyskusja dydaktyczna, ćwiczenie laboratoryjne.
- Formy pracy:** praca z całą klasą, praca w grupach dwuosobowych.
- Cele:**
 - uświadomienie stosunku modelu matematycznego do rzeczywistości,
 - pokazanie roli funkcji algebraicznej jako modelu zależności empirycznej,
 - pokazanie, czym jest weryfikacja i korygowanie modelu matematycznego.

5. Spodziewane efekty (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń):

- dobieranie rodzaju funkcji do przybliżonego kształtu wykresu,
- znajdowanie parametrów wybranej funkcji na podstawie postulowanych jej wartości,
- weryfikacja proponowanego modelu.

Wymagania szczegółowe:

Uczeń:

- określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykres, opis słowny – kategoria taksonomiczna B,
- odczytywanie własności funkcji z wykresu – kategoria taksonomiczna B,
- wyznaczanie wzoru funkcji na podstawie pewnych informacji o tej funkcji – kategoria taksonomiczna C.

6. Metody sprawdzania osiągniętych celów:

- słuchanie wypowiedzi uczniów,
- przeglądanie notatek i rysunków,
- obserwacja pracy grup.

7. Sposoby motywowania uczniów:

- samodzielne proponowanie rozwiązania wśród różnych możliwości,
- konfrontowanie opisu matematycznego z rzeczywistością,
- wykorzystanie informacji zebranych przez samych uczniów.

8. Przygotowanie do lekcji (jakie warunki powinny być spełnione, aby prawidłowo przeprowadzić lekcję):

- dostępność kalkulatorów,
- warunki lokalowe do pracy w kilkuosobowych grupach.

9. Środki dydaktyczne:

- kalkulatory,
- ewentualnie komputery,
- tablica interaktywna,
- arkusz kalkulacyjny.

10. Słowniczek pojęć: dane empiryczne, funkcja, wykres funkcji, przybliżenie.


11. Przebieg lekcji:

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	Proponuje przypomnienie, jak znalezione zostały punkty naniesione w układzie współrzędnych i jaki to ma cel.	<ul style="list-style-type: none">– Zebraliśmy dane od koleżanek i kolegów.– Pogrupowaliśmy je według wzrostu.– Znaleźliśmy średnie wzrostu i wagi.– Zaznaczyliśmy punkty.	5 min	
2.	<ul style="list-style-type: none">– Tabelka zawiera dane empiryczne. Zaznaczone punkty reprezentują te dane. Będziemy próbowali znaleźć funkcję, której wykres przechodzi jak najbliżej tych punktów. Co proponujecie?	<ul style="list-style-type: none">– Narysujmy taką linię, to może nam coś przyjdzie do głowy. Uczniowie rysują wykres. Potem dyskutują, kto zrobił to lepiej; także, co znaczy „lepiej”.	10 min	
3.	<ul style="list-style-type: none">– Jaka funkcja mogłaby mieć podobny wykres?	<ul style="list-style-type: none">– Linia biegnie krzywo, więc to nie funkcja liniowa.– Jak nie liniowa, to może kwadratowa.– Najprostszy wzór to $y = ax^2$.– Jak znajdziemy a?	5 min	

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
4.	<p>Proponuje zmianę oznaczeń: m – masa ciała, czyli waga, w – wzrost. Wzór funkcji będzie wtedy taki: $m = aw^2$. Sugeruje wybranie punktu dla obliczenia a.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Można to napisać $m/w^2 = 19,9$, więc liczba 19,9 to przecież nic innego jak BMI. – „Średniego” ucznia naszej szkoły. Taki uczeń fizycznie nie istnieje – to pojęcie statystyczne. 	<ul style="list-style-type: none"> – Przypuśćmy, że wykres przechodzi przez środkowy punkt (1,6;51). Podstawiając te liczby we wzorze funkcji obliczymy $a = 19,9$. Szukana funkcja ma, więc wzór $m = 19,9w^2$. – Czyje BMI? 	10 min	
5.	Proponuje sprawdzenie zgodności wzoru z danymi.	<p>Uczniowie podstawiają wartości w, obliczają m i porównują z danymi.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Niezupełnie się zgadza. – Nie może się zgadzać, bo funkcja tylko przybliża prawdziwe wartości. – Można by poprawić a, żeby się lepiej zgadzało. 	10 min	
6.	Inicjuje podsumowanie lekcji.	<ul style="list-style-type: none"> – Dobieraliśmy funkcję do punktów. – Ta funkcja przybliża rzeczywiste wartości. – Pozwala przewidzieć w przybliżeniu inne wartości. 	5 min	

Załącznik – Karta pracy ucznia:

Uwaga: Jeżeli uczeń dysponuje komputerem, zadania może wykonać w programie do tworzenia wykresów funkcji.

Zadanie I	
Naszkicuj linię przebiegającą jak najbliżej punktów zaznaczonych na poprzedniej lekcji. Jaka funkcja miałaby podobny wykres?	 <p>To mogłaby być funkcja</p>
Zadanie II	
W tym samym układzie naszkicuj wykres funkcji $m = 19,9w^2$. Czy dobrze przybliżyła on wcześniej narysowaną linię?	Wykres jest
Zadanie III	
Oblicz wartość a dla trzech różnych punktów (w, m) zaznaczonych wcześniej. Następnie znajdź wykresy funkcji $m = aw^2$. Który z nich najlepiej przybliży zaznaczone punkty?	Najlepiej dane punkty przybliży wykres funkcji

Scenariusz nr 31 lekcji matematyki w klasie I liceum

TEMAT CYKLU: Co nam mówi BMI?

TEMAT LEKCJI 5: Co nam mówi BMI?

Jest to lekcja poświęcona dobieraniu fizyczno-geometrycznego modelu dla wzoru BMI.

- Czas trwania:** 45 min
- Metody przeprowadzenia lekcji:** wykład, dyskusja dydaktyczna, ćwiczenie laboratoryjne.
- Formy pracy:** przekaz informacji, praca w zespołach dwuosobowych.
- Cele:**
 - pokazać, czym jest tworzenie geometrycznego modelu bryły fizycznej,
 - związać wiedzę z geometrii z wiedzą z fizyki,
 - pokazać istnienie różnych modeli tej samej cechy fizycznej,
 - pobudzić krytycyzm względem matematycznego modelu rzeczywistości.
- Spodziewane efekty** (umiejętności, jakie powinni zdobyć uczeń):
 - dobieranie modelu geometrycznego do obiektu fizycznego,
 - interpretowanie i przekształcanie wzoru,
 - rozróżnianie funkcji dwu zmiennych i funkcji jednej zmiennej.

Wymagane szczegółowe:
Uczeń:

 - określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykres, opis słowny – kategoria taksonomiczna B,
 - oblicza objętość brył – kategoria taksonomiczna C,
- Metody sprawdzania osiągniętych celów:**
 - słuchanie wypowiedzi uczniów,
 - przeglądanie notatek i rysunków,
 - obserwacja pracy grup.
- Sposoby motywowania uczniów:**
 - otwarte stawianie zagadnienia,
 - akceptacja różnych propozycji uczniów,
 - zachęcanie do uwag krytycznych wobec rygorów narzucanych przez naukę.
- Przygotowanie do lekcji** (jakie warunki powinny być spełnione, aby prawidłowo przeprowadzić lekcję):
 - dostępność kalkulatorów,
 - warunki lokalowe do pracy w kilkusobowych grupach.
- Środki dydaktyczne:**
 - kalkulatory,
 - ewentualnie komputery,
 - tablica interaktywna,
 - arkusz kalkulacyjny.
- Słowniczek pojęć:** dane empiryczne, gęstość, model, elipsoida.

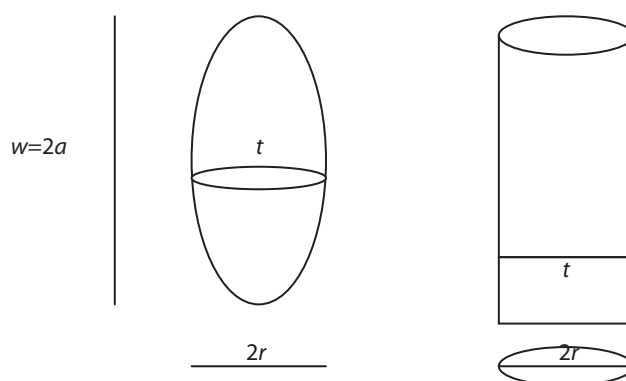
11. Przebieg lekcji:

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	<ul style="list-style-type: none"> – Jak już wiemy, wzór BMI został utworzony jako najlepiej pasujący do danych empirycznych. Teraz popatrzymy na niego od strony fizyki i geometrii. – We wzorze jest masa ciała. Jak ją obliczyć, żeby nie trzeba było używać wagi? – Jak można obliczyć nieznaną masę ciała? 	<ul style="list-style-type: none"> – Trzeba znać objętość. – Masa to objętość razy gęstość. – Objętość oblicza się ze wzorów geometrycznych, a gęstość ludzkiego ciała znajdziemy w Internecie. 	5 min	
2.	<ul style="list-style-type: none"> – Żeby dobrać wzór na objętość, trzeba najpierw dobrać bryłę. Jaka znana bryła najlepiej przybliży kształt człowieka? – Jest bryła, której nie znacie. Wygląda jak jajo. To elipsoida. Jej objętość to $V = 4/3\pi ar^2$. <p>Objaśnia zmienne a i r, pokazuje rysunek (zob. załącznik II).</p>	<ul style="list-style-type: none"> – Walec. – Prostopadłościan. – Stożek chyba nie. – t to pewnie talia. Domyślam się, po co kazaliśmy mierzyć obwód talii. 	5 min	
3.	<ul style="list-style-type: none"> – Wybierzcie model swojego ciała (walec albo elipsoida). Dostosujcie wzór na objętość do danych, obliczcie objętość. Uważajcie na jednostki. 	<p>Uczniowie w grupach wybierają, czy wolą jako model przyjąć walec czy elipsoidę. Tworzą wzór na objętość ($t^2w/6\pi$ lub $t^2w/4\pi$), potem podstawiają dane z własnych pomiarów i obliczają. Porównują wyniki.</p>	10 min	
4.	<ul style="list-style-type: none"> – Teraz możecie obliczyć masę modelu, przyjmując jako gęstość $d = 1,01 \text{ g/cm}^3$. 	<p>Uczniowie obliczają masę.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Nie bardzo odpowiada rzeczywistości! – Jest większa. U każdego. – Nic dziwnego. Przecież człowiek cały wejdzie do takiej elipsoidy i jeszcze trochę powietrza tam zostanie. – Tym bardziej do walca. 	5 min	
5.	<ul style="list-style-type: none"> – Możemy teraz wyrazić BMI przez zmienne w i t. Podstawiając pamiętajcie, że we wzorze na BMI w wyrażamy w metrach a m w kilogramach! 	<p>Przeprowadzają odpowiedni rachunek, dochodzą do wzoru $BMI = dV/w^2 = \dots = 10,1t^2/w$.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Przecież znowu mamy dwie zmienne t i w. To żadne uproszczenie wzoru. – Ale już nie trzeba się ważyć! Wystarczy centymetr krawiecki. 	10 min	
6.	<ul style="list-style-type: none"> – Osoby dorosłe mało różnią się wzrostem. Przyjmijmy przeciętny wzrost $w = 165 \text{ cm}$. – To już jest inny wskaźnik tuszy. Trzeba by zrobić nową tabelę. Ale zakresy byłyby określone obwodem talii. 	<p>Po podstawieniu i podzieleniu otrzymują $BMI = 6,1t^2$.</p> <ul style="list-style-type: none"> – To jest funkcja kwadratowa. Jej wykres jest parabolą. – Osób przeciętnego wzrostu nie trzeba ważyć ani mierzyć wzrostu. O tuszy świadczy sam obwód talii. – A tusza rośnie z kwadratem obwodu talii! – To BMI wychodzi strasznie duże! – To byłaby tabela dla osób o średnim wzroście. 	5 min	
7.	<p>Inicjuje podsumowanie lekcji</p>	<ul style="list-style-type: none"> – Przekształciliśmy wzór na BMI. – Skorzystaliśmy ze wzorów na objętość brył. – Nowy wskaźnik tuszy zawiera tylko jedną zmienną – obwód talii. – Trzeba zrobić nową tabelę zakresów. – Ale nie trzeba się ważyć ani mierzyć wzrostu, wystarczy obwód talii. 	5 min	

Załącznik I – Karta pracy ucznia:

Zadanie I	
Wybierz jedną z brył: walec lub elipsoidę. Przekształć wzór na objętość tak, by wyrażał ją jako funkcję zmiennych w i t .	$V = \dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots$
Zadanie II	
Do utworzonego wzoru podstaw własne wymiary i oblicz objętość, a następnie masę.	$V = \dots\dots\dots$ $m = \dots\dots\dots$
Zadanie III	
Przyjmij, że osoby wzrostu 165 cm powinny ważyć od 65 kg do 70 kg. Oblicz, jaki to jest (w Twoim modelu) zakres obwodu talii.	Minimalny obwód talii: $\dots\dots\dots$ Maksymalny obwód talii: $\dots\dots\dots$

Załącznik II – Materiały do lekcji



Scenariusz nr 32 lekcji do przeprowadzenia w klasie I liceum z matematyki

TEMAT: Szyfrowanie informacji.

- Autor:** Małgorzata Ludwikowska
- Klasa:** I (liczba uczniów 20–30)
- Czas trwania:** 45 min
- Metody przeprowadzenia lekcji:** aktywizująca
- Formy pracy:** praca w parach
- Cele:**
 - kształtowanie umiejętności wykorzystywania własności działań arytmetycznych,
 - ćwiczenia sprawności obliczeń pamięciowych,
 - kształtowanie umiejętności badania poprawności postawionej hipotezy,
 - motywacja ucznia do aktywnego poszukiwania rozwiązania.
- Spodziewane efekty** (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń):
 - uczeń wykonuje w pamięci proste obliczenia arytmetyczne,
 - uczeń sprawdza, czy rozwiązanie spełnia warunki zadania,
 - uczeń doskonali umiejętność współpracy z kolegą z pary.
 Wymagania szczegółowe:
 - uczeń przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach – kategoria taksonomiczna C.

8. Metody sprawdzania osiągniętych celów:

- bieżąca obserwacja pracy w poszczególnych parach,
- sprawdzenie poprawności pracy sędziów.

9. Sposoby motywowania uczniów:

- uczniowie pracują w grupach (parach) o takich samych możliwościach matematycznych,
- dopasowanie trudności zadań do możliwości uczniów,
- chęć znalezienia rozwiązania i przejście do następnego etapu.

10. Środki dydaktyczne:

- karty z przygotowanymi zadaniami,
- kalkulatory do sprawdzenia poprawności obliczeń.

11. Przebieg lekcji:

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	Czynności organizacyjno-porządkowe: sprawdzenie obecności i pracy domowej	Wskazany uczeń odczytuje pracę domową, pozostali sprawdzają jej poprawność	5 min	Koncentracja uwagi, systematyczność pracy.
2.	Dzieli uczniów na grupy 4-osobowe według ich możliwości matematycznych. Każda grupa dostaje kartki z wydrukowanymi zadaniami (załączniki 1, 2). Omawia zasady rozwiązywania zadań. Podpowiada metodę rozwiązania uczniom, którzy mają problem z samodzielnym rozwiązaniem.	Uczniowie siadają w grupach i słuchają, na czym będzie polegała ich praca. Starają się rozszyfrować otrzymane zadania, sprawdzają otrzymane wyniki na kalkulatorach.	10 min	Zainteresowanie rezultatem, wzmocnienie zainteresowania nagrodą (ocena), uczenie się przez zabawę, myślenie twórcze, współdziałanie.
3.	Każda grupa dostaje kolejne kartki z wydrukowanymi zadaniami (załączniki 3, 4). Nauczyciel omawia sposób rozwiązania zadania z załącznika 3, a następnie uczniowie próbują samodzielnie rozwiązać zadanie z załącznika 4.	Uczniowie śledzą tok rozumowania przy rozwiązaniu zadania z załącznika 3 i w grupach poszukują rozwiązania zadania z załącznika 4. Sprawdzają otrzymane wyniki na kalkulatorach.	20 min	
4.	Nauczyciel podsumowuje pracę uczniów. Odbiera rozszyfrowane zadania, prowadzi dyskusję o metodach stosowanych przez uczniów, zwracając szczególną uwagę na te, które wynikają z zastosowania własności liczb i działań i informuje uczniów o ewentualnej ocenie ich pracy.	Uczniowie siadają w swoich grupach, oddają rozwiązane zadania, przedstawiają swoje metody rozwiązania.	10 min	Wzmocnienie interakcji nauczyciel-uczeń, podsumowanie własnej pracy.
5.	Uczniowie otrzymują zadanie domowe (załącznik 5).			

Załącznik 1

Zastąp gwiazdki odpowiednimi (niekoniecznie takimi samymi) cyframi tak, aby powstało poprawne działanie.

$$\begin{array}{r} 3 * 5 7 \\ - * 9 8 * \\ \hline 4 * 6 \end{array}$$

Rozwiązanie:

$$\begin{array}{r} 3 4 5 7 \\ - 2 9 8 1 \\ \hline 4 7 6 \end{array}$$

Załącznik 2

Zastąp figury odpowiednimi cyframi tak, aby powstało poprawne działanie. Pamiętaj, że takim samym figurom odpowiadają takie same cyfry.

$$\begin{array}{r} \bullet \bullet \blacksquare \\ + \bullet \bullet \blacksquare \\ \hline \blacktriangle \bullet \blacktriangle \blacktriangle \end{array}$$

Rozwiązanie:

$$\begin{array}{l} \blacktriangle = 1 \\ \bullet = 9 \\ \blacksquare = 4 \\ \blacktriangle = 8 \end{array}$$

Uwaga: Dobra okazja do analizy skuteczności metody „chybił-trafił”. Warto rozpocząć rozwiązanie od analizy, jaka cyfra kryje się pod symbolem trapezu a następnie kółka.

Załącznik 3

Zastąp litery odpowiednimi cyframi tak, aby powstały poprawne działania. Pamiętaj, że takim samym literom odpowiadają takie same cyfry. Z liter alfabetu zbuduj zdanie zaszyfrowane w poniższym szeregu cyfr: 249373246168259048.

$$\begin{array}{r} W + IW = II \\ \cdot \quad - \quad + \\ L + GA = I\dot{Z} \\ \hline DE \cdot O = LS \end{array}$$

Rozwiązanie i komentarz dydaktyczny:

$$\begin{array}{r} 2 + 42 = 44 \\ \cdot \quad - \quad + \\ 9 + 37 = 46 \\ \hline 18 \cdot 5 = 90 \end{array}$$

Odszyfrowane zdanie: **Wilga gwizdże w olsie.**

Ten przykład warto rozwiązać na tablicy wskazując techniki rozumowania.

W górnym wierszu możliwe są następujące wersje:

$$\begin{array}{l} 1 + 21 = 22 \\ 2 + 42 = 44 \\ 3 + 63 = 66 \\ 4 + 84 = 88 \end{array}$$

Ostatnie dwie możliwości odpadają ze względu na trzecią kolumnę, bo wtedy suma byłaby liczbą trzycyfrową. Pierwsza możliwość nie wchodzi w grę, bo w pierwszej kolumnie iloczyn liczby jeden i dowolnej liczby jednocyfrowej jest liczbą jednocyfrową. Zatem pierwszy wiersz alfabetu mamy odgadnięty.

$$2 + 42 = 44$$

Teraz obserwujemy „naraz” pierwszą kolumnę, trzecią kolumnę i trzeci wiersz. Litera **L** może być równa albo 8 albo 9 jako suma 44 i 4. Gdyby **L** była równa 8, to **DE** byłoby równe 16, a wtedy **O** musiałoby się równać 5, co powoduje, że **LS** byłoby równe 80. Jest to niemożliwe, ze względu na sumę ostatniej kolumny. Zatem **L** jest równa 9. Dalej już łatwo.

Załącznik 4

Zastąp litery odpowiednimi cyframi tak, aby powstały poprawne działania. Pamiętaj, że takim samym literom odpowiadają takie same cyfry.

$$\begin{array}{r} A + CM = AC \\ \cdot \quad + \\ \hline CD + T = AL \\ \hline AE : AE = C \end{array}$$

Rozwiązanie:

$$L = 0, C = 1, A = 2, M = 9, D = 3, E = 6, T = 7$$

Załącznik 5

Zadanie I

Korzystając z rozwiązania algebrafu (załącznik 4) ułóż i zaszyfruj krótki tekst – może być jeden wyraz, np. TEMAT = 76927.

Zadanie II

Zastąp litery odpowiednimi cyframi tak, aby powstało poprawne działanie. Pamiętaj, że takim samym literom odpowiadają takie same cyfry.

$$\begin{array}{r} \text{GRAD} \\ + \text{DESZCZ} \\ \hline \text{STRATA} \end{array}$$

Scenariusz nr 33 lekcji do przeprowadzenia w klasie I liceum z matematyki

TEMAT: Szyfrowanie informacji.

1. **Autor:** Małgorzata Ludwikowska
2. **Klasa:** I (liczba uczniów 20–30)
3. **Czas trwania:** 45 min
4. **Metody przeprowadzenia lekcji:** aktywizująca
5. **Formy pracy:** praca w parach lub czwórkach
6. **Cele:**
 - kształtowanie umiejętności wykorzystywania własności działań arytmetycznych,
 - ćwiczenia sprawności obliczeń pamięciowych,
 - kształtowanie umiejętności badania poprawności postawionej hipotezy,
 - motywacja ucznia do aktywnego poszukiwania rozwiązania,
 - utrwalenie umiejętności rozwiązywania zadań logicznych poznanych na poprzedniej lekcji.
7. **Spodziewane efekty** (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń):
 - uczeń wykonuje w pamięci proste obliczenia arytmetyczne,
 - uczeń sprawdza, czy rozwiązanie spełnia warunki zadania,
 - uczeń doskonali umiejętność współpracy z kolegą z pary.

Wymagania szczegółowe:

 - uczeń przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach – kategoria taksonomiczna B.
8. **Metody sprawdzania osiągniętych celów:**
 - bieżąca obserwacja pracy w poszczególnych parach,
 - sprawdzenie poprawności pracy sędziów.

9. Sposoby motywowania uczniów:

- uczniowie pracują w grupach (parach) o takich samych możliwościach matematycznych,
- dopasowanie trudności zadań do możliwości uczniów,
- chęć znalezienia rozwiązania i przejście do następnego etapu.

10. Środki dydaktyczne:

- karty z przygotowanymi zadaniami,
- kalkulatory do sprawdzenia poprawności obliczeń.

11. Przebieg lekcji:

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	Czynności organizacyjno-porządkowe: sprawdzenie obecności i pracy domowej	Wskazani uczniowie odczytują pracę domową, pozostali sprawdzają jej poprawność.	10 min	Koncentracja uwagi, systematyczność pracy.
2.	Dzieli uczniów na grupy czteroosobowe, według ich możliwości matematycznych. Każda grupa dostaje kartki z wydrukowanymi zadaniem (załącznik 6).	Uczniowie siadają w grupach i słuchają, na czym będzie polegała ich praca. Starają się rozszyfrować otrzymane zadanie, sprawdzają otrzymane wyniki na kalkulatorach.	10 min	Zainteresowanie rezultatem, wzmocnienie zainteresowania nagrodą (ocena), uczenie się przez zabawę, myślenie twórcze, współdziałanie.
3.	Nauczyciel kontroluje przebieg pracy, dba, aby zespoły pracowały w mniej więcej równym tempie	Każda grupa otrzymuje polecenie samodzielnego ułożenia zestawu działań arytmetycznych, podobnego (pod względem struktury) do rozwiązania algebrafu z załącznika 6 i przekazuje sąsiedniej grupie, która ma dokonać sprawdzenia poprawności działań, zakodowania literami cyfr i ułożenia zaszyfrowanego hasła.	30 min	
4.	Nauczyciel podsumowuje pracę uczniów. Odbiera gotowe algebrafy i zaszyfrowane hasła oraz rozdaje uczniom pracę domową – rozszyfrowanie jednego z hasel, przy szyfrowaniu których nie uczestniczyli.	Uczniowie siadają w swoich grupach, oddają rozwiązane zadania.	10 min	Wzmocnienie interakcji nauczyciel–uczniowie, podsumowanie własnej pracy.

Załącznik 6

Zastąp litery odpowiednimi cyframi tak, aby powstały poprawne działania. Pamiętaj, że takim samym literom odpowiadają takie same cyfry.

$$\begin{array}{r} \overline{AB} : \overline{CD} = \overline{E} \\ \overline{F} + \overline{G} = \overline{CH} \\ \overline{GI} - \overline{I} = \overline{GJ} \end{array}$$

Rozwiązanie:

$$A = 7, B = 2, C = 1, D = 8, E = 4, F = 9, G = 6, H = 5, I = 3, J = 0$$

Wskazówka:

Z drugiego wiersza wynika, że **C** = 1 (suma dwóch liczb jednocyfrowych zawsze ma w rzędzie jedności jedynekę) oraz **J** = 0 – oczywiste w kontekście trzeciego wiersza. W takim razie **H** lub **E** musi się równać 5 (trzecia kolumna). **E** odpada, ponieważ wtedy **B** (pierwszy wiersz) musiałoby być zerem lub piątką, a kodowanie jest jednoznaczne. Zatem **H** = 5.

Scenariusz nr 34 lekcji do przeprowadzenia w klasie I liceum z matematyki

TEMAT: Szyfrowanie i deszyfrowanie informacji – szyfry klasyczne.

- Autor:** Małgorzata Ludwikowska
- Klasa:** I (liczba uczniów 20–30)
- Czas trwania:** 45 min
- Metody przeprowadzenia lekcji:** dyskusja, ćwiczenie laboratoryjne.
- Formy pracy:** swobodna rozmowa, praca w zespołach dwuosobowych.
- Cele:**
 - kształtowanie umiejętności wykorzystywania własności działań arytmetycznych,
 - ćwiczenia sprawności obliczeń pamięciowych,
 - kształtowanie umiejętności badania poprawności postawionej hipotezy,
 - motywacja ucznia do aktywnego poszukiwania rozwiązania,
 - utrwalenie umiejętności rozwiązywania zadań logicznych, poznanych na poprzedniej lekcji.
- Spodziewane efekty** (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń):
 - znajomość podstawowych zasad szyfrowania wiadomości,
 - postawa ostrożności w stosowaniu modelu matematycznego,
 - świadomość historycznych i obecnych uwarunkowań szyfrowania,
 - postawa współpracy w wykonywaniu zadania.

Wymagania szczegółowe:

 - uczeń przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach – kategoria taksonomiczna C.
- Metody sprawdzania osiągniętych celów:**
 - słuchanie wypowiedzi uczniów,
 - przeglądanie notatek i rysunków,
 - obserwacja pracy grup.
- Sposoby motywowania uczniów:**
 - odniesienie tematu do doświadczeń i zainteresowań uczniów,
 - „odczarowanie” modelowania matematycznego przez jego konkretyzację,
 - powiązanie tematu z problemami otaczającego świata.
- Przygotowanie do lekcji** (warunki, jakie powinny być spełnione, aby prawidłowo przeprowadzić lekcję):
 - niezbyt duża liczebność klasy,
 - dość miejsca na pracę dwuosobowych grup.
- Środki dydaktyczne:**
 - kalkulatory,
 - wydrukowane materiały – załączniki.
- Przebieg lekcji:**

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	Inicjuje rozmowę o szyfrowaniu, jego historycznych (szyfr Cezara) i współczesnych uwarunkowaniach.	Dzieli się posiadanymi informacjami o: szyfrowaniu, zastosowaniu szyfrowania, przykładach konieczności stosowania szyfrów.	10 min	Świadomość konieczności posiadania metody ochrony informacji.

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
2.	Pokazuje i objaśnia zasady najprostszego szyfrowania. Szyfr Cezara i jego wersje (pomoc dla nauczyciela – załącznik 1). Proponuje uczniom, podzielonym na dwuosobowe grupy, zaszyfrowanie tekstu szyfrem Cezara, a następnie wymianę zaszyfrowanego tekstu między grupami i jego rozszyfrowanie.	Uczniowie szyfrują i deszyfrują swoje teksty.	15 min	Umiejętność pracy zespołowej, poznanie najprostszych zasad kryptografii.
3.	Inicjuje rozmowę o sposobie odnalezienia klucza szyfrowania (załącznik 2). Jedną z metod ułatwiających znalezienie klucza jest badanie częstości występowania liter w tekście zapisanym w danym języku.	Uczniowie proponują metody np. prób i błędów (warto skierować rozmowę na problem możliwości wyboru klucza).	5 min	Poszukiwanie rozwiązania nietypowego problemu.
4.	Przedstawia bardziej zaawansowaną metodę szyfrowania – szyfr Cardano (załącznik 3). Podaje tylko klucz szyfrowania.	Uczniowie otrzymują kartki z kluczem szyfrowania Cardano i szyfrują swój tekst, a następnie wymieniają zaszyfrowany tekst między grupami i następuje jego rozszyfrowanie.	15 min	Współpraca w wykonywaniu zadania. Ćwiczenie w stosowaniu poznanego algorytmu.
5.	Proponuje usprawnienie dekryptażu, przez zapisanie jako pracy domowej gotowego klucza deszyfrującego (załącznik 3).			

Załącznik 1

„Jeden z najstarszych sposobów szyfrowania pochodzi od Juliusza Cezara, który szyfrował swoją korespondencję z Cyceronem. Sposób ten polegał na tym, że zamiast każdej litery, pisało się literę występującą w alfabecie trzy miejsca dalej. Tak więc, jeśli użyjemy dzisiejszego alfabetu łacińskiego

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z A B C D ...

to zamiast A będziemy pisać D, zamiast K piszemy N, zamiast Y piszemy B. Widzimy więc, że alfabet traktujemy „cyklicznie”, tzn. po ostatniej literze Z następuje znów pierwsza A itd.

Słynne słowa Cezara ALEA IACTA EST (kości zostały rzucone) zaszyfrowalibyśmy więc jako DOHD LDFWD HWW. Na tym przykładzie objaśnimy dwa ważne pojęcia kryptografii (czyli nauki o szyfrowaniu): systemu kryptograficznego i klucza. System kryptograficzny to, mówiąc nieprecyzyjnie, ogólny sposób szyfrowania. W naszym przykładzie polega on na tym, że zamiast danej litery alfabetu, piszemy literę występującą w tym samym alfabecie, ileś miejsc dalej. Cezar zdecydował się akurat na trzy miejsca dalej, ale równie dobrze mógłby pisać literę występującą siedem miejsc dalej. Sposób szyfrowania (tzn. system kryptograficzny) byłby w zasadzie ten sam, różniłby się tylko wyborem *klucza*, czyli liczby wskazującej, o ile miejsc dalej w alfabecie stoi litera, którą mam napisać. Można powiedzieć, że system kryptograficzny polega tu na pisaniu litery stojącej *k* miejsc dalej, a liczba *k* jest kluczem. Podsumujmy: szyfrowanie polega na wyborze ogólnego sposobu, algorytmu szyfrowania, zwanego systemem kryptograficznym i pewnych parametrów, od których ten algorytm jest zależny, nazywanych kluczem szyfrowania.

Każdą zaszyfrowaną wiadomość trzeba kiedyś rozszyfrować. W szyfrze Cezara znajdujemy literę stojącą w alfabecie trzy miejsca bliżej, czyli w istocie stosujemy ten sam algorytm szyfrowania z innym kluczem. Do szyfrowania używamy klucza +3, a do rozszyfrowywania klucza -3. Gdy znamy klucz szyfrowania, to znamy też klucz rozszyfrowywania. Tak naprawdę jest to ten sam klucz, jeśli pominiemy jego znak.”

Załącznik 2

„Jeśli ktoś zadaje sobie tyle trudu, by szyfrować wiadomości wysyłane do kogoś innego, to pewnie dlatego, że nie chce, by inne, niepowołane do tego osoby, mogły te wiadomości odczytać. I pewnie znajdą się te inne osoby, które chcą koniecznie przeczytać to, co zostało zaszyfrowane. Jeśli nie znają one sposobu szyfrowania, to muszą ten szyfr „złamać”. W jaki sposób można tego dokonać?

Po pierwsze, będziemy zakładać, że osoba łamiąca szyfr zna system kryptograficzny i nie zna tylko klucza. Dlaczego przyjmujemy takie założenie? Wśród wielu powodów można wymienić ten, że system kryptograficzny na ogół trudniej zmienić niż klucz. Używa się więc tego samego systemu na tyle długo, że osoby niepowołane mogą wykraść informacje o samym systemie. Bezpieczeństwo szyfrowania będzie zapewnione dzięki częstym zmianom kluczy. Innym powodem jest ten, że często tego samego systemu używa bardzo wiele osób i sam system jest dobrze wszystkim znany.

A jak w takim razie zdobyć klucz, jeśli dysponuje się tylko tekstem zaszyfrowanym? Czasami nie jest to trudne. Np. szyfr Cezara można złamać bardzo łatwo. Przecież ma on tylko 26 kluczy. Wystarczy spróbować wszystkich, by przekonać się, że tylko jedna wiadomość brzmi sensownie, a pozostałe stanowią niezrozumiały bełkot. Klucz użyty w tym rozszyfrowywaniu jest właściwym kluczem. Widzimy więc, że system kryptograficzny dopuszczający niewiele kluczy nie jest bezpieczny i łatwo taki szyfr złamać.”

Załącznik 3

„Girolamo Cardano, wybitny uczony XVI wieku, pisał, że niemożliwy do złamania jest nieco inny szyfr, polegający na tym, że zamiast każdej litery alfabetu piszemy ustaloną inną literę. Wyjaśni to najlepiej przykład. Przyjmijmy, że zamiast litery A piszemy Q, zamiast B piszemy W itd. według następującego schematu:

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z
Q W E R T Y U I O P A S D F G H J K L Z X C V B N M

(zamiast litery stojącej w górnym wierszu piszemy literę znajdującą się pod nią w dolnym wierszu). Zdanie ALEA IACTA EST zostanie teraz zaszyfrowane jako QSTQ OQEZQ TLZ. System kryptograficzny polega tu na zastępowaniu każdej litery inną, a kluczem jest stojąca w dolnym wierszu permutacja liter alfabetu. Kluczem rozszyfrowywania jest oczywiście permutacja odwrotna, którą nietrudno wypisać:

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z
K X V M C N O P H Q R S Z Y I J A D L E G W B U F T

Liczba kluczy jest ogromna. Jest ich 26! – czyli 403291461126605635584000000. Oczywiście, przeszukiwanie wszystkich możliwych kluczy nie jest wykonalne, trwałoby zbyt długo. Jak więc można złamać ten szyfr? Sięgamy do metod statystycznych. Okazuje się, że w tekstach napisanych w danym języku, poszczególne litery nie występują z tą samą częstotliwością. I tak, na przykład, w języku angielskim najczęściej występuje litera E (około 13% wszystkich liter odpowiednio długiego tekstu). Drugą z kolei jest litera T (około 9%), następnymi są A, O, N, I, R. W języku polskim nie ma litery bardzo wyróżniającej się od innych i dlatego łamanie zaszyfrowanego tekstu napisanego po polsku będzie nieco trudniejsze. Najczęściej występują litery A oraz I (po około 9%), a po nich E i O (po około 7,5%).

Taki sposób łamania szyfru opisał w opowiadaniu „Tańczące sylwetki” Artur Conan Doyle.

Przypuśćmy teraz, że mamy dany tekst zaszyfrowany za pomocą opisanego wyżej systemu. Musimy oczywiście wiedzieć, w jakim języku napisano zaszyfrowaną wiadomość i znać rozkład częstości występowania liter alfabetu w tekstach napisanych w tym języku. Jeśli nasz tekst jest wystarczająco długi (wystarczy już kilkaset liter), to rozkład częstości jego liter powinien być podobny. Najczęściej występujące litery w tekście zaszyfrowanym powinny odpowiadać najczęstszym literom danego języka (choć niekoniecznie w tej samej kolejności). Próbujemy przypisać te litery sobie; po kilku próbach okaże się, że dość łatwo możemy domyślić się znaczenia następnych liter, potem jeszcze następnych, aż wreszcie domyślamy się znaczenia wszystkich liter klucza i odczytujemy cały tekst. Duża liczba kluczy nie jest więc warunkiem wystarczającym bezpieczeństwa szyfru.”

Przygotowując załączniki, korzystano z artykułu Wojciecha Guzickiego.

Scenariusz nr 35 lekcji do przeprowadzenia w klasie I liceum z matematyki

TEMAT: Szyfrowanie i deszyfrowanie informacji – szyfry klasyczne.

- Autor:** Małgorzata Ludwikowska
- Klasa:** I (liczba uczniów 20–30)
- Czas trwania:** 45 min
- Metody przeprowadzenia lekcji:** dyskusja, ćwiczenie laboratoryjne.
- Formy pracy:** swobodna rozmowa, praca w zespołach dwuosobowych.
- Cele:**
 - kształtowanie umiejętności wykorzystywania własności działań arytmetycznych,
 - kształtowanie umiejętności badania poprawności postawionej hipotezy,
 - motywacja ucznia do aktywnego poszukiwania rozwiązania,
 - utrwalenie umiejętności rozwiązywania zadań logicznych, poznanych na poprzedniej lekcji.
- Spodziewane efekty** (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń):
 - znajomość podstawowych zasad szyfrowania wiadomości,
 - postawa ostrożności w stosowaniu modelu matematycznego,
 - świadomość historycznych i obecnych uwarunkowań szyfrowania,
 - postawa współpracy w wykonywaniu zadania.

Wymagania szczegółowe:

 - uczeń przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach – kategoria taksonomiczna C.
- Metody sprawdzania osiągniętych celów:**
 - słuchanie wypowiedzi uczniów,
 - przeglądanie notatek i rysunków,
 - obserwacja pracy grup.
- Sposoby motywowania uczniów:**
 - odniesienie tematu do doświadczeń i zainteresowań uczniów,
 - „odczarowanie” modelowania matematycznego przez jego konkretyzację,
 - powiązanie tematu z problemami otaczającego świata.
- Przygotowanie do lekcji** (warunki, jakie powinny być spełnione, aby prawidłowo przeprowadzić lekcję):
 - niezbyt duża liczebność klasy,
 - dość miejsca na pracę dwuosobowych grup.
- Środki dydaktyczne:**
 - kalkulatory,
 - wydrukowane materiały – załączniki.
- Przebieg lekcji:**

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	Przypomina temat poprzedniej lekcji, kontroluje wykonanie zadania domowego, poprzez podanie krótkiego tekstu do rozszyfrowania. Uczniowie, którzy przygotowali klucz deszyfrujący zrobią to bardzo szybko.	Uczniowie deszyfrują samodzielnie podany tekst.	5 min	Wzmocnienie przekonania o sensowności odrabiania zadań domowych.

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
2.	Pokazuje i objaśnia zasady szyfrowania metodą Vigenère'a (załącznik 4). Uczniowie otrzymują klucz za pomocą którego szyfrują wybrany tekst, a następnie wymieniają się zaszyfrowanym tekstem między grupami i próbują go rozszyfrować.	Uczniowie szyfrują i deszyfrują otrzymane teksty.	15 min	Umiejętność pracy zespołowej, poznanie najprostszych zasad kryptografii. Ćwiczenie w stosowaniu poznanego algorytmu.
3.	Przekazuje uczniom wydrukowany załącznik 5. Prosi o samodzielne przestudiowanie tekstu i rozwiązanie zadania w nim zaproponowanego.	Uczniowie czytają przygotowany załącznik 5 i samodzielnie rozwiązują zadanie.	20 min	Umiejętność samodzielnego zrozumienia przedstawionego algorytmu.
4.	Ocenia zaangażowanie i wyniki pracy poszczególnych uczniów.		5 min	

Załącznik 4

„Przyjrzyjmy się jeszcze jednemu systemowi kryptograficznemu. Od poprzedniego systemu będzie się on różnić tym, że ta sama litera może być zaszyfrowana w różny sposób, w zależności od tego, w którym miejscu tekstu występuje. Weźmy ciąg kilku liczb mniejszych od 26, np. (3, 7, 1, 11, 2). Sposób szyfrowania polega teraz na tym, że zamiast pierwszej litery tekstu piszemy literę znajdującą się w alfabecie 3 miejsca dalej, zamiast drugiej litery tekstu piszemy literę znajdującą się w alfabecie 7 miejsc dalej, zamiast trzeciej litery znajdującą się 1 miejsce dalej, potem literę znajdującą się 11 miejsc dalej, potem 2 miejsca i zaczynamy od początku: 3 miejsca, 7 miejsc, 1 miejsce itd. A więc zdanie ALEA IACTA EST po zaszyfrowaniu będzie brzmiało DSFL KDJUL GVA. Zauważmy, że litery A w pierwszym słowie zostały zaszyfrowane inaczej. Natomiast pierwsza litera A i druga w drugim słowie zostały zaszyfrowane tak samo – dlatego, że druga z nich występuje w tekście pięć miejsc dalej i klucz ma pięć liczb. Ten system kryptograficzny, nazywany szyfrem Vigenère'a, jest więc jakby kombinacją wielu systemów Cezara, a kluczem szyfrowania jest odpowiedni ciąg liczb. Klucze, oczywiście, mogą być dowolnej długości. Często zapamiętujemy klucz w postaci słowa. Na przykład słowo CEZAR odpowiada ciągowi (3, 5, 26, 1, 18): litera C jest trzecią literą alfabetu, litera E – piątą itd. Liczba kluczy w tym systemie jest naprawdę olbrzymia. Kluczy długości 26, a więc takiej długości jak permutacje w poprzednim systemie, jest 26^{26} ; ta liczba jest znacznie większa niż $26!$ ”

Załącznik 5

Niżej jest zaszyfrowana wiadomość i klucz do jej odczytania. A oto klucz: 142857142857142857...

0	A	A	B	C	Ć	D	E	Ę	F	G	H	I	J	K	L	Ł	M	N	Ń	O	Ó	P	R	S	Ś	T	U	V	W	X	Y	Z	Ż	Ź
1	A	B	C	Ć	D	E	Ę	F	G	H	I	J	K	L	Ł	M	N	Ń	O	Ó	P	R	S	Ś	T	U	V	W	X	Y	Z	Ż	Ź	A
2	B	C	Ć	D	E	Ę	F	G	H	I	J	K	L	Ł	M	N	Ń	O	Ó	P	R	S	Ś	T	U	V	W	X	Y	Z	Ż	Ź	A	A
3	C	Ć	D	E	Ę	F	G	H	I	J	K	L	Ł	M	N	Ń	O	Ó	P	R	S	Ś	T	U	V	W	X	Y	Z	Ż	Ź	A	A	B
4	Ć	D	E	Ę	F	G	H	I	J	K	L	Ł	M	N	Ń	O	Ó	P	R	S	Ś	T	U	V	W	X	Y	Z	Ż	Ź	A	A	B	C
5	D	E	Ę	F	G	H	I	J	K	L	Ł	M	N	Ń	O	Ó	P	R	S	Ś	T	U	V	W	X	Y	Z	Ż	Ź	A	A	B	C	Ć
6	E	Ę	F	G	H	I	J	K	L	Ł	M	N	Ń	O	Ó	P	R	S	Ś	T	U	V	W	X	Y	Z	Ż	Ź	A	A	B	C	Ć	D
7	Ę	F	G	H	I	J	K	L	Ł	M	N	Ń	O	Ó	P	R	S	Ś	T	U	V	W	X	Y	Z	Ż	Ź	A	A	B	C	Ć	D	E
8	F	G	H	I	J	K	L	Ł	M	N	Ń	O	Ó	P	R	S	Ś	T	U	V	W	X	Y	Z	Ż	Ź	A	A	B	C	Ć	D	E	Ę
9	G	H	I	J	K	L	Ł	M	N	Ń	O	Ó	P	R	S	Ś	T	U	V	W	X	Y	Z	Ż	Ź	A	A	B	C	Ć	D	E	Ę	F

Wiadomość: **TALES Z MILETU** po zaszyfrowaniu ma postać: **ŚYJŹŃ Ś ŁĘJŹÓO**

Sposób szyfrowania:

Piszemy wiadomość, którą chcemy zaszyfrować, a pod nią cyfry z klucza:

TALES Z MILETU
142857142857

1. W wierszu poziomym 1 znajdujemy literę T, a następnie stojącą nad nią w wierszu 0 literę **Ś**.
2. W wierszu poziomym 4 znajdujemy literę A, a następnie stojącą nad nią w wierszu 0 literę **Y**.
3. W wierszu poziomym 2 znajdujemy literę L, a następnie stojącą nad nią w wierszu 0 literę **J**.
4. W wierszu poziomym 8 znajdujemy literę E, a następnie stojącą nad nią w wierszu 0 literę **Ż** itd.

Przy odszyfrowywaniu postępujemy odwrotnie, tzn. piszemy wiadomość, którą chcemy odszyfrować, a pod nią cyfry z klucza:

Ś Y J Ż Ń Ś Ł Ę J Ż Ó
1 4 2 8 5 7 1 4 2 8 5 7

1. W wierszu poziomym 0 znajdujemy literę **Ś**, a następnie stojącą pod nią w wierszu 1 literę **T**.
2. W wierszu poziomym 0 znajdujemy literę **Y**, a następnie stojącą pod nią w wierszu 4 literę **A**.
3. W wierszu poziomym 0 znajdujemy literę **J**, a następnie stojącą pod nią w wierszu 2 literę **L**.
4. W wierszu poziomym 0 znajdujemy literę **Ż**, a następnie stojącą pod nią w wierszu 8 literę **E** itd.

Odszyfruj wiadomość: **ŁYSŻIVŚIUÓJ PBJUFM**

Scenariusz nr 36 lekcji matematyki w liceum

TEMAT: Czy to na pewno punkt wspólny?

Jest to lekcja poświęcona uświadomieniu uczniom, że nawet dokładny rysunek nie upoważnia do wyrokowania o matematycznej prawdzie.

1. **Czas trwania:** 45 min
2. **Metody przeprowadzenia lekcji:** ćwiczenie laboratoryjne, dyskusja dydaktyczna, wykład problemowy.
3. **Formy pracy:** praca w grupach, praca z całą klasą.
4. **Cele:**
 - uświadomienie roli dokładnego rysunku w tworzeniu hipotezy,
 - uświadomienie roli argumentu logicznego,
 - zapoznanie z prostym dowodem geometrycznym.
5. **Spodziewane efekty** (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń):
 - ostrożność w ocenie faktów na podstawie obserwacji,
 - śledzenie rozumowania,
 - notowanie i rekonstrukcja dowodu.
 Wymagania szczegółowe:
 Uczeń:
 - znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych w symetrii osiowej – kategoria taksonomiczna C,
 - rozpoznaje trójkąty podobne – kategoria taksonomiczna B.
6. **Metody sprawdzania osiągniętych celów:**
 - obserwacja pracy uczniów,
 - słuchanie wypowiedzi uczniów,
 - ocena wykonania zadań.
7. **Sposoby motywowania uczniów:**
 - posłużenie się komputerem, zamiast tablicy i rysunku w zeszytach,
 - samodzielne odkrywanie faktów,
 - zaskoczenie niezgodnością obserwacji z geometryczną rzeczywistością.
8. **Przygotowanie do lekcji** (jakie warunki powinny być spełnione, aby prawidłowo przeprowadzić lekcję):
 - lekcja w pracowni informatycznej; przy każdym komputerze dwuosobowy zespół,
 - uczniowie wcześniej zapoznani z programem geometrii dynamicznej (Cabri),
 - swobodna atmosfera, zachęcająca do pytań i dyskusji.

9. Środki dydaktyczne:

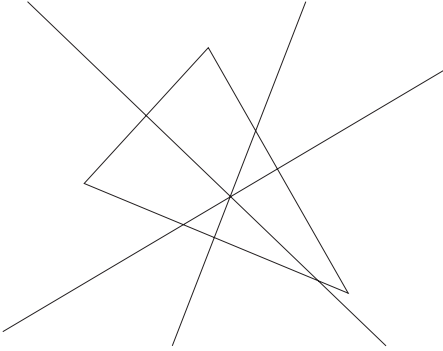
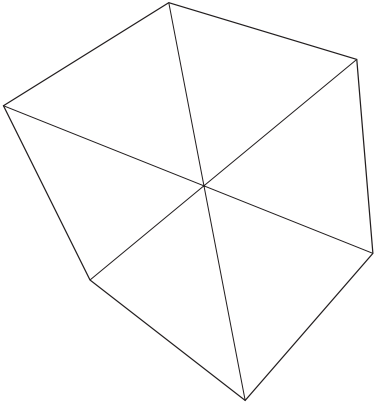
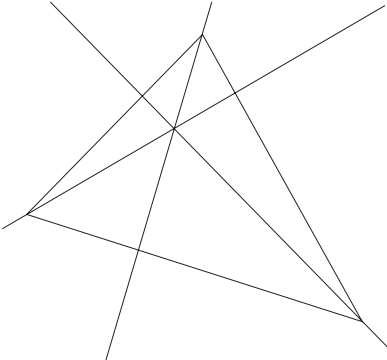
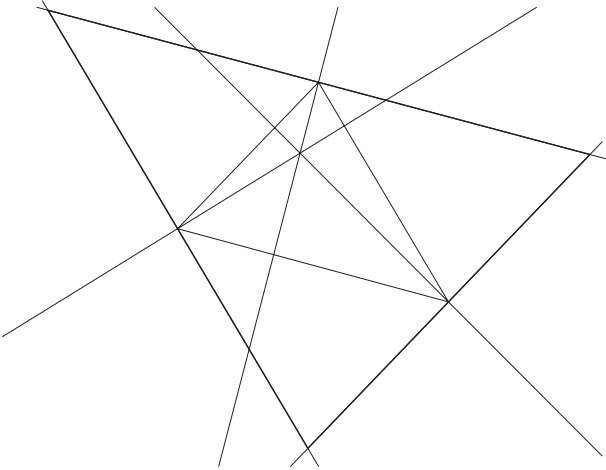
- zainstalowany program Cabri II Plus lub inny program typu „geometria dynamiczna”,
- plik z konstrukcją sześciokąta równobocznego (przygotowaną przez nauczyciela).

10. Słowniczek pojęć: sześciokąt równoboczny, symetralna, dowód.

11. Przebieg lekcji:

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	<ul style="list-style-type: none">– Utwórzcie trójkąt, a następnie symetralne jego boków.– Poruszajcie wierzchołkami i obserwujcie symetralne.– Co zauważacie?	<p>Wykonują polecenia.</p> <ul style="list-style-type: none">– Symetralne przecinają się w jednym punkcie.– To się nie zmienia, gdy zmieniać trójkąt.	5 min	Obserwacja, dostrzeganie niezmiennych się własności.
2.	<ul style="list-style-type: none">– Czy symetralne na pewno przecinają się w jednym punkcie?– Skąd macie pewność?	<ul style="list-style-type: none">– Na pewno, to przecież widać!– To się sprawdza we wszystkich trójkątach.– Tak uczyliśmy się.– Tak mówi twierdzenie.	5 min	
3.	<ul style="list-style-type: none">– Zajmiemy się teraz inną figurą: sześciokątem równobocznym wypukłym. Jego konstrukcją zajmiecie się później, teraz otwórzcie gotową.– Utwórzcie przekątną, łączące przeciwległe wierzchołki.– Poruszajcie wierzchołkami i obserwujcie przekątną.– Co zauważacie?– Czy jesteście pewni tego, co spostrzegacie? Co Was upewnia?	<p>Wykonują polecenia.</p> <ul style="list-style-type: none">– Przekątne przecinają się w jednym punkcie.– Tak jest zawsze, gdy sześciokąt jest wypukły.– W niewypukłym, punkty przecięcia się rozchodzą.– Więc mamy twierdzenie:...– Tak jak symetralne trójkąta: widać, że w wypukłym przechodzą przez jeden punkt.	5 min	Obserwacja, dostrzeganie niezmiennych się własności.
4.	<ul style="list-style-type: none">– Proponuję, żeby to sprawdzić. Zaproponujcie jak, a następnie sprawdźcie.	<ul style="list-style-type: none">– Można bardzo powiększyć sześciokąt, wtedy prawda wyjdzie na wierzch.– Można zmierzyć odległość punktów przecięcia, gdy sześciokąt jest niewypukły, a potem go uwypuklić.– Można najechać kursorem na miejsce przecięcia. Czy komputer będzie pytał „Który punkt”?	5 min	Otwartość w poszukiwaniu metody.
5.	<ul style="list-style-type: none">– Co teraz powiecie?	<p>Realizują swoje propozycje.</p> <ul style="list-style-type: none">– Jednak nie zawsze się przecinają.– Nie można wierzyć temu, co się widzi na rysunku.– To może symetralne trójkąta też nie zawsze się przecinają w jednym punkcie?	5 min	Ostrożność w ocenie faktów na podstawie obserwacji.
6.	<ul style="list-style-type: none">– Symetralne trójkąta zawsze przecinają się w jednym punkcie i teraz Was o tym przekonam.– Przeprowadza dowód heurystyczny.– Takie rozumowanie nazywa się dowodem.– Kto powtórzy ten dowód?	<p>Słuchają wykładu, zadają pytania, proszą o wyjaśnienie itp.</p> <p>Wybrany uczeń powtarza dowód.</p>	15 min	Słuchanie i notowanie wykładu. Rekonstrukcja rozumowania na podstawie notatek.
7.	<ul style="list-style-type: none">– Jaki morał warto zapamiętać po tej lekcji?	<ul style="list-style-type: none">– Nie wierzy my wzrokowi, sprawdzajmy rozumowo.– Ale to, co widać, podpowiada jak jest.– Jak może być, a nie jak jest.	5 min	Ostrożność w ocenie faktów na podstawie obserwacji. Korzystanie z rysunku dla formułowania hipotezy.

Załącznik 1 – Karta pracy ucznia:

Zadanie I	
<p>Uruchom Cabri. Utwórz trójkąt i skonstruuj symetralne jego boków. Poruszaj wierzchołkami, obserwując symetralne. Napisz, co zaobserwowałeś.</p>	
Zadanie II	
<p>Otwórz plik z konstrukcją sześciokąta równobocznego. Utwórz przekątne, łączące przeciwległe wierzchołki. Poruszaj wierzchołkami obserwując przekątne. Napisz, co zaobserwowałeś.</p>	
Zadanie III	
<p>Utwórz trójkąt ABC. Skonstruuj proste a, b, c prostopadłe do jego boków i przechodzące przez wierzchołki. Poruszaj wierzchołkami, obserwując proste. Co zauważasz? Czy masz pewność, że tak jest?</p>	
<p>Uzupełnij rysunek prostymi równoległymi do boków trójkąta ABC i przechodzącymi przez wierzchołki. Połącz ich punkty przecięcia z prostymi a, b, c. Czy teraz widzisz, dlaczego proste a, b, c muszą przecinać się w jednym punkcie? Czego tu jeszcze nie wiesz?</p>	

Scenariusz nr 37 lekcji matematyki w liceum

TEMAT: Mnożenie po wedyjsku.

Jest to lekcja poświęcona rozbudzeniu ciekawości i chęci dociekania źródła poprawności algorytmu.

- Czas trwania:** 45 min
- Metody przeprowadzenia lekcji:** wykład problemowy, ćwiczenia laboratoryjne, dyskusja w grupach, dyskusja dydaktyczna.
- Formy pracy:** praca z całą klasą, praca w grupach.
- Cele:**
 - uświadomić różnicę między empirycznym i logicznym sprawdzeniem poprawności algorytmu,
 - uczyć uogólniania metody,
 - pokazać niestandardowy sposób mnożenia liczb całkowitych.
- Spodziewane efekty** (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń):
 - świadomość, że do tego samego wyniku prowadzą różne algorytmy,
 - świadomość, że sprawdzanie na przykładach i wywód logiczny to odrębne metody weryfikacji,
 - umiejętność poznania, przeniesienia i uogólnienia nowej procedury,
 - algebraiczne dowodzenie faktów dotyczących liczb.
 Wymagania szczegółowe:
 - uczeń przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach – kategoria taksonomiczna C.
- Metody sprawdzania osiągniętych celów**
 - obserwacja i słuchanie uczniów,
 - wyniki uzyskiwane w czasie lekcji i pracy domowej.
- Sposoby motywowania uczniów**
 - nietypowość pokazanego algorytmu,
 - informacja historyczna,
 - stworzenie okazji do samodzielnych prób.
- Przygotowanie do lekcji** (jakie warunki powinny być spełnione, aby prawidłowo przeprowadzić lekcję):
 - atmosfera sprzyjająca otwartej dyskusji,
 - dostępność kalkulatorów elektronicznych.
- Środki dydaktyczne:** kalkulatory elektroniczne na każdym stoliku.
- Słowniczek pojęć:** Veda, algorytm, uogólnić.
- Przebieg lekcji:**

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	– Pokażę Wam pewien sposób mnożenia, jakiego nie znacie. – Pomnożę $86 \cdot 93$. $86 \rightarrow 14$ (do 100 brakuje 14) $93 \rightarrow 7$ (do 100 brakuje 7) 79 ($86 - 7$) $79 98$ ($14 \cdot 7$) 7998 – to jest wynik mnożenia. Czy poprawny? Pokazuje drugi przykład: $88 \cdot 91$ 79 $79 108$ 8008	Słuchają, obserwują. Znajdują iloczyn kalkulatorem. – Tak, wychodzi tyle samo. – To pewnie specjalnie wybrany przykład. Sprawdzają drugi przykład. – Też się zgadza. – To sztuka magiczna. – Czy zawsze się uda?	10 min	Poznawanie nowej procedury z przykładu i objaśnienia. Nowy sposób pamięciowego mnożenia.

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
2.	<ul style="list-style-type: none"> – Pomnóż podobnie $74 \cdot 92$. – Jak się przekonać, czy ten sposób jest poprawny? 	<p>Jeden uczeń wykonuje mnożenie na tablicy. Sprawdzają wynik.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Trzeba zrobić więcej przykładów. – Opląca się tylko dla bliskich 100. Wtedy można w pamięci. <p>Wykonują i sprawdzają własne przykłady.</p>	10 min	Sprawdzanie procedury przez porównanie wyniku z wynikiem procedury standardowej.
3.	<ul style="list-style-type: none"> – Czy macie pewność, że ten sposób jest poprawny? – Co chcielibyście wiedzieć? <p>Przeprowadza heurystyczny dowód poprawności algorytmu na przykładzie mnożenia $9 \cdot 7$:</p> $9 \rightarrow (10 - 9)$ $7 \rightarrow (10 - 7)$ $(9 - (10 - 7)) \mid (10 - 9) \cdot (10 - 7)$ $(9 + 7) - 10 \mid 10 \cdot (10 - (9 + 7)) + 9 \cdot 7$ $10 \cdot ((9 + 7) - 10) + 10 \cdot (10 - (9 + 7)) + 9 \cdot 7 = 9 \cdot 7$	<ul style="list-style-type: none"> – Raczej tak. Razem przeliczyliśmy kilkadziesiąt przykładów! – Nie wiemy, dlaczego to działa. <p>Słuchają, notują.</p>	10 min	Odróżnianie sprawdzania na przykładach z weryfikacją logiczną (dowodem).
4.	<ul style="list-style-type: none"> – Powtórzcie to rozumowanie na innych liczbach jednocyfrowych, a potem dwucyfrowych. Liczby dwucyfrowe trzeba dopełniać do... 100. 	<p>Wybierają przykłady i powtarzają rozumowanie.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Teraz widać, dlaczego to daje dobry wynik. Ale czy to jest dowód? – Jest, bo to możesz powtórzyć na każdym innym przykładzie. – Czy można to zrobić ogólnie, na liczbach x, y? 	10 min	Przeniesienie i rozszerzenie procedury.
5.	Opowiada o Wedzie i matematyce wedyjskiej. Zachęca do zrobienia zadania III na karcie pracy.	Słuchają, pytają.	5 min	

Załącznik 1 – Karta pracy ucznia:

Zadanie I	
Przeprowadź rozumowanie pokazujące poprawność wedyjskiego sposobu mnożenia na przykładach $6 \cdot 8$ i $87 \cdot 89$.	$6 \rightarrow (10 - 6)$ $8 \rightarrow (10 - 8)$ $(6 - (10 - 8)) \mid (10 - 6) \cdot (10 - 8)$... $87 \rightarrow (100 - 87)$ $89 \rightarrow (100 - 89)$...
Zadanie II	
Wróć do zapisu $87 \rightarrow 13$ $89 \rightarrow 11$ i sprawdź, że $87 - 11 = 89 - 13 = 87 + 89 - 100$. Dlaczego tak jest? Udowodnij to ogólnie dla liczb a, b .	$87 - 11 = 87 - (100 - 89) = \dots$ $a - (100 - b) = \dots$
Zadanie III	
Udowodnij poprawność wedyjskiego sposobu mnożenia dla liczb n -cyfrowych a, b	$a \rightarrow 10^n - a$ $b \rightarrow 10^n - b$

Pokazany sposób mnożenia należy do matematyki wedyjskiej – ogromnego zasobu metod wykonywania obliczeń w pamięci. Jest ona fragmentem Wedy, hinduskiej wiedzy absolutnej; jak wierzą wyznawcy – nie stworzonej przez człowieka, ale mu objawionej. Więcej informacji i liczne wedyjskie sposoby rachunkowe zawiera blog Adama Kalinowskiego, <http://www.adamklimowski.pl/matematyka-wedyjska.html>.

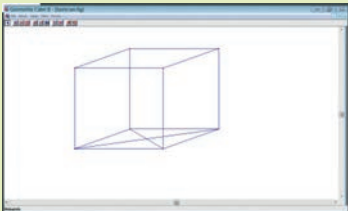
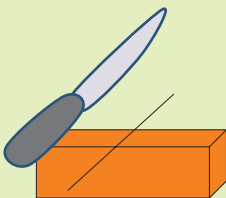
Scenariusz nr 38 lekcji matematyki w liceum

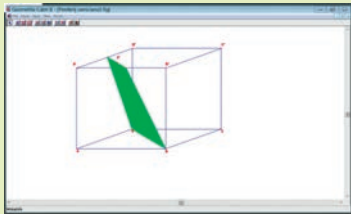
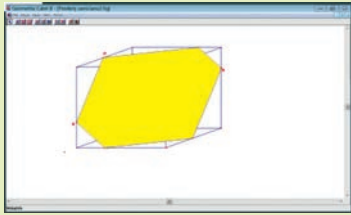
TEMAT: Przekroje sześcianu.

Jest to lekcja poświęcona kształceniu wyobraźni przestrzennej jako źródła hipotez wymagających rozumowej weryfikacji.

1. **Czas trwania:** 45 min
2. **Metody przeprowadzenia lekcji:** wykład problemowy, ćwiczenia laboratoryjne, dyskusja w grupach, dyskusja dydaktyczna.
3. **Formy pracy:** praca z całą klasą, praca w grupach.
4. **Cele:**
 - kształcenie umiejętności rozpoznawania obiektów 3-wymiarowych na rysunkach w rzucie równoległym,
 - uświadomienie różnicy między hipotezą opartą na obserwacji a logicznym jej uzasadnieniem,
 - rozwijanie wyobraźni przestrzennej.
5. **Spodziewane efekty** (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń):
 - odczytywanie własności bryły z jej rysunku w rzucie równoległym,
 - znajomość podstawowych niezmienników rzutu równoległego,
 - badanie abstrakcyjnego obiektu 3-wymiarowego przy użyciu fizycznego modelu,
 - uzasadnianie hipotetycznych własności figury na podstawie ogólnych własności relacji między płaszczyznami.
Wymagania szczegółowe:
 - uczeń określa jaką figurą jest dany przekrój graniastosłupa płaszczyzną – kategoria taksonomiczna D.
6. **Metody sprawdzania osiągniętych celów:**
 - obserwacja pracy i słuchanie wypowiedzi uczniów,
 - karty pracy.
7. **Sposoby motywowania uczniów:**
 - atrakcyjny program komputerowy,
 - posłużenie się fizycznymi modelami,
 - swoboda poszukiwań i dyskusji.
8. **Przygotowanie do lekcji** (jakie warunki powinny być spełnione, aby prawidłowo przeprowadzić lekcję):
 - pracownia informatyczna, zainstalowany program Cabri II Plus,
 - atmosfera sprzyjająca otwartej dyskusji.
9. **Środki dydaktyczne:**
 - komputery z zainstalowanym programem Cabri II Plus i trzema plikami konstrukcji,
 - wykonane przez uczniów modele sześcianu,
 - wykałaczki, plastelina do modelowania.
10. **Słowniczek pojęć:** płaszczyzna, sześcian, przekrój, krawędź.

11. Przebieg lekcji:

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	<p>Poleca złożenie modelu sześciangu z wykałaczek i plasteliny.</p> <p>Poleca otwarcie pliku z figurą Cabri „Sześciang”.</p> <ul style="list-style-type: none"> Figura przedstawia rzut równoległy sześciangu na płaszczyznę. Chwytnając i przeciągając wierzchołek można zmieniać rzut. Porównując model z rzutem, znajdźcie własności bryły, które rzut przedstawia wiernie, i te, które zafałszowuje. 	<p>Wykonują polecenia.</p>  <ul style="list-style-type: none"> Odcinki równoległe są przedstawione jako równoległe. Prostopadłe nie zawsze wychodzą prostopadłe. Krawędzie nie przecinają się, a w rzucie przecinają się. Równe na modelu są równe w rzucie. Środek odcinka też przechodzi w środek. 	10 min	<p>Odczytywanie własności bryły z jej rysunku w rzucie równoległym.</p> <p>Znajomość podstawowych niezmienników rzutu równoległego.</p>
2.	<ul style="list-style-type: none"> Postępując się kartonowym modelem sześciangu i gumką znajdźcie wszystkie rodzaje wielokątów, które mogą być przekrojami sześciangu. Jakie wielokąty nie mogą być przekrojami sześciangu? 	<p>Wykonują polecenie.</p> <ul style="list-style-type: none"> Może być przekrojem trójkąt, trójkąt równoramienny, trapez ... <p>Nie może być przekrojem trójkąt prostokątny,</p> <ul style="list-style-type: none"> czworokąt a nie trapez, ośmiokąt ... 	5 min	<p>Badanie abstrakcyjnego obiektu 3-wymiarowego przy użyciu fizycznego modelu.</p>
3.	<p>Demonstruje krojenie bochenka chleba lub piernika z foremki, prowadząc wykład problemowy zmierzający do sformułowania twierdzeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> Płaszczyzna przecina dwie płaszczyzny równoległe, wzdłuż krawędzi równoległych. Płaszczyzna przecina dwie płaszczyzny prostopadłe, wzdłuż krawędzi prostopadłych, wtedy i tylko wtedy, gdy jest prostopadła do jednej z tych płaszczyzn. <p>Podaje krótki dowód twierdzenia pierwszego; trudniejszy dowód twierdzenia drugiego pomija.</p>	 <p>Słuchają wykładu, zapisują twierdzenia.</p>	10 min	<p>Słuchanie wykładu i robienie notatek.</p> <p>Przekładanie relacji w realnym świecie na twierdzenia matematyczne.</p> <p>Znajomość niektórych własności relacji we wzajemnym położeniu trzech płaszczyzn.</p>

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
4.	<p>Poleca otwarcie pliku Cabri „Przekrój sześcianu1”.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Poruszając punktem P obserwujcie przekroje. Jakie to wielokąty? Każdą odpowiedź starajcie się uzasadnić, opierając się na wiadomościach z planimetrii, własnościach sześcianu i poznanych przed chwilą twierdzeniach. 	 <p>Wykonują polecenie.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Gdy jest czworokątem, to musi być trapezem, bo przekrój przecina płaszczyzny równoległe, więc boki przeciwległe muszą być równoległe. – Czworokąt BDD'B' jest równoległobokiem, bo przeciwległe boki są równe. – Kąty też są proste, bo... ... 	10 min	<p>Rozpoznawanie własności figury z jej rzutu równoległego.</p> <p>Uzasadnianie hipotetycznych własności figury na podstawie ogólnych własności relacji między płaszczyznami.</p>
5.	<p>Poleca otwarcie pliku Cabri „Przekrój sześcianu2”.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Poruszając punktami P, Q, R możecie zmieniać kształt przekroju sześciokątnego. – Opiszcie jego własności. – Postarajcie się uzasadnić każdą własność. – Czy przekrój może być sześciokątem foremnym? 	 <p>Wykonują polecenie.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Przeciwległe boki są równoległe. – Dlatego, że są na płaszczyznach równoległych. ... – Chyba jest foremny, gdy wierzchołki są w środku krawędzi. ... 	10 min	<p>Rozpoznawanie własności figury, z jej rzutu równoległego.</p> <p>Uzasadnianie hipotetycznych własności figury, na podstawie ogólnych własności relacji między płaszczyznami.</p>

Załącznik 1 – Karta pracy ucznia:

Zadanie I	
<p>Otwórz plik z figurą Cabri „Sześcian”.</p> <p>Chwyć aktywny wierzchołek i zmieniaj rzut sześcianu.</p> <p>Porównuj model z rzutem i szukaj własności, które rzut przedstawia wiernie, i tych, które zafałszowuje.</p>	<p>Własności przedstawione wiernie:</p> <p>równoległość,</p> <p>.....</p> <p>Własności nie przedstawione wiernie:</p> <p>prostokątność,</p> <p>.....</p>
Zadanie II	
<p>Posługując się kartonowym modelem sześcianu i gumką zbadaj, jakim wielokątem może, a jakim nie może być przekrój sześcianu.</p>	<p>Przekrój sześcianu może być:</p> <p>kwadratem,</p> <p>.....</p> <p>Przekrój sześcianu nie może być:</p> <p>.....</p>

Zadanie III	
<p>Otwórz plik „Przekrój sześcianu1”.</p> <p>Poruszając punktem P obserwuj przekroje.</p> <p>Jakie to wielokąty? Każdą odpowiedź staraj się uzasadnić, opierając się na wiadomościach z planimetrii, własnościach sześcianu i poznanych przed chwilą twierdzeniach.</p>	<p>Przekrój zawsze jest, bo przecina dwie płaszczyzny</p> <p>Przekrój może być prostokątem, wtedy gdy</p> <p>Kąty są proste, bo</p> <p>Przekrój może być trójkątem Dwa boki ma równe, bo</p> <p>Inne obserwacje</p>

Załącznik 2 – Materiały do lekcji

- zainstalowany program Cabri II Plus (zob. <http://www.interklasa.pl/cabri/>),
- zapisane na dysku pliki „Sześcian”, „Przekrój sześcianu1” i „Przekrój sześcianu2”,
- sklejone wcześniej przez uczniów kartonowe sześciany, pętle z gumki,
- wykałaczki, plastelina.

Scenariusz nr 39 lekcji przeprowadzonej w klasie I liceum z matematyki

TEMAT: Przybliżenia w życiu codziennym i matematyce.

1. **Autor:** Magdalena Urbańska
2. **Klasa:** I liceum (liczba uczniów ok. 30)
3. **Program (treści):** Błąd przybliżenia. Szacowanie wartości liczbowych.
Jest to lekcja poświęcona wprowadzeniu pojęcia błędu bezwzględnego.
4. **Czas trwania:** 45 min
5. **Czas realizacji:** cykl zajęć składa się z 3 lekcji.
6. **Metody przeprowadzenia lekcji:** klasyczna metoda problemowa, dyskusja, ćwiczenia laboratoryjne.
7. **Formy pracy:** praca jednolita, zróżnicowana, w grupach, z całą klasą.
8. **Cele:**
 - przypomnienie pojęcia: reguła zaokrąglania rozwinięcia dziesiętnego liczb,
 - uświadomienie uczniom, że opisując rzeczywistość stosujemy głównie przybliżenia, a rachunki przybliżone zawsze obciążone są błędem,
 - przypomnienie pojęcia: przybliżenie z nadmiarem, z niedomiarem,
 - nabycie umiejętności wyznaczania przybliżeń z nadmiarem i niedomiarem,
 - rozwijanie postawy współpracy,
 - poznanie definicji błędu bezwzględnego.
9. **Spodziewane efekty** (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń):
 - potrafi wyznaczyć przybliżenia danych wielkości z zadaną dokładnością,
 - ma świadomość popełnianych błędów przy wykonywaniu pomiarów w rzeczywistości i wie, od czego te błędy zależą,
 - zna pojęcie błędu bezwzględnego,
 - umie współpracować w grupie.

Wymagania szczegółowe:

 - uczeń oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia – kategoria taksonomiczna C.

10. Metody sprawdzania osiągniętych celów:

- wzajemna kontrola wyników rozwiązania zadań w grupach uczniowskich,
- przeglądanie notatek uczniów,
- obserwacja pracy grup.

11. Sposoby motywowania uczniów:

- ocena ustna wypowiedzi uczniów,
- cząstkowe oceny wpisane do dziennika – za przedstawienie rozwiązania zadań.

12. Przygotowanie do lekcji (jakie warunki powinny być spełnione, aby prawidłowo przeprowadzić lekcję):

- uczniowie podzieleni na 4 lub 8 grup (wg uznania nauczyciela – podziału dokonują albo sami, albo metodą np. losowania koloru grupy),
- możliwość pomiaru sali lekcyjnej, tablicy, korytarza szkolnego (łatwy dostęp do ścian etc.),
- nauczyciel zna dokładne wielkości tych obiektów (sali lekcyjnej, tablicy, korytarza szkolnego, drzwi, ławek, zeszytu) – możliwość zmiany obiektów do pomiaru wg możliwości nauczyciela.

13. Środki dydaktyczne:

- linijki (różnej długości),
- metr krawiecki,
- inne przyrządy do pomiaru długości,
- tablice matematyczne,
- kalkulator.

14. Słowniczek pojęć: wartość bezwzględna, reguły zaokrąglania liczb, przybliżenie z nadmiarem, z niedomiarem, błąd bezwzględny.

15. Przebieg lekcji:

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	Poleca podział na grupy i każdej grupie rozdaje karty pracy. Poleca każdemu uczniowi rozwiązanie zadania – po 4 przykłady, dotyczące zaokrąglania liczb zadaną dokładnością.	Uczniowie rozwiązują zadania, a następnie przekazują siedzącemu obok do sprawdzenia.	5 min	Wzbudzenie procesu motywacyjnego. Koncentracja uwagi. Samodzielność.
2.	Pyta o problemy przy rozwiązywaniu zadań. Zaprasza do rozwiązania zadań na tablicy (tych, o których uczniowie powiedzieli, że mają problemy).	Omawiają zadania, z którymi mieli problemy. Przedstawia je uczeń, który potrafi wytłumaczyć zagadnienie.	3 min	Umiejętność dialogu ucznia z nauczycielem i w grupie oraz traktowania problemów jako możliwych do rozwiązania. Rozpoznawanie możliwości uczniów.
3.	Inicjuje rozmowę nt. przybliżenia liczby π i $\sqrt{2}$ itp. Podprowadza do pojawienia się pojęcia zaokrąglenie liczb oraz przybliżenia z nadmiarem, z niedomiarem.	Odczytują z kalkulatora i podają znane im przybliżenia liczby π (3,1415926...). Przypominają reguły zaokrąglania liczb oraz co oznacza przybliżenie z nadmiarem i z niedomiarem.	3 min	Umiejętność posługiwania się kalkulatorem, tablicami matematycznymi; formułowania pojęć.
4.	Poleca uczniom wykonać pomiary zgodnie z kartami pracy. Uczniowie mają dokonać pomiaru – odpowiednio: długości przekątnej zeszytu, ławki, tablicy, drzwi i sali lekcyjnej oraz korytarza szkolnego różnymi przyrządami (linijka, metr krawiecki etc.) oraz pomiaru długości, szerokości tych obiektów; obliczają długość przekątnej (wykorzystanie twierdzenia Pitagorasa).	Uczniowie dokonują pomiarów, zapisują wyniki w karcie pracy, ustalają wspólne stanowisko, wyznaczają odpowiedzialnego za przekazanie informacji w imieniu grupy.	12 min	Umiejętność współpracy w grupie, organizacji własnej pracy, wykorzystania myślenia matematycznego w celu rozwiązania problemu.

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
5.	Zaprasza do przedstawienia otrzymanych rezultatów pomiarów i obliczeń.	Przedstawiciele grup przedstawiają swoje wyniki.	5 min	Umiejętność formułowania wniosków i wypowiedzania się w imieniu innych.
6.	Inicjuje dyskusję nt. różnicy pomiarów – dlaczego są, kiedy bywają mniej (bardziej) dokładne. Jak można wyznaczyć taki błąd – od czego zależy.	Uczniowie dyskutują i dochodzą do wniosku, że istnieje błąd pomiaru wynikający z jednej strony z niedokładnych przyrządów (różnych przyrządów – inaczej mierzymy linijką centymetrową długość sali, a inaczej metrem krawieckim), z drugiej – z faktu, że rzeczywistość opisywana jest w istocie przybliżeniami, a takie rachunki obciążone są błędem. Warto by zauważyli, że dokładność pomiaru zależy od: <ul style="list-style-type: none"> • przyrządów, którymi się posługują, • wykonywanych obliczeń, • różnych ograniczeń np. fizycznych, • celu pomiarów. Następnie dochodzą do pojęcia błędu bezwzględnego – jako wartości bezwzględnej, różnicy między wartością dokładną, a wartością przybliżoną	7 min	Umiejętność twórczego myślenia, argumentowania, obrony swoich wywodów, oceny wypowiedzi innych.
7.	Przedstawia zadania: podaje rzeczywiste wielkości mierzonych przez uczniów przedmiotów, by mogli obliczyć błąd bezwzględny oraz, w karcie ucznia, zadania związane z obliczaniem błędu bezwzględnego. Sugeruje otrzymanie oceny za poprawnie wykonane zadania.	Wykonują zadania samodzielnie w zeszytach i sprawdzają odpowiedź ucznia przy tablicy.	5 min	Umiejętność stosowania poznanej definicji.
8.	Podsumowuje lekcję oraz zadaje zadanie domowe: przygotować, z wykorzystaniem np. Internetu tabelę przedstawiającą odległości między wybranymi miastami (karta pracy ucznia).	Odpowiada na pytania nauczyciela dotyczące przybliżonych wartości i ich znaczenia w pomiarach.	5 min	Umiejętność dokonania podsumowań, syntezy i ewaluacji osiągniętych efektów.

Załącznik I – Karta pracy ucznia (1):

Zadanie I	
Wyznacz wartość przybliżoną podanych niżej liczb z dokładnością do: a) 0,01 b) 0,001 c) 1	$\sqrt{7}$ a) b) c)
	$1+\sqrt{5}$ a) b) c)
	$\frac{1}{7}$ a) b) c)
	π a) b) c)

Zadanie II	
Zmierz długość przekątnej: 1. zeszytu formatu A5 2. (ławki) stolika lekcyjnego 3. tablicy 4. drzwi wejściowych do sali 5. sali lekcyjnej 6. korytarza szkolnego Pomiaru dokonaj linijką szkolną.	Linijka: zeszyt stolik tablica
	drzwi ławka korytarz
	Notatki:
Zadanie III	
Przyjmując oznaczenia: p – przybliżenie, x – wartość rzeczywista, bb – błąd bezwzględny przybliżenia, oblicz:	a) $x = 1345,45$; $p = 12345$; $bb = \dots\dots\dots$ b) $x = 23,45$; $p = 23$; $bb = \dots\dots\dots$ c) $x = 4,55$; $p = 5$; $bb = \dots\dots\dots$ d) $x = \sqrt{3}$; $p = 1,7$; $bb = \dots\dots\dots$ e) $x = \dots\dots\dots$; $p = 13$ (z nadmiarem); $bb = 0,12$ f) $x = 122,321$; $p = \dots\dots\dots$ (z niedomiarem); $bb = 0,021$
Zadanie domowe:	
1. Jaka jest odległość między Krakowem a Warszawą, Katowicami, Wrocławiem, Przemyślem, Gdynią, Poznaniem i Szczecinem? Wykorzystaj Internet. 2. Zaokrąglaj te wielkości do: a) 10 km i oblicz błąd bezwzględny przybliżenia, b) 1 km i oblicz błąd bezwzględny przybliżenia. 3. Powtórz wiadomości o wartości bezwzględnej i procentach.	

Załącznik I – Karta pracy ucznia (2):

Zadanie I	
Wyznacz wartość przybliżoną podanych niżej liczb z dokładnością do a) 0,01 b) 0,001 c) 1	$\sqrt{3}$; a) b) c)
	$\sqrt{7} + 2$ a) b) c)
	$\frac{1}{3}$ a) b) c)
	$\pi + 1,5$ a) b) c)
Zadanie II	
Zmierz długość przekątnej: 1. zeszytu formatu A5 2. (ławki) stolika lekcyjnego 3. tablicy 4. drzwi wejściowych do sali 5. sali lekcyjnej 6. korytarza szkolnego. Pomiaru dokonaj linijką szkolną.	Metr krawiecki: zeszyt stolik tablica
	drzwi ławka korytarz
	Notatki:

Zadanie III	
Przyjmując oznaczenia: p – przybliżenie, x – wartość rzeczywista, bb – błąd bezwzględny przybliżenia, oblicz:	a) $x = 1345,45$; $p = 12345$; $bb = \dots\dots\dots$ b) $x = 23,45$; $p = 23$; $bb = \dots\dots\dots$ c) $x = 4,55$; $p = 5$; $bb = \dots\dots\dots$ d) $x = \sqrt{3}$; $p = 1,7$; $bb = \dots\dots\dots$ e) $x = \dots\dots\dots$; $p = 13$ (z nadmiarem); $bb = 0,12$ f) $x = 122,321$; $p = \dots\dots\dots$ (z niedomiarem); $bb = 0,021$
Zadanie domowe:	
1. Jaka jest odległość między Krakowem a Warszawą, Katowicami, Wrocławiem, Przemyślem, Gdynią, Poznaniem i Szczecinem? Wykorzystaj Internet. 2. Zaokrąglaj te wielkości do: a) 10 km i oblicz błąd bezwzględny przybliżenia, b) 1 km i oblicz błąd bezwzględny przybliżenia. 3. Powtórz wiadomości o wartości bezwzględnej i procentach.	

Załącznik I – Karta pracy ucznia (3):

Zadanie I	
Wyznacz wartość przybliżoną podanych niżej liczb z dokładnością do: a) 0,01 b) 0,001 c) 1	$\sqrt{7}$ a) b) c).....
	$1 + \sqrt{5}$ a) b) c).....
	$\frac{1}{7}$ a) b) c).....
	π a) b) c).....
Zadanie II	
Wyznacz wymiary, a następnie oblicz długość przekątnej: 1. zeszytu formatu A5 2. (ławki) stolika lekcyjnego 3. tablicy Pomiaru dokonaj na 2 sposoby: linijką i metrem krawieckim.	Wymiary: zeszyt stolik tablica
	Obliczenia:
	Przekątna: zeszyt stolik tablica
Zadanie III	
Przyjmując oznaczenia: p – przybliżenie, x – wartość rzeczywista, bb – błąd bezwzględny przybliżenia, oblicz:	a) $x = 1345,45$; $p = 12345$; $bb = \dots\dots\dots$ b) $x = 23,45$; $p = 23$; $bb = \dots\dots\dots$ c) $x = 4,55$; $p = 5$; $bb = \dots\dots\dots$ d) $x = \sqrt{3}$; $p = 1,7$; $bb = \dots\dots\dots$ e) $x = \dots\dots\dots$; $p = 13$ (z nadmiarem); $bb = 0,12$ f) $x = 122,321$; $p = \dots\dots\dots$ (z niedomiarem); $bb = 0,021$

Zadanie domowe:

- Jaka jest odległość między Krakowem a Warszawą, Katowicami, Wrocławiem, Przemyślem, Gdynią, Poznaniem i Szczecinem? Wykorzystaj Internet.
- Zaokrąglaj te wielkości do:
 - 10 km i oblicz błąd bezwzględny przybliżenia,
 - 1 km i oblicz błąd bezwzględny przybliżenia.
- Powtórz wiadomości o wartości bezwzględnej i procentach.

Załącznik I – Karta pracy ucznia (4):**Zadanie I**

Wyznacz wartość przybliżoną podanych niżej liczb z dokładnością do:

- 0,01
- 0,001
- 1

$\sqrt{3}$;

a) b) c).....

$\sqrt{7}+2$

a) b) c).....

–

a) b) c).....

$\pi+1,5$

a) b) c).....

Zadanie II

Wyznacz wymiary, a następnie oblicz długość przekątnej:
 1. drzwi wejściowych do sali
 2. sali lekcyjnej
 3. korytarza szkolnego
 Pomiaru dokonaj na 2 sposoby:
 linijką i metrem krawieckim.

Wymiary:

drzwi

ławka

korytarz

Obliczenia:

Przekątna:

drzwi ławka korytarz

Zadanie III

Przyjmując oznaczenia:
 p – przybliżenie,
 x – wartość rzeczywista,
 bb – błąd bezwzględny przybliżenia,
 oblicz:

a) $x = 1345,45$; $p = 12345$; $bb = \dots\dots\dots$

b) $x = 23,45$; $p = 23$; $bb = \dots\dots\dots$

c) $x = 4,55$; $p = 5$; $bb = \dots\dots\dots$

d) $x = \sqrt{3}$; $p = 1,7$; $bb = \dots\dots\dots$

e) $x = \dots\dots\dots$; $p = 13$ (z nadmiarem); $bb = 0,12$

f) $x = 122,321$; $p = \dots\dots\dots$ (z niedomiarem); $bb = 0,021$

Zadanie domowe

- Jaka jest odległość między Krakowem a Warszawą, Katowicami, Wrocławiem, Przemyślem, Gdynią, Poznaniem i Szczecinem? Wykorzystaj Internet.
- Zaokrąglaj te wielkości do:
 - 10 km i oblicz błąd bezwzględny przybliżenia,
 - 1 km i oblicz błąd bezwzględny przybliżenia.
- Powtórz wiadomości o wartości bezwzględnej i procentach.

Scenariusz nr 40 lekcji przeprowadzonej w klasie I liceum z matematyki

TEMAT: Kiedy się mylimy – czyli o błędach w matematyce.

1. **Autor:** Magdalena Urbańska
2. **Klasa:** I liceum (liczba uczniów ok. 30)
3. **Program (treści):** Błąd przybliżenia. Szacowanie wartości liczbowych.
Jest to lekcja poświęcona wprowadzeniu pojęć: błąd względny, błąd procentowy.
4. **Czas trwania:** 45 min
5. **Czas realizacji:** cykl zajęć składa się z 3 lekcji.
6. **Metody przeprowadzenia lekcji:** klasyczna metoda problemowa, dyskusja, ćwiczenia laboratoryjne.
7. **Formy pracy:** praca jednolita, zróżnicowana, w grupach, z całą klasą.
8. **Cele:**
 - przypomnienie pojęcia: wartość bezwzględna, zaokrąglanie liczb, błąd bezwzględny,
 - poznanie pojęcia: błąd względny, procentowy, szacowanie,
 - nabycie umiejętności wyznaczania błędu względnego i procentowego,
 - rozwijanie postawy współpracy.
9. **Spodziewane efekty** (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń):
 - potrafi wyznaczyć błąd względny, procentowy,
 - zna pojęcie błędu względnego, procentowego i potrafi go obliczyć,
 - rozumie pojęcie szacowania,
 - wie, że obliczenia przybliżone obciążone są błędami,
 - umie współpracować w grupie.

Wymagania szczegółowe:
Uczeń:

 - wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej – kategoria taksonomiczna D,
 - oblicz błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia – kategoria taksonomiczna C,
 - wykonuje obliczenia procentowe – kategoria taksonomiczna C.
10. **Metody sprawdzania osiągniętych celów:**
 - przeglądanie notatek uczniów,
 - obserwacja pracy grup.
11. **Sposoby motywowania uczniów:**
 - ocena ustna wypowiedzi uczniów,
 - częściowe oceny wpisane do dziennika – za przedstawienie rozwiązania zadań.
12. **Przygotowanie do lekcji** (jakie warunki powinny być spełnione, aby prawidłowo przeprowadzić lekcję):
 - przygotowana plansza do zapisywania odległości (ewentualnie wykorzystanie komputera i rzutnika multimedialnego) między miejscowościami Kraków i: Warszawa, Katowice, Wrocław, Przemyśl, Gdynia, Szczecin, Poznań (informacje można znaleźć na stronie: www.odleglosci.pl/odleglosci),
 - uczniowie podzieleni na grupy kilkusobowe (wg uznania nauczyciela; podział albo sami, albo metodą np. losowania koloru grupy).
13. **Środki dydaktyczne:**
 - kalkulator,
 - ewentualnie dostęp do Internetu.
14. **Słowniczek pojęć:** wartość bezwzględna, błąd bezwzględny, błąd względny, błąd procentowy, szacowanie.

15. Przebieg lekcji:

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	Rozdaje każdemu uczniowi karty pracy i poleca rozwiązać zadanie – po 4 przykłady z zastosowaniem wartości bezwzględnej oraz 4 dotyczące obliczeń z procentami.	Uczniowie rozwiązują zadania, a następnie przekazują siedzącemu obok do sprawdzenia. Podpisane kartki (kto rozwiązywał i kto poprawiał) oddają nauczycielowi.	10 min	Obliczanie modułu z liczby w różnych typach zadań; zastosowanie pojęcia procentu w zadaniach. Wzbudzenie procesu motywacyjnego. Koncentracja uwagi, samodzielność.
2.	Pyta o problemy przy rozwiązywaniu zadań. Zaprasza do rozwiązania zadań na tablicy (tych, o których uczniowie powiedzieli, że mają problemy).	Rozwiązują zadania, z którymi mieli problemy. Przedstawia je uczeń, który potrafi wytłumaczyć zagadnienie.	5 min	Dialog z uczniami i traktowanie problemów możliwych do rozwiązania. Rozpoznawanie możliwości uczniów.
3.	Poleca, aby uczniowie uzgodnili w grupach swoje dane, a następnie wypełnili wspólną dla grupy tabelę (karta pracy ucznia) dotyczącą zadania domowego z poprzedniej lekcji. (Jaka jest odległość między Krakowem a Warszawą, Katowicami, Wrocławiem, Przemyślem, Gdynią, Poznaniem i Szczecinem). Może pojawić się dyskusja, czy podajemy rzeczywiste odległości na mapie, czy dojazdu drogami, czy też ewentualnie korzystania z kolei – pokonujemy te odległości pociągiem.	Podają swoje dane przygotowane w domu, uzgadniają wspólną wersję (mogą korzystać z Internetu, jeśli będzie dostęp – porównują własne wyniki). Zapisują w tabeli – każda grupa będzie mieć ustalone wspólnie wyniki.	5 min	Współpraca w grupie. Umiejętność organizacji pracy. Umiejętność argumentacji i obrony własnego zdania.
4.	Zaprasza do przedstawienia otrzymanych rezultatów w km (wg www.odleglosci.pl/odleglosci) będą to: Warszawa – 274,46, Katowice – 75,48; Wrocław – 256,74; Przemyśl – 222,72; Gdynia 549,58; Szczecin – 573,76; Poznań – 364,49.	Przedstawiciele grup nanoszą dane na wspólną tabelę na tablicy (ewentualnie dyktują do zapisu na komputerze).	5 min	
5.	Inicjuje dyskusję na temat szacowania odległości (wyników działań etc.): w praktyce nie mówimy, że np. odległość z Krakowa do Warszawy to 274,46 km, ale np. ok. 275 km, 270 km, a nawet ok. 280 km. Pojawia się intuicyjne pojęcie szacowania. Zapisuje przygotowane przez siebie dane, a następnie zwraca uwagę na obliczone błędy bezwzględne, doprowadzając do dyskusji typu: czy jednakowy błąd bezwzględny na różnych odległościach, oznacza to samo, czy jest dla nas wystarczającą informacją? Podprowadza uczniów do pojęcia błędu względnego (procentowego).	Uczniowie dyskutują i dochodzą do wniosku, że np. 3 km na długości 500 km i na długości 200 km to inny błąd. Dochodzą przy pomocy nauczyciela do pojęcia błędu względnego jako ilorazu błędu bezwzględnego i wartości rzeczywistej. Zauważają, że wygodnie będzie przedstawić błąd wykorzystując pojęcie procentu.	10 min	Wykorzystania myślenia matematycznego w celu rozwiązania problemu; umiejętność dokonywania syntezy, podsumowywania swoich przemyśleń.
6.	Poleca obliczenie błędu względnego i procentowego danych z zadania domowego (każdy uczeń swoje – a następnie dane grupy).	Uczniowie wykonują obliczenia, dzielą obowiązki i wypełniają wspólnie tabelę grupową.	5 min	Umiejętność stosowania poznanej wiedzy w praktyce.
7.	Inicjuje podsumowanie lekcji. – Czego dzisiaj się nauczyliście? Zadaje zadanie domowe. – Gdzie wykorzystuje się metodę szacowania (w jakich dziedzinach życia)? Przygotuj przykłady szacowania wielkości w tych dziedzinach.	Odpowiadają na pytanie nauczyciela. – Pojęcie błędu względnego, procentowego. – Pojęcie szacowania wyników, błędów.	5 min	Umiejętność formułowania wniosków. Wzmocnienie interakcji uczeń-nauczyciel.

Załącznik I – Karta pracy ucznia:

Zadanie I																																																									
Wykonaj na oddzielnej kartce.	<p>1. Oblicz</p> <p>a) $\sqrt{3} - 1,7 = \dots\dots\dots$ $\sqrt{2} - 1,5 > 4$ zatem $x \dots\dots\dots$</p> <p>b) $x - 1,7 = 4$ zatem $x = \dots\dots\dots$ $+ 3,5 < 7$ zatem $x \dots\dots\dots$</p> <p>2. Wyznacz</p> <p>a) 15% liczby 0,12,</p> <p>b) 0,2% liczby 24.</p> <p>3. O ile procent pomyłono się gdy:</p> <p>a) zamiast 12% podano 15%,</p> <p>b) zamiast 15% podano 12%.</p>																																																								
Zadanie II																																																									
Uzupełnij tabelę – wpisz własne dane z zadania domowego (dwie ostatnie kolumny zostają puste).	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr style="background-color: #d9d9e3;"> <th style="width: 12.5%;">Miasto</th> <th style="width: 12.5%;">Odległość rzeczywista</th> <th style="width: 12.5%;">Przybliżenie do 1 km</th> <th style="width: 12.5%;">Przybliżenie do 10 km</th> <th style="width: 12.5%;">Błąd bezwzględny</th> <th style="width: 12.5%;">Błąd względny</th> <th style="width: 12.5%;">Błąd procentowy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td style="text-align: left;">Warszawa</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: left;">Katowice</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: left;">Wrocław</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: left;">Przemyśl</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: left;">Gdynia</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: left;">Szczecin</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: left;">Poznań</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table> <p>Miejsce na obliczenia:</p>	Miasto	Odległość rzeczywista	Przybliżenie do 1 km	Przybliżenie do 10 km	Błąd bezwzględny	Błąd względny	Błąd procentowy	Warszawa							Katowice							Wrocław							Przemyśl							Gdynia							Szczecin							Poznań						
Miasto	Odległość rzeczywista	Przybliżenie do 1 km	Przybliżenie do 10 km	Błąd bezwzględny	Błąd względny	Błąd procentowy																																																			
Warszawa																																																									
Katowice																																																									
Wrocław																																																									
Przemyśl																																																									
Gdynia																																																									
Szczecin																																																									
Poznań																																																									
Zadanie III																																																									
Dane uzgodnione w grupie (dwie ostatnie kolumny zostają puste).	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr style="background-color: #d9d9e3;"> <th style="width: 12.5%;">Miasto</th> <th style="width: 12.5%;">Odległość rzeczywista</th> <th style="width: 12.5%;">Przybliżenie do 1 km</th> <th style="width: 12.5%;">Przybliżenie do 10 km</th> <th style="width: 12.5%;">Błąd bezwzględny</th> <th style="width: 12.5%;">Błąd względny</th> <th style="width: 12.5%;">Błąd procentowy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td style="text-align: left;">Warszawa</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: left;">Katowice</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: left;">Wrocław</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: left;">Przemyśl</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: left;">Gdynia</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: left;">Szczecin</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: left;">Poznań</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table> <p>Miejsce na obliczenia:</p>	Miasto	Odległość rzeczywista	Przybliżenie do 1 km	Przybliżenie do 10 km	Błąd bezwzględny	Błąd względny	Błąd procentowy	Warszawa							Katowice							Wrocław							Przemyśl							Gdynia							Szczecin							Poznań						
Miasto	Odległość rzeczywista	Przybliżenie do 1 km	Przybliżenie do 10 km	Błąd bezwzględny	Błąd względny	Błąd procentowy																																																			
Warszawa																																																									
Katowice																																																									
Wrocław																																																									
Przemyśl																																																									
Gdynia																																																									
Szczecin																																																									
Poznań																																																									

Zadanie IV – Zadanie domowe

1. Ojciec źle wymierzył długość pokoju i zamiast 4,7 m wykładziny kupił 4,5 m. Jaki popełnił błąd? Wyznacz błąd procentowy.
2. Średnica Ziemi wynosi 12 757 km. Jaki popełniamy błąd względny w obliczaniu długości równika, gdy przyjmiemy przybliżenie $\pi = 3,14$? Jaki, gdy przyjmiemy $\pi = 3,142$? Jaki to błąd procentowy?
3. Gdzie wykorzystuje się metodę szacowania (w jakich dziedzinach życia)? Przygotuj przykłady szacowania wielkości w tych dziedzinach.

Scenariusz nr 41 lekcji przeprowadzonej w klasie I liceum z matematyki

TEMAT: Jak poradzić sobie, gdy nie znamy rzeczywistych wielkości – czyli o szacowaniu.

1. **Autor:** Magdalena Urbańska
2. **Klasa:** I liceum (liczba uczniów ok. 30)
3. **Program (treści):** Błąd przybliżenia. Szacowanie wartości liczbowych.
Jest to lekcja poświęcona: wykorzystaniu szacowania wielkości przybliżonych w praktyce.
4. **Czas trwania:** 45 min
5. **Czas realizacji:** cykl zajęć składa się z 3 lekcji.
6. **Metody przeprowadzenia lekcji:** klasyczna metoda problemowa, dyskusja, burza mózgów, ćwiczenia laboratoryjne.
7. **Formy pracy:** praca jednolita, zróżnicowana, w grupach, z całą klasą.
8. **Cele:**
 - przypomnienie pojęcia: błędu bezwzględnego, względnego, procentowego,
 - uświadomienie uczniom, że rachunki przybliżone zawsze obarczone są błędem,
 - rozwijanie postawy współpracy,
 - umiejętność szacowania wielkości w praktyce.
9. **Spodziewane efekty** (umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń):
 - ma świadomość popełnianych błędów, przy wykonywaniu pomiarów w rzeczywistości i wie, od czego te błędy zależą,
 - ma świadomość zwielokrotnienia błędu, jeśli działa na wielkościach przybliżonych,
 - potrafi szacować wielkości w życiu codziennym,
 - umie współpracować w grupie.

Wymagania szczegółowe:
Uczeń:

 - wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej – kategoria taksonomiczna C,
 - oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia – kategoria taksonomiczna C,
 - wykonuje obliczenia procentowe – kategoria taksonomiczna C.
10. **Metody sprawdzania osiągniętych celów**
 - wzajemna kontrola wyników rozwiązania zadań w grupach uczniowskich,
 - przeglądanie notatek uczniów,
 - obserwacja pracy grup.
11. **Sposoby motywowania uczniów**
 - ocena ustna wypowiedzi uczniów,
 - częściowe oceny wpisane do dziennika – za przedstawienie rozwiązania zadań.
12. **Przygotowanie do lekcji** (jakie warunki powinny być spełnione, aby prawidłowo przeprowadzić lekcje):
 - uczniowie podzieleni na grupy (wg uznania nauczyciela) – są dwa różne testy,
 - dostęp do komputera – arkusz kalkulacyjny,
 - ewentualnie dostęp do Internetu.

13. Środki dydaktyczne:

- kalkulator,
- komputer.

14. **Słowniczek pojęć:** błąd bezwzględny, względny, procentowy, przybliżenie z nadmiarem, z niedomiarem, szacowanie zadaną dokładnością.

15. Przebieg lekcji:

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
1.	Rozdaje karty pracy. Poleca rozwiązać krótki test na oddzielnych kartkach .	Uczniowie rozwiązują zadania i oddają kartki nauczycielowi.	5 min	Wzbudzenie procesu motywacyjnego. Koncentracja uwagi. Samodzielność.
2.	Poleca podział na grupy. Inicjuje rozmowę na temat zadania domowego i poleca przygotować w grupach informację na temat: gdzie wykorzystujemy szacowanie? Należy napisać jak najwięcej dziedzin z uzasadnieniem. Jeśli będzie dostęp do Internetu mogą także korzystać ze znanych stron (zadanie domowe).	Uczniowie pracują w grupach, przygotowują odpowiedzi na pytanie nauczyciela. Powinny pojawić się np. meteorologia, rolnictwo, wybory do różnych gremiów, handel, zakupy, planowanie budżetu domowego, państwa, gminy etc.	5 min	Umiejętność współpracy w grupie, dzielenia się własną wiedzą, korzystania z różnych pomocy naukowych.
3.	Zaprasza do przedstawienia wyników dyskusji w grupach. Następuje dyskusja sterowana przez nauczyciela.	Przedstawiciel grupy przedstawia propozycje wypracowane przez grupę – uczniowie argumentują swoje propozycje; zadają pytania przedstawicielom grup.	8 min	Umiejętność twórczego myślenia, argumentowania, obrony swoich wywodów, oceny wypowiedzi innych.
4.	Inicjuje rozmowę nt. szacowania wielkości. Doprowadza do zauważenia przez uczniów faktu, że działając na wielkościach przybliżonych popełniamy większe błędy.	Uczniowie dyskutują i podają przykłady popełnianych błędów przy obliczaniu wielkości przybliżonych. Powinny dojść do stwierdzenia, że szacowanie to przybliżone określenie wartości jakiejś wielkości, przy posiadaniu niepełnych danych.	5 min	Umiejętność wypowiedzi, formułowania pytań, podsumowywania dyskusji, wnioskowania.
5.	Wprowadza pojęcie szacowania z dokładnością, omawiając przykład: – Oszacować liczbę x z dokładnością d oznacza, podać taki przedział liczbowy $(a; b)$, że $x \in (a; b)$ i $b - a = d$. Omawia jeden przykład na tablicy. – Zważono obrączkę i odczytano, że waży 7,34 g. Na wadze jest adnotacja, że waga waży z dokładnością do 0,001 g. Jaka jest waga rzeczywista obrączki?	Notują w zeszytach, zadają pytania.	4 min	Umiejętność słuchania, zadawania pytań.
6.	Nauczyciel poleca rozwiązanie zadań z karty pracy ucznia. Obserwuje pracę uczniów; odpowiada na pytania w grupach; sam zadaje pytania – sugestie etc. Sugeruje możliwość otrzymania oceny za poprawnie rozwiązane zadania.	Uczniowie pracują w grupach i rozwiązują zadania.	10 min	Umiejętność współpracy w grupie, dyskusji, rozwiązywania zadań z nowego tematu, argumentowania.
7.	Wybiera (losuje) grupę, której przedstawiciel omawia rozwiązanie zadania na tablicy.	Obserwują i ewentualnie komentują odpowiedź, zadają pytania dotyczące rozwiązania problemu.	5 min	Umiejętność obserwacji, formułowania i zadawania pytań.

Lp.	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów	Czas	Umiejętności kształcone w czasie lekcji
8.	Inicjuje podsumowanie lekcji; co należy zapamiętać z dzisiejszej lekcji, na co zwrócić szczególną uwagę. Zadaje zadanie domowe (karta pracy).	Odpowiadają na pytania, zauważają m.in. że: <ul style="list-style-type: none"> • szacowanie wielkości zawsze jest obarczone błędem, • szacowanie jest wykorzystywane w wielu dziedzinach gospodarki i życia codziennego. 	3 min	Umiejętność syntezy wiedzy.

Załącznik I – Karta pracy ucznia (1):

Zadanie I	
Rozwiąż zadania na oddzielnych kartkach i oddaj nauczycielowi.	1. Błąd względny przybliżenia liczby 2,34571 z dokładnością do 0,01 jest równy (wybierz poprawną odpowiedź): a) 0,183 b) 0,0018 c) 0,0024 d) 0,242
	2. Marek źle wymierzył długość swojego pokoju i zamiast 3,75 m chodnika poprosił ojca o kupienie 3,5 m. Jaki błąd popełnił (wyraż go w procentach)?
	3. Wyznacz liczbę x , jeśli przybliżenie tej liczby z niedomiarem jest równe 8, a błąd procentowy tego przybliżenia jest równy 3%.
	W zadaniach 2 i 3 przedstaw rozumowanie (obliczenia).
Zadanie II	
1. Oszacuj przybliżenie liczby $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ wiedząc, że $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ oraz $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$. Dodajemy stronami nierówności i szacujemy obliczenia. Porównaj z wynikami z kalkulatora. 2. Oszacuj iloczyn tych liczb. 3. Wykonaj podobne obliczenia dla sumy i iloczynu liczb $\sqrt{5}$ i π . 4. Wiele przyrządów ma określoną dokładność pomiaru (np. suwmiarka). Zakładając, że przyrząd mierzy z dokładnością do 0,2 mm wyznacz, jaka może być rzeczywista średnica rury, jeśli przyrząd wskazał 25,75 cm. Miejsce na obliczenia:	
Zadanie III – Zadanie domowe	
1. Oszacuj przybliżoną wartość liczby: $\sqrt{3} - \sqrt{2}$. 2. Jaka jest rzeczywista długość śruby, jeśli po zmierzeniu jej przyrządem o dokładności pomiaru 0,01 mm, otrzymaliśmy 1,32 cm? 3. Na podstawie danych z rocznika statystycznego (Internet), dotyczących liczby urodzin dzieci w Twoim mieście, oszacuj prognozę przyrostu ludności w następnym roku.	

Załącznik 1 – Karta pracy ucznia (2):

Zadanie I	
Rozwiąż zadania na oddzielnych kartkach i oddaj nauczycielowi.	1. Błąd względny przybliżenia liczby, z dokładnością do 0,001, jest równy (wybierz poprawną odpowiedź): a) 0,014 b) 0,14 c) 0,00014 d) 0,0014
	2. Marek źle wymierzył długość swojego pokoju i zamiast 3,75 m chodnika poprosił ojca o kupienie 4 m. Jaki błąd popełnił (wyraż go w procentach)?
	3. Wyznacz liczbę x , jeśli przybliżenie tej liczby z nadmiarem jest równe 9, a błąd procentowy tego przybliżenia jest równy 1%.
	W zadaniach 2 i 3 przedstaw rozumowanie (obliczenia).
Zadanie II – Zadanie domowe	
<ol style="list-style-type: none">Oszacuj przybliżenie liczby $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ wiedząc, że $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ oraz $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$. Dodajemy stronami nierówności i szacujemy obliczenia. Porównaj z wynikami z kalkulatora.Oszacuj iloczyn tych liczb.Wykonaj podobne obliczenia dla sumy i iloczynu liczb $\sqrt{5}$ i π.Wiele przyrządów ma określoną dokładność pomiaru (np. suwmiarka). Zakładając, że przyrząd mierzy z dokładnością do 0,2 mm wyznacz, jaka może być rzeczywista średnica rury, jeśli przyrząd wskazał 25,75 cm. <p>Miejsce na obliczenia:</p>	
Zadanie III	
<ol style="list-style-type: none">Oszacuj przybliżoną wartość liczby: $\sqrt{3} - \sqrt{2}$.Jaka jest rzeczywista długość śruby, jeśli po zmierzeniu jej przyrządem o dokładności pomiaru 0,01 mm otrzymaliśmy 1,32 cm?Na podstawie danych z rocznika statystycznego (Internet), dotyczących liczby urodzin dzieci w Twoim mieście, oszacuj prognozę przyrostu ludności w następnym roku.	

Załącznik – płyta DVD

Zawartość płyty DVD:

- testy badające kompetencje oraz kartoteki i klucze do testów,
- raport obliczania podstawowych miar statystycznych,
- scenariusze lekcji i treści zadań wraz z dodatkowymi plikami (m.in. krzyżówki, quizy, dodatkowe zadania, programy),
- filmy edukacyjne.