PROGRAM

ZAJĘĆ WYRÓWNAWCZYCH

Z MATEMATYKI

DLA

KL. I – III LICEUM I TECHNIKUM

Opracował:

mgr Artur Maj

Spis treści

I. Wstęp

II. Opinia o programie

III. Cele programu

IV. Treści nauczania

- Klasa I
- Klasa II
- Klasa III

V. Procedura osiągnięcia celów kształcenia i ewaluacja

VI. Sprawdziany roczne (diagnozujące)

- Klasa I
- Klasa II
- Klasa III

VII. Polecana literatura

Projekt „MKK - Moje Kluczowe Kompetencje” współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

I. Wstęp

Prezentowany program zajęć wyrównawczych powstał w oparciu o nową Podstawę Programową kształcenia ogólnego z dnia 23 grudnia 2008 r. i przeznaczony jest do nauczania matematyki na zajęciach wyrównawczych dla uczniów mających trudności w nauce.

Opracowany został na podstawie programu Oficyny Wydawniczej * Krzysztof Pazdro z 2012 roku. Program ten jest najczęściej wybierany przez nauczycieli matematyki pracujących w liceach i technikach.

Celem realizacji programu jest poprawa wyników nauczania (wyposażenie ucznia w wiedzę i wykształcenie umiejętności umożliwiających mu kontynuowanie nauki w klasach programowo wyższych lub ukończenia szkoły oraz podjęcia dalszego kształcenia zgodnie z zainteresowaniami.

Opracowany program zawiera szczegółowy rozkład materiału oraz załączniki w postaci sprawdzianów kontrolnych i propozycje ich oceny. Dzięki temu każdy nauczyciel korzystający z tego programu ma wytyczony cel każdej lekcji.

Program ten powinien umożliwić nauczycielowi planowanie i realizację celów procesu dydaktycznego, kierowanie postępami uczniów wymagających pomocy i wsparcia ze strony nauczyciela w zdobywaniu wiadomości i umiejętności matematycznych.

OPINIA O PROGRAMIE SZKOLNYCH ZAJĘĆ

WYRÓWNAWCZYCH Z MATEMATYKI

DLA UCZNIÓW KLAS I – III SZKOŁY PONADGIMNAZJALNEJ

Program jest adresowany do uczniów klas I - III czwartego cyklu kształcenia, którzy z różnych powodów mają trudności z opanowaniem programu nauczania matematyki w ramach zajęć edukacyjnych w klasie szkolnej.

Program zawiera:

a) wstęp,
b) cele programu,
c) treści nauczania,
d) procedury osiągnięcia celów,
e) ewaluację,
f) przykładowe sprawdziany diagnozujące,
g) polecaną literaturę.

Realizacja wyżej wymienionego programu pozwoli uczniom wyrównać zaległości i braki, podwyższyć poziom wiedzy i umiejętności, a także gruntownie powtórzyć materiał realizowany w liceum i technikum. Tym samym podniesie poczucie własnej wartości i wiary w siebie każdego ucznia.

Po przeanalizowaniu tego programu stwierdzam, że jest on zgodny z Podstawą Programową dla czwartego etapu kształcenia i programem Oficyny Wydawniczej Krzysztof Pazdro z 2012 r.

Określone w nim cele edukacyjne oraz tematyka zajęć w pełni pozwolą na osiągnięcie zakładanych celów i uzyskanie przez uczniów zaplanowanych kompetencji. Materiał nauczania jest dostępny dla uczniów i przydatny w praktyce. Zagadnienia, tematy opracowanego programu są poprawne pod względem rzeczowym i językowym. Autor posługuje się właściwą terminologią i językiem przedmiotu.

Lublin, 20.09.2012r.

mgr Irena Lenartowicz

nauczyciel dyplomowany matematyki

Gimnazjum nr 16 im. F. Chopina w Lublinie

III. Cele programu

Matematyka to dziedzina wiedzy obejmująca wiele węższych dyscyplin naukowych o różnorodnej tematyce i zróżnicowanych metodach badawczych. Jest to obszar wiedzy niezwykle rozległy składający się z wielu innych nauk, funkcjonujących obecnie samodzielnie. Ponad to umiejętności matematyczne są niezbędne do funkcjonowania człowieka w codziennym życiu.

Od 2010 roku matematyka w zakresie podstawowym jest przedmiotem obowiązkowym na egzaminie maturalnym. Zajęcia dodatkowe mają na celu utrwalenie zdobytej wiedzy uczniów, co przyczyni się do poprawy wyników egzaminu dojrzałości.

1. Cele edukacyjne programu

- wyrównanie umiejętności zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji;
- rozwijanie umiejętności rozwiązywania prostych zadań matematycznych;
- rozwijanie umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem;
- rozwinięcie wyobraźni przestrzennej;
- rozwijanie pamięci;
- rozwijanie logicznego myślenia;
- nabycie umiejętności poprawnego analizowania, wnioskowania i uzasadniania;
- precyzyjne formułowanie wypowiedzi;
- pobudzenie aktywności umysłowej uczniów;
- kształtowanie wytrwałości w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych;

2. Cele wychowawcze programu

- wyrabianie systematyczności w pracy;
- motywowanie uczniów do kreatywności i samodzielności;
- kształtowanie postaw dociekliwych, poszukujących i krytycznych;
- nabycie umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki;
- kształtowanie odpowiedzialności za powierzone zadania;
- kształtowanie pozytywnych postaw etycznych (pomoc koleżeńska uczniom mniej zdolnym, piętnowanie nieuczciwości wyrażającej się w ściąganiu, podpowiadaniu itp.);
- rozwijanie umiejętności pracy w zespole;
- kształtowanie postawy dialogu i kultury dyskusji (komunikacja);
- dbanie o estetykę (czytelny rysunek, jasne i przejrzyste rozwiązanie zadań itp.).

IV. Treści nauczania

Program zajęć dodatkowych dla liceum i technikum w zakresie podstawowym jest opracowany na 60 godzin lekcyjnych w roku szkolnym. W programie zawarte są godziny przeznaczone na sprawdziany diagnozujące oraz na poprzedzające je powtórzenia wiadomości.

Klasa I

	Dział	Tematy	L. godz.
1.	**Elementy logiki. Zbiory. Zbiory liczbowe.**		**6**
		Zdanie logiczne. Zaprzeczenie, koniunkcja, alternatywa, implikacja, równoważność zdań.	**2**
		Prawa logiczne. Prawa De Morgana.	**2**
		Działania na zbiorach. Formy zadaniowe.	**2**

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi i ocenić jego wartość logiczną;
- posługiwać się spójnikami logicznymi i wie, że potoczne rozumienie spójników „i” oraz „lub” może być inne niż znaczenie spójników logicznych „$\wedge$” , „$\vee$”;
- zaprzeczać zdanie;
- odróżniać definicję od twierdzenia;
- mając dane twierdzenie w postaci implikacji, zbudować twierdzenie odwrotne do danego twierdzenia;
- stosować poznane prawa logiczne;
- wyznaczać część wspólną, sumę i różnicę zbiorów oraz dopełnienie zbioru;
- wskazać w podanym zbiorze liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne;
- wykonywać działania na przedziałach;
- stosować własności równości i nierówności w zbiorze ***R*** oraz rozwiązywać proste równania i nierówności;

2.	**Działania na zbiorach liczbowych**	**8**
	Zbiory liczb (naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych)	**2**
	Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych.	**2**
	Równania i nierówności. Wartość bezwzględna.	**4**

Założone osiągnięcia ucznia:

Uczeń potrafi:

- stosować cechy podzielności liczb naturalnych do znajdowania NWW i NWD (w tym również w celu rozwiązania zagadnień praktycznych);
- sprawnie wykonywać działania na ułamkach;
- wyznaczyć część całkowitą i część ułamkową liczby;
- zaplanować i wykonać obliczenia na liczbach rzeczywistych (w tym z wykorzystaniem praw działań);
- wyznaczać rozwinięcia dziesiętne liczb;
- stosować twierdzenia pozwalające przekształcać w sposób równoważny równania i nierówności;
- stosować pojęcie procentu w obliczeniach;
- wykorzystywać tabele i diagramy do przedstawiania danych;
- obliczyć wartość bezwzględną danej liczby;
- zastosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej;
- zapisać nierówność (równanie) z wartością bezwzględną, znając zbiór rozwiązań tej nierówności (tego równania);
- znaleźć przybliżenie liczby z zadaną dokładnością;
- stosować reguły zaokrąglania liczb;
- stosować pojęcie błędu bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia;
- oszacować wartość wyrażenia liczbowego.

Projekt „MKK - Moje Kluczowe Kompetencje" współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

3.	**Wyrażenia algebraiczne**	**9**
	Działania na potęgach.	**2**
	Wzory skróconego mnożenia.	**2**
	Pierwiastek arytmetyczny. Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczny ujemnej.	**2**
	Określenie i zastosowanie logarytmów.	**2**
	Przekształcanie wzorów. Średnie.	**1**

<u>Założone osiągnięcia ucznia</u>

Uczeń potrafi:

- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym i całkowitym, stosując odpowiednie prawa;
- zapisywać liczby w postaci wykładniczej $a \cdot 10^k$, gdzie $a \in \langle 1, 10)$ i $k \in \boldsymbol{C}$;
- sprawnie wykonywać działania na pierwiastkach, stosując odpowiednie prawa;
- sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia (w tym do rozkładania sum algebraicznych na czynniki);
- usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka;
- wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym (wymiernym i niewymiernym), stosując odpowiednie prawa;
- dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem wprost;
- dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem nie wprost;
- obliczyć logarytm danej liczby przy danej podstawie;
- stosować w obliczeniach podstawowe własności logarytmu;
- znaleźć przybliżenie liczby zapisanej przy użyciu potęgi i przedstawić je (używając kalkulatora) w notacji wykładniczej;
- sprawnie przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii;
- obliczać średnią arytmetyczną, geometryczną, ważoną.

4	**Geometria płaska**	**6**
	Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt, figura wypukła, figura ograniczona.	**1**
	Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetria odcinka, dwusieczna kąta.	**1**
	Twierdzenia Talesa. Dwie proste przecięte trzecią prostą.	**2**
	Okrąg i koło. Kąty i koła.	**2**

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- określać własności poznanych figur geometrycznych i posługiwać się tymi własnościami;
- wyznaczać odległość dwóch punktów, punktu od prostej, dwóch prostych równoległych;
- konstruować: proste prostopadłe, proste równoległe, symetralną odcinka, dwusieczną kąta;
- określić wzajemne położenie prostej i okręgu;
- korzystać z własności stycznej do okręgu;
- określić wzajemne położenie dwóch okręgów;
- korzystać z własności okręgów stycznych;
- stosować w rozwiązywaniu zadań poznane twierdzenia (m.in. twierdzenie o dwóch prostych przeciętych trzecią prostą, twierdzenie Talesa, twierdzenia dotyczące kątów środkowych, wpisanych w okrąg, dopisanych do okręgu).

5.	**Geometria płaska - trójkąty**	**7**
	Podział trójkątów. Suma kątów w trójkącie. Nierówność trójkąta. Odcinek łączący środki dwóch boków w trójkącie.	**2**
	Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.	**2**
	Symetralne, dwusieczne. Okrąg wpisany i opisany na trójkącie. Wysokości i środkowe w trójkącie.	**2**
	Przystawanie i podobieństwo trójkątów.	**1**

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań (w tym m.in. twierdzenie o sumie kątów trójkąta, twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta, twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa, twierdzenie o wysokościach w trójkącie, twierdzenie o środkowych w trójkącie);
- określić – znając długości boków trójkąta – czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, czy rozwartokątny;
- opisać okrąg na trójkącie, wpisać okrąg w trójkąt, wyznaczyć promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny i w trójkąt równoramienny, wyznaczać promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym i na trójkącie równoramiennym – znając długości boków trójkąta;
- stosować cechy przystawania trójkątów w rozwiązywaniu zadań;
- stosować cechy podobieństwa trójkątów w rozwiązywaniu zadań (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym).

6.	**Trygonometria kąta ostrego**	**4**
	Funkcje trygonometryczne kątów 30°, 45° i 60°.	**2**
	Podstawowe tożsamości trygonometryczne.	**2**

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- wyznaczyć funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;
- obliczyć miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną);
- wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych niektórych kątów wypukłych np. 120°, 135°, 150°;
- stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta wypukłego w rozwiązywaniu zadań;
- znając wartości jednej funkcji, potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta wypukłego;
- stosować wybrane wzory redukcyjne w rozwiązywaniu zadań;
- zbudować kąt wypukły, znając wartość jednej z funkcji trygonometrycznych tego kąta.

7.	**Geometria płaska – pole trójkąta, pole koła**	**4**
	Pole trójkąta.	**2**
	Pole koła. Pole wycinka koła.	**2**

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- obliczyć pole figury, wykorzystując podział tej figury na rozłączne części;
- stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów;
- stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach (np. długości wysokości, długości promienia koła wpisanego w trójkąt, długości promienia okręgu opisanego na trójkącie);
- zastosować twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu zadań;
- zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań.

8.	**Funkcja i jej własności**	**10**
	Pojęcie funkcji, sposoby jej opisywania i wykresy.	**2**
	Własności funkcji (dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność, funkcje różnowartościowe). Odczytywanie własności funkcji na podstawie wykresu.	**2**
	Zastosowanie wykresów do rozwiązywania równań i nierówności.	**4**
	Szkicowanie wykresów. Interpretowanie i przetwarzanie informacji wyrażonych w postaci wykresu funkcji.	**2**

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić przyporządkowanie, które jest funkcją, od przyporządkowania, które funkcją nie jest;
- opisywać funkcje na różne sposoby (grafem, wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym);
- wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej;
- określić zbiór wartości funkcji (proste przykłady);
- obliczyć ze wzoru funkcji jej wartość dla danego argumentu;
- obliczyć argument funkcji, gdy dana jest wartość funkcji dla tego argumentu;
- obliczyć miejsca zerowe funkcji;
- określić na podstawie wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartość największą i najmniejszą funkcji, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie (maleje, jest stała) oraz zbiory, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);
- określić na podstawie wykresu, czy dana funkcja jest różnowartościowa;
- sporządzić wykres funkcji spełniającej podane warunki;
- stosować poznane wykresy funkcji do rozwiązywania równań i nierówności;
- podać opis matematyczny zależności dwóch zmiennych w postaci funkcji;
- odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji, dotyczące różnych zjawisk, np. przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych, chemicznych;
- przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru funkcji lub wykresu funkcji.

9.	**Przekształcanie wykresów funkcji**	**4**
	Przesunięcie równoległe (wzdłuż osi OX i osi OY, przesunięcie o wektor)	2
	Symetria osiowa (względem osi OX i osi OY). Symetria środkowa.	2

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a)$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x) + b$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a) + b$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(x)$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = |f(x)|$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(-x)$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(-x)$.

Godziny do dyspozycji nauczyciela (w tym Sprawdzian roczny) **2**

Klasa II

	Dział	Temat	L godz.
1.	**Funkcja liniowa**		**10**
		Własności funkcji liniowej. Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowej o współczynnikach kierunkowych różnych od zera.	**2**
		Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.	**2**
		Zastosowanie układów równań liniowych do rozwiązywania zadań tekstowych.	**4**
		Nierówność pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi i jej interpretacja geometryczna. Układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi.	**2**

<u>Założone osiągnięcia ucznia</u>

Uczeń potrafi:

- wskazać wielkości wprost proporcjonalne oraz określić współczynnik proporcjonalności;
- zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań;
- sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;
- wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań;
- wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do wykresu danej funkcji liniowej;
- stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego;
- naszkicować wykres równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- rozwiązywać układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi oraz interpretować je graficznie;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych.

2.	**Funkcja kwadratowa**		**15**
		Własności funkcji kwadratowej. Wzór w postaci ogólnej i kanonicznej.	**2**
		Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej.	**2**
		Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowych. Odczytywanie własności funkcji kwadratowej na podstawie wykresu.	**2**
		Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.	**2**
		Badanie funkcji kwadratowej – zadania optymalizacyjne.	**3**
		Równania kwadratowe. Nierówności kwadratowe.	**4**

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji;
- sporządzić wykres funkcji kwadratowej i podać jej własności na podstawie wykresu;
- wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej;
- przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;
- wyznaczyć wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu;
- wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej i wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej;
- sprawnie przekształcać wzór funkcji kwadratowej (z postaci ogólnej do postaci kanonicznej, z postaci iloczynowej do postaci kanonicznej itd.);
- interpretować informacje występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, ogólnej i postaci iloczynowej (o ile istnieje);
- sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie, zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych;
- wyznaczyć wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- rozwiązywać zadania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym) prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne);
- rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych;
- analizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej;
- opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej.

3.	**Geometria płaska - czworokąty**	**4**
	Czworokąty (trapezoidy, trapezy, równoległoboki)	**2**
	Wielokąty. Podobieństwo figur, figury podobne.	**2**

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- posługiwać się własnościami czworokątów w rozwiązywaniu zadań;
- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących wielokątów;
- stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych dotyczących czworokątów;
- stosować własności podobieństwa figur w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym.

4.	**Geometria płaska – pole czworokąta**	**6**
	Pola figur.	**4**
	Mapa. Skala mapy.	**2**

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów;
- stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy);
- rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.

5.	**Wielomiany**		**8**
		Działania na wielomianach (dodawanie, odejmowanie, mnożenie)	**2**
		Rozkładanie wielomianów na czynniki.	**2**
		Równania wielomianowe.	**4**

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić wielomian od innego wyrażenia;
- dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany;
- rozłożyć wielomian na czynniki, stosując poznane wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów oraz wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias;
- rozwiązywać proste równania wielomianowe;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wielomianowych.

6.	**Ułamki algebraiczne. Równania wymierne.**		**9**
		Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych. Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych.	**2**
		Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych.	**2**
		Równania wymierne – zadania.	**4**
		Wykres i własności funkcji $y = \frac{a}{x}$. Proporcjonalność odwrotna.	**1**

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego;
- skracać, rozszerzać, dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić ułamki algebraiczne;
- rozwiązywać proste równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych;
- szkicować wykres funkcji $y = \frac{a}{x}$, dla danego $a \neq 0$;
- omówić własności funkcji $y = \frac{a}{x}$, dla danego $a \neq 0$;
- przekształcić wykres funkcji $y = \frac{a}{x}$ (stosując poznane przekształcenia wykresów funkcji);
- korzystać ze wzoru i wykresu funkcji $y = \frac{a}{x}$ do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi.

7.	**Ciągi**		**6**
		Sposoby opisywania ciągów. Monotoniczność ciągów.	**1**
		Ciąg arytmetyczny. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.	**2**
		Ciąg geometryczny. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.	**2**
		Lokaty pieniężne i kredyty bankowe.	**1**

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- określać ciąg wzorem ogólnym;
- wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu;
- zbadać monotoniczność ciągu;
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym;
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych;
- wyznaczyć sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego;
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym;
- wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych;
- wyznaczyć sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego;
- rozwiązywać zadania stosując wzory na *n*-ty wyraz i sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym;
- stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów.

Godziny do dyspozycji nauczyciela (w tym Sprawdzian roczny)	**2**

Klasa III

	Dział	Temat	L godz.
1.	**Potęgi. Logarytmy. Funkcja wykładnicza**		**10**
		Funkcja wykładnicza i jej własności.	**2**
		Proste równania wykładnicze. Proste nierówności wykładnicze.	**2**
		Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym.	**4**
		Proste równania logarytmiczne.	**2**

<u>Założone osiągnięcia ucznia</u>

Uczeń potrafi:

- stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań;
- rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;
- posługiwać się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, biologicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym;
- obliczać logarytm liczby dodatniej;
- stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań;
- rozwiązywać proste równania logarytmiczne, korzystając z definicji logarytmu.

2.	**Elementy geometrii analitycznej**		**16**
		Wektor w układzie współrzędnych. Długość odcinka. Współrzędne środka odcinka.	**2**
		Równanie kierunkowe prostej. Równanie ogólne prostej.	**2**
		Równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych.	**2**
		Odległość punktu od prostej.	**2**
		Zastosowanie własności symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych oraz symetrii środkowej względem punktu (0, 0) do rozwiązywania zadań.	**4**
		Zastosowanie poznanych wiadomości oraz własności trójkątów i czworokątów do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej.	**4**

<u>Założone osiągnięcia ucznia</u>

Uczeń potrafi:

- zastosować informacje o wektorze w układzie współrzędnych do rozwiązywania prostych zadań;
- wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej);
- rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej z wykorzystaniem poznanych wzorów oraz przekształceń geometrycznych, takich jak: symetria osiowa względem osi układu współrzędnych oraz symetria środkowa względem punktu $O(0, 0)$;
- rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej dotyczących własności trójkątów i czworokątów.

3.	**Elementy kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa.**	**7**
	Reguła mnożenia. Reguła dodawania.	**2**
	Doświadczenie losowe. Zdarzenia. Działania na zdarzeniach.	**2**
	Obliczanie prawdopodobieństwa.	**3**

<u>Założone osiągnięcia ucznia</u>

Uczeń potrafi:

- stosować regułę mnożenia i regułę dodawania w zadaniach;
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie twierdzenia o prawdopodobieństwie klasycznym;
- stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań;
- wykorzystać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa.

4.	**Elementy statystyki opisowej.**	**4**
	Średnia z próby. Mediana z próby i moda z próby.	**2**
	Wariancja i odchylenie standardowe.	**2**

<u>Założone osiągnięci ucznia</u>

Uczeń potrafi:

- obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, odchylenie standardowe z próby;
- odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów;
- przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych;
- porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi.

Projekt „MKK - Moje Kluczowe Kompetencje" współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

5.	**Geometria przestrzenna**	**22**
	Rzut równoległy na płaszczyznę. Rysowanie figur płaskich w rzucie równoległym na płaszczyznę.	**2**
	Prostopadłość prostych i płaszczyzn w przestrzeni. Rzut prostokątny na płaszczyznę.	**2**
	Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych. Kąt między prostą i płaszczyzną. Kąt dwuścienny.	**4**
	Graniastosłupy. Ostrosłupy.	**4**
	Siatki wielościanu. Pole powierzchni wielościanu.	**2**
	Objętość figury przestrzennej. Objętość wielościanów.	**4**
	Bryły obrotowe. Pole powierzchni brył obrotowych. Objętość brył obrotowych.	**4**

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- stosować twierdzenie o trzech prostych prostopadłych;
- poprawnie narysować graniastosłup, ostrosłup lub bryłę obrotową w rzucie;
- rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami i przekątnymi itp.) oraz obliczyć miary tych kątów;
- rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami) oraz obliczyć miary tych kątów;
- rozpoznać w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) oraz obliczyć miary tych kątów;
- rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między ścianami;
- stosować wiedzę z trygonometrii do obliczania długości odcinków oraz miar kątów;
- wyznaczać pola i objętości graniastosłupów, ostrosłupów i brył obrotowych;
- obliczyć (w prostych przypadkach) pole przekroju prostopadłościanu.

Godziny do dyspozycji nauczyciela (w tym Sprawdzian roczny)	**1**

Projekt „MKK - Moje Kluczowe Kompetencje” współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

V. Procedura osiągnięcia celów kształcenia.

Sposoby osiągania celów edukacyjnych powinny być dostosowane do indywidualnych potrzeb uczniów. Istnieją różne metody przekazywania wiedzy:

- podająca: praca z tekstem, pogadanka,
- problemowa: rozwiązywanie zadań o podwyższonym stopniu trudności,
- praca z tekstem matematycznym: praca z podręcznikiem, wykorzystaniem słowników, encyklopedii, praca z komputerem,
- rozwiązywanie ciągu zadań.

Do wyżej wymienionych metod można wybrać różne formy organizacji zajęć np.:

- praca całą grupą,
- praca w mniejszych grupach,
- praca indywidualna.

W przypadku uczniów o dużych brakach edukacyjnych należy stosować indywidualne metody nauczania przygotowujące do pracy w grupach.
Zróżnicowane formy zajęć mają na celu aktywizację uczniów i wzbudzać ich zainteresowanie.

Ewaluacja

Ewaluacja programu następuje poprzez :
- monitorowanie obecności uczniów na zajęciach,
- śledzenie wyników osiąganych na sprawdzianach, pracach klasowych

Narzędziami ewaluacji będą:

- ✓ Testy diagnozujące po każdej klasie – sprawdzające wiedzę i umiejętności uczniów na końcu roku szkolnego
- ✓ Ocena śródroczna i końcoworoczna z matematyki
- ✓ Wyniki próbnych egzaminów maturalnych w klasie 3

VI. Sprawdziany diagnozujące.

Sprawdzian roczny
Klasa I

1. Zbiorem rozwiązań nierówności $|x+2|\leq 5$ jest przedział:
   a) <-3;7>
   b) <-7;3>
   c) <0;3>
   d) <-3;3>

2. W 210 kg nasion zanieczyszczenia stanowią 8%. Ile kg zanieczyszczeń należy usunąć, aby nasiona zawierały 3,4% zanieczyszczeń?
   a) 9,66 kg
   b) 10 kg
   c) 7,14 kg
   d) 16,8 kg

3. Dane są zbiory A=(1;5), B=<4;7> i C=<5;7). Jeżeli $D=A\cup(B\cap C)$, jaki jest zbiór D?
   a) (1;7>
   b) (1;5>
   c) (1;7)
   d) <4;7)

4. Sinus kąta $\alpha \in (\pi; \frac{3\pi}{2})$ jest o $\frac{\sqrt{2}}{2}$ większy od cosinusa tego kąta. Cosα wynosi:
   a) $\cos\alpha=\frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
   b) $\cos\alpha=\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$
   c) $\cos\alpha=\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$
   d) $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

5. Średnia geometryczna liczb 1, 12, 18 jest równa:
   a) 6
   b) $10\frac{1}{3}$
   c) $6\sqrt{6}$
   d) 15,5

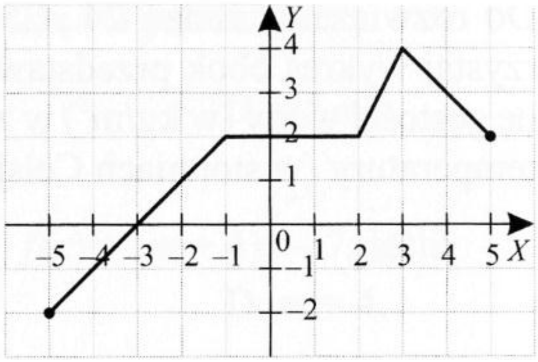
6. Po usunięciu niewymierności z mianownika ułamka $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ otrzymamy liczbę:
   a) $\frac{2}{(\sqrt{3}+1)^2}$
   b) $2-\sqrt{3}$
   c) $\frac{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}{4}$
   d) $4-\sqrt{3}$

Projekt „MKK - Moje Kluczowe Kompetencje" współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

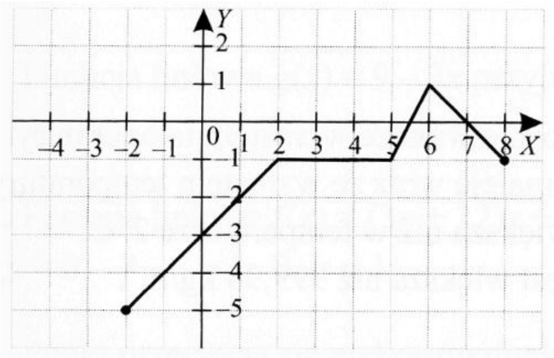
7. Funkcja f określona jest wzorem: f(x)= $\sqrt{-x^2-6x-5}$. Dziedziną tej funkcji jest:

a) <-5;-1>
b) (-6;1>
c) (-1;5)
d) (-5;1)

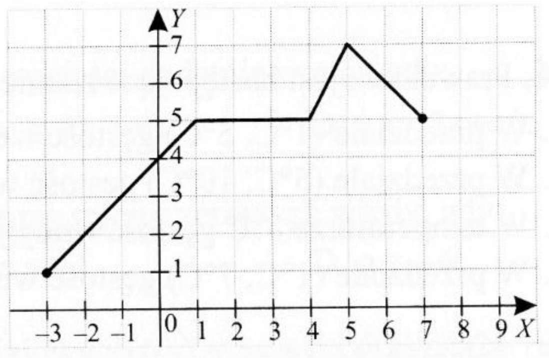
8. Rysunek obok przedstawia wykres y = f(x)
Wykres funkcji y = f(x + 2) – 3 przedstawia rysunek:



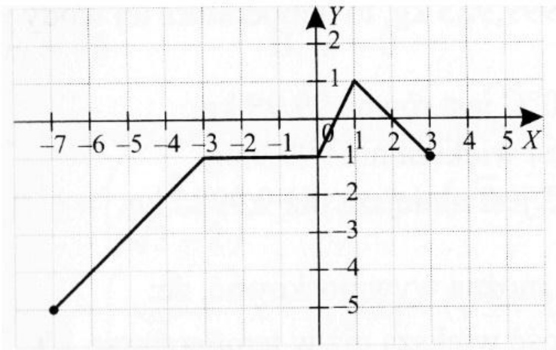
a)



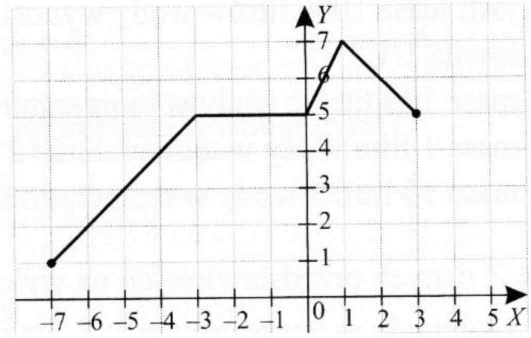
b)



c)

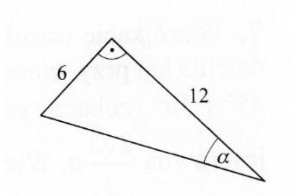


d)



9. W trójkącie prostokątnym, przedstawionym na rysunku obok, kąt α spełnia warunek:

a) α∈ (0°, 30°)
b) α∈ (30°, 45°)
c) α∈ 30°
d) α∈ 45°

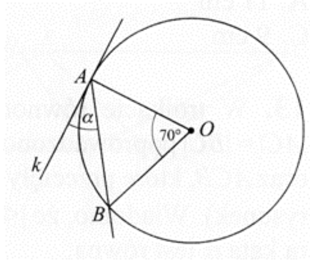


10. Dana jest prosta k o równaniu y=-2x+3. Który z punktów należy do prostej k:

a) P= (-21,10)
b) P= (13, -21)
c) P= (17, -31)
d) P= (5,7)

11. Dany jest okrąg o środku w punkcie O. Prosta k jest styczna do okręgu w punkcie A (rys. obok). Miara kąta AOB wynosi 70°. Wobec tego miara kąta α jest równa:

a) 20°
b) 30°
c) 25°
d) 35°



12. Punkty A=(1,2), B=(13,4), C=(7,10) są wierzchołkami trójkąta. Długość boku BC wynosi:

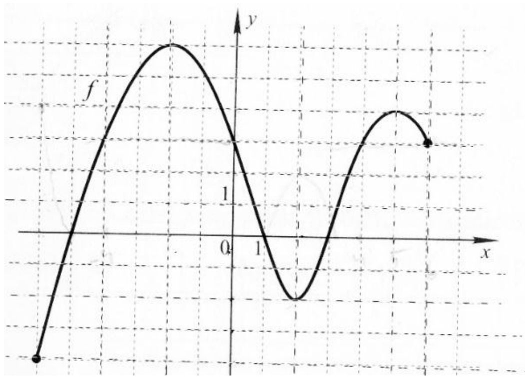
a) $6\sqrt{2}$
b) $\sqrt{6}$
c) 6
d) $4\sqrt{2}$

13. Korzystając z wykresu funkcji f, wykonaj poniższe polecenia.

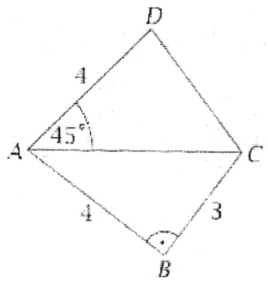
a) Określ dziedzinę funkcji f.

b) Podaj miejsca zerowe funkcji f.

c) Narysuj wykres funkcji g= |f(x)|

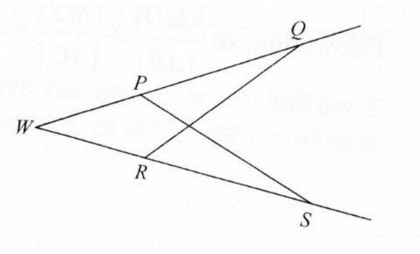


14. Marcin, który ostatnio zjadał dwie tabliczki czekolady dziennie, postanowił od jutra codziennie jeść o 5% czekolady mniej niż dnia poprzedniego.
a) Ile czekolady powinien zjeść Marcin siódmego dnia po podjęciu postanowienia?
b) O ile procent dziennie Marcin powinien zmniejszać porcję zjadanej czekolady aby po tygodniu zjadać mniej niż 1 tabliczkę? Wynik zaokrąglij do 0,1% tabliczki.



15. Oblicz pole czworokąta ABCD przedstawionego na rys. obok.

16. Na jednym ramieniu kąta o wierzchołku W wybrano dwa punkty P i Q, a na drugim ramieniu punkty R i S tak, że |WP|=|WR| i |WQ|=|WS|. Wykaż, że trójkąty WPS i WQR są przystające.



Projekt „MKK - Moje Kluczowe Kompetencje" współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Rozwiązania:

Nr	Rozwiązanie	Punktacja
1.	B	1
2.	B	1
3.	C	1
4.	B	1
5.	A	1
6.	B	1
7.	A	1
8.	C	1
9.	A	1
10.	C	1
11.	D	1
12.	A	1
13.	a) $<-6;6>$ b) -5, 1, 3	a) 1 b) 1 c) 1
14.	a) Wskazówka: ilości czekolady zjedzonej w kolejnych dniach tworzą ciąg geometryczny, w którym $a_1=2$, $q=0,95$. b) Wskazówka: Rozwiąż nierówność $2(1-\frac{p}{100})^7<1$	a) 2 b) 3
15.	$\lvert AC\rvert=5$, $P_{\blacktriangle ACD}=\frac{1}{2} * 5 * 4\sin 45°= 5\sqrt{2}$; $P_{\blacktriangle ABC}=\frac{1}{2} *4 * 3= 6$; $P_{ABCD}= 5\sqrt{2} + 6$	2
16.	Wskazówka: zastosuj cechę (bkb) przystawania trójkątów.	3
	Razem	**25**

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
syntea
energize value
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt „MKK - Moje Kluczowe Kompetencje” współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Sprawdzian roczny

Klasa II

1. Malejącą funkcję liniową opisuje wzór:
    a) $f(x) = (\sqrt{2} - 1)x - 1$
    b) $g(x) = (2 - \sqrt{2})x + 1$
    c) $h(x) = (\pi - 3)x - 1$
    d) $k(x) = (3 - \pi)x + 1$

2. Układ równań $\begin{cases} 3x - y = 4 \\ x + 7y = 6 \end{cases}$:
    a) ma tylko jedno rozwiązanie
    b) ma tylko dwa rozwiązania
    c) ma nieskończenie wiele rozwiązań
    d) nie ma rozwiązań

3. Wzór funkcji kwadratowej $f(x) = -2x^2 + 4x + 30$ w postaci iloczynowej to:
    a) $f(x) = (x + 3)(x - 5)$
    b) $f(x) = -2(x - 3)(x + 5)$
    c) $f(x) = -2(x + 3)(x - 5)$
    d) $f(x) = -2(x - 3)(x - 5)$

4. Zbiorem rozwiązań nierówności $\frac{2}{x} > 1$, gdzie $x \neq 0$, jest:
    a) $(-\infty; 2)$
    b) $(2; +\infty)$
    c) $(0; 2)$
    d) $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

5. Przekątne prostokąta mają długość 6 cm i przecinają się pod kątem 30°. Pole prostokąta jest równe:
    a) 9
    b) 12
    c) 18
    d) 36

6. Dane są wielomiany $W(x) = -2x^3 + 4x$ oraz $F(x) = 5x^3 - 2x^2 + 4x$. Wielomian $W(x) - F(x)$ jest równy:
    a) $-7x^3 + 2x^2$
    b) $-7x^3 - 2x^2 + 8x$
    c) $-7x^3 - 2x^2$
    d) $3x^3 - 2x^2$

7. Prostokątna działka na planie, sporządzonym w skali 1 : 1000, ma wymiar 15 cm na 20 cm. Ile hektarów ma ta działka w rzeczywistości:
   a) 5 ha
   b) 3 ha
   c) 30 ha
   d) 0,3 ha

8. Ile przekątnych ma ośmiokąt?
   a) 10
   b) 16
   c) 20
   d) 24

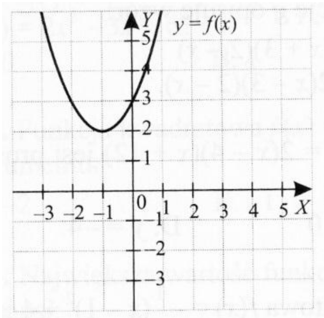
9. Jaka jest wartość funkcji f(x) = $-x^2 + 3x - 2$ dla argumentu x = $\sqrt{3} + 2$?
   a) $3 + \sqrt{3}$
   b) $\sqrt{3} - 3$
   c) $-3 - \sqrt{3}$
   d) $2\sqrt{3}$

10. Liczby 2a - 3, a, 2a + 3 w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny. Wyznacz a:
    a) $\sqrt{3}$
    b) $-\sqrt{3}$
    c) $\sqrt{3}$ lub $-\sqrt{3}$
    d) 3

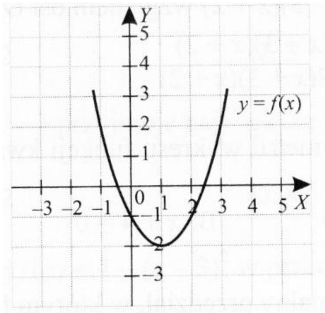
11. Stosunek długości przekątnych rombu o boku 17 cm jest równy 5:3. Pole rombu wynosi:
    a) 255 cm^2
    b) 300 cm^2
    c) 155 cm^2
    d) 55 cm^2

12. Wykres funkcji kwadratowej $f(x) = (x - 1)^2 + 2$ przedstawiony jest na rysunku:

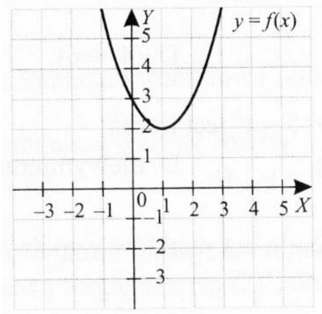
a)



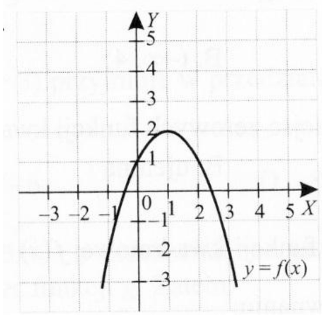
b)



c)



d)



13. Kąt ostry między przekątnymi równoległoboku KLMN ma miarę 60°. Przekątna KM ma długość 6, a przekątna LN jest prostopadła do boku KN. Oblicz długości boków równoległoboku.

14. Wielomian $W(x)= ax^3 + bx^2 - 9x – 10$ jest podzielny przez dwumian $x – 2$ i przez dwumian $x + 1$.

    a) Znajdź współczynniki a i b.

    b) Oblicz odwrotność sumy kwadratów pierwiastków wielomianu W(x).

15. Supermarket sprzedając jabłka w cenie 3 zł za kilogram, dziennie sprzedawał 400 kg. Zauważono, że przy obniżce ceny o każde 10 gr sprzedaż rośnie o 100 kg. Supermarket kupuje jabłka od sadownika po 1,20 zł za kilogram, a inne koszty (magazynowanie, utrzymanie stoiska itp.) przypadające na 1 kg jabłek wynoszą 20 gr. Przy jakiej cenie jabłek dzienna sprzedaż przyniesie największy zysk?

16. Liczby $2x – 2$, x^2, $4x – 2$ tworzą (w podanej kolejności) ciąg arytmetyczny i są trzema początkowymi wyrazami czterowyrazowego ciągu (a_n). Oblicz czwarty wyraz ciągu (a_n) wiedząc, że liczby a_2, a_3, a_4 są trzema kolejnymi wyrazami pewnego ciągu geometrycznego.

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

syntea
energize value

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt „MKK - Moje Kluczowe Kompetencje” współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Rozwiązania

Nr zad	Rozwiązanie	Punkty
1.	C	1
2.	A	1
3.	C	1
4.	C	1
5.	A	1
6.	A	1
7.	B	1
8.	C	1
9.	C	1
10.	C	1
11.	A	1
12.	C	1
13.	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$ $\frac{3\sqrt{7}}{2}$	2
14.	a) a=2, b=3 b) $\frac{4}{45}$	a) 2 b) 2
15.	2 zł 40 gr	3
16.	$a_4 = 4$ (gdy $x = 1$) lub $a_4 = 9$ (gdy $x = 2$)	4
	Razem	**25**

Sprawdzian roczny
Klasa 3

1. Wykresy funkcji wykładniczych $y = 10^x$ oraz $y = 0,1^x$ przecinają się w punkcie o współrzędnych:
   a) (1, 0)
   b) (0, 1)
   c) (0, 0)
   d) (1, 1)

2. Liczba $(16^3 * 4)^5$ zapisana jako potęga liczby 2 ma postać:
   a) 2^{70}
   b) 2^{25}
   c) 2^{17}
   d) 2^{14}

3. Mediana liczb: 4, 4, 3, 2, 1, 4, 3, 3, 4, 1, 2, 2, 3, 4 jest równa:
   a) 3
   b) 4
   c) 3,5
   d) 2

4. Rozpatrujemy rzut dwiema kostkami do gry: jedną sześcienną i jedną czworościenną (na ściankach oczka od jednego do czterech). Ile jest wyników takich rzutów, w których iloczyn wyrzuconych oczek jest liczbą nieparzystą?
   a) 3
   b) 5
   c) 6
   d) 9

5. Na ile sposobów może ustawić się w kolejce do kasy 7 osób: trzy kobiety i czterech mężczyzn?
   a) 3! * 4!
   b) 3! + 4!
   c) 3 * 4
   d) 7!

6. Niech A i B oznaczają zdarzenia zawarte w przestrzeni Ω. Jeśli P(A) = P(B) =0,5 i P(A ∩ B) = 0,2 to:
   a) P(A ∪ B) = 1
   b) P(A ∪ B) = 0,8
   c) P(A ∪ B) = 0,7
   d) P(A ∪ B) = 0,3

7. Liczba wierzchołków pewnego ostrosłupa jest o 4 mniejsza od liczby krawędzi. Podstawą tego ostrosłupa jest:
   a) trójkąt
   b) czworokąt
   c) pięciokąt
   d) sześciokąt

8. Przekątna przekroju osiowego walca ma długość 4 i tworzy z tworzącą walca kąt 30°. Obwód podstawy tego walca jest równy:
   a) π
   b) 2π
   c) $2\sqrt{3}\pi$
   d) 4π

9. Proste opisane równaniami 4x + 3y – 36 = 0 i 3x – 4y -52 = 0:
   a) są równoległe
   b) są prostopadłe
   c) przecinają się w punkcie o współrzędnych (4; 3)
   d) mają nieskończenie wiele punktów wspólnych

10. Odcinek MP o końcach w punktach M(-3; 1) i P(2; -4) ma długość:
   a) $\sqrt{10}$
   b) $5\sqrt{2}$
   c) $\sqrt{34}$
   d) $\sqrt{26}$

11. Liczba $\log_{\frac{1}{3}} 27\sqrt[3]{9}$ jest równa:
   a) $-4\frac{1}{2}$
   b) $-3\frac{2}{3}$
   c) -18
   d) -9.

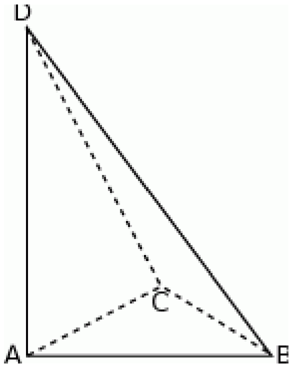
12. Przekątna przekroju osiowego walca ma długość 12 i tworzy z wysokością walca kąt 30°. Obwód podstawy tego walca jest równy:
   a) $6\sqrt{3}\pi$
   b) 18π
   c) 6π
   d) $(1+\sqrt{3})$.

13. W pudełku zmieszano 30 ziaren fasoli, 20 ziaren ciecierzycy i 50 ziaren grochu.
    a) Losujemy jedno ziarenko. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania ziarenka ciecierzycy?
    b) Jako pierwsze wylosowano ziarenko fasoli. Jakie jest prawdopodobieństwo, że drugim wylosowanym ziarenkiem nie będzie ziarenko fasoli?
    c) Z pudełka usunięto po 10% ziarenek każdego rodzaju. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania ziarenka fasoli?

14. W układzie współrzędnych dane są dwa punkty: A = (-2, 2) i B = (4, 4).
    a) Wyznacz równanie symetralnej odcinka AB.
    b) Prosta AB oraz prosta o równaniu $3x - 2y - 11 = 0$ przecinają się w punkcie C. Oblicz współrzędne punktu C.

15. Oblicz wysokość prostopadłościanu, którego podstawa jest prostokątem o wymiarach 3 i 4, a pole powierzchni całkowitej wynosi 94.

16. Podstawą ostrosłupa ABCD jest trójkąt ABC. Krawędź AD jest wysokością ostrosłupa (zobacz rysunek).



Oblicz objętość ostrosłupa ABCD, jeśli wiadomo, że $|AD| = 12$, $|BC| = 6$, $|BD| = |CD| = 13$.

Rozwiązania

Nr zad	Rozwiązanie	Punkty
1.	B	1
2.	A	1
3.	A	1
4.	C	1
5.	D	1
6.	B	1
7.	C	1
8.	B	1
9.	B	1
10.	B	1
11.	B	1
12.	C	1
13.	a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{70}{99}$ c) $\frac{3}{10}$	a) 1 b) 1 c) 1
14.	a) y = -3x + 6 b) C = (7,5)	a) 3 b) 2
15.	5	2
16.	48	3
	Razem	**25**

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
syntea
energize value
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt „MKK - Moje Kluczowe Kompetencje” współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

VII. Polecana literatura.

1. „Matematyka. Podręcznik do liceów i techników, Zakres podstawowy. Klasa 1”

   Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda;

2. „Matematyka. Podręcznik do liceów i techników, Zakres podstawowy. Klasa 2”

   Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda;

3. „Matematyka. Podręcznik do liceów i techników, Zakres podstawowy. Klasa 3”

   Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda;

4. „Matematyka. Zbiór zadań do liceów i techników, Zakres podstawowy. Klasa 1”

   Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda;

5. „Matematyka. Zbiór zadań do liceów i techników, Zakres podstawowy. Klasa 2”

   Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda;

6. „Matematyka. Zbiór zadań do liceów i techników, Zakres podstawowy. Klasa 3”

   Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda;

7. „Powtórka przed maturą, Matematyka. Zadania, Zakres podstawowy”

   Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda, Małgorzata Przeniosło;

8. „Matura z matematyki 2010-..., Poziom podstawowy i rozszerzony część I”

   Andrzej Kiełbasa, Piotr Łukasiewicz;

9. „Matura z matematyki 2010-..., Poziom podstawowy i rozszerzony część II”

   Andrzej Kiełbasa;