

**Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji
w Lublinie**

**Autorskie programy rozwijania
kompetencji kluczowych w zakresie**

MATEMATYKI

WOJEWÓDZTWO LUBELSKIE

Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009

Projekt: SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI. Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej” jest finansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego i Budżetu Państwa w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki: Priorytet II. Wysoka jakość systemu oświaty: Działanie 3.3 Poprawa jakości kształcenia: Poddziałanie 3.3.4 Modernizacja treści i metod kształcenia.

Biuro Projektu:

Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie, ul. Mełgiewska 7-9, 20-209 Lublin

Filie Biura Projektu:

Podkarpackie Centrum Edukacji Nauczycieli w Rzeszowie, ul. Partyzantów 10a, 35-234 Rzeszów

Wyższa Szkoła Biznesu im. bp. Jana Chrapka w Radomiu, ul. Kolejowa 22, 26-600 Radom

Wyższa Szkoła Humanistyczno-Przyrodnicza w Sandomierzu, ul. Krakowska 26, 27-600 Sandomierz

Wyższa Szkoła Administracji Publicznej im. Stanisława Staszica w Białymstoku, ul. Dojlidy Fabryczne 26, 15-555 Białystok

© Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie

Koordynator merytoryczny kompetencji kluczowej w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Wydawca:

Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie

20-209 Lublin, ul. Mełgiewska 7-9

Tel./fax +48817491777

e-mail: sekretariat@wsei.lublin.pl

Publikacja dystrybuowana bezpłatnie

Człowiek – najlepsza inwestycja



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY





Wykaz Autorskich programów rozwijania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki

Województwo lubelskie

- I. Technikum Ekonomiczne w Zespole Szkół Zawodowych w Janowie Lubelskim
Autor: Beata Łukasik
- II. Technikum nr 1 w Puławach
Autor: Mirosława Kustra
- III. Technikum Usługowo-Gospodarcze w Lublinie
Autor: Alicja Soborska
- IV. Technikum Przemysłu Spożywczego w Lublinie
Autor: Urszula Stasiak
- V. Technikum Organizacji Usług Gastronomicznych w Zespole Szkół Nr 3 w Tomaszowie Lubelskim
Autor: Irena Strumidło
- VI. Zespół Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcące im. Gen. Władysława Andersa w Chełmie
Autor: Iwona Styk
- VII. Zespół Szkół Ponadgimnazjalnych im. Stanisława Staszica w Parczewie
Autor: Iwona Semeniuk
- VIII. Technikum Budowlane w Lublinie
Autor: Małgorzata Modzelewska
- IX. Technikum Budowlano-Geodezyjne w Państwowych Szkołach Budownictwa i Geodezji w Lublinie
Autor: Marta Ostrowska-Matys
- X. Technikum nr 1 w Zespole Szkół Zawodowych nr 1 w Białej Podlaskiej
Autor: Elżbieta Zalech



Autor
Beata Łukasik

**MATEMATYKA
ZAKRES PODSTAWOWY**

**AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH**

**TECHNIKUM EKONOMICZNE
W ZESPOLE SZKÓŁ ZAWODOWYCH
W JANOWIE LUBELSKIM**

Lublin 2009



Spis treści

Wprowadzenie.....	5
Warunki realizacji programu	7
1 Cele nauczania	9
1.1 Cele nauczania wynikające z kluczowej kompetencji – „Kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo-techniczne”	9
1.2 Cele naukowe wynikające z podstawy programowej oraz ze standardów wymagań maturalnych	13
1.3 Cele naukowe wynikające z diagnozy lokalnych potrzeb rynku pracy i oświat... ..	15
1.4 Z profilu zawodowego	15
2 Ramowy rozkład materiału.....	17
3 Treści kształcenia, szczegółowe cele edukacyjne, założone osiągnięcia uczniów: ..	18
3.1 Klasa 1	18
3.1.1 Działania w zbiorach liczbowych (15 godz.)	18
3.1.2 Wyrażenia algebraiczne (18 godz.)	19
3.1.3 Trygonometria kąta ostrego (10 godz.)	20
3.1.4 Funkcja i jej własności (12 godz.)	20
3.1.5 Przekształcenia wykresów funkcji (10 godz.)	21
3.1.6 Funkcja liniowa (17 godz.).....	22
3.2 Klasa 2	23
3.2.1 Geometria płaska pojęcia wstępne (10 godz.).....	23
3.2.2 Geometria płaska – trójkąty (13 godz.)	24
3.2.3 Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta (9 godz.).....	25
3.2.4 Geometria płaska – czworokąty (13 godz.)	25
3.2.5 Geometria płaska – pole czworokąta (11 godz.)	26
3.3 Klasa 3	26
3.3.1 Elementy geometrii analitycznej (15 godz.).....	26
3.3.2 Funkcja kwadratowa (19 godz.)	27
3.3.3 Wielomiany (17 godz.)	28
3.3.4 Funkcje wymierne (18 godz.).....	28
3.3.5 Ciągi (22 godz.)	29
3.4 Klasa 4	30
3.4.1 Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna (17 godz.).....	30
3.4.2 Elementy kombinatoryki (13 godz.).....	31
3.4.3 Rachunek prawdopodobieństwa (12 godz.)	32
3.4.4 Elementy statystyki opisowej (10 godz.).....	32
3.4.5 Geometria przestrzenna (19 godz.).....	33
4 Procedury osiągnięcia celów	34
4.1 Metody i formy pracy	34
4.2 Środki dydaktyczne.....	37
4.3 Postulowane wyposażenie pracowni przedmiotowej.....	37
5 Opis założonych osiągnięć ucznia	39
5.1 Główne narzędzia kontroli.....	39
5.2 Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia:	40
6 Procedura ewaluacji programu nauczania	43
Bibliografia.....	46



Wprowadzenie

Stoimy przed wielkimi wyzwaniami, jakie niesie szybko zmieniająca się rzeczywistość wynikająca z wejścia Polski do Unii Europejskiej (UE). Przemieszczanie się ludzi, podejmowanie przez nich pracy w innych krajach, skuteczne włączanie się w życie zawodowe wszędzie tam gdzie się znajdują, wymaga ujednoczenia w systemach edukacyjnych krajów UE.

Parlament Europejski (PE) i Rada Europy (RE), zleciły państwom członkowskim rozwijanie kompetencji kluczowych *dla wszystkich*, z równoczesnym wykorzystaniem dokumentu „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia”. Pośród kompetencji kluczowych zostały zdefiniowane kompetencje matematyczne. Obejmują one umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Istotne są zarówno proces i czynność, jak i wiedza, przy czym podstawę stanowi należyte opanowanie umiejętności liczenia. Kompetencje matematyczne obejmują zdolność i chęć wykorzystywania matematycznych sposobów myślenia oraz prezentacji.

Powiązane z tą kompetencją niezbędna wiedza, umiejętności i postawy obejmują: umiejętność liczenia, znajomość miar i struktur, głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej, rozumienie terminów i pojęć matematycznych, świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.

Absolwent szkoły ponadgimnazjalnej, według kompetencji kluczowych, powinien posiadać umiejętności stosowania głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych, a także śledzenia i oceniania ciągów argumentów. Powinien być w stanie rozumować w matematyczny sposób, rozumieć dowód matematyczny i komunikować się językiem matematycznym oraz korzystać z odpowiednich pomocy. Pozytywna postawa w matematyce opiera się na szacunku dla prawdy i chęci szukania przyczyn i oceniania ich zasadności.

Nauczanie matematyki jest skuteczne, jeśli umożliwi uczniom rozwój myślenia matematycznego, rozumienie i stosowanie języka matematyki jako języka opisu rzeczywistości, rozwijanie wyobraźni geometrycznej, nabywanie umiejętności rozwiązywania różnorodnych problemów teoretycznych i praktycznych w twórczy sposób, kształtuje postawy pożądane z punktu widzenia społecznego.

Szkoły, jak dotąd, nie potrafią dostatecznie zainteresować młodzieży edukacją matematyczną, przełamać uprzedzenia w tym zakresie i kształcić skuteczniej. Przyczyny są różne. Nauczyciele wymieniają najczęściej: niekorzystne uwarunkowania lokalne i regionalne, niezadowolająca baza szkoły, niewystarczający wymiar godzin na nauczanie przedmiotu, brak zdolności, zainteresowań i systematyczności oraz lenistwo uczniów. Rzadko, kto wymienia tu skostniałe metody nauczania, brak działań podnoszących zainteresowanie przedmiotem.

Wyposażenie młodych ludzi w kompetencje kluczowe jest zasadniczym elementem działań na rzecz wzrostu gospodarczego i zatrudnienia.

Diagnoza regionalna dla szkół technicznych powiatu janowskiego, sporządzona w Zespole Szkół Zawodowych w Janowie Lubelskim, w ramach projektu Szkoła Kluczowych Kompetencji (SKK), nazwała problemy, z którymi borykają się szkoły naszego regionu.

Do Zespołu Szkół Zawodowych w Janowie Lubelskim uczęszczają uczniowie, którzy w większości uzyskali niskie wyniki na egzaminie gimnazjalnym, tym samym ich wiedza i umiejętności wyniesione z poprzednich etapów kształcenia są na niezadawalającym poziomie. W trakcie procesu kształcenia okazuje się, że mimo wyraźnego uprofilowania zawodowego, często wybór szkoły przez ucznia jest przypadkowy, a konsekwencją tego jest niska motywacja do nauki i niezbyt wygórowane ambicje. Zdecydowana większość uczniów pochodzi z obszarów wiejskich, z rodzin o trudnej sytuacji materialnej i o niskim statusie społecznym. Ogranicza to ich potrzeby poznawcze i aspiracje oraz wiarę w szanse na awans społeczny.

Poważnym problemem edukacyjnym szkoły są niepowodzenia uczniów w uczeniu się matematyki, co potwierdzają systematycznie prowadzone wśród uczniów diagnozy.

Na podstawie analizy testu diagnostycznego, przeprowadzonego w październiku 2008 roku w klasie pierwszej technikum ekonomicznego, stwierdza się, że sprawność rachunkowa, znajomość definicji, pojęć i symboli, dla statystycznego ucznia wynosi 33%, stosowanie metod w sytuacjach typowych – 37%. Mediany wyników dla poszczególnych kompetencji są odpowiednio równe: 30, 37, 33 (zakres wyników 0-100), co świadczy o tym, że połowa wyników (biorąc pod uwagę kompetencje) nie przekracza odpowiednio: 30%, 37%, 33%.

Przyczyny tych niskich wyników są złożone. Wśród nich najczęściej występujące to:

- brak motywacji do nauki matematyki, (matematyka dotychczas nie występowała jako obowiązkowy przedmiot maturalny),
- deficyt wiedzy z poprzednich etapów kształcenia,
- słaba motywacja do nauki matematyki, która wymaga od ucznia systematyczności,
- trudności u uczniów w myśleniu logicznym, przestrzennym, analizowaniu i argumentowaniu, krytycznej ocenie wyników i zastosowaniu zdobytej wiedzy w praktyce.

Wielu uczniów uważa, że nie jest w stanie zrozumieć matematyki, uczy się jej na pamięć i mimo dużego wkładu pracy osiąga jedynie wymagane minimum. Bez zrozumienia, bez umiejętności samodzielnego rozwiązywania problemów odtwarzają jedynie znane im schematy. Mechanizm ten oddala uczniów od istoty matematyki, odbiera im szanse na jej zrozumienie.

Należy też pamiętać, iż matematyka nie jest przedmiotem cieszącym się zainteresowaniem uczniów, rzadko wybieranym na maturze, określanym jako trudnym i „nie do nauczenia” z przypisanym pytaniem: „do czego mi się to przyda?”.

Warunki realizacji programu

Od 2010 roku, zgodnie z rozporządzeniem MEN, egzamin maturalny będzie obejmował obowiązkowo również matematykę. Tymczasem wielu uczniów przez lata nauki szkolnej nabiera przekonania, że nie są w stanie nauczyć się matematyki. Brak wiary we własne siły (wynikający z niedostatecznego ugruntowania podstawowych umiejętności matematycznych) powoduje niechęć do pokonywania trudności w uczeniu się matematyki i rezygnację z podejmowania kształcenia na kierunkach, na których wymagana jest matematyka.

Realizowany dotychczas przez mnie program nauczania matematyki w liceach i technikach, zakres podstawowy, autorstwa M. Kurczab, E. Kurczab, E. Świdy, nr dopuszczenia DKOS-5002-05/08 główny nacisk kładzie na realizację podstawy programowej i sprostanie standardom wymagań egzaminu maturalnego. Nauczanie matematyki zgodnie z tym programem nie zawsze sprzyjało rozwijaniu kluczowych kompetencji matematycznych u uczniów, jak również tylko w minimalnym stopniu uwzględniało techniczny profil zawodowy technikum ekonomicznego.

Wychodząc naprzeciw oczekiwaniom społecznym, uwzględniając wnioski i rekomendacje diagnozy regionalnej dla powiatu janowskiego oraz sugestie nauczycieli przedmiotów ogólnokształcących i zawodowych podjęłam się napisania autorskiego programu nauczania matematyki dla czteroletniego technikum ekonomicznego.

Opracowanie programu autorskiego do matematyki jest jednym z elementów projektu „SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI. Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej” realizowanego przez Wyższą Szkołę Ekonomii i Innowacji w Lublinie jako lidera wraz z Partnerami: Podkarpackim Centrum Doskonalenia Nauczycieli w Rzeszowie, Wyższą Szkołą Administracji Publicznej im. Stanisława Staszica w Białymstoku, Wyższą Szkołą Humanistyczno-Przyrodniczą w Sandomierzu oraz Wyższą Szkołą Biznesu im. bpa Jana Chrapka w Radomiu.

Niniejszy program nauczania matematyki obejmuje czwarty etap edukacyjny, dotyczy treści objętych kształceniem w zakresie podstawowym.

Przeznaczony jest do czteroletniego technikum ekonomicznego z możliwością realizacji w innych klasach technicznych.

Zostanie wdrożony w roku szkolnym 2009/2010 w klasie pierwszej Technikum Ekonomicznego wchodzącego w skład Zespołu Szkół Zawodowych w Janowie Lubelskim.

Program jest zgodny z:

- Rozporządzenie MEN z dnia 23 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół, (DZ.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1100).
- Rozporządzenie MEN z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów, (Dz. U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102).
- Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (2006/962/WE).

Konstrukcja programu odwołuje się do zapisów rozporządzenia MEN z dn. 06 01 2009 w sprawie dopuszczenia do użytku szkolnego programów nauczania i podręczników oraz cofania dopuszczenia.

Na realizację programu zgodnie z rozporządzeniem MEN w sprawie ramowych programów nauczania przeznaczone jest 9 godzin w tygodniu, w ciągu 4 lat z uwzględnieniem w klasie trzeciej i czwartej po jednej godzinie z puli godzin „do dyspozycji dyrektora”. Zatem rozkład godzin ujętych w szkolnym planie nauczania Zespołu Szkół Zawodowych w Janowie Lubelskim dla Technikum Ekonomicznego w poszczególnych latach przedstawia się następująco: 3,2,3,3.

Niniejszy program ma charakter liniowy, ponieważ obejmuje tylko jeden etap edukacyjny (czas jego realizacji jest zbyt krótki na to, aby zakładać nawet dwukrotny powrót do tych samych zagadnień) oraz fragmentalnie spiralny celem utrwalenia szczególnie ważnych treści poprzez odpowiedni dobór zadań.

Do pełnej realizacji programu niezbędne jest zapewnienie optymalnie wyposażonej pracowni matematycznej w niezbędne środki dydaktyczne.

Bezpośrednim realizatorem programu będzie nauczyciele w pełni wykwalifikowany do nauczania matematyki z przygotowaniem pedagogicznym, posiadający umiejętności obsługi urządzeń multimedialnych i programów komputerowych. Cechujący się: systematycznością, zdolnością komunikowania się z uczniami, umiejętnością stworzenia atmosfery sprzyjającej uczeniu się matematyki. Potrafiący prawidłowo określać potrzeby i możliwości uczniów oraz dostosowywać formy zajęć uwzględniając przesłanki i ograniczenia wynikające z charakterystyki rozwojowej uczniów.

Do realizacji poniższego programu zalecane są podręczniki i zbiory zadań autorstwa: Marcin Kurczba, Elżbiety Kurczaby, Elżbiety Świdry – *Matematyka. Podręcznik do liceów i techników* – wydawnictwo: Oficyna Edukacyjna – Krzysztof Pazdro.

1 Cele nauczania

Ważnym celem nauczania matematyki w technikum jest wyposażenie przyszłego absolwenta w umiejętności matematyczne niezbędne do sprostania wymogom egzaminu maturalnego z matematyki. Dodatkowo, poprzez rozwijanie MKKE, należy dać absolwentowi umiejętności przydatne zarówno w pracy zawodowej jak i w codziennym życiu.

Matematyka, obok języka polskiego i języków obcych, staje się przedmiotem wiodącym w szkole ponadgimnazjalnej z uwagi na obowiązkowy egzamin maturalny. Niektórzy dydaktycy uważają, że matematyka jest trzecim językiem, którym uczeń uczy się posługiwać. Dużą rangę nauczania matematyki, a szczególnie wynikowi egzaminu maturalnego, przypisują wyższe uczelnie. Coraz częściej matematyka wskazywana jest jako przedmiot, z którego wynik egzaminu maturalnego uwzględniany jest podczas rekrutacji wstępnej na wielu kierunkach – ostatnio również na kierunkach humanistycznych (prawo, psychologia, socjologia). Ten kierunek zmian edukacyjnych w polskim systemie kształcenia, jest realizacją procesu ujednociania systemów edukacyjnych krajów Unii Europejskiej, w celu wyposażenia dorosłego absolwenta w kompetencje kluczowe.

1.1 Cele nauczania wynikające z kluczowej kompetencji – „Kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo-techniczne”

Kompetencje matematyczne określone w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” (MKKE) są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

Wiedza:

- W1. rozumienie terminów i pojęć matematycznych;
- W2. dobrze opanowana umiejętność liczenia;
- W3. znajomość miar i struktur;
- W4. znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej;
- W5. świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.

Umiejętności:

- U1. stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach; prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny);
- U2. śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny);
- U3. przekazywać komunikaty stosując język matematyczny;
- U4. korzystać z tekstu matematycznego.

Postawy:

- P1. przejawiać szacunek dla prawdy;
- P2. dążyć do szukania przyczyn;
- P3. oceniać zasadność wnioskowań i działań.



Uszczegółowienie MKKE

W1. rozumienie terminów i pojęć matematycznych:	<ol style="list-style-type: none">1. Sprawnie operuje językiem matematycznym.2. Rozumie definicje, twierdzenia (odróżnia je od siebie).3. Zna podstawowe symbole i oznaczenia matematyczne i sprawnie nimi operuje.4. Zna i rozumie definicję zdania logicznego, tworzy zdania logiczne, i poprawnie je wartościuje.5. Zna i poprawnie stosuje spójniki logiczne i kwantyfikatory.6. Zna relacje między podzbiorami zbioru liczb rzeczywistych.7. Zna prawa i własności działań.8. Rozumie pojęcie wartości bezwzględnej liczby, jej podstawowe własności i interpretację geometryczną.9. Zna pojęcie procentu, punktu procentowego, procentu składanego.10. Zna i rozumie pojęcie funkcji, podaje jej przykłady.11. Zna definicje funkcji trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, oraz dowolnego kąta i zmiennej rzeczywistej.12. Rozumie pojęcie monotoniczności funkcji.13. Rozpoznaje na podstawie wzoru funkcję kwadratową, zna jej definicję.14. Rozpoznaje wielomiany, określa ich stopień.15. Rozumie definicję pierwiastka wielomianu i jego krotność.16. Rozumie i stosuje twierdzenie bezouta.17. Rozpoznaje wyrażenia wymierne, wyznacza ich dziedzinę.18. Rozpoznaje wielkości odwrotnie proporcjonalne, posługuje się nimi.19. Zna pojęcie logarytmu.20. Rozpoznaje funkcję wykładniczą, zna jej wykres i własności.21. Rozumie intuicyjnie pojęcie ciągu, określa ciąg.22. Odróżnia pojęcia pierwotne od definiowalnych oraz aksjomaty od twierdzeń.23. Zna podstawowe pojęcia geometryczne: figury geometrycznej, miary odległości, pola, objętości, kąta i ich podstawowe własności.24. Zna i rozumie pojęcia jednokładności i podobieństwa, ich własności.25. Zna i rozpoznaje permutacje, kombinacje, wariacje (z powtórzeniami i bez), podstawowe pojęcia probabilistyczne, częstość i prawdopodobieństwo zdarzenia.
W2. dobrze opanowana umiejętność liczenia:	<ol style="list-style-type: none">1. Sprawnie wykonuje podstawowe rachunki, zna kolejność działań.2. Wykonuje obliczenia na liczbach całkowitych, ułamkach.3. Zna prawa działań na potęgach .4. Wykonuje sprawne obliczenia w zakresie procentów, działań na potęgach, pierwiastkach i logarytmach.5. Stosuje wzory skróconego mnożenia.6. Umiejętnie rozwiązuje problemy dotyczące oprocentowania lokat i kredytów, umie wybrać optymalny wariant, porównuje oferty banków i instytucji finansowych.7. Umiejętnie projektuje i wykonuje obliczenia dla różnorodnych praktycznych sytuacji z życia codziennego.8. Umiejętnie stosuje kombinatorykę i rachunek prawdopodobieństwa do różnorodnych praktycznych sytuacji z życia codziennego.9. Sprawnie rozwiązuje równania i nierówności.10. Rozwiązuje praktyczne zagadnienia związane z polem powierzchni i objętością brył.



W3. znajomość miar i struktur:	<ol style="list-style-type: none">1. Rozumie pojęcia: odległość punktów, odległość punktu od prostej, odległość punktu od płaszczyzny, długość, obwód, pole, objętość, miara kąta.2. Rozumie pojęcia: figura płaska, figura przestrzenna.3. Odczytuje i oszacowuje odległości.4. „wymierza” dane wielkości znanymi jednostkami miary (długości, pola, objętości, masy, czasu, prędkości).5. Przelicza (zamienia) jednostki miar.6. Zna własności miar.7. Zna twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych.8. Oblicza obwody i pola figur płaskich stosując wzory i/lub własności tych miar.9. Oblicza pola powierzchni i objętości brył stosując wzory i/lub własności tych miar.10. Stosuje własności miar w prostych zadaniach i rozumowaniach.
W4. znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,	<ol style="list-style-type: none">1. Zna pojęcie zbioru i podzbioru i odnosi je do zbiorów liczbowych, zbiorów punktów, zbiorów wyników pomiaru, zbiorów wyników doświadczeń.2. Wykonuje działania na zbiorach z wykorzystaniem własności działań.3. Rozumie pojęcie zmiennej.4. Rozumie pojęcie funkcji i ich własności, proporcjonalność.5. Opisuje zbiory punktów płaszczyzny za pomocą równań i nierówności.6. Opisuje zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji.7. Wykorzystuje przekształcenia geometryczne do badania zależności (podobieństwo i przystawanie figur) pomiędzy zbiorami punktów (figurami geometrycznymi).
W5: świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.	<ol style="list-style-type: none">1. Rozumie, że algorytm to niezawodny przepis postępowania.2. Wie, że rozumowanie przez analogię oraz rozumowanie indukcyjne (indukcja skończona) są czasem zawodne.3. Rozpoznaje sytuację, w której twierdzenia nie można zastosować.4. Wysnuwa proste wnioski z danego twierdzenia w konkretnej sytuacji.5. Rozumie rolę matematyzacji, uogólniania i specyfikacji.6. Wskaże sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej. <ul style="list-style-type: none">• obliczanie podatków;• zyski z lokat;• kredyty bankowe;• zakupy-szacowanie kosztów-budżet domowy;• analiza techniczna – giełda;• obliczanie niezbędnej ilości materiałów, wykorzystując pola powierzchni lub objętość, przeliczanie jednostek, itp.• zużycie paliwa,• planowanie podróży;• gry losowe, hazard, sport;• statystyka;• logika wypowiedzi;• proporcjonalność prosta-$np.$ kulinaria;• projektowanie przestrzeni;• zadania optymalizacyjne – krawiectwo, budownictwo, największy zysk, koszt, strata.



U1: stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),	<ol style="list-style-type: none">1. Grupuje i porządkuje dane empiryczne.2. Wyznacza stosunki wielkości i opisuje je z użyciem liczb wymiernych, rzeczywistych.3. Szacuje wielkości, posługuje się procentami.4. Posługuje się liczbami i działaniami do modelowania stosunków wielkościowych.5. Posługuje się własnościami figur oraz wyobraźnią do modelowania stosunków geometrycznych, konstruowania graficznego schematu danego układu stosunków przestrzennych.6. Dostrzega regularności w prostych sytuacjach.7. Stosuje algorytmy.8. Stosuje równania, nierówności, układy równań w rozwiązywaniu problemów.9. Ustala związki między danymi, wydziela związki znaczące.10. Wykorzystuje funkcje do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych.11. Przeprowadza uogólnianie i specyfikację.12. Rozumuje przez analogię.13. Redaguje definicje nowych pojęć.14. Korzysta z gotowych definicji i twierdzeń.15. Klasyfikuje obiekty.16. Rozwiązuje zadania schematyczne.17. Planuje, zapisuje plan rozwiązania i rozwiązuje zadania nieschematyczne.
U2: śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny)	<ol style="list-style-type: none">1. Odróżnia założenie i tezę w twierdzeniu.2. Zaprzecza twierdzenie.3. Obala tezę podając kontrprzykład.4. Stosuje prawa logiczne: podwójnego przeczenia, de morgana, przechodności implikacji.5. Ocenia poprawność doboru argumentów oraz sposobów wnioskowania.6. Ocenia poprawność przekształceń algebraicznych.7. Rozumie, różnicę między dowodem twierdzenia a przykładem potwierdzającym jego prawdziwość.8. Buduje zaprzeczenie definicji rozpoznając uprzednio jej strukturę logiczną.9. Rozumie różnice pomiędzy różnymi metodami dowodzenia.10. Podąża za tokiem rozumowania autora dowodu.11. Dostrzega luki bądź błędy w rozumowaniu.12. Sprawdza zasadność uogólnień.
U3: przekazywać komunikaty stosując język matematyczny	<ol style="list-style-type: none">1. Kojarzy zwroty języka naturalnego z odpowiednimi terminami matematycznymi, czynności konkretne z operacjami abstrakcyjnymi, wielkości z liczbami.2. Wyraża w języku matematyki informacje podane werbalnie, rysunkiem, schematem, tabelą, diagramem oraz zaobserwowane w rzeczywistości.3. Przedstawia werbalnie, za pomocą zwrotów języka naturalnego, informacje zapisane w języku matematyki.4. Przedstawia werbalnie informacje zapisane rysunkiem, grafem, schematem, wykresem, tabelą, diagramem.5. Zapisuje symbolicznie definicje pojęć.6. Formułuje twierdzenia w postaci implikacji.
U3: przekazywać komunikaty stosując język matematyczny	<ol style="list-style-type: none">7. Zapisuje symbolicznie dowody twierdzeń.8. Przedstawia dane za pomocą tabel, diagramów, grafów, wzorów.9. Zapisuje wzory, zależności matematyczne stosując symbolikę matematyczną, podaje opis zależności w postaci funkcji.10. Opisuje zbiory za pomocą układów nierówności i równań.11. Prezentuje wyniki badań używając terminologii z zakresu języka matematycznego, używa przybliżeń.12. Tworzy wypowiedzi matematyczne i wartościuje je.13. Buduje wypowiedzi poprawne pod względem pojęciowym i logicznym.14. Przygotowuje i wygłasza krótki referat na wybrany temat matematyczny.



U4: korzystać z tekstu matematycznego	<ol style="list-style-type: none">1. Wyszukuje w tekście definicje i twierdzenia.2. Analizuje przedstawione rozwiązania zadań, obliczenia, wnioski, dane.3. Wydziela fragmenty tekstu, dotyczące określonych kwestii.4. Przekształca informacje z tekstu zapisując je w formie dogodnej do dalszych działań.5. Odczytuje własności funkcji z wykresu.6. Odczytuje informacje przedstawione za pomocą rysunków pomocniczych.7. Interpretuje dane przedstawione za pomocą diagramów i tabel.8. Ustala relacje między wskazanymi w tekście obiektami.9. Uzupełnia luki w tekście.10. Poszukuje w innych źródłach wyjaśnienia napotkanych w tekście terminów i pojęć.11. Stosuje podane w tekście definicje i twierdzenia.12. Naśladuje przedstawione rozwiązania w analogicznych sytuacjach.
P1: przejawiać szacunek dla prawdy	<ol style="list-style-type: none">1. Rozumie potrzebę dowodzenia.2. Weryfikuje zgromadzone dane.3. Nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy.4. Protestuje w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi.5. Wytrwale poszukuje informacji.6. Jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych.7. Nie uogólnia bez uprzedniego upewnienia się co do prawdziwości przesłanek.8. Podejmuje decyzje na podstawie sprawdzonych informacji.
P2: dążyć do szukania przyczyn	<ol style="list-style-type: none">1. Rozumie potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach.2. Przewiduje skutki planowanych działań.3. Rozważa różne przypadki nie ograniczając się do przypadków szczególnych.4. Wnikliwie analizuje problem.
oceniać zasadność wniosków i działań	<ol style="list-style-type: none">1. Ocenia poprawność rozwiązania zadania.2. Wartościuje rozwiązania tego samego zadania różnymi sposobami.3. Dostrzega sprzeczne informacje lub błędy w rozumowaniach.4. Ocenia dobór argumentów uzasadniających tezę (stanowisko).

1.2 Cele naukowe wynikające z podstawy programowej oraz ze standardów wymagań maturalnych

Podstawa programowa (PP) obowiązująca w polskim systemie edukacji zawiera następujące zapisy celów edukacyjnych:

PP1. Przygotowanie do świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne odgrywają kluczową rolę.

PP2. Przystwojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych, w szczególności:

PP2.1. Usystematyzowanie wiedzy o liczbach rzeczywistych oraz nabywanie sprawności wykonywania obliczeń,

PP2.2. Opanowanie reguł rachunku algebraicznego,

PP2.3. Wdrożenie do opisywania oraz analizy zależności i zmienności za pomocą elementarnych funkcji.

PP2.4. Poznanie struktury otaczającej nas przestrzeni poprzez własności klasycznych obiektów geometrycznych; rozwój wyobraźni przestrzennej,

PP2.5. Poznanie elementarnych metod analizy zjawisk statystycznych i losowych oraz najprostszych opisów kombinatorycznych.

- PP3. Przyzwyczajenie do typowych elementów rozumowań matematycznych, w szczególności do stosowania pojęć takich jak: założenie, wniosek, dowód (także nie wprost), przykład i kontrprzykład.
- PP4. Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń.
- PP5. Wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji, stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji.
- PP6. Kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania.

Z kolei standardy wymagań maturalnych (SWM), będące podstawą przeprowadzania egzaminu maturalnego z matematyki, charakteryzują w zakresie poziomu podstawowego oczekiwane kompetencje maturzystów.

Zdający posiada umiejętności w zakresie:

SW1 **wykorzystania i tworzenia informacji**: interpretuje tekst matematyczny i formułuje uzyskane wyniki.

SW2 **wykorzystania i interpretowania reprezentacji**: używa prostych dobrze znanych obiektów matematycznych.

SW3 **modelowania matematycznego**: dobiera model matematyczny do prostej sytuacji.

SW4 **użycia i tworzenia strategii**: stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania.

SW5 **rozumowania i argumentacji**: prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków.

Badanie zgodności MKKE z PP i SWM można przeprowadzić wykorzystując poniższą tabelę korelacyjną:

Zgodność zapisów MKKE, podstawy programowej PP oraz standardów wymagań maturalnych SWM

MKKE		PP	SWM
Wiedza	W1. rozumienie terminów i pojęć matematycznych;	2	2
	W2. dobrze opanowana umiejętność liczenia;	2.1, 2.2	2
	W3. znajomość miar i struktur;	2.1, 2.4	2
	W4. znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej;	2.3, 2.5	3
	W5. świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.	5	
Umiejętności	U1. stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny);	1, 2, 3	4
	U2. śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny);	3	5
	U3. przekazywać komunikaty stosując język matematyczny;	6	1



	U4. korzystać z tekstu matematycznego;	5	1
Postawy	P1. przejawiać szacunek dla prawdy;	4	
	P2. dążyć do szukania przyczyn;	5	
	P3. oceniać zasadność wnioskowań i działań.	4	5

Porównanie (Tabela 2), przeprowadzone na dużym poziomie ogólności, pozwala na stwierdzenie niemal pełnej zgodności celów zapisanych jako MKKE i PP dla wszystkich trzech obszarów *Wiedza*, *Umiejętności* i *Postawy*. Natomiast w zapisie standardów wymagań egzaminacyjnych MKKE nie są w pełni reprezentowane. Jest to zrozumiałe, ponieważ nie wszystkie wiadomości i umiejętności objęte programami nauczania dadzą się sprawdzić podczas egzaminu pisemnego. Nie ma jednak między nimi sprzeczności, gdyż wszystkie standardy mają swoje odniesienia w MKKE.

1.3 Cele naukowe wynikające z diagnozy lokalnych potrzeb rynku pracy i oświat

- dostarczenie na rynek pracy większej liczby wykwalifikowanych specjalistów poprzez wyposażenie absolwenta w wiadomości i umiejętności matematyczne związane z zatrudnieniem i działalnością gospodarczą;
- umiejętność oceniania swoich kwalifikacji niezbędnych w pracy i dalszym kształceniu;
- umożliwienie absolwentom technikum kontynuowanie dalszego kształcenia.

1.4 Z profilu zawodowego

Ekonomista analizuje procesy gospodarcze tzn. procesy wytwarzania dóbr (zarówno materialnych, np. żywność, odzież, maszyny, jak i niematerialnych, np. usługi w dziedzinie zdrowia, oświaty), zasady podziału tych dóbr i ich wymiany pomiędzy ludźmi oraz ich konsumpcji. Przygotować wykwalifikowane absolwenta ekonomistę szkoła musi zrealizować cele, do których należą między innymi:

- doskonalenie i kształcenie umiejętności wykonywania działań na wyrażeniach algebraicznych;
- doskonalenie i rozwijanie umiejętności sporządzania wykresów funkcji oraz odczytywania ich własności;
- wykrywanie związków i zależności funkcyjnych między wielkościami liczbowymi,
- doskonalenie i kształcenie umiejętności rozwiązywania równań, nierówności i układów równań;
- rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego;
- kształcenie umiejętności rozwiązywania prostych problemów kombinatorycznych;
- doskonalenie i kształcenie umiejętności stosowania podstawowych pojęć statystycznych;
- kształcenie umiejętności prowadzenia prostych badań statystycznych;



Wychodząc z założenia, że zachodzi zgodności celów zapisanych jako MKKE i PP dla wszystkich trzech obszarów *Wiedza, Umiejętności i Postawy*, uwzględniając cele wynikające z profilu zawodowego i diagnozy lokalnych potrzeb rynku pracy przyjmujemy dla technikum ekonomicznego następujące ogólne cele edukacyjne i wychowawcze nauczania matematyki. Ilustruje je poniższa tabela:

Ogólne cele nauczania matematyki dla technikum ekonomicznego z odniesieniem do MKKE

	Cele nauczania matematyki	Odniesienie do MKKE
Cele edukacyjne	Stworzenie podstaw wiedzy matematycznej w zakresie znajomości i rozumienia terminów i pojęć matematycznych.	W1
	Doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnymi w kształceniu w zawodzie technik ekonomista.	W2
	Wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego, innych dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie technik ekonomista.	W3, W4
	Wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych.	U1
	Rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin wiedzy.	U3
	Doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym-w tym podręcznikiem-oraz innymi źródłami informacji matematycznej.	U4
Cele wychowawcze	Wykształcenie umiejętności i nawyku uzasadniania swoich sądów (istota sądów matematycznych, kategoryczność twierdzeń, jednoznaczność i precyzja definicji);	P3
	Wykształcenie umiejętności samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi-umiejętność stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych, poszukiwania dróg ich weryfikacji;	W5, P1, P2
	Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń;	U1, P1, P2, P3
	Kształcenie wyobraźni matematycznej (intuicja zakresie obiektów abstrakcyjnych, wyobraźnia geometryczna dotycząca obiektów płaskich i przestrzennych) oraz przewidywania skutków podejmowanych działań (głównie podczas rozwiązywania problemów matematycznych).	U2, U3, P2



2 Ramowy rozkład materiału.

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację.

Zakładając, że rok szkolny liczy ok. 36 tygodni oraz, że odbędą się wszystkie zaplanowane godziny lekcji matematyki, otrzymujemy do dyspozycji w klasie I – 108 godzin, w klasie II – 72 godziny oraz w klasie III uwzględniając miesięczną praktykę zawodową-91. Zdający maturę zakończą zajęcia z końcem kwietnia. Dla nich rok szkolny trwa ok. 29 tygodni, co daje ok. 87 godzin lekcyjnych matematyki.

Proponowany przydział godzin lekcyjnych:

	Dział	Przewidywana liczba godzin na		
		realizację	powtórzenie wybranych partii materiału	sprawdzian i omówienie
Klasa I	Elementy logiki. Zbiory. Zbiory liczbowe.	13	2	2
	Działania w zbiorach liczbowych.	11	2	2
	Wyrażenia algebraiczne.	14	2	2
	Trygonometria kąta ostrego.	7	1	2
	Funkcja i jej własności.	9	1	2
	Przekształcenia wykresów funkcji.	7	1	2
	Funkcja liniowa.	14	1	2
	-	9	-	
Klasa II	Geometria płaska pojęcia wstępne.	7	2	2
	Geometria płaska – trójkąty.	10	2	2
	Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta.	6	2	2
	Geometria płaska – czworokąty.	10	2	2
	Geometria płaska – pole czworokąta.	8	2	2
	-	11	-	
Klasa III	Elementy geometrii analitycznej.	12	1	2
	Funkcja kwadratowa.	16	1	2
	Wielomiany.	14	1	2
	Funkcje wymierne.	15	1	2
	Ciągi.	19	1	2
	-	5	-	
Klasa IV	Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna.	14	1	2
	Elementy kombinatoryki.	10	1	2
	Rachunek prawdopodobieństwa.	9	1	2
	Elementy statystyki opisowej.	7	1	2
	Geometria przestrzenna.	16	1	2
	Rozwiązywanie zadań maturalnych.	-	16	-

3 Treści kształcenia, szczegółowe cele edukacyjne, założone osiągnięcia uczniów

Aby wyeksponować te elementy celów, materiału i osiągnięć, które są ważne dla Projektu MKKE zostały wprowadzone następujące oznaczenia:

- ∞ - znajduje się w PP, SWM i MKKE oraz jest istotny dla kształcenia w zawodzie;
- Δ -nie występuje w PP i SWM, ale jest ważny dla MKKE;
- \rightarrow -nie występuje w PP i SWM, ale jest ważny dla kształcenia w zawodzie;
- ∂ - występuje w PP dla wcześniejszych etapów kształcenia i jest ważny dla MKKE i kształcenia w zawodzie.

3.1 Klasa 1

3.1.1 Działania w zbiorach liczbowych (15 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
Uczeń: ∂ przypomni sobie pojęcie liczb pierwszych i złożonych; ∂ przypomni sobie cechy podzielności liczb naturalnych oraz jak znajduje się NWD i NWW liczb naturalnych; ∂ przypomni sobie, jak wykonuje się działania na ułamkach; ∂ przypomni sobie prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych; ∂ przypomni sobie własności równości i nierówności w zbiorze R; ∞ przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami; ∞ pozna pojęcie punktu procentowego; ∞ pozna pojęcie wartości bezwzględnej; ∞ pozna pojęcie błędu bezwzględnego i względnego; ∞ nauczy się szacować wyrażenia liczbowe.	1. Zbiór liczb naturalnych, zbiór liczb całkowitych – 1. 2. Zbiór liczb wymiernych, zbiór liczb niewymiernych – 2. 3. Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych – 2. 4. Porównywanie liczb w zbiorze R. Przypomnienie wiadomości o równaniach i nierównościach – 1. 5. Procenty – 2; 6. Punkty procentowe – 1. 7. Przybliżenia-1. 8. Błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia, szacowanie – 1.	Uczeń potrafi: ∂ stosować cechy podzielności liczb naturalnych do znajdowania NWW i NWD (w tym również w celu rozwiązania zagadnień praktycznych); ∂ sprawnie wykonywać działania na ułamkach; ∞ zaplanować i wykonać obliczenia na liczbach rzeczywistych (w tym z wykorzystaniem praw działań); ∞ stwierdzić, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną czy niewymierną; ∞ wyznaczać rozwinięcia dziesiętne liczb; ∞ zapisać liczbę wymierną (w tym mającą rozwinięcie dziesiętne okresowe) w postaci ilorazu liczb całkowitych; ∂ stosować własności równości i nierówności w zbiorze R oraz rozwiązywać proste równania i nierówności; ∞ stosować pojęcie procentu w obliczeniach; ∂ odczytywać dane z tabel i diagramów; ∂ wykorzystywać tabele i diagramy do przedstawiania danych; ∞ posługiwać się pojęciem punktu procentowego;



		<ul style="list-style-type: none"> ∞ obliczyć wartość bezwzględną danej liczby; ∞ zastosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej; ∞ zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu: $x - a = b$, $x - a \geq b$; ∞ zapisać nierówność(równanie) z wartością bezwzględną, znając zbiór rozwiązań tej nierówności(tego równania); ∞ znaleźć przybliżenie liczby z zadaną dokładnością; ∞ stosować reguły zaokrąglania liczb; ∞ stosować pojęcie błędu bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia; ∞ oszacować wartość wyrażenia liczbowego.
--	--	--

3.1.2 Wyrażenia algebraiczne (18 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym; ∞ przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych; ∞ pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej; ∞ pozna wzory skróconego mnożenia ∞ przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym; ∞ pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym i własności działań na takich potęgach; ∞ pozna, jak konstruuje się potęgę o wykładniku niewymiernym; ∞ pozna prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym; ∞ pozna pojęcie logarytmu; ∞ pozna podstawowe własności logarytmu(wzór na logarytm ilorazu, iloczynu, potęgi); ∞ nauczy się przekształcać wzory stosowane 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Potęga o wykładniku naturalnym – 1. 2. Pierwiastek arytmetyczny – 2. 3. Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej 1. 4. Wzory skróconego mnożenia – 2. 5. Potęga o wykładniku całkowitym – 1. 6. Potęga o wykładniku wymiernym – 2. 7. Informacja o potędze o wykładniku rzeczywistym – 1. 8. Pojęcie logarytmu, własności logarytmów – 2. 9. Przekształcanie wzorów – 1. 10. Średnia arytmetyczna, średnia geometryczna, średnia ważona-1 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym i całkowitym; ∞ zapisywać liczby w postaci wykładniczej $a \cdot 10^k$, gdzie $a \in [1, 10)$ i $k \in \mathbb{Z}$; ∞ sprawnie wykonywać działania na pierwiastkach; ∞ sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia(w tym do rozkładania sum algebraicznych na czynniki); ∞ usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka; ∞ wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym(wymiernym i niewymiernym); ∞ obliczyć logarytm danej liczby przy danej podstawie; ∞ stosować w obliczeniach podstawowe własności logarytmu; → znaleźć przybliżenie liczby zapisanej przy użyciu potęgi i przedstawić je (używając kalkulatora) w notacji wykładniczej;

w matematyce, fizyce, chemii; ∞ przypomni sobie pojęcie średniej arytmetycznej oraz pozna pojęcie średniej geometrycznej i średniej ważonej.		∞ sprawnie przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii; ∞ obliczać średnią arytmetyczną, geometryczną, ważoną.
---	--	--

3.1.3 Trygonometria kąta ostrego (10 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
Uczeń: ∞ pozna określenie funkcji trygonometrycznych trójkącie prostokątnym; ∞ nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° ; ∞ pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.	1. Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym – 1. 2. Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla 30° , 45° , 60° – 2. 3. Wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznych gdy dana jest jedna z nich-1. 4. Podstawowe tożsamości trygonometryczne-2. 5. Proste równania trygonometryczne-1.	Uczeń potrafi: ∞ wyznaczyć funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym; ∞ rozwiązać równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, gdzie $0^\circ < x < 90^\circ$, korzystając z kalkulatora, tablic lub posługując się wartościami funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów; ∞ stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w rozwiązywaniu zadań; ∞ znając wartości jednej funkcji potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego.

3.1.4 Funkcja i jej własności (12 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
Uczeń: ∞ przypomni sobie pojęcie funkcji; ∞ pozna różne sposoby opisywania funkcji (graf, wzór, tabela, wykres, opis słowny); ∞ przypomni sobie takie pojęcia jak: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej; ∞ pozna pojęcie monotoniczności funkcji; ∞ pozna wykresy niektórych funkcji jak ∞ pozna pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji. ∞ nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu; ∞ nauczy się szkicować wykres	1. Pojęcie funkcji, funkcja liczbowa – 1. 2. Dziedzina i zbiór wartości funkcji-1. 3. Sposoby opisywania funkcji – 1. 4. Wykres funkcji – 1. 5. Miejsce zerowe funkcji – 1. 6. Monotoniczność funkcji – 1. 7. Najmniejsza i największa wartość funkcji – 1. 8. Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu – 2.	Uczeń potrafi: ∞ odróżnić przyporządkowanie, które jest funkcją, od przyporządkowania, które funkcją nie jest; ∞ opisywać funkcje na różne sposoby (grafem, wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym); ∞ wskazać wykres funkcji liczbowej; ∞ wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej; ∞ określić zbiór wartości funkcji (proste przykłady); ∞ obliczyć miejsca zerowe funkcji; ∞ określić na podstawie wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe,



<p>funkcji o podanych własnościach; ∞ nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji.</p>		<p>wartość największą i najmniejszą funkcji, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie(maleje, jest stała) oraz zbiory, w których funkcja przyjmuje wartości.</p>
--	--	---

3.1.5 Przekształcenia wykresów funkcji (10 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
<p>Uczeń: → pozna pojęcie wektora w układzie współrzędnych; → nauczy się dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę; → pozna pojęcie wektorów przeciwnych; → pozna pojęcie przesunięcia równoległego; ∞ nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OX i OY; → nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji o dowolny wektor; Δ pozna pojęcie symetrii osiowej; Δ nauczy się przekształcać wykres funkcji względem początku układu współrzędnych.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Wektor w układzie współrzędnych-1; 2. Przesunięcie równoległe wzdłuż osi układu współrzędnych-2; 3. Przesunięcie równoległe o wektor $w = [p, q]$-1; 4. Symetria osiowa względem osi układu współrzędnych-2; 5. Symetria środkowa względem początku układu współrzędnych – 1. 	<p>Uczeń potrafi: → obliczyć współrzędne wektora i długość wektora; → dodać i odjąć wektory, pomnożyć wektor przez liczbę; → stosować pojęcie wektorów równych i przeciwnych w rozwiązaniach prostych zadań; ∞ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a)$; ∞ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x) + b$; \diamond na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a) + b$; ∞ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(x)$; ∞ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(-x)$; Δ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(-x)$.</p>

3.1.6 Funkcja liniowa (17 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∂ przypomni sobie informacje o proporcjonalności prostej; ∞ przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej; ∞ pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej; ∞ przypomni sobie własności funkcji liniowej; ∞ nauczy się znajdować równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe lub prostopadłe do danej funkcji liniowej; ∞ nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego; ∂ przypomni sobie, jak się rozwiązuje równania i nierówności liniowe; ∂ przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; Δ nauczy się opisywać zbiory za pomocą układów nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Proporcjonalność prosta – 1. 2. Funkcja liniowa. Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej – 1. 3. Własności funkcji liniowej – 1. 4. Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych – 1. 5. Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej o zadanych własnościach – 1; 6. Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego – 1. 7. Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi – 1. 8. Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi – 2. 9. Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań liniowych – 2. 10. Nierówność pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi – 1. 11. Układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi – 1. 12. Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych – 1. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∂ sporządzić wykres oraz podać własności proporcjonalności prostej; ∂ zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań; ∂ sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu; ∞ znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach; ∞ wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań; ∞ wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danej funkcji liniowej; ∞ stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego; ∂ rozwiązywać równania oraz nierówności liniowe z jedną niewiadomą oraz interpretować je graficznie; ∂ rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą; ∂ stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi; Δ graficznie przedstawiać równania i nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi oraz opisywać podane zbiory za pomocą ich układów.

3.2 Klasa 2

3.2.1 Geometria płaska pojęcia wstępne (10 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∂ przypomni sobie podstawowe pojęcia geometryczne (punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt); ∂ przypomni sobie wiadomości o kątach (kąt prosty, ostry, rozwarty, kąty przyległe, kąty wierzchołkowe); ∂ przypomni sobie położenie prostych na płaszczyźnie, pojęcie odległości punktu od prostej i pojęcie odległości między prostymi równoległymi; ∂ przypomni sobie pojęcie symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta oraz jaką własność ma dowolny punkt leżący na symetralnej odcinka (dwusiecznej kąta); ∂ przypomni sobie twierdzenie o dwóch prostych równoległych, przeciętych trzecią prostą; ∂ przypomni sobie twierdzenie Talesa; ∂ przypomni sobie pojęcie koła i okręgu; ∞ pozna określenie kąta środkowego w kole, wpisanego w koło i kąta dopisanego oraz własności tych kątów. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt – 1. 2. Położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta – 1. 3. Dwie proste przecięte trzecią prostą – 1. 4. Twierdzenie Talesa – 2. 5. Okrąg i koło – 1. 6. Kąty i koła – 1. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∂ określać własności poznanych figur geometrycznych i posługiwać się tymi własnościami; ∂ wyznaczać odległość: dwóch punktów, punktu od prostej, dwóch prostych równoległych; ∂ konstruować: proste prostopadłe, proste równoległe, symetralną odcinka, dwusieczną kąta; ∞ określić wzajemne położenie prostej i okręgu; ∞ stosować w rozwiązywaniu zadań poznane twierdzenia (m.in. twierdzenie o dwóch prostych przeciętych trzecią prostą, twierdzenie Talesa, twierdzenia dotyczące kątów środkowych, wpisanych w okrąg, dopisanych do okręgu).

3.2.2 Geometria płaska – trójkąty (13 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∂ przypomni sobie podział trójkątów ze względu na boki i kąty; ∂ przypomni sobie twierdzenie o sumie kątów w trójkącie; ∂ przypomni sobie, na czym polega nierówność trójkąta; ∂ przypomni sobie twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta; ∂ przypomni sobie twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa; ∂ pozna twierdzenie o wysokościach w trójkącie; ∂ pozna twierdzenie o środkowych w trójkącie; ∂ przypomni sobie twierdzenie o symetralnych boków trójkąta; ∂ przypomni sobie twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta; ∂ przypomni sobie pojęcie trójkątów przystających oraz cechy przystawania trójkątów; ∞ przypomni sobie pojęcie trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Podział trójkątów, suma kątów w trójkącie nierówność trójkąta – 1. 2. Odcinek łączący środki boków w trójkącie – 1. 3. Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa – 2. 4. Wysokości w trójkącie – 1. 5. Środkowe w trójkącie – 1. 6. Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie – 1. 7. Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt – 1. 8. Przystawanie trójkątów – 1. 9. Podobieństwo trójkątów – 1. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań (w tym m.in.: twierdzenie o sumie kątów trójkąta, twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta, twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa, twierdzenie o wysokościach w trójkącie, twierdzenie o środkowych w trójkącie); ∞ określić – znając długości boków trójkąta – czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny czy rozwartokątny; ∞ opisać okrąg na trójkącie, wpisać okrąg w trójkąt, wyznaczać promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny i w trójkąt równoramienny, wyznaczać promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym i na trójkącie równoramiennym – znając długości boków trójkąta; ∂ rozpoznawać trójkąty przystające; ∞ stosować cechy przystawania trójkątów w rozwiązywaniu zadań; ∂ rozpoznawać trójkąty podobne; ∞ stosować cechy podobieństwa trójkątów w rozwiązywaniu zadań (w tym umieszczone w kontekście praktycznym).



3.2.3 Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta (9 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ pozna pojęcie pola figury; ∂ przypomni sobie stosowane wcześniej wzory na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$; ∞ pozna nowe wzory na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$; ∞ pozna twierdzenie dotyczące pól trójkątów podobnych; ∂ przypomni sobie wzór na pole koła i długość okręgu; ∞ pozna wzór na pole wycinka koła i wzór na długość łuku okręgu. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Pole figury geometrycznej – 1. 2. Pole trójkąta – 2, 3. Pola trójkątów podobnych – 1. 4. Pole koła, pole wycinka koła – 2. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ obliczyć pole figury, wykorzystując podział tej figury na rozłączne części; ∞ stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów; ∞ stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach (np. długość wysokości, długość promienia koła wpisanego w trójkąt); ∞ zastosować twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu zadań; ∞ zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań.

3.2.4 Geometria płaska – czworokąty (13 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∂ przypomni sobie podział czworokątów; ∂ przypomni sobie niektóre własności czworokątów; ∞ pozna twierdzenie o linii łączącej środki ramion trapezu; → pozna twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt; ∞ pozna pojęcie podobieństwa i jego własności; ∞ nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące mapy, planu, skali mapy. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Podział czworokątów – 1. 2. Trapezy i trapezoidy – 1. 3. Równoległoboki – 2. 4. Okrąg opisany na czworokącie. Okrąg wpisany w czworokąt – 1. 5. Zastosowanie funkcji trygonometrycznych w geometrii – 2. 6. Podobieństwo. Podobieństwo czworokątów – 2. 7. Skala i plan – 1. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∂ posługiwać się własnościami czworokątów; ∞ stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących wielokątów; ∞ stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych; ∞ stosować własności podobieństwa w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali).

3.2.5 Geometria płaska – pole czworokąta (11 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
Uczeń: ∂ przypomni sobie wzory na pola czworokątów (kwadratu, prostokąta, równoległoboku, rombu, trapezu); ∞ pozna nowe wzory na pole czworokąta; ∞ pozna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych.	1. Pole równoległoboku – 4. 2. Pole trapezu – 2. 3. Pola figur podobnych – 2.	Uczeń potrafi: ∂ stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów; ∞ stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczone w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy); ∞ rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.

3.3 Klasa 3

3.3.1 Elementy geometrii analitycznej (15 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
Uczeń: → przypomni sobie podstawowe informacje o wektorze w układzie współrzędnych; ∞ przypomni sobie, jak oblicza się odległość punktów w układzie współrzędnych; ∞ pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka; ∞ przypomni sobie informacje o równaniu kierunkowym prostej; ∞ nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej; ∞ przypomni sobie warunki na równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych; → pozna wzór na obliczanie odległości punktu od prostej; ∞ nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej; ∞ nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu;	1. Wektor w układzie współrzędnych-powtórzenie wiadomości – 1. 2. Odległość punktów w układzie współrzędnych – 1. 3. Współrzędne środka odcinka – 1. 4. Równanie kierunkowe prostej – 1. 5. Równanie ogólne prostej – 1. 6. Równoległość prostych – 1. 7. Prostopadłość prostych – 1. 8. Odległość punktu od prostej 1. 9. Wyznaczanie równania prostej o zadanych własnościach – 2. 10. Równanie okręgu – 2.	∞ obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych; ∞ wyznaczyć współrzędne środka odcinka; → zastosować informacje o wektorze w układzie współrzędnych do rozwiązywania prostych zadań; ∞ znaleźć równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym; ∞ zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych; → stosować wzór na obliczanie odległości punktu od prostej w zadaniach; ∞ posługiwać się równaniem okręgu; ∞ przekształcić równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytać współrzędne środka i promień okręgu;



<ul style="list-style-type: none"> ∞ nauczy się zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach (np. stycznego do jednej z osi układu); ∞ nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu. 		<ul style="list-style-type: none"> ∞ wyznaczyć równanie okręgu o zadanych własnościach; ∞ wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu.
--	--	---

3.3.2 Funkcja kwadratowa (19 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności; ∞ nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej; ∞ nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych; ∞ nauczy się przekształcać wykresy funkcji kwadratowych; ∞ pozna metodę rozwiązywania równań kwadratowych; ∞ pozna metodę rozwiązywania nierówności kwadratowych; ∞ nauczy się znajdować największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym; ∞ nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych; ∞ nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań (w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym). 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Jednomian kwadratowy, trójmian kwadratowy – 1. 2. Postać ogólna i postać kanoniczna funkcji kwadratowej – 2. 3. Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej – 2. 4. Przekształcenia wykresów funkcji kwadratowych – 1. 5. Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym – 2. 6. Równania kwadratowe – 2. 7. Nierówności kwadratowe-2. 8. Badanie trójmianu kwadratowego, zadania optymalizacyjne – 2. 9. Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych – 2. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji; ∞ sporządzić wykres funkcji kwadratowej i zbadać jej własności; ∞ wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji kwadratowej; ∞ przekształcać wykresy funkcji kwadratowych; ∞ wyznaczyć wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu; ∞ wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej i postać iloczynową funkcji kwadratowej; ∞ sprawnie zamieniać jedną postać funkcji kwadratowej na inną (postać kanoniczna, iloczynowa, ogólna); ∞ sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie, zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów; ∞ rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych; ∞ wyznaczyć wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;

		<ul style="list-style-type: none"> ∞ rozwiązywać zadania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne); ∞ rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych; ∞ przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej; ∞ opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej.
--	--	--

3.3.3 Wielomiany (17 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> ∞ pozna definicję wielomianu stopnia n ($n \geq 1$) jednej zmiennej; ∞ pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować; ∞ nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany; ∞ pozna pojęcie pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu; ∞ pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki (wylączenie czynnika poza nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów); ∞ nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe; ∞ nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych. 	1. Wielomian jednej zmiennej stopnia n ($n \geq 1$) – 1. 2. Równość wielomianów – 1. 3. Dodawanie odejmowanie – 1. 4. Mnożenie wielomianów – 2. 5. Pierwiastek wielomianu, pierwiastek wielokrotny – 2. 6. Rozkład wielomianów na czynniki – 3. 7. Równania wielomianowe – 2. 8. Zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych – 2.	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none"> ∞ odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem; ∞ dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany; ∞ rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wylączenie wspólnego czynnika poza nawias; ∞ rozwiązać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki; ∞ rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych; ∞ rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, stosując poznane definicje i twierdzenia.

3.3.4 Funkcje wymierne (18 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> ∞ pozna definicję funkcji wymiernej; ∞ nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej; ∞ nauczy się skracać 	1. Definicja funkcji wymiernej, dziedziną funkcji wymiernej – 2. 2. Skracanie i rozszerzanie wyrażenia wymiernego – 1. 3. Działania na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie) – 2.	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none"> ∞ odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji; ∞ wyznaczać dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się



<p>i rozszerzać wyrażenia wymierne;</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne; ∞ nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej; ∞ nauczy się szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji; ∞ nauczy się rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną; ∞ nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne; <p>Δ nauczy się rozwiązywać proste nierówności wymierne(dające się sprowadzić do nierówności stopnia co najwyżej drugiego).</p>	<ol style="list-style-type: none"> 4. Działania na wyrażeniach wymiernych (mnożenie, dzielenie) – 2. 5. Proporcjonalność odwrotna i jej własności – 2. 6. Proste równania wymierne – 3. 7. Proste nierówności wymierne – 3. 	<p>sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych lub kwadratowych za pomocą grupowania wyrazów, stosowania wzorów skróconego mnożenia, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias;</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej; ∞ skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne; ∞ dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne; ∞ szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji; ∞ rozwiązywać zadania z proporcjonalnością odwrotną; ∞ rozwiązywać proste równania wymierne; <p>Δ rozwiązywać proste nierówności wymierne prowadzące do nierówności liniowych lub nierówności kwadratowych;</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ rozwiązywać zadania(również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych.
---	---	---

3.3.5 Ciągi (22 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ pozna definicję ciągu; ∞ pozna sposoby opisywania ciągów(wzór ogólny, wykres); ∞ pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu; ∞ pozna definicję ciągu arytmetycznego; ∞ pozna własności ciągu arytmetycznego; ∞ nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego (n-ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów tego ciągu, średnia arytmetyczna); ∞ pozna definicję ciągu geometrycznego; 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Określenie ciągu, ciąg liczbowy – 1. 2. Sposoby opisywania ciągów – 2. 3. Monotoniczność ciągu – 2. 4. Ciąg arytmetyczny 5–. 5. Ciąg geometryczny – 5. 6. Oprocentowanie lokat i kredytów(procent prosty i procent składany) – 3. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ określać ciąg wzorem ogólnym; ∞ wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym; ∞ narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu; ∞ zbadać monotoniczność ciągu; ∞ zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym; ∞ wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych; ∞ wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; ∞ rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego;

<ul style="list-style-type: none"> ∞ pozna własności ciągu geometrycznego; ∞ nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego (n-ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna); ∞ pozna pojęcie procentu prostego i składanego; ∞ nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów. 		<ul style="list-style-type: none"> ∞ zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym; ∞ wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych; ∞ wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; ∞ rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego; ∞ rozwiązywać zadania stosując wzory na n-ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym; ∞ stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów.
---	--	--

3.4 Klasa 4

3.4.1 Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna (17 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym; ∞ będzie doskonalił umiejętności wykonywania działań na potęgach; ∞ pozna pojęcie funkcji wykładniczej; ∞ pozna własności funkcji wykładniczej; Δ nauczy się rozwiązywać proste równania wykładnicze; ∞ nauczy się stosować własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań; ∞ przypomni sobie pojęcie logarytmu; ∞ przypomni sobie własności logarytmów i ich zastosowanie w rozwiązywaniu zadań; Δ nauczy się rozwiązywać proste równania logarytmiczne; 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie – 3. 2. Funkcja wykładnicza i jej własności – 2. 3. Przekształcenia wykresów funkcji wykładniczej – 2. 4. Proste równania wykładnicze – 2. 5. Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym – 1. 6. Logarytm – powtórzenie wiadomości – 2. 7. Proste równania logarytmiczne – 2. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; ∞ stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań; ∞ odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji; ∞ sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw; ∞ przekształcać wykresy funkcji wykładniczych; ∞ opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów; Δ rozwiązywać proste równania wykładnicze; ∞ rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym; ∞ obliczać logarytm liczby dodatniej; ∞ stosować własności



		logarytmów w rozwiązywaniu zadań; Δ rozwiązywać proste równania logarytmiczne.
--	--	--

3.4.2 Elementy kombinatoryki (13 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">∞ nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;∞ pozna zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować;∞ nauczy się przedstawiać pewne sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań;∞ pozna symbol silni i nauczy się go stosować;Δ pozna pojęcie permutacji, wariacji z powtórzeniami i wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji;Δ nauczy się obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji;∞ nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne.	<ol style="list-style-type: none">1. Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych – 2.2. Zasada mnożenia – 2.3. Drzewa stochastyczne 2–.4. Symbol silni. Permutacje-1.5. Wariacje z powtórzeniami i wariacje bez powtórzeń – 1.6. Kombinacje – 1.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">∞ zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych;∞ stosować zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań;∞ rozwiązywać pewne zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa;∞ stosować symbol silni;Δ obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń i kombinacji;∞ rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki.

3.4.3 Rachunek prawdopodobieństwa (12 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> ∞ pozna takie pojęcia, jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe; ∞ nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu; ∞ nauczy się znajdować sumę zdarzeń, różnicę zdarzeń, iloczyn zdarzeń oraz zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia; ∞ pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa; ∞ pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować w rozwiązywaniu zadań; ∞ pozna „klasyczną definicję prawdopodobieństwa”; ∞ nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”. 	1. Doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, zdarzenie, działania na zdarzeniach – 2. 2. Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa – 1. 3. Własności prawdopodobieństwa – 2. 4. „Klasyczna definicja prawdopodobieństwa” – 3.	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none"> ∞ określić zbiór(skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc; ∞ wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu; ∞ obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”; ∞ stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań; ∞ wykorzystywać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa; ∞ obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa.

3.4.4 Elementy statystyki opisowej (10 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> ∞ dowie się, na czym polega klasyfikacja danych statystycznych; ∞ nauczy się obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby; ∞ nauczy się interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne. 	1. Dane statystyczne i ich klasyfikacja – 2. 2. Średnia z próby – 1. 3. Mediana z próby – 1. 4. Odchylenie standardowe z próby – 2.	∞ obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, odchylenie standardowe z próby; ∞ interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne; ∞ odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów; ∞ przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów; ∞ przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych;



		∞ porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi.
--	--	---

3.4.5 Geometria przestrzenna (19 godz.)

Cele edukacyjne	Tematyka	Założone osiągnięcia ucznia
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">∞ pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;∞ pozna wzajemne położenie prostej i płaszczyzny;∞ nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną;∞ pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego;∂ przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach;∂ przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach;∂ przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych	<ol style="list-style-type: none">1. Płaszczyzny i proste w przestrzeni–1.2. Rzut prostokątny na płaszczyznę, kąt między prostą i płaszczyzną–1.3. Kąt dwuścienny, kąt liniowy kąta dwuściennego–1.4. Wielościany, pole powierzchni wielościanu, objętość wielościanu–1.5. Graniastosłupy – podział, pole powierzchni, objętość –4.6. Ostrosłupy – podział, pole powierzchni, objętość–4.7. Bryły obrotowe – walec, stożek, kula; pole powierzchni i objętość brył obrotowych –4.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">∞ badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;∞ poprawnie narysować wielościany (graniastosłupy, ostrosłupy) i bryły obrotowe;∞ wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości;∞ podać własności figur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy czy bryły obrotowe;∂ rysować siatki figur przestrzennych;∂ wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych;∞ wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii.

4 Procedury osiągnięcia celów

Nauczanie matematyki według prezentowanego programu będzie w pełni skuteczne, jeśli nauczyciel zastosuje takie metody i formy pracy, które okażą się najbardziej aktywizujące oraz dadzą zadowolenie nauczycielowi i uczącym się. W zależności od treści nauczania powinno się na każdej lekcji stosować różne metody. Świadome różnicowanie podczas lekcji metod nauczania aktywizuje uczniów, uatrakcyjnia zajęcia i przyczynia się do zrozumienia i trwalszego zapamiętania opracowanego materiału. Należy również uwzględnić zróżnicowanie uczniów zarówno pod względem uzdolnień matematycznych jak i aktualnych wiadomości i umiejętności matematycznych. Na wybór najbardziej optymalnej metody powinny mieć wpływ następujące czynniki: (B. Niemierko, Kształcenie szkolne. Podręcznik skutecznej dydaktyki, Warszawa 2007)

1. Poziom aktywności ucznia:
 - a) odtwórcza – odbiór informacji, naśladowanie czynności;
 - b) twórcza – wytwarzanie informacji, wytwarzanie nowych schematów poznawczych.
2. Udział nauczyciela:
 - a) bezpośredni – kierowanie pracą poszczególnych uczniów;
 - b) pośredni – kierowanie pracą grupy uczniów.
3. Rodzaj treści kształcenia:
 - a) praktyczna – czynności konkretne;
 - b) teoretyczna – czynności intelektualne.
4. Rodzaj wyposażenia dydaktycznego:
 - a) pasywne – ułatwiające odbiór informacji;
 - b) interaktywne – ułatwiające odbiór i wytwarzanie informacji.
5. Typ organizacji kształcenia:
 - a) sterowana – z przewagą czynności zaplanowanych;
 - b) swobodna – oparta na dobrowolnym podejmowaniu czynności przez ucznia.

4.1 Metody i formy pracy

Wśród metod nauczania powinniśmy sięgać po metody aktywizujące, ponieważ:

- rozbudzają zainteresowania ucznia;
- zwiększają jego samodzielność;
- rozwijają twórcze myślenie i kreatywne działanie;
- motywują do działania;
- rozwijają umiejętności współpracy i komunikacji w grupie rówieśniczej;
- podnoszą skuteczność nauczania i uczenia się.



Najbardziej efektywne metody w nauczaniu matematyki, a także rozwijające MKKE prezentuje poniższa tabela.

Metody i techniki nauczania matematyki oraz ich wartość dla rozwoju MKKE:

Metody i techniki nauczania	Charakterystyka	Wartość metody	Zastosowanie (dla rozwoju MKKE)
Ćwiczenia	Wyzwała aktywność odtwórczą i twórczą uczniów odpowiednio dobranych i uporządkowanych zadań do rozwiązywania przez uczniów. Pozwala ostrzegać różnorodne zastosowania nabywanej wiedzy i budować przekonanie o jej użyteczności. Odpowiednio dobrany układ zadań może organizować lekcję problemową, albo pozwala obserwować określone prawidłowości prowadzące do sformułowania hipotezy.	Budowanie przekonań o celowości systematycznej nauki.	Doskonalenie umiejętności (W2), konstruowanie lub odkrywanie nowych informacji (W3, U3, U4).
Praca z tekstem	Rozwija aktywność twórczą, samodzielność i wytrwałość w zdobywaniu nowej wiedzy pod warunkiem dobrania tekstów odpowiednio do możliwości uczniów.	Rozwój krytycznego myślenia.	Wdrażanie do samokształcenia (U3, U4).
Wykład problemowy ilustrowany	Prezentacja wzorów analitycznego i syntetycznego myślenia nauczyciela, wzorów formułowania problemów, prezentacja wzorcowych sposobów rozwiązań, powiązana z wizualizacją odwołującą się do różnych typów sensomotorycznych, z możliwością zadania pytań.	Konstrukcja logiczna, jasność wywodu.	Wprowadzanie nowych trudnych wiadomości, nauka notowania (W1, U2).
Obserwacja	Rejestrowanie wyników obliczeń wykonywanych na papierze lub kalkulatorze czy efektów „eksperymentów” przeprowadzanych za pomocą kalkulatora graficznego lub komputera oraz redagowanie wniosków dotyczących wyników tych działań. Dostrzeganie zastosowań matematyki w sytuacjach życia codziennego oraz przyszłym działaniu zawodowym.	Budowanie hipotez na podstawie obserwacji wyników uzyskanych za pomocą kalkulatora i komputera.	Gromadzenie spostrzeżeń i obserwacji nt. obiektów matematycznych (W3, W4, U3, U1)
Gra dydaktyczna	Występujący element zabawy mózgow rywalizacji mózgow naturalny sposób angażuje uczestników, rozwija umiejętność przewidywania mózgow myślenie strategiczne. Gry mogą wykorzystywać własności struktur matematycznych.	Autentyzm reguł działania.	Doskonalenie umiejętności (W2, W5, P3).
Dyskusja	Rozwija umiejętności komunikacyjne, umiejętności dobierania argumentacji, jasnego wypowiedzenia swoich sądów, umiejętność podejmowania decyzji, jednak angażuje tylko część uczniów.	Różnorodność wiedzy i poglądów, możliwość prezentacji swojego zdania.	Np. ustalenie planu rozwiązania problemu (U1, P2, P3).



„Śnieżna kula”	Odmiana dyskusji pozwalająca przechodzić od pracy indywidualnej do pracy w grupach, a kończy się pracą zbiorową.	Możliwość dokonania oceny różnych pomysłów.	Negocjowanie i uzasadnianie stanowiska (U1, P2, P3).
Projekt badawczy	Kształci i doskonali wiele umiejętności, a zwłaszcza pozwala na opanowanie metod poznania wykraczających poza program kształcenia szkolnego. Może być adresowany do pojedynczych uczniów szczególnie zainteresowanych i uzdolnionych w danej dziedzinie.	Autentyzm poznania naukowego.	Samodzielne pozyskanie dodatkowych wiadomości i umiejętności (W4, W5, P1, P2, P3).
Projekt edukacyjny	Pozwala na wykorzystanie zdobytej wiedzy do rozwijania rzeczywistych problemów praktycznych przez grupę uczniów o różnym poziomie osiągnięć matematycznych z wykorzystaniem talentów i uzdolnień poszczególnych członków zespołu.	Podnosi samoocenę i buduje poczucie własnej wartości.	Przedsięwzięcie na rzecz środowiska (W2, W3, U1).
Pogadanka	Dobrze przygotowana może służyć wytworzeniu sytuacji problemowej lub sprawdzeniu efektów zajęć. Jej skutki mogą być ograniczone dominacją nauczyciela albo stosowaniem przez niego heurystyki pozornej.	Uwidocznia konstrukcję logiczną zajęć, ożywia lekcję, mobilizuje uczniów.	Wprowadzenie do tematu lub podsumowanie lekcji (W1, U1).
Mapa mentalna	Technika pozwalająca na wizualne przedstawienie treści wybranego zakresu, działu lub tematu. Może być wykorzystana podczas pracy z tekstem. Przydatna w matematyzowaniu sytuacji rzeczywistych.	Dogłębna analiza zawartości tekstu.	Wizualizacja treści tekstu (W4, U4).
Sieć	Technika pozwalająca na zbudowaniu sieci połączeń między pojęciami, prawami, twierdzeniami, w pracy zespołowej. Umożliwia odkrycie struktury danej dyscypliny, np. dedukcyjnego charakteru matematyki.	Porządkowanie, odkrywanie powiązań strukturalnych i uogólnianie.	Usystematyzowanie wiadomości (W1, W3, W4, U2).
Portfolio	Gromadzenie nad obowiązkowych prac wykonanych w dłuższym okresie czasu indywidualnie lub w zespołach. Pozwala śledzić przebieg uczenia się, postępy, twórczość i zaangażowanie uczniów.	Rozwija zainteresowania i motywuje do uczenia się z własnej inicjatywy.	Dokumentowanie pozalekcyjnej pracy uczniów (W4, U3, U4, P2).
Burza mózgów	Brak wartościowania pomysłów jest zachętą dla uczestników zgłaszania własnych propozycji rozwiązania problemu. Powinna być zakończona dyskusją wartościującą te pomysły, z argumentacją uzasadniającą ich wartość.	Wytworzenie w krótkim czasie wielu pomysłów.	„Rozgrzewka” umysłowa (P1, P2, P3).

Skuteczniejszemu wspomaganiu procesu kształcenia uczniów sprzyja różnorodność form organizacji pracy;

- praca indywidualna (jednolita, zróżnicowana) – każdy uczeń pracuje samodzielnie;
- praca z całą klasą – np. burza mózgów, dyskusja;
- praca w parach – np. ćwiczenia oparte na zasadzie luki w informacji;
- praca w grupach (jednolita, zróżnicowana) – np. rozwiązywanie problemu, praca projektowa;
- stacje edukacyjne – dotyczące np. lekcji podsumowującej; nauczyciel przygotowuje kilka stanowisk w klasie. Na każdym ze stanowisk uczniowie indywidualnie lub w parach wykonują inne – przygotowane wcześniej przez nauczyciela – zadanie, związane ze zdobytymi umiejętnościami lub wiedzą. Każda para uczniów musi odwiedzić każdą stację i wykonać zadanie;
- „centrum samokształcenia” (stacja edukacyjna) – zgromadzenie dodatkowych materiałów np. słowniki, encyklopedie, karty pracy. Uczniowie dobierają sobie rodzaj ćwiczeń, czy zadania. „Centrum samokształcenia” spełnia warunki do rozwijanie indywidualnych uzdolnień oraz utrwalania wybranych partii realizowanego materiału), do szeroko pojętej indywidualizacji;
- e-learning: – inną formą organizacji pracy z uczniami jest komunikowanie się drogą internetową.

4.2 Środki dydaktyczne

Rozwijanie MKKE, wymaga stosownego wyposażenia dydaktycznego. Biorąc pod uwagę funkcje, podzielimy je na dwie grupy:

- wyposażenie ułatwiające odbiór informacji – pasywne – podręczniki, zbiory zadań plansze, tablice ze wzorami, zestawy foliogramów i rzutniki do ich prezentacji, modele figur, filmy, kalkulatory, kalkulatory graficzne, stanowisko komputerowe (Internet), wizualizer przenośny;
- wyposażenie ułatwiające pozyskiwanie informacji – interaktywne zestawy ćwiczeń, karty pracy, edukacyjne programy komputerowe, gry dydaktyczne, komputerowe generatory testów.

Podręczniki i zbiory zadań autorstwa: Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda – *Matematyka. Podręcznik do liceów i techników* – wydawnictwo: Oficyna Edukacyjna – Krzysztof Pazdro.

4.3 Postulowane wyposażenie pracowni przedmiotowej

Zajęcia z matematyki powinny odbywać się w pracowni przedmiotowej wyposażonej w funkcjonalne stoliki i krzesła uczniowskie, które można czasem ze względu na specyfikę i temat lekcji / np. z komunikacji interpersonalnej, pracy grupowej, symulowanej rozmowy kwalifikacyjnej/, swobodnie przestawić. Zasadnym jest, by w pracowni znajdowało się stałe łącze internetowe. Umożliwi to prowadzenie zajęć z wykorzystaniem Internetu jako bardzo istotnego źródła informacji.



Pracownia matematyki powinna być wyposażona w:

- rzutnik pisma /folii/;
- stolik pod rzutnik;
- tablice suchościeralną;
- komputer;
- rzutnik multimedialny;
- wizualizer przenośny;
- flipcharty;
- folie;
- pisaki;
- masa klejąca;
- podręczniki i zbiory zadań : Marcin Kurczak, Elżbieta Kurczak, Elżbieta Świda – podręcznik do Liceów i techników – wydawnictwo – Oficyna Edukacyjna – Krzysztof Pazdro;
- zbiór zadań.

Ponadto w pracowni powinna znaleźć się podręczna biblioteczka nauczyciela składająca się z:

- podręczników;
- zbiorów zadań;
- zbioru zadań powtórzeniowych do matury;
- przewodników dla nauczyciela;
- scenariuszy zajęć;
- sprawdziany i testy;
- podręcznej literatury fachowej /leksykony, słowniki, tablice matematyczne;
- wybranych aktów prawnych;
- filmów edukacyjnych wideo lub DVD;

5 Opis założonych osiągnięć ucznia

Niesprawiedliwa ocena szkolna potrafi na zawsze zniechęcić do przedmiotu, dlatego sprawdzanie i ocenianie osiągnięć uczniów jest bardzo istotnym zadaniem w pracy nauczyciela. Dydaktyka matematyki proponuje wiele rozwiązań, ale od nauczyciela zależy, w jaki sposób wykorzysta pozytywne aspekty oceny.

Prawidłowa kontrola i ocena osiągnięć jest niezbędna dla:

- Ucznia – potwierdza lub neguje jego samoocenę; jest sygnałem do uzupełnienia niedociągnięć, motywuje do dalszego kształcenia oraz rozwijania własnych uzdolnień i zainteresowań;
- Nauczyciela – dostarcza informacji o poprawności stosowanych metod nauczania oraz stopnia osiągnięć zamierzonych celów edukacyjnych.

Podstawowe funkcje oceny szkolnej:

- Klasyfikująca – umożliwia porównanie osiągnięć ucznia z obowiązującymi standardami programu nauczania,
- Diagnozująca – pozwala obserwować proces dydaktyczny i oceniać efektywność podejmowanych działań, pomaga obserwować rozwój umiejętności ucznia,
- Wychowawcza – pozwala kierować motywacjami ucznia, podtrzymywać zaangażowanie.

5.1 Główne narzędzia kontroli

1. **„Test na wejście”** – przeprowadzony na początku roku szkolnego klasy pierwszej. Diagnoza osiągnięć uczniów opracowana na podstawie pracy pisemnej, ocen szkolnych z matematyki ze świadectw gimnazjalnych oraz wyników egzaminu gimnazjalnego w części matematyczno-przyrodniczej;
2. **Pisemne formy sprawdzania** – testy, kartkówki, zadania klasowe, karty pracy itp.– Przeliczanie wyników punktowych testów na stopnie szkolne – przedstawia poniższa tabela;
3. **Ocena wypowiedzi uczniów** – Stosowanie tej formy ma na celu aktywizowanie uczniów i kształcenie umiejętności uzasadniania i prezentacji rozwiązań problemów oraz poprawnego posługiwania się językiem matematycznym;
4. **Obserwacja pracy ucznia** – aktywność, dojrzałość i samodzielność w uczeniu się matematyki. Obserwując pracę ucznia na lekcji należy oceniać sprawność w rozwiązywaniu ćwiczeń i zadań oraz umiejętność formułowania wniosków, sporządzania notatek, umiejętność z korzystania z materiałów źródłowych i informacji encyklopedycznych, statystycznych.

5.2 Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia:

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- korzysta z kalkulatora;
- zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;



- ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- stosuje nowe twierdzenia;
- ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego;
- rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych.

Stopień celujący:

Uczeń:

- analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

Przeliczanie wyników punktowych testów na stopnie szkolne. Test diagnostyczny powinien składać się z 15 zadań dobranych według następujących kryteriów:

P. wym.	L. zad.	L. pkt.	Norma	Warunek dodatkowy
P	9	18	przynajmniej 12 pkt dopuszczający	w tym przynajmniej 4 zadania poprawnie i wyczerpująco;
R	3	9	przynajmniej 18 pkt dostateczny	w tym przynajmniej 6 zadań poprawnie i wyczerpująco;
D	3	12	przynajmniej 24 pkt dobry	w grupie przynajmniej 8 zadań rozwiązanych poprawnie i wyczerpująco są przynajmniej 2 zadania z poziomu R;



Podczas oceniania należy respektować opinie i orzeczenia poradni pedagogiczno-psychologicznej oraz wskazania do pracy z uczniem.

Poniższa tabela prezentuje kompetencje uczniów oraz formy ich oceny. w kolumnie „waga” zaznaczono znaczenie oceny i jej wpływ na ocenę śródroczną bądź roczną.

Propozycja oceniania pod kątem MKKE

MKKE	Forma oceny	Waga
Wiedza:	Sprawdzian	3
	Kartkówka	2
	Ćwiczenie wykonane na lekcji	2
	Praca domowa	1
	Odpowiedzi ustne	2
	Karty pracy	2
	Aktywność na lekcji	1
Umiejętności:	Przygotowanie prezentacji na dany temat	2
	Praca w grupie	1
	Przygotowanie referatu	2
	Przygotowanie projektu uczniowskiego na skalę klasy, szkoły	2– 4
	Prezentowanie własnych sposobów rozwiązań	3
Postawy:	Pochwała	
	Uwzględnienie w ocenie zachowania – zgodnie z WSO szkoły	

Na podstawie powyższej tabeli i uzyskanych przez ucznia ocen cząstkowych, nauczyciel wystawia ocenę śródroczną bądź roczną wg następującego wzoru:

$$\text{Wynik} = \frac{(\text{suma st. wagi 1}) + (\text{suma st. wagi 2}) \times 2 + (\text{suma st. wagi 3}) \times 3 + (\text{suma st. wagi 4}) \times 4}{(\text{liczba st. wagi 1}) + (\text{liczba st. wagi 2}) \times 2 + (\text{liczba st. wagi 3}) \times 3 + (\text{liczba st. wagi 4}) \times 4}$$

Przelicznik ilorazu należy dostosować do WSO szkoły.

6 Procedura ewaluacji programu nauczania

Ewaluacja jest to systematyczne zbieranie i analizowanie informacji o procesie dydaktycznym i jego efektach w celu sformułowania opinii wartościujących. Jest to proces określania, w jakim stopniu realizowane są zadania edukacyjne, ocena tych działań oraz ich efektów.

Wyniki ewaluacji zawierają wskazówki do podejmowania decyzji mających na celu poprawę jakości uczenia się i nauczania poprzez wprowadzanie korekt do programów edukacyjnych. Ewaluacja ma służyć głównie dostosowaniu programu nauczania i doskonaleniu metod pracy z uczniami podczas realizacji powyższego programu.

Przedstawiony program jest jedną z form zrealizowania podstawy programowej, standardów maturalnych i MKKE, a zatem wymaga opracowania takich zasad, procedur i instrumentów ewaluacyjnych, które pozwolą go dynamicznie doskonalić.

Projekt ewaluacji programu oparty jest na ocenie:

- projektu programu,
- jego skuteczności.

Ocena projektu programu wymaga ustalenia odpowiedzi na pytania:

- Czy i w jakim stopniu projekt uwzględnia zasoby potencjalnego realizatora?
- Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia potencjalnych odbiorców?
- Czy i w jakim stopniu projekt uwzględnia możliwości rozwijania MKKE?
- Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie?
- Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności i jaka jest jej poprawność?
- Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu?
- W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?
- Na ile realizacja projektu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły?
- Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?
- Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt?
- W jakim stopniu w wyniku realizacji programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?
- Na ile trwale są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?

Ocena skuteczności to ocena:

- wykorzystanych zasobów (nakładów finansowych, wykorzystanych pomocy dydaktycznych, zaangażowania nauczycieli i szkoły);
- zastosowanych strategii, w tym zabiegów nauczyciela realizującego program i odbioru tych działań przez uczniów;
- wyników bezpośrednich, dotycząca przyrostu wiedzy i umiejętności na podstawie podłużnych badań diagnostycznych (określenia zasobów uczniów „na wejściu” oraz poziomu osiągnięć bezpośrednio po realizacji programu);



- skutków odroczonych(trwałości zmian i interioryzacji nabytych wiadomości i umiejętności, czyli przekształcenie ich w kompetencje).

Metody i narzędzia ewaluacji:

- analizę dokumentów szkolnych (dziennika lekcyjnego, rozkładu materiału);
- ankietowanie uczniów i rodziców (ankieta);
- samoocenę nauczyciela (arkusz samooceny);
- pomiar dydaktyczny (test na wejściu i na zakończenie cyklu kształcenia oraz wyniki osiągnięte przez uczestników na egzaminie potwierdzającym kwalifikacje zawodowe).

Projekt ewaluacji programu

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacje danych / raport
Przed rozpoczęciem realizacji programu	Projekt autorskiego programu nauczania	Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia: 1.Zasoby realizatora. 2.Potrzeby i ograniczenia odbiorców. 3.Możliwości rozwijania MKKE 4.Poprawność konstrukcyjną? 5. Czy projekt zawiera propozycję oceny jego skuteczności? 6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu jego oceny?	Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny ([5], Aneks V). j. w. j. w. j.w Odpowiedź „tak”. Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny (Aneks V).	Studium przypadku; analiza wyników diagnozy zawartości KK oraz danych z arkusza oceny programu.	Szkoła uczestnicząca w Projekcie.	Raport ewaluacyjny
W czasie realizacji programu	Skuteczność programu	1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu? 2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas. Zakupienie min. dwóch rodzajów pomocy dydaktycznych.	Analiza dokumentów. j. w.		Raport ewaluacyjny j. w.



		3. Na ile realizacja projektu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły? 4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	Wzrost o 10% liczby hospitacji dyr.; udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym. Przewaga metod aktywizujących nad podającymi.	Analiza dokumentów m.in. wyników monitoringu. Analiza dokumentów. Obserwacja.		j. w. Raport ewaluacyjny
Na koniec realizacji programu	Skuteczność programu	5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt? 6. W jakim stopniu w wyniku realizacji programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?	Co najmniej przeciętne wyniki w skalach KI(kontakty interpersonalne) i JK(jakość nauczania) arkusza, [5], Aneks VI.. Wzrósł o min. 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE.	Ankietowanie uczniów Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”.	Wszyscy uczestnicy j. w.	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu. j. w. oraz promocja szkoły w środowisku
Po pewnym czasie od realizacji programu (min. po roku)	Skuteczność programu	7. Na ile trwały są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?	Wzrost min. o 10% średniego wyniku matury z matematyki.	Analiza dokumentów (z wynikami egzaminu maturalnego).	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu – konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie.

Bibliografia

Literatura

- [1] M. Kurczab, E. Kurczab, E. Świdra, *Matematyka. Program nauczania w liceach i technicach*, Warszawa 2008.
- [2] B. Niemierko, *Kształcenie szkolne. Podręcznik skutecznej dydaktyki*, Warszawa 2007
- [3] B. Podobińska, K. Skałuba, *Propozycja kryteriów ocen z matematyki w szkole średniej*, Wydawnictwo „Dla szkoły”, Bielsko-Biała 1998
- [4] M. Sobczak, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształcenia kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Lublin 2009.
- [5] W. Dyjach, *Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynku pracy. Zespół Szkół Zawodowych w Janowie Lubelskim*, Lublin 2009.

Akty prawne

- [1] Ustawa z dnia 7 września 1991 r. o systemie oświaty, (Dz. U. z 2004 r. Nr 256, poz. 2572, z późn. zm.).
- [2] Ustawa z dnia 19 marca 2009 r. o zmianie ustawy o systemie oświaty oraz o zmianie niektórych innych ustaw, (Dz. U. nr 56, poz. 458).
- [3] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 12 lutego 2002 r. w sprawie ramowych planów nauczania w szkołach publicznych, (Dz. U. Nr 15, poz. 142, z późn. zm.3).
- [4] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół, (DZ.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1100).
- [5] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów, (Dz.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102).
- [6] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 r. w sprawie dopuszczania do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczania do użytku szkolnego podręczników, (Dz.U. Nr 89, poz. 730)
- [7] Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (2006/962/WE).

Autor
Mirosława Kustra

MATEMATYKA
ZAKRES PODSTAWOWY

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

TECHNIKUM NR 1 W PUŁAWACH

Lublin 2009





Spis treści

Wstęp.....	5
1. Ogólne cele edukacyjne i wychowawcze	7
2. Ramowy rozkład materiału.....	10
3. Treść kształcenia: tematyka, szczegółowe cele edukacyjne, zakładane osiągnięcia uczniów.....	11
4. Procedury osiągania celów kształcenia i procedury oceniania osiągnięć uczniów	36
4.1. Metody nauczania	37
4.2. Formy pracy.....	38
4.3. Metody sprawdzania i oceniania.....	39
4.3.1. Prace klasowe, krótkie sprawdziany oraz testy oceniane będą w skali 1 – 6 wg skali procentowej	40
4.3.2. Odpowiedź ustna będzie oceniana następująco:.....	41
4.4. Środki dydaktyczne.....	42
5. Ewaluacja.....	43
Bibliografia.....	45



Autor:

Mirosława Kustra – absolwentka WSP w Rzeszowie, nauczycielka matematyki z długoletnim stażem, pracująca w jednej ze szkół zawodowych w Puławach. Od 2001 roku egzaminator maturalny OKE, od kilku lat nauczyciel dyplomowany.

Wstęp

Parlament Europejski i Rada Unii Europejskiej, 18 grudnia 2006 r. zaleciły państwom członkowskim rozwijanie kompetencji kluczowych dla wszystkich, z równoczesnym wykorzystaniem dokumentu „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie - Europejskie ramy odniesienia”. Kompetencje kluczowe to te, których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem i integracji społecznej. Wyposażenie młodych ludzi w kompetencje kluczowe jest zasadniczym elementem działań na rzecz wzrostu gospodarczego i zatrudnienia.

W związku z przystąpieniem naszej szkoły do „Programu rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej” i widząc potrzebę zmian, dokonam modyfikacji programu nauczania. Dotychczas realizowany był program o nr dopuszczenia DKOS-5002-05/08 opracowany przez autorów: Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda. Pracujemy również na podręcznikach tych samych autorów (w kl. I na nowej wersji, która będzie kontynuowana w dalszych klasach).

Modyfikacja powyższego programu dotyczyć będzie możliwości rozwijania kluczowych kompetencji w zakresie matematyki (MKKE), które są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji, przy jednoczesnej zgodności z obowiązującą podstawą programową i standardami wymagań egzaminu maturalnego z matematyki.

Kompetencje z zakresu wiedzy to:

- W1 - rozumienie terminów i pojęć matematycznych;
- W2 - dobrze opanowana umiejętność liczenia;
- W3 - znajomość miar i struktur;
- W4 - znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej;
- W5 - świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.

Kompetencje z zakresu umiejętności to:

- U1 stosowanie głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych; sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumowanie w sposób matematyczny)
- U2 śledzenie i ocenianie ciągu argumentów (rozumienie dowodu matematycznego);
- U3. przekazywanie komunikatów z zastosowaniem języka matematycznego;
- U4 korzystanie z testu matematycznego.

Kompetencje z zakresu postaw to:

- P1 przejawianie szacunku do prawdy;
- P2 dążenie do szukania przyczyn;
- P3 ocenianie zasadności wnioskowań i działań.

Na przykład nabycie kompetencji U4 będzie przekładało się na możliwość skutecznego uczenia się w szkole, ale również poza nią oraz uczenia się przez całe życie.

Uczeń będzie umiał korzystać z tekstu matematycznego, gdy potrafi:

- wyszukiwać w tekście definicje i twierdzenia;
- wydzielać fragmenty tekstu, dotyczące określonych kwestii;



- przekształcać informację z tekstu zapisując ją w dogodnej do dalszych działań;
- ustalać relacje między wskazanymi w tekście obiektami;
- poszukiwać w innych źródłach wyjaśnień napotkanych w tekście terminów i pojęć;
- uzupełniać luki w tekście;
- naśladować przedstawione rozwiązanie w analogicznych sytuacjach;
- stosować podane w tekście twierdzenia, definicje, wnioski;
- analizować przedstawione rozwiązania zadań, obliczenia, wnioskowania, dane;
- odczytywać informacje z rysunków, diagramów, tabel.

1. Ogólne cele edukacyjne i wychowawcze

Ogólne cele edukacyjne realizowanego programu są tak określone, że można im przyporządkować odpowiednie kompetencje kluczowe, a więc pozostają niezmienione.

Autorzy programu określają następujące **cele** w zakresie:

Rozwoju intelektualnego ucznia (cele związane z kształceniem):

- rozwijanie umiejętności zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji (**W1, W4, U3, U4**);
- opanowanie umiejętności potrzebnych do oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia (**U1, U3, W3, W2**);
- wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych w odniesieniu do różnych sytuacji życiowych i stosowaniu metod matematycznych w rozwiązywaniu problemów praktycznych (**W3, W4, W5, U1, U3**);
- rozwijanie umiejętności czytania ze zrozumieniem (**U4, U3**);
- rozwijanie wyobraźni przestrzennej (**W3, W4**);
- nabycie umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej (**W5, U4, P2**);
- rozwijanie zdolności i zainteresowań (**U1, U4, W5, P1, P2**);
- rozwijanie pamięci (**W1, W2**);
- rozwijanie logicznego myślenia (**U2, U3, U4, P1**);
- nabycie umiejętności poprawnego analizowania, wnioskowania i uzasadniania (**U2, W5, P1, P2**);
- wykształcenie umiejętności operowania obiektami abstrakcyjnymi (**W1, W4, U3, U4**);
- wykształcenie umiejętności precyzyjnego formułowania wypowiedzi (**W2, U3, U4**);
- pobudzanie aktywności uczniów (**W2, U1, W5, P1, P2, P3**).

Kształtowania postaw (cele związane z wychowaniem):

- kształtowanie wytrwałości w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych (**P1**);
- wyrabianie systematyczności w pracy (**W1, W2, P1, P2**); kształtowanie pozytywnych postaw etycznych (piętnowanie nieuczciwości wyrażającej się w ściąganiu, podpowiadaniu itp.) (**P1**);
- nabycie umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki (**P3**);
- rozwijanie umiejętności pracy w zespole (**P3**);
- kształtowanie postaw dociekliwych, poszukujących i krytycznych (**U4, P2**);
- kształtowanie odpowiedzialności za powierzone zadania (**P1**);
- kształtowanie dialogu i kultury dyskusji (komunikacja) (**P3**);
- dbanie o estetykę (czytelny rysunek, jasne i precyzyjne zapisy przy rozwiązywaniu zadań (**W2, U3**)).

Powyższe cele zostaną jeszcze uszczegółowione przy omawianiu osiągnięć uczniów (po każdym dziale programowym). Zwróć również większą uwagę na:

- tematy i działy programowe, które będą niezbędne podczas nauki przedmiotów zawodowych;
- metody pracy (zwłaszcza niektóre metody aktywizujące, które zostały pominięte);
- metody kontroli i oceny (zmiany dopasowane będą do obowiązującego w szkole wso);
- przydział godzin na realizację działów programowych (zwiększona liczba godzin realizacji programu – dodatkowe godziny dyrektorskie).

Z badań rynku pracy wynika, iż w najbliższym czasie ok. 50% miejsc pracy będzie wymagało wykształcenia wyższego. Ponadto istnieje pilna potrzeba kształcenia w zawodach technicznych. W Polsce od 2010 roku, zgodnie z rozporządzeniem MEN obowiązkowym przedmiotem maturalnym będzie matematyka. Konieczne staje się podnoszenie wyników kształcenia, tak by młodzi ludzie nie tylko zdali egzamin maturalny, lecz również byli dobrze przygotowani do świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w życiu społecznym i w pracy zawodowej.

Zmodyfikowany program wdrażany będzie od roku szkolnego 2009/10 przez okres całego cyklu nauczania, czyli do końca roku szkolnego 2012/13 w jednej z klas Technikum Gastronomicznego. Klasa ta została wybrana po dokładnej analizie diagnozy regionalnej.

Ziemia Puławska to jeden z ciekawszych regionów Polski. Łączy ona w sobie niepowtarzalne walory krajoznawczo – przyrodnicze i bogatą historię z nowoczesnością. Trójkąt turystyczny „Puławy – Kazimierz – Nałęczów” jest znany w całym kraju. W naszym rejonie znajduje się wiele zakładów żywienia zbiorowego, sanatoriów, pensjonatów, domów wypoczynkowych, hoteli. Powstają również nowe placówki i gospodarstwa agroturystyczne.

Absolwenci technikum w zawodzie kucharz znajdują dla siebie oferty pracy.

Do klasy, która została wybrana uczęszcza na ogół młodzież w znacznej większości dojeżdżająca z okolicznych miejscowości, z rodzin mało zamożnych a często jeszcze patologicznych, z dużymi brakami z zakresu wiedzy i umiejętności, bardzo słabo opanowanymi technikami liczenia, z małą motywacją do działania i niewielkimi ambicjami oraz „niewierzącą” we własne możliwości skutecznego uczenia się (zwłaszcza matematyki).

Pracownia matematyki wyposażona jest tradycyjnie. W pracowni oprócz tablicy, kredy, przyrządów, układu współrzędnych, plansz, kilkunastu kalkulatorów znajdują się nowo zakupione modele brył i zrobione przez uczniów szkielety. Nie ma natomiast programów edukacyjnych, gier dydaktycznych, komputera, rzutnika (znajdują się w innych pracowniach, lecz dostęp jest utrudniony, ponieważ w tym samym czasie odbywają się lek, w których komputer jest niezbędny: informatyka, specjalizacja, technika biurowa itp).

Wiem, że program nauczania matematyki uwzględniający MKKE oraz organizowane w celu doskonalenia nabytych przez uczniów kompetencji wakacyjne obozy naukowe i koła naukowe pozwolą uczniom w większym niż dotychczas stopniu:

- zdobyć wiadomości i umiejętności opisane w podstawie programowej oraz standardach egzaminacyjnych;
- wykorzystywać zdobytą wiedzę w życiu codziennym i zawodowym;
- sukcesywnie poprawiać wyniki nauczania;
- udoskonalić sprawność rachunkową, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowej niezbędnej w kształceniu w zawodzie;
- zdać obowiązkową maturę i egzaminy zawodowe;



- wykształcić u uczniów postawy: poszukiwania prawdy, krytycyzmu wobec siebie i otoczenia, wytrwałości w dążeniu do zamierzonego celu;
- wykształcić nawyk samodzielnej pracy;
- odnaleźć się na rynku pracy.

Na realizację programu w zakresie podstawowym – zgodnie z rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej w sprawie ramowych planów nauczania przeznaczone jest 9 godzin tygodniowo – w ciągu 4 lat. Dodatkowo z godzin dyrektorskich otrzymaliśmy 3 godziny w całym cyklu. Nauka w technikum trwa 4 lata, zatem w każdej klasie nauki przypadają 3 godziny tygodniowo.

2. Ramowy rozkład materiału

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację.

Rok szkolny liczy ok. 37 tygodni. Zakładając, że w każdym tygodniu uczeń ma 3 godziny lekcji matematyki, otrzymujemy do dyspozycji ok. 111 godzin. Uczniowie klas trzecich odbywają w zakładach pracy 4 tygodniową praktykę, więc oni mają ok. 99 godzin lekcji. Zdający maturę zakończą zajęcia z końcem kwietnia. Dla nich rok szkolny trwa ok. 29 tygodni, co daje ok. 87 godzin lekcji matematyki.

Klasa I-111 godzin (98 godz. + 13 godz. do dyspozycji nauczyciela):

1. Elementy logiki matematycznej. Zbiory. Zbiory liczbowe 13.
2. Działania w zbiorach liczbowych 22.
3. Wyrażenia algebraiczne 20.
4. Geometria płaska – pojęcia wstępne 15.
5. Geometria płaska – trójkąty 17.
6. Trygonometria kąta ostrego 11.

Klasa II-111 godzin (99 godz.+12 godz. do dyspozycji nauczyciela):

1. Funkcja i jej własności 15.
2. Przekształcanie wykresów funkcji 11.
3. Funkcja liniowa 20.
4. Funkcja kwadratowa 22.
5. Geometria płaska – czworokąty 10.
6. Pola figur płaskich 21.

Klasa III- 99 godzin (84 godz. +15 godz. do dyspozycji nauczyciela):

1. Elementy geometrii analitycznej 16.
2. Wielomiany 18.
3. Funkcje wymierne 17.
4. Ciągi 20.
5. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna 10.
6. Elementy statystyki 9.

Klasa IV - 87 godzin (49 godz. + 38 godz. powtórzeń):

1. Elementy kombinatoryki 10
2. Rachunek prawdopodobieństwa 15.
3. Geometria przestrzenna 24.
4. Powtórzenie do matury 38.



3. Treść kształcenia: tematyka, szczegółowe cele edukacyjne, zakładane osiągnięcia uczniów

Szczegółowe treści kształcenia oraz odpowiadające im cele edukacyjne i osiągnięcia uczniów zostały oznaczone w sposób podany niżej.

Symbol:

& - oznacza treści kształcenia i umiejętności zawarte w podstawie programowej; z matematyki dla szkół ponad gimnazjalnych lub w standardach wymagań egzaminacyjnych lub MKKE oraz treści i umiejętności bezpośrednio z nimi związane;

* - oznacza treści kształcenia i umiejętności zawarte w podstawie programowej; z matematyki na niższych etapach kształcenia, a zatem takich, które podlegają sprawdzeniu również na egzaminie maturalnym;

@ - oznacza treści kształcenia i umiejętności, które nie występują w podstawie programowej ani w standardach wymagań egzaminacyjnych, lecz są ważne w zawodzie;

- oznacza treści ważne dla kształcenia MKKE.

KL.I

1. Logika i zbiory

Tematyka

- # Pojęcie zdania w sensie logiki, zaprzeczenie zdania;
- # Koniunkcja i alternatywa zdań;
- # Implikacja i równoważność zdań;
- & Definicja, twierdzenie i twierdzenie odwrotne;
- # Zaprzeczenie koniunkcji i alternatywy;
- & Zbiór i działania na zbiorach;
- & Zbiory liczbowe, oś liczbowa;
- & Przedziały i działania na przedziałach;

Cele edukacyjne

Uczeń:

- # pozna zdania proste i złożone;
- # pozna spójniki logiczne;

- & pozna różnicę pomiędzy definicją i twierdzeniem;
- & pozna zasadę tworzenia twierdzenia odwrotnego-odróżni założenie i tezę;
- # pozna negację alternatywy, koniunkcji i implikacji;
- & nauczy się zaprzeczać twierdzeniu;
- & pozna pojęcia: zbiór pusty, zbiór skończony(nieskończony), element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbiorów;
- & zapozna się z symboliką dotyczącą zbiorów;
- & pozna pojęcie sumy, iloczynu, różnicy i dopełnienia zbiorów;
- & przypomni sobie wiadomości dotyczące liczb N, C, W, NW;
- & pozna relacje zachodzące pomiędzy podzbiorami zbioru R;
- & przypomni określenie osi liczbowej;
- & pozna pojęcie przedziału;
- & nauczy się wykonywać działania na przedziałach(suma, różnica, iloczyn).

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- # odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi;
- # określić wartość logiczną zdania;
- & posługiwać się spójnikami logicznymi;
- # rozpoznać zdania w postaci alternatywy, koniunkcji, implikacji i równoważności zdań;
- # wnioskować o wartościach zdań składowych wybranych zdań złożonych;
- & odróżnić definicję od twierdzenia;
- & wskazać w twierdzeniu założenie i tezę;
- & zbudować twierdzenie odwrotne mając dane twierdzenie w postaci implikacji;
- # odczytać werbalnie, za pomocą zwrotów języka naturalnego informacje zapisane w języku matematyki (symbolicznym);
- # zapisać tekst matematyczny za pomocą języka symbolicznego;
- & sprawnie posługiwać się symboliką zbiorów;
- & wykonywać działania na zbiorach;
- # odnosić pojęcie zbioru i podzbioru do zbiorów liczbowych, zbiorów punktów;
- & wskazywać w danym zbiorze liczby N, C, W, NW;
- & zaznaczać na osi liczbowej wskazane liczby;
- & zaznaczać na osi liczbowej przedziały;
- & zapisywać za pomocą przedziałów zbiory opisane nierównościami;
- & zapisywać przedziały za pomocą nierówności;
- & wykorzystywać język matematyki w komunikowaniu się;
- # zbudować wypowiedź poprawną pod względem logicznym i pojęciowym;
- # ściśle i precyzyjnie używać symboli matematycznych.

2. Działania na zbiorach liczbowych

Tematyka

- & Zbiór liczb naturalnych i całkowitych;
- & Zbiór liczb wymiernych i niewymiernych;
- * Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;
- * Porównywanie liczb w zbiorze R;
- @ Proporcje;



- & Przypomnienie wiadomości o równaniach i nierównościach;
- & Procenty;
- & Punkty procentowe;
- & Wartość bezwzględna;
- & Proste równania i nierówności z wartością bezwzględną;
- & Przybliżenia;
- & Błąd bezwzględny i względny przybliżenia. Szacowanie.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- * przypomni sobie pojęcie liczby pierwszej i złożonej;
- * przypomni sobie cechy podzielności liczb naturalnych oraz jak znajduje się NWD i NWW liczb naturalnych;
- # przypomni sobie, jak wykonuje się działania na ułamkach;
- # przypomni sobie prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;
- # przypomni sobie własności równości i nierówności w zbiorze R ;
- @ przypomni sobie własność proporcji;
- & przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami;
- # wskaże sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy o procentach;
- & pozna pojęcie punktu procentowego;
- & pozna pojęcie wartości bezwzględnej jej interpretację geometryczną;
- & pozna pojęcie błędu bezwzględnego i względnego;
- # nauczy się szacować wyrażenia liczbowe, również te, które występują w rzeczywistości.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- * stosować cechy podzielności liczb naturalnych;
- # znajdować: NWW i NWD (w tym również w celu rozwiązania zagadnień praktycznych);
- # sprawnie wykonywać działania na ułamkach;
- # estetycznie i czytelnie zapisać obliczenia;
- & zaplanować i dokładnie wykonać obliczenia na liczbach rzeczywistych (w tym z wykorzystaniem prawa działań);
- & stwierdzić, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną czy niewymierną;
- & wyznaczać rozwinięcia dziesiętne liczb;
- & zapisać liczbę wymierną (w tym mającą rozwinięcie dziesiętne okresowe) w postaci ilorazu liczb całkowitych;
- # stosować własności równości i nierówności w zbiorze R oraz rozwiązywać proste równania i nierówności;
- @ wskazać sytuacje, w których można wykorzystać własność proporcji;
- @ rozwiązywać proporcje oraz wykorzystać je do zadań praktycznych z gastronomii
- & stosować pojęcie procentu w obliczeniach;
- # korzystając z wiadomości o procentach rozwiązywać problemy dotyczące:
 - @ obliczania podatków;
 - @ obliczania zysku z lokat;
 - @ obliczania marż w punktach gastronomicznych i sklepach;
 - @ obliczanie cen towarów po obniżkach i podwyżkach;



- # trafnie wybrać spośród kilku ofert bankowych ofertę najbardziej korzystną;
- # odczytywać dane z tabel i diagramów;
- # wykorzystywać tabele i diagramy do przedstawiania danych;
- & szacować wielkości przy użyciu procentów (o ile procent mniej, o ile procent więcej);
- & posługiwać się pojęciem punktu procentowego;
- & obliczyć wartość bezwzględną danej liczby;
- & zastosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej;
- & zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą prostych równań i nierówności;
- & zapisać nierówność (równanie) z wartością bezwzględną, znając zbiór rozwiązań nierówności (równania);
- & znaleźć przybliżenie liczby z zadaną dokładnością;
- & stosować reguły zaokrąglania liczb;
- & stosować pojęcie błędu bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia;
- & oszacować wartość wyrażenia liczbowego;
- # poprawnie używać symboli matematycznych.

3. Wyrażenia algebraiczne

Tematyka

- & Potęga o wykładniku naturalnym.
- & Pierwiastek arytmetyczny.
- & Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej.
- & Wzory skróconego mnożenia.
- & Potęga o wykładniku całkowitym.
- & Potęga o wykładniku wymiernym.
- & Informacja o potędze o wykładniku rzeczywistym.
- & Pojęcie logarytmu, własności logarytmów.
- # Przekształcanie wzorów.
- & Średnia arytmetyczna, średnia geometryczna, średnia ważona.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- & przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym;
- & przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych;
- & pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej;
- & przypomni i utrwali wzory skróconego mnożenia (kwadrat sumy i różnicy, różnica kwadratów);
- & pozna wzory skróconego mnożenia (sześciąt sumy i różnicy, suma i różnica sześciątów);
- & przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym;
- & pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym i własności działań na takich potęgach;
- & pozna prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- & pozna pojęcie logarytmu;
- & pozna podstawowe własności logarytmu (wzór na logarytm ilorazu, iloczynu, potęgi);
- & nauczy się przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii;



& przypomni sobie pojęcie średniej arytmetycznej oraz pozna pojęcie średniej geometrycznej.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- & sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym i całkowitym;
- & sprawnie obliczać potęgi o wykładniku wymiernym;
- & stosować prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym i rzeczywistym;
- # zapisywać liczby w postaci wykładniczej $a \cdot 10^k$, gdzie $a \in \langle 1, 10 \rangle$ i $k \in \mathbb{C}$
- & sprawnie wykonywać działania na pierwiastkach;
- * wykonywać działania na wyrażeniach algebraicznych;
- # oceniać poprawność przekształceń algebraicznych;
- & sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia (w tym do rozkładania sum; algebraicznych na czynniki i rozwiązywania równań i nierówności stopnia pierwszego);
- & usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka;
- & wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym (wymiernym i niewymiernym);
- & obliczyć logarytm danej liczby przy danej podstawie;
- & stosować w obliczeniach podstawowe własności logarytmu;
- # znaleźć przybliżenie liczby zapisanej przy użyciu potęgi i przedstawić je (używając kalkulatora) w notacji wykładniczej;
- # sprawnie przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii;
- & obliczać średnią arytmetyczną, geometryczną i stosować poznane wzory w zadaniach tekstowych (również geometrycznych) i w zadaniach, gdzie dane odczytujemy z tabel, wykresów i diagramów;
- @ stosować wzór na średnią arytmetyczną w sytuacjach praktycznych przydatnych w nauce zawodu (np. obliczyć średni koszt jednej porcji na podstawie kosztów zużytych produktów);
- # czytelnie i dokładnie zapisywać obliczenia i z dużą dokładnością je wykonywać;
- # poprawnie używać symboli matematycznych.

4. Geometria płaska – pojęcia wstępne

Tematyka

- Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt.
- # Figura wypukła, figura ograniczona.
- * Położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta.
- * Dwie proste przecięte trzecią prostą.
- # Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa
- Okrąg i koło.
- & Kąty w okręgu.



Cele edukacyjne

Uczeń:

- * przypomni sobie podstawowe pojęcia geometryczne (punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt);
- # pozna pojęcie figury wklęsłej i wypukłej;
- # pozna pojęcie figury ograniczonej i nieograniczonej;
- * przypomni sobie wiadomości o kątach (kąt prosty, ostry, rozwarty, kąty przyległe, kąty wierzchołkowe);
- * przypomni sobie położenie prostych na płaszczyźnie, pojęcie odległości punktu od prostej i pojęcie odległości między prostymi równoległymi;
- # rozumie pojęcie odległości,
- * przypomni sobie pojęcie symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta oraz jaką własność ma dowolny punkt leżący na symetralnej odcinka (dwusiecznej kąta);
- * przypomni sobie twierdzenie o dwóch prostych równoległych, przeciętych trzecią prostą;
- # przypomni sobie twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do tw. Talesa;
- * przypomni sobie pojęcie koła i okręgu;
- & pozna wzajemne położenie prostej i okręgu;
- # pozna wzajemne położenie dwóch okręgów;
- & pozna określenie kąta środkowego w kole, wpisanego w koło i kąta dopisanego oraz własności tych kątów.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- & określać własności poznanych figur geometrycznych i posługiwać się tymi własnościami;
- # dokonać uogólnienia i sprawdzić jego zasadność;
- # podać przykłady i kontrprzykłady;
- # obalić tezę podając kontrprzykład;
- * wyznaczać odległość: dwóch punktów, punktu od prostej, dwóch prostych równoległych;
- # szacować odległość;
- # zamieniać jednostki długości;
- konstruować: symetralną odcinka, dwusieczną kąta;
- # badać czy punkt należy do symetralnej odcinka lub dwusiecznej kąta;
- & stosować w rozwiązywaniu zadań poznane definicje i twierdzenia;
- # precyzyjnie określać definicje i twierdzenia;
- # wysuwać wnioski z twierdzeń;
- # uzasadnić swój sąd;
- & korzystać ze związków między kątem środkowym, wpisanym i dopisanym;
- & badać położenie prostej i okręgu;
- # badać położenia dwóch okręgów;
- & korzystać z twierdzenia Talesa (również w zadaniach z kontekstem realistycznym);
- # wyodrębnić założenie i tezę tw. Talesa i tw. odwrotnego do tw. Talesa;
- # zbudować tw. odwrotne do tw. Talesa;
- # odróżnia zadania, w których stosujemy tw. Talesa a w których tw. odwrotne;
- # poprawnie zapisywać zależności przy użyciu symboli matematycznych;
- # wskazać sytuacje praktyczne, w których można stosować poznane twierdzenia;



- # rozwiązywać ułożone proporcje;
- # naśladować przedstawione rozwiązania w analogicznych sytuacjach;
- # analizować i rozumieć dowód matematyczny;
- # zapisywać w języku matematyki informacje podane rysunkiem;
- # zrozumieć tekst i wykonywać poprawnie rysunki;
- # potrafi ocenić przeprowadzone rozumowanie i krytycznie odnieść się do otrzymanego wyniku;
- # estetycznie wykonywać konstrukcje i rysunki pomocnicze;
- # ściśle i precyzyjnie używać symboli matematycznych;
- # cierpliwie szukać metod rozwiązania zadań.

5. Geometria płaska – trójkąty

Tematyka

- * Podział trójkątów.
- * Suma kątów w trójkącie.
- * Nierówność trójkąta.
- * Odcinek łączący środki boków w trójkącie.
- * Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.
- * Wysokości w trójkącie.
- & Środki w trójkącie.
- * Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie.
- * Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt.
- * Przystawanie trójkątów.
- & Podobieństwo trójkątów.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- * przypomni sobie podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
- * przypomni sobie twierdzenie o sumie kątów w trójkącie;
- * przypomni sobie, na czym polega nierówność trójkąta;
- * przypomni sobie twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta;
- # przypomni sobie twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;
- & pozna twierdzenie o wysokościach w trójkącie;
- & pozna twierdzenie o środkowych w trójkącie;
- * przypomni sobie twierdzenie o symetralnych boków trójkąta;
- * przypomni sobie twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta;
- * przypomni sobie pojęcie trójkątów przystających oraz cechy przystawania trójkątów;
- * przypomni sobie pojęcie trójkątów podobnych;
- & pozna cechy podobieństwa trójkątów.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- & stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań (w tym m.in. twierdzenie o sumie kątów trójkąta, twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta, twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa, twierdzenie o wysokościach w trójkącie, twierdzenie o środkowych w trójkącie);
- # wyodrębnić w twierdzeniu założenie i tezę;
- # formułować twierdzenie odwrotne;
- # zapisać symbolicznie definicje i twierdzenia;
- # zapisywać wzory i zależności stosując symbolikę matematyczną;
- & określić (znając długości boków trójkąta), czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny czy rozwartokątny;
- & opisać okrąg na trójkącie i wpisać okrąg w trójkąt;
- & wyznaczyć promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny i w trójkąt równoramienny;
- & wyznaczać promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym i na trójkącie równoramiennym znając długości boków trójkąta;
- * rozpoznawać trójkąty przystające;
- # udowodnić w prostych przypadkach, że trójkąty są przystające;
- * rozpoznawać trójkąty podobne;
- # udowodnić w prostych przypadkach, że trójkąty są podobne;
- & stosować cechy podobieństwa trójkątów w rozwiązywaniu zadań (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym);
- # zauważyć związek pomiędzy Tw. Talesa i podobieństwem;
- # zrozumieć tekst i wykonywać poprawnie rysunki;
- # ocenić przeprowadzone rozumowanie i krytycznie odnieść się do otrzymanego wyniku;
- # przedstawić informacje zapisane w tekście za pomocą czytelnych i starannych rysunków;
- # zapisać symbolicznie dowody prostych twierdzeń;
- # poprawnie formułować odpowiedzi do rozwiązywanych zadań.

6. Trygonometria kąta ostrego.

Tematyka

- & Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym.
- & Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla 30° , 45° , 60° .
- & Podstawowe tożsamości trygonometryczne.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- & pozna określenie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;
- & nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° ;
- & pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.



Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- & wyznaczyć funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;
- & rozwiązać równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, gdzie $0^\circ < x < 90^\circ$, korzystając z kalkulatora, tablic lub posługując się wartościami funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów;
- & stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w rozwiązywaniu zadań;
- & znając wartości jednej funkcji potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego;
- # znajdować związki miarowe w figurach płaskich, również w zadaniach z kontekstem realistycznym;
- # zrozumieć tekst i wykonywać poprawnie rysunki;
- # ocenić przeprowadzone rozumowanie;
- # krytycznie odnieść się do otrzymanego wyniku.

KL.II

1. Funkcja i jej własności

Tematyka

- & Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu.
- & Pojęcie funkcji, funkcja liczbowe.
- & Dziedzina i zbiór wartości funkcji.
- & Sposoby opisywania funkcji.
- & Wykres funkcji.
- & Miejsce zerowe funkcji.
- & Monotoniczność funkcji.
- # Różnowartościowość funkcji.
- & Najmniejsza i największa wartość funkcji.
- & Odczytywanie własności funkcji na podstawie wykresu.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- & przypomni sobie pojęcie funkcji;
- & pozna różne sposoby opisywania funkcji (graf, wzór, tabela, wykres, opis słowny);
- & przypomni sobie takie pojęcia jak: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej;
- & pozna pojęcie monotoniczności funkcji;
- & pozna wykresy niektórych funkcji jak np. $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{x}$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = |x|$;
- & pozna pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji;
- & nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- & nauczy się szkicować wykres funkcji o podanych własnościach;
- & nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- & odróżnić przyporządkowanie, które jest funkcją, od przyporządkowania, które funkcją nie jest;
- & opisywać funkcje na różne sposoby (grafem, wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym);
- & wskazać wykres funkcji liczbowej;
- & wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej;
- & określić zbiór wartości funkcji (proste przykłady);
- & obliczyć miejsca zerowe funkcji;
- # starannie wykonywać wykresy funkcji;
- & określić na podstawie wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartość największą i najmniejszą funkcji, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie (maleje, jest stała) oraz zbiory, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);
- & sporządzić wykres funkcji spełniającej podane warunki;
- & podać opis matematyczny zależności dwóch zmiennych w postaci funkcji;
- & odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji, dotyczące różnych zjawisk, np. przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych, chemicznych;
- & przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru funkcji lub wykresu funkcji;
- # rozpoznawać funkcje przedstawione wykresem i podawać ich wzory;
- # poprawnie używać zapisów symbolicznych.

2. Przekształcenia wykresów funkcji

Tematyka

- # Wektor w układzie współrzędnych.
- & Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX .
- & Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY .
- # Przesunięcie równoległe o wektor $\vec{w} = [p, q]$.
- & Symetria osiowa względem osi OX .
- & Symetria osiowa względem osi OY .
- # Symetria środkowa.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- # pozna pojęcie wektora w układzie współrzędnych;
- # pozna pojęcie wektorów przeciwnych;
- # pozna pojęcie przesunięcia równoległego;
- & nauczy się przesuwania równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OX ;
- & nauczy się przesuwania równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OY ;
- # nauczy się przesuwania równoległe wykres funkcji o dowolny wektor;
- & nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX ;
- & nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OY ;
- # nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem pkt $(0,0)$.



Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- # obliczyć współrzędne wektora i długość wektora;
- # stosować pojęcie wektorów równych i przeciwnych w rozwiązaniach prostych zadań;
- & na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a)$;
- & na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x) + b$;
- # na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a) + b$;
- & na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(x)$;
- & na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = (-x)$;
- # starannie wykonywać wykresy funkcji i funkcji przekształconych;
- # zapisywać wzór funkcji po przekształceniu;
- # omawiać własności funkcji po przekształceniu;
- # poprawnie używać zapisów symbolicznych.

3. Funkcja liniowa

Tematyka

- @ Proporcjonalność prosta.
- & Funkcja liniowa. Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej.
- & Własności funkcji liniowej.
- & Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych.
- & Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego.
- # Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- # Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- @ Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- @ przypomni sobie informacje o proporcjonalności prostej;
- & przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej;
- & pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej;
- & przypomni sobie własności funkcji liniowej;
- & nauczy się znajdować równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe lub prostopadłe do danej funkcji liniowej;
- & nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;
- * przypomni sobie, jak się rozwiązuje równania i nierówności liniowe;
- * przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- * sporządzić wykres proporcjonalności prostej oraz podać jej własności;
- # zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań;
- @ stosować proporcje do rozwiązywania zadań z branży gastronomicznej;
- & sporządzić starannie wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- & znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;
- & wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań;
- & wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danej funkcji liniowej;
- # poprawnie używać symbolu równoległości i prostopadłości prostych;
- & stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego;
- * rozwiązywać równania oraz nierówności liniowe z jedną niewiadomą;
- & interpretować graficznie równanie liniowe;
- @ rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą; ze szczególnym uwzględnieniem zadań na roztwory;
- # dokładnie i precyzyjnie zapisywać etapy rozwiązywania zadań i formułować ich odpowiedzi;
- # krytycznie odnieść się do uzyskanego wyniku;
- # podejmować kolejne próby szukania rozwiązań w przypadku zauważonego błędu;
- & stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
- # czytelnie i dokładnie zapisywać układy;
- # dokładnie i starannie rozwiązywać układy równań metodą graficzną.

4. Funkcja kwadratowa

Tematyka

- & Jednomian kwadratowy, trójmian kwadratowy.
- & Przekształcenia wykresów funkcji kwadratowych.
- & Postać ogólna i postać kanoniczna funkcji kwadratowej.
- & Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.
- & Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.
- & Badanie trójmianu kwadratowego, zadania optymalizacyjne.
- & Równania kwadratowe.
- & Nierówności kwadratowe.
- & Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych.
- & Układy równań prowadzące do równań kwadratowych.



Cele edukacyjne

Uczeń:

- & pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności;
- & nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej;
- & nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych;
- & nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie sporządzonego wykresu;
- # nauczy się określać zbiór wartości i monotoniczność funkcji, gdy zna współrzędne wierzchołka;
- & pozna metodę rozwiązywania równań kwadratowych;
- & pozna metodę rozwiązywania nierówności kwadratowych;
- & nauczy się znajdować największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- & nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych;
- & nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań (w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym);
- & nauczy się rozwiązywać układy równań prowadzące do rozwiązywania równań kwadratowych (metodą graficzną i algebraiczną).

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- & odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji;
- & starannie sporządzić wykres funkcji kwadratowej i zbadać jej własności na podstawie wykresu;
- # precyzyjnie zapisywać własności przy użyciu symboli matematycznych;
- # dopasować wzór funkcji do narysowanego wykresu
- & wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji kwadratowej;
- & przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;
- & wyznaczyć wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu;
- & wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej i postać iloczynową funkcji kwadratowej;
- & sprawnie zamieniać jedną postać funkcji kwadratowej na inną (postać kanoniczna, iloczynowa, ogólna);
- & sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie;
- & stosować algorytmy;
- & zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów;
- & rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych;
- & wyznaczyć wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- & rozwiązywać zadania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne);
- & rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych (również graficznie);



- & przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej;
- & opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej;
- # staranie zapisywać rozwiązania zadań;
- # sprawdzić realność otrzymanych wyników;
- # podjąć próbę ponownego rozwiązania zadania w przypadku błędu lub jego odnalezienia.

5. Geometria płaska – czworokąty

- * Podział czworokątów.
- * Trapezy.
- * Równoległoboki.
- * Trapezoidy.
- # Okrąg opisany na czworokącie.
- # Okrąg wpisany w czworokąt.
- & Podobieństwo. Podobieństwo czworokątów.
- * Skala i plan.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- * przypomni sobie podział czworokątów;
- * przypomni sobie niektóre własności czworokątów;
- & pozna twierdzenie o linii łączącej środki ramion trapezu;
- # pozna twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt;
- & pozna pojęcie podobieństwa i jego własności;
- & nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące mapy, planu, skali mapy.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- * posługiwać się własnościami czworokątów w rozwiązywaniu zadań;
- & stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących wielokątów;
- & stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
- & stosować własności podobieństwa w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali);
- # starannie wykonywać rysunki pomocnicze;
- # starannie i dokładnie zapisywać etapy rozwiązania zadania;
- # ustosunkować się do wyniku i zapisać odpowiedź końcową;
- # poprawnie używa symboli matematycznych w zapisach.



6. Geometria płaska – pola figur

Tematyka

- & Pole figury geometrycznej.
- * Pole trójkąta.
- & Pola trójkątów podobnych.
- * Pole koła, pole wycinka koła.
- * Pole kwadratu i prostokąta.
- * Pole równoległoboku.
- * Pole trapezu.
- & Pola figur podobnych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- & pozna pojęcie pola figury;
- * przypomni sobie jednostki pola;
- * przypomni sobie stosowane wcześniej wzory na pole trójkąta (np. $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot ha$);
- & pozna nowe wzory na pole trójkąta (np. $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$);
- # pozna wzór Herona na pole trójkąta;
- # pozna wzory, z których wyznaczy promień okręgu opisanego i wpisanego w dowolny trójkąt;
- & pozna twierdzenie dotyczące pól trójkątów podobnych;
- * przypomni sobie wzór na pole koła i długość okręgu;
- & pozna wzór na pole wycinka koła i wzór na długość łuku okręgu;
- * przypomni sobie wzory na pola czworokątów (kwadratu, prostokąta, równoległoboku, rombu, trapezu);
- & pozna nowe wzory na pole czworokąta;
- & pozna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- & obliczyć pole figury, wykorzystując podział tej figury na rozłączne części;
- * zamieniać jednostki pola;
- & stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów;
- & stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach; (np. długość wysokości, długość promienia koła wpisanego w trójkąt);
- & zastosować twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu zadań;
- & zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań;
- *stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów;
- & stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy);

- & rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych;
- # naśladować przedstawione rozwiązania w analogicznych sytuacjach;
- # szukać różnych rozwiązań tego samego zadania;
- # starannie zapisywać rozwiązania zadania- również z wykorzystaniem zapisów symbolicznych.

KLASA III

1. Elementy geometrii analitycznej

Tematyka

- # Wektor w układzie współrzędnych – powtórzenie wiadomości.
- & Odległość punktów w układzie współrzędnych.
- & Współrzędne środka odcinka.
- & Równanie kierunkowe prostej.
- & Równanie ogólne prostej.
- & Równoległość prostych.
- & Prostopadłość prostych.
- & Równanie wysokości, środkowej i symetralnej
- & Równanie okręgu.

Cele edukacyjne ucznia

Uczeń:

- # przypomni sobie podstawowe informacje o wektorze w układzie współrzędnych;
- & przypomni sobie, jak oblicza się odległość punktów w układzie współrzędnych;
- & pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka;
- & przypomni sobie informacje o równaniu kierunkowym prostej;
- & nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej;
- & przypomni sobie warunki na równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych;
- # nauczy się wyznaczać równania prostych zawierających wysokości i symetralne boków;
- # nauczy się wyznaczać środkowe trójkąta;
- & nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej;
- & nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu;
- & nauczy się zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach (np. stycznego do jednej z osi układu);
- & nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;
- # nauczy się określać wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- & obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych;
- & wyznaczyć współrzędne środka odcinka;
- # zastosować informacje o wektorze w układzie współrzędnych do rozwiązywania prostych zadań;



- & znaleźć równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym;
- & zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;
- # wyznaczyć równanie prostej zawierającej wysokość;
- # wyznaczyć równanie symetralnej odcinka;
- # wyznaczyć równania środkowych trójkąta;
- # obliczyć długość środkowej;
- # obliczyć obwód wielokąta;
- # sprawdzić, czy trójkąt jest prostokątny;
- # wyznaczyć pole trójkąta prostokątnego w układzie współrzędnych;
- & posługiwać się równaniem okręgu;
- & przekształcić równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytać współrzędne środka i promień okręgu;
- & wyznaczyć równanie okręgu o zadanych własnościach;
- & wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;
- # określić graficznie wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami;
- # starannie wykonywać rysunki pomocnicze;
- # dokładnie przedstawić sytuację w układzie współrzędnych;
- # sprawdzić poprawność rozwiązania zadania;
- # ustosunkować się do różnych metod rozwiązania tego samego problemu;
- # zastosować nowe metody w analogicznych sytuacjach.

2. Wielomiany

Tematyka

- & Wielomian jednej zmiennej stopnia n ($n \geq 1$).
- & Równość wielomianów.
- & Dodawanie odejmowanie, mnożenie wielomianów.
- # Dzielenie wielomianów.
- & Pierwiastek wielomianu, pierwiastek wielokrotny.
- # Twierdzenie Bezouta.
- & Rozkład wielomianów na czynniki.
- & Równania wielomianowe.
- & Zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- & pozna definicję wielomianu stopnia n ($n \geq 1$) jednej zmiennej;
- & pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować;
- & nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany;
- # nauczy się dzielić wielomian przez wielomian;
- & pozna pojęcie pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu;
- # pozna twierdzenie Bezouta i możliwości jego zastosowania;
- # pozna twierdzenie o reszcie i nauczy się je stosować;
- & pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki (wylączenie czynnika poza nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów);
- & nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe;

& nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- & odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem;
- & dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany;
- # ocenić poprawność przekształceń;
- # podzielić wielomiany;
- # obliczyć wartość wielomianu dla podanych zmiennych;
- # sprawdzić czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;
- & wyznaczać współczynniki wielomianu w przypadku wielomianów równych;
- # wyznaczać współczynniki wielomianu o zadanych warunkach;
- # zastosować twierdzenie Bezouta i twierdzenie o reszcie w rozwiązaniach zadań;
- & rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias;
- & rozwiązać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki;
- # rozwiązywać równania różnymi sposobami;
- & rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;
- & rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, stosując poznane definicje i twierdzenia.

3. Funkcje wymierne

Tematyka

- & Definicja funkcji wymiernej, dziedziną funkcji wymiernej.
- & Działania na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie).
- & Proporcjonalność odwrotna i jej własności.
- & Proste równania wymierne.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- & pozna definicję funkcji wymiernej;
- & nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- & nauczy się skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- & nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- & nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej;
- & nauczy się szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;
- & nauczy się rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną;
- # nauczy się rysować wykresy proporcjonalności odwrotnej przy przesunięciu wzdłuż osi OX i osi OY;
- # nauczy się zapisywać wzory funkcji po przesunięciu;
- # nauczy się omawiać własności funkcji po przesunięciu;
- # nauczy się rozwiązywać zadania z wykorzystaniem własności funkcji homograficznej;



& nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- & odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji;
- & wyznaczać dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych lub kwadratowych za pomocą grupowania wyrazów, stosowania wzorów skróconego mnożenia, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias;
- & obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- # starannie zapisywać wyrażenia;
- & skracać i rozszerzać wyrażenia wymiernych;
- & dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- & szkicować starannie wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;
- & rozwiązywać zadania z proporcjonalnością odwrotną;
- # rysować starannie wykresy i określać własności funkcji po przesunięciu wzdłuż osi OX i OY;
- # rozwiązywać zadania dotyczące funkcji homograficznych;
- & rozwiązywać proste równania wymierne;
- & rozwiązywać zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych.

4. Ciągi

Tematyka

- & Określenie ciągu, ciąg liczbowy.
- & Sposoby opisywania ciągów.
- & Monotoniczność ciągu.
- & Ciąg arytmetyczny.
- & Ciąg geometryczny.
- & Oprocentowanie lokat i kredytów (procent prosty i procent składany).

Cele edukacyjne

Uczeń:

- & pozna definicję ciągu;
- & pozna sposoby opisywania ciągów (wzór ogólny, wykres);
- & pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu;
- & pozna definicję ciągu arytmetycznego;
- & pozna własności ciągu arytmetycznego;
- & nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego (n -ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów tego ciągu, średnia arytmetyczna);
- & pozna definicję ciągu geometrycznego;
- & pozna własności ciągu geometrycznego (n -ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna);
- & pozna pojęcie procentu prostego i składanego;
- & nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów.



Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- # samodzielnie odkrywa regułę budowania kolejnych wyrazów ciągu na podstawie kilku jego wyrazów;
- & określać ciąg wzorem ogólnym;
- & wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- & narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu;
- & zbadać monotoniczność ciągu;
- & zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym;
- & wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych;
- & wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- & rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego;
- & zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym;
- & wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych;
- & wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- & rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego;
- & rozwiązywać zadania stosując wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym;
- & stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;
- # trafnie wybrać z pośród ofert bankowych ofertę najkorzystniejszą;
- # wykorzystywać poznane wzory w sytuacjach praktycznych;
- # ocenić przeprowadzone rozumowanie;
- # stosować język matematyki do opisu zjawisk życia codziennego.

5. Funkcja wykładnicza i logarytmy

Tematyka

- & Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie.
- & Funkcja wykładnicza i jej własności.
- # Proste równania wykładnicze
- & Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym.
- & Logarytm – powtórzenie wiadomości.
- # Funkcja logarytmiczna-przykłady.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- & przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- & będzie doskonalił umiejętności wykonywania działań na potęgach;
- & pozna pojęcie funkcji wykładniczej;
- & pozna własności funkcji wykładniczej;
- # nauczy się rozwiązywać proste równania wykładnicze;
- & nauczy się stosować własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań;
- & przypomni sobie pojęcie logarytmu i jego założenia;



- & przypomni sobie własności logarytmów i ich zastosowanie w rozwiązywaniu zadań;
- # zobaczy jak wygląda wykres funkcji logarytmicznej.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- & sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- # dokładnie zapisywać obliczenia
- & stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań;
- & odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;
- & starannie sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;
- & precyzyjnie przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;
- & opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów;
- # poprawnie używać w zapisach własności symboli matematycznych;
- # rozwiązywać proste równania wykładnicze;
- & rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym;
- & obliczać logarytm liczby dodatniej;
- # obliczać podstawę logarytmu znając liczbę logarytmowaną i logarytm;
- # obliczyć liczbę logarytmowaną znając podstawę logarytmu i logarytm;
- # krytycznie odnieść się do wyników (rozumie założenia logarytmów);
- & stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań;
- # dbać o estetyczny zapis obliczeń;
- # krytycznie ustosunkować się do otrzymanego rezultatu.

6. Elementy statystyki opisowej

Tematyka

- & Dane statystyczne i ich klasyfikacja.
- & Średnia z próby.
- & Mediana z próby.
- & Odchylenie standardowe z próby.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- & dowie się, na czym polega klasyfikacja danych statystycznych;
- # nauczy się przedstawiać dane różnymi sposobami;
- & nauczy się obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby;
- & nauczy się interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- & obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, odchylenie standardowe z próby;
- & interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne;
- & odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów;
- & przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;
- & przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych;

- & porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi;
- # z zaangażowaniem wykonać badanie statystyczne;
- # sprawnie wykonać potrzebne obliczenia;
- # rzetelnie i w ciekawy sposób zaprezentować otrzymane wyniki;
- # zachować tajemnicę przy robionych ankietach;
- # sprawdzić realność otrzymanych wyników.

KLASA IV

1. Elementy kombinatoryki

Tematyka

- & Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych.
- & Zasada mnożenia.
- & Drzewa stochastyczne.
- & Symbol silni.
- # Permutacje.
- # Wariacje z powtórzeniami.
- # Wariacje bez powtórzeń.
- # Kombinacje

Cele edukacyjne

Uczeń:

- & nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- & pozna zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować;
- & nauczy się przedstawiać pewne sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań;
- & pozna symbol silni i nauczy się go stosować;
- # pozna pojęcie permutacji, wariacji z powtórzeniami i wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji;
- # nauczy się obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji;
- & nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne;
- # nauczy się sporządzać tabele wyników w określonych sytuacjach.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- & zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych;
- # ułożyć tabelę wyników dla opisanej sytuacji;
- & stosować zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań;
- & rozwiązywać pewne zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa;
- # starannie wykonywać drzewa;
- & stosować symbol silni;
- # czytelnie zapisywać obliczenia;
- # obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń i kombinacji;



- # rozróżniać proste, typowe sytuacje, w których stosuje się permutacje, kombinacje i wariacje;
- & rozwiązywać nieskomplikowane zadania kombinatoryczne;
- # odnieść się do otrzymanego wyniku (wie, że wynik jest zawsze liczbą naturalną);
- # rozwiązywać to samo zadanie różnymi sposobami.

2. Rachunek prawdopodobieństwa

Tematyka

- & Doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, zdarzenie, działania na zdarzeniach.
- & Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa.
- & Własności prawdopodobieństwa.
- & „Klasyczna definicja prawdopodobieństwa”.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- & pozna takie pojęcia, jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe;
- & nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu,
- & nauczy się znajdować sumę zdarzeń, różnicę zdarzeń, iloczyn zdarzeń oraz zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia;
- & pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa;
- & pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować w rozwiązywaniu zadań;
- & pozna „klasyczną definicję prawdopodobieństwa”;
- & nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- & opisywać przestrzeń zdarzeń elementarnych w nieskomplikowanych doświadczeniach losowych poprzez wypisanie zbioru wyników;
- & obliczyć moc przestrzeni zdarzeń elementarnych(stosując metodę zliczania, gdy wypisuje przestrzeń wyników) lub stosując wzory kombinatoryczne;
- & wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu;
- & obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”;
- & stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań;
- & wykorzystywać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa;
- & obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa;
- # przedstawiać rozwiązania zadań różnymi sposobami;

- # rozwiązywać zadania o tematyce praktycznej (analizować problemy w kategoriach realistycznych i je konkretyzować;
- # starannie wykonywać grafy drzewek i dokładnie zapisywać obliczenia;
- # poprawnie stosować zapisy symboliczne;
- # formułować odpowiedzi i ustosunkować się do otrzymanych wyników (odrzuć wynik, gdy prawdopodobieństwo jest liczbą ujemną lub większą od 1).

3. Geometria przestrzenna

Tematyka

- & Płaszczyzny i proste w przestrzeni.
- & Rzut prostokątny na płaszczyznę, kąt między prostą i płaszczyzną.
- & Kąt dwuścienny, kąt liniowy kąta dwuściennego.
- & Wielościany, pole powierzchni wielościanu, objętość wielościanu.
- & Graniastosłupy – podział, pole powierzchni, objętość.
- & Ostrosłupy – podział, pole powierzchni, objętość.
- & Bryły obrotowe – walec, stożek, kula; pole powierzchni i objętość brył obrotowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- & pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
- & pozna wzajemne położenie prostej i płaszczyzny;
- & nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną;
- & pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego;
- * przypomni jednostki pola i ich zamiany;
- # rozumie pojęcia; odległość punktu od płaszczyzny, odległość punktu od prostej, długość, obwód, pole, objętość, miara kąta;
- # rozróżnia pojęcia: figura płaska i przestrzenna;
- & przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach i ostrosłupach;
- & przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych;
- # pozna zależność pomiędzy objętością figur podobnych na podstawie analogii do figur podobnych i pól figur podobnych;
- # poszuka zastosowania praktycznego nabytych wiadomości.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- & badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
- & poprawnie i starannie narysować wielościany (graniastosłupy, ostrosłupy) i bryły obrotowe;
- & precyzyjnie wskazywać i obliczać miary kątów;
- & podać własności figur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy czy bryły obrotowe;
- * rysować siatki figur przestrzennych i ich rzuty równoległe;
- # rozpoznawać bryłę na podstawie narysowanej siatki;
- # sprawnie zamieniać jednostki objętości i pól;
- # zadaną dokładnością obliczać długości: krawędzi podstawy, krawędzi bocznych, wysokości, wysokości ściany bocznej, przekątnych;
- & wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych;



- & wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii;
- # wyrazić językiem matematyki informacje podane słownie i zaznaczyć je na rysunkach;
- # naśladować przedstawione rozwiązania w analogicznych sytuacjach;
- @ obliczać objętości w różnego rodzaju naczyń (pucharków, salatek, naczyń);
- @ przeliczać jednostki objętości na litry, mililitry;
- # stosować poznane pojęcia i wzory do rozwiązywania zadań praktycznych;
- @ stosować poznane wzory do rozwiązywania zadań o tematyce gastronomicznej.

4. Procedury osiągania celów kształcenia i procedury oceniania osiągnięć uczniów

Rozwijanie umiejętności matematycznych wpływa na rozwój intelektualny człowieka. Matematyka uczy logicznego myślenia i wnioskowania. Na lekcjach matematyki uczeń nabywa umiejętności precyzyjnego wysławiania się, co pomaga mu w komunikowaniu się z innymi.

Dlatego wśród Kluczowych Kompetencji znalazły się kompetencje matematyczne.

Edukacja w technikum rozpocznie się od elementów logiki matematycznej. Realizacja tej tematyki pozwoli na zrozumienie budowy definicji i twierdzenia matematycznego (założenie, teza) oraz umożliwi kształcenie umiejętności logicznego wnioskowania. Umożliwi kształcenie precyzyjnego zapisu matematycznego, co wpłynie na kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi (W1, W5, U1, U2, U4, P1)

Realizacja programu w oparciu o podręczniki i zbiory zadań umożliwi rozwiązywanie ciekawych problemów zarówno z algebry, jak i z geometrii. Zadania rozwiązywane na każdym etapie edukacji pozwolą na zdobycie umiejętności w zakresie: interpretowania tekstu matematycznego (U4), używania prostych obiektów matematycznych (W3, W4), prostego modelowania matematycznego (W3, W4), stosowania strategii wynikającej z treści zadania, jak również prowadzenia prostych rozumowań, składających się z niewielkiej liczby kroków (U2).

Przykłady zaczerpnięte z życia codziennego pozwolą dostrzec uczniowi prawidłowości w otaczającym go świecie i wpłyną na rozwijanie jego praktycznych umiejętności (W2, U1, U3)

We współczesnym świecie niezbędna jest umiejętność posługiwania się różnymi tabelami, wykresami i diagramami (W4, U4). Kształtowanie tych umiejętności umożliwi realizacja programu w każdym dziale matematyki, w szczególności przy omawianiu takiej tematyki jak zbiory, elementy statystyki, czy własności funkcji. Na tych lekcjach uczeń nabyte umiejętności zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji (U4, W5, P1, P2), opanuje umiejętność oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia (U1, W2). Lekcje rachunku prawdopodobieństwa ułatwią uczniowi dokonanie wyboru strategii w przypadkach doświadczeń losowych (np. gry losowe) (W5).

Nie mniej ważne jest kształtowanie postaw młodego pokolenia. Te cele należy kształtować na każdej lekcji matematyki. Trzeba wymagać od uczniów samodzielności w rozwiązywaniu problemów, piętnować nieuczciwość, wyrażającą się w podpowiadaniu czy w ściąganiu. Każdy uczeń powinien czuć się odpowiedzialny za powierzone mu zadania (P1, P2).

Na lekcjach matematyki trzeba stworzyć warunki do tego, by uczeń uczył się kultury dyskusji (P3, P1) Bardzo często uczniowie przedstawiają różne metody rozwiązania tego samego problemu. Należy wysłuchać wszystkich propozycji i wspólnie z zespołem podjąć decyzję, w jaki sposób dany problem ostatecznie



rozwiązać (U2, U1, P3). Trzeba również zwrócić uwagę na język matematyczny (U3, U4), precyzyjne formułowanie myśli i logiczną konstrukcję wypowiedzi.

Osiąganie założonych celów edukacyjnych i wychowawczych jest możliwe dzięki stosowaniu na lekcjach matematyki różnorodnych metod nauczania i odpowiedniego doboru form organizacyjnych lekcji. Ta różnorodność ma nie tylko uatrakcyjnić przedmiot, ale także zaktywizować uczniów w procesie uczenia się, zachęcić do rozwiązywania różnorodnych problemów, spowodować kształtowanie zalecanych postaw. W rozwijaniu MKKE przydatne będą następujące metody nauczania i techniki nauczania.

4.1. Metody nauczania

1) Metoda podająca

- **Wykład** – w tej metodzie nauczania główną rolę odgrywa nauczyciel. Dobre przygotowanie merytoryczne prowadzącego zajęcia jest podstawą rzetelnego przekazania wiedzy uczniom. To on formułuje problem, analizuje go, wskazuje drogi i sposoby rozwiązania. Uczniowie sporządzają notatki, zapamiętują fakty, zdobywają wiedzę i umiejętności poprzez naśladowanie.
Ta metoda jest ważna z punktu widzenia dalszej nauki. Na uczelniach jest stosowana powszechnie, zatem uczeń powinien być przygotowany do korzystania z wykładu. Wykład można połączyć z wizualizacją (W1, U2).

2) Metody aktywizujące uczniów

- **Pogadanka, dyskusja** – w tej metodzie nauczyciel kieruje rozmową, prowadzi dyskusję umiejętnie i porządkuje jej przebieg. Zadaje pytania, naprowadza na prawidłowe odpowiedzi, rozjaśnia wątpliwości, rozstrzyga spory. Uczniowie dyskutują, formułują spostrzeżenia, wymieniają się doświadczeniami, argumentują, spierają się, wyciągają wnioski (U1, P1, P3).
- **Metoda problemowa** – w tej metodzie nauczyciel stawia przed uczniami rozwiązując samodzielnie. Uczniowie zmuszeni są dużego wysiłku intelektualnego. Analizują problem, formułują hipotezy, weryfikują je, w razie potrzeby wyjaśniają wątpliwości z nauczycielem, budują model rozwiązania problemu, dokonują korekt, podsumowują swoje spostrzeżenia i wnioski, sprawdzają obliczenia, formułują odpowiedź. Ta metoda kształci umiejętność rozwiązywania problemów, wzbogaca wiedzę uczniów i aktywizuje ich postawy w procesie kształcenia (W4, W5, P1, P2, P3).
- **Praca z tekstem matematycznym:**
 - a) **Praca z podręcznikiem** – polega na samodzielnym przeczytaniu fragmentu podręcznika, zapoznaniu się z definicjami i twierdzeniami oraz ze sposobami rozwiązywania zadań. Kształci umiejętność czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego, analizowania definicji i twierdzeń oraz śledzeniu algorytmów rozwiązania niektórych zadań (U2, U3, U4),
 - b) **Praca z wykorzystaniem encyklopedii, słowników, czasopism popularnonaukowych, roczników statystycznych itp.** – przyzwyczajają uczniów do zbierania informacji z różnych źródeł, analizowania ich rzetelności (U4, P1, P2),

- c) **Praca z komputerem** – zbieranie informacji, dotyczących różnych zagadnień matematycznych, samodzielne przygotowanie referatów na podstawie zebranych informacji i przedstawienie ich, po odpowiednim opracowaniu, pozostałym uczniom. Metoda pozwala kształtować postawy poszukiwania i dociekliwości, daje szansę rozwoju i głębszego poznania matematyki oraz możliwość autoprezentacji (U3, U4, W5).
- **Rozwiązywanie ciągu zadań** – metoda ta polega na rozwiązywaniu przez uczniów zestawu zadań (ze zbioru zadań, bądź przygotowanych przez nauczyciela). Ważne jest, aby zadania ułożone były w takiej kolejności, żeby rozwiązanie każdego następnego zadania pogłębiało wiedzę i umiejętności ucznia (W1, W2). Dobrze byłoby, aby wśród zadań pojawiły się też takie, które mają ciekawą nietypową treść lub zaskakujące rozwiązanie. Takiego rodzaju zadania i ćwiczenia w naturalny sposób pobudzają ciekawość i aktywność umysłową uczniów (W3, U3, U4).
 - **Gry dydaktyczne**-metoda ta polega na włączeniu do rozwiązania problemu elementu zabawy, w której przestrzega się ściśle określonych zasad. Gra w naturalny sposób angażuje wszystkich uczestników, rozwija umiejętność przewidywania i myślenia strategicznego oraz umiejętność współpracy i współodpowiedzialności. Gry dydaktyczne można z powodzeniem stosować na lekcjach powtórzeniowych lub na fragmencie lekcji, w którym sprawdzamy wiadomości i umiejętności (W2, W5, P3).
 - **Mapy medialne**-metoda ta polega na przedstawieniu treści z wybranego zakresu, działu lub tematu za pomocą rysunków, symboli, słów, haseł, wzorów (w sposób wizualny). W trakcie pracy tą metodą uczniowie doskonalą umiejętność planowania, klasyfikowania, uogólniania, a także współdziałania w grupie, komunikowania się i negocjacji (W4, U4, P1, P3).
 - **Projekt edukacyjny**-metoda polega na poszukiwaniu informacji i autoprezentacji. Uczy samodzielności i współdziałania w sposób planowy i konsekwentny, wyrabia nawyki samokształceniowe. Ze względu na tematykę projekt może:
 - być badawczy, czyli polega na zebraniu i usystematyzowaniu informacji,
 - dotyczyć działania lokalnego (np. związanego ze środowiskiem, szkołą),
 - dotyczyć działania związanego z zawodem.Pozwala na wykorzystanie zdobytej wiedzy do rozwiązywania rzeczywistych problemów (W2, W3, W4, W5, U1, P1, P2, P3).
 - **Portfolio** - metoda ta pozwala śledzić przebieg uczenia się, postępy, twórczość i zaangażowanie uczniów poprzez gromadzenie ich nadobowiązkowych prac (indywidualnych lub zespołowych) (W4, U3, U4, P2).

4.2. Formy pracy

Z wyborem metod nauczania ściśle wiąże się odpowiedni dobór form organizacyjnych lekcji. Wśród nich można wyróżnić następujące:

- **Praca z całą klasą** – polega na zaangażowaniu całej społeczności klasowej w rozwiązywanie problemów sformułowanych przez nauczyciela:
 - 1) Nauczyciel realizuje ze wszystkimi uczniami te same treści (np. uczniowie rozwiązują te same zadania, analizują ten sam problem matematyczny dyskutują na ten sam temat, nauczyciel prowadzi wykład). Ta forma pracy sprzyja nawiązywaniu więzi uczniowskich.



- 2) Wzajemne odpytywanie się (uczeń zadaje pytanie i wskazuje tego, który ma na nie odpowiedzieć; zadaje swoje pytanie następnemu uczniowi itd.) Taka metoda pracy angażuje wszystkich uczniów. Pozwala na sprawne powtórzenie materiału. Uczniowie kształcą umiejętność porządkowania informacji, formułowania i zadawania pytań.
- **Praca w grupach** – polega na podziale klasy na kilkusobowe zespoły i przydzieleniu im problemu do rozwiązania. Taka forma pracy przebiega w różny sposób, w zależności od wyboru metody pracy, np.:
 - 1) Każda grupa dostaje do rozwiązania zadanie lub zadania; wszyscy członkowie grupy uczestniczą w rozwiązywaniu problemu, dzieląc się własnymi spostrzeżeniami, umiejętnościami i wiedzą; nad pracą grupy pieczę sprawuje wcześniej wybrany lider grupy. Sprawozdawca grupy referuje rozwiązanie problemu przed całą klasą.
 - 2) Metoda układanki „puzzle” – każdy członek grupy otrzymuje część informacji potrzebnej do wykonania zadania grupowego; poszczególni członkowie grupy są odpowiedzialni za przygotowanie swojej porcji informacji, przekazanie jej kolegom i przyswojenie informacji prezentowanych przez nich.
 - 3) Metoda „drzewa decyzyjnego” – nauczyciel określa problem będący przedmiotem analizy; dzieli uczniów na grupy. Uczniowie wybierają różne możliwości rozwiązania zadania, wypisują zalety i wady każdej z metod rozwiązania, oceniają je z punktu widzenia wartości i celów, podejmują grupową decyzję o wyborze metody rozwiązania problemu.
 - **Praca w grupach** uczy organizacji pracy, podziału obowiązków pomiędzy członków grupy, odpowiedzialności za powierzone zadania. Uczy komunikacji między członkami grupy, zasad współpracy partnerskiej. Ma ogromne walory kształcące i wychowawcze.
 - **Praca indywidualna** – każdy uczeń pracuje samodzielnie, pod kierunkiem nauczyciela (jeśli praca odbywa się na lekcji) lub samodzielnie (jeśli praca odbywa się w domu). Praca indywidualna pozwala uczniowi na samodzielne poszukiwanie odpowiedzi na postawione pytania, zmusza do własnych przemyśleń, zastanowienia się nad problemem i sposobem jego rozwiązania, utrwaleniem już zdobytej wiedzy, a także nad kształceniem umiejętności uczenia się. Uczeń pracuje we właściwym dla siebie tempie. Praca indywidualna wyrabia też nawyk porządnego wykonania powierzonego zadania, odpowiedzialności za siebie, za swoją wiedzę i umiejętności.

4.3. Metody sprawdzania i oceniania

Kontrolowanie i ocenianie uczniów powinno być spójne z tym, co było przedmiotem nauczania. Przedmiotem oceny nie może być relacja między wiedzą ucznia i nauczyciela, lecz postęp ucznia w procesie kształcenia. Głównymi obszarami oceniania powinny być: wiedza zdobyta przez ucznia, umiejętności pozwalające uczniowi na gromadzenie i pogłębianie wiedzy, umiejętności społeczne i komunikacyjne, a także postawa młodego człowieka, wyrażająca się w dążeniu do samorealizacji. Najłatwiej ocenić wiedzę, jaką posiada uczeń, trudniej – pozostałe obszary. Aby móc to uczynić, należy stosować aktywne metody nauczania.

Tak ważną umiejętność jak komunikacja, która wyraża się w wypowiedaniu, argumentowaniu, najlepiej można ocenić podczas dyskusji, pracy w grupach czy autoprezentacji. Z kolei umiejętności społeczne ujawnia współpraca w mniejszych

zespołach, prace projektowe oraz zadania indywidualne, podejmowane przez pojedynczych uczniów. Ocenie podlega wówczas zaangażowanie w realizację zadań, odpowiedzialność za pracę, a także umiejętność współpracy między uczniami. Ważne jest to, aby nauczyciel miał świadomość, że ocenianie nie służy tylko gromadzeniu ocen. Ma sprawdzać postępy ucznia, uświadamiać mu braki, w porę wykrywać kłopoty i trudności w nabywaniu różnych umiejętności, ale także zachęcać go do dalszej pracy i pokonywania trudności. Regularność oceniania zachęca i motywuje uczniów do systematycznej pracy. Ważne jest, abyśmy dostrzegali nie tylko zaangażowanie uczniów podczas lekcji, ale także premiowali wszelkie prace domowe. Niezwykle ważne jest, aby system oceniania był jasny i czytelny dla uczniów i ich rodziców. Aby wnikliwie ocenić edukacyjne osiągnięcia ucznia należy posługiwać się różnorodnymi środkami i metodami oceniania, takimi jak:

- sprawdziany pisemne (prace klasowe, testy, kartkówki);
- odpowiedzi ustne (referaty, odpowiedzi z kilku ostatnich zajęć, prezentacja rozwiązania zadania, dyskusja nad rozwiązaniem problemu itp.);
- praca w grupach;
- prace domowe;
- aktywność na zajęciach;

Poszczególnym formom oceniania można nadać różną wagę. Ponieważ egzamin maturalny jest egzaminem pisemnym, więc dużą wagę należy przywiązywać do prac pisemnych. W naszej szkole przyjęty jest następujący system oceniania:

4.3.1. Prace klasowe, krótkie sprawdziany oraz testy oceniane będą w skali 1 – 6 wg skali procentowej

- niedostateczny 0 % – 34 %
- dopuszczający 35 % – 49 %
- dostateczny 50 % – 74 %
- dobry 75 % – 89 %
- bardzo dobry 90 % – 100 %
- celujący ocena bardzo dobry + zadanie dodatkowe (zgodność z wewnątrzszkolnym systemem oceniania).

Nie wszyscy uczniowie są na tyle uzdolnieni, by móc opanować wszystkie czynności (przewidziane programem wiadomości i umiejętności). Nie wszyscy mają motywację, by je opanować. Można dokonać hierarchizacji wymagań, podziału na poziomy adekwatnie do skali stopni szkolnych. W sposób ogólny można to zrobić na dwóch poziomach:

- Podstawowym (P), w którym zawarte są wymagania konieczne (K)
- Ponadpodstawowym (PP), w którym zawarte są wymagania rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające (W).

Opis wymagań przedstawia poniżej tabela.

Wymagania podstawowe (P)	Wymagania ponadpodstawowe (PP)
Uczeń zna i rozumie podstawowe pojęcia matematyczne oraz potrafi je stosować do rozwiązywania zadań typowych według podanych i utrwalonych wzorców.	Uczeń zna i rozumie pojęcia matematyczne oraz potrafi zastosować je w rozwiązaniu zadań sformułowanych w nietypowy sposób lub w rozwiązywaniu zadań prowadzących do uogólnień albo wymagających uzasadnienia.
<i>Spełnienie wymagań podstawowych pozwala uzyskać stopień co najwyżej dostateczny.</i>	<i>Spełnienie wymagań ponadpodstawowych pozwala uzyskać stopień co najmniej dobry.</i>



4.3.2. Odpowiedź ustna będzie oceniana następująco:

Ocena	Wypowiedź
ndst	<ul style="list-style-type: none">• brak odpowiedzi (uczeń odmawia odpowiedzi);• podejmuje odpowiedź, lecz jest ona całkowicie błędna (błędy rzeczowe);• nie potrafi poprawić błędów, nawet po dodatkowych wskazówkach nauczyciela;• nie posiada pracy domowej i fakt ten nie został zgłoszony (przy odpowiedzi ustnej uczeń zobowiązany jest do pokazania pracy domowej).
dop	<ul style="list-style-type: none">• odpowiada na proste pytania;• rozwiązuje samodzielnie najprostsze zadania;• podejmuje skutecznie próbę rozwiązania zadania z wykorzystaniem; wskazówek nauczyciela.
dst	<ul style="list-style-type: none">• poprawnie przedstawia fragmenty rozwiązań;• sprawnie reaguje na uwagi nauczyciela i poprawia błędy;• sprawnie rozwiązuje proste zadania.
db	<ul style="list-style-type: none">• objaśnia proces dochodzenia do rozwiązania tak, że inni słuchają go z zainteresowaniem;• nie popełnia błędów rzeczowych.
bdb	<ul style="list-style-type: none">• przedstawia pełne rozwiązanie zadania;• wyjaśnia etapy rozwiązania zadania powołując się na definicje i twierdzenia;• odpowiada na zadane przez ucznia lub nauczyciela pytanie;• nie popełnia błędów w trakcie rozwiązania.
cel	<ul style="list-style-type: none">• przedstawia pełne rozwiązanie zadania nietypowego, problemowego lub wykraczającego poza program;• prezentuje uogólnienia i zastosowania rozwiązania;• udziela przekonujących odpowiedzi na pytania innych• nie popełnia żadnych błędów.

Pracę w grupach jest dość trudno ocenić. Zdarza się, że nie wszystkie osoby w grupie wkładają odpowiedni wysiłek w wykonanie zadania, niektóre w ogóle nie pracują, oczekując na wyniki pracy pozostałych. Osoby nieaktywne nie korzystają z lekcji. Jeśli praca w grupach ma charakter ćwiczeniowy (grupa otrzymuje jedno lub kilka zadań do rozwiązania), to można przyjąć następujący system ocenienia jej pracy: nauczyciel informuje grupy, że ocena ich pracy to średnia dwóch ocen – pracy pisemnej i odpowiedzi ustnej. Każda grupa ma sekretarza, który na koniec zajęć przedstawia w pisemnej formie efekty pracy grupy, nauczyciel sprawdza i ocenia pracę pisemną. Następnie wybiera z każdej grupy jedną osobę, która na tablicy rozwiązuje zadanie wskazane przez nauczyciela. Odpowiedź ucznia podlega ocenie. Każdy członek danej grupy otrzymuje ocenę, która jest średnią ocen z pracy pisemnej i odpowiedzi ustnej ucznia danej grupy. Taki system oceny pracy grupowej powoduje, że wszyscy członkowie grupy czują się współodpowiedzialni za powierzone zadanie. Chętnie pomagają sobie nawzajem, wyjaśniają wątpliwości. Chcą, aby każdy uczeń z grupy był gotowy do prezentacji problemu.

4.4. Środki dydaktyczne

- wykonywanie siatek i modeli figur przestrzennych – w ten sposób rozwijana jest wyobraźnia przestrzenna uczniów;
- wykorzystanie telewizji edukacyjnej, filmów edukacyjnych, komputerów -jest elementem edukacji medialnej; daje możliwość prezentowania różnych modeli matematycznych; zwiększa atrakcyjność prezentowanego materiału;
- analizowanie informacji z prasy, np.: danych giełdowych, kursu walut, zmian cen różnych towarów na rynku itp.;
- wykorzystanie środków mnemotechnicznych

Osiąganie zamierzonych celów kształcenia może odbywać się również przez uczestnictwo uczniów w kołach matematycznych, kołach interdyscyplinarnych, a także w konkursach matematycznych.

Wykaz podręczników

Niniejszy program realizowany będzie w oparciu o zestaw podręczników (nowe wydania):

- „Matematyka - Podręcznik do liceów i techników”- zakres podstawowy (nr dop.64/08) (kl. I, II, III)
- „Zbiór zadań do liceów i techników”- zakres podstawowy (kl. I, II, III)
- Zbiór testów przygotowujących do matury - (ukaze się we wrześniu).

Autorzy: Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda - Oficyna Edukacyjna*
Krzysztof Pazdro.



5. Ewaluacja

Ewaluacja programu będzie prowadzona przez cały okres jego realizacji. Wstępna ewaluacja została już przeprowadzona na podstawie arkusza autoewaluacji.

Kolejne etapy przeprowadzone zostaną przez: realizującego program, dyrekcję szkoły oraz osoby nadzorujące realizację projektu. Projekt ewaluacji przedstawia tabela.

Projekt ewaluacji autorskiego programu nauczania rozwijania MKKE

Etap ewaluacji	Objekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych/raport	Uwagi
I. Przed rozpoczęciem realizacji programu	Projekt autorskiego programu nauczania	1. Czy i w jaki sposób projekt programu uwzględnia zasoby realizatora?	odp. „tak”	Studium przypadku; analiza wyników diagnozy implementacji KK oraz danych z arkusza oceny programu.	Szkoła biorąca udział w projekcie	Raport ewaluacyjny	
		2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców?	j. w.				
		3. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania MKKE?	j. w.				
		4. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny konstrukcyjnie?	j. w.				
		5. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności?	odp. „tak”				
		6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie oceny programu?	Co najmniej 50 pkt według arkusza ocen.				



II w czasie realizacji programu	Skuteczność programu	1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu?	Wyższe o 50% niż ponoszone Dotychczas	Analiza dokumentów		Raport ewaluacyjny.	
		2. W jaki sposób wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	Zakupienie co najmniej 2 rodzajów pomocy dydaktycznych.				
		3. Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły?	Wzrost liczby hospitacji Dyrektora; udział naucz. w doskonaleniu zawodowym.	Analiza dokumentów m.in. wyników monitoringu			
		4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	Wzrost ilości lekcji prowadzonych metodami aktywizującymi.	Analiza dokumentów. Obserwacja.			
		5. Jak uczniowie oceniali działania nauczyciela realizującego projekt programu?	Co najmniej przeciętne wyniki w skalach KI i KJ arkusza.	Ankietowanie uczniów			
		6. W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE	wzrost o min.0.20 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE.	Pomiar dydaktyczny „na wejściu”			
		7. Na ile trwałe są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?	Wzrost średniego wyniku matury w porównaniu z poprzednim rokiem.	Analiza dokumentów - wyniki egzaminu maturalnego			
						Raport ewaluacyjny. Promocja projektu- Konferencja ogólnopolska. Promocja Szkoły w regionie.	

Bibliografia

- [1] Kurcza M., Świda E., *Matematyka. Program nauczania w liceach i technicach*, Oficyna wydawnicza Krzysztof Pazdro.
- [2] Sobczak M., *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu Kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, WSEiI, Lublin 2009.
- [3] Ustawa z dnia 19 marca 2009 r. o zmianie ustawy o systemie oświaty oraz o zmianie niektórych innych ustaw (Dz. U. nr 56, poz. 458).
- [4] Ustawa z dnia 26 stycznia 1982 r. - Karta Nauczyciela (Dz. U. z 2006 r. Nr 97, poz. 674, z późn. zm.),.
- [5] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 26 lutego 2002 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. Nr 51, poz. 458, z późn. zm.).
- [6] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 10 sierpnia 2001 r. w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz. U. Nr 92, poz. 1020 oraz z 2003 r. Nr 90, poz. 846).
- [7] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102).
- [8] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 r. w sprawie dopuszczania do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczania do użytku szkolnego podręczników (Dz.U. Nr 89, poz. 730).
- [9] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 12 lutego 2002 r. w sprawie ramowych planów nauczania w szkołach publicznych (Dz. U. Nr 15, poz. 142, z późn. zm.3).
- [10] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 marca 2009 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie ramowych planów nauczania w szkołach publicznych.
- [11] Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady Europy z dnia 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie. (2006/962/WE).



Autor
Alicja Soborska

MATEMATYKA
ZAKRES PODSTAWOWY

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

Technikum Usługowo-Gospodarcze
w Lublinie

Lublin 2009





Spis treści

Notatka o autorze programu	5
Wstęp	5
Uwarunkowania realizacji programu.....	6
1. Cele ogólne.....	9
2. Cele edukacyjne programu autorskiego	12
3. Materiał nauczania	14
4. Uszczegółowiona treść nauczania	17
5. Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych	29
6. Oczekiwane osiągnięcia ucznia i propozycje metod ich oceny	31
7. Informacja o oprzyrządowaniu programu – środki dydaktyczne.....	34
8. Projekt ewaluacji programu	36
Bibliografia.....	38



Notatka o autorze programu

Mgr Alicja Soborska jest wieloletnią nauczycielką matematyki. Pracowała w szkole podstawowej i w szkołach średnich zawodowych. Zajmowała się skutecznymi metodami nauczania matematyki, między innymi w broszurze: „Jak się uczyć matematyki?”. Wśród jej uczniów są laureaci konkursów matematycznych.

Wstęp

Program nauczania matematyki został opracowany dla nauczyciela i uczniów technikum czteroletniego o specjalności technik usług fryzjerskich kończącego się maturą.

Parlament Europejski i Rada Europy zaleciły państwom członkowskim rozwijanie kompetencji kluczowych, czyli niezbędnych wszystkim do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, do integracji społecznej i zadowalającego zatrudnienia.

Dotychczasowe doświadczenia nauczyciela matematyki, codzienne problemy młodzieży zarówno pozaszkolne, jak i edukacyjne oraz efekty kształcenia motywują do ciągłego poszukiwania coraz to lepszych rozwiązań. Pomocą stała się opracowana przez Joannę Rycerz „Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynku pracy w województwie lubelskim”, „Diagnoza implementacji Kompetencji Kluczowych” autorstwa Danuty Florek - dyrektora Zespołu Szkół Odzieżowo-Włókienniczych w Lublinie, a także warsztaty z zakresu metodyki programu rozwijania MKKE i opracowane przez Marię Sobczak „Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształcenia kompetencji kluczowych w zakresie matematyki” przygotowane w ramach projektu SKK.

Prezentowany program jest modyfikacją programu nauczania matematyki na poziomie podstawowym: „*Matematyka w otaczającym nas świecie*”, autorstwa zespołu: A. Cewe, M. Krawczyk, M. Kruk, H. Nahorska, I. Pancer, R. Ropela, Wydawnictwa Podkowa, numer dopuszczenia programu: DKOS-5002-04/08.

Analiza rozdziałów: Ogólne cele edukacyjne, Szczegółowe cele edukacyjne, Treści kształcenia, Przewidywane osiągnięcia ucznia, przedstawionych we wspomnianym programie, pokazała spójność z MKKE – matematycznymi kompetencjami kluczowymi w ujęciu Parlamentu Europejskiego. Uwzględnienie uwarunkowań realizacji programu spowodowało zmiany w sformułowaniach oraz uszczegółowienia w zakresie procedur osiągania szczegółowych celów edukacyjnych. Przystąpienie do programu podyktowane było dobrem ucznia i chęcią pełniejszego wykorzystania obecnych warunków szkoły. Przygotowany program przewiduje rozwijanie ważnych kompetencji matematycznych poprzez: diagnozę wstępną, obserwację ucznia na lekcjach i poza nimi, indywidualizację procesu nauczania i jego ewaluację, a także wspieranie ucznia poprzez pomoce dydaktyczne na lekcjach matematyki i do pracy indywidualnej w domu oraz nowoczesne nauczanie i wychowywanie, pracę z uczniem na lekcjach i poza nimi.

Uwarunkowania realizacji programu

Udział szkoły w Programie rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski wschodniej podyktowany był troską o poprawę jakości kształcenia.

Aby precyzyjniej określić cele, sposoby realizacji, oczekiwane wyniki programu nauczania autor (nauczyciel, realizator programu) powinien mieć świadomość warunków jego realizacji.

Uwarunkowania związane z uczniami

Większość uczniów ok. 80% samodzielnie wybiera szkołę i profil zawodowy - fryzjer. Wyniki egzaminu gimnazjalnego uczniów rozpoczynających naukę w Zespole S O-W wahają się między 35-115 punktów. Jest to młodzież w wieku 17-20 lat, czasem powtarzająca klasę. Zdecydowanie przeważają dziewczęta, stąd zdarzają się także młode matki. Około połowa uczniów codziennie dojeżdża do szkoły spoza Lublina. Ponad połowa uczniów wychowuje się w rodzinach o średnim i niskim statusie materialnym, a także w rodzinach niepełnych. Wielu uczniów posiada opinie poradni psychologiczno-pedagogicznej o różnego rodzaju dysfunkcjach. Uczniowie często wagarują całymi dniami lub na pojedynczych lekcjach, a rodzice niejednokrotnie są bezradni.

Od szkoły uczniowie oczekują przede wszystkim fachowego wykształcenia i rozwijania zainteresowań, ale też wsparcia w rozwoju osobowości – ludzkiego ciepła i otwartości na ich problemy.

Niezadowolające wyniki nauczania ucznia wynikają z:

- braku podstaw z wcześniejszych etapów edukacyjnych (w tym tabliczka mnożenia, czytanie ze zrozumieniem, logiczna wypowiedź „całym zdaniem”),
- problemami z koncentracją uwagi, spostrzeganiem, zapamiętywaniem, kłopotów z myśleniem logicznym i abstrakcyjnym,
- sytuacji domowej: dojazdy do szkoły, biedy, środowisk patologicznych, braku wsparcia ze strony rodziców,
- małych ambicji, słabej motywacji, brak nawyków solidności, wytrwałości, pracowitości, uczciwości.

Uczeń oczekuje:

- wzmacniania poczucia własnej wartości poprzez pochwały, podkreślanie najdrobniejszych sukcesów,
- przyjaznego stosunku, wyrozumiałości i pomocy w przezwyciężaniu wszelkich trudności,
- atrakcyjnych, nowoczesnych, łatwych i przyjemnych metod nauki i form pracy na lekcji,
- minimum pracy własnej - maksimum efektów.

Nauczyciel, realizator programu

Nauczyciel realizujący ten program, jest też autorem opracowania; magister matematyki ze specjalnością nauczycielską, ze stażem w zawodzie ponad 20 lat. Ukończył studia podyplomowe z nauczania podstaw informatyki. Kilka lat temu uzyskał tytuł nauczyciela dyplomowanego, jest egzaminatorem maturalnym z matematyki. Pracuje w szkole w pełnym wymiarze jako nauczyciel matematyki, jest wychowawcą klasy. Uczestniczy w życiu szkoły - organizuje z młodzieżą akademie, imprezy klasowe, wyjścia pozaszkolne, wycieczki. Współpracuje z pedagogiem szkolnym, rodzicami, nauczycielami przedmiotów ogólnokształcących i przedmiotów zawodowych. Przewodniczy szkolnemu Zespołowi Przedmiotów Matematyczno-Przyrodniczych. Prowadzi praktyki studenckie i uczestniczy w szkoleniach nauczycieli, m.in. brał udział w kilku sesjach wyjazdowych Laboratorium Psychoedukacji w Warszawie.

Od kilku lat organizuje międzyszkolny konkurs matematyczny dla uczniów szkół zawodowych miasta Lublina. Co roku prowadzi społecznie zajęcia wyrównawcze z matematyki dla uczniów klas pierwszych oraz innych chętnych, np. maturzystów. Angażuje się w zakup podręczników dla uczniów i pomocy dydaktycznych do szkoły.

Do współpracy przy realizacji programu zaproszeni będą nauczyciele: wychowawcy klasowi, pedagog szkolny, nauczyciele przedmiotów zawodowych oraz dyrekcja szkoły.

Nauczyciel - realizator programu, poza przygotowaniem dydaktycznym, powinien:

- doceniać podmiotowość ucznia, jego indywidualność i twórczy rozwój,
- być otwartym na nowości,
- radzić sobie ze stresem własnym i uczniów,
- tworzyć przyjazne i aktywizujące środowisko pracy ucznia, motywować ucznia do nauki poprzez rozbudzanie jego zainteresowania i docenianie wysiłków.

Szkoła

Niniejszy program nauczania matematyki realizowany będzie przez 4 lata w technikum czteroletnim o zawodzie technik usług fryzjerskich w Technikum Usługowo-Gospodarczym w Zespole Szkół Odzieżowo-Włókienniczych, w skład którego wchodzi ponadto: Zasadnicza Szkoła Zawodowa, Szkoła Policealna i Technikum Uzupełniające dla Dorosłych - łącznie ok. 630 uczniów i 65 nauczycieli. Budynek szkoły znajduje się w centrum Lublina (dobry dojazd) i mimo, że ma ponad 70 lat (stałe remonty i modernizacje). posiada dobrze wyposażoną bibliotekę, pracownie komputerowe, telewizory, projektory, Internet, nowoczesne pracownie fryzjerskie.

Szkoła powinna stworzyć warunki:

- przydział godzin matematyki minimum 9 godzin w cyklu (planowo: 3+2+3+3),
- zaplanować siatkę godzin matematyki w tygodniu zgodnie z zasadami higieny pracy umysłowej ucznia,
- umożliwić korzystanie bez ograniczeń organizacyjnych i czasowych z pracowni komputerowej i projektora multimedialnego,
- zaplanować tak tygodniowy plan nauczania ucznia, by bez utrudnień mógł korzystać z zajęć dodatkowych,
- zakupić pomoce dydaktyczne zaprojektowane przez nauczyciela.

Założenia dydaktyczno-wychowawcze koncepcji programu

Opracowany program umożliwia realizację warunków ustalonych przez polskie prawo oświatowe: cele edukacyjne, zadania szkoły i treści w zakresie podstawowym zawarte w Podstawie Programowej Kształcenia Ogólnego, a także rozwijanie europejskich kompetencji kluczowych i potrzeb kształcenia w zawodzie fryzjer.

Program ten:

- ma charakter liniowo-spiralny. Przy jego realizacji uczeń będzie mieć możliwość powrotu do treści już poznanych, aby uzupełnić i utrwalić swoją wiedzę i umiejętności;
- ma taki układ treści nauczania, aby nauczyciel mógł rozpocząć nauczanie od powtórzenia i ugruntowania wiadomości z gimnazjum potrzebnych do dalszej nauki, a także nabyte umiejętności matematyczne można było wykorzystywać przy nauczaniu innych przedmiotów, w tym zawodowych;
- uwzględnia możliwości i predyspozycje zespołów klasowych. Przy podziale materiału pomiędzy klasy 1 – 4 zadbano o to, by nauczyciel miał odpowiednią ilość czasu na realizację danego zagadnienia i godziny do swojej dyspozycji;
- daje uczniom możliwość sprostaną wymaganiom standardów egzaminacyjnych z zakresu kształcenia podstawowego;
- pozwala na wyrównywanie poziomu i daje uczniom szansę kontynuacji nauki, czy też uzyskania kwalifikacji zawodowych;

Realizacja programu opierać się będzie na podręcznikach, zbiorach zadań, opracowaniach metodycznych dla nauczyciela opublikowanych przez Wydawnictwo „Podkowa”.



1. Cele ogólne

Cele edukacyjne kształcenia i wychowania są traktowane jako nierozdzielna całość. Ogólne cele edukacyjne programu zaczerpnięte z Podstawy Programowej w odniesieniu do matematyki szkoły ponadgimnazjalnej (PP), cele nauczania matematyki profil zawodowy technik usług fryzjerskich oraz cele wychowywania zostaną zaprezentowane w **propozycji** zestawienia z matematycznymi kluczowymi kompetencjami europejskimi, dalej oznaczonymi MKKE.

Kompetencje matematyczne w dokumencie „*Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia*” są definiowane jako połączenie wiedzy (W), umiejętności (U) i postaw (P).

WIEDZA

- W1: rozumienie terminów i pojęć matematycznych
- W2: dobrze opanowana umiejętność liczenia
- W3: znajomość miar i struktur
- W4: znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej
- W5: świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź

UMIEJĘTNOŚCI

- U1: stosowanie głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych
- U2: śledzenie i ocenianie ciągów argumentów (rozumienie dowodu matematycznego)
- U3: przekazywanie komunikatów stosując język matematyczny
- U4: korzystanie z tekstu matematycznego

POSTAWY

- P1: przejawianie szacunku do prawdy
- P2: dążenie do szukania przyczyn
- P3: ocenianie zasadności wnioskowań i działań.

Cele zapisane jako kompetencje kluczowe w dokumencie PE oraz w podstawie programowej pokrywają w wielu punktach i się są niemal w pełni zgodne dla wszystkich obszarów.

Tabela 1.1. Relacje pomiędzy celami ogólnymi nauczania matematyki z podstawy programowej (PP) a matematycznymi kompetencjami kluczowymi w ujęciu europejskim (MKKE)

Lp	Ogólne cele edukacyjne podstawy programowej	Aspekty matematycznych kompetencji kluczowych w ujęciu europejskim
1.	Przygotowanie do świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne odgrywają kluczową rolę	W4: znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej W5: świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź U1: stosowanie głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych W2: dobrze opanowana umiejętność liczenia P2: dążenie do szukania przyczyn
2.	Przyswojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych	W1: rozumienie terminów i pojęć matematycznych W2: dobrze opanowana umiejętność liczenia W3: znajomość miar i struktur
3.	Przyzwyczajanie do typowych elementów rozumowań matematycznych w szczególności do stosowania takich pojęć jak: wniosek, dowód, przykład, kontrprzykład	U2: śledzenie i ocenianie ciągów argumentów (rozumienie dowodu matematycznego) P3: ocenianie zasadności wnioskowań i działań
4.	Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania bądź otrzymanego wyniku obliczeń	U2: śledzenie i ocenianie ciągów argumentów (rozumienie dowodu matematycznego) U4: korzystanie z tekstu matematycznego: P1: przejawianie szacunku do prawdy P3: ocenianie zasadności wnioskowań i działań
5.	Wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania, klasyfikowania i krytycznego oceniania informacji (wyniku obliczeń); stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji	W5: świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź U2: śledzenie i ocenianie ciągów argumentów (rozumienie dowodu matematycznego) U4: korzystanie z tekstu matematycznego P2: dążenie do szukania przyczyn P3: ocenianie zasadności wnioskowań i działań
6.	Kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania	U3: przekazywanie komunikatów stosując język matematyczny P1: przejawianie szacunku do prawdy

Cele zapisane jako MKKE i cele nauczania matematyki w technikum o profilu zawodowym technik usług fryzjerskich pokrywają się w wielu punktach i są niemal w pełni zgodne dla wszystkich obszarów.

Tabela 1.2. Relacje między celami nauczania matematyki profil zawodowy technik usług fryzjerskich a MKKE

Lp	Cele nauczania matematyki profil zawodowy technik usług fryzjerskich	MKKE
1.	Stworzenie podstaw wiedzy matematycznej w zakresie znajomości i rozumienia terminów i pojęć matematycznych	W1
2.	Doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie fryzjer	W2
3.	Wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego, innych dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie fryzjer	W3, W4
4.	Wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych	U1



5.	Wykształcenie umiejętności i nawyku uzasadniania swoich sądów (istota sądów matematycznych, kategoryczność twierdzeń, jednoznaczność i precyzja definicji)	U2, P1
6.	Rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin wiedzy	U3
7.	Doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym – w tym podręcznikiem – oraz innymi źródłami informacji matematycznej	U4
8.	Wykształcenie umiejętności samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi – umiejętność stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych, poszukiwania dróg ich weryfikacji)	W5, P1, P2
9.	Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń	U1, P1, P2, P3
10.	Kształcenie wyobraźni matematycznej (intuicja zakresie obiektów abstrakcyjnych, wyobraźnia geometryczna dotycząca obiektów płaskich i przestrzennych) oraz przewidywania skutków podejmowanych działań (głównie podczas rozwiązywania problemów matematycznych)	U2, U3, P2

Kształtowanie kreatywnych, odpowiedzialnych i asertywnych zachowań znajduje się wśród głównych celów wychowawczych programu. Tabela 1.3 prezentuje wspólne cele MKKE – szczególnie w odniesieniu do POSTAW i celów wychowawczych prezentowanego programu.

Tabela 1.3 Relacje między celami wychowawczymi nauczania matematyki a MKKE

Lp	Cele wychowawcze nauczania matematyki	MKKE
1.	Kształtowanie postaw poszukujących i krytycznych	P1,P2, U1
2.	Kształtowanie umiejętności wyboru między prawdą i fałszem	P1, P3
3.	Współdziałanie w zespole przy rozwiązywaniu problemów	U1, P2, P3, U3
4.	Wyrobienie odpowiedzialności za powierzone zadania	P1,U1
5.	Kształtowanie umiejętności autoprezentacji	P1, P2, U3
6.	Wykształcenie szacunku dla dokonań innych i asertywnych zachowań	P1, P2, P3
7.	Nauka dobrej organizacji pracy	P3, U1,U4
8.	Wyrobienie systematyczności, rzetelności, wytrwałości	U1,U2
9.	Dbanie o własny rozwój	P1, P2, P3, U1

2. Cele edukacyjne programu autorskiego

Przy budowie programu autorskiego uwzględniono ważne dla programu Kształtowania Kompetencji Kluczowych (KKK) cele edukacyjne sformułowane w następujących dokumentach :

- ◆ „Podstawa programowa” - problemy z zakresu kształcenia podstawowego,
- ⚙ *Standardy wymagań egzaminacyjnych, matura z matematyki* - poziom podstawowy,
- ☐ „Zalecenia Parlamentu Europejskiego” – matematyczne kompetencje kluczowe a także
- ★ elementy matematyki wykorzystywane w nauce przedmiotów zawodowych: technologii fryzjerstwa, pracowni fryzjerstwa, stylizacji i w zajęciach praktycznych.

Poniższa Tabela 2.1 przedstawia cele edukacyjne prezentowanego programu nauczania matematyki, łączy sposoby ujęcia celów edukacyjnych zachowując powyższe oznaczenia.

Tabela 2.1 Relacje pomiędzy celami ogólnymi z Podstawy Programowej i celami programu autorskiego

Lp	Cel ogólny	Cele programu autorskiego Uczeń potrafi:
1	Przygotowanie do świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne odgrywają kluczową rolę	<ul style="list-style-type: none"> ◆•nadawać nazwy obiektom matematycznym reprezentującym obiekty rzeczywiste i przyjmować założenia wyrażające ograniczenia w prostych sytuacjach; ☐•wskazywać sytuacje praktyczne, w których wiedza matematyczna jest niezbędna; ★•dostrzegać dziedziny matematyki przydatne w rozwiązywaniu zagadnień związanych z estetyzacją ludzkiego ciała.
2.	Przyswojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych	<ul style="list-style-type: none"> ◆ odczytywać, wyznaczać, określać, rysować obiekty matematyczne w co najmniej jeden typowy sposób; ◆ wskazywać, opisywać, porównywać, klasyfikować obiekty matematyczne według ustalonych i utrwalonych wzorców, ◆ wykonywać działania i obliczenia (w tym symboliczne i procentowe); ⚙ zastosować dobrze znaną definicję lub twierdzenie; ⚙ zaplanować kolejność wykonywania czynności, wprost wynikających z treści zadania, lecz nie mieszczących się w ramach rutynowego algorytmu; ☐ odczytywać i oszacowywać miary oraz zamieniać jednostki; ☐ wykorzystać urządzenia techniczne do rozwiązywania problemów matematycznych; ★ zastosować umiejętności matematyczne na zajęciach zawodowych.



3.	Przyzwyczajenie do typowych elementów rozumowań matematycznych w szczególności do stosowania takich pojęć jak: wniosek, dowód, przykład, kontrprzykład	<ul style="list-style-type: none">◆ przeprowadzić proste rozumowanie matematyczne;◆ wyciągać ogólne wnioski na podstawie zależności;⊛ stosować twierdzenie, które nie występuje w treści zadania;□ ocenić poprawność doboru argumentów oraz sposobów wnioskowania,★ wnikliwie analizować założenia, wyciągać wnioski; na podstawie sprawdzonych informacji, dowodzić swoich racji, podawać przykłady i kontrprzykłady.
4.	Wyrobiecie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania bądź otrzymanego wyniku obliczeń	<ul style="list-style-type: none">◆ uzasadnić celowość wyboru metody rozwiązania zadania PP;◆ analizować i interpretować dane i ocenić ich przydatność;□ dostrzegać sprzeczne informacje i błędy w rozumowaniach i obliczeniach;★ być krytycznym wobec dokonań i argumentacji swoich i innych.
5.	Wyrobiecie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania, klasyfikowania i krytycznego oceniania informacji (wyniku obliczeń), stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji	<ul style="list-style-type: none">◆ rozwiązywać typowe zagadnienia i oceniać przydatność wyników,◆ przeczytać tekst matematyczny zapisany z użyciem symboli;◆ wyszukać potrzebne informacje w podręczniku, tablicach matematycznych◆ rozumować przez analogie i stosować schemat identycznego rozumowania,⊛ przetwarzać informacje wyrażone w jednej postaci w postać ułatwiającą rozwiązanie problemu,□ krytycznie i wnikliwie analizować problem□ przewidzieć skutki swoich działań, stosować nowe procedury, technologie, urządzenia itp. adekwatne do zawodowych potrzeb.
6.	Kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania	<ul style="list-style-type: none">◆ prezentować wyniki nieskomplikowanych zagadnień używając języka matematyki;⊛ przejrzysto zapisywać przebieg i wynik obliczeń oraz uzyskaną odpowiedź;□ przedstawić za pomocą zwrotów języka naturalnego informacje zapisane językiem matematyki;★ posługiwać się na codzień zrozumiałym i precyzyjnym komunikatem werbalnym.

3. Materiał nauczania

Program nauczania matematyki opracowano przy założeniu, że w całym cyklu edukacyjnym jest 11 godzin nauki, w tym miesięczna praktyka w klasie III.

Ze względu na to, że nauka trwa cztery lata, a podręczniki przygotowane na trzy klasy wykorzystanie podręcznika jest następujące: w klasie I wykorzystuje się Podręcznik dla klasy 1, w klasie II - Podręcznik dla klasy 1 oraz Podręcznik dla klasy 2, w klasie III – Podręcznik dla klasy 2 oraz Podręcznik dla klasy 3, w klasie IV - Podręcznik dla klasy 3.

Tabela 3.1 Wykorzystanie podręcznika w kolejnych latach nauki

Klasa I	Klasa II	Klasa III	Klasa IV
☐ Logika, zbiory, liczby rzeczywiste	☐ Prosta w układzie współrzędnych	○ Wielomiany i wyrażenia wymierne	◆ Stereometria
☐ Planimetria i trygonometria	○ Okrąg i przekształcenia w układzie współrzędnych	○ Ciągi	◆ Elementy statystyki, kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa
☐ Potęgi, pierwiastki i wyrażenia algebraiczne		○ Potęgi i logarytmy	
☐ Równania i nierówności	○ Funkcja kwadratowa	◆ Figury na płaszczyźnie	◆ Powtórki
☐ Funkcje i funkcja liniowa			

- ☐ Podręcznik dla klasy 1
- Podręcznik dla klasy 2
- ◆ Podręcznik dla klasy 3

W Tabelach 3.2 – 3.5 zaprezentowano ramowy przydział godzin dla czterech klas w cyklu edukacyjnym

Tabela 3.2 Klasa I - 3h x 37 tygodni = 111h

Lp	Dział	Moduł	Liczba godzin	Liczba godzin
1	☐ Logika, zbiory, liczby rzeczywiste	1. Logika	3	27
		2. Zbiory	3	
		3. Ułamki	4	
		4. Liczby rzeczywiste	5	
		5. Proporcje	4	
		6. Procenty	4	
		Podsumowanie	4	
2.	☐ Planimetria i trygonometria	1. Podobieństwo	2	20
		2. Twierdzenie Talesa	3	
		3. Funkcje trygonometryczne	11	
		Podsumowanie	4	
3.	☐ Potęgi, pierwiastki i wyrażenia algebraiczne	1. Potęgi i pierwiastki	7	20
		2. Wyrażenia algebraiczne	9	
		Podsumowanie	4	



4.	☐ Równania i nierówności	1. Przedziały liczbowe	3	22
		2. Równania i nierówności liniowe	6	
		3. Wartość bezwzględna na osi	5	
		4. Równania kwadratowe	4	
		Podsumowanie	4	
5.	☐ Funkcje i funkcja liniowa	1. Funkcje	7	16
		2. Funkcja liniowa	5	
		Podsumowanie	4	
Godziny do dyspozycji nauczyciela			6	
Razem				111

Tabela 3.3 Klasa II - 2h x 37 tygodni = 74h

Lp	Dział	Moduł	Liczba godzin	Liczba godzin
1.	☐ Prosta w układzie współrzędnych	1. Prosta	7	22
		2. Układy równań	6	
		3. Nierówności z dwiema niewiadomymi	3	
		Podsumowanie	4	
2.	○ Okrąg i przekształcenia w układzie współrzędnych	1. Okrąg i koło	8	22
		2. Symetrie	7	
		3. Przesunięcie	3	
		Podsumowanie	4	
3.	○ Funkcja kwadratowa	1. Funkcja kwadratowa	19	23
		Podsumowanie	4	
Godziny do dyspozycji nauczyciela			7	
Razem				74

Tabela 3.4. Klasa III - 3h x 33 tygodnie = 99h

Lp	Dział	Moduł	Liczba godzin	Liczba godzin
1.	○ Wielomiany i wyrażenia wymierne	1. Wielomiany	9	30
		2. Wyrażenia wymierne	12	
		3. Proporcjonalność odwrotna	5	
		Podsumowanie	4	
2.	○ Ciągi	1. Ciągi	16	20
		Podsumowanie	4	
3.	○ Potęgi i logarytmy	1. Funkcja wykładnicza	8	17
		2. Logarytm	5	
		Podsumowanie	4	
4.	◆ Figury na płaszczyźnie	1. Figury na płaszczyźnie	16	20
		Podsumowanie	4	
Godziny do dyspozycji nauczyciela			8	
Razem				99



Tabela 3.5. Klasa IV - 3h x 29 tygodni = 87h

Lp	Dział	Moduł	Liczba godzin	Liczba godzin
1.	◆ Stereometria	1. Proste i płaszczyzny	3	27
		2. Wielościany	10	
		3. Bryły obrotowe	10	
		Podsumowanie	4	
2.	◆ Elementy statystyki, kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa	1. Elementy statystyki	9	26
		2. Kombinatoryka	3	
		3. Rachunek prawdopodobieństwa	10	
		Podsumowanie	4	
3.	◆ Powtórki	1. Powtórki przed maturą	28	28
Godziny do dyspozycji nauczyciela				6
Razem				87



4. Uszczegółowiona treść nauczania

Szczegółowa treść kształcenia została zaprezentowana przez odpowiednio: cele szczegółowe, materiał nauczania i założone osiągnięcia uczniów. Redagując rozdział dotyczący szczegółów treści nauczania wyeksponowano w Tabeli 4.1 te elementy celów, materiału i osiągnięć ucznia, które są ważne dla Projektu SKK.

Stosując znaczki możemy wyróżnić kategorie typu:

- ✓ Znajduje się w PP, ST_WYM (standardach wymagań), MKKE oraz jest istotny dla kształcenia w zawodzie;
- ◆ Nie występuje w PP i ST_WYM, ale jest ważny dla MKKE;
- Nie występuje w PP i ST_WYM, ale jest ważny dla kształcenia w zawodzie;
- ⇒ Występuje w PP dla wcześniejszych etapów kształcenia i jest ważny dla MKKE lub kształcenia w zawodzie.

Tabela 4.1 Uszczegółowiony zakres treści nauczania: Klasa I (*P*) oznacza poziom podstawowy wymagań.

Dział	Cele szczegółowe	Materiał nauczania	Założone osiągnięcia uczniów Uczeń:
1. Liczby rzeczywiste, logika, zbiory	<ul style="list-style-type: none"> ✓ zapoznanie się pojęciem definicji i twierdzenia; ✓ zapoznanie się z symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów; ⇒ przypomnienie pojęcia liczb pierwszych i złożonych; ⇒ przypomnienie cech podzielności liczb naturalnych oraz znajdowania NWD i NWW liczb naturalnych; ⇒ przypomnienie praw działań w zbiorze liczb rzeczywistych; ⇒ przypomnienie pojęcia i własności proporcji; ● stosowanie poznanych wzorów i zależności matematycznych do zadań o tematyce zawodowej; ⇒ przypomnienie pojęcia procentu; ✓ poznanie pojęcia punktu procentowego; ✓ poznanie pojęcia wartości bezwzględnej; ✓ poznanie pojęcia błędu bezwzględnego i 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ definicja, twierdzenie, twierdzenie odwrotne; ✓ zbiór, działania na zbiorach; ⇒ liczby naturalne i całkowite, ⇒ działania na liczbach naturalnych: pamięciowe, pisemne, przy użyciu kalkulatora, ⇒ liczby wymierne; rozwinięcia dziesiętne, ✓ liczby niewymierne, ✓ oś liczbowa; przedziały na osi liczbowej, ✓ wartość bezwzględna, ⇒ proporcja i jej własności; ◆ praktyczne zastosowania proporcji, ● stężenia i roztwory, ✓ procenty i punkty procentowe, ◆ praktyczne zastosowania procentów, ● kalkulacje kosztów, ✓ przybliżenia; ✓ błąd bezwzględny i błąd względny 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ podaje przykłady zdań w sensie logiki $-(P)$; ✓ posługuje się spójnikami logicznymi; ✓ buduje twierdzenie odwrotne do danego; ◆ podaje przykłady i kontrprzykłady; ✓ określa przynależność elementu do zbioru; ✓ podaje przykład zbioru i jego elementów $-(P)$; ✓ wyznacza część wspólną i sumę $-(P)$ oraz różnicę i dopełnienie zbiorów; ⇒ wskazuje w podanym zbiorze liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne $-(P)$; ⇒ stosuje cechy podzielności do znajdowania NWW i NWD $-(P)$; ⇒ sprawnie wykonuje działania na liczbach naturalnych, całkowitych, ułamkach $-(P)$; ● przeprowadza obliczenia kalkulacyjne dotyczące sytuacji zawodowej, ✓ stwierdza, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną czy niewymierną; ✓ wyznacza rozwinięcia dziesiętne liczb; ✓ stosuje pojęcie procentu w obliczeniach $-(P)$;



	<ul style="list-style-type: none"> ✓ względnego; szacownie wartości wyrażenia liczbowego. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ przybliżenia; szacowanie wartości liczbowych, ◆ miary, jednostki i ich zamiana. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ posługuje się pojęciem punktu procentowego; ⇒ wykorzystuje tabele i diagramy w prezentacji danych; ✓ oblicza wartość bezwzględną danej liczby; ✓ znajduje przybliżenie liczby z zadaną dokładnością $-(P)$; ✓ stosuje pojęcie błędu bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia; ✓ oszacowuje wartość wyrażenia liczbowego; • stosuje własności proporcji do obliczania stężeń mieszanin i roztworów; • sprawnie zamienia jednostki długości, pola powierzchni i objętości.
2. Planimetria i trygonometria	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ przypomnienie wiadomości o kątach i trójkątach; ⇒ przypomnienie pojęcia podobieństwa figur; ⇒ przypomnienie treści twierdzenia Talesa I twierdzenia Pitagorasa • wyrobienie umiejętności; dostrzegania i odmierzania proporcji; ✓ określenie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym; ✓ poznanie wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów: 30°, 45°, 60°; ✓ poznanie podstawowych związków między funkcjami tego samego kąta; ✓ rozwiązywanie zadań teoretycznych i w kontekście praktycznym o trójkątach prostokątnych z zastopowaniem poznanych twierdzeń i definicji. 	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ podobieństwo figur, skala podobieństwa; ⇒ cechy podobieństwa trójkątów; ⇒ twierdzenie Talesa; ✓ własności figur podobnych w zadaniach, w tym umieszczone w kontekście praktycznym; • złoty podział; • proporcje ciała i twarzy człowieka; ⇒ twierdzenie Pitagorasa; ✓ funkcje sinus, cosinus i tangens kąta ostrego; ✓ równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\tan x = a$ dla $0^{\circ} < x < 90^{\circ}$; ✓ proste związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego; ✓ wyznaczanie wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych; ✓ zastosowania trygonometrii w planimetrii; ✓ związki miarowe w figurach płaskich, również w zadaniach umieszczonych w kontekście praktycznym. 	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ wykonuje obliczenia związane ze skalą, planem i mapą $-(P)$; ⇒ podaje przykłady figur podobnych $-(P)$; • dzieli odcinek w danym stosunku $-(P)$; • sprawnie wykonuje obliczenia i rysunki dotyczące figur podobnych; ✓ znając długości boków trójkąta prostokątnego potrafi obliczyć funkcje trygonometryczne jego kątów $-(P)$; ✓ rozwiązuje trójkąt prostokątny, gdy znany jest długość jeden boku i miara kąta ostrego $-(P)$; ✓ rozwiązuje realistyczne zadania związane z twierdzeniem Talesa, podobieństwem trójkątów, twierdzeniem Pitagorasa i funkcjami trygonometrycznymi; ⇒ oszacowuje: odległości, pola powierzchni, miary kątów w figurach na płaszczyźnie.



<p>3. Potęgi, pierwiastki i wyrażenia algebraiczne</p>	<p>⇒ przypomnienie praw działań na pierwiastkach kwadratowych i potęgach o wykładniku naturalnym;</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym, wymiernym; ✓ zapoznanie pojęcia pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby nieujemnej; ✓ poznanie wzorów skróconego mnożenia 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ pierwiastki, ✓ potęgi liczb nieujemnych, ✓ pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej; ✓ potęga o wykładniku wymiernym i własności działań na potęgach; ✓ wzory skróconego mnożenia, w tym $(a \pm b)^3$ oraz $a^3 \pm b^3$, ✓ wielomiany: dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ oblicza wartość potęgi o danej podstawie i danym wykładniku naturalnym, całkowitym, wymiernym $-(P)$; ✓ wykonuje działania na potęgach $-(P)$; ⇒ zapisuje liczby w postaci notacji wykładniczej i odwrotnie $-(P)$; ♦ oszacowuje i porównuje wartości potęg i pierwiastków oraz wielkości ze świata rzeczywistego; ✓ wykonuje działania na pierwiastkach stopnia drugiego oraz trzeciego $-(P)$; ✓ usuwa niewymierność z mianownika ułamka; ✓ sprawnie posługuje się wzorami skróconego mnożenia, w tym do rozkładania sum na czynniki $-(P)$
<p>4. Równania i nierówności</p>	<p>⇒ przypomnienie pojęcia równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą i jego rozwiązywania ;</p> <p>⇒ przypomnienie sposobu rozwiązywania równań i nierówności liniowych;</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ poznanie metody rozwiązywania równań kwadratowych; ✓ poznanie sposobu algebraicznego i graficznego rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną typu: $x - a = b$, $x - a < b$, $x - a \geq b$ 	<p>⇒ pojęcie osi liczbowej;</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ rodzaje przedziałów na osi liczbowej; <p>⇒ równanie liniowe z jedną niewiadomą;</p> <p>⇒ nierówność liniowa z jedną niewiadomą;</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ równania kwadratowe z jedną niewiadomą, ✓ interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej; ✓ zadania tekstowe prowadzące do równań liniowych i kwadratowych 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ zaznacza na osi liczbowej przedziały określone koniunkcją lub alternatywą nierówności $-(P)$; ✓ wykonuje działania na przedziałach liczbowych; ⇒ rozwiązuje równanie i nierówność liniową z jedną niewiadomą i interpretuje je graficznie $-(P)$; ♦ określa i interpretuje geometrycznie równanie liniowe: oznaczone, nieoznaczone, sprzeczne; ♦ bada i argumentuje liczbę rozwiązań równania kwadratowego w zależności od wartości wyróżnika Δ ; ✓ rozwiązuje równania kwadratowe niepełne i pełne $-(P)$; ✓ rozwiązuje proste równanie i nierówność z wartością bezwzględną; ✓ zaznacza na osi liczbowej zbiory rozwiązań równań i nierówności typu $x - a = b$, $x - a < b$; ✓ rozwiązuje zadania realistyczne prowadzące do równania lub nierówności liniowej lub równania kwadratowego



5. Funkcje i funkcja liniowa	<p>⇒ przypomnienie pojęcia funkcji i pojęć; dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe</p> <ul style="list-style-type: none">✓ poznanie pojęcia monotoniczności funkcji, najmniejszej i największej wartości funkcji;✓ rozpoznawanie własności funkcji na podstawie jej wykresu;✓ interpretowanie i przetwarzanie informacji wyrażonych w postaci wzoru lub wykresu funkcji;✓ przesunięcie równoległe wykresu funkcji wzdłuż osi OX i OY;✓ przekształcanie wykresu funkcji przez symetrię względem osi OX i OY <p>⇒ przypomnienie informacji o proporcjonalności prostej;</p> <ul style="list-style-type: none">✓ zastosowanie własności funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego• zastosowanie wiadomości o funkcjach do praktyki zawodowej	<ul style="list-style-type: none">✓ różne sposoby określania funkcji,✓ odczytywanie własności funkcji z wykresu,• werbalizacja i wartościowanie własności funkcji w kontekście praktycznym,✓ proste przekształcenia wykresów funkcji liczbowych,✓ wykres funkcji $y=f(x+a)$, $y=f(x)+a$, $y=-f(x)$, $y=f(-x)$ na podstawie wykresu funkcji $y=f(x)$.✓ funkcja liniowa,✓ interpretacja współczynników we wzorze funkcji liniowej,• proporcjonalność prosta w kontekście praktycznym i zawodowym	<ul style="list-style-type: none">✓ opisuje funkcję grafem, wzorem, tabelką, wykresem, słowami;✓ podaje przykłady funkcji $-(P)$;✓ określa własności funkcji na podstawie jej wykresu: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały monotoniczności, zbiory w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie lub ujemne $-(P)$, wartość najmniejszą i największą;✓ sporządza wykres funkcji spełniającej podane warunki;• werbalizuje: odczytuje i interpretuje informacje na podstawie wykresów funkcji dotyczące różnych zjawisk, np. chemicznych;✓ podaje opis matematyczny zależności dwóch zmiennych w postaci funkcji;✓ na podstawie wykresu funkcji $f(x)$ szkicuje wykresy funkcji : $y=f(x)+a$ $-(P)$, $y=f(x)+a$, $y=-f(x)$, $y=f(-x)$; <p>⇒ sporządza wykres proporcjonalności prostej;</p> <ul style="list-style-type: none">• stosuje w zadaniach praktycznych i zawodowych proporcjonalność prostą;✓ sporządza wykres funkcji liniowej i odczytuje własności funkcji na podstawie wykresu $-(P)$;✓ wykorzystuje interpretację współczynników liczbowych we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań
------------------------------	--	--	--



Tabela 4.2 Uszczegółowiony zakres treści nauczania: Klasa II-(P) oznacza poziom podstawowy wymagań

Dział	Cele szczegółowe	Materiał nauczania	Założone osiągnięcia uczniów Uczeń:
1. Prosta w układzie współrzędnych	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ przypomnienie odczytywania współrzędnych punktów i zaznaczania punktów o danych współrzędnych na płaszczyźnie kartezjańskiej; ⇒ przypomnienie metody rozwiązywania układów równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi; ✓ opisywanie zbiorów punktów za pomocą układów nierówności stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi; ✓ badanie wzajemnego położenia prostych, w tym równoległości i prostopadłości prostych 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ odległość punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej; ✓ współrzędne środka odcinka; ✓ równanie prostej w postaci ogólnej; ✓ wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie; ✓ proste równoległe i proste prostopadłe; ⇒ równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; ⇒ układ równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi; metody jego rozwiązania i interpretacja geometryczna; ✓ nierówność stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi i jej obraz graficzny; ✓ układy nierówności stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi i ich obraz graficzny; 	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ zaznacza dane punkty w układzie współrzędnych $-(P)$; ✓ oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych $-(P)$; ✓ wyznacza współrzędne środka odcinka $-(P)$; ✓ rysuje prostą daną wzorem ogólnym i określa jej położenie względem osi OX i OY $-(P)$; ✓ pisze równanie prostej równoległej do osi OX lub OY, przechodzącej przez dany punkt; ✓ przekształca równanie kierunkowe prostej na ogólne i odwrotnie $-(P)$; ✓ pisze równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym i przechodzącej przez dany punkt $-(P)$; ✓ pisze równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty o danych współrzędnych $-(P)$; ◆ na podstawie równań kierunkowych wskazuje i argumentuje wzajemne położenie prostych, ✓ stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych w zadaniach; ✓ rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i graficzną $-(P)$; ✓ podaje przykłady par liczb spełniających nierówność stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi; ✓ rysuje półpłaszczyznę określoną za pomocą nierówności $-(P)$;



<p>2. Okrąg i przekształcenia w układzie współrzędnych</p>	<p>⇒ przypomnienie definicji okręgu, koła i ich ilustracje rysunkiem;</p> <ul style="list-style-type: none">✓ wyznaczenie współrzędnych środka i promienia okręgu;✓ zapisywanie równania okręgu o zadanych własnościach; <p>⇒ przypomnienie konstrukcji symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta;</p> <ul style="list-style-type: none">• wyrobienie spostrzegawczości rozróżniania figur osiowo i środkowo symetrycznych;✓ wyznaczenie obrazu figury w symetrii względem osi OX i OY, w symetrii środkowej względem punktu (0,0), w przesunięciu o wektor $[p, q]$	<ul style="list-style-type: none">✓ równanie okręgu;✓ wzajemne położenie prostej i okręgu;✓ wzajemne położenie dwóch okręgów;✓ koło; ilustracja nierówności; <p>⇒ oś symetrii figury geometrycznej;</p> <p>⇒ figury osiowo-symetryczne;</p> <p>⇒ środek symetrii figury geometrycznej;</p> <p>⇒ figury środkowo-symetryczne;</p> <ul style="list-style-type: none">✓ wektor w układzie współrzędnych;✓ współrzędne i długość wektora;✓ przesunięcie wykresu funkcji o wektor	<ul style="list-style-type: none">✓ rysuje okrąg o równaniu podanym w postaci $(x-a)^2+(x-b)^2=r^2-(P)$;✓ przekształca równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytuje współrzędne środka i promień okręgu;✓ wyznacza równanie okręgu o zadanych własnościach;✓ wyznacza współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;• określa i argumentuje wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami;✓ wyznacza współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów;• podaje przykłady i kontrprzykłady figur osiowo i środkowo symetrycznych z życia wziętych $-(P)$; <p>⇒ konstrukcyjnie wyznacza oś symetrii prostej figury;</p> <p>⇒ rozwiązuje zadania konstrukcyjne z zastosowaniem wiedzy o figurach osiowosymetrycznych;</p> <p>⇒ wyznacza obraz figury w symetrii względem danego punktu $-(P)$;</p> <ul style="list-style-type: none">✓ przesuwa wykres funkcji $y=f(x)$ o wektor $[p, q]$ i zapisuje wzór obrazu
--	--	---	--



3. Funkcja kwadratowa	<ul style="list-style-type: none">✓ poznanie definicji trójmianu kwadratowego i jego własności;✓ przedstawianie trójmianu kwadratowego w różnych postaciach;✓ szkicowanie wykresów funkcji kwadratowej i ich przekształcanie;✓ poznanie metody rozwiązywania nierówności kwadratowych;✓ korzystanie z wykresu funkcji i jej własności do rozwiązywania zadań	<ul style="list-style-type: none">✓ jednomian kwadratowy, trójmian kwadratowy;✓ przekształcenia wykresów funkcji kwadratowych;✓ postać ogólna i kanoniczna funkcji kwadratowej;✓ miejsca zerowe funkcji kwadratowej i jej postać iloczynowa;✓ najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;✓ zadania optymalizacyjne;✓ nierówności kwadratowe;✓ zadania, w tym w kontekście praktycznym, prowadzące do równań i nierówności kwadratowych	<ul style="list-style-type: none">✓ odróżnia wzór funkcji kwadratowej i jego poszczególne współczynniki liczbowe - (P);✓ sporządza wykres funkcji kwadratowej i omawia jej własności - (P);✓ wyznacza współrzędne wierzchołka paraboli i jej postać kanoniczną;✓ wyznacza miejsca zerowe funkcji kwadratowej i jej postać iloczynową - (P);✓ wyznacza wzór ogólny na podstawie wykresu funkcji kwadratowej;✓ sprawnie zamienia postaci funkcji kwadratowej;✓ rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe - (P);✓ wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale;✓ rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań, nierówności kwadratowych;✓ rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym prowadzące do badania funkcji kwadratowej;✓ rozwiązuje układy równań prowadzące do równań kwadratowych;◆ rozpoznaje i interpretuje zjawiska z życia codziennego opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej
-----------------------	--	---	--



Tabela 4.3 Uszczegółowiony zakres treści nauczania: Klasa III-(P) oznacza poziom podstawowy wymagań

Dział	Cele szczegółowe	Materiał nauczania	Założone osiągnięcia uczniów Uczeń:
1. Wielomiany i wyrażenia wymierne	<ul style="list-style-type: none"> ✓ poznanie definicji wielomianu stopnia n jednej zmiennej; ✓ stosowanie twierdzenia o równości wielomianów; ✓ poznanie pojęcia pierwiastka wielomianu i jego krotności; ✓ rozkładanie wielomianów na czynniki; ✓ rozwiązywanie równań wielomianowych, ✓ poznanie definicji funkcji wymiernej; ◆ wyznaczanie dziedziny funkcji wymiernej, zrozumienie pojęcia „wyjątek”; ✓ obliczanie wartości liczbowej wyrażenia wymiernego; ✓ skracanie, rozszerzanie, dodawanie, odejmowanie, mnożenia i dzielenie wyrażen wymiernych; ✓ szkicowanie wykresu proporcjonalności odwrotnej, ⇒ rozwiązywanie zadań w kontekście praktycznym związane z proporcjonalnością odwrotną; ✓ rozwiązywanie prostych równań wymiernych 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ wielomian jednej zmiennej stopnia n; ✓ równość wielomianów; ✓ dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów; ✓ pierwiastek wielomianu, ✓ rozkład wielomianu na czynniki, ✓ równania wielomianowe; ✓ zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych; ✓ funkcja wymierna, dziedzina funkcji wymiernej; ✓ działania na wyrażeniach wymiernych; ⇒ proporcjonalność odwrotna i jej własności; ✓ funkcja $f(x) = \frac{1}{x}$; ✓ proste równania wymierne 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ rozpoznaje wielomian jednej zmiennej, jego stopień $-(P)$, ✓ dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany $-(P)$; ✓ rozkłada wielomian na czynniki stosując: wzory skróconego mnożenia, wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias $-(P)$, grupowanie wyrazów; ✓ sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu $-(P)$; ✓ znajduje pierwiastki wielomianu zapisanego w postaci czynników liniowych i kwadratowych $-(P)$; ✓ rozwiązuje równania wielomianowe i zadania tekstowe prowadzące do nich; ✓ rozwiązuje zadania o wielomianach stosując poznane definicje, twierdzenia i własności; ◆ wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną $-(P)$ i przeprowadza argumentację; ✓ oblicza wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości $-(P)$; ✓ skraca i rozszerza wyrażenia wymierne; ✓ dodaje, odejmuje, mnoży, dzieli wyrażenia wymierne; ✓ kreśli wykresy funkcji $y = \frac{a}{x} \quad -(P),$ $y = \frac{a}{x-p} + q \quad \text{i}$ <p>omawia ich własności;</p>



			<ul style="list-style-type: none">✓ rozwiązuje równanie wymierne w postaci proporcji $-(P)$;⇒ rozwiązuje zadania z proporcjonalnością prostą i odwrotną;♦ dostrzega różnicę pomiędzy proporcjonalnością prostą i odwrotną;✓ rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym prowadzące do prostych równań wymiernych
2. Ciągi	<ul style="list-style-type: none">✓ poznanie definicji ciągu i sposobów jego opisywania;✓ badanie monotoniczności ciągu;✓ poznanie definicji i własności ciągu arytmetycznego;✓ poznanie definicji i własności ciągu geometrycznego;✓ stosowanie w zadaniach wzorów na: n-ty wyraz ciągu arytmetycznego/geometrycznego, sumę n początkowych wyrazów ciągu, arytmetycznego/geometrycznego średnią arytmetyczną/ geometryczną;✓ poznanie pojęcia procentu prostego i składanego♦ rozwiązywanie zadań w kontekście praktycznej oceny dotyczących lokat i kredytów	<ul style="list-style-type: none">✓ określenie ciągu, ciąg liczbowy;✓ sposoby opisywania ciągów;✓ monotoniczności ciągu;✓ ciąg arytmetyczny;✓ ciąg geometryczny;✓ oprocentowanie lokat i kredytów	<ul style="list-style-type: none">✓ podaje przykład ciągu liczbowego, arytmetycznego/geometrycznego $-(P)$;✓ wyznacza wyrazy ciągu na podstawie wzoru ogólnego $-(P)$;✓ określa ciąg wzorem ogólnym;✓ rysuje wykres ciągu i podaje jego własności;♦ werbalizuje własności ciągów;✓ bada monotoniczności ciągu;✓ bada czy dany ciąg jest arytmetyczny/geometryczny;✓ wyznacza kolejny wyraz ciągu mając dany pierwszy wyraz i różnicę/ iloraz $-(P)$;✓ wyznacza ciąg arytmetyczny/geometryczny na podstawie wskazanych danych;✓ wyznacza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego/geometrycznego;✓ rozwiązuje zadania tekstowe, również umieszczone w kontekście praktycznym stosując wzory na n-ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu



			<p>arytmetycznego i geometrycznego;</p> <ul style="list-style-type: none">♦ stosuje procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów $-(P)$: podejmuje decyzje na podstawie otrzymanych wyników
3. Potęgi i logarytmy	<ul style="list-style-type: none">✓ przypomnienie własności działań na potęgach o wykładnikach rzeczywistych;✓ wykonywanie działań na potęgach;✓ poznanie pojęcia i własności funkcji wykładniczej;✓ stosowanie własności funkcji wykładniczej w zadaniach;✓ poznanie pojęcia logarytmu;✓ poznanie własności logarytmów i ich zastosowanie w rozwiązywaniu zadań	<ul style="list-style-type: none">✓ potęga o wykładniku rzeczywistym;✓ funkcja wykładnicza i jej własności;✓ logarytm i jego własności	<ul style="list-style-type: none">✓ sprawnie wykonuje działania na potęgach o wykładniku wymiernym $-(P)$ i rzeczywistym;♦ oszacowuje i porównuje wartości potęg i pierwiastków;✓ stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań;✓ sporządza wykres funkcji wykładniczej $-(P)$;✓ przekształca wykresy funkcji wykładniczych;♦ stosuje własności funkcji wykładniczej w zadaniach umieszczonych w kontekście praktycznym i wartościowuje wyniki obliczeń;♦ dostrzega różnicę między wzrostem i zanikiem liniowym a wykładniczym;✓ oblicza logarytm liczby dodatniej $-(P)$;✓ stosuje własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań



4. Planimetria	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ przypomnienie wiadomości podstawowych figurach na płaszczyźnie; ✓ poznanie twierdzenia o związkach miarowych między odcinkami stycznych i siecznych; ✓ poznanie twierdzenia o linii łączącej środki ramion trapezu ✓ rozwiązywanie zadań dotyczących związków miarowych podstawowych figur płaskich z zastosowaniem poznanych twierdzeń i trygonometrii 	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ kąt, rodzaje kątów; ⇒ okrąg i koło – obwód i pole, ⇒ kąty wpisane i środkowe; ⇒ łamana i wielokąt; ⇒ budowa, rodzaje trójkątów –obwód i pole; ⇒ okrąg wpisany w trójkąt i okrąg opisany na trójkącie; ⇒ podział czworokątów; ⇒ budowa, własności: trapezu, równoległoboku, rombu, prostokąta, kwadratu, deltoidu – obwód i pole; ✓ związki miarowe między miarami kątów, długościami odcinków w kole i wielokątach 	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ wskazuje w wielokącie boki, przekątne, wysokości, kąty wewnętrzne i zewnętrzne, kąty między odcinkami - (P); ✓ stosuje zależności między kątami wpisanymi i środkowymi w okręgu -(P); ✓ rozwiązuje zadania, stosując związki między polem trójkąta, długością jego boków, promieniem okręgu wpisanego lub promieniem okręgu opisanego na trójkącie; ✓ oblicza: miary kątów wewnętrznych czworokąta, długości jego boków, długości przekątnych, pole i obwód -(P); ✓ rozwiązuje zadania teoretyczne i praktyczne, w tym wykorzystuje elementy geometrii analitycznej i trygonometrii
----------------	--	--	--

Tabela 4.4 Uszczegółowiony zakres treści nauczania: Klasa IV $-(P)$ oznacza poziom podstawowy wymagań

Dział	Cele szczegółowe	Materiał nauczania	Założone osiągnięcia uczniów Uczeń:
1. Stereometria	<ul style="list-style-type: none"> ✓ poznanie wzajemnego położenia prostych i płaszczyzn w przestrzeni; ✓ rysowanie figury w rzucie równoległym na płaszczyznę; ✓ wyznaczanie kąta między prostą a płaszczyzną i kąta dwuściennego; ⇒ przypomnienie wiadomości o graniastoslupach, ostrosłupach i bryłach obrotowych; ✓ rozwiązywanie zadań teoretycznych i praktycznych dotyczących budowy i związków miarowych w graniastoslupach, 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni; ✓ kąt prostej z płaszczyzną; ✓ kąt dwuścienny; ⇒ graniastoslupy - podział, pole powierzchni i objętość; ⇒ ostrosłupy - podział, pole powierzchni i objętość; ⇒ walec, stożek kula - pole powierzchni i objętość ⇒ jednostki objętości i ich zamiana 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ określa wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni; ✓ rozpoznaje rodzaje brył: sześciian, prostopadłościan, graniastoslup, ostrosłup, walec, stożek, kula -omawia ich budowę $-(P)$; ✓ poprawnie rysuje wielościany i bryły obrotowe $-(P)$; ✓ wskazuje i oblicza kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami ; ⇒ rysuje siatki poznanych figur przestrzennych; ✓ oblicza pole powierzchni i objętość poznanych brył, w tym stosuje tw. Pitagorasa i funkcje trygonometryczne –



	ostrosłupach i bryłach obrotowych		(<i>P</i>); ✓ rozwiązuje zadania dotyczące pól i objętości poznanych brył z zastosowaniem trygonometrii; ✓ stosuje poznane pojęcia i wzory do rozwiązywania zadań praktycznych; ♦ szacowanie miar objętości, długości, pól powierzchni, miar kątów
2.Elementy statystyki, kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none">✓ zbieranie i klasyfikowanie danych statystycznych;✓ obliczanie średniej z próby, mediany z próby, odchylenia standardowego z próby,✓ interpretowanie obliczonych parametrów statystycznych;✓ zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych;✓ poznanie zasady mnożenia i metody drzewa;✓ obliczanie liczby permutacji, wariacji i kombinacji;✓ rozwiązywanie zadań kombinatorycznych;✓ określanie zbioru zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego i jego mocy oraz zbioru zdarzeń sprzyjających danemu zdarzeniu i jego mocy;✓ wykonywanie działań na zdarzeniach losowych;✓ stosowanie w zadaniach klasycznej definicji prawdopodobieństwa i własności♦ poznanie związku między teorią matematyczną a praktycznym życiem	<ul style="list-style-type: none">✓ dane statystyczne i ich klasyfikacja;✓ średnie;✓ mediana;✓ odchylenie standardowe;✓ zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych;✓ zasada mnożenia;✓ graf w postaci drzewa;✓ symbol silni;✓ permutacje, wariacje i kombinacje;✓ doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych,✓ zdarzenie; działania na zdarzeniach;✓ pojęcie i własności prawdopodobieństwa;✓ klasyczna definicja prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none">✓ odczytuje i interpretuje dane z tabel, diagramów, wykresów $-(P)$;✓ przedstawia dane w postaci tabel, diagramów i wykresów;✓ oblicza średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, odchylenie standardowe z próby $-(P)$;✓ przeprowadza analizę ilościową przedstawionych danych;♦ porównuje i określa zależności między danymi;✓ zlicza obiekty w prostych sytuacjach niewymagających wzorów kombinatorycznych $-(P)$;✓ rozwiązuje zadania posługując się zasadą mnożenia i grafami w postaci drzewa;✓ stosuje symbol silni $-(P)$ i oblicza liczbę permutacji, wariacji i kombinacji w zadaniach tekstowych;✓ określa zbiór i liczbę zdarzeń przestrzeni zdarzeń elementarnych oraz zbiór i liczbę zdarzeń sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu;✓ oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa $-(P)$, własności prawdopodobieństwa, działania na zdarzeniach, graf w postaci drzewa;♦ rozwiązuje zadania o tematyce praktycznej; podejmuje decyzję na podstawie obliczeń



5. Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych

Obserwacja uczniów na lekcji a także wyniki sprawdzianów wewnętrznych i zewnętrznych pozwalają zauważyć słabe strony umiejętności matematycznych:

- stosunkowo niewielu uczniów potrafi podać kompletne rozwiązanie zadania, wielu rozpoczyna lub rozwiązuje je częściowo;
- dużą trudność stanowi stawianie hipotez, formułowanie wniosków, opinii, czy jednoznaczna ocena własnych wyników;
- gorzej uczniowie radzą sobie z zadaniami długimi- wymagającymi cierpliwości w rozpoznaniu problemu jak i sformułowaniu rozwiązania, czy trudnymi – wymagającymi abstrakcyjnego myślenia, analizy lub uogólniania.

Omawiając sposoby osiągnięcia celów edukacyjnych wzięto pod uwagę aspekty szczególnie ważne w programie SKK, które uwzględniają powyższe problemy.

Wprowadzanie nowych pojęć

Rozumienie terminów i pojęć matematycznych (W1) jest jednym z zasadniczych elementów MKKE. Należy zwrócić uwagę na:

- kontekst wprowadzanego pojęcia, odniesienie do ugruntowanej wiedzy ucznia, związek z praktycznym życiem, podobieństwa i różnice do znanych pojęć;
- podawanie przez uczniów przykładów i kontrprzykładów, sprawdzanie warunków, założeń, sensu i znaczenia wartości liczbowych;
- możliwości wykorzystania zdefiniowanego pojęcia;
- sposoby i techniki zapamiętania przez ucznia nowych wiadomości.

Dobór zadań

Biorąc pod uwagę wszystkie MKKE, dotyczące zarówno wiedzy (W), umiejętności (U), postaw (P), a także przydatność matematyki do nauki zawodu fryzjer proponuję położyć nacisk na:

- ♦ różnorodność form i sposobów prezentacji zadania, np. tekst, tabelka, krzyżówka, tekst z lukami, rysunek, diagram, model, podręcznik, Internet, plik, tablica ogłoszeń – rozwijają U4;
- ♦ stopniowanie stopnia trudności, indywidualizację wymagań, możliwość wyboru zadania przez ucznia –rozwija W5, P2;
- ♦ osadzanie tematyki zadań w realiach młodzieżowych, zawodowych, z życia wziętych – rozwija U1;
- ♦ polecenia w zadaniach takie, jak: Czy...?, Wybierz..., Podaj..., Ustaw..., Uzasadnij... -rozwijają P1, P3.

Dbalność o język

Korzystanie z tekstu matematycznego (U4), Przekazywanie komunikatów stosując język matematyczny (U3) jest problemem wielu uczniów. Powinniśmy zatem zwrócić uwagę na:

- rozwiązywanie zadań wymagające czytania, analizowania, dyskusowania;

- budowanie przez uczniów pytań, zadań, poleceń, ocen;
- swobodę wypowiedzi ucznia, ale też wzajemne poprawianie błędów.

Umiejętność uczenia się

Kompetencja ta powinna być rozwijana w oparciu o motywowanie ucznia i okazywaną wiarę nauczyciela w możliwości ucznia. Uczeń powinien odczuwać przyjacielską troskę nauczyciela i swoją bezpośrednią odpowiedzialność za proces edukacji. Pomocne przy tym będą:

- zaprezentowanie np.: planu przebiegu lekcji, planu realizacji działu materiału, czy kalendarium sprawdzianów, z omówieniem jego przebiegu i oceną – rozwija P1;
- elementy pracy samodzielnej ucznia na lekcji lub zajęciach dodatkowych wspierane pozytywnymi uwagami nauczyciela lub pomocą innego ucznia – rozwija P2;
- zaproponowanie uczniom dopingujących form pracy, takich jak np. indywidualne prace domowe, zeszyty ćwiczeń, systematyczne kartkówki, klasowe konkursy zadaniowe, system punktowy czy „plusowy” oceniania prac, pochwały, także wobec klasy, wychowawczy czy rodziców – rozwija P3;
- wnikliwa słowna analiza efektów pracy ucznia (sprawdzianu, pracy domowej, odpowiedzi przy tablicy) - nauczyciel omawia zalety, wymienia braki, proponuje formy naprawcze, pyta ucznia o jego samoocenę i wnioski – rozwijają P1, P2, P3.

Propozycje metod

Nauczyciel, mając na uwadze stawiane sobie i uczniom cele, dobiera metody i techniki przydatne na lekcji. Wśród licznych metod i form pracy szczególnie przydatnych w rozwijaniu MKKE na uwagę zasługują:

- **projekt edukacyjny** – pozwala na wykorzystanie zdobytej wiedzy do rozwijania rzeczywistych problemów praktycznych przez grupę uczniów o różnym poziomie osiągnięć matematycznych z wykorzystaniem talentów i uzdolnień poszczególnych członków zespołu; metoda ta podnosi samoocenę, pozwala na samodzielne przedsięwzięcia na rzecz środowiska; rozwija W2, W3, U1;
- **mapa mentalna** – pozwala na wizualne przedstawienie treści wybranego zakresu, tematu. Może być wykorzystana do pracy z tekstem. Przydatna w matematyzowaniu sytuacji rzeczywistych, metoda ta pozwala na dogłębną analizę zawartości tekstu; rozwija W4, U4;
- **wykład ilustrowany** – prezentacja wzorów formułowania problemów, wzorcowych sposobów rozwiązań, syntetycznego definiowania, sposobu myślenia nauczyciela, powiązana z wizualizacją odwołującą się do różnych typów sensomotorycznych, z indywidualną możliwością powtórzeń i zadawania pytań. Metoda pokazująca jasność wyводу, pozwala na wprowadzenie nowych wiadomości; rozwija W1, U2, U3;
- **ćwiczenia połączone z dyskusją** – wyzwalają aktywność twórczą, pozwalają dostrzegać zastosowania zdobytej wiedzy, rozwijają umiejętności argumentowania i podejmowania decyzji. Metoda zachęcająca do prezentacji swojego zdania, rozwija W3, U1, U3, U4, P2, P3;
- **karta pracy ucznia** – pozwala indywidualizować pracę ucznia, umożliwia systematyczne ćwiczenia, motywuje bezpośrednio ucznia do pracy. Metoda ta daje informację o postępach, rozwija W2, W3, U1, P2.

6. Oczekiwane osiągnięcia ucznia i propozycje metod ich oceny

W codziennej praktyce obserwujemy ucznia w wielu sytuacjach. Mając na względzie MKKE oceniamy przede wszystkim umiejętność zastosowania przez ucznia swojej wiedzy do rozwiązania problemu praktycznego. Obejmuje to: prace pisemne, odpowiedzi ustne, prezentacje, pracę w grupach, prace badawcze i projektowe, udział w konkursach, pomoc koleżeńską i inne.

Uczeń w szkole i poza nią podejmuje różne działania, które należy uwzględnić przy ocenie osiągnięć z matematyki:

- jego zaangażowanie i organizację pracy,
- rodzaj wykonywanej pracy, stopień samodzielności;
- rodzaj zadań (stopień trudności, zakres wymagań), które umie rozwiązać.

Przy budowaniu treściowej skali ocen z matematyki proponuję przyjąć ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia:

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- * Intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- * Rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- * Rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- * Potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;

Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- ◆ Podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- ◆ Podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- ◆ Wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- ◆ Zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- ◆ Sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- ◆ Korzysta z kalkulatora;
- ◆ Zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- ◆ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- ◆ Naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- ◆ Samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- ◆ Sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- ♦ Przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- ♦ Zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- ♦ Intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- ♦ Wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- ♦ Zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- ♦ Rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- ♦ Rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- ♦ Ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- Zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- Posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- Samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- Przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- Korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- Stosuje nowe twierdzenia;
- Ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);
- Zna dowody twierdzeń objętych programem;
- Rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- Skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- Analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- Rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych.

Stopień celujący:

Uczeń:

- ❖ Analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- ❖ Zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- ❖ Potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- ❖ Zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- ❖ Buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- ❖ Stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- ❖ Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- ❖ Uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.



Według profesora Bolesława Niemierko wymagania programowe wobec ucznia sformułowane są na następujących poziomach:

- wymagania konieczne - K
- wymagania podstawowe - P
- wymagania rozszerzające - R
- wymagania dopełniające - D
- wymagania wykraczające - W

Proponuję za autorami podręcznika „*Matematyka w otaczającym nas świecie*” sformułowanie wymagań na trzech poziomach:

- wymagania podstawowe (*P*) – zawierają wymagania: K + P
 - obejmują wiadomości i umiejętności całkowicie niezbędne w dalszej nauce, stosunkowo łatwe do opanowania i bezpośrednio użyteczne w życiu codziennym i pracy zawodowej,
 - spełnienie wymagań pozwala uzyskać stopień dostateczny,
- wymagania ponadpodstawowe (*PP*) – zawierają wymagania R + D
 - obejmują wiadomości i umiejętności bardzo przydatne, ale nie niezbędne w dalszej nauce, stosunkowo trudniejsze do opanowania i pośrednio użyteczne w życiu codziennym i pracy zawodowej,
 - spełnienie wymagań pozwala uzyskać stopień bardzo dobry
- wymagania wykraczające (*W*) – zawierają wymagania W
 - obejmują wiadomości i umiejętności spoza programu, stosunkowo trudne do opanowania, np. wymagające dowodzenia lub budowania złożonych modeli matematycznych,
 - spełnienie wymagań pozwala uzyskać stopień celujący.

Oczekiwane osiągnięcia ucznia zostały przedstawione w rozdziale 4 w Tabeli 4.1 w kolumnie: Założone osiągnięcia ucznia. Obejmują one wymagania podstawowe (*P*) i ponadpodstawowe (*PP*) w odniesieniu do klas i działów tematycznych.

Budując sprawdziany proponuję za autorami podręcznika „*Matematyka w otaczającym nas świecie*”

Ogólne zasady układania zestawów zadań na prace pisemne:

- ♦ około 60% zadań w zestawie powinno dotyczyć wymagań podstawowych (*P*), których spełnienie umożliwi otrzymanie oceny dostatecznej;
- ♦ opanowanie przez ucznia powyżej 50% materiału obejmującego wymagania podstawowe (*P*) uznaje się za spełnienie wymagań koniecznych, umożliwiających otrzymanie oceny dopuszczającej;
- ♦ około 40% zadań w zestawie powinno dotyczyć wymagań ponadpodstawowych (*PP*), umożliwiających uzyskanie oceny dobrej i bardzo dobrej.

Propozycja oceniania uwzględniająca dostosowany do możliwości uczniów Wewnętrzny System Oceniania w ZSOW w Lublinie:

Tabela 6. Zasady przeliczania punktów na stopnie szkolne

Zakres wymagań podstawowych (<i>P</i>)	Zakres wymagań ponadpodstawowych (<i>PP</i>)	Stopień
0% – 50% możliwych punktów		niedostateczny
51% – 80% możliwych punktów		dopuszczający
81% – 100% możliwych punktów		dostateczny
	0% – 50% możliwych punktów	dobry
	51% – 100% możliwych punktów	bardzo dobry
Uczeń uzyskał powyżej 90% punktów wymagań ponadpodstawowych (<i>PP</i>) i rozwiązał zadanie z zakresu wymagań wykraczających (<i>W</i>)		celujący

7. Informacja o oprzyrządowaniu programu – środki dydaktyczne

Realizacja prezentowanego programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki opiera się na szeregu istotnych elementów. W jej zakres wchodzi zarówno wyposażenie sali lekcyjnej, jak również pomoce dla nauczyciela i ucznia.

Tabela 9.1 prezentuje aktualne środki na wyposażeniu pracowni i nauczyciela przystępującego do programu oraz środki brakujące do realizacji celów MKKE. Natomiast w Tabeli 9.2 ujęto zaplanowane wyposażenie ucznia uczestniczącego w programie.

Tabela 7.1 Niezbędne wyposażenie pracowni i nauczyciela matematyki realizującego program KKK

Lp	Niezbędne do realizacji programu KKK z matematyki	Środki na wyposażeniu	Brakujące środki
1	Podręcznik, zbiór zadań, opracowania metodyczne (testy, sprawdziany, plany, płyty komputerowe)	„ <i>Matematyka w otaczającym nas świecie</i> ” A.Cewe, Wydawnictwo Podkowa	„ <i>Matematyka, zakres podstawowy</i> ” K. Kłaczkow, Oficyna Edukacyjna Pazdro
2.	Zbiór zadań maturalnych	„ <i>Matura z matematyki od roku 2010</i> ”, A.Cewe, Wydawnictwo Podkowa	„ <i>Obowiązkowa matura, poziom podstawowy, Testy maturalne, Matematyka</i> ” Wyd. AKSJOMAT
3.	Edukacyjne programy komputerowe	Komputery	Stały ekran
		Internet	Notebook
		Płyta „ <i>Multimedialne lekcje - matematyka</i> ”	Drukarka laserowa wielofunkcyjna
4.	Środki wizualne	Plansze matematyczne	Rzutnik multimedialny
		Modele brył i przyrząd do brył obrotowych	Nowości na rynku programów edukacyjnych
			Stojak pod projektor
5.	Wyposażenie klasyczne	Biała oraz pokratkowana tablica	Modele graniastosłupów z przekątnymi
		Kolorowe pisaki	Wizualizer
		Tablice matematyczne	Zestaw przyborów geometrycznych (na przyssawki/pisaki)
		Przybory geometryczne	Kalkulatory proste (15 sztuk)
		Papier do drukarki	Pisaki suchociężalne



Tabela 7.2 Wyposażenie dla ucznia niezbędne do realizacji programu KKK z matematyki

Lp	Nazwa	Opis		
1	Podręcznik dla klasy 1,2,3	„Matematyka w otaczającym na świecie „ -zakres podstawowy	Cewe A., Krawczyk M., Kruk M., Nahorska H., Pancer I., Ropela R.	Wydawnictwo Podkowa, Gdańsk 2009
2	Zbiór zadań dla klasy 1,2,3	„Zbiór zadań, Matematyka w otaczającym nas świecie „ - zakres podstawowy	Cewe A., Nahorska H.	Wydawnictwo Podkowa, Gdańsk 2009
3	Zbiór zadań maturalnych	„Matura z matematyki od roku 2010” „ -zakres podstawowy	Cewe A., Nahorska H.	Wydawnictwo Podkowa, Gdańsk 2009
4.	Kalkulator	Prosty		
5.	Pendrive	2 - 4 Gb		
5.	Zeszyty	W kratkę, A5, 100 stron (2 na rok szkolny)		
6.	Przybory szkolne	Długopis, ołówek, gumka, linijka (20cm), cyrkiel (1 na rok szkolny)		

8. Projekt ewaluacji programu

Ewaluacja programu nauczania będzie prowadzona przez cały czas jego realizacji, na koniec realizacji oraz po pewnym czasie od realizacji (np. po egzaminie maturalnym). Ewaluację przeprowadzą:

- realizujący program,
- dyrekcja szkoły,
- osoby nadzorujące realizację założeń projektu „Szkoła Kluczowych Kompetencji - Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej”.

Planowany jest klasyczny model ewaluacyjny ukierunkowany na wyniki nauczania uzyskiwane w pracy z danym programem. Badane będą cele kształcenia (ich doprecyzowanie, realizacja) oraz postępy uczących się według tego programu.

Proponuje się następujące metody ewaluacji:

- analizę dokumentów szkolnych (dziennika lekcyjnego, rozkładu materiału), prac uczniowskich,
- ankietowanie uczniów, rodziców, nauczycieli,
- pomiar dydaktyczny.

Informacji na temat ewaluacji mogą udzielać: nauczyciel prowadzący zajęcia, uczniowie uczestniczący w programie, dyrekcja szkoły i osoby wyznaczone przez organ prowadzący projekt. Dane z ewaluacji posłużą nie tylko nauczycielowi realizującemu program, ale też uczniom, innym nauczycielom, dyrekcji szkoły i organizatorom projektu. Prezentacja danych sporządzona będzie w formie raportu

Proponowany przebieg ewaluacji programu przedstawia Tabela 10.

Tabela 8. Projekt ewaluacji autorskiego programu nauczania rozwijania MKKE

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych	Uwagi
Przed rozpoczęciem realizacji programu	Projekt autorskiego programu nauczania	1. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia zasoby realizatora? 2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców? 3. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania MKKE? 4. Czy i w jakim stopniu projekt	Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny j.w. j.w. j.w.	Studium przypadku ; analiza wyników diagnozy implementacji KK oraz danych z arkusza oceny programu	Szkoła uczestnicząca w Projekcie	Raport Ewalacyjny	



		programu jest poprawny koncepcyjnie? 5.Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności?	Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny				
W czasie realizacji programu	Skuteczność programu	1.Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu? 2.W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych? 3.Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły? 4.Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	1.Wyższe o 50% niż ponoszone dotychczas 2.Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy 3.Wzrost o 10% liczby hospitacji dyrektora 4.Przewaga metod aktywizujących nad podającymi	Analiza dokumentów j.w. j.w obserwacja	Wszyscy uczestnicy	Raport Ewaldacyjny j.w. j.w.	
Na koniec realizacji programu	Skuteczność programu	1.Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu? 2.W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?	1.Co najmniej przeciętne wyniki w ankiecie ucznia 2.Wzrost o 0,20 łatwości grup zadań sprawdzających MKKE	Ankietytowanie uczniów Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”	Wszyscy uczestnicy	Raport Ewaldacyjny Promocja projektu w środowisku Konferencja ogólnopolska.	
Po pewnym czasie od realizacji programu	Skuteczność programu	Na ile trwale są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?	Wzrost minimum o 10% średniego wyniku matury z matematyki	Wyniki egzaminu maturalnego		Raport Promocja szkoły w regionie	

Bibliografia

- [1] Cewe A., Krawczyk M., Kruk M., Nahorska H., Pancer I., Ropela R., *Matematyka w otaczającym nas świecie, Program nauczania matematyki, Kształcenie w zakresie podstawowym*, Gdańsk 2008.
- [2] Florek D., *Diagnoza implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy, Zespół Szkół Odzieżowo-Włokienniczych im. Władysława Stanisława Reymonta w Lublinie*, Lublin 2009.
- [3] Kłaczek K., Kurczab M., Świda E., *Matematyka, program nauczania w liceach i technikum – zakres podstawowy*, Warszawa 2008.
- [4] Niemierko B., *Kształcenie szkolne. Podręcznik skutecznej dydaktyki*, Warszawa 2007.
- [5] Podobińska B., Skaluba K., *Propozycja kryteriów ocen z matematyki w szkole średniej*, Wydawnictwo „Dla szkoły”, Bielsko-Biała 1998
- [6] Rycerz J., *Diagnoza implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy*, Lublin 2009.
- [7] Sobczak M., *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształcenia kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Lublin 2009.
- [8] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r., Nr 157, poz. 1102).
- [9] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 marca 2009 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie ramowych planów nauczania w szkołach publicznych.
- [10] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 r. w sprawie dopuszczenia do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczania do użytku szkolnego podręczników (Dz.U. Nr 89, poz. 73).
- [11] *Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie*, Bruksela 2006.

Autor
Urszula Stasiak

MATEMATYKA
ZAKRES PODSTAWOWY

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

Technikum Przemysłu Spożywczego w Lublinie

Lublin 2009





Spis treści

Wstęp.....	5
1. Ogólne cele edukacyjne i wychowawcze	7
1.1. Cele związane z kształceniem	7
1.2. Cele związane z wychowaniem	7
2. Ramowy rozkład materiału.....	9
3. Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia ucznia	10
4. Procedury osiągania celów kształcenia	28
4.1. Rozwiązywanie różnorodnych zadań	28
4.2. Kształtowanie postaw	28
4.3. Stosowanie różnorodnych metod nauczania	28
4.4. Odpowiedni dobór form organizacyjnych lekcji	30
4.5. Odpowiedni dobór środków dydaktycznych	30
5. Procedury oceniania osiągnięć uczniów	32
5.1. Kryteria oceny osiągnięć uczniów	32
5.2. Główne formy i narzędzia kontroli.....	34
6. Projekt ewaluacji programu.....	36
Bibliografia.....	38



Wstęp

Niniejszy program stanowi modyfikację programu nauczania matematyki w liceach i technicach w zakresie podstawowym wydawnictwa Oficyna Edukacyjna* Krzysztof Pazdro Spółka z o.o., autorstwa Marcina Kurczaba, Elżbiety Kurczab i Elżbiety Świdry o numerze dopuszczenia DKOS-5002-05/08.

Program ten jest zgodny z dokumentami: podstawą programową z matematyki, Rozporządzenie MEN z dnia 23 sierpnia 2007 r. (DZ.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1100), standardami wymagań egzaminacyjnych, Rozporządzenie MEN z dnia 28 sierpnia 2007 r. (Dz. U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102) oraz nawiązuje do Rozporządzenia Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (2006/962/WE).

Programu powstał na potrzeby projektu „SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI. Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej” realizowanego przez Wyższą Szkołę Ekonomii i Innowacji w Lublinie jako Lidera. Celem tego projektu jest zwiększenie dostępności do rozwoju kompetencji kluczowych uczniów szkół ponadgimnazjalnych o profilu zawodowym. Podniesienie poziomu kompetencji kluczowych, w tym kompetencji matematycznych (MKKE), uczniów jest bardzo istotne do odnalezienia się na rynku pracy, aktywnego w nim uczestnictwa, dostosowania się do zmian zachodzących w gospodarce opartej na wiedzy. Kompetencje kluczowe to połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji, których potrzebują osoby do samorealizacji i rozwoju osobistego.

W programie uwzględnione zostały również wymagania dotyczące wiadomości i umiejętności właściwych dla kwalifikacji w zawodzie technik technologii żywności oraz uwzględnione zostały wnioski i rekomendacje z „Diagnozy implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy” sporządzonej dla Zespołu Szkół Chemicznych i Przemysłu Spożywczego im. gen. Franciszka Kleeberga w Lublinie.

Program nauczania matematyki został opracowany dla czteroletniego Technikum Przemysłu Spożywczego do kształcenia w zawodzie technik technologii żywności o specjalności cukiernictwo. Szkoła ta wchodzi wraz z innymi 7 szkołami w skład Zespołu Szkół Chemicznych i Przemysłu Spożywczego w Lublinie. Szkoła, chociaż posiada bogatą bazę dydaktyczną, to wymaga doposażenia w niektóre środki dydaktyczne w celu uatrakcyjnienia i efektywniejszej pracy na zajęciach z kształcenia kompetencji kluczowych.

Uczniowie szkoły to w dużej mierze osoby pochodzące z obszarów wiejskich i dojeżdżające (ok. 40%), często znajdujące się w trudnej sytuacji materialnej. Głównymi problemami edukacyjnymi tej młodzieży jest: słaba frekwencja (ok. 70%), brak podstaw wiedzy i umiejętności z wcześniejszych etapów kształcenia, brak motywacji do nauki.

Dlatego, aby realizując ten program osiągnąć rozwój kluczowych kompetencji matematycznych uczniów, należy zwracać uwagę na indywidualizację nauczania (m.in. w celu wyrównania poziomu wiedzy), na motywowanie do nauki (m. in. przez dobór metod aktywizujących, podawanie zastosowań matematyki w życiu codziennym i zawodowym), ciągle uświadamianie, że kształtowanie wszystkich kompetencji jest istotne i niezbędne w rozwoju współczesnego człowieka.



Program ma charakter liniowy z dużą liczbą powtórzeń najważniejszych zagadnień występujących na niższych etapach kształcenia, czy też powracania do treści wprowadzonych wcześniej.

Program będzie realizowany od 1 września 2009r. w jednej z klas pierwszych w/w technikum przez mgr Urszulę Stasiak, nauczycielkę o kilkunastoletnim stażu pracy posiadającą odpowiednie przygotowanie do nauczania matematyki.

Na realizację programu w zakresie podstawowym przeznaczone jest 10 godzin tygodniowo w ciągu czterech lat. W klasie pierwszej – 3 godz. tygodniowo, w klasie drugiej – 2 godz. tygodniowo, w klasie trzeciej – 2 godz. tygodniowo i w klasie czwartej – 3 godziny tygodniowo.

Konstrukcja programu uwzględnia strukturę podręczników i zbiorów zadań, autorstwa Marcina Kurczaba, Elżbiety Kurczab i Elżbiety Świdy (nowa seria dla zakresu podstawowego z 2008 roku).

REALIZACJA PROGRAMU:

1) Umożliwia zdobycie wiadomości i umiejętności opisanych w podstawie programowej i w standardach wymagań egzaminacyjnych w tym m.in.:

- umiejętność budowania modeli matematycznych zjawisk z różnych dziedzin życia i ich stosowania,
- umiejętność wykorzystywania podstawowych narzędzi i technik matematycznych;
- umiejętność przeprowadzania prostego rozumowania dedukcyjnego,
- umiejętność zdobywania i krytycznego analizowania informacji, formułowania hipotez oraz ich weryfikacji,

2) Pomaga w kształtowaniu kompetencji matematycznych (MKKE) tj. rozwijaniu i wykorzystywaniu myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji.

Kompetencje matematyczne to:

w zakresie wiedzy:

- rozumienie terminów i pojęć matematycznych (W1),
- dobrze opanowana umiejętność liczenia (W2),
- znajomość miar i struktur (W3),
- znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej (W4),
- świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź (W5);

w zakresie umiejętności:

- stosowanie głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach (U1),
- śledzenie i ocenianie ciągów argumentów (U2),
- przekazywanie komunikatów stosując język matematyczny (U3),
- korzystanie z tekstu matematycznego (U4);

w zakresie postaw:

- przejawianie szacunku dla prawdy (P1),
- dążenie do szukania przyczyn (P2),
- ocenianie zasadności wnioskowań i działań (P3).

3) Umożliwia zdobycie wiadomości i umiejętności matematycznych właściwych dla kwalifikacji w zawodzie technik technologii żywności tj.:

- czytanie ze zrozumieniem informacji przedstawionych w formie opisów, instrukcji, rysunków, tabel, wykresów,
- przetwarzanie danych liczbowych i operacyjnych.

1. Ogólne cele edukacyjne i wychowawcze

Kompetencje matematyczne, jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji obok innych siedmiu kompetencji (porozumiewanie się w języku ojczystym, porozumiewanie się w językach obcych, kompetencji naukowo-technicznych, kompetencji informatycznych, umiejętności uczenia się, kompetencji społecznych i obywatelskich, inicjatywności i przedsiębiorczości, świadomości i ekspresji kulturalnej) są uważane przez Parlament Europejski za kluczowe, aby obywatel każdego kraju mógł łatwo przystosować się do szybko zmieniającego się świata, w którym zachodzą rozliczne wzajemne powiązania społeczne, ekonomiczne i kulturowe

Opracowany program ma służyć osiągnięciu celów edukacyjnych i wychowawczych umożliwiających rozwijanie kompetencji matematycznych:

1.1. Cele związane z kształceniem

- rozwijaniu umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem (W1, W4, U4),
- doskonaleniu sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie technika technologii żywności (W2),
- opanowaniu umiejętności potrzebnych do oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia (W3),
- wykształceniu umiejętności budowania modeli matematycznych w odniesieniu do różnych sytuacji życiowych i stosowaniu metod matematycznych w rozwiązywaniu problemów praktycznych (W3, W4, U1),
- rozwinięciu wyobraźni przestrzennej (U2, U3, W3),
- rozwijaniu pamięci i logicznego myślenia (U2, P1),
- wykształceniu umiejętności operowania obiektami abstrakcyjnymi (U2, U3),
- precyzyjnemu formułowaniu wypowiedzi (W1, U3, P1),
- nabyciu umiejętności poprawnego analizowania, wnioskowania i uzasadniania (U2, P3),
- wyrobieniu umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub wyniku obliczeń (U1, P1, P2, P3),
- pobudzeniu aktywności umysłowej uczniów.

1.2. Cele związane z wychowaniem

- kształtowaniu wytrwałości w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych (P2),
- kształtowaniu odpowiedzialności za powierzone zadanie (P1),
- rozwijaniu umiejętności pracy w grupie,
- kształtowaniu postawy dialogu i kultury dyskusji (P1),
- wyrabianiu systematyczności i wytrwałości w pracy,



- kształtowaniu postaw szacunku dla prawdy, postaw dociekliwych, poszukujących i krytycznych (P1, P2),
- nabyciu umiejętności dobrej organizacji pracy.



2. Ramowy rozkład materiału

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy dla czteroletniego technikum przemysłu spożywczego oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację. Rok szkolny liczy około 37 tygodni. W klasie trzeciej technikum uczniowie odbywają miesięczną praktykę zawodową, czyli na realizację programu pozostają ok. 33 tygodnie. W klasie czwartej nauka trwa ok. 29 tygodni.

Klasa I – 37 tygodni * 3 godziny tygodniowo = 111 godzin (102 godz. + 9 godz. do dyspozycji nauczyciela)

Lp	Dział programowy	Liczba godzin
1.	Elementy logiki matematycznej. Zbiory. Zbiory liczbowe.	12
2.	Działania w zbiorach liczbowych.	16
3.	Wyrażenia algebraiczne.	18
4.	Geometria płaska - pojęcia wstępne.	10
5.	Geometria płaska – trójkąty.	12
6.	Trygonometria kąta ostrego.	10
7.	Geometria płaska- pole koła, pole trójkąta.	10
8.	Funkcja i jej własności.	14

Klasa II – 37 tygodni * 2 godziny tygodniowo = 74 godziny (66 godz. + 8 godz. do dyspozycji nauczyciela)

Lp	Dział programowy	Liczba godzin
1.	Przekształcanie wykresów funkcji.	8
2.	Funkcja liniowa.	16
3.	Geometria płaska – czworokąty.	10
4.	Geometria płaska – pole czworokąta.	12
5.	Funkcja kwadratowa.	20

Klasa III – 33 tygodnie * 2 godziny tygodniowo = 66 godzin
(60 godzin + 6 godz. do dyspozycji nauczyciela)

Lp.	Dział programowy	Liczba godzin
1.	Elementy geometrii analitycznej.	12
2.	Wielomiany.	16
3.	Funkcje wymierne.	14
4.	Ciągi.	18

Klasa IV – 29 tygodni * 3 godziny tygodniowo = 87 godzin
(64 godziny + 23 godziny na powtórzenia)

Lp	Dział programowy	Liczba godzin
1.	Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna.	16
2.	Elementy kombinatoryki.	8
3.	Rachunek prawdopodobieństwa.	12
4.	Elementy statystyki.	10
5.	Geometria przestrzenna.	18

3. Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia ucznia

Przyjęte oznaczenia:

■ - treści kształcenia, cele i umiejętności zawarte w podstawie programowej z matematyki lub w standardach wymagań egzaminacyjnych dla szkół ponadgimnazjalnych dla zakresu podstawowego zgodne z kształceniem matematycznych kompetencji kluczowych (MKKE) oraz istotne dla kształcenia w zawodzie technika technologii żywności;

• - treści, cele i umiejętności zawarte w podstawie programowej z matematyki na niższych etapach kształcenia, sprawdzane na egzaminie maturalnym, zgodne z wymaganiami w kształceniu MKKE oraz ważne w kształceniu w zawodzie technika technologii żywności.

◇ - treści, cele i umiejętności, które nie występują w podstawie programowej ani standardach wymagań egzaminacyjnych dla zakresu podstawowego, ale mogą być przydatne dla kształcenia MKKE lub do kształcenia w zawodzie technika technologii żywności.

Klasa I

1. Elementy logiki. Zbiory. Zbiory liczbowe (12 godzin)

Tematyka:

- ◇ Pojęcie zdania w logice, zaprzeczenie zdania.
- ◇ Koniunkcja zdań, alternatywa zdań.
- ◇ Implikacja, równoważność zdań.
 - Definicja, twierdzenie, twierdzenie odwrotne.
- ◇ Prawa logiczne, prawa De Morgana.
 - Zbiór, działania na zbiorach.
 - Zbiory liczbowe, oś liczbowa.
 - Przedziały.
- ◇ Forma zdaniowa jednej zmiennej.
- ◇ Kwantyfikator ogólny, kwantyfikator szczegółowy.

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- ◇ pozna zdania proste i złożone; pozna spójniki logiczne;
 - pozna, co to jest definicja i czym różni się od twierdzenia;
 - dowie się, co to jest twierdzenie odwrotne;
- ◇ pozna podstawowe prawa logiki, takie jak negacja alternatywy i negacja koniunkcji;
 - pozna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiór skończony (nieskończony), element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru;
 - zapozna się z symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów (\cup , \subset , \cap , $-$, $'$);
 - pozna pojęcie sumy, różnicy, iloczynu i dopełnienia zbiorów;
 - przypomni sobie wiadomości dotyczące liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych;
 - pozna relacje jakie zachodzą między podzbiorami zbioru liczb rzeczywistych;



- przypomni sobie, czym jest oś liczbowa;
- pozna pojęcie przedziału (ograniczonego, nieograniczonego, otwartego, domkniętego, jednostronnie otwartego);
- nauczy się wykonywać działania na przedziałach (znajdować sumę, iloczyn, różnicę przedziałów, dopełnienie przedziału);
- ◇ pozna kwantyfikator ogólny i szczegółowy oraz nauczy się zaprzeczać zdania z kwantyfikatorem.

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- ◇ odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi i ocenić jego wartość logiczną;
 - posługiwać się spójnikami logicznymi i rozumie, że potoczne rozumienie spójników „i” oraz „lub” może być inne niż znaczenie spójników logicznych „ \wedge ”, „ \vee ”;
- ◇ zaprzeczać zdanie;
- ◇ budować zdania złożone i oceniać ich wartość logiczną;
 - odróżnić definicję od twierdzenia;
 - mając dane twierdzenie w postaci implikacji zbudować twierdzenie odwrotne do danego twierdzenia;
- ◇ stosować poznane prawa logiczne;
 - wyznaczać część wspólną, sumę i różnicę zbiorów oraz dopełnienie zbioru;
 - wskazać w podanym zbiorze liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne;
 - posługiwać się pojęciem osi liczbowej;
 - zaznaczyć przedziały na osi liczbowej;
 - wykonywać działania na przedziałach;
- ◇ odróżnić zadanie od formy zdaniowej;
 - stosować określenia „dla każdego”, „dla pewnego”, „istnieje”, „dla dowolnego”;
 - wykorzystywać język matematyki w komunikowaniu się.

2. Działania w zbiorach liczbowych (16 godzin)

Tematyka

- Zbiór liczb naturalnych, zbiór liczb całkowitych.
- Zbiór liczb wymiernych, zbiór liczb niewymiernych.
- Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych.
- Porównywanie liczb w zbiorze R . Przypomnienie wiadomości o równaniach i nierównościach.
- Procenty.
- Punkty procentowe.
- Wartość bezwzględna.
- Przybliżenia.
- Błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia, szacowanie.

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- przypomni sobie pojęcie liczb pierwszych i złożonych;
- przypomni sobie cechy podzielności liczb naturalnych oraz jak znajduje się NWD i NWW liczb naturalnych;
- przypomni sobie, jak wykonuje się działania na ułamkach;
- przypomni sobie prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;
- przypomni sobie własności równości i nierówności w zbiorze R ;
- przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami;

- pozna pojęcie punktu procentowego;
- pozna pojęcie wartości bezwzględnej;
- pozna pojęcie błędu bezwzględnego i względnego;
- nauczy się szacować wyrażenia liczbowe.

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- stosować cechy podzielności liczb naturalnych do znajdowania NWW i NWD (w tym również w celu rozwiązania zagadnień praktycznych);
- sprawnie wykonywać działania na ułamkach;
- zaplanować i wykonać obliczenia na liczbach rzeczywistych (w tym z wykorzystaniem praw działań);
- stwierdzić, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną czy niewymierną;
- wyznaczać rozwinięcia dziesiętne liczb;
- zapisać liczbę wymierną (w tym mającą rozwinięcie dziesiętne okresowe) w postaci ilorazu liczb całkowitych;
- stosować własności równości i nierówności w zbiorze \mathbb{R} oraz rozwiązywać proste równania i nierówności;
- stosować pojęcie procentu w obliczeniach;
- odczytywać dane z tabel i diagramów;
- wykorzystywać tabele i diagramy do przedstawiania danych;
- posługiwać się pojęciem punktu procentowego;
- obliczyć wartość bezwzględną danej liczby;
- zastosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej;
- zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu $|x - a| = b$, $|x - a| \geq b$
- zapisać nierówność (równanie) z wartością bezwzględną, znając zbiór rozwiązań tej nierówności (tego równania);
- znaleźć przybliżenie liczby z zadaną dokładnością;
- stosować reguły zaokrąglania liczb;
- stosować pojęcie błędu bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia;

3. Wyrażenia algebraiczne (18 godzin)

Tematyka:

- Potęga o wykładniku naturalnym.
- Pierwiastek arytmetyczny.
- Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej.
- Wzory skróconego mnożenia.
- Potęga o wykładniku całkowitym.
- Potęga o wykładniku wymiernym.
- Informacja o potędze o wykładniku rzeczywistym.
- Pojęcie logarytmu, własności logarytmów.
- Przekształcanie wzorów.
- Średnia arytmetyczna, średnia geometryczna, średnia ważona.

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym;
- przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych;
- pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej;
- pozna wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$



- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym;
- pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym i własności działań na takich potęgach;
- pozna, jak konstruuje się potęgę o wykładniku niewymiernym;
- pozna prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- pozna pojęcie logarytmu;
- pozna podstawowe własności logarytmu (wzór na logarytm ilorazu, iloczynu potęgi);
- ◇ pozna wzór na zamianę podstaw logarytmu;
- ◇ pozna przykładowe zastosowanie logarytmów;
- nauczy się przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii;
- przypomni sobie pojęcie średniej arytmetycznej oraz pozna pojęcie średniej geometrycznej i średniej ważonej.

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym i całkowitym;
- zapisywać liczby w postaci wykładniczej $a \cdot 10^k$, gdzie $a \in (1;10)$ i $k \in \mathbb{C}$
- sprawnie wykonywać działania na pierwiastkach;
- sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia (w tym do rozkładania sum algebraicznych na czynniki);
- usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka;
- wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym (wymiernym i niewymiernym);
- obliczyć logarytm danej liczby przy danej podstawie;
- stosować w obliczeniach podstawowe własności logarytmu;
- sprawnie przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii;
- obliczać średnią arytmetyczną, geometryczną, ważoną.

4. Geometria płaska – pojęcia wstępne (10 godzin)

Tematyka

- Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt.
- ◇ Figura wypukła, figura ograniczona.
- Położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta.
- Dwie proste przecięte trzecią prostą.
- Twierdzenie Talesa.
- Okrąg i koło.
- Kąty i koła

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- przypomni sobie podstawowe pojęcia geometryczne;
- ◇ pozna pojęcie figury wklęsłej i wypukłej, ograniczonej i nieograniczonej;
- przypomni sobie wiadomości o kątach (kąt prosty, ostry, rozwarty, kąty przyległe, kąty wierzchołkowe);
- przypomni sobie położenie prostych na płaszczyźnie, pojęcie odległości punktu od prostej i pojęcie odległości między prostymi równoległymi;
- przypomni sobie pojęcie symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta;

- przypomni sobie twierdzenie o dwóch prostych równoległych, przeciętych trzecią prostą;
- przypomni sobie twierdzenie Talesa;
- przypomni sobie pojęcie koła i okręgu;
- pozna określenie kąta środkowego w kole, wpisanego w koło i kąta dopisanego oraz własności tych kątów.

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- określać własności poznanych figur geometrycznych i posługiwać się tymi własnościami;
- wyznaczać odległość: dwóch punktów, punktu od prostej, dwóch prostych równoległych;
- konstruować: proste prostopadłe, proste równoległe, symetralną odcinka, dwusieczną kąta;
- określić wzajemne położenie prostej i okręgu;
- stosować w rozwiązywaniu zadań poznane twierdzenia (m.in. twierdzenie o dwóch prostych przeciętych trzecią prostą, twierdzenie Talesa, twierdzenia dotyczące kątów środkowych, wpisanych w okrąg, dopisanego do okręgu).

5. Geometria płaska – trójkąty (12 godzin)

Tematyka:

- Podział trójkątów.
- Suma kątów w trójkącie.
- Nierówność trójkąta.
- Odcinek łączący środki boków w trójkącie.
- Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.
- Wysokości w trójkącie.
- Środki w trójkącie.
- Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie.
- Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt.
- Przystawanie trójkątów.
- Podobieństwo trójkątów.

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- przypomni sobie podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
- przypomni sobie twierdzenie o sumie kątów w trójkącie;
- przypomni sobie, na czym polega nierówność trójkąta;
- przypomni sobie twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta;
- przypomni sobie twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;
- pozna twierdzenie o wysokościach w trójkącie;
- pozna twierdzenie o środkowych w trójkącie;
- przypomni sobie twierdzenie o symetralnych boków trójkąta;
- przypomni sobie twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta;
- przypomni sobie pojęcie trójkątów przystających oraz cechy przystawania trójkątów;
- przypomni sobie pojęcie trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów.



Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań (w tym m.in. twierdzenie o sumie kątów trójkąta, twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta, twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa, twierdzenie o wysokościach w trójkącie, twierdzenie o środkowych w trójkącie);
- określić – znając długości boków trójkąta – czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny czy rozwartokątny;
- opisać okrąg na trójkącie, wpisać okrąg w trójkąt, wyznaczać promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny i w trójkąt równoramienny, wyznaczać promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym i na trójkącie równoramiennym – znając długości boków trójkąta;
- rozpoznawać trójkąty przystające;
- stosować cechy przystawiania trójkątów w rozwiązywaniu zadań;
- rozpoznawać trójkąty podobne;
- stosować cechy podobieństwa trójkątów w rozwiązywaniu zadań (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym).

6. Trygonometria kąta ostrego (10 godzin)

Tematyka:

- Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym.
- Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla 30° , 45° , 60° .
- Podstawowe tożsamości trygonometryczne.

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- pozna określenie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;
- nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° ;
- pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- wyznaczyć funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;
- rozwiązać równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, gdzie $0^\circ < x < 90^\circ$, korzystając z kalkulatora, tablic lub posługując się wartościami funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów;
- stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w rozwiązywaniu zadań;
- znając wartości jednej funkcji potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego.

7. Pole koła, pole trójkąta (10 godzin)

Tematyka:

- Pole figury geometrycznej.
- Pole trójkąta.
- Pola trójkątów podobnych.
- Pole koła, pole wycinka koła.

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- pozna pojęcie pola figury;



- przypomni sobie stosowane wcześniej wzory na pole trójkąta;
- pozna nowe wzory na pole trójkąta (np. $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$)
- pozna twierdzenie dotyczące pól trójkątów podobnych;
- przypomni sobie wzór na pole koła i długość okręgu;
- pozna wzór na pole wycinka koła i wzór na długość łuku okręgu.

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- obliczyć pole figury, wykorzystując podział tej figury na rozłączne części;
- stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów;
- stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach (np. długość wysokości, długość promienia koła wpisanego w trójkąt);
- zastosować twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu zadań;
- zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań.

8. Funkcja i jej własności (14 godzin)

Tematyka:

- Pojęcie funkcji, funkcja liczbową.
- Dziedzina i zbiór wartości funkcji.
- Sposoby opisywania funkcji.
- Wykres funkcji.
- Miejsce zerowe funkcji.
- Monotoniczność funkcji.
- ◇ Różnowartościowość funkcji.
- Najmniejsza i największa wartość funkcji.
- Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu.

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- przypomni sobie pojęcie funkcji;
- pozna różne sposoby opisywania funkcji (graf, wzór, tabela, wykres, opis słowny);
- przypomni sobie takie pojęcia jak: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej;
- pozna pojęcie monotoniczności funkcji;
- ◇ pozna pojęcie różnowartościowości funkcji;
- pozna wykresy niektórych funkcji jak np. $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{x}$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = |x|$
- pozna pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji.
- nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- nauczy się szkicować wykres funkcji o podanych własnościach;
- nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji;

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- odróżnić przyporządkowanie, które jest funkcją, od przyporządkowania, które funkcją nie jest;
- opisywać funkcje na różne sposoby (grafem, wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym);
- wskazać wykres funkcji liczbowej;



- wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej;
- określić zbiór wartości funkcji (proste przykłady);
- obliczyć miejsca zerowe funkcji;
- określić na podstawie wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartość największą i najmniejszą funkcji, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie (maleje, jest stała) oraz zbiory, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);
- ◇ określić na podstawie wykresu, czy dana funkcja jest różnowartościowa;
- sporządzić wykres funkcji spełniającej podane warunki;
- podać opis matematyczny zależności dwóch zmiennych w postaci funkcji;
- odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji.

Klasa II

1. Przekształcenia wykresów funkcji (8 godzin)

Tematyka:

- ◇ Wektor w układzie współrzędnych.
 - Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX.
 - Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY.
- ◇ Przesunięcie równoległe o wektor.
 - Symetria osiowa względem osi OX.
 - Symetria osiowa względem osi OY.
- ◇ Symetria środkowa względem początku układu współrzędnych.

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- ◇ pozna pojęcie wektora w układzie współrzędnych;
- ◇ nauczy się dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę;
- ◇ pozna pojęcie wektorów przeciwnych;
- ◇ pozna pojęcie przesunięcia równoległego;
 - nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OX;
 - nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OY;
- ◇ nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji o dowolny wektor;
- ◇ pozna pojęcie symetrii osiowej;
 - nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX;
 - nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OY;
- ◇ pozna pojęcie symetrii środkowej;
- ◇ nauczy się przekształcać wykres funkcji względem początku układu współrzędnych.

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- ◇ obliczyć współrzędne wektora i długość wektora;
- ◇ dodać i odjąć wektory, pomnożyć wektor przez liczbę;
- ◇ stosować pojęcie wektorów równych i przeciwnych w rozwiązaniach prostych zadań;
 - na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a)$
 - na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x) + b$
- ◇ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a) + b$
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(x)$
- ◇ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = |f(x)|$
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(-x)$

- ◇ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(-x)$

2. Funkcja liniowa (18 godzin)

Tematyka:

- Proporcjonalność prosta.
- Funkcja liniowa. Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej.
- Własności funkcji liniowej.
- Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych.
- Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego.
- Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- ◇ Nierówność pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- ◇ Układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi.
- Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych.

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- przypomni sobie informacje o proporcjonalności prostej;
- przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej;
- pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej;
- przypomni sobie własności funkcji liniowej;
- nauczy się znajdować równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe lub prostopadłe do danej funkcji liniowej;
- nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;
- przypomni sobie, jak się rozwiązuje równania i nierówności liniowe;
- przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- ◇ nauczy się opisywać zbiory za pomocą układów nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- sporządzić wykres proporcjonalności prostej oraz podać jej własności;
- zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań;
- sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;
- wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań;
- wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danej funkcji liniowej;
- stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego;
- rozwiązywać równania oraz nierówności liniowe z jedną niewiadomą oraz interpretować je graficznie;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą;
- stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi;



- ◇ graficznie przedstawiać nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi oraz opisywać podane zbiory za pomocą układów równań i nierówności z dwiema niewiadomymi.

3. Geometria płaska – czworokąty (10 godzin)

Tematyka:

- Podział czworokątów.
- Trapezy.
- Równoległoboki.
- Trapezoidy.
- ◇ Okrąg opisany na czworokącie.
- ◇ Okrąg wpisany w czworokąt.
 - Podobieństwo czworokątów.
- Skala i plan.

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- przypomni sobie podział czworokątów;
- przypomni sobie niektóre własności czworokątów;
 - pozna twierdzenie o linii łączącej środki ramion trapezu;
- ◇ pozna twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt;
 - pozna pojęcie podobieństwa i jego własności;
 - nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące mapy, planu, skali mapy.

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- posługiwać się własnościami czworokątów w rozwiązywaniu zadań;
- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących wielokątów;
- stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
- stosować własności podobieństwa w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali).

4. Geometria płaska – pole czworokąta (12 godzin)

Tematyka:

- Pole równoległoboku.
- Pole trapezu.
 - Pola figur podobnych.

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- przypomni sobie wzory na pola czworokątów (kwadratu, prostokąta, równoległoboku, rombu, trapezu);
 - pozna nowe wzory na pole czworokąta;
 - pozna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych.

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów;
- stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy);

- rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.

5.Funkcja kwadratowa (20 godzin)

Tematyka:

- Jednomian kwadratowy, trójmian kwadratowy.
- Przekształcenia wykresów funkcji kwadratowych.
- Postać ogólna i postać kanoniczna funkcji kwadratowej.
- Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.
- Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.
- Badanie trójmianu kwadratowego, zadania optymalizacyjne.
- Równania kwadratowe.
- Nierówności kwadratowe.
- Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych.

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności;
- nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej;
- nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych;
- nauczy się przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;
- pozna metodę rozwiązywania równań kwadratowych;
- pozna metodę rozwiązywania nierówności kwadratowych;
- nauczy się znajdować największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych;
- nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań (w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym).

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji;
- sporządzić wykres funkcji kwadratowej i zbadać jej własności na podstawie wykresu;
- wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji kwadratowej;
- przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;
- wyznaczyć wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu;
- wyznaczyć miejsca zerowe i podać postać iloczynową funkcji kwadratowej;
- sprawnie zamieniać jedną postać funkcji kwadratowej na inną;
- sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie, zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych;
- wyznaczyć wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;



- rozwiązywać zadania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne);
- rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych;
- przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej;
- opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej.

Klasa III

1. Elementy geometrii analitycznej (12 godzin)

Tematyka:

- ◇ Wektor w układzie współrzędnych – powtórzenie wiadomości.
- Odległość punktów w układzie współrzędnych.
- Współrzędne środka odcinka.
- Równanie kierunkowe prostej.
- Równanie ogólne prostej.
- Równoległość prostych.
- Prostopadłość prostych.
- ◇ Odległość punktu od prostej.
- Równanie okręgu.

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- ◇ przypomni sobie podstawowe informacje o wektorze w układzie współrzędnych;
- przypomni sobie, jak oblicza się odległość punktów w układzie współrzędnych;
- pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka;
- przypomni sobie informacje o równaniu kierunkowym prostej;
- nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej;
- przypomni sobie warunki na równoległość i prostopadłość prostych;
- ◇ pozna wzór na obliczanie odległości punktu od prostej;
- nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej;
- nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu;
- nauczy się zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach (np. stycznego do jednej z osi układu);
- nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu; nauczy się określać wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami.

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych;
- wyznaczyć współrzędne środka odcinka;
- ◇ zastosować informacje o wektorze w układzie współrzędnych do rozwiązywania prostych zadań;
- znaleźć równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym;
- zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;
- ◇ stosować wzór na obliczanie odległości punktu od prostej w zadaniach;
- posługiwać się równaniem okręgu;
- przekształcić równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytać współrzędne środka i promień okręgu;
- wyznaczyć równanie okręgu o zadanych własnościach;

- wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;
- ◇ określić wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami;
- ◇ wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów.

2. Wielomiany (16 godzin)

Tematyka:

- Wielomian jednej zmiennej stopnia n ($n \geq 1$).
- Równość wielomianów.
- Dodawanie odejmowanie, mnożenie wielomianów.
- ◇ Dzielenie wielomianów.
- Pierwiastek wielomianu, pierwiastek wielokrotny.
- ◇ Twierdzenie Bezouta.
- Rozkład wielomianów na czynniki.
- Równania wielomianowe.
- Zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- pozna definicję wielomianu stopnia n ($n \geq 1$) jednej zmiennej;
- pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować;
- nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany;
- ◇ nauczy się dzielić wielomian przez dwumian;
- pozna pojęcie pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu;
- ◇ pozna twierdzenie Bezouta i nauczy się je stosować;
- pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki (wyłączanie czynnika poza nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów);
- nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe;
- nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem;
- dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany;
- ◇ podzielić wielomiany przez dwumian;
- rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias;
- rozwiązać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;
- rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, stosując poznane definicje i twierdzenia.

3. Funkcje wymierne (14 godzin)

Tematyka:

- Definicja funkcji wymiernej, dziedzina funkcji wymiernej.
- Działania na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie).
- Proporcjonalność odwrotna i jej własności.
- Proste równania wymierne.
- ◇ Proste nierówności wymierne.



Cele edukacyjne.

Uczeń:

- pozna definicję funkcji wymiernej;
- nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- nauczy się skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej;
- nauczy się szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;
- nauczy się rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną;
- nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne;
- ◇ nauczy się rozwiązywać proste nierówności wymierne (dające się sprowadzić do nierówności stopnia co najwyżej drugiego).

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji;
- wyznaczać dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych lub kwadratowych za pomocą grupowania wyrazów, stosowania wzorów skróconego mnożenia, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias;
- obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;
- rozwiązywać zadania z proporcjonalnością odwrotną;
- rozwiązywać proste równania wymierne;
- ◇ rozwiązywać proste nierówności wymierne prowadzące do nierówności liniowych lub nierówności kwadratowych;
- rozwiązywać zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych.

4. Ciągi (18 godzin)

Tematyka:

- Określenie ciągu, ciąg liczbowy.
- Sposoby opisywania ciągów.
- Monotoniczność ciągu.
- Ciąg arytmetyczny.
- Ciąg geometryczny.
- Oprocentowanie lokat i kredytów (procent prosty i procent składany).

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- pozna definicję ciągu;
- pozna sposoby opisywania ciągów (wzór ogólny, wykres);
- pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu;
- pozna definicję ciągu arytmetycznego;
- pozna własności ciągu arytmetycznego;

- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego (n-ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów tego ciągu, średnia arytmetyczna);
- pozna definicję ciągu geometrycznego;
- pozna własności ciągu geometrycznego;
- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego (n-ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna);
- pozna pojęcie procentu prostego i składanego;
- nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów.

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- określać ciąg wzorem ogólnym;
- wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu;
- zbadać monotoniczność ciągu;
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym;
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych;
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego;
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym;
- wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych;
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego;
- rozwiązywać zadania (również praktyczne) stosując wzory na n-ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego;
- stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów.

Klasa IV

1. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna (16 godzin)

Tematyka:

- Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie.
- Funkcja wykładnicza i jej własności.
- ◇ Proste równania i nierówności wykładnicze.
- Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym.
- Logarytm – powtórzenie wiadomości.
- ◇ Funkcja logarytmiczna i jej własności.
- ◇ Proste równania i nierówności logarytmiczne.

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- będzie doskonalił umiejętności wykonywania działań na potęgach;
- pozna pojęcie funkcji wykładniczej;
- pozna własności funkcji wykładniczej;
- ◇ nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;
- nauczy się stosować własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań;
- przypomni sobie pojęcie logarytmu;



- przypomni sobie własności logarytmów i ich zastosowanie w rozwiązywaniu zadań;
- ◇ pozna pojęcie funkcji logarytmicznej;
- ◇ pozna własności funkcji logarytmicznej;
- ◇ nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności logarytmiczne;
- ◇ nauczy się stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań.

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań;
- odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;
- sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;
- przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;
- opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów;
- ◇ rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;
- rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym;
- obliczać logarytm liczby dodatniej;
- stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań;
- ◇ odróżnić funkcję logarytmiczną od innych funkcji;
- ◇ sporządzać wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;
- ◇ przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych;
- ◇ opisywać własności funkcji logarytmicznych na podstawie ich wykresów;
- ◇ rozwiązywać proste równania i nierówności logarytmiczne;
- ◇ rozwiązywać zadania dotyczące funkcji logarytmicznych, umieszczone w kontekście praktycznym.

2. Elementy kombinatoryki (8 godzin)

Tematyka:

- Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych.
- Zasada mnożenia.
- Drzewa stochastyczne.
- Symbol silni.

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- pozna zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować;
- nauczy się przedstawiać pewne sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań;
- pozna symbol silni i nauczy się go stosować;
- nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne.

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych;
- stosować zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań;
- rozwiązywać pewne zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa;
- stosować symbol silni;
- rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki.

3. Rachunek prawdopodobieństwa (12 godzin)

Tematyka:

- Doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, zdarzenie, działania na zdarzeniach.
- Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa.
- Własności prawdopodobieństwa.
- „Klasyczna definicja prawdopodobieństwa”.

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- pozna takie pojęcia, jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe;
- nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu;
- nauczy się znajdować sumę zdarzeń, różnicę zdarzeń, iloczyn zdarzeń oraz zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia;
- pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa;
- pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować w rozwiązywaniu zadań;
- pozna „klasyczną definicję prawdopodobieństwa”;
- nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”.

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc;
- wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu;
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”;
- stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań;
- wykorzystywać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa;
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa.

4. Elementy statystyki opisowej (10 godzin)

Tematyka:

- Dane statystyczne i ich klasyfikacja.
- Średnia z próby.
- Mediana z próby.
- Odchylenie standardowe z próby.

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- dowie się, na czym polega klasyfikacja danych statystycznych;
- nauczy się obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby;



- nauczyć się interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne.

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, odchylenie standardowe z próby;
- interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne;
- odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów;
- przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;
- przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych;
- porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi.

5. Geometria przestrzenna (18 godzin)

Tematyka:

- Płaszczyzny i proste w przestrzeni.
- ◇ Rzut równoległy na płaszczyznę.
- Rzut prostokątny na płaszczyznę, kąt między prostą i płaszczyzną.
- Kąt dwuścienny, kąt liniowy kąta dwuściennego.
- ◇ Wielościany, pole powierzchni wielościanu, objętość wielościanu.
- Graniastosłupy – podział, pole powierzchni, objętość.
- Ostrosłupy – podział, pole powierzchni, objętość.
- Bryły obrotowe – walec, stożek, kula; pole powierzchni i objętość brył obrotowych.

Cele edukacyjne.

Uczeń:

- poznać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
- ◇ nauczyć się rysować figury w rzucie równoległym na płaszczyznę;
- poznać wzajemne położenie prostej i płaszczyzny;
- nauczyć się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną;
- poznać pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych.

Założone osiągnięcia ucznia.

Uczeń potrafi:

- badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
- poprawnie narysować wielościany (graniastosłupy, ostrosłupy) i bryły obrotowe;
- wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości; podać własności figur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy czy bryły obrotowe;
- rysować siatki figur przestrzennych;
- wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych;
- wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii.

4. Procedury osiągnięcia celów kształcenia

Założone cele edukacyjne i wychowawcze można osiągnąć poprzez:

4.1. Rozwiązywanie różnorodnych zadań

Zadania zamieszczone w podręcznikach i zbiorach, które stanowią obudowę tego programu, dotyczą w dużej mierze zagadnień z życia codziennego (zarówno z algebry jak i geometrii). Zadania tekstowe pozwalają na doskonalenie umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem i przetwarzania informacji z tekstu na język matematyki w celu rozwiązania danego problemu. Ćwiczenia dotyczące różnego rodzaju obliczeń kształcą umiejętności rachunkowe. W każdym dziale matematyki (gł. zbiory, elementy statystyki, własności funkcji), uczeń ma możliwość kształtowania umiejętności posługiwania się różnego rodzaju wykresami, tabelami, diagramami; zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji. Uczeń kształci również umiejętność oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia. Reasumując uczeń ma możliwość rozwijania kompetencji matematycznych.

4.2. Kształtowanie postaw

Na każdej lekcji matematyki należy wymagać od uczniów samodzielności w rozwiązywaniu problemów, piętnować nieuczciwość (podpowiadanie, ściąganie). Każdy uczeń powinien czuć się odpowiedzialny za powierzone mu zadania. Na lekcjach matematyki mamy doskonałe warunki do tego, by uczyć staranności, estetyki, precyzji wypowiedzi, kultury dyskusji. Bardzo często uczniowie przedstawiają różne metody rozwiązania tego samego problemu, a naszym obowiązkiem jest wysłuchać wszystkich propozycji i wspólnie z zespołem podjąć decyzję, w jaki sposób dany problem ostatecznie rozwiązać. Kształcimy w ten sposób umiejętność dążenia dla prawdy, oceny własnych działań.

4.3. Stosowanie różnorodnych metod nauczania

Stosowanie cały czas jednej, choćby najciekawszej, metody zniechęci uczniów do przedmiotu, a zadaniem nauczyciela jest aktywizowanie uczniów w procesie uczenia się.

Proponowane metody i techniki nauczania:

Wykład – może być połączony z prezentacją multimedialną. Uczniowie zdobywają wiedzę i umiejętności poprzez naśladownictwo. Nauczyciel jasno i klarownie wprowadza nowe treści, wyjaśnia algorytm postępowania. Metoda ta umożliwia uczniom śledzić i oceniać ciąg argumentów, pomaga w rozumieniu terminów i pojęć matematycznych.

Ćwiczenia – odpowiednio dobrane i uporządkowane zadania o ciekawej treści, aktywizują uczniów, kształcą ich umiejętności, zastosowanie wiedzy w działaniu praktycznym, ukazują celowość systematycznej nauki. Ćwiczenia m.in. pomagają w opanowaniu



umiejętności liczenia, znajomości miar i struktur, korzystaniu z tekstu matematycznego. Ta metoda powinna być stosowana jak najczęściej, ponieważ kompetencja myślenia matematycznego jest efektem długiego procesu ćwiczeń.

Pogadanka, dyskusja – nauczyciel kieruje rozmową, prowadzi dyskusję i porządkuje jej przebieg. Zadaje pytania, naprowadza na prawidłowe odpowiedzi, rozjaśnia wątpliwości, rozstrzyga spory. Uczniowie dyskutują, formułują spostrzeżenia, wymieniają się doświadczeniami, argumentują, spierają się, wyciągają wnioski. Pogadanka może służyć jako wprowadzenie do tematu lub podsumowania lekcji. Dyskusja może być wykorzystana m. in. do ustalania planu rozwiązania problemu. Ta metoda m.in. kształci umiejętność stosowania głównych zasad i procesów matematycznych w życiu codziennym, pozwala na rozumowanie w sposób matematyczny, uczy dążenia do szukania przyczyn, oceniania zasadności własnych działań

Metoda problemowa – nauczyciel stawia przed uczniami pewien problem matematyczny (zadanie problemowe), który uczniowie rozwiązują samodzielnie. Uczniowie analizują problem, formułują hipotezy, weryfikują je, w razie potrzeby wyjaśniają wątpliwości z nauczycielem, budują model rozwiązania problemu, dokonują korekt, podsumowują swoje spostrzeżenia i wnioski, sprawdzają obliczenia, formułują odpowiedź. Ta metoda kształci umiejętność rozwiązywania problemów, wzbogaca wiedzę uczniów i aktywizuje ich postawy w procesie kształcenia, pozwala na wykorzystanie różnych umiejętności uczniów w działaniu praktycznym.

Praca z tekstem matematycznym

1. praca z podręcznikiem – polega na samodzielnym przeczytaniu fragmentu podręcznika, zapoznaniu się z definicjami i twierdzeniami oraz ze sposobami rozwiązywania zadań. Kształci umiejętność czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego, analizowania definicji i twierdzeń oraz śledzeniu algorytmów rozwiązania niektórych zadań. Może być wykorzystana jako wstęp do dyskusji na nowo poznany temat.
2. praca z różnymi źródłami informacji (encyklopedie, słowniki, czasopisma popularnonaukowe, tablice, roczniki statystyczne itp.) – przyzwyczajają uczniów do zbierania informacji z różnych źródeł, analizowania ich i przetwarzania, a także uświadomienia sobie, jaką rolę pełni matematyka w otaczającej ich rzeczywistości.
3. praca z komputerem – zbieranie informacji z Internetu, dotyczących różnych zagadnień matematycznych, samodzielne przygotowanie referatów na podstawie zebranych informacji i przedstawienie ich, po odpowiednim opracowaniu, pozostałym uczniom. Metoda pozwala kształtować postawy poszukiwania i dociekliwości, daje szansę rozwoju i głębszego poznania matematyki oraz możliwość autoprezentacji. Ogólnie praca z tekstem rozwija krytyczne myślenie, wdraża do samokształcenia, uczy przekazywać komunikaty stosując język matematyki.

Gry dydaktyczne. wykorzystanie elementu zabawy i rywalizacji, wyzwala aktywność uczniów, rozwija umiejętność przewidywania i myślenia strategicznego, utrwala zdobytą wiedzę, kształci umiejętność jej wykorzystania w praktyce. Gry pozwalają uświadomić sobie pytania, na które matematyka może dać odpowiedź, oceniać zasadność wnioskowań i działań.

4.4. Odpowiedni dobór form organizacyjnych lekcji

Zalecane formy pracy :

Praca z całą klasą – polega na zaangażowaniu do wspólnej pracy całej klasy jednocześnie.

1. Nauczyciel realizuje ze wszystkimi uczniami te same treści (np. uczniowie rozwiązują te same zadania, analizują ten sam problem matematyczny, dyskutują na ten sam temat, nauczyciel prowadzi wykład). Ta forma pracy sprzyja nawiązywaniu więzi uczniowskich.
2. Wzajemne odpytywanie się (uczeń zadaje pytanie i wskazuje tego, który ma na nie odpowiedzieć; uczeń który odpowiedział na postawione pytanie zadaje swoje pytanie następnemu uczniowi itd.). Taka metoda pracy angażuje wszystkich uczniów. Pozwala na sprawne powtórzenie materiału. Uczniowie kształcą umiejętność porządkowania informacji, formułowania i zadawania pytań, kształcą umiejętność komunikowania się językiem matematyki.

Praca w grupach – polega na podziale klasy na kilkusobowe zespoły i przydzieleniu im problemu do rozwiązania. Taka forma pracy przebiega w różny sposób, w zależności od wyboru metody pracy, np.:

1. Każda grupa dostaje do rozwiązania zadanie lub zadania; wszyscy członkowie grupy uczestniczą w rozwiązywaniu problemu, dzieląc się własnymi spostrzeżeniami, umiejętnościami i wiedzą; nad pracą grupy pieczę sprawuje wcześniej wybrany lider grupy. Sprawozdawca grupy referuje rozwiązanie problemu przed całą klasą.
2. Metoda układanki „puzzle” – każdy członek grupy otrzymuje część informacji potrzebnej do wykonania zadania grupowego; poszczególni członkowie grupy są odpowiedzialni za przygotowanie swojej porcji informacji, przekazanie jej kolegom i przyswojenie informacji prezentowanych przez nich.
3. Metoda „drzewa decyzyjnego” – nauczyciel określa problem będący przedmiotem analizy; dzieli uczniów na grupy. Uczniowie wybierają różne możliwości rozwiązania zadania, wypisują zalety i wady każdej z metod rozwiązania, oceniają je z punktu widzenia wartości i celów, podejmują grupową decyzję o wyborze metody rozwiązania problemu.

Praca w grupach uczy organizacji pracy, podziału obowiązków pomiędzy członków grupy, odpowiedzialności za powierzone zadania. Uczy komunikacji między członkami grupy, zasad współpracy partnerskiej. Ma ogromne walory kształcące i wychowawcze.

Praca indywidualna – każdy uczeń pracuje samodzielnie, pod kierunkiem nauczyciela (jeśli praca odbywa się na lekcji) lub samodzielnie (jeśli praca odbywa się w domu). Praca indywidualna pozwala uczniowi na samodzielne poszukiwanie odpowiedzi na postawione pytania, zmusza do własnych przemyśleń, zastanowienia się nad problemem i sposobem jego rozwiązania, utrwaleniem już zdobytej wiedzy, a także nad kształceniem umiejętności uczenia się. Uczeń pracuje we właściwym dla siebie tempie. Praca indywidualna wyrabia też nawyk porządnego wykonania powierzonego zadania, odpowiedzialności za siebie, za swoją wiedzę i umiejętności.

4.5. Odpowiedni dobór środków dydaktycznych

Wyposażenie dydaktyczne znacząco wspomaga, uatrakcyjnia i usprawnia pracę na lekcji. W kształceniu kompetencji matematycznych zalecane są następujące środki dydaktyczne:



- podręczniki, zbiory zadań, które stanowią obudowę tego programu;
- tablice matematyczne zalecane przez CKE;
- zestawy przykładowych arkuszy zadań maturalnych np. „Matura z matematyki od roku 2010”, wyd. Podkowa
- przygotowywane przez nauczyciela karty pracy;
- słowniki, roczniki statystyczne, czasopisma popularnonaukowe;
- plansze, tablice ze wzorami;
- kalkulatory proste;
- modele figur;
- zestawy foliogramów i wykorzystywane do ich prezentacji rzutnik czy też o szerszym zastosowaniu wizualizer umożliwiający prezentację różnych obiektów np. z podręcznika, zeszytu itp.;
- prezentacje multimedialne;
- edukacyjne programy komputerowe;
- przenośna tablica interaktywna, która umożliwia prowadzenie różnorodnych zajęć w każdej pracowni, zwiększa możliwości pracy nauczyciela z uczniami (np. prezentacja na jednej lekcji wielu różnych wykresów, zmiana przebiegu wykresu przy innych warunkach itd.), podnosi atrakcyjność zajęć.

5. Procedury oceniania osiągnięć uczniów

Na początku nauki w technikum zaleca się przeprowadzenie testu „na wejście” sprawdzającego poziom wiedzy i umiejętności (kompetencji matematycznych) ucznia klasy pierwszej.

Test nie powinien być oceniany stopniem szkolnym. Analiza testu umożliwi zaplanowanie pracy z uczniami w celu wyrównania ewentualnych braków wiedzy i umiejętności, a także będzie podstawą do określenia przyrostu kompetencji matematycznych po określonym czasie.

Kontrolowanie i ocenianie uczniów powinno być spójne z tym, co było przedmiotem nauczania. Przedmiotem oceny powinien być postęp ucznia w procesie kształcenia. Niezwykle ważne jest, aby system oceniania był jasny i czytelny dla uczniów i ich rodziców.

Systematyczna kontrola wiedzy i umiejętności uczniów pozwala nauczycielowi na bieżąco:

- a) ocenić poziom opanowania przez uczniów danej partii materiału,
- b) ocenić systematyczność pracy ucznia,
- c) wychwycić pewne nieprawidłowości, które powstały w procesie nauczania-uczenia się i usunąć je,
- d) stwierdzić przydatność stosowanych metod i form pracy z uczniami.

Aby wnikliwie ocenić edukacyjne osiągnięcia ucznia należy posługiwać się różnorodnymi środkami i metodami oceniania, takimi jak: sprawdziany pisemne (prace klasowe, testy, kartkówki), odpowiedzi ustne (referaty, odpowiedzi z kilku ostatnich zajęć, prezentacja rozwiązania zadania, dyskusja nad rozwiązaniem problemu itp.), praca w grupach, prace domowe oraz aktywność na zajęciach. Poszczególnym formom oceniania należy nadać różną wagę. Ocena śródroczna i roczna powinna być średnią ważoną ocen ucznia. Ponieważ egzamin maturalny jest egzaminem pisemnym, więc dużą wagę należy przywiązywać do prac pisemnych.

5.1. Kryteria oceny osiągnięć uczniów

Proponuje się następujące kryteria oceny osiągnięć matematycznych uczniów:

Na stopień dopuszczający uczeń:

- Intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- Rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- Rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi algorytmami;
- Potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?



Na stopień dostateczny uczeń:

- Podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- Podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- Wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- Zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- Sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- Korzysta z kalkulatora;
- Zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach;
- Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- Naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- Samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- Sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Na stopień dobry uczeń:

- Przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- Zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- Intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- Wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- Zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- Rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- Rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- Ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Na stopień bardzo dobry uczeń:

- Zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- Posługuje się językiem matematycznym w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- Samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- Przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- Korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- Stosuje nowe twierdzenia;
- Ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);
- Rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- Skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- Analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- Rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych;

Na stopień celujący uczeń:

- Analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- Zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- Potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- Zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- Buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- Stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- Uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

5.2. Główne formy i narzędzia kontroli

Prace klasowe, testy. Prace klasowe oraz testy powinny być tak skonstruowane, aby zawierały zadania sprawdzające wiedzę i umiejętności ucznia na różnych poziomach wymagań edukacyjnych (treści podstawowe, rozszerzające, dopełniające i wykraczające), a te zostały przeliczone na poszczególne oceny. Zadania z zakresu podstawowego (na ocenę dostateczną) powinny stanowić około 60% wszystkich zadań.

Prace klasowe oraz testy oceniane są w skali 1 – 6 wg skali procentowej

ocena: niedostateczny	0% – 39%
dopuszczający	40% – 54%
dostateczny	55% – 79%
dobry	80% – 91%
bardzo dobry	92% – 100%

celujący ocena bardzo dobry + zadanie dodatkowe.

W szczególnych przypadkach (np. słaba klasa) można proponowaną skalę obniżyć do 30%, zmieniając odpowiednio przedziały procentowe.

Kartkówki. Należy je przeprowadzać po każdym ważnym temacie, którego opanowanie niezbędne jest do zrozumienia kolejnych treści. Kartkówki mogą też służyć do sprawdzenia poziomu opanowania konkretnych umiejętności matematycznych. Powinny być sprawdzone i omówione jak najszybciej, bo tylko wtedy jest sens ich przeprowadzania.

Praca w grupach. Jeśli praca w grupach ma charakter ćwiczeniowy (grupa otrzymuje jedno lub kilka zadań do rozwiązania), to można zaproponować następujący system ocenienia jej pracy: nauczyciel informuje grupy, że ocena ich pracy to średnia dwóch ocen – pracy pisemnej i odpowiedzi ustnej. Każda grupa ma sekretarza, który na koniec zajęć przedstawia w pisemnej formie efekty pracy grupy, nauczyciel sprawdza i ocenia pracę pisemną. Następnie wybiera z każdej grupy jedną osobę, która na tablicy rozwiązuje zadanie wskazane przez nauczyciela. Odpowiedź ucznia podlega ocenie. Każdy członek danej grupy otrzymuje ocenę, która jest średnią ocen z pracy pisemnej i odpowiedzi ustnej ucznia danej grupy. Taki system oceny pracy grupowej powoduje, że wszyscy członkowie grupy czują się współodpowiedzialni za powierzone zadanie. Chętnie pomagają sobie nawzajem, wyjaśniają wątpliwości. Chcą, aby każdy uczeń z grupy był gotowy do prezentacji problemu.

Prace domowe. Ich ocenę można ograniczyć do przyznawania plusów (określona liczba plusów może być przeliczona na ocenę) lub po samodzielnym zaprezentowaniu na tablicy rozwiązania zadania (zadań) z pracy domowej - uczeń otrzymuje ocenę jak za odpowiedź. Prace domowe należy zawsze omawiać ponieważ są one informacją o zrozumieniu



przerobionych treści. Za referaty wygłoszone na forum klasy, po udzieleniu odpowiedzi na zadawane przez klasę pytania, uczeń powinien otrzymać odpowiednią ocenę.

Odpowiedzi ustne. Pozwalają na indywidualizację pytań stawianych uczniowi przez nauczyciela, śledzenie toku rozumowania ucznia, wychwycenie popełnianych przez ucznia błędów oraz przyczyn tych błędów. Oceniając odpowiedzi ustne należy pamiętać, że ocenę dopuszczającą otrzymuje uczeń, który potrafi rozwiązać zadanie z pomocą nauczyciela.

Aktywność na lekcjach. Można oceniać plusami po każdej lekcji, odpowiednią liczbę plusów zamieniać na ocenę. Należy promować uczniów wykazujących się niekonwencjonalnymi metodami rozwiązań.

6. Projekt ewaluacji programu

Celem ewaluacji jest ocena projektu programu nauczania rozwijania MKKE oraz ocena skuteczności tego programu.

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych/raport	Uwagi
Przed rozpoczęciem realizacji programu	Projekt autorskiego programu nauczania rozwijania MKKE	1. Czy i w jakim stopniu projekt uwzględnia zasoby realizatora? 2. Czy i w jakim stopniu projekt uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców? 3. Czy i w jakim stopniu projekt uwzględnia możliwości rozwijania MKKE? 4. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie? 5. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności?	Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny. j.w. j.w. j.w.	Studium przypadku: analiza wyników diagnozy implementacji KK i danych z arkusza oceny programu.	Szkoła ZSChiPS	Raport ewaluacyjny	



Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych/raport	Uwagi
W czasie realizacji programu	Skuteczność programu nauczania rozwijania MKKE	1. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy dydaktycznych.	Analiza dokumentów		Raport ewaluacyjny	
j.w.		2. Na ile realizacja programu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły	Udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym. Wzrost o 20% liczby hospitacji dyrektora	j.w.		j.w.	
W czasie realizacji programu		3. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	Przewaga metod aktywizujących nad podającymi.	Analiza dokumentów, obserwacja		Raport ewaluacyjny	
Na koniec realizacji programu		4. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego program?	Co najmniej przeciętne wyniki przeprowadzonych ankiet.	Ankietowanie uczniów	Wszyscy uczestnicy	j.w.	
j.w.		5. W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?	Wzrost o min. 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE	Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny, promocja projektu, promocja szkoły w środowisku	

Bibliografia

- [1] Kurczab M., Kurczak E., Świda E., *Matematyka. Program nauczania w liceach i w technikach, Zakres podstawowy*, Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro, Warszawa 2008.
- [2] Podobińska B., Skaluba K., *Propozycja kryteriów ocen z matematyki w szkole średniej*, Wydawnictwo „Dla szkoły”, Bielsko-Biała 1998.
- [3] Sobczak M., *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie, Lublin 2009.
- [4] *Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (2006/962/WE)*.
- [5] *Diagnoza Regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych oświaty oraz rynku pracy w województwie lubelskim*, Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie, Lublin 2009.
- [6] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009r. w sprawie dopuszczenia do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczenia do użytku szkolnego podręczników (Dz. U. Nr 89, poz.730)*.

Autor

Irena Strumidło

**MATEMATYKA
ZAKRES PODSTAWOWY**

**AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH**

**Technikum Organizacji Usług Gastronomicznych
w Zespole Szkół Nr 3 w Tomaszowie Lubelskim**

Lublin 2009





Spis treści

Notatka o autorze programu	5
Wprowadzenie	5
Uwarunkowania realizacji programu	9
1. Cele nauczania i wychowania	11
1.1. Cele wynikające z diagnozy lokalnych potrzeb rynku pracy	12
1.2. Cele wynikające z profilu zawodowego	12
1.3. Cele wynikające z podstawy programowej	13
2. Orientacyjny przydział godzin lekcyjnych	14
3. Uszczegółowiony materiał nauczania powiązany z oczekiwanymi osiągnięciami uczniów	15
3.1. Klasa I	15
3.2. Klasa II	21
3.3. Klasa III	26
3.4. Klasa IV	29
3.5. Powtórzenie przed maturą	31
4. Procedury osiągania szczegółowych celów edukacyjnych	32
4.1. Metody i formy pracy na lekcji przydatne w rozwijaniu matematycznych kompetencji kluczowych	33
4.2. Zasady nauczania	35
4.3. Propozycje metod oceny osiągnięć uczniów	36
4.4. Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia	37
5. Oprzyrządowanie programu	39
6. Ewaluacja programu	40
Bibliografia	42



Notatka o autorze programu

mgr Irena Strumiłło – absolwentka UMCS w Lublinie, nauczycielka matematyki w Zespole Szkół Nr 3 w Tomaszowie Lubelskim.

Jest nauczycielem dyplomowanym z wieloletnim stażem pracy w tej szkole. Za swoją pracę została uhonorowana Nagrodą Ministra I-go Stopnia oraz wieloma Nagrodami Kuratora Oświaty. Jest egzaminatorem matematyki. W ciągu całego okresu swojej pracy uczyła

w klasach o różnych profilach kształcenia, przygotowując uczniów do matury z matematyki. W roku 2003 opracowała zbiór zadań - „Sprawdzamy wiedzę matematyczną” w klasie I liceum i technikum (poziom podstawowy). Zbiór ten został wydany przez Zamojski Ośrodek Metodyczny

Wprowadzenie

Zespół Szkół Nr 3 w Tomaszowie Lubelskim przystąpił do projektu „Szkoła Kluczowych Kompetencji. Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej”, wychodząc naprzeciw zmieniającej się rzeczywistości naszego kraju. Konsekwencją uczestnictwa w programie stała się konieczność modyfikacji stosowanego dotychczas programu nauczania tak, aby był on zgodny z Zaleceniami Parlamentu Europejskiego i Rady Europy z dnia 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych

w procesie uczenia się przez całe życie (2006/962/WE).

Modyfikacja programu, DKW-4015-31/ 01 – zakres podstawowy– OPERON, [8], dotyczyła celów edukacyjnych (uwzględnienie celów wynikających z kluczowych kompetencji – matematyki, diagnozy lokalnych potrzeb rynku pracy i oświaty, profilu kształcenia), treści nauczania i rozkładu materiału. W związku z powyższym zaplanowano wprowadzenie autorskiego programu kształcenia kompetencji kluczowych z zakresu matematyki dla uczniów naszej szkoły uczących się w zawodzie „technik organizacji usług gastronomicznych”.

W/w kierunku kształcenia wprowadzono w naszej szkole po dokładnej analizie zapotrzebowania rynku pracy na specjalistów w zakresie usług gastronomicznych. Roztocze jest dobrą bazą do tworzenia i prowadzenia gospodarstw agroturystycznych. Fachowcy z tej branży są również potrzebni do uzupełnienia zatrudnienia w już istniejących zakładach ośrodkach turystycznych.

Autorem programu jest Irena Strumiłło – dyplomowany nauczyciel matematyki w Zespole Szkół Nr 3 w Tomaszowie Lubelskim.

W związku z postępującą globalizacją Unia Europejska staje przed coraz to nowymi wyzwaniami, dlatego też każdy obywatel będzie potrzebował szerokiego wachlarza kompetencji kluczowych, by łatwo przystosować się do szybko zmieniającego się świata, w którym zachodzą rozliczne wzajemne powiązania.

Edukacja w swym podwójnym – społecznym i ekonomicznym – wymiarze ma do odegrania zasadniczą rolę polegającą na zapewnieniu nabycia przez obywateli Europy kompetencji kluczowych koniecznych, aby umożliwić im elastyczne dostosowywanie się do takich zmian.

Wyposażenie młodych ludzi w kompetencje kluczowe jest zasadniczym elementem działań na rzecz wzrostu gospodarczego i zatrudnienia.

Parlament Europejski i Rada Europy w grudniu 2006, zaleciły państwom członkowskim rozwijanie kompetencji kluczowych dla wszystkich, z równoczesnym wykorzystaniem dokumentu „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia”.

Kompetencje kluczowe zdefiniowane przez dokument Parlament Europejski to te, których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia.

Kompetencje matematyczne określone w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” (MKKE) obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji.

Kompetencje matematyczne to zdolność i chęć wykorzystywania matematycznych sposobów myślenia oraz prezentacji (wzory, modele, schematy, wykresy, tabele).

Kompetencje są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

Wiedza:

- W1- rozumienie terminów i pojęć matematycznych,
- W2- dobrze opanowana umiejętność liczenia,
- W3- znajomość miar i struktur,
- W4- znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,
- W5- świadomość pytań na, na które matematyka daje odpowiedź.

Umiejętności:

- U1- stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),
- U2- śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny),
- U3- przekazywać komunikaty stosując język matematyczny,
- U4- korzystać z tekstu matematycznego.

Postawy:

- P1- przejawiać szacunek dla prawdy,
- P2- dążyć do szukania przyczyn,
- P3- oceniać zasadność wnioskowań i działań.

Przybliżając zakres treściowy kompetencji matematycznych w ujęciu europejskim dokonano uszczegółowienia większości z nich.

WIEDZA

W3. znajomość miar i struktur

1. rozumie pojęcia: odległość punktów, odległość punktu od prostej, odległość punktu od płaszczyzny, długość, obwód, pole, objętość, miara kąta;
2. rozumie pojęcia: figura płaska, figura przestrzenna;
3. odczytuje i oszacowuje odległości;
4. „wymierza” dane wielkości znanymi jednostkami miary (długości, pola, objętości, masy,
5. czasu, prędkości);
6. przelicza (zamienia) jednostki miar;
7. zna własności miar;
8. zna twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych;



9. oblicza obwody i pola figur płaskich stosując wzory i/lub własności tych miar;
10. oblicza pola powierzchni i objętości brył stosując wzory i/lub własności tych miar;
11. stosuje własności miar w prostych zadaniach i rozumowaniach;

W4. znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,

1. zna pojęcie zbioru i podzbioru i odnosi je do zbiorów liczbowych, zbiorów punktów, zbiorów wyników pomiaru, zbiorów wyników doświadczeń;
2. wykonuje działania na zbiorach z wykorzystaniem własności działań;
3. rozumie pojęcie zmiennej;
4. rozumie pojęcie funkcji i ich własności, proporcjonalność;
5. opisuje zbiory punktów płaszczyzny za pomocą równań i nierówności
6. opisuje zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji;
7. wykorzystuje przekształcenia geometryczne do badania zależności (podobieństwo i przystawanie figur) pomiędzy zbiorami punktów (figurami geometrycznymi);

W5. świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.

1. rozumie, że algorytm to niezawodny przepis postępowania;
2. wie, że rozumowanie przez analogię oraz rozumowanie indukcyjne (indukcja skończona) są czasem zawodne;
3. rozpoznaje sytuację, w której twierdzenia nie można zastosować;
4. wysnuwa proste wnioski z danego twierdzenia w konkretnej sytuacji;
5. rozumie rolę matematyzacji, uogólniania i specyfikacji;
6. wskaże sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej:
 - obliczanie podatków,
 - zyski z lokat,
 - kredyty bankowe,
 - zakupy – szacowanie kosztów – budżet domowy,
 - analiza techniczna – giełda,
 - obliczanie niezbędnej ilości materiałów, wykorzystując pola powierzchni lub objętość, przeliczanie jednostek, itp.
 - zużycie paliwa,
 - planowanie podróży,
 - gry losowe, hazard, sport,
 - statystyka,
 - logika wypowiedzi,
 - proporcjonalność prosta – np. kulinaria,
 - projektowanie przestrzeni,
 - zadania optymalizacyjne – krawiectwo, budownictwo, największy zysk, koszt, strata.

UMIEJĘTNOŚCI

U1. stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),

1. grupuje i porządkuje dane empiryczne;
2. wyznacza stosunki wielkości i opisuje je z użyciem liczb wymiernych, rzeczywistych;
3. szacuje wielkości, posługuje się procentami;
4. posługuje się liczbami i działaniami do modelowania stosunków wielkościowych;

5. posługuje się własnościami figur oraz wyobraźnią do modelowania stosunków geometrycznych, konstruowania graficznego schematu danego układu stosunków przestrzennych;
6. dostrzega regularności w prostych sytuacjach;
7. stosuje algorytmy;
8. stosuje równania, nierówności, układy równań w rozwiązywaniu problemów;
9. ustala związki między danymi, wydziela związki znaczące;
10. wykorzystuje funkcje do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych;
11. przeprowadza uogólnianie i specyfikację;
12. rozumuje przez analogię;
13. redaguje definicje nowych pojęć;
14. korzysta z gotowych definicji i twierdzeń;
15. klasyfikuje obiekty;
16. rozwiązuje zadania schematyczne;
17. planuje, zapisuje plan rozwiązania i rozwiązuje zadania nieschematyczne;

U2. śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny)

1. odróżnia założenie i tezę w twierdzeniu;
2. zaprzecza twierdzenie;
3. obala tezę podając kontrprzykład;
4. stosuje prawa logiczne: podwójnego przeczenia, de Morgana, przechodniości implikacji;
5. ocenia poprawność doboru argumentów oraz sposobów wnioskowania;
6. ocenia poprawność przekształceń algebraicznych;
7. rozumie, różnicę między dowodem twierdzenia a przykładem potwierdzającym jego prawdziwość;
8. buduje zaprzeczenie definicji rozpoznając uprzednio jej strukturę logiczną;
9. rozumie różnice pomiędzy różnymi metodami dowodzenia;
10. podąża za tokiem rozumowania autora dowodu;
11. dostrzega luki bądź błędy w rozumowaniu;
12. sprawdza zasadność uogólnień;

U3. przekazywać komunikaty stosując język matematyczny

1. kojarzy zwroty języka naturalnego z odpowiednimi terminami matematycznymi, czynności konkretne z operacjami abstrakcyjnymi, wielkości z liczbami;
2. wyraża w języku matematyki informacje podane werbalnie, rysunkiem, schematem, tabelą, diagramem oraz zaobserwowane w rzeczywistości;
3. przedstawia werbalnie, za pomocą zwrotów języka naturalnego, informacje zapisane w języku matematyki;
4. przedstawia werbalnie informacje zapisane rysunkiem, grafem, schematem, wykresem, tabelą, diagramem;
5. zapisuje symbolicznie definicje pojęć;
6. formułuje twierdzenia w postaci implikacji;
7. zapisuje symbolicznie dowody twierdzeń;
8. przedstawia dane za pomocą tabel, diagramów, grafów, wzorów;
9. zapisuje wzory, zależności matematyczne stosując symbolikę matematyczną, podaje opis zależności w postaci funkcji;
10. opisuje zbiory za pomocą układów nierówności i równań;
11. prezentuje wyniki badań używając terminologii z zakresu języka matematycznego, używa przybliżeń;



12. tworzy wypowiedzi matematyczne i wartościuje je;
13. buduje wypowiedzi poprawne pod względem pojęciowym i logicznym;
14. przygotowuje i wygłasza krótki referat na wybrany temat matematyczny;

U4. korzystać z tekstu matematycznego

1. wyszukuje w tekście definicje i twierdzenia;
2. analizuje przedstawione rozwiązania zadań, obliczenia, wnioski, dane;
3. wydziela fragmenty tekstu, dotyczące określonych kwestii;
4. przekształca informacje z tekstu zapisując je w formie dogodnej do dalszych działań;
5. odczytuje własności funkcji z wykresu;
6. odczytuje informacje przedstawione za pomocą rysunków pomocniczych;
7. interpretuje dane przedstawione za pomocą diagramów i tabel;
8. ustala relacje między wskazanymi w tekście obiektami;
9. uzupełnia luki w tekście;
10. poszukuje w innych źródłach wyjaśnienia napotkanych w tekście terminów i pojęć;
11. stosuje podane w tekście definicje i twierdzenia;
12. naśladuje przedstawione rozwiązania w analogicznych sytuacjach;

POSTAWY

P1: przejawiać szacunek dla prawdy

1. rozumie potrzebę dowodzenia;
2. weryfikuje zgromadzone dane;
3. nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy;
4. protestuje w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi;
5. wytrwale poszukuje informacji;
6. jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych;
7. nie uogólnia bez uprzedniego upewnienia się co do prawdziwości przesłanek;
8. podejmuje decyzje na podstawie sprawdzonych informacji;

P2: dążyć do szukania przyczyn

1. rozumie potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach;
2. przewiduje skutki planowanych działań;
3. rozważa różne przypadki nie ograniczając się do przypadków szczególnych;
4. wnikliwie analizuje problem;

P3: oceniać zasadność wnioskowań i działań

1. ocenia poprawność rozwiązania zadania;
2. wartościuje rozwiązanie tego samego zadania różnymi sposobami;
3. dostrzega sprzeczne informacje lub błędy w rozumowaniach;
4. ocenia dobór argumentów uzasadniających tezę (stanowisko);

Uwarunkowania realizacji programu

Większość uczniów naszej szkoły nie posiada żadnej motywacji do nauki, a ich poziom intelektualny można ocenić jako średni. Słabe wyniki diagnoz wiadomości matematycznych absolwentów gimnazjum, przeprowadzanych we wrześniu, świadczą o deficytach wiedzy matematycznej. Wśród przyczyn takiej sytuacji można wymienić: brak motywacji do nauki matematyki (dotychczas matematyka nie występowała jako obligatoryjny przedmiot maturalny); braki wiedzy matematycznej z młodszych etapów

kształcenia; słaba motywacja do nauki, która wymaga systematyczności i pracowitości; trudności u uczniów w: myśleniu logicznym, przestrzennym, analizowaniu, argumentowaniu, krytycznej ocenie wyniku i zastosowaniu w praktyce.

Celem nauczania matematyki jest wspomaganie wszechstronnego rozwoju ucznia ukierunkowanego na przygotowanie go do rozumienia współczesnego świata i aktywnego uczestnictwa w życiu.

Niniejszy program będzie realizowany w zakresie podstawowym w technikum organizacji usług gastronomicznych. Zgodnie z rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 marca 2009 r. w sprawie ramowych planów nauczania w szkołach publicznych na realizację programu w zakresie podstawowym przeznaczono 9 godzin tygodniowo – ciągu 4 lat.

Na poszczególne lata nauki przypadają: 3 godziny tygodniowo w klasie I, zaś w klasie II, III, IV – 2 godz./tydzień.

Do realizacji proponowanego programu nie są konieczne żadne szczególne warunki. Niemniej cele edukacyjne będą właściwie realizowane, gdyż nasza szkoła:

- zapewnia wykwalifikowaną kadrę nauczycielską,
- stwarza atmosferę zrozumienia i wspólnego dążenia do celu (współodpowiedzialności),
- wspomaga uczniów, zarówno tych mniej zdolnych (prowadzi formy zajęć wyrównawczych), jak i utalentowanych (prowadzi kółka zainteresowań),
- zapewnia swobodny dostęp do środków informacji (biblioteka, Internet),
- traktuje każdego ucznia w sposób indywidualny - stwarza warunki rozwoju tych zainteresowań, które są najmocniejszą stroną ucznia.

1. Cele nauczania i wychowania

Matematyka jest nauka, która dostarcza narzędzi badań dla nauk przyrodniczych, technicznych, ekonomicznych i społecznych. Stymuluje rozwój młodego człowieka, pobudza jego aktywność umysłową, rozwija zdolności poznawcze.

Określa się następujące cele:

W zakresie rozwoju intelektualnego ucznia (cele związane z kształceniem):

- rozwijanie umiejętności , porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji (W1, W4, U3, U4)
- opanowanie umiejętności potrzebnych do oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia (U1, U3, W3, W2)
- wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych w odniesieniu do różnych sytuacji życiowych i stosowaniu metod matematycznych w rozwiązywaniu problemów praktycznych (W3, W4, W5, U1, U3),
- rozwijanie zdolności i zainteresowań (U1, U4, W5, P1, P2),
- rozwijanie logicznego myślenia (U2, U3, U4, P1),
- nabycie umiejętności poprawnego analizowania, wnioskowania i uzasadniania (U2, W5, P1, P2),
- wykształcenie umiejętności operowania obiektami abstrakcyjnymi (W1, W4, U3, U4),
- wykształcenie umiejętności precyzyjnego formułowania wypowiedzi (W2, U3, U4),
- pobudzanie aktywności uczniów (W2, U1, W5, P1, P2, P3),
- rozwijanie wyobraźni przestrzennej (W3, W4),
- nabycie umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej (W5, U4, P2),
- rozwijanie pamięci (W1, W2),

W zakresie kształtowania postaw (cele związane z wychowaniem):

- kształtowanie odpowiedzialności za powierzone zadania (P1),
- kształtowanie dialogu i kultury dyskusji (komunikacja) (P3),
- kształtowanie wytrwałości w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych (P1),
- wyrabianie systematyczności w pracy (W1, W2, P1, P2),
- kształtowanie pozytywnej postawy etycznych (piętnowanie nieuczciwości wyrażającej się w ściąganiu, podpowiadaniu) (P1),
- rozwijanie umiejętności pracy w zespole (P3),
- kształtowanie postaw dociekliwych, poszukujących i krytycznych (U4, P2),
- dbanie o estetykę (czytelny rysunek, jasne i precyzyjne zapisy przy rozwiązywaniu zadań) (W2, U3).

Z badań rynku wynika, iż w najbliższym czasie ok. 50% miejsc pracy będzie wymagało wykształcenia wyższego. Ponadto istnieje pilna potrzeba kształcenia w zawodach technicznych. W Polsce od 2010 roku, zgodnie z rozporządzeniem MEN obowiązkowym przedmiotem maturalnym będzie matematyka.

Konieczne staje się podnoszenie wyników kształcenia, tak by młodzi ludzie nie tylko zdali egzamin maturalny, lecz również byli dobrze przygotowani świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w życiu społecznym i pracy zawodowej.

Zmodyfikowany program wdrażany będzie od roku szkolnego 2009/2010 przez okres całego cyklu nauczania, czyli do końca roku szkolnego 2012/2013 w technikum organizacji usług gastronomicznych, do którego uczęszcza młodzież w znacznej części dojeżdżająca z okolicznych miejscowości, z rodzin mało zamożnych, a często z patologicznych, z dużymi brakami z zakresu wiedzy i umiejętności, bardzo słabo opanowanymi technikami liczenia, z małą motywacją do działania i niewielkimi ambicjami oraz „niewierzącą” we własne możliwości skutecznego uczenia się (zawłaszcza matematyki).

Pracownia matematyki wyposażona jest tradycyjnie. W pracowni oprócz tablicy, kredy, przyrządów, plansz z wykresami funkcji i podstawowymi wzorami oraz modelami brył nie ma żadnego sprzętu pozwalającego nowoczesnymi metodami prowadzenie zajęć.

Mam nadzieję, że program matematyki uwzględniający Kompetencje Kluczowe pozwoli uczniom w większym niż dotychczas stopniu:

- zdobyć wiadomości i umiejętności opisane w podstawie programowej oraz standardach egzaminacyjnych,
- wykorzystywać zdobytą wiedzę w życiu codziennym i zawodowym,
- sukcesywnie poprawiać wyniki nauczania,
- udoskonalić sprawność rachunkową, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowej niezbędnej w kształceniu w zawodzie,
- zdać obowiązkową maturę i egzaminy zawodowe,
- wykształcić u uczniów postawy: poszukiwania prawdy, krytycyzmu wobec siebie i otoczenia, wytrwałości w dążeniu do zamierzonego celu,
- wykształcić nawyk samodzielnej pracy.

1.1. Cele wynikające z diagnozy lokalnych potrzeb rynku pracy

1. Prawidłowo będzie wykorzystywał wiedzę teoretyczną w praktyce.
2. Nabędzie umiejętności komunikowania się poprawnym językiem.
3. Zdobyte dużej wiedzy matematycznej pozwoli mu na zdanie egzaminu maturalnego i zawodowego a w następnej kolejności znaleźć pracę.
4. Możliwość przekwalifikowywania się stosownie do potrzeb.

1.2. Cele wynikające z profilu zawodowego

1. Nabędzie umiejętności liczenia, znajomości miar i struktur głównych operacji i sposobów.
2. Nauczy się stosować niezbędne proporcje.
3. Wskazać sytuacje, których można wykorzystać własność proporcji
4. Rozwiązywać proporcje oraz wykorzystać je do zadań praktycznych z gastronomii.
5. Obliczanie marż w punktach gastronomicznych i sklepach.
6. Rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem równań i nierówności.
7. Pozna pojęcie procentu i potrafi prawidłowo obliczać wartości dokładne i przybliżone.



8. Potrafi wykonywać działania na liczbach całkowitych i wymiernych.
9. Potrafi posługiwać się językiem matematycznym i precyzyjnie i prawidłowo formułować swoje wnioski i spostrzeżenia.
10. Nabędzie umiejętności planowania i projektowania w zawodzie.
11. Potrafi opisywać związki pomiędzy wielkościami liczbowymi za pomocą równań i nierówności
12. Potrafi budować zjawisk losowych
13. Nabędzie umiejętności posługiwania się modelami geometrycznymi do organizacji i projektowania swojego stanowiska pracy, przedsiębiorstwa.

1.3. Cele wynikające z podstawy programowej

1. Przygotowanie do świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne odgrywają kluczową rolę.
2. Przyswojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych, w szczególności:
 - 1) usystematyzowanie wiedzy o liczbach rzeczywistych oraz nabycie sprawności wykonywania obliczeń,
 - 2) opanowanie reguł rachunku algebraicznego,
 - 3) wdrożenie do opisywania oraz analizy zależności i zmienności za pomocą elementarnych funkcji,
 - 4) poznanie struktury otaczającej nas przestrzeni poprzez własności klasycznych obiektów geometrycznych; rozwój wyobraźni przestrzennej,
 - 5) poznanie elementarnych metod analizy zjawisk statystycznych i losowych oraz ich najprostszyc opisów kombinatorycznych.
3. Przyzwyczajenie do typowych elementów rozumowań matematycznych, w szczególności do stosowania takich pojęć jak założenie, wniosek, dowód (także nie wprost), przykład i kontrprzykład.
4. Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania bądź otrzymanego wyniku obliczeń.
5. Wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji; stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji.
6. Kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania.

Analiza celów ogólnych zapisanych jako matematyczne kompetencje kluczowe w ujęciu dokumentów Parlamentu Europejskiego, Podstawie Programowej, Standardach Wymagań Egzaminacyjnych pozwala stwierdzić niemal ich pełną zgodność dla wszystkich trzech obszarów Wiedza, Umiejętności i Postawy. Oznacza to konieczność zmodyfikowania nie tyle celów i materiału nauczania, co sposobów nauczania eksponujące cele kształcące i motywacyjne.

2. Orientacyjny przydział godzin lekcyjnych

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację. W zakresie podstawowym zaplanowałam tematy, które będą realizować w technikum czteroletnim w trybie 3 + 2 + 2 + 2.

Rok szkolny liczy ok. 37 tygodni. Zakładając, że:

1. w klasie I tygodniowo uczeń ma 3 godziny lekcji matematyki, otrzymujemy do dyspozycji ok. 111 godzin,
2. w klasie II tygodniowo uczeń ma 2 godziny lekcji matematyki, otrzymujemy do dyspozycji ok. 74 godzin,
3. w klasie III tygodniowo uczeń ma 2 godziny lekcji matematyki, otrzymujemy do dyspozycji ok. 74 godziny, uwzględniając 4 – tygodniową praktykę zawodową, otrzymujemy ok. 70 godzin.
4. w klasie IV tygodniowo uczeń ma 2 godziny lekcji matematyki. Zdający maturę zakończą zajęcia z końcem kwietnia. Dla nich rok szkolny trwa, zatem ok. 28 tygodni, co daje ok. 56 godzin lekcji matematyki.

Lp.	DZIAŁ	Liczba jednostek lekcyjnych
Klasa I – 3 godziny tygodniowo (108 godz.)		
1.	Liczby rzeczywiste i wyrażenia algebraiczne.	51
2.	Funkcja i jej własności.	12
3.	Trygonometria kąta ostrego.	9
4.	Funkcja liniowa i jej własności.	16
5.	Funkcja kwadratowa	28
Klasa II – 2 godziny tygodniowo (72 godz.)		
1.	Wielomiany	17
2.	Funkcje wymierne	17
3.	Elementy geometrii płaszczyzny.	19
4.	Ciągi liczbowe.	19
Klasa III – 2 godziny tygodniowo (72 godz.)		
1.	Geometria analityczna	17
2.	Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna	16
3.	Stereometria	29
Klasa IV – 2 godziny tygodniowo (56 godz.)		
1.	Rachunek prawdopodobieństwa	20
2.	Elementy statystyki.	10
3.	Powtórzenie materiału przed maturą	26



3. Uszczegółowiony materiał nauczania powiązany z oczekiwanymi osiągnięciami uczniów

3.1. Klasa I

Wymiar godzin – 3 godziny tygodniowo

Lp.	Temat lekcji – zagadnienie	Planowana liczba godz.
1-5.	Powtórzenie wiadomości z gimnazjum.	5
	I Liczby rzeczywiste i wyrażenia algebraiczne	46
6-7.	Podstawowe pojęcia rachunku zdań: negacja, koniunkcja, alternatywa, implikacja, równoważność zdań.	2
8.	Zdania z kwantyfikatorami.	1
9.	Zadania utrwalające opracowany materiał.	1
10.	Ogólne wiadomości o zbiorach.	1
11-12.	Działania na zbiorach (suma, różnica, iloczyn).	2
13.	Podstawowe prawa rachunku zbiorów.	1
14.	Rozwiązywanie zadań z rachunku zbiorów.	1
15-16.	Sprawdzian wiadomości z rachunku zbiorów i poprawa.	2
17-18.	Ćwiczenia w działaniach na liczbach wymiernych.	2
19-20.	Rozwinięcia dziesiętne liczb rzeczywistych (zamiana ułamków zwykłych na dziesiętne i ułamków okresowych na zwykłe).	2
21.	Zbiór liczb niewymiernych.	1
22.	Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory.	1
23-24.	Potęga o wykładniku całkowitym, prawa działań na potęgach.	2
25.	Pierwiastek arytmetyczny stopnia n .	1
26-27.	Ćwiczenia w działaniach na potęgach i pierwiastkach.	2
28-29.	Usuwanie niewymierności z mianownika.	2
30-31.	Potęga o wykładniku wymiernym.	2
32.	Oś liczbowa. Płaszczyzna z układem współrzędnych prostokątnych.	1
33-34.	Przedziały liczbowe. Działania na przedziałach	2
35.	Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej.	1
36-37.	Interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej liczby i jej własności.	2
38-39.	Obliczenia procentowe, punkty procentowe.	2
40.	Procent składany.	1
41-42.	Zastosowanie procentów do obliczeń bankowych.	2
43.	Pojęcie błędu przybliżenia. Szacowanie wartości liczbowych wyrażen..	1
44-45.	Wykonywanie działań na wyrażeniach algebraicznych.	2
46-49.	Wzory skróconego mnożenia i ich stosowanie.	4
50-51.	Zadanie klasowe i poprawa	2

Wiadomości i umiejętności

Uczeń:

- zna i rozumie definicję zdania logicznego, tworzy zdania logiczne i poprawnie je wartościuje,
- stosuje elementy języka matematycznego (spójniki logiczne, kwantyfikatory),
- rozumie różnicę pomiędzy elementem i zbiorem, posługuje się symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów, podaje przykłady zbiorów, porównuje je,
- wykonuje działania na zbiorach, zna ich własności,
- zna relacje między podzbiórami zbioru liczb rzeczywistych,
- planuje i sprawnie wykonuje obliczenia, zna prawa i własności działań,
- porównuje liczby wymierne i niewymierne,
- zna rodzaje ułamków, zamienia ułamki dziesiętne skończone lub nieskończone i okresowe na zwykłe, rozumie pojęcie rozwinięcia okresowego,
- usuwa niewymierność mianownika,
- przeprowadza operacje arytmetyczne na potęgach i pierwiastkach,
- upraszcza wyrażenia zawierające potęgi o wykładniku wymiernym i pierwiastki,
- stosuje notację wykładniczą w obliczeniach,
- zaznacza liczby na osi liczbowej i punkty w układzie współrzędnych,
- zaznacza przedziały na osi liczbowej, zapisuje za pomocą przedziałów zbiory opisane nierównościami,
- wyznacza sumę, iloczyn i różnicę przedziałów,
- rozumie pojęcie wartości bezwzględnej liczby, zna podstawowe własności i interpretację geometryczną,
- oblicza odległość punktów na osi liczbowej,
- zna pojęcie procentu i punktu procentowego, wykonuje obliczenia procentowe w zadaniach z życia codziennego,
- rozumie pojęcie procentu składanego, potrafi zastosować procent składany do obliczeń bankowych,
- wyznacza błąd względny i bezwzględny,
- umie podać przybliżenie liczby, określić jego rodzaj, potrafi oszacować wynik wykonywanej operacji,
- wykonuje działania na wyrażeniach algebraicznych,
- stosuje wzory skróconego mnożenia dla wyrażeń stopnia drugiego i trzeciego.

W sytuacjach praktycznych:

- precyzyjnie formułuje swoje wypowiedzi (rozumie znaczenie spójników logicznych), sprawnie komunikuje się,
- rozumie i właściwie interpretuje warunki i kryteria zawarte w formularzach, umowach, wnioskach, podaniach itp.,
- potrafi samodzielnie dedukować i argumentować,
- potrafi charakteryzować i klasyfikować obiekty (przedmioty) w kategoriach ich przydatności,
- potrafi planować i wykonywać obliczenia (również pisemnie),
- potrafi oszacować i porównać wielkości,
- umie zamienić jednostki (na przykład hektar na ar),
- potrafi samodzielnie rozwiązywać problemy dotyczące podwyżek (obniżek) cen, płac,



- oprocentowania lokaty(kredytu) - wybierać korzystniejsze dla siebie warunki umowy,
- potrafi wykonać odpowiednie obliczenia na druku PIT, obliczyć podatek,
- odczytać i sporządzić procentową ilustrację danych.

W zakresie kształtowania postaw:

- prezentuje pozytywne postawy dialogu i kultury dyskusji,
- jest wytrwały w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych, wyrabianiu systematyczności w pracy,
- dba o estetykę

II	Funkcja i jej własności.	12
1.	Pojęcie funkcji i jej dziedzina, sposoby przedstawiania i zapisywania funkcji.	1
2.	Wykres funkcji	1
3.	Zbiór wartości i miejsca zerowe funkcji.	1
4.	Najmniejsza i największa wartość funkcji w dziedzinie i w przedziale domkniętym.	1
5.	Monotoniczność funkcji.	1
6.	Odczytywanie z wykresu własności funkcji.	1
8.	Opisywanie zależności w życiu codziennym, przyrodzie, gospodarce za pomocą funkcji.	1
9.	Przekształcenia wykresów funkcji. Przesunięcia wykresu funkcji wzdłuż osi współrzędnych.	1
10.	Symetria osiowa względem osi OX	1
11.	Symetria osiowa względem osi OY	1
12.	Praca klasowa i jej omówienie	1

Wiadomości i umiejętności

Uczeń:

- zna i rozumie pojęcie funkcji, podaje jej przykłady, odczytuje wartość dla danego argumentu i argument, któremu przyporządkowana jest podana wartość,
- określa funkcje (opis słowny, tabelka, graf, wzór, zbiór par uporządkowanych) oraz sporządzić jej wykres,
- odczytuje z wykresu zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nie większe od podanej liczby itp.), wartości najmniejsze i największe funkcji,
- wyznacza dziedzinę, zbiór wartości i miejsce zerowe funkcji,
- czyta i interpretuje potrzebne własności z wykresu, tabelki, grafu, na podstawie wzoru,
- umie określić monotoniczność funkcji,
- umie podać podstawowe własności funkcji (monotoniczność),

W sytuacjach praktycznych:

- rozpoznaje zależności funkcyjne w przyrodzie,
- potrafi sporządzać wykresy funkcji o podanych własnościach,
- potrafi przesuwając wykres funkcji liczbowej wzdłuż osi układu współrzędnych i podać wzór otrzymanej funkcji.
- potrafi interpretować zależności funkcyjne na podstawie danego wzoru.

W zakresie kształtowania postaw:

- dba o systematyczność w pracy,

- kształtuje pozytywne postawy etyczne (piętnowanie nieuczciwości wyrażającej się w ściąganiu, podpowiadaniu itp.),
- nabył umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki,
- dba o estetykę (czytelny rysunek, jasne i przejrzyste rozwiązanie zadań itp.), kształtowanie odpowiedzialności za powierzone zadania.

III	Funkcje trygonometryczne kąta ostrego	12
1.	Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.	2
2.	Wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30°, 45°, 60°.	1
3.	Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego.	1
4.	Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych.	2
5.	Zastosowanie funkcji trygonometrycznych do obliczania obwodów i pól wielokątów.	2
6.	Podstawowe tożsamości trygonometryczne.	2
7.	Zadanie klasowe i poprawa.	2

Wiadomości i umiejętności

Uczeń:

- określa sinus, cosinus, tangens i cotangens kąta ostrego,
- oblicza wartość funkcji trygonometrycznych kąta ostrego oraz wyznacza miarę kąta, gdy dana jest wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych,
- zna wartości funkcji trygonometrycznych dla charakterystycznych kątów: 30°, 60°, 45° i wykorzystuje je w zadaniach,
- odczytuje z tablic i oblicza wartości funkcji trygonometrycznych za pomocą kalkulatora,
- wykonuje proste rachunki z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych,
- stosuje trygonometrię w zadaniach tekstowych,
- zna związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}; \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

W sytuacjach praktycznych:

- potrafi rozwiązywać zadania geometryczne z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych
- kąta ostrego w trójkącie prostokątnym i twierdzenia Pitagorasa,
- sprawdzać prawdziwość prostych tożsamości trygonometrycznych kąta ostrego,
- rozwiązywać trójkąty prostokątne,
- stosować funkcje trygonometryczne do obliczania pól i obwodów wielokątów.
- stosować funkcje trygonometryczne w miernictwie: nachylenie stoku, kąt padania promieni słonecznych, zasięg w rzucie ukośnym w zależności od kąta, rozdzielczość oka ludzkiego, pole widzenia itp.

W zakresie kształtowania postaw:

- jest wytrwały w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych,
- jest systematyczny w pracy,
- nabył umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki,
- zdaje sobie sprawę z ważności umiejętności pracy w zespole,
- kształtuje postawy dociekliwe, poszukujące i krytyczne,



- zdaje sobie sprawę z odpowiedzialności za powierzone zadania,
- dba o estetykę (czytelny rysunek, jasne i przejrzyste rozwiązanie zadań itp.),
- jest przekonany o wartości prezentowanych własnych poglądów i wyników swojej pracy.

IV	Funkcja liniowa	16
1.	Funkcja liniowa postaci $f(x) = ax$, $x \in \mathbb{R}$. Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej	1
2.	Wielkości wprost proporcjonalne.	1
3.	Funkcja liniowa postaci $f(x) = ax + b$, $x \in \mathbb{R}$.	1
4.	Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych.	1
5.	Rozwiązywanie zadań dotyczących funkcji liniowej.	1
6.	Równania i nierówności liniowe z jedną niewiadomą oraz ich zastosowanie do rozwiązywania zadań.	1
7.	Układy nierówności stopnia pierwszego z jedną niewiadomą.	2
8.	Równania i nierówności liniowe z wartością bezwzględną typu: $ ax + b = c$, $ ax + b > c$, $ ax + b < c$	1
9.	Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.	2
10.	Interpretacja graficzna układów równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi (układy równań zależnych, niezależnych, sprzecznych).	1
11.	Rozwiązywanie zadań prowadzących do układów równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi.	2
12.	Praca klasowa i jej omówienie.	2

Wiadomości i umiejętności

Uczeń:

- interpretuje geometrycznie współczynniki we wzorze funkcji liniowej, dostrzega związek między współczynnikiem kierunkowym funkcji a kątem, jaki tworzy wykres funkcji z osią OX ,
- znajduje wzór funkcji liniowej o podanych własnościach,
- rozwiązuje równania liniowe z jedną niewiadomą,
- przeprowadza dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego ($ax + b = 0$) w zależności od współczynników a i b ,
- rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą oraz ich układy,
- rozwiązuje równania i nierówności liniowe z wartością bezwzględną, wykorzystując własności wartości bezwzględnej liczby, zaznacza na osi liczbowej zbiory ich rozwiązań,
- rozwiązuje zadania dotyczące funkcji liniowej i jej zastosowania,
- rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi (algebraicznie i graficznie),
- rozróżnia układy równań niezależnych, zależnych i sprzecznych,
- rozwiązuje zadania tekstowe z różnych dziedzin, wykorzystując układy równań liniowych.

W sytuacjach praktycznych:

- posługuje się wielkościami wprost proporcjonalnymi, na przykład potrafi oszacować zużycie benzyny na zaplanowanej trasie, stosuje proporcje,
- stosuje równania i nierówności liniowe do zagadnień związanych z programowaniem liniowym (planowanie optymalnego budżetu),

- interpretuje związki i zależności liniowe wyrażone wzorem, wykresem czy schematem ukazujące się w mediach.

W zakresie kształtowania postaw:

- kształtuje wytrwałość w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych,
- jest świadomy o ważności systematyczności w pracy,
- nabył umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki,
- rozwija umiejętności pracy w zespole,
- kształtuje postawy dociekliwe, poszukujące i krytyczne,
- jest świadomy o odpowiedzialności za powierzone zadania,
- dba o estetykę (czytelny rysunek, jasne i przejrzyste rozwiązanie zadań itp.),
- kształcenie umiejętności autoprezentacji – prezentacji własnych dokonań,
- dba o własny rozwój,

V	Funkcja kwadratowa	24
1.	Wykres i własności jednomianu kwadratowego.	2
2.	Postać kanoniczna trójmianu kwadratowego.	2
3.	Postać ogólna trójmianu kwadratowego.	2
4.	Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowych i odczytywanie na ich podstawie własności (sprowadzanie funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do kanonicznej).	2
5.	Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.	2
6.	Najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w dziedzinie i w przedziale domkniętym.	2
7.	Wykorzystanie funkcji kwadratowej i jej wykresu do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych.	2
8.	Rozwiązywanie równań kwadratowych przez rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki.	2
9.	Równania kwadratowe i równania sprowadzalne do równań kwadratowych.	2
10.	Nierówności kwadratowe.	2
11.	Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych.	2
12.	Zadanie klasowe i poprawa.	2

Wiadomości i umiejętności
Uczeń:

- rozpoznaje na podstawie wzoru funkcję kwadratową, zna jej definicję,
- przekształca postać ogólną do kanonicznej, iloczynowej (jeśli istnieje) i odwrotnie,
- sporządza wykres dowolnej funkcji kwadratowej, podaje jej własności,
- wyznacza miejsca zerowe funkcji kwadratowej, zna warunki ich istnienia i liczby,
- wyznacza współrzędne wierzchołka paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej, określa przedziały monotoniczności, podaje wartości największą i najmniejszą funkcji kwadratowej w dziedzinie i w przedziale domkniętym,
- rozwiązuje problemy optymalizacyjne z zakresu funkcji kwadratowej,
- rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe,
- rozwiązuje układy równań, z których co najmniej jedno jest stopnia drugiego,
- rozwiązuje zadania tekstowe dotyczące poszukiwania równań i nierówności kwadratowych.
- wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań (w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym).



W sytuacjach praktycznych potrafi:

- odróżnić wzór funkcji kwadratowej od innych funkcji,
- sporządzać wykresy funkcji kwadratowej i zbadać jej własności na podstawie wykresu,
- wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji kwadratowej,
- przekształcać wykresy funkcji kwadratowych,
- wyznaczać wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu,
- sprawnie zamieniać jedną postać funkcji na inną (postać kanoniczna, iloczynowa, ogólna),
- sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie, zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów,
- wyznaczać wartość najmniejszą i największą funkcji w przedziale domkniętym,
- opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej.
- wykorzystuje funkcję kwadratową do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych, na przykład wyznaczania minimalnej wartości kosztów produkcji, maksymalnego zysku itp.,
- dostrzega związki matematyki z innymi dziedzinami wiedzy i życia (np. zastosowanie funkcji kwadratowej w fizyce, ekonomii),
- buduje modele matematyczne dla różnych sytuacji z życia codziennego oraz wykorzystuje je do rozwiązywania problemów praktycznych.

W zakresie kształtowania postaw:

- kształtuje wytrwałość w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych,
- wyrabia systematyczności w pracy,
- kształtuje pozytywne postawy etyczne (piętnowanie nieuczciwości wyrażającej się w ściąganiu, podpowiadaniu itp.),
- nabywa umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki,
- rozwija umiejętności pracy w zespole,
- kształtuje postawy dociekliwe, poszukujące i krytyczne,
- dba o estetykę (czytelny rysunek, jasne i przejrzyste rozwiązanie zadań itp.),
- kształtuje umiejętności autoprezentacji – prezentacji własnych dokonań.

3.2. Klasa II

Wymiar godzin – 2 godziny tygodniowo

	Wielomiany	16
1.	Wielomian jednej zmiennej, stopień wielomianu	1
2.	Równość wielomianów.	1
3.	Działania na wielomianach (dodawanie, odejmowanie, mnożenie)	1
4.	Dzielenie wielomianów przez wielomian.	2
5.	Pierwiastek wielomianu i jego krotność	1
6.	Twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu	1
7.	Rozkład wielomianu na czynniki	2
8.	Równania wielomianowe	2
9.	Nierówności wielomianowe.	2
10.	Zadania z tekstem prowadzące do równań i nierówności wielomianowych	2
11.	Praca klasowa i jej omówienie	2

Wiadomości i umiejętności

Uczeń:

- rozpoznaje wielomiany, określa ich stopień,
- określa warunki, przy których wielomiany są równe,
- przeprowadza działania na wielomianach jednej zmiennej (porządkuje, dodaje, mnoży, porównuje),
- dzieli wielomiany, używa notacji dzielenia z resztą,
- oblicza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian,
- rozumie definicję pierwiastka wielomianu i jego krotność,
- sprawdza, czy liczba jest pierwiastkiem wielomianu,
- znajduje ewentualne pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych,
- zna metody rozkładu wielomianu na czynniki, przekształca wielomian do postaci iloczynowej,
- rozwiązuje proste równania,
- określa znak wartości wielomianu w przedziałach, wyznaczonych przez miejsca zerowe,
- rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych.

W sytuacjach praktycznych:

- potrafi odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem,
- rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowania wyrazów, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias,
- rozwiązać równania wielomianowe metodą rozkładu wielomianu na czynniki,
- wykorzystuje wiadomości dotyczące wielomianu do rozwiązywania problemów praktycznych, takich jak: sprawiedliwy podział pieniędzy, zależność objętości od skali,
- podobieństwa figur, długość czasu wykonania pracy

W zakresie kształtowania postaw:

- kształtuje wytrwałość w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych,
- dba o systematyczność w pracy,
- nabył umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki,
- zdaje sobie sprawę z umiejętności pracy w zespole,
- prezentuje postawy dociekliwe, poszukujące i krytyczne,
- jest świadomy o odpowiedzialności za powierzone zadania,
- prezentuje pozytywne postawy dialogu i kultury dyskusji (komunikacja),
- kształtuje umiejętności autoprezentacji – prezentacji własnych dokonań,
- dba o własny rozwój,

	Funkcje wymierne	15
1.	Wyrażenia wymierne. Określenie dziedziny wyrażenia wymiernego.	1
2.	Obliczanie wartości wyrażeń wymiernych.	1
3.	Skracanie i rozszerzanie wyrażeń wymiernych.	1
4.	Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wyrażeń wymiernych.	1
5.	Proporcjonalność odwrotna i jej własności.	1
6.	Pojęcie funkcji wymiernej, dziedzina funkcji.	1
7.	Funkcja homograficzna, jej wykres i podstawowe własności.	1
8.	Rozwiązywanie równań wymiernych	2
9.	Rozwiązywanie nierówności wymiernych.	2
10.	Rozwiązywanie zadań tekstowych prowadzących do równań i nierówności wymiernych.	2
11.	Praca klasowa i jej omówienie.	2



Wiadomości i umiejętności

Uczeń:

- rozpoznaje wyrażenia wymierne, wyznacza ich dziedzinę,
- oblicza wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej,
- skraca i rozszerza wyrażenia wymierne,
- przeprowadza działania na wyrażeniach wymiernych,
- rozpoznaje funkcję wymierną, wyznacza jej dziedzinę i miejsca zerowe,
- rozpoznaje wielkości odwrotnie proporcjonalne, posługuje się nimi,
- sporządza wykres funkcji homograficznej, określa jej podstawowe własności (dziedzina),
- zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności),
- rozwiązuje równania i nierówności wymierne związane z funkcją homograficzną,
- rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do prostych równań i nierówności wymiernych.

W sytuacjach praktycznych:

- wykonuje działania arytmetyczne na funkcjach wymiernych, określając warunki wykonalności tych działań,
- posługuje się wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, na przykład potrafi określić termin ukończenia budowy w zależności od liczby zatrudnionych pracowników,
- wykorzystuje wiadomości dotyczące wyrażań wymiernych do rozwiązywania problemów praktycznych, między innymi wyznacza: opór zastępczy układu, pojemność kondensatora, okres obiegu planety wokół Słońca, odległość obrazu od zwierciadła itp.

W zakresie kształtowania postaw:

- kształtuje wytrwałość w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych,
- dba o systematyczność w pracy,
- nabył umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki,
- rozwija umiejętności pracy w zespole,
- kształtuje postawy dociekliwe, poszukujące i krytyczne,
- kształtuje odpowiedzialność za powierzone zadania,
- kształtuje umiejętności autoprezentacji – prezentacji własnych dokonań,

Elementy geometrii płaszczyzny		28
1-2.	Podstawowe pojęcia planimetrii (punkt, prosta, płaszczyzna, półprosta, odcinek, kąt, łamana, wielokąt)	2
3-4.	Odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi. Dwie proste przecięte trzecia prosta.	2
5-6.	Okrąg i koło, długość okręgu i pole kąta	2
7.	Kąty związane z okręgiem	1
8-9.	Oś i środek symetrii figury, symetralna odcinka, dwusieczna kąta	2
10-11.	Trójkąty, ich punkty szczególne, pole trójkąta	2
12-13.	Czworokąty i ich własności, pola czworokątów	2
15-16.	Czworokąt wpisany w koło, czworokąt opisany na okręgu	2
17.	Figury przystające i figury podobne	1
18-19.	Cechy przystawania i cechy podobieństwa trójkątów	2

20-21.	Twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem	2
22-23.	Zastosowanie trygonometrii w planimetrii	2
24-25.	Pole równoległoboku, trapezu, pole trójkąta	2
26-27.	Pola figur podobnych	2
28-29.	Zadanie klasowe i poprawa.	2

Wiadomości i umiejętności

Uczeń:

- zna pojęcia pierwotne planimetrii (punkt, prosta, płaszczyzna),
- definiuje półprostą, odcinek, łamaną, wielokąt, kąt (rozdziela rodzaje kątów), posługuje się nimi,
- rozumie pojęcie odległości,
- zna i rozumie definicje okręgu i koła, wyznacza środek okręgu, wskazuje promień, średnicę i cięciwę,
- zna zależności dotyczące liczby punktów wspólnych okręgu i prostej, dwóch okręgów, wykorzystuje je w zadaniach,
- zna i stosuje twierdzenie o kątach w okręgu,
- rozumie pojęcie osi i środka symetrii figury, podaje przykłady figur osiowo symetrycznych i środkowo symetrycznych,
- rozpoznaje wielokąty foremne,
- zna pojęcia symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta, własności tych obiektów,
- klasyfikuje trójkąty, oblicza ich pola i obwody,
- zna pojęcia wysokości trójkąta, jego środkowej i własności dotyczące punktów przecięcia wysokości, środkowych (twierdzenie o środkowych w trójkącie),
- klasyfikuje czworokąty, zna ich własności, oblicza pola i obwody,
- zna warunki opisywania (wpisywania) okręgu na czworokącie (w czworokąt),
- rozumie pojęcia „figury przystające” i „figury podobne”, wskazuje ich przykłady,
- zna cechy przystawania i cechy podobieństwa trójkątów oraz stosuje je przy rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych,
- zna i stosuje twierdzenie Talesa i do niego odwrotne, zna ich związek z podobieństwem,
- stosuje trygonometrię do rozwiązywania zagadnień z planimetrii.

W sytuacjach praktycznych:

- wyznacza najkrótszą drogę pomiędzy punktami,
- potrafi wyznaczyć optymalną (najkrótszą) trasę podróży,
- wykorzystuje twierdzenie Talesa w różnych sytuacjach,
- określić wzajemne położenie prostej i okręgu,
- określić wzajemne położenie dwóch okręgów,
- wyznacza pole powierzchni i obwód, na przykład potrafi obliczyć ilość farby potrzebną do wymalowania pokoju itp.;
- potrafi obliczać pola figur, wykorzystując podział tej figury na figury rozłączne,
- stosować twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu zadań,
- stosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w zadaniach,
- stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych,
- wie, w jaki sposób wzmocnić wykonaną konstrukcję budowlaną,
- wyznacza związki miarowe w otaczającej go przestrzeni,



- wykorzystuje własności symetrii osiowej (środkowej) w praktyce: na przykład wzornictwo serwetki, użytkowanie ksera,
- tworzy poprawną klasyfikację obiektów ze względu na pewną cechę lub układ cech.

W zakresie kształtowania postaw:

- jest przekonany o ważności wytrwałości w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych,
- zdaje sobie sprawę z ważności systematyczności w pracy,
- nabywa umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki,
- prezentuje pozytywne postawy podczas pracy w zespole,
- kształtuje postaw dociekliwe, poszukujące i krytyczne,
- dba o estetykę (czytelny rysunek, jasne i przejrzyste rozwiązanie zadań itp.),
- potrafi właściwie dokonać autoprezentację – prezentację własnych dokonań,
- dba o własny rozwój,

	Ciągi liczbowe	19
1.	Pojęcie ciągu liczbowego i jego przykłady. Sposoby przedstawiania ciągów	1
2-3.	Monotoniczność ciągu	2
4-5.	Ciąg arytmetyczny, wzór na n-ty wyraz ciągu.	2
6-7.	Suma n początkowych wyrazów ciągu.	2
8-9.	Ciąg geometryczny, wzór na n-ty wyraz ciągu	2
10-11.	Suma n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.	2
12-14.	Zadania z ciągiem arytmetycznym i geometrycznym.	3
15-17.	Oprocentowanie lokat i kredytów (procent prosty i procent składany)	3
18-19.	Praca klasowa i jej omówienie	2

Wiadomości i umiejętności

Uczeń:

- rozumie intuicyjnie pojęcie ciągu, określa ciąg, szkicuje wykres ciągu i na jego podstawie podaje własności ciągu,
- wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym,
- bada monotoniczność ciągu,
- rozpoznaje ciągi arytmetyczne, bada czy ciąg jest arytmetyczny, wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego i jego sumy częściowe,
- rozpoznaje ciągi geometryczne, bada czy ciąg jest geometryczny, wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego i jego sumy częściowe,
- stosuje własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach,
- bada zjawiska opisane za pomocą ciągów.

W sytuacjach praktycznych:

- potrafi określać ciąg wzorem ogólnym,
- zbadać, czy ciąg jest arytmetyczny,
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych,
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego,
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym,
- wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych,
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego,
- rozwiązuje problemy dotyczące oprocentowania lokat i kredytów, umie wybrać optymalny wariant, porównuje oferty banków i instytucji finansowych,

- dostrzega w przyrodzie zjawiska związane z ciągami (arytmetycznym, geometrycznym), na przykład zależność liczebności populacji od czasu, kosztów następnego
- etapu budowy (eksploatacji urządzenia) w zależności od poprzedniego.
- potrafi obliczać oprocentowanie lokat i kredytów z zastosowaniem procentu
- prostego i składanego uwzględnieniem podatku od oszczędności,
- potrafi wybierać najkorzystniejsze oferty banków i instytucji finansowych dotyczące lokat i kredytów.

W zakresie kształtowania postaw:

- kształtuje wytrwałości w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych,
- wyrabia systematyczność w pracy,
- kształtuje pozytywne postaw etyczne (piętnowanie nieuczciwości wyrażającej się w ściąganiu, podpowiadaniu itp.),
- nabył umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki,
- kształtuje postawy dociekliwe, poszukujące i krytyczne,
- kształtuje odpowiedzialność za powierzone zadania,
- dba o estetykę (czytelny rysunek, jasne i przejrzyste rozwiązanie zadań itp.),
- kształtuje umiejętności autoprezentacji – prezentacji własnych dokonań,
- dba o własny rozwój,

3.3. Klasa III

Wymiar godzin – 2 godziny tygodniowo

	Geometria analityczna	17
1.	Przypomnienie wiadomości o funkcji liniowej. Równanie kierunkowe prostej na płaszczyźnie	2
2.	Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty.	2
3.	Równanie ogólne prostej.	1
4.	Warunek równoległości i warunek prostopadłości prostych	2
5.	Proste równoległe i proste prostopadłe w zadaniach.	2
6.	Nierówności opisujące półpłaszczyznę.	1
7.	Odległość między punktami na osi i odległość w układzie współrzędnych.	1
8.	Odległość punktu między prostymi i odległość prostych równoległych na płaszczyźnie kartezjańskiej	1
9.	Współrzędne środka odcinka.	1
10.	Rozwiązywanie zadań utrwalających wiadomości z geometrii analitycznej.	2
11.	Praca klasowa i jej omówienie.	2

Wiadomości i umiejętności
Uczeń:

- zna równania prostej na płaszczyźnie (ogólne, kierunkowe),
- zna warunek równoległości i warunek prostopadłości prostych, bada analitycznie wzajemne położenie prostych,
- wyznacza równanie prostej równoległej i prostej prostopadłej do danej prostej,
- rozumie pojęcie odległości,
- wyznacza odległość między punktami, punktu między prostymi i prostych równoległych w ujęciu analitycznym,



- sporządza półpłaszczyznę na podstawie jej nierówności,
- zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów określony przez układ nierówności liniowych,
- opisuje przy pomocy nierówności liniowych lub ich układu zbiory punktów w układzie współrzędnych.

W sytuacjach praktycznych:

- wyznacza najkrótszą odległość,
- potrafi odczytać z mapy położenie punktów,
- umie projektować i wykonywać obliczenia do rozwiązania problemu wymagającego wieloetapowego działania,
- starannie wykonuje rysunki.

W zakresie kształtowania postaw:

- kształtuje wytrwałość w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych,
- wyrabia systematyczności w pracy,
- nabył umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki,
- świadomie rozwija umiejętności pracy w zespole,
- kształtuje postawy dociekliwe, poszukujące i krytyczne,
- prezentuje pozytywne postawy dialogu i kultury dyskusji (komunikacja),
- dba o estetykę (czytelny rysunek, jasne i przejrzyste rozwiązanie zadań itp.).

	Funkcja wykładnicza i funkcja logarymiczna	13
1.	Potęga o wykładniku rzeczywistym. Działania na potęgach.	2
2.	Funkcja wykładnicza i jej własności.	1
3.	Proste równania i nierówności wykładnicze.	2
4.	Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonym w kontekście praktycznym.	1
5.	Pojęcie logarytmu, własności logarytmów.	2
6.	Przekształcanie wzorów.	1
7.	Funkcja logarymiczna i jej własności.	1
8.	Proste równania i nierówności logarymiczne.	1
9.	Praca klasowa i jej omówienie.	2

Wiadomości i umiejętności

Uczeń:

- podaje pojęcie potęgi liczby rzeczywistej o wykładniku całkowitym
- podaje proste przykłady funkcji potęgowych, sporządza ich wykresy i je omawia.
- przypomina pojęcie pierwiastka arytmetycznego liczby nieujemnej oraz jego własności,
a następnie rozszerza pojęcie potęgi oraz bada własności działań na potęgach o wykładniku wymiernym.
- określa równanie i nierówność logarymiczną;
- rozwiązuje równania, korzystając z różnowartościowości funkcji logarymicznej,
- rozwiązuje nierówności, korzystając z monotoniczności funkcji logarymicznej.

W sytuacjach praktycznych:

- sporządza wykresy funkcji logarymicznych;
- odczytuje z wykresów własności funkcji logarymicznych.
- rozwiązuje proste równania wykładnicze,
- wykonuje podstawowe obliczenia przy użyciu logarytmów.
- rozwiązuje proste równania i nierówności potęgowe.
- podnosi do potęgi wymiernej liczbę rzeczywistą;
- wykonuje działania na potęgach o wykładniku wymiernym,



- porównuje potęgi o wykładniku wymiernym,
- rozwiązuje bardziej złożone równania wykładnicze, wykorzystując przekształcenia algebraiczne i podstawienia
- korzysta ze wzorów na logarytm iloczynu, ilorazu i potęgi,
- korzysta ze wzoru na zamianę podstawy,
- korzysta ze wzoru na zamianę podstawy.

W zakresie kształtowania postaw:

- rozwija umiejętności pracy w zespole,
- kształtuje postawy dociekliwe, poszukujące i krytyczne,
- zdaje sobie sprawę z odpowiedzialności za powierzone zadania,
- prezentuje pozytywne postawy dialogu i kultury dyskusji (komunikacja),
- dba o estetykę (czytelny rysunek, jasne i przejrzyste rozwiązanie zadań itp.),
- kształtuje umiejętności autoprezentacji – prezentacji własnych dokonań.

	Stereometria	29
1.	Wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni	1
2.	Kąt prostej z płaszczyzną.	1
3.	Kąt dwuścienny.	2
4.	Pojęcie wielościanu, wzajemne położenie krawędzi i ścian wielościanów	2
5.	Określenie i budowa graniastosłupów, siatki graniastosłupów	3
6.	Pole powierzchni i objętość graniastosłupa.	3
7.	Ostrosłupy – pole powierzchni i objętość.	3
8.	Bryły obrotowe – walec, stożek i kula.	2
9.	Pole powierzchni i objętość brył obrotowych.	3
10.	Zadanie klasowe i poprawa.	2

Wiadomości i umiejętności

Uczeń:

- wie, co wyznacza prostą i płaszczyznę w przestrzeni,
- zna możliwe położenia prostych w przestrzeni (rozdziela je), prostej i płaszczyzny oraz płaszczyzn,
- wyznacza kąt między prostymi, kąt między prostą i płaszczyzną i kąt dwuścienny w przestrzeni,
- klasyfikuje wielościany, rozdziela podstawowe ostrosłupy i graniastosłupy (proste i prawidłowe),
- zna bryły obrotowe (walec, stożek, kula) i przekroje osiowe brył obrotowych,
- buduje modele brył, zna własności siatek ostrosłupów i graniastosłupów,
- oblicza pola powierzchni i objętości graniastosłupów, ostrosłupów i brył obrotowych,
- stosuje trygonometrię do wyznaczania wielkości miarowych brył i oblicza ich pola powierzchni i objętości.

W sytuacjach praktycznych potrafi:

- wskazać płaszczyzny równoległe i prostopadłe do danej płaszczyzny,
- wskazać proste równoległe i prostopadłe do danej płaszczyzny,
- odróżnić proste równoległe od prostych skośnych,
- wskazać proste prostopadłe w przestrzeni,
- wyznaczyć kąt nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa,
- wyznaczyć kąt nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa,
- rozpoznawać graniastosłupy proste i pochyle, równoległościanny i prostopadłościanny,



- rysować siatki graniastosłupów i ostrosłupów wypukłych,
- zastosować w zadaniach związki między liczbą ścian, krawędzi i wierzchołków graniastosłupów i ostrosłupów wypukłych,
- wskazać promień podstawy, wysokość i tworzące walca oraz stożka; zastosować w zadaniach związki między nimi,
- wskazać kąt rozwarcia stożka oraz kąt nachylenia tworzącej do podstawy,
- zastosować funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków i miar kątów w bryłach.

W zakresie kształtowania postaw:

- kształtuje wytrwałość w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych,
- wyrabia systematyczność w pracy,
- nabył umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki,
- kształtuje postawy dociekliwe, poszukujące i krytyczne,
- zdaje sobie sprawę z odpowiedzialności za powierzone zadania,
- kształtuje postawy dialogu i kultury dyskusji (komunikacja),
- dba o estetykę (czytelny rysunek, jasne i przejrzyste rozwiązanie zadań itp.),
- kształci umiejętności autoprezentacji – prezentacji własnych dokonań.

3.4. Klasa IV

Wymiar godzin – 2 godziny tygodniowo

	Rachunek prawdopodobieństwa	20
1.	Elementy kombinatoryki: $n!$, symbol Newtona.	2
2.	Permutacja zbioru n – elementowego.	1
3.	Kombinacje.	1
4.	Wariacje bez powtórzeń i wariacje z powtórzeniami.	1
5.	Zadania kombinatoryczne	2
6.	Doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór zdarzeń elementarnych i zdarzenie losowe.	3
7.	Częstość zdarzenia	1
8.	Prawdopodobieństwo i jego własności.	2
9.	Definicja klasyczna prawdopodobieństwa.	2
10.	Zadania z wykorzystaniem definicji klasycznej	3
11.	Zadanie klasowe i poprawa	2

Wiadomości i umiejętności

Uczeń:

- zna pojęcie silni i symbol Newtona oraz ich algebraiczne własności,
- rozpoznaje permutacje, kombinacje i wariacje zbioru (z powtórzeniami i bez),
- rozwiązuje zadania kombinatoryczne,
- zna podstawowe pojęcia probabilistyczne (doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór zdarzeń elementarnych, zdarzenie losowe),
- zna i rozumie pojęcia: częstość i prawdopodobieństwo zdarzenia (model klasyczny),
- oblicza prawdopodobieństwa zdarzenia na podstawie definicji klasycznej lub za pomocą drzewa,
- stosuje własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań,
- rozumie intuicyjnie pojęcie prawdopodobieństwa i jego związek z częstością
- oblicza wprost z definicji prawdopodobieństwa zdarzeń najprostszych, np. otrzymanie



- parzystej liczby oczek w rzucie kostką , przy rzucie dwiema kostkami lub dwiema monetami sumy zdarzeń i zdarzenia przeciwnego
- zna pojęcia: zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenie przeciwne
- znajduje liczbę możliwych wyników przy kilkukrotnym rzucie kostką i w innych wypadkach o podobnej skali trudności,
- wykorzystuje te rachunki do obliczania prawdopodobieństw

W sytuacjach praktycznych:

- oblicza liczbę możliwości z zasady mnożenia w bardziej skomplikowanych wypadkach i wykorzystuje wyniki do obliczania prawdopodobieństwa
- oblicza liczbę możliwych ustawień n różnych elementów, stosuje tę umiejętność do obliczania prawdopodobieństwa;
- rozwiązuje praktyczne problemy z wykorzystaniem kombinatoryki, na przykład ile kuponów wystać, aby szansę zwycięstwa były nie mniejsze niż., ile delegacji utworzyć, aby się zakwalifikować do...),
- oblicza szansę zdarzenia w sytuacjach życiowych: loterie, karty, totalizator,
- odczytuje dane z tabel, wykresów i diagramów, potrafi je analizować.

W zakresie kształtowania postaw:

- jest wytrwały w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych,
- jest systematyczny w pracy,
- nabył umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki,
- umie pracować w zespole,
- prezentuje postawę dociekliwą, poszukującą i krytyczną,
- jest świadomy odpowiedzialności za powierzone zadania,
- prezentuje pozytywne postawy dialogu i kultury dyskusji (komunikacja),
- potrafi właściwie dokonywać autoprezentację – prezentację własnych dokonań.

	Elementy statystyki	9
1.	Dane statystyczne i ich klasyfikacja.	1
2.	Średnia arytmetyczna i średnia ważona.	2
3.	Wariancja i odchylenie standardowe liczone z próby.	2
4.	Zastosowanie poznanych pojęć ze statystyki opisowej w zadaniach.	2
5.	Zadanie klasowe i poprawa.	2

Wiadomości i umiejętności

Uczeń:

- wyznacza średnie- arytmetyczną, ważoną, dominantę, medianę oraz wariancję i odchylenie standardowe (liczone z próby),
- odczytuje dane z tabel, diagramów, wykresów, przeprowadza ich analizę ilościową,
- przedstawia dane w postaci tabel, diagramów, wykresów.

W sytuacjach praktycznych potrafi:

- obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, odchylenie standardowe z próby,
- interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne,
- odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów,
- przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów,
- przedstawiać analizę ilościową przedstawionych danych,
- porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi.

W zakresie kształtowania postaw:

- nabył wytrwałość w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych,
- jest świadomy o ważności systematyczności w pracy,



- nabył umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki,
- wykształcił postawę dociekliwą, poszukującą i krytyczną,
- ma świadomość odpowiedzialności za powierzone zadania,
- posiadał umiejętności autoprezentacji – prezentacji własnych dokonań,
- dba o własny rozwój,
- wykształcił asertywne zachowania przy prezentacji własnych poglądów i wyników swojej pracy

3.5. Powtórzenie przed maturą

Po ukończeniu klasy czwartej uczeń powinien:

- określać pojęcia, formułować twierdzenia i przeprowadzać rozumowania dotyczące ciągów liczbowych, w szczególności ciągu arytmetycznego i geometrycznego (procent składany);
- konstruować model matematyczny doświadczeń losowych (skończone zbiory zdarzeń elementarnych);
- wykonywać działania na zdarzeniach;
- stosować kombinatorykę do obliczania prawdopodobieństwa w zadaniach wykorzystujących klasyczną definicję prawdopodobieństwa;
- opisywać własności podstawowych wielościanów i brył obrotowych;
- wyznaczać związki miarowe w otaczającej go przestrzeni, wyznaczać miary brył;
- krytycznie analizować dane doświadczalne (badania statystyczne) i ich graficzne reprezentacje, operować podstawowymi charakterystykami liczbowymi zestawów danych.

4. Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych

Rozwijanie umiejętności matematycznych wpływa na rozwój intelektualny człowieka. Matematyka uczy logicznego myślenia i wnioskowania. Na lekcjach matematyki uczeń nabywa umiejętności precyzyjnego wysławiania się, co pomaga mu w komunikowaniu się z innymi. Edukację w technikum rozpoczynamy od elementów logiki matematycznej. Realizacja tej tematyki pozwoli na zrozumienie budowy definicji i twierdzenia matematycznego (założenie, teza) oraz umożliwi kształcenie umiejętności logicznego wnioskowania. Umożliwi kształcenie precyzyjnego zapisu matematycznego, co wpłynie na kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi.

Realizacja mojego programu umożliwi rozwiązywanie ciekawych problemów zarówno z algebry, jak i z geometrii. Zadania rozwiązywane na każdym etapie edukacji pozwolą na zdobycie umiejętności w zakresie: interpretowania tekstu matematycznego, używania prostych obiektów matematycznych, prostego modelowania matematycznego, stosowania strategii wynikającej z treści zadania, jak również prowadzenia prostych rozumowań, składających się z niewielkiej liczby kroków.

Przykłady zaczerpnięte z życia codziennego pozwolą dostrzec uczniowi prawidłowości matematyczne w otaczającym go świecie i wpłyną na rozwijanie jego praktycznych umiejętności.

We współczesnym świecie niezbędna jest umiejętność posługiwania się różnymi tabelami, wykresami i diagramami. Kształtowanie tych umiejętności umożliwi realizacja tego programu w każdym dziale matematyki, w szczególności przy omawianiu takiej tematyki jak zbiory, elementy statystyki, czy własności funkcji.

Na tych lekcjach uczeń nabyte umiejętności zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji. Opanuje umiejętność oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia. Lekcje rachunku prawdopodobieństwa ułatwią uczniowi dokonanie wyboru strategii w przypadkach doświadczeń losowych (np. gry losowe).

Nie mniej ważne jest kształtowanie postaw młodego pokolenia. Te cele należy kształtować na każdej lekcji matematyki. Trzeba wymagać od uczniów samodzielności w rozwiązywaniu problemów, piętnować nieuczciwość, wyrażającą się w podpowiadaniu czy w ściąganiu. Każdy uczeń powinien czuć się odpowiedzialny za powierzone mu zadania.

Na lekcjach matematyki mamy doskonałe warunki do tego, by uczyć kultury dyskusji. Bardzo często uczniowie przedstawiają różne metody rozwiązania tego samego problemu, a naszym obowiązkiem jest wysłuchać wszystkich propozycji i wspólnie z zespołem podjąć decyzję, w jaki sposób dany problem ostatecznie rozwiązać. Zwracamy też uwagę na język matematyczny, precyzyjne formułowanie myśli, logiczną konstrukcję wypowiedzi. Kształcimy w ten sposób umiejętność komunikacji uczeń–nauczyciel, uczeń–uczeń.

Osiągnięcie założonych celów edukacyjnych i wychowawczych jest możliwe dzięki stosowaniu na lekcjach matematyki różnorodnych metod nauczania i odpowiedniego doboru form organizacyjnych lekcji. Ta różnorodność ma nie tylko uatrakcyjnić przedmiot,



ale także zaktywizować uczniów w procesie uczenia się, zachęcić do rozwiązywania różnorodnych problemów, spowodować kształtowanie odpowiednich postaw.

4.1. Metody i formy pracy na lekcji przydatne w rozwijaniu matematycznych kompetencji kluczowych

Metody i techniki nauczania	Charakterystyka	Wartość metody	Zastosowanie (dla rozwoju MKKE)
ćwiczenia	Wyzwała aktywność odtwórczą i twórczą uczniów w sytuacji odpowiednio dobranych i uporządkowanych zadań do rozwiązania przez uczniów. Pozwala dostrzegać różnorodne zastosowania nabywanej wiedzy i budować przekonanie o jej użyteczności. Odpowiednio dobrany układ zadań może organizować lekcje problemową, albo pozwala obserwować określone prawidłowości prowadzące do sformułowania hipotezy.	budowanie przekonań o celowości systematycznej nauki	doskonalenie umiejętności (W2); konstruowanie lub odkrywanie nowych informacji (W3, U3, U4)
praca z tekstem	Rozwija aktywność twórczą, samodzielność i wytrwałość w zdobywaniu nowej wiedzy pod warunkiem dobrania tekstów odpowiednio do możliwości uczniów.	rozwój krytycznego myślenia	wdrażanie do samokształcenia (U3, U4)
wykład problemowy ilustrowany	Prezentacja wzorów analitycznego i syntetycznego myślenia nauczyciela, wzorów formułowania problemów, prezentacja wzorcowych sposobów rozwiązań, powiązana z wizualizacją odwołującą się do różnych typów sensomotorycznych, z możliwością zadania pytań.	konstrukcja logiczna, jasność wyводу	wprowadzanie nowych trudnych wiadomości, nauka notowania (W1, U2)
obserwacja	Rejestrowanie wyników obliczeń wykonywanych na papierze lub kalkulatorze czy efektów „eksperymentów” przeprowadzanych za pomocą kalkulatora graficznego lub komputera oraz redagowanie wniosków dotyczących wyników tych działań. Dostrzeganie zastosowań matematyki w sytuacjach życia codziennego oraz przyszłym działaniu zawodowym.	budowanie hipotez na podstawie obserwacji wyników uzyskanych za pomocą kalkulatora i komputera	gromadzenie spostrzeżeń i obserwacji na temat obiektów matematycznych (W3, W4, U3, U1)
gra dydaktyczna	Występujący element zabawy i rywalizacji w naturalny sposób angażuje uczestników, rozwija umiejętność przewidywania i myślenie strategiczne. Gry mogą wykorzystywać własności struktur matematycznych.	autentyzm reguł działania	doskonalenie umiejętności (W2, W5, P3)
burza mózgów	Brak wartościowania pomysłów jest zachętą dla uczestników do zgłaszania własnych propozycji rozwiązania problemu. Powinna być zakończona dyskusją wartościującą te pomysły, z argumentacją uzasadniającą ich wartość.	wytworzenie w krótkim czasie wielu pomysłów	"rozgrzewka" umysłowa (P1, P2, P3)
"dywanik albo ściana pomysłów"	Może stanowić zakończenie "burzy mózgów". Uczniowie przygotowują indywidualnie pomysły rozwiązania problemu i umieszczają na zawieszonym arkuszu. Następnie uczniowie dokonują wyboru najlepszego pomysłu poprzez "głosowanie" (każdy uczeń dysponuje jednym punktem).	konieczność prezentacji swojego stanowiska przez każdego ucznia	wybór najlepszego rozwiązania (U2, P1, P3)



dyskusja	Rozwija umiejętności komunikacyjne, umiejętności dobierania argumentacji, jasnego wypowiedzenia swoich sądów, umiejętność podejmowania decyzji, jednak angażuje tylko część uczniów.	różnorodność wiedzy i poglądów, możliwość prezentacji swojego zdania	np. ustalanie planu rozwiązania problemu (U1,P2,P3)
"śnieżna kula"	Odmiana dyskusji pozwalająca przechodzić od pracy indywidualnej do pracy w grupach, a kończy się pracą zbiorową. Angażuje przez cały czas wszystkich uczestników zarówno w wytwarzaniu pomysłów, jak i ocenie stanowiska.	możliwość dokonania oceny różnych pomysłów	negocjowanie i uzgadnianie stanowiska (U1,P2, P3)
projekt badawczy	Kształci i doskonali wiele umiejętności, a zwłaszcza pozwala na opanowanie metod poznania wykraczających poza program kształcenia szkolnego. Może być adresowany do pojedynczych uczniów szczególnie zainteresowanych i uzdolnionych w danej dziedzinie.	autentyzm poznania naukowego	samodzielne pozyskanie dodatkowych wiadomości i umiejętności (W4, W5, P1,P2, P3)
projekt edukacyjny	Pozwala na wykorzystanie zdobytej wiedzy do rozwiązania rzeczywistych problemów praktycznych przez grupę uczniów o różnym poziomie osiągnięć matematycznych z wykorzystaniem talentów i uzdolnień poszczególnych członków zespołu.	podnosi samoocenę i buduje poczucie własnej wartości	przedsięwzięcie na rzecz środowiska (W2, W3,U1)
pogadanka	Dobrze przygotowana może służyć wytworzeniu sytuacji problemowej lub sprawdzeniu efektów zajęć. Jej skutki mogą być ograniczone dominacją nauczyciela albo stosowaniem przez niego heurystyki pozornej.	uwidoczni konstrukcję logiczną zajęć, ożywia lekcję, mobilizuje uczniów	wprowadzenie do tematu lub podsumowanie lekcji (W1,U1)
mapa mentalna	Technika pozwalająca na wizualne przedstawienie treści wybranego zakresu, działu lub tematu. Może być wykorzystana podczas pracy z tekstem. Przydatna w matematyzowaniu sytuacji rzeczywistych.	dogłębna analiza zawartości tekstu	wizualizacja treści tekstu (W4, U4)
sieć	Technika pozwalająca na zbudowaniu sieci połączeń między pojęciami, prawami, twierdzeniami, w pracy zespołowej. Umożliwia odkrycie struktury danej dyscypliny, np. dedukcyjnego charakteru matematyki	porządkowanie, odkrywanie powiązań strukturalnych i uogólnianie	usystematyzowanie wiadomości (W1,W3,W4, U2)
portfolio	Gromadzenie nadobowiązkowych prac wykonanych w dłuższym okresie czasu indywidualnie lub w zespołach. Pozwala śledzić przebieg uczenia się, postępy, twórczość i zaangażowanie uczniów.	rozwija zainteresowania i motywuje do uczenia się z własnej inicjatywy	dokumentowanie pozalekcyjnej pracy uczniów (W4, U3, U4, P2)



4.2. Zasady nauczania

W nauczaniu matematyki należy uwzględnić stosowanie następujących zasad nauczania

- (1) **zasada przystępności** wymaga dostosowania programu nauczania matematyki oraz planu dydaktycznego nauczyciela do możliwości intelektualnych uczniów.
Zasadę tę realizuje się poprzez:
 - stopniowanie trudności, przechodzenie od rzeczy łatwych do trudnych, od prostych do złożonych, od tego, co ogólne, do tego, co szczegółowe i na odwrót,
 - indywidualizację nauczania,
 - stosowanie wiadomości teoretycznych do rozwiązywania problemu,
- (2) **zasada świadomego i aktywnego udziału uczniów** w procesie kształcenia poprzez świadomy udział w procesie projektowania rozwiązań problemów matematycznych oraz wyboru najbardziej racjonalnej drogi rozumowania,
- (3) **zasada pogłębienia**, czyli poznania poprzez obserwację, wizualizację materiału nauczania z wykorzystaniem technik informacyjnych (plansz, modeli, foliogramów, komputerów),
- (4) **zasada trwałości wiedzy**, czyli stopniowania pogłębienia i poszerzenia materiału nauczania poprzez powtarzanie i utrwalanie,
- (5) **zasada systematyczności i logicznej kolejności**, która umożliwia:
 - uświadomienie sobie przez ucznia logicznej kolejności zdobywanych wiadomości,
 - systematyczną pracę ucznia,
 - systematyzowanie wiadomości i umiejętności uczniów,
- (6) **zasada świadomego i aktywnego uczestnictwa**– zasada ta stawia ucznia w centralnym miejscu procesu nauczania. Wynika ona z tego, że młoda osoba jest ciekawa świata, ludzi i procesów, posiada olbrzymie możliwości poznawcze i poszukuje własnych zainteresowań. Należy wykorzystać i utrzymać naturalną chęć większości uczniów do nauki i ich aktywność na lekcjach. Nauczyciel nie jest w stanie zrealizować celów edukacyjnych bez akceptacji swoich poczynań i aktywności ze strony uczniów. Cały proces nauczania szkolnego i działalność nauczyciela to przede wszystkim kierowanie uczeniem. Jeśli uczeń będzie pracował ze świadomością i pozytywnym przekonaniem, że nauczyciel jest pomocnikiem w jego rozwoju i wykaże aktywność w zdobywaniu wiedzy, to jego osiągnięcia będą znacznie wyższe.
- (7) **zasada praktyczności**– zasada ta ma szczególne znaczenie w nauczaniu matematyki w zakresie podstawowym. Rezygnujemy tutaj z formalizmów, dowodzenia twierdzeń, szerszych uogólnień i wszędzie, gdzie to możliwe, odwołujemy się do praktycznych zastosowań matematyki. Przy wprowadzaniu nowych pojęć również wychodzimy od sytuacji z życia codziennego, modelujemy je i projektujemy dla nich odpowiednie obliczenia. Zastosowania matematyki do opisu zjawisk i procesów zachodzących w przyrodzie oraz jej nieodzowność przy kształceniu logicznego myślenia, to główne powody powszechności nauczania tego przedmiotu na wszystkich etapach kształcenia.
- (8) **zasada indywidualizacji**– stosowanie tej zasady jest nieodzowne w procesie nauczania matematyki. Wymaga tego system oceniania i egzaminów szkolnych. Mimo tego, że nauczanie w klasie szkolnej jest zespołowe, nauczyciel cały czas musi mieć na względzie indywidualne postępy każdego ucznia. Musi ocenić jego wiadomości i umiejętności, systematycznie informować jego rodziców o osiągnięciach a wielokrotnie również motywować go do lepszej pracy.



- (9) **zasada zespołowości**– zasada ta nie stoi w sprzeczności z zasadą indywidualizacji. Dotyczy ona, bowiem innych zagadnień, mianowicie organizacji pracy na lekcji oraz współczesnych potrzeb społecznych. Nauczyciel, w celu przyspieszenia nauczania i sprawniejszego opanowania umiejętności matematycznych, powinien często organizować prace zespołowe, przez co przyczyni się również do wyrobienia odpowiednich postaw uczniów, takich jak umiejętność współdziałania, wysłuchiwanie racji innych, wzajemna pomoc i uzupełnianie się, odpowiednie tempo i rytmiczność pracy, przygotowanie do zespołowej pracy zawodowej. Uczeń podczas pracy w grupie zajmie odpowiednie miejsce, włączy się do realizacji celu poprzez oferowanie swoich umiejętności oraz zapozna się z umiejętnościami i metodami uczenia się innych.

Wszystkie zasady stanowią istotne prawidłowości decydujące o właściwie przeprowadzonym procesie edukacyjnym. Projektowanie nowoczesnych zajęć edukacyjnych powinno uwzględniać założenia, możliwości i potrzeby realizacji wszystkich zasad dydaktycznych.

4.3. Propozycje metod oceny osiągnięć uczniów

Kontrolowanie i ocenianie uczniów powinno być spójne z tym, co było przedmiotem nauczania. Przedmiotem oceny nie może być relacja między wiedzą ucznia i nauczyciela, lecz postęp ucznia w procesie kształcenia. Głównymi obszarami oceniania powinny być: wiedza zdobyta przez ucznia, umiejętności pozwalające uczniowi na gromadzenie i pogłębianie wiedzy, umiejętności społeczne i komunikacyjne, a także postawa młodego człowieka, wyrażająca się w dążeniu do samorealizacji. Najłatwiej ocenić wiedzę, jaką posiada uczeń, trudniej– pozostałe obszary. Aby móc to uczynić, należy stosować aktywne metody nauczania. Tak ważną umiejętność jak komunikacja, która wyraża się w wypowiedaniu, argumentowaniu, najlepiej można ocenić podczas dyskusji, pracy w grupach czy autoprezentacji. Z kolei umiejętności społeczne ujawnia współpraca w mniejszych zespołach, prace projektowe oraz zadania indywidualne, podejmowane przez pojedynczych uczniów. Ocenie podlega wówczas zaangażowanie w realizację zadań, odpowiedzialność za pracę, a także umiejętność współpracy między uczniami.

Ważne jest to, aby nauczyciel miał świadomość, że ocenianie nie służy tylko gromadzeniu ocen. Ma sprawdzać postępy ucznia, uświadamiać mu braki, w porę wykrywać kłopoty i trudności w nabywaniu różnych umiejętności, ale także zachęcać go do dalszej pracy i pokonywania trudności. Regularność oceniania zachęca uczniów do systematycznej pracy. Ważne jest, abyśmy dostrzegali nie tylko zaangażowanie uczniów podczas lekcji, ale także premiowali wszelkie prace domowe. Niezwykle ważne jest, aby system oceniania był jasny i czytelny dla uczniów i ich rodziców.

Aby wnikliwie ocenić edukacyjne osiągnięcia ucznia należy posługiwać się różnorodnymi środkami i metodami oceniania, takimi jak:

- sprawdziany pisemne (prace klasowe, testy, kartkówki, testy z zadaniami zamkniętymi i otwartymi),
- odpowiedzi ustne (referaty, odpowiedzi z kilku ostatnich zajęć, prezentacja rozwiązania zadania, dyskusja nad rozwiązaniem problemu itp.),
- praca w grupach,
- prace domowe,
- aktywność na zajęciach,
- projekty,
- wykonywanie modeli, plansz, ilustracji, tablic,



- udział w konkursach przedmiotowych, olimpiadach.

Problemy związane z kontrolą i oceną na lekcjach matematyki są zawarte w przedmiotowym systemie oceniania z matematyki, który jest częścią wewnątrzszkolnego systemu oceniania. Wewnątrzszkolny system oceniania zawiera ogólne cele oceniania w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych, wskazuje na to, co podlega ocenie, podaje zasady funkcjonowania systemu, formy oceny, tryb oceniania, klasyfikowania i promowania.

Ważną sprawą jest również to, aby uczeń znał stosowany na lekcjach system punktacji i zasady oceniania. Proponuję następujący zamiennik punktów na oceny:

- | | |
|------------------|------------|
| - celujący | 98% - 100% |
| - bardzo dobry | 90% - 97% |
| - dobry | 75% - 89% |
| - dostateczny | 50% - 74% |
| - dopuszczający | 30% - 49% |
| - niedostateczny | 0% - 29% |

4.4. Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia

Oceniając ucznia, sprawdzamy poziom jego wiedzy i umiejętności. Jako podstawowe kryterium oceny możemy przyjąć poziom wiedzy odnoszący się do wymagań na ocenę dopuszczającą i dostateczną, które określają znajomość pojęć, definicji, twierdzeń, reguł i ich zrozumienie. W wypadku wymagań ponadpodstawowych (na ocenę dobrą, i wyższą) egzekwujemy również umiejętności, sprawdzamy, jak uczeń wykorzystuje swą wiedzę: jak dedukuje, interpretuje dane, jak orientuje się w przestrzeni trójwymiarowej itp.

Ocena dopuszczająca:

otrzymuje ją uczeń, który:

- Intuicyjnie rozumie pojęcia– zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- Rozumie podstawowe twierdzenia– potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- Rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- Potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Ocena dostateczna:

otrzymuje ją uczeń, który:

- Podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- Podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- Wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- Zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- Sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- Korzysta z kalkulatora;
- Zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;

- Naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- Samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- Sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Ocena dobra:

otrzymuje ją uczeń, który:

- Przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- Zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- Intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- Wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- Zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- Rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- Rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- Ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Ocena bardzo dobra:

otrzymuje ją uczeń, który:

- Zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- Posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- Samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- Przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- Korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- Stosuje nowe twierdzenia;
- Ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);
- Zna dowody twierdzeń objętych programem;
- Rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- Skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- Analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- Rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych;

Ocena celująca:

otrzymuje ją uczeń, który:

- Analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- Zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- Potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- Zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- Buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- Stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- Uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

Należy pamiętać, że:

- ocena nie powinna być celem samym w sobie, ale środkiem do osiągnięcia wyższych celów, gdyż każda ocena szkolna to decyzja o młodym człowieku.
- ocena powinna być sprawiedliwa, powinna uwzględniać indywidualne cechy rozwojowe każdego ucznia.
- ocena ma pobudzać do nauki, budzić ufność, wiarę we własne siły i aktywizować, ocenianie ma silny wymiar wychowawczy, oceny mają skutki do końca nieprzewidywalne i czasem bardzo odsunięte w czasie.
- ocenianie wymaga rozsądnego wyważenia, powinno wspomagać efektywne uczenie się, jak i nauczanie. ocenianie jest czynnością etycznie nieobojętną, oceniać trzeba dobrze, wspierając ucznia w jego procesie kształcenia

5. Oprzyrządowanie programu

Ten program nauczania matematyki wymaga, aby nauczyciel często korzystał ze środków dydaktycznych, urozmaicając zakres założonych celów lekcji i wzbogacając proces nauczania.

Środki dydaktyczne to różnego rodzaju przedmioty i urządzenia, które dostarczają uczniom określonych bodźców poprzez oddziaływanie na ich słuch, wzrok oraz dotyk i które ułatwiają im poznanie nauczanych treści. Zasada pogładowości nauczania wymusza stosowanie środków dydaktycznych na lekcjach. Rozbudzają one zainteresowanie matematyką, stymulują rozwój logicznego myślenia, rozwijają zdolność obserwacji i wyobraźni przestrzennej.

Środki dydaktyczne to przede wszystkim materiały i pomoce: plansze, zestawienia, arkusze danych, rysunki, animacje, programy komputerowe, różnego rodzaju modele, podręczniki, encyklopedie, tablice matematyczne, foliogramy.

Do środków dydaktycznych zaliczamy również techniczne urządzenia, takie jak: tablice z układem współrzędnych, przyrządy kreślarskie, rzutniki pisma, kserokopiarki, projektory, kalkulatory – tradycyjne i graficzne, komputery.

Nieodzowne jest wykorzystywanie kalkulatorów graficznych i komputerów. Narzędzia te inspirują do twórczej pracy wielu uczniów oraz znacznie ułatwiają obliczenia i wizualizację matematyki.

Matematyka, A. Jatczak, M. Ciołkosz, P. Ciołkosz, Matematyka. Zakres podstawowy, 2007.

Zbiór zadań, P. Pyrdoł, Matematyka I

Zbiór zadań linia 2, 2003.

Zbiory testów sprawdzających osiągnięcia uczniów.

Tablice matematyczne – komplet.

6. Ewaluacja programu

Ewaluacja i monitoring wdrażania programu nauczania matematyki będzie prowadzona przez cały czas jego realizacji i po zakończeniu wdrożenia.

Ewaluację przeprowadzą:

1. realizujący program,
2. dyrekcja szkoły,
3. osoby nadzorujące realizację założeń projektu Szkoła Kluczowych Kompetencji – Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej.

Planowany jest klasyczny model ewaluacyjny ukierunkowany na wyniki nauczania uzyskiwane w pracy z danym programem. Badane będą program (jego poprawność merytoryczna i dydaktyczna), jego realizacja oraz postępy uczących się według tego programu.

Proponuje się następujące metody i narzędzia ewaluacji:

- analizę dokumentów szkolnych (dziennika lekcyjnego, rozkładu materiału),
- ankietowanie uczniów i rodziców (ankieta),
- samoocenę nauczyciela (arkusz samooceny),
- pomiar dydaktyczny (test na wejściu i na zakończenie cyklu kształcenia oraz wyniki osiągnięte przez uczestników na egzaminie potwierdzającym kwalifikacje zawodowe).

Prezentacja danych z ewaluacji sporządzona będzie w formie raportu.

Projekt ewaluacji programu

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacje danych / raport
Przed rozpoczęciem realizacji programu	Projekt autorskiego programu nauczania	Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia: 1. zasoby realizatora 2. potrzeby i ograniczenia odbiorców 3. możliwości rozwijania MKKE 4. poprawność konstrukcyjną? 5. Czy projekt zawiera propozycję oceny jego skuteczności? 6. Jaka jest poprawność	Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny [2] j. w. j. w. Odpowiedź „tak” Co najmniej 50% punktów	Studium przypadku; analiza wyników diagnozy zawartości KK oraz danych z arkusza oceny programu.	Szkoła uczestnicząca w Projekcie.	Raport ewaluacyjny



		sposobu proponowanej w projekcie programu jego oceny?	wg arkusza oceny [2]			
W czasie realizacji programu	Skuteczność programu	1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu? 2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych? 3. Na ile realizacja projektu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły? 4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas. Zakupienie min. dwóch rodzajów pomocy dydaktycznych Wzrost o 20% liczby hospitacji dyr.; udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym. Przewaga metod aktywizujących nad podającymi	Analiza dokumentów j. w. Analiza dokumentów m.in. wyników monitoringu Analiza dokumentów. Obserwacja		Raport ewaluacyjny j. w. Raport ewaluacyjny
Na koniec realizacji programu	Skuteczność programu	5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt? 6. W jakim stopniu w wyniku realizacji programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?	Co najmniej przeciętne wyniki w skalach KI (kontakty interpersonalne) i JK (jakość nauczania) arkusza, [2]. Wzrost o łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE o 0,30.	Ankietowanie uczniów Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”.	Wszyscy uczestnicy j. w.	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu. j. w. oraz promocja szkoły w środowisku i w regionie

Bibliografia

- [1] Gaś Z. B., *Ewaluacja autorskiego programu nauczania*, Wydawnictwo WOM, Wiadomości Opinie Myśli nr 3(23), Lublin 1998.
- [2] Jatczak A., Ciołkosz M., P.- *Matematyka – podręcznik zakres podstawowy*.
- [3] Pazdro K., *Matematyka – program nauczania w liceach i technikum – zakres podstawowy*, Oficyna Edukacyjna.
- [4] Podobińska B., Skaluba K., *Propozycja kryteriów ocen z matematyki w szkole średniej*, Wydawnictwo „Dla szkoły”, Bielsko-Biała 1998.
- [5] Pyrdoł P., Jatczak A., Ciołkosz M., Ciołkosz P., *Matematyka Program nauczania dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum*, DKW-4015-31/ 01 – zakres podstawowy– OPERON.
- [6] Sobczak M., *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*.
- [7] *Diagnoza implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy – Zespół Szkół Nr 3 w Tomaszowie Lub.*
- [8] *Matematyka w szkole – czasopismo dla nauczycieli szkół średnich – Wydawnictwo Matematyka z Plusem.*
- [9] *Matematyka – przewodnik dla nauczyciela – Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON.*
- [10] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 26 lutego 2002 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. techników. Nr 51, poz. 458, techników późn. zm.).*
- [11] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z 23 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. z dnia 31 sierpnia 2007r. Nr 157, poz. 1100), Załącznik Nr 3*
- [12] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 r. w sprawie dopuszczenia do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczenia do użytku podręczników (Dz. U. Nr 89, poz. 730).*

Autor
Iwona Styk

MATEMATYKA

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

**Zespół Szkół Ekonomicznych
i III Liceum Ogólnokształcące
im. Gen. Władysława Andersa
w Chełmie**

Lublin 2009





Spis treści

Nota o autorze programu	5
Wstęp	7
Uwarunkowania realizacji programu	9
1. Cele ogólne	11
1.1. Cele dydaktyczne	11
1.2. Cele wychowawcze (kształtowanie postaw)	11
2. Rozkład materiału nauczania	12
3. Uszczegółowiony materiał nauczania powiązany ze szczegółowymi celami kształcenia i osiągnięciami uczniów	13
4. Procedury osiągania celów	26
4.1. Metody pracy	26
4.2. Formy pracy	27
5. Propozycje metod oceny osiągnięć uczniów	29
6. Oprzyrządowanie programu	32
7. Ewentualne warunki niezbędne do realizacji programu	33
Bibliografia	36



Nota o autorze programu

Autor: Iwona Styk - nauczycielka matematyki w Zespole Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcącym w Chełmie, absolwentka Instytutu Matematyki i Fizyki UMCS w Lublinie.

Staż pracy: 11 lat.

Dodatkowe kwalifikacje: egzaminator egzaminu maturalnego z matematyki.

Miejsce realizacji: Zespół Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcące w Chełmie.

Czas realizacji programu: wrzesień 2009 - czerwiec 2013.

Liczba godzin przeznaczonych do realizacji programu:

klasa I - 3godziny,
klasa II - 3godziny,
klasa III - 2 godziny
klasa IV - 3 godziny.

Doświadczenie zawodowe autora programu:

Od 11 lat pracuję w Zespole Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcącym w Chełmie. W każdym roku swojej pracy prowadzę dodatkowe zajęcia skierowane do uczniów mających trudności w uczeniu się matematyki (są to klasy pierwsze) oraz do ambitnych uczniów przystępujących do matury z matematyki i kontynuujących swoją dalszą naukę na wyższych uczelniach. Widząc efekty swojej pracy, wiem, że takie działania nauczycieli są bardzo potrzebne tak dla uczniów, jak i dla wizerunku szkoły.

Wychodząc naprzeciw oczekiwaniom naszej młodzieży podjęłam się współpracy przy modyfikacji programu nauczania matematyki w klasie matematyczno - informatycznej.

Nauczyciele przedmiotów zawodowych zgłaszali potrzebę modyfikacji programu nauczania matematyki, w celu dostosowania go do programu nauczania przedmiotów zawodowych w zawodzie technik - ekonomista. Uwzględniłam to tworząc program autorski nauczania matematyki w ramach projektu Szkoła Kluczowych Kompetencji





Wstęp

Wprowadzenie od 2010 roku, obowiązku zdawania egzaminu maturalnego z matematyki spowodowało zmianę dwóch podstawowych aktów prawnych, mających wpływ na nauczanie matematyki w polskich szkołach: podstawy programowej (zmiana od 23.08.2007 r.) i standardów wymagań egzaminacyjnych (zmiana od 28.08.2007 r.).

Parlament Europejski i Rada Europy w grudniu 2006 r. zaleciły państwom członkowskim rozwijanie m.in. matematycznych kompetencji kluczowych widząc jak wielkie są potrzeby rynku na dobrze wykształconych, młodych pracowników, zdolnych do szybkiego dostosowania swoich umiejętności do istniejących potrzeb.

Kompetencje matematyczne obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji.

Kompetencje matematyczne to zdolność i chęć wykorzystania matematycznych sposobów myślenia oraz prezentacji (wzory, modele, schematy, wykresy, tabele).

Są one definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

Wiedza to:

- W1. rozumienie terminów i pojęć matematycznych,
- W2. dobrze opanowana umiejętność liczenia,
- W3. znajomość miar i struktur,
- W4. znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,
- W5. świadomość pytań na które matematyka może dać odpowiedź.

Umiejętności to:

- U1. stosowanie głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumowanie w sposób matematyczny),
- U2. śledzenie i ocenianie ciągu argumentów (rozumienie dowodu matematycznego),
- U3. przekazywanie komunikatów stosując język matematyczny,
- U4. korzystanie z tekstu matematycznego.

Postawy to:

- P1. przejawianie szacunku dla prawdy,
- P2. dążenie do szukania przyczyn,
- P3. ocenianie zasadności wnioskowań i działań.

Szczególną uwagę należy poświęcić rozwijaniu kompetencji

W2 – dobrze opanowana umiejętność liczenia

- Sprawne projektowanie i wykonywanie obliczeń,
- Przeprowadzanie obliczeń dokładnych i przybliżonych,
- Wykonywanie obliczeń procentowych
- Sprawne rozwiązywanie równań i nierówności

W5 – świadomość pytań na które matematyka może dać odpowiedź

- Rozumienie zasadności stosowania algorytmów,
- Analizowanie twierdzeń i wysuwanie wniosków,
- Rozumowanie przez analogię i rozumowanie indukcyjne,
- Rozumienie roli matematyzacji, uogólniania i specyfikacji,
- Świadomość możliwości stosowania wiedzy matematycznej do rozwiązywania problemów praktycznych (np. obliczania: podatków, zysku z lokat, kredytów bankowych, ceny netto, ceny brutto, marży,...)

U1 – stosowanie głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumowanie w sposób matematyczny),

- Grupowanie i porządkowanie danych empirycznych,
- Szacowanie wielkości, posługiwanie się procentami,
- Posługiwanie się liczbami i działaniami do modelowania stosunków wielkościowych,
- Dostrzeganie regularności w prostych sytuacjach,
- Stosowanie algorytmów,
- Stosowanie równań i nierówności w rozwiązywaniu problemów,
- Wykorzystywanie funkcji do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych

P2 – dążenie do szukania przyczyn

- Dążenie do ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniu,
- Przewidywanie skutków planowanych działań,
- Rozważanie różnych możliwości, nie ograniczanie się do szczególnych przypadków,
- Wnikliwe analizowanie problemu.

Porównanie MKKE (matematycznych kompetencji kluczowych) i PP (podstawy programowej) wykazuje pełną zgodność w obszarach: wiedza, umiejętności i postawy.

Jak wynika z analizy wyników nauczania w naszej szkole matematyka sprawia uczniom wiele trudności. Sprawdziany porównawcze przeprowadzane z tego przedmiotu w poszczególnych klasach dowodzą, iż przeważająca część młodzieży posiada wiedzę tylko na poziomie podstawowym (ocena dopuszczająca lub dostateczna) lub nie posiada wiedzy wystarczającej do otrzymania oceny pozytywnej. Natomiast na podstawie wywiadu z rodzicami i uczniami ustalono, że matematyka jest przedmiotem, z którego opanowanie wiadomości i umiejętności poprzez samodzielną pracę ucznia jest bardzo trudne lub wręcz niemożliwe.

Mając na uwadze te dane opracowano program nauczania matematyki w zakresie podstawowym (w Technikum Ekonomicznym) w ramach realizacji projektu **Szkoła Kluczowych Kompetencji**, który w maksymalnym stopniu umożliwia kształcenie kompetencji kluczowych, uwzględniając równocześnie potrzeby kształcenia w zawodzie technik-ekonomista i potrzeby pracodawców (pracownik dobrze wykształcony, ale też umiejący się uczyć) oraz dobrze przygotowujący do egzaminu maturalnego.

Olbrzymim wsparciem w realizacji tego programu będzie możliwość zorganizowania różnorodnych form kształcenia: wyjazdu części młodzieży na zielone szkoły, uczestnictwo w seminariach lub zajęciach dodatkowych.

Realizacja tego programu:

- umożliwia zdobycie wiadomości i umiejętności opisanych w podstawie programowej i standardach wymagań egzaminacyjnych oraz kształtowanie MKKE w obszarach: wiedza, umiejętności, postawy,
- daje matematyczne podstawy do uczenia się przedmiotów przyrodniczych oraz zawodowych w zawodzie technik-ekonomista,
- zapewnia dużą efektywność kształcenia,
- umożliwia powtórzenie najważniejszych zagadnień występujących w podstawie programowej z matematyki na niższych etapach kształcenia

Uwarunkowania realizacji programu

Program nauczania matematyki w ramach projektu Szkoła Kluczowych Kompetencji jest adresowany do uczniów Technikum Ekonomicznego w Zespole Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcącym w Chełmie. Młodzież klas pierwszych jest diagnozowana corocznie sprawdzianem na wejście i na podstawie wyników wiemy z jakimi uczniami będziemy pracować. Od kilku lat zauważamy obniżanie się poziomu umiejętności rachunkowych, co przekłada się na wyniki nie tylko z przedmiotów ścisłych, ale także zawodowych. Mając na uwadze te przesłanki wprowadzenie programu, który jest ukierunkowany na kształcenie MKKE i kształcenie w zawodzie technik - ekonomista powinno przynieść wymierne efekty. Naszym celem jest wykształcenie takiego absolwenta ZSE i III LO (sylwetka absolwenta szkoły), który:

- świadomie kieruje własnym losem,
- rozwija swoje zainteresowania, pasje życiowe i uzdolnienia,
- jest przystosowany do nieustannego samokształcenia i kontynuowania nauki,
- planuje sukces i rozwój kariery zawodowej, potrafi poruszać się na rynku pracy,
- jest kreatywny i twórczo rozwiązuje problemy,
- skutecznie komunikuje się i współdziała z innymi,
- charakteryzuje go umiejętność obrony własnych poglądów i autoprezentacji.

Uczniowie powinni posiadać wysoki poziom kwalifikacji zawodowych oraz szeroką wiedzę i umiejętności ogólnokształcące i ekonomiczne. Jest to szczególnie ważne w sytuacji panującego bezrobocia (we wrześniu 2008r. w powiecie chełmskim stopa bezrobocia wynosiła 16,8% i była największa w województwie lubelskim) i dużej konkurencji na rynku pracy. Wyposażenie młodego człowieka w toku kształcenia w odpowiednio wysoki poziom MKKE zapewni mu odnalezienie się na rynku pracy, właściwe planowanie kariery zawodowej, a w razie potrzeby szybkie przekwalifikowanie się. Opracowany program jest programem liniowym, jednak opanowanie szczególnie ważnych treści można osiągnąć poprzez odpowiedni dobór zadań. Realizacja każdego nowego działu poprzedzona jest powtórzeniem niezbędnych wiadomości z wcześniejszych etapów kształcenia i ewentualnym wyrównaniem braków.

Zakres materiału, jaki można realizować na lekcjach matematyki dotyczący przedmiotów ekonomicznych był konsultowany z nauczycielami przedmiotów zawodowych. Szczególną uwagę należy zwrócić na dobrze opanowaną umiejętność liczenia (pamięciowego, ale także z zastosowaniem kalkulatora), obliczeń procentowych oraz odczytywania, analizy wykresów, diagramów, rysunków i innych danych oraz ich przetwarzanie. Dział „Elementy statystyki” został umieszczony w klasie drugiej ze względu na korelację z przedmiotami zawodowymi.

Aby kształcić MKKE treści nauczania z Podstawy Programowej zostały rozszerzone o: elementy logiki, wiadomości o wektorach w układzie współrzędnych, twierdzenie Bezout'a i jego zastosowanie, rozwiązywanie nierówności wielomianowych i wymiernych, elementy kombinatoryki i zastosowanie tych wzorów do obliczania prawdopodobieństwa, szerokie zastosowanie matematyki w sytuacjach praktycznych (szczególnie w ekonomii).

Tak postawione cele możliwe są do osiągnięcia jedynie z wykorzystaniem najnowszych osiągnięć TI, dlatego niezbędne jest dysponowanie projektorem dostępnym w pracowni matematycznej i rzutnikiem - ze względu na dwuzmianowość szkoły nauczyciele nie są w stanie przygotować niezbędnego sprzętu przed lekcją lub na przerwie. Uczniowie powinni być wyposażeni w podręcznik wydawnictwa Nowa Era „Prosto do matury” oraz w zbiory zadań Oficyny



1. Cele ogólne

Odniesienie ogólnych i wychowawczych celów opracowanego programu do zapisów matematycznych kompetencji kluczowych wskazuje na wysoki poziom ich zgodności (w nawiasach obok każdego z celów zapisano oznaczenie odpowiednich aspektów kompetencji kluczowych)

1.1. Cele dydaktyczne

- 1) Doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności niezbędnych w kształceniu w zawodzie technik ekonomista (W2),
- 2) Stworzenie podstaw wiedzy matematycznej w zakresie znajomości i rozumienia pojęć, miar i struktur (W1, W3),
- 3) Wykształcenie umiejętności operowania liczbami, zmiennymi i zbudowanymi z nich wyrażeniami algebraicznymi, zbiorami oraz funkcjami (W1, W2, U1, U3),
- 4) Rozwijanie umiejętności zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania danych (W4, W5, U1, U3),
- 5) Rozwijanie wyobraźni przestrzennej (W3, U3),
- 6) Rozwijanie umiejętności stosowania głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych zawodowych (rozumowanie w sposób matematyczny) (U1),
- 7) Wykształcenie umiejętności analizowania i oceniania ciągu argumentów (rozumienie dowodu matematycznego) (U2),
- 8) Nabycie umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej poprzez korzystanie z tekstu matematycznego (U4),
- 9) Rozwijanie logicznego myślenia (U2, W4),
- 10) Wykształcenie umiejętności korzystania z wiedzy matematycznej w sytuacjach praktycznych (W5).

1.2. Cele wychowawcze (kształtowanie postaw)

- 1) Kształcenie wytrwałości w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych (P1),
- 2) Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania (P1, P2),
- 3) Wyrabianie systematyczności w pracy,
- 4) Rozwijanie umiejętności pracy w zespole i uzasadniania swojego stanowiska (P3),
- 5) Rozwijanie umiejętności oceniania zasadności wnioskowań i działań (P3),
- 6) Uświadamianie potrzeby dbania o estetykę,
- 7) Wykształcenie umiejętności i nawyku podejmowania samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi (P1, P2, P3).

2. Rozkład materiału nauczania

MKKE – elementy materiału niezbędne w rozwijaniu matematycznych kompetencji kluczowych w ujęciu europejskim,

TE - elementy materiału niezbędne w kształceniu w zawodzie technik ekonomista.

KLASA I 38 tyg. x 3 godz. = 114 godz. (105 godz. + 9 godz. do dyspozycji nauczyciela)

Lp.	Dział	L.godz.	MKKE	TE
1.	Elementy logiki. Zbiory.	15	*	
2.	Działania w zbiorach liczbowych.	20	*	
3.	Wyrażenia algebraiczne.	15	*	*
4.	Funkcje i ich własności.	25	*	*
5.	Funkcja liniowa i jej własności.	15	*	*
6.	Geometria analityczna.	15	*	

KLASA II 38 tyg. x 3 godz. = 114 godz. (96 godz. + 18 godz. do dyspozycji nauczyciela)

Lp.	Dział	L.godz.	MKKE	TE
1.	Funkcja kwadratowa.	20	*	*
2.	Wielomiany.	16	*	*
3.	Funkcje wymierne.	15	*	*
4.	Elementy statystyki opisowej.	15	*	*
5.	Związki miarowe w figurach płaskich.	30	*	

KLASA III 34 tyg. x 2 godz. = 68 godz. (60 godz. + 8 godz. do dyspozycji nauczyciela) 4 tygodnie - praktyki zawodowe

Lp.	Dział	L.godz.	MKKE	TE
1.	Potęga o wykładniku rzeczywistym.	15	*	*
2.	Ciągi liczbowe.	25	*	*
3.	Geometria płaska - czworokąty.	20	*	

KLASA IV 30 tyg. x 3 godz. = 90 godz.

Lp.	Dział	L.godz.	MKKE	TE
1.	Elementy kombinatoryki.	10	*	*
2.	Rachunek prawdopodobieństwa.	13	*	*
3.	Stereometria.	25	*	
4.	Powtórzenie, przygotowanie do matury.	42	*	

TE – szczególnie ważne w zawodzie technik - ekonomista



3. Uszczegółowiony materiał nauczania powiązany ze szczegółowymi celami kształcenia i osiągnięciami uczniów

Przyjmując znaczenie skrótów

PP – podstawa programowa,

ST_WYM – standardy wymagań,

MKKE – matematyczne kompetencje kluczowe w ujęciu UE

szczególne treści kształcenia oraz odpowiadające im cele edukacyjne i osiągnięcia uczniów zostały oznaczone w następujący sposób:

- – znajduje się w PP, ST_WYM i MKKE oraz jest istotny dla kształcenia w zawodzie technik-ekonomista,
- – nie występuje w PP i ST_WYM, ale jest ważny dla MKKE,
- ❖ – nie występuje w PP i ST_WYM, ale jest ważny dla kształcenia w zawodzie technik-ekonomista,
- – występuje w PP dla wcześniejszych etapów kształcenia i jest ważny dla MKKE i kształcenia w zawodzie technik-ekonomista.

KLASA I

Dział	Cele edukacyjne Uczeń:	Materiał nauczania	Osiągnięcia ucznia Uczeń potrafi:
I. Elementy logiki zbioru.	<ul style="list-style-type: none"> ○ Pozna zdanie proste i złożone. ○ Pozna spójniki logiczne. • Pozna, co to jest definicja i czym różni się od twierdzenia. • Dowie się co to jest twierdzenie odwrotne. • Zna pojęcie zbioru i podzbioru i odnosi je do zbiorów liczbowych, zbiorów punktów. • Zapozna się z symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów. • Wykonuje działania na zbiorach z wykorzystaniem własności działań. • Pozna pojęcie przedziału (ograniczonego, nieograniczonego, otwartego, 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Pojęcie zdania w logice, zaprzeczenie zdania. ○ Koniunkcja zdań, alternatywa zdań. ○ Implikacja, równoważność zdań. • Definicja, twierdzenie, twierdzenie odwrotne. • Przykład, kontrprzykład ○ Prawa logiczne, prawa De Morgana. • Zbiór, zawieranie się zbiorów, zbiór pusty, zbiory rozłączne, działania na zbiorach. • Oś liczbowa, przedziały liczbowe, część wspólna, suma, różnica przedziałów. 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi i ocenić jego wartość logiczną. ○ Zaprzeczać zdanie. ○ Budować zdania złożone i oceniać ich wartość logiczną. • Odróżnić definicję od twierdzenia. • Wyznaczać sumę, różnicę, część wspólną zbiorów(przedziałów). • Posługiwać się pojęciem osi liczbowej, zaznaczać przedziały na osi, zapisać symbolicznie otrzymane przedziały. • Wykorzystywać język matematyki w komunikowaniu się.



	<p>domkniętego, jednostronnie otwartego)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Rozumie potrzebę ustalenia przyczyn błędów w rozumowaniu. 		
2. Działania w zbiorach liczbowych.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Przypomni sobie pojęcie liczby pierwszej i złożonej, oraz cechy podzielności liczb. ➤ Przypomni sobie prawa działań w zbiorze R. ➤ Przypomni sobie pojęcia liczby przeciwnej, odwrotnej. • Pozna pojęcie punktu procentowego. • Nauczy się sprawnie wykonywać obliczenia procentowe i zastosuje je w zadaniach tekstowych • Nauczy się interpretować dane przedstawione na wykresach, diagramach i wykorzysta je do obliczeń (zadania o treści ekonomicznej) • Pozna pojęcie błędu bezwzględnego i względnego. • Pozna pojęcie wartości bezwzględnej. • Nauczy się szacować wyrażenia liczbowe. 	<ul style="list-style-type: none"> • Działania w zbiorze liczb naturalnych, całkowitych. • Działania w zbiorze liczb wymiernych, niewymiernych. • Rozwinięcie dziesiętne liczby wymiernej i rzeczywistej. • Zamiana ułamka okresowego na zwykły. ➤ Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych. ➤ Porównywanie liczb w zbiorze R. ➤ Liczby odwrotne, przeciwne • Obliczenia procentowe, diagramy procentowe, wielkości większe (mniejsze) o dany procent, punkty procentowe, obliczenia procentowe z użyciem kalkulatorów. • Zadania praktyczne na procentowe porównania i zmiany procentowe. • Wartość bezwzględna liczby i jej podstawowe własności, interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej na osi liczbowej, określanie przedziałów za pomocą wartości bezwzględnej. • Przybliżenia, błąd względny i bezwzględny przybliżenia, szacowanie. • Działania na wartościach przybliżonych 	<ul style="list-style-type: none"> • Wyznaczać NWW i NWD. • Zamienić ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły ➤ Sprawnie wykonywać działania na ułamkach. • Wskazać sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problem korzystając z wiedzy matematycznej: <ul style="list-style-type: none"> -obliczanie podatków - zyski z lokat ❖ Korzystać z wiedzy matematycznej w zadaniach dotyczących ekonomii <ul style="list-style-type: none"> - analiza techniczna - giełda - kredyty bankowe - interpretacja danych - zadania optymalizacyjne - największy zysk, koszt, strata ➤ Odczytywać dane z tabel i diagramów • Stwierdzić, czy wynik jest liczbą wymierną, czy niewymierną • Sprawnie wykonywać obliczenia procentowe • Obliczyć wartość bezwzględną danej liczby • Zaznaczyć rozwiązanie nierówności z wartością bezwzględną na osi oraz napisać nierówność z wartością bezwzględną mając dany zbiór jej rozwiązań • Znaleźć przybliżenie liczby z zadaną dokładnością • Stosować reguły zaokrąglania liczb • Stosować pojęcie błędu bezwzględnego i względnego przybliżenia • Posługiwać się liczbami i działaniami do modelowania stosunków wielkościowych • Weryfikować sprawdzone dane • Dociekać przyczyn błędów



			<p>w obliczeniach lub rozumowaniu</p> <ul style="list-style-type: none"> • Przewidzieć skutki planowanych działań • Wnikliwie analizować problem
3. Wyrażenia algebraiczne.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym ➤ Przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach • Pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej • Pozna wzory skróconego mnożenia $(a+b)^3$, $(a-b)^3$, a^3+b^3, a^3-b^3 • Pozna własności działań na potęgach o wykładniku wymiernym • Nauczy się sprawnie stosować poznane wzory w zadaniach • Nauczy się przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, ekonomii 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Potęga o wykładniku naturalnym i całkowitym ➤ Pierwiastek arytmetyczny • Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej • Dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie liczb postaci: $a + b\sqrt{c}$ • Usuwanie niewymierności z mianownika • Potęga o wykładniku wymiernym i rzeczywistym ➤ Wzory na potęgę ilorazu i iloczynu, iloraz i iloczyn potęg o tej samej podstawie lub o tym samym wykładniku ➤ Notacja wykładnicza • Wzory skróconego mnożenia • Przekształcanie wzorów 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Potęga o wykładniku naturalnym i całkowitym ➤ Pierwiastek arytmetyczny • Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej • Dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie liczb postaci: $a + b\sqrt{c}$ • Usuwanie niewymierności z mianownika • Potęga o wykładniku wymiernym i rzeczywistym ➤ Wzory na potęgę ilorazu i iloczynu, iloraz i iloczyn potęg o tej samej podstawie lub o tym samym wykładniku ➤ Notacja wykładnicza • Wzory skróconego mnożenia • Przekształcanie wzorów
4. Funkcje i ich własności.	<ul style="list-style-type: none"> • Pozna różne sposoby opisu funkcji: graf, wzór, tabela, wykres, opis słowny • Przypomni sobie pojęcia: dziedzina, zbiór wartości, miejsca zerowe, • Pozna pojęcie monotoniczności • Pozna wykresy podstawowych funkcji oraz ich własności • Nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu • Nauczy się rysować wykres funkcji o podanych własnościach ○ Pozna pojęcie wektora w układzie współrzędnych Nauczy się przesuwac równolegle wykres 	<ul style="list-style-type: none"> • Definicja funkcji jako przyporządkowania $y=f(x)$ • Różne sposoby opisu funkcji ❖ Funkcje używane w statystyce opisowej, tabelki, diagramy, funkcje opisujące zjawiska przyrodnicze, ekonomiczne • Dziedzina i zbiór wartości funkcji, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności • Wykres funkcji • Najmniejsza i największa wartość funkcji ❖ Wykresy funkcji opisujące zależności w gospodarce i życiu codziennym - uwzględnienie różnych jednostek na osiach ○ Wektor w układzie 	<ul style="list-style-type: none"> • Wskazać przyporządkowanie, które jest funkcją, wskazać wykres funkcji • Wyznaczyć dziedzinę funkcji i zapisać ją korzystając z symboli matematycznych • Obliczyć miejsca zerowe • Obliczyć wartość funkcji dla danego argumentu • Wypisać własności funkcji na podstawie jej wykresu korzystając z symboli matematycznych ❖ Interpretować dane z wykresu dotyczącego zjawisk ekonomicznych i gospodarczych ❖ Przekształcać wzory opisujące zależności ekonomiczne • Sporządzać wykres funkcji o danych własnościach • Odczytywać z wykresu



	<p>funkcji wzdłuż osi: OX, OY</p> <ul style="list-style-type: none"> • Nauczy się przekształcać wykres funkcji względem osi: OX, OY ○ Pozna pojęcie symetrii osiowej 	<p>współrzędnych</p> <ul style="list-style-type: none"> • Przesunięcia równoległe wzdłuż osi: OX, OY • Symetria osiowa względem osi: OX, OY 	<p>argumenty dla których funkcja przyjmuje określone wartości $f(x)=m$, $f(x)>m$, $f(x)<m$</p> <ul style="list-style-type: none"> • Odczytać największą i najmniejszą wartość funkcji • Rysować wykres funkcji w podanej dziedzinie ○ Obliczyć współrzędne wektora i jego długość • Narysować wykres funkcji: $y=f(x+a)$, $y=f(x)+b$, $y=-f(x)$, $y=f(-x)$ • Dostrzec rolę matematyzacji i uogólniania • Dostrzec regularność w prostych sytuacjach • Wyrażać w języku matematyki informacje podane rysunkiem, tabelą, diagramem • Wnikliwie analizować problem
5. Funkcja liniowa i jej własności.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Przypomni sobie własności funkcji liniowej, znaczenie jej współczynników, wykres ➤ Przypomni sobie rozwiązywanie równań i nierówności liniowych ➤ Przypomni sobie rozwiązywanie układów równań liniowych (metody algebraiczne i graficzna) • Nauczy się wyznaczać równania prostych równoległych i prostopadłych do danej prostej • Nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk życia codziennego • Nauczy się wyznaczać miejsca zerowe funkcji liniowych i kawałkami liniowych 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Proporcjonalność prosta ➤ Funkcja liniowa, interpretacja współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego • Wykres funkcji liniowej i kawałkami liniowej • Równoległość i prostopadłość prostych • Zastosowanie funkcji liniowej do opisu różnorodnych zależności w życiu codziennym ➤ Równania i nierówności liniowe ➤ Układy równań liniowych (metody algebraiczne i graficzna) • rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Zastosować proporcjonalność prostą w zadaniach • Narysować wykres funkcji liniowej lub kawałkami liniowej i podać jej własności • Podać wzór funkcji liniowej na podstawie jej wykresu • Wykorzystać interpretację współczynników funkcji liniowej do rozwiązywania zadań • Wyznaczyć równanie prostej prostopadłej i równoległej do danej prostej • Sprawdzić rachunkowo, czy dany punkt należy do prostej • Sprawdzić współliniowość punktów ➤ Rozwiązywać równania, nierówności liniowe z jedną niewiadomą, a także układy nierówności liniowych z jedną niewiadomą i podać poprawny zapis odpowiedzi ➤ Rozwiązywać różnymi sposobami układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi • Rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do



			<p>układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi</p> <ul style="list-style-type: none">• Stosować równania, nierówności, układy równań w rozwiązywaniu problemów• Zapisać tok swojego myślenia, rozwiązywać zadania nieschematycznie <p>Oceń poprawność rozwiązania zadania</p>
6. Geometria analityczna.	<ul style="list-style-type: none">○ Nauczy się wyznaczać współrzędne wektora i jego długość• Nauczy się obliczać odległość punktów w układzie współrzędnych• Nauczy się obliczać współrzędne środka odcinka• Nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej• Przypomni sobie warunki równoległości i prostopadłości prostych○ Pozna wzór na obliczanie odległości punktu od prostej oraz jego zastosowanie• Pozna wzór na równanie okręgu oraz nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej• Nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu	<ul style="list-style-type: none">○ Wektor w układzie współrzędnych (współrzędne wektora, długość)• Odległość punktów w układzie współrzędnych• Współrzędne środka odcinka• Prosta w postaci kierunkowej i ogólnej• Proste równoległe i prostopadłe• Równanie okręgu○ Odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi	<ul style="list-style-type: none">• Obliczać odległość punktów w układzie współrzędnych• Wyznaczać współrzędne środka odcinka• Zapisać równanie okręgu w postaci kanonicznej• Wyznaczyć z równania okręgu współrzędne środka i promień➤ Narysować okrąg i koło na płaszczyźnie kartezjańskiej• Przekształcić równanie prostej z postaci kierunkowej do ogólnej i odwrotnie• Wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu• Wyznaczyć równanie okręgu o zadanych własnościach○ Stosować wzór na obliczanie odległości punktu od prostej w zadaniach○ Określać wzajemne położenie okręgów mając dane ich równania○ Zastosować własności wektorów w prostych, typowych zadaniach• Obliczać obwody i pola wielokątów i koła na płaszczyźnie kartezjańskiej• Wyznaczać współrzędne końca odcinka mając dany środek i drugi koniec• Rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej wykorzystując równoległość i prostopadłość prostych• Wartościować rozwiązanie tego samego zadania różnymi sposobami• Oceń poprawność rozwiązania



KLASA II

Dział	Cele edukacyjne Uczeń:	Materiał nauczania	Osiągnięcia ucznia Uczeń potrafi:
1. Funkcja kwadratowa	<ul style="list-style-type: none">• Pozna definicję trójmianu kwadratowego• Nauczy się rysować wykresy funkcji kwadratowej i odczytywać z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, rozwiązanie nierówności $f(x) < 0$, $f(x) > 0$• Nauczy się zapisywać funkcję kwadratową w postaci: ogólnej, kanonicznej, iloczynowej, a także rozpoznawać te postaci• Pozna metodę rozwiązywania równań kwadratowych• Pozna metodę rozwiązywania nierówności kwadratowych• Nauczy się wyznaczać największą i najmniejszą wartość funkcji w przedziale domkniętym• Nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań z treścią	<ul style="list-style-type: none">• Jednomian kwadratowy, trójmian kwadratowy• Własności funkcji kwadratowej• Postać ogólna i kanoniczna, współrzędne wierzchołka• Miejsca zerowe, postać iloczynowa• Największa i najmniejsza wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym• Zastosowanie własności funkcji kwadratowej do zadań z treścią, zadania optymalizacyjne• Równania kwadratowe (także równania kwadratowe niepełne)• Nierówności kwadratowe• Zadania prowadzące do równań i nierówności stopnia drugiego	<ul style="list-style-type: none">• Odróżnić funkcję kwadratową od innych funkcji• Narysować wykres funkcji kwadratowej i wypisać jej własności używając symboli matematycznych• Napisać wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej, iloczynowej oraz zamieniać daną postać na inną• Wyznaczać współrzędne wierzchołka, miejsca zerowe funkcji kwadratowej• Wyznaczać największą i najmniejszą wartość funkcji w przedziale domkniętym• Rozwiązać równanie kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki• Określić ilość pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika• Rozwiązać równania i nierówności kwadratowe• Narysować wykres i opisać własności funkcji przedziałami kwadratowej• Znaleźć brakujące współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej wykresie• Rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do szukania wartości ekstremalnych funkcji kwadratowej• Rozwiązywać zadania prowadzące do równania kwadratowego• Rozwiązywać zadania schematyczne• Planować i rozwiązywać zadania nieschematyczne• Wartościować rozwiązanie tego samego zadania różnymi sposobami• Ocenić poprawność rozwiązania• Ustalić przyczynę błędu



			<p>w obliczeniach lub rozumowaniu</p> <ul style="list-style-type: none">• Opisywać zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji• Docenić, że algorytm to niezawodny przepis postępowania (np. rozwiązywanie równań kwadratowych)
2. Wielomiany	<ul style="list-style-type: none">• Pozna definicję wielomianu jednej zmiennej stopnia n• Pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować• Nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć wielomiany oraz określać stopień otrzymanego wielomianu○ Nauczy się dzielić wielomiany○ Pozna twierdzenie Bezouta i będzie je stosował• Pozna metody rozkładu na czynniki i nauczy się je stosować• Nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe	<ul style="list-style-type: none">• Wielomian jednej zmiennej stopnia n• Równość wielomianów• Dodawanie, odejmowanie, mnożenie wielomianów (stopień otrzymanego wielomianu)○ Dzielenie wielomianów➤ Wzory skróconego mnożenia• Pierwiastek wielomianu○ Twierdzenie Bezouta• Różne sposoby rozkładu wielomianu na czynniki• Równania wielomianowe	<ul style="list-style-type: none">• Odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem• Redukować wyrazy podobne i uporządkować wielomian• Dobierać wartości parametrów tak, aby wielomiany były równe• Dodawać, odejmować, mnożyć wielomiany• Rozkładać wielomiany na czynniki stosując różne metody○ Dzielić wielomiany○ Stosować twierdzenie Bezouta w zadaniach• Rozwiązywać równania wielomianowe• Odczytywać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej• Rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych• Korzystać z gotowych definicji i twierdzeń• Analizować przedstawione rozwiązania zadań, obliczenia, wnioski, dane• Naśladować przedstawione rozwiązania w analogicznych sytuacjach• Przewidzieć skutki planowanych działań• Ocenić poprawność rozwiązania zadania
3. Funkcje wymierne	<ul style="list-style-type: none">• Pozna definicję funkcji wymiernej i jej dziedzinę• Nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej• Nauczy się skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne	<ul style="list-style-type: none">• Działania na wyrażeniach wymiernych - rozszerzanie i skracanie wyrażen wymiernych, dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie wyrażen wymiernych• Wyznaczanie dziedziny wyrażen wymiernych, obliczanie wartości	<ul style="list-style-type: none">• Odróżnić funkcję wymierną od innych funkcji• Wyznaczyć dziedzinę wyrażenia wymiernego korzystając z rozkładu wielomianu na czynniki i wzorów skróconego mnożenia• Obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla



	<ul style="list-style-type: none">• Nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć, dzielić wyrażenia wymierne• Nauczy się rysować wykres proporcjonalności odwrotnej i odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu• Nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do proporcjonalności odwrotnej• Nauczy się rozwiązywać równania wymierne❖ Nauczy się wyznaczać niewiadome z danego równania wymiernego (przekształcać różne wzory min. z ekonomii)○ Nauczy się rozwiązywać proste nierówności wymierne	<p>liczbowej wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej</p> <ul style="list-style-type: none">• Definicja funkcji wymiernej i jej dziedzin• Proporcjonalność odwrotna i jej własności• Proste równania wymierne• Zadania praktyczne prowadzące do równań wymiernych○ Proste nierówności wymierne	<p>danej wartości zmiennej</p> <ul style="list-style-type: none">• Skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne• Dodawać, odejmować, mnożyć, dzielić wyrażenia wymierne• Rysować wykres proporcjonalności odwrotnej i odczytywać własności tej funkcji na podstawie jej wykresu• Rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do proporcjonalności odwrotnej• Rozwiązywać równania wymierne❖ Wyznaczać niewiadome z danego równania wymiernego (przekształcać różne wzory min. z ekonomii)○ Rozwiązywać proste nierówności wymierne
4. Elementy statystyki opisowej.	<ul style="list-style-type: none">• Dowie się na czym polega klasyfikacja danych statystycznych• Nauczy się obliczać: średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, dominantę, wariację, odchylenie standardowe• Nauczy się interpretować podane parametry statystyczne	<ul style="list-style-type: none">• Dane statystyczne i ich klasyfikacja• Średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, dominanta• Wariancja, odchylenie standardowe• Przykłady badań statystycznych GUS	<ul style="list-style-type: none">• Obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, dominantę, wariację, odchylenie standardowe• Interpretować podane parametry statystyczne• Odczytywać i interpretować dane z tabel, diagramów, wykresów• Przedstawiać dane w postaci tabel, diagramów, wykresów• Przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych• Weryfikować zgromadzone dane Grupować i porządkować dane empiryczne Doceniać rolę matematyzacji i uogólniania
Związki miarowe w figurach płaskich.	<ul style="list-style-type: none">• Pozna określenia kąta środkowego, wpisanego, między styczną a cięciwą➤ Przypomni sobie podział trójkątów ze względu na boki i kąty➤ Przypomni sobie Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do Twierdzenia Pitagorasa	<ul style="list-style-type: none">• Kąty w kole (kąąt środkowy, wpisany, między styczną a cięciwą)➤ Podział trójkątów➤ Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do Twierdzenia Pitagorasa➤ Wysokości w trójkącie➤ Symetralne boków trójkąta, okrąg opisany na trójkącie➤ Dwusieczne kątów trójkąta, okrąg wpisany w trójkąt	<ul style="list-style-type: none">• Stosować twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych (m.in. o sumie kątów trójkąta, Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do Twierdzenia Pitagorasa, o wysokościach w trójkącie, Twierdzenie Talesa)• Opisać okrąg na trójkącie, wpisać okrąg w trójkąt,



	<ul style="list-style-type: none">➤ Przypomni sobie twierdzenie o symetralnych boków trójkąta➤ Przypomni sobie twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta• Pozna cech przystawiania i podobieństwa trójkątów• Pozna Twierdzenie Talesa• Pozna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym• Nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60° A także dla dowolnego kąta ostrego korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych• Pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta• Pozna różne wzory na obliczanie pola trójkąta➤ Przypomni sobie wzór na pole koła i długość okręgu• Pozna wzór na pole wycinka koła i długość łuku okręgu	<ul style="list-style-type: none">• Cechy przystawiania trójkątów• Cechy podobieństwa trójkątów• Twierdzenie Talesa• Związki miarowe w trójkącie prostokątnym• Definicja funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym• Wartości sinusa, cosinusa, tangensa, cotangensa dla 30°, 45°, 60°• Podstawowe tożsamości trygonometryczne• Pole trójkąta• Pole koła i wycinka koła• Obliczanie pól, obwodów i innych związków miarowych z zastosowaniem wzorów z trygonometrii	<p>wyznaczyć promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny, równoramienny, wyznaczyć promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym, równoramiennym o danych bokach</p> <ul style="list-style-type: none">• Stosować cechy przystawiania i podobieństwa trójkątów w zadaniach• Przeliczać (zamieniać) jednostki miar• Obliczać pola i obwody figur płaskich stosując wzory i poznane własności• Wyznaczyć funkcje trygonometryczne w trójkącie prostokątnym• Odczytać wartość funkcji trygonometrycznej korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych• Sprawdzić, czy równość jest tożsamością trygonometryczną• Obliczyć wartości wszystkich funkcji trygonometrycznych kąta, znając jedną z nich• Stosować własności funkcji trygonometrycznych w rozwiązywaniu zadań• Prawidłowo zapisać proporcje boków w trójkątach podobnych• Stosować twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu zadań• Klasyfikować obiekty• Odczytać informacje przedstawione za pomocą rysunków pomocniczych• Wartościować rozwiązanie tego samego zadania różnymi sposobami
--	---	---	--



KLASA III

Dział	Cele edukacyjne Uczeń	Materiał nauczania	Osiągnięcia ucznia Uczeń potrafi:
1. Potęga o wykładniku Rzeczywistym.	<ul style="list-style-type: none">Przypomni sobie własności działań na potęgachPozna pojęcie funkcji wykładniczejPozna własności funkcji wykładniczejNauczy się rysować wykres funkcji wykładniczej o różnych podstawachPozna definicję logarytmu i jego własności❖ Pozna przykładowe zastosowanie logarytmu	<ul style="list-style-type: none">Potęga liczb nieujemnych o wykładniku wymiernym-powtórzenieDziałania na potęgach o wykładniku wymiernym-powtórzeniePotęga liczb nieujemnych o wykładniku rzeczywistym-powtórzenieFunkcja wykładnicza jej wykres i podstawowe własnościZastosowanie funkcji wykładniczej do zadań praktycznychOkreślenie logarytmu, własności logarytmów (logarytm iloczynu, ilorazu, potęgi o wykładniku naturalnym)	<ul style="list-style-type: none">Stosować własności działań na potęgachOdróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcjiNarysować wykres funkcji wykładniczej i podać jej własnościZastosować własności funkcji wykładniczej do zadań praktycznychNapisać definicję logarytmu i jego własnościObliczyć logarytm liczby dodatniejStosować własności logarytmów (logarytm iloczynu, ilorazu, potęgi o wykładniku naturalnym) w zadaniach❖ Podać przykładowe zastosowanie logarytmu
2. Ciągi liczbowe	<ul style="list-style-type: none">Pozna definicję ciąguPozna sposoby opisywania ciąguPozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciąguPozna definicję ciągu arytmetycznegoPozna własności ciągu arytmetycznego i będzie je stosował w zadaniach także praktycznychPozna definicję ciągu geometrycznegoPozna własności ciągu geometrycznego i będzie je stosował w zadaniach także praktycznychPozna pojęcie procentu prostego i składanegoNauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów❖ Nauczy się szacować zyski i straty, zbierać i porównywać oferty bankowe	<ul style="list-style-type: none">Definicja ciągu liczbowego, ciąg skończony i nieskończonySposoby opisywania ciąguWykres ciąguMonotoniczność ciąguCiąg arytmetyczny - wzór na n-ty wyraz, sumę n początkowych wyrazów, monotoniczność ciągu arytmetycznego, własność kolejnych wyrazów ciąguCiąg geometryczny - wzór na n-ty wyraz, sumę n początkowych wyrazów, monotoniczność ciągu geometrycznego, własność kolejnych wyrazów ciąguOprocentowanie lokat i kredytów, procent prosty i składany	<ul style="list-style-type: none">Obliczyć n-ty wyraz ciągu mając jego wyraz ogólnyOkreślić ciąg wyrazem ogólnymNarysować wykres ciągu oraz odczytać z danego wykresu potrzebne daneZbadać monotoniczność ciąguZbadać, czy dany ciąg jest arytmetycznyObliczać dowolne wyrazy ciągu arytmetycznego oraz sumę jego n-początkowych wyrazówStosować własności ciągu arytmetycznego w zadaniach tekstowychZbadać, czy dany ciąg jest geometrycznyObliczać dowolne wyrazy ciągu geometrycznego oraz sumę jego n-początkowych wyrazówStosować własności ciągu geometrycznego w zadaniach tekstowychStosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów❖ Zbierać i analizować dane dotyczące różnych banków



			<p>i firm- oszacować zysk i stratę</p> <ul style="list-style-type: none">❖ Obliczyć wartość lokaty o zmieniającym się oprocentowaniu❖ Obliczyć wysokość raty kredytu spłacanego (w równych wielkościach) systemem procentu składanego❖ Obliczyć wysokości rat malejących
3. Geometria płaska – czworokąty.	<ul style="list-style-type: none">• Przypomni sobie i usystematyzuje wiadomości o trójkątach<ul style="list-style-type: none">➤ Przypomni sobie podział czworokątów➤ Przypomni sobie wiadomości o trapezach➤ Przypomni sobie wiadomości o równoległobokach• Pozna pojęcie podobieństwa i jego własności• Pozna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych• Nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące skali mapy○ Pozna i będzie stosował w zadaniach twierdzenie o okręgu wpisanym i opisanym na czworokącie• Przypomni sobie definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym• Przypomni sobie wzory na obliczanie pola czworokątów oraz pozna nowe wzory	<ul style="list-style-type: none">• Powtórzenie wiadomości o trójkątach<ul style="list-style-type: none">➤ Podział czworokątów➤ Trapezy➤ Równoległoboki• Podobieństwo czworokątów<ul style="list-style-type: none">○ Okrąg opisany na czworokącie○ Okrąg wpisany w czworokąt• Pole równoległoboku• Pole trapezu• Pola figur podobnych	<ul style="list-style-type: none">• Klasyfikować czworokąty• Posługiwać się własnościami czworokątów w rozwiązywaniu zadań• Posługiwać się twierdzeniami dotyczącymi związków miarowych w figurach geometrycznych• Obliczać obwody i pola figur płaskich stosując wzory i własności• Stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych• Stosować własności podobieństwa figur w zadaniach praktycznych○ Stosować twierdzenie o okręgu wpisanym i opisanym na czworokącie



KLASA IV

Dział	Cele edukacyjne Uczeń:	Materiał nauczania	Osiągnięcia ucznia Uczeń potrafi:
1. Elementy kombinatoryki.	<ul style="list-style-type: none">• Nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych• Pozna zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować• Nauczy się wykorzystywać drzewo stochastyczne do rozwiązywania zadań• Pozna symbol silni○ Pozna pojęcie permutacji, kombinacji, wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i nauczy się stosować poznane wzory w zadaniach• Nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne	<ul style="list-style-type: none">• Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych• Zasada mnożenia• Drzewo stochastyczne• Symbol silni○ Permutacje○ Kombinacje○ Wariacje z powtórzeniami	<ul style="list-style-type: none">• Stosować zasadę mnożenia w zadaniach• Rozwiązywać zadania z wykorzystaniem drzewa stochastycznego• Stosować symbol silni○ Obliczać permutacje, kombinacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń oraz rozpoznawać sytuacje w których można zastosować te wzory○ Rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem permutacji, kombinacji, wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń• Zliczać obiekty w prostych sytuacjach nie wykorzystując wzorów kombinatorycznych
2. Rachunek prawdopodobieństwa.	<ul style="list-style-type: none">• Pozna pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór zdarzeń elementarnych i jego opis, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe• Nauczy się zapisywać zbiór zdarzeń elementarnych i jego moc• Nauczy się znajdować sumę, różnicę, iloczyn zdarzeń oraz zdarzenie przeciwne• Pozna aksjomatyczną i klasyczną definicję prawdopodobieństwa• Nauczy się rozwiązywać zadania z wykorzystaniem klasycznej def. Prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none">• Doświadczenia i zjawiska losowe• Zbiór zdarzeń elementarnych i jego opis• Działania na zdarzeniach• Zdarzenia niemożliwe i zdarzenia pewne, zdarzenia przeciwne• Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa• Własności prawdopodobieństwa• Klasyczna definicja prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none">• Określić zbiór zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc• Wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu• Stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań• Stosować sumę, iloczyn, różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa○ Stosować wzory z kombinatoryki do obliczania prawdopodobieństwa
3. Stereometria.	<ul style="list-style-type: none">• Pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni• Nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną• Pozna pojęcie kąta dwuściennego i kąta liniowego	<ul style="list-style-type: none">• Płaszczyzny i proste w przestrzeni• Rzut prostokątny na płaszczyznę, kąt między prostą i płaszczyzną• Kąt dwuścienny➤ Graniastosłupy - podział, pole powierzchni, objętość➤ Krawędzie, wysokości,	<ul style="list-style-type: none">• Odróżniać graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe i poprawnie je narysować• Wskazać i obliczać kąty między ścianami wielościanu oraz między ścianami i odcinkami (krawędziami, przekątnymi, wysokościami)



	<ul style="list-style-type: none">➤ Przypomni sobie wiadomości o graniastosłupach➤ Przypomni sobie wiadomości o ostrosłupach➤ Przypomni sobie wiadomości o bryłach obrotowych• Przypomni sobie wiadomości o funkcjach trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym	<p>ściany boczne, podstawy, przekątne podstaw, krawędzie podstaw, wierzchołki graniastosłupów</p> <ul style="list-style-type: none">➤ Ostrosłupy - podział, pole, objętość➤ Krawędzie, wysokości, ściany boczne, podstawa, przekątne podstawy, krawędzie podstawy, wierzchołki ostrosłupów• Wielościany foremne➤ Bryły obrotowe: walec, stożek, kula➤ Pole powierzchni i objętość brył obrotowych• Przekroje osiowe walca, stożka, kuli	<ul style="list-style-type: none">• Obliczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych• Stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w wielościanach• Oblicza pola przekroju brył➤ Rysuje siatki wielościanów oraz rozpoznaje wielościany po narysowanych siatkach
--	--	--	---

4. Procedury osiągnięcia celów

4.1. Metody pracy

Proces nauczania powinien być oparty na aktywności ucznia i jego odpowiedzialności za osiągnięte wyniki. Nauczyciel ma być dla ucznia inspiratorem, ma integrować jego proces nauczania. Dlatego też program nauczania matematyki w ramach projektu Szkoła Kluczowych Kompetencji preferuje aktywne metody pracy, zgodne z potrzebami, możliwościami i zainteresowaniami ucznia, ukierunkowane na uczenie się we współpracy. Do najczęściej stosowanych metod pozwalających kształcić MKKE i odpowiednich dla uczniów kształcących się w zawodzie technik - ekonomista będą należały:

- 1) Ćwiczenia
- 2) Praca z tekstem
- 3) Wykład problemowy ilustrowany
- 4) Obserwacja
- 5) Burza mózgów
- 6) Projekt edukacyjny
- 7) Pogadanka
- 8) Dyskusja

Metody nauczania matematyki przydatne do rozwoju MKKE

Metody i techniki nauczania	Charakterystyka	Wartość metody	Zastosowanie (dla rozwoju MKKE)
Ćwiczenia	Wyzwała aktywność odtwórczą i twórczą uczniów w sytuacji odpowiednio dobranych i uporządkowanych zadań do rozwiązania przez uczniów. Pozwala dostrzegać różnorodne zastosowania nabywanej wiedzy i budować przekonanie o jej użyteczności. Odpowiednio dobrany układ zadań może organizować lekcję problemową, albo pozwala obserwować określone prawidłowości prowadzące do sformułowania hipotezy.	Budowanie przekonań o celowości systematycznej nauki.	Doskonalenie umiejętności (W2); konstruowanie lub odkrywanie nowych informacji (W3, U3, U4).
Praca z tekstem	Rozwija aktywność twórczą, samodzielność i wytrwałość w zdobywaniu nowej wiedzy pod warunkiem dobrania tekstów odpowiednio do możliwości uczniów.	Rozwój krytycznego myślenia.	Wdrażanie do samokształcenia (U3, U4).
Wykład problemowy ilustrowany	Prezentacja wzorów analitycznego i syntetycznego myślenia nauczyciela, wzorów formułowania problemów, prezentacja wzorcowych sposobów	Konstrukcja krytycznego myślenia.	Wprowadzanie nowych trudnych wiadomości, nauka notowania (W1, U2).



	rozwiązań, powiązana z wizualizacją odwołującą się do różnych typów sensomotorycznych, z możliwością zadania pytań.		
Obserwacja	Rejestrowanie wyników obliczeń wykonywanych na papierze lub kalkulatorze czy efektów „eksperymentów” przeprowadzanych za pomocą kalkulatora graficznego lub komputera oraz redagowanie wniosków dotyczących wyników tych działań. Dostrzeganie zastosowań matematyki w sytuacjach życia codziennego oraz przyszłym życiu zawodowym.	Budowanie hipotez na podstawie obserwacji wyników uzyskanych za pomocą kalkulatora i komputera.	Gromadzenie spostrzeżeń i obserwacji NT. obiektów matematycznych (W3, W4, U3, U1).
Burza mózgów	Brak wartościowania pomysłów jest zachętą dla uczestników do zgłaszania własnych propozycji rozwiązania problemu. Powinna być zakończona dyskusją wartościującą te pomysły, argumentacją uzasadniającą ich wartość.	Wytworzenie w krótkim czasie wielu pomysłów.	„rozgrzewka” umysłowa (P1, P2, P3).
Projekt edukacyjny	Pozwala na wykorzystanie zdobytej wiedzy do rozwiązania rzeczywistych problemów praktycznych przez grupę uczniów różnym poziomie osiągnięć matematycznych z wykorzystaniem talentów i uzdolnień poszczególnych członków zespołu.	Podnosi samoocenę i buduje poczucie własnej wartości.	Przedsięwzięcie na rzecz środowiska (W2, W3, U1).
Pogadanka	Dobrze przygotowana może służyć wytworzeniu sytuacji problemowej lub sprawdzeniu efektów zajęć. Jej skutki mogą być ograniczone dominacją nauczyciela albo stosowaniem przez niego heurystyki pozornej.	Uwidocznia konstrukcje logiczną zajęć, ożywia lekcję, mobilizuje uczniów.	Wprowadzenie do tematu lub podsumowanie lekcji (W1, U1).
Dyskusja	Rozwija umiejętności komunikacyjne, umiejętności dobierania argumentacji, jasnego wypowiedzenia swoich sądów, umiejętność podejmowania decyzji, jednak angażuje tylko część uczniów.	Różnorodność wiedzy i poglądów, możliwość prezentacji swojego zdania.	Np. ustalanie planu rozważanego problemu (U1, P2, P3).

4.2. Formy pracy

Na skuteczność procesu nauczania mają również wpływ formy pracy. Odnoszą się one do sposobów organizacji pracy na lekcji. Należy stosować różnorodne formy pracy, aby zaangażować do „procesu nauczania” możliwie jak największą grupę uczniów i uniknąć znużenia i monotonii na lekcji. Wśród form pracy należy wyróżnić:

- 1) Nauczanie zbiorowe
- 2) Nauczanie grupowe
- 3) Nauczanie zindywidualizowane
- 4) Nauczanie wielopoziomowe



Formy nauczania matematyki przydatne dla rozwoju MKKE

Formy pracy	Charakterystyka	Wartość formy	Zastosowanie (dla rozwoju MKKE)
Nauczanie zbiorowe	Nauczyciel pracuje z całą klasą i realizuje ze wszystkimi uczniami jednakowe treści nauczania. Praca idzie równym tempem, wszyscy wykonują te same czynności i pracują na tym samym materiale.	Przydatna przy wprowadzaniu nowego materiału, wyjaśnianiu problemów, wątpliwości.	Doskonalenie umiejętności(W2). Wprowadzenie nowych, trudnych wiadomości i zdobywanie nowych umiejętności (W1, W3, U2,U3, P3)
Nauczanie grupowe	Klasa jest podzielona na niewielkie grupy. Skład grup jest stały. Grupy składają się z uczniów dobrych i słabych. Wszystkie grupy pracują nad tym samym problemem lub każda grupa pracuje nad częścią większego problemu. Wyniki prac grupowych przedstawiane są na forum klasy, po czym następuje podsumowanie pracy grup.	Przydatna przy rozwiązywaniu zadań problemowych (np. zadania z treścią o tematyce ekonomicznej), powtórzeniu materiału, pracy z tekstem matematycznym.	Negocjowanie i uzgadnianie stanowiska(U1, P2,P3), interpretowanie danych z tekstu matematycznego - projektowanie rozwiązań i ich prezentacja(U4, U3, U1, P1, P2)
Nauczanie zindywidualizowane	Nauczyciel w nauczaniu zbiorowym powinien dotrzeć z nauczaniem treści do każdego ucznia osobno. Istotą jest podział treści programowych na tematy i problemy, które uczniowie opracowują we właściwym dla siebie tempie. Nauczaniem tym należy objąć przede wszystkim uczniów, mających trudności i braki w opanowaniu materiału.	Bardzo przydatna jeżeli mamy uczniów z dużymi zaległościami lub o dużych problemach w przyswajaniu wiadomości i zdobywaniu umiejętności.	Zdobywanie podstawowych wiadomości i umiejętności niezbędnych w dalszym etapie kształcenia (W1, W2, W3, W4, W5, U1,U3)
Nauczanie wielopoziomowe	Nauczyciel kieruje do niektórych uczniów dodatkowe treści i zadania. Uczniowie sami decydują, czy mają podjąć się wykonywania dodatkowych zadań, czy skupić się tylko na materiale podstawowym. Nauczanie to kierowane jest przede wszystkim do uczniów uzdolnionych, ale także może dotyczyć uczniów mających trudności w opanowaniu materiału.	Bardzo przydatna jeżeli mamy uczniów uzdolnionych, ale także pomocna w pracy z uczniem słabym.	Uczniowie słabi jw. Uczniowie uzdolnieni doskonalą swoje umiejętności i są wdrażani do samokształcenia(U3, U4, P1, P2, P3)



5. Propozycje metod oceny osiągnięć uczniów

Ocenianie i kontrola osiągnięć ucznia jest bardzo ważna dla:

- ucznia, ponieważ może być sygnałem do uzupełnienia niedociągnięć, motywuje do dalszego kształcenia oraz rozwijania swoich uzdolnień i zainteresowań
- nauczyciela, ponieważ dostarcza informacji o poprawności stosowanych metod nauczania oraz stopniu osiągnięcia zamierzonych celów edukacyjnych

Proponuję trzy rodzaje kontroli osiągnięć szkolnych ucznia:

- **Kontrolę wstępną(sprawdzian diagnostyczny)**, na początku roku szkolnego, pozwalającą określić poziom wiadomości i umiejętności uczniów w danej klasie i ustalić stopień intensywności powtórek oraz zaplanować proces nauczania dla danej klasy
- **Systematyczną kontrolę** bieżących postępów w nauce, mającą informować(ucznia, nauczyciela) o tym, co uczeń już umie
- **Kontrolę podsumowującą**, pod koniec roku szkolnego, określającą stopień osiągnięcia założonych celów, mającą na przykład formę sprawdzianu maturalnego.

W bieżącej kontroli wyników ocenie podlega wypowiedź:

- **Ustna**, informująca o umiejętności szybkiego formułowania myśli, precyzji ich przekazywania, stanowiąca np. podsumowanie lekcji, prezentację wyników pracy grupowej, prezentację wyników pracy własnej, prezentację wyników pracy projektowej, aktywność na lekcji.
- **Pisemna**, np.
 - krótka praca pisemna badająca narzędzia matematyczne,
 - dłuższy sprawdzian badający tak narzędzia, jak i umiejętność rozwiązywania problemów,
 - test,
 - pisemna prezentacja wyników pracy własnej lub grupy,
 - praca domowa.

Nie każde sprawdzanie umiejętności musi kończyć się wystawieniem stopnia. Uczeń powinien uczyć się na własnych błędach i poszukiwać właściwych rozwiązań, musi wiedzieć czego nie umie i znaleźć swój własny sposób na uczenie „uczenia się”.

Do trafnej i rzetelnej oceny osiągnięć uczniów, a zwłaszcza do właściwej hierarchizacji wymagań zgodnie ze skalą stopni szkolnych, niezbędne są ogólne kryteria oceny osiągnięć. Dla matematyki mogą one przedstawiać się następująco:

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- ⇒ Intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- ⇒ Rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- ⇒ Rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- ⇒ Potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;



- ⇒ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- ⇒ Podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ Podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- ⇒ Wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- ⇒ Zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- ⇒ Sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- ⇒ Korzysta z kalkulatora;
- ⇒ Zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- ⇒ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- ⇒ Naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- ⇒ Samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- ⇒ Sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- ⇒ Przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ Zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- ⇒ Intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- ⇒ Wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- ⇒ Zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- ⇒ Rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- ⇒ Rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- ⇒ Ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- ⇒ Zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- ⇒ Posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- ⇒ Samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- ⇒ Przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- ⇒ Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- ⇒ Korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- ⇒ Stosuje nowe twierdzenia;
- ⇒ Ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);
- ⇒ Zna dowody twierdzeń objętych programem;



- ⇒ Rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- ⇒ Skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- ⇒ Analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- ⇒ Rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych;

Stopień celujący:

Uczeń:

- ⇒ Analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- ⇒ Zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- ⇒ Potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- ⇒ Zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- ⇒ Buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- ⇒ Stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- ⇒ Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- ⇒ Uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

Klasyfikacja osiągnięć ucznia według opisanych ogólnymi kryteriami poziomów wymagań (K: konieczne - ocena dopuszczająca, P: podstawowe - dostateczna, R: rozszerzające - dobra, D: dopełniające - bardzo dobra) na przykładzie działu „Liczby rzeczywiste”.

Uczeń:

- podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych, pierwszych, złożonych (K),
- zamienia skończone rozwinięcie dziesiętne na ułamek zwykły i na odwrot (K),
- rozumie pojęcie rozwinięcia okresowego, znajduje rozwinięcia dziesiętne ułamków zwykłych (P/R),
- wie, że suma, różnica, iloczyn, iloraz liczb wymiernych są liczbami wymiernymi (P),
- umie pokazać na przykładach, że suma, różnica, iloczyn, iloraz liczb niewymiernych może być liczbą wymierną lub niewymierną (D),
- wykonuje działania na liczbach wymiernych (K),
- znajduje wartość bezwzględna liczby (P),
- upraszcza pierwiastki i znajduje ich przybliżoną wartość za pomocą kalkulatora (K),
- upraszcza wyrażenia zawierające potęgi o wykładniku wymiernym i pierwiastki (P/R),
- usuwa niewymierność (P/R),
- zapisuje i odczytuje liczby w notacji wykładniczej (P),
- posługuje się notacją wykładniczą w obliczeniach (R/D),
- oblicza procent danej liczby (K),
- zwiększa i zmniejsza liczbę o dany procent, porównuje liczby używając procentów (P),
- rozwiązuje zadania z procentami dotyczące płac, cen, podatków... (R/D),
- zaokrągla liczby z podaną dokładnością (K),
- szacuje wyniki działań i wielkości ze świata rzeczywistego (P/R),
- wykorzystuje umiejętność szacowania w bardziej złożonych sytuacjach, oblicza błąd względny (D).

6. Oprzyrządowanie programu

Wyposażenie dydaktyczne może wspomagać i usprawniać pracę uczniów i nauczycieli. **Kształcenie w zawodzie technik - ekonomista oraz rozwijanie MKKE wymusza na nauczycielach korzystanie z najnowszych osiągnięć technologii informacyjnej.**

Uczeń już w szkole musi być przyzwyczajany do konieczności odczytywania i analizowania danych z wykresów, tabel diagramów i szybkiego przetwarzania informacji. Stosując „kredę i tablicę” nie jesteśmy w stanie sprostać tym wymaganiom, zarówno pod względem ilościowym (dużo czasu należy poświęcić na narysowanie wykresu) jak i jakościowym (wykres nie jest dokładny). Należy też rozważyć atrakcyjność zajęć i potrzebę ciągłego pobudzania zainteresowania ucznia jego własnym rozwojem.

Stosowanie środków dydaktycznych rozbudza zainteresowanie matematyką, stymuluje rozwój logicznego myślenia, rozwija zdolność obserwacji i wyobraźni przestrzennej.

Środki dydaktyczne niezbędne do realizacji tego programu to:

- Podręcznik dla klas 1,2,3 wydawnictwa Nowa Era „Prosto do matury”,
- Zbiór zadań dla klas 1,2,3 Oficyny Edukacyjnej. Krzysztof Pazdro „Matematyka poziom podstawowy”,
- Modele brył,
- Foliogramy,
- Plansze, zestawienia, arkusze danych (np. do statystyki),
- Sprawdziany, zbiory testów - do ćwiczenia różnego typu zadań,
- Środki multimedialne - projektor zawieszony na stałe (aby nie tracić czasu na rozkładanie sprzętu) i ekran,
- Wizualizer,
- Przyrządy kreślarskie,
- Artykuły biurowe (duży papier, flamastry, magnesy) do prezentowania efektów pracy grupowej, kolorowa kreda.



7. Ewentualne warunki niezbędne do realizacji programu

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych/raport	Uwagi
Przed rozpoczęciem programu	a) projekt autorskiego programu nauczania matematyki	1. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględni zasoby realizatora? 2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględni potrzeby i ograniczenia odbiorców? 3. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględni możliwości rozwijania MKKE? 4. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie?	Co najmniej 50 % punktów wg arkusza oceny [1]. j.w. j.w. j.w.	Studium przypadku; analiza wyników diagnozy implementacji KK oraz danych z arkusza oceny programu	Klasa I technik ekonomista ZSE i III LO	Raport ewaluacyjny	



		5. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczność?	Tak				
		6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu oceny programu?	Co najmniej 50 % punktów wg arkusza oceny				
W czasie realizacji programu	b) Skuteczność programu	1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji i projektu programu?	Wyższe o 50% niż ponoszone dotychczas.	Analiza dokumentów		Raport ewaluacyjny	
W czasie realizacji programu		2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy dydaktycznych.	Analiza dokumentów		Raport ewaluacyjny	
W czasie realizacji programu		3. Na ile realizacja projektu programu spowodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły?	Wzrost o 20% liczby hospicji dyrektora; udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym .	Analiza dokumentów m.in. wyników monitoringu.		Raport ewaluacyjny	
W czasie realizacji programu		4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	Przewaga metod aktywizujących nad podającymi.	Analiza dokumentów. Obserwacja .		Raport ewaluacyjny	



Na koniec realizacji programu		5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu?	Co najmniej przeciętne wyniki w skalach KI i JN arkusza [1].	Ankieta uczniów.		Raport ewaluacyjny Promocja projektu.	
Na koniec realizacji programu		6. W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?	Wzrost o min. 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE.	Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”.		Raport ewaluacyjny . Promocja projektu. Promocja szkoły w środowisku.	
Po pewnym czasie od realizacji programu		7. Na ile trwale są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?	Wzrost minimum o 20% średniego wyniku matury z matematyki.	Analiza dokumentów w (z wynikami egzaminu maturalnego)		Raport ewaluacyjny Promocja projektu – konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie.	

Bibliografia

- [1] Gaś Z. B., *Ewaluacja autorskiego programu nauczani*, Wydawnictwo WOM, Wiadomości Opinie Myśli nr 3(23), Lublin 1998.
- [2] Grabowski P., *Program nauczania dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum, kształcenie w zakresie podstawowym*, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2009.
- [3] Kurczak M., Kurczak E., Świda E., *Matematyka, program nauczania w liceach i technikum, zakres podstawowy*, Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro. Warszawa 2008.
- [4] Podobińska B., Skałuba K., *Propozycja kryteriów ocen z matematyki w szkole średniej*, Wydawnictwo „Dla szkoły”, Bielsko-Biała 1998.
- [5] Sobczak M., *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*. Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji. Lublin 2009.
- [6] *Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynku pracy w województwie lubelskim*. Zespół Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcące im. gen. Władysława Andersa w Chełmie. Lublin.

Autor
Iwona Semeniuk

MATEMATYKA
ZAKRES PODSTAWOWY

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

Zespół Szkół Ponadgimnazjalnych
im. Stanisława Staszica w Parczewie

Lublin 2009





Spis treści

Autor programu	5
Wstęp.....	5
Uwarunkowania i realizacja programu.....	11
1. Ogólne cele edukacyjne.....	13
2. Ramowy rozkład materiału – proponowany podział godzin.....	16
3. Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia uczniów	18
4. Szczegółowy rozkład materiału.....	32
5. Procedury osiągania szczegółowych celów edukacyjnych	37
5.1. Metody i formy pracy na lekcji przydatne w rozwijaniu matematycznych kompetencji kluczowych	38
5.2. Zasady nauczania.....	40
5.3. Propozycje metod oceny osiągnięć uczniów	41
5.4. Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia.....	43
6. Oprzyrządowanie programu	45
7. Projekt ewaluacji programu nauczania.....	47
Aneks 1	49
Aneks 2.....	50
Bibliografia.....	53



Autor programu

Iwona Semeniuk – jest wychowawczynią i nauczycielką matematyki w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych im. Stanisława Staszica w Parczewie.

Ukończyła studia wyższe na Akademii Podlaskiej w Siedlcach na wydziale chemiczno – matematycznym, kierunek: matematyka, w zakresie: matematyka z fizyką (specjalność nauczycielska) oraz kwalifikacyjne Studia Podyplomowe w zakresie Informatyka w Szkole na Uniwersytecie Marii Curie – Skłodowskiej w Lublinie.

Swoje doświadczenie zawodowe nabyła w tutejszej szkole pracując z uczniami klas liceum profilowanego, technikum oraz zasadniczej szkoły zawodowej.

Wstęp

Program kształtowania kompetencji kluczowych z matematyki przeznaczony jest do realizacji podczas lekcji matematyki w zakresie podstawowym w czteroletnim technikum w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych im. S. Staszica w Parczewie kształcącego w zawodzie technik mechanik.

Program napisany jest głównie z myślą o uczniach o zróżnicowanych predyspozycjach, zainteresowaniach i umiejętnościach matematycznych. Uczniowie mają szansę zdobycia konkretnych umiejętności pośrednio i bezpośrednio związanych z matematyką i wykorzystywanych w życiu codziennym, ponieważ w programie położono nacisk na zastosowanie wiedzy i umiejętności w praktyce.

Realizowany dotychczas przeze mnie program nauczania matematyki w szkole ponadgimnazjalnej OPERON, zakres podstawowy, DKOS-5002-25/07, główny nacisk kładł na sprostanie standardom wymagań egzaminu maturalnego i podstawy programowej. Nauczanie matematyki zgodnie z tym programem nie zawsze sprostało rozwijaniu kluczowych kompetencji matematycznych u uczniów. Modyfikacja tego programu jest wynikiem uczestnictwa szkoły w projekcie „Szkoła kluczowych kompetencji – program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej”, przeprowadzonej diagnozy regionalnej implementacji Kluczowych Kompetencji, jak również potrzeby dostosowania rozkładu treści nauczania do danego typu szkoły. Z korelacji między matematyką a przedmiotami zawodowymi wynika realizacja takich treści programowych jak *Wektory* czy *Trygonometria* na początku klasy pierwszej.

Konstruując program, starałam się, aby jego ideą było przekazanie młodemu człowiekowi takiej wiedzy i takich umiejętności, by mógł on swobodnie i pewnie żyć i działać we współczesnym świecie. Zgodnie, więc z założeniami reformy systemu edukacji i zaleceniami Parlamentu Europejskiego i Rady, program kładzie większy nacisk na kształcenie umiejętności praktycznych, rozumienie zależności przyczynowo – skutkowych współczesnego świata oraz dostrzeganie związków matematyki z innymi dziedzinami wiedzy i życia. Toteż nauczając według tego programu, odwołujemy się do różnych sytuacji z życia codziennego.

Współczesny świat stawia młodemu człowiekowi coraz więcej wyzwań. Niejasna przyszłość, często brak perspektyw przerażają i przytłaczają młodych ludzi. Globalizacja i szybki postęp naukowo – techniczny nie zawsze czynią tę sytuację łatwiejszą.

Prawidłowe przygotowanie absolwenta technikum do funkcjonowania w warunkach gospodarki rynkowej wymaga od szkoły zespolenia działań, sił i środków do osiągnięcia

tego celu. Uczniowie powinni być gotowi do radzenia sobie z regułami rządzącymi rynkiem, w szczególności rynkiem pracy.

Jak wykazują badania CBOS młodzież obawia się bezrobocia, jako największego zagrożenia w ich dorosłym życiu. Wysokie bezrobocie i słaby rozwój gospodarczy w naszym rejonie nie sprzyjają realizacji dążeń życiowych.

Współpraca państw należących do Unii Europejskiej pociąga za sobą przemieszczanie się ludzi, a co się z tym wiąże, konieczność podejmowania przez nich pracy w innych krajach niż te, gdzie uzyskali oni pierwotne kwalifikacje zawodowe. Należy, więc umożliwiać ludziom skuteczne włączanie się w życie zawodowe wszędzie tam, gdzie się znajdują. W tej sytuacji niezbędne jest wprowadzenie pewnych ujednoliczeń w systemach edukacyjnych krajów Unii Europejskiej oraz przygotowywanie ich obywateli do uczenia się przez całe życie.

Wyposażenie młodych ludzi w kompetencje kluczowe jest zasadniczym elementem działań na rzecz wzrostu gospodarczego i zatrudnienia.

Kompetencje są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

Kompetencje kluczowe to te, których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia.

Kompetencje matematyczne obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Istotne są zarówno proces i czynność, jak i wiedza, przy czym podstawę stanowi należyte opanowanie umiejętności liczenia. Kompetencje matematyczne obejmują – w różnym stopniu – zdolność i chęć wykorzystywania matematycznych sposobów myślenia (myślenie logiczne i przestrzenne) oraz prezentacji (wzory, modele, konstrukty, wykresy, tabele).

Proponowany przeze mnie autorski program kształtowania kompetencji kluczowych z matematyki w technikum jest spójny z podstawą programową, ze standardami wymagań będącymi podstawą przeprowadzania egzaminu maturalnego, a w szczególności kładzie duży nacisk na rozwijanie kompetencji kluczowych z matematyki poprzez nabycie przez ucznia następujących umiejętności:

WIEDZA:

W1. rozumienie terminów i pojęć matematycznych

1. zna i rozumie definicję zdania logicznego, tworzy zdania logiczne i poprawnie je wartościuje,
2. zna i poprawnie stosuje spójniki logiczne i kwantyfikatory,
3. zna relacje między podzbiorami zbioru liczb rzeczywistych,
4. zna prawa i własności działań,
5. rozumie pojęcie wartości bezwzględnej liczby, jej podstawowe własności i interpretację geometryczną,
6. zna pojęcie procentu, punktu procentowego, procentu składanego,
7. zna i rozumie pojęcie funkcji, podaje jej przykłady,
8. zna definicje funkcji trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, oraz dowolnego kąta i zmiennej rzeczywistej,
9. zna uogólnione pojęcie kąta,
10. rozumie pojęcie funkcji okresowej,
11. rozpoznaje na podstawie wzoru funkcję kwadratową, zna jej definicję,
12. rozpoznaje wielomiany, określa ich stopień,
13. rozumie definicję pierwiastka wielomianu i jego krotność,
14. rozumie i stosuje twierdzenie Bezouta,

15. rozpoznaje wyrażenia wymierne, wyznacza ich dziedzinę,
16. rozpoznaje wielkości odwrotnie proporcjonalne, posługuje się nimi,
17. rozumie intuicyjnie pojęcie ciągu, określa ciąg,
18. odróżnia pojęcia pierwotne od definiowalnych oraz aksjomaty od twierdzeń, zna podstawowe pojęcia geometryczne,
19. zna i rozumie pojęcia jednokładności i podobieństwa, ich własności,
20. zna i rozpoznaje permutacje, kombinacje, wariacje (z powtórzeniami i bez), podstawowe pojęcia probabilistyczne, częstość i prawdopodobieństwo zdarzenia

W2. dobrze opanowana umiejętność liczenia

1. wykonuje sprawne obliczenia w zakresie ułamków, procentów, działań na potęgach, pierwiastkach i logarytmach,
2. stosuje wzory skróconego mnożenia,
3. umiejętnie rozwiązuje problemy dotyczące oprocentowania lokat i kredytów, umie wybrać optymalny wariant, porównuje oferty banków i instytucji finansowych,
4. umiejętnie projektuje i wykonuje obliczenia dla różnorodnych praktycznych sytuacji z życia codziennego,
5. umiejętnie stosuje kombinatorykę i rachunek prawdopodobieństwa do różnorodnych praktycznych sytuacji z życia codziennego,
6. sprawnie rozwiązuje równania i nierówności,
7. rozwiązuje praktyczne zagadnienia związane z polem powierzchni i objętością brył

W3. znajomość miar i struktur

1. rozumie pojęcia: odległość punktów, odległość punktu od prostej, odległość punktu od płaszczyzny, długość, obwód, pole, objętość, miara kąta;
2. rozumie pojęcia: figura płaska, figura przestrzenna;
3. odczytuje i oszacowuje odległości;
4. „wymierza” dane wielkości znanymi jednostkami miary (długości, pola, objętości, masy, czasu, prędkości);
5. przelicza (zamienia) jednostki miar;
6. zna własności miar;
7. zna twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych;
8. oblicza obwody i pola figur płaskich stosując wzory i/lub własności tych miar;
9. oblicza pola powierzchni i objętości brył stosując wzory i/lub własności tych miar;
10. stosuje własności miar w prostych zadaniach i rozumowaniach;

W4. znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej

1. zna pojęcie zbioru i podzbioru i odnosi je do zbiorów liczbowych, zbiorów punktów, zbiorów wyników pomiaru, zbiorów wyników doświadczeń;
2. wykonuje działania na zbiorach z wykorzystaniem własności działań;
3. rozumie pojęcie zmiennej;
4. rozumie pojęcie funkcji i ich własności, proporcjonalność;
5. opisuje zbiory punktów płaszczyzny za pomocą równań i nierówności
6. opisuje zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji;
7. wykorzystuje przekształcenia geometryczne do badania zależności (podobieństwo i przystawanie figur) pomiędzy zbiorami punktów (figurami geometrycznymi);

W5. świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź

1. rozumie, że algorytm to niezawodny przepis postępowania;
2. wie, że rozumowanie przez analogię oraz rozumowanie indukcyjne (indukcja skończona) są czasem zawodne;
3. rozpoznaje sytuację, w której twierdzenia nie można zastosować;
4. wysnuwa proste wnioski z danego twierdzenia w konkretnej sytuacji;



5. rozumie rolę matematyzacji, uogólniania i specyfikacji;
6. wskaże sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej:
 - ✓ obliczanie podatków,
 - ✓ zyski z lokat,
 - ✓ kredyty bankowe,
 - ✓ zakupy – szacowanie kosztów – budżet domowy,
 - ✓ analiza techniczna – giełda,
 - ✓ obliczanie niezbędnej ilości materiałów, wykorzystując pola powierzchni lub objętość, przeliczanie jednostek, itp.
 - ✓ zużycie paliwa,
 - ✓ planowanie podróży,
 - ✓ gry losowe, hazard, sport,
 - ✓ statystyka,
 - ✓ logika wypowiedzi,
 - ✓ proporcjonalność prosta – np. kulinaria,
 - ✓ projektowanie przestrzeni,
 - ✓ zadania optymalizacyjne – krawiectwo, budownictwo, największy zysk, koszt, strata.

UMIEJĘTNOŚCI:

U1. stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny)

1. grupuje i porządkuje dane empiryczne;
2. wyznacza stosunki wielkości i opisuje je z użyciem liczb wymiernych, rzeczywistych;
3. szacuje wielkości, posługuje się procentami;
4. posługuje się liczbami i działaniami do modelowania stosunków wielkościowych;
5. posługuje się własnościami figur oraz wyobraźnią do modelowania stosunków geometrycznych, konstruowania graficznego schematu danego układu stosunków przestrzennych;
6. dostrzega regularności w prostych sytuacjach;
7. stosuje algorytmy;
8. stosuje równania, nierówności, układy równań w rozwiązywaniu problemów;
9. ustala związki między danymi, wydziela związki znaczące;
10. wykorzystuje funkcje do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych;
11. przeprowadza uogólnianie i specyfikację;
12. rozumuje przez analogię;
13. redaguje definicje nowych pojęć;
14. korzysta z gotowych definicji i twierdzeń;
15. klasyfikuje obiekty;
16. rozwiązuje zadania schematyczne;
17. planuje, zapisuje plan rozwiązania i rozwiązuje zadania nieschematyczne;

U2. śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny)

1. odróżnia założenie i tezę w twierdzeniu;
2. zaprzecza twierdzenie;
3. obala tezę podając kontrprzykład;
4. stosuje prawa logiczne: podwójnego przeczenia, de Morgana, przechodniości implikacji;
5. ocenia poprawność doboru argumentów oraz sposobów wnioskowania;

6. ocenia poprawność przekształceń algebraicznych;
7. rozumie, różnicę między dowodem twierdzenia a przykładem potwierdzającym jego prawdziwość,
8. buduje zaprzeczenie definicji rozpoznając uprzednio jej strukturę logiczną;
9. rozumie różnice pomiędzy różnymi metodami dowodzenia;
10. podąża za tokiem rozumowania autora dowodu;
11. dostrzega luki bądź błędy w rozumowaniu;
12. sprawdza zasadność uogólnień;

U3. przekazywać komunikaty stosując język matematyczny

1. kojarzy zwroty języka naturalnego z odpowiednimi terminami matematycznymi, czynności konkretne z operacjami abstrakcyjnymi, wielkości z liczbami;
2. wyraża w języku matematyki informacje podane werbalnie, rysunkiem, schematem, tabelą, diagramem oraz zaobserwowane w rzeczywistości;
3. przedstawia werbalnie, za pomocą zwrotów języka naturalnego, informacje zapisane w języku matematyki;
4. przedstawia werbalnie informacje zapisane rysunkiem, grafem, schematem, wykresem, tabelą, diagramem;
5. zapisuje symbolicznie definicje pojęć;
6. formułuje twierdzenia w postaci implikacji;
7. zapisuje symbolicznie dowody twierdzeń;
8. przedstawia dane za pomocą tabel, diagramów, grafów, wzorów;
9. zapisuje wzory, zależności matematyczne stosując symbolikę matematyczną, podaje opis zależności w postaci funkcji;
10. opisuje zbiory za pomocą układów nierówności i równań;
11. prezentuje wyniki badań używając terminologii z zakresu języka matematycznego, używa przybliżeń;
12. tworzy wypowiedzi matematyczne i wartościuje je;
13. buduje wypowiedzi poprawne pod względem pojęciowym i logicznym;
14. przygotowuje i wygłasza krótki referat na wybrany temat matematyczny;

U4. korzystać z tekstu matematycznego

1. wyszukuje w tekście definicje i twierdzenia;
2. analizuje przedstawione rozwiązania zadań, obliczenia, wnioski, dane;
3. wydziela fragmenty tekstu, dotyczące określonych kwestii;
4. przekształca informacje z tekstu zapisując je w formie dogodnej do dalszych działań;
5. odczytuje własności funkcji z wykresu;
6. odczytuje informacje przedstawione za pomocą rysunków pomocniczych;
7. interpretuje dane przedstawione za pomocą diagramów i tabel;
8. ustala relacje między wskazanymi w tekście obiektami;
9. uzupełnia luki w tekście;
10. poszukuje w innych źródłach wyjaśnienia napotkanych w tekście terminów i pojęć;
11. stosuje podane w tekście definicje i twierdzenia;
12. naśladuje przedstawione rozwiązania w analogicznych sytuacjach;

POSTAWY:

P1. przejawiać szacunek dla prawdy

1. rozumie potrzebę dowodzenia;
2. weryfikuje zgromadzone dane;
3. nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy;
4. protestuje w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi;

5. wytrwale poszukuje informacji;
6. jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych;
7. nie uogólnia bez uprzedniego upewnienia się co do prawdziwości przesłanek;
8. podejmuje decyzje na podstawie sprawdzonych informacji;

P2. dążyć do szukania przyczyn

1. rozumie potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach;
2. przewiduje skutki planowanych działań;
3. rozważa różne przypadki nie ograniczając się do przypadków szczególnych;
4. wnikliwie analizuje problem;

P3. oceniać zasadność wnioskowań i działań

1. ocenia poprawność rozwiązania zadania;
2. wartościuje rozwiązanie tego samego zadania różnymi sposobami;
3. dostrzega sprzeczne informacje lub błędy w rozumowaniach;
4. ocenia dobór argumentów uzasadniających tezę (stanowisko);

W opinii większości społeczeństwa, matematyka uważana jest za przedmiot trudny, nudny, oderwany od rzeczywistości i niestety niezbyt lubiany zarówno przez dorosłych, młodzież jak i dzieci. Złe nastawienie społeczeństwa do matematyki nie zachęca uczniów do nauki tego przedmiotu.

Projekt „Szkoła Kluczowych Kompetencji – program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej” ma za zadanie przełamać ten stereotyp poprzez podjęcie różnych działań w celu zainteresowania uczniów tą dziedziną nauki.

Matematyka nie jest nauką aż tak abstrakcyjną, za jaką jest uważana. Jej źródła tkwią w rzeczywistości. O powstaniu tej nauki zadecydowały takie potrzeby życia, jak np. konieczność liczenia i mierzenia. Do dzisiaj służy do opisywania i wyjaśniania zjawisk, z którymi mamy do czynienia na co dzień. Znajomość podstaw matematyki ułatwia każdemu człowiekowi funkcjonowanie w codziennym życiu. A sam proces poznawania tej dziedziny kształci tak bardzo potrzebne umiejętności jak: analizowanie, wyciąganie wniosków, przewidywanie, uogólnianie, logiczne myślenie, rozwijanie wyobraźni geometrycznej i wiele innych. Zdobywając wiedzę i umiejętności różnymi metodami, każdy uczeń może doskonalić umiejętności intelektualne, niezbędne do uczenia się przedmiotów zawodowych, uzyskując szansę dalszego kształcenia się albo bycia bardziej wartościowym pracownikiem.

Wprowadzenie od 2010 roku, obowiązku zdawania egzaminu maturalnego z matematyki spowodowało zmianę dwóch podstawowych aktów prawnych, mających wpływ na kształcenie matematyczne w polskich szkołach: podstawy programowej i standardów wymagań egzaminacyjnych. Zmiany w systemie egzaminów zewnętrznych, niski poziom osiągnięć matematycznych naszych uczniów, a przede wszystkim wyniki przeprowadzonej analizy celów ogólnych kształcenia matematycznego zapisanych w dokumentach oświatowych oraz postulowanych przez dydaktyków matematyki, a także zaleceń Parlamentu Europejskiego wskazują na potrzebę dokonania zmian w procesie nauczania matematyki.

Program kształtowania kluczowych kompetencji z matematyki w technikum w zakresie podstawowym jest zgodny z tymi dokumentami i wychodzi naprzeciw tym wymaganiom.

Realizacja tego programu:

- ✓ umożliwia zdobycie wiadomości i umiejętności opisanych w podstawie programowej, w standardach wymagań egzaminacyjnych, w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia”, w tym m.in.:

- umiejętności budowania modeli matematycznych zjawisk z różnych dziedzin życia i ich stosowania;
- umiejętności wykorzystywania podstawowych narzędzi i technik matematycznych;
- umiejętności przeprowadzania prostego rozumowania dedukcyjnego;
- umiejętności zdobywania i krytycznego analizowania informacji, formułowania hipotez oraz ich weryfikacji;
- ✓ daje matematyczne podstawy do uczenia się przedmiotów przyrodniczych i zawodowych, przede wszystkim fizyki, chemii, biologii, mechaniki technicznej;
- ✓ zapewnia dużą efektywność kształcenia;
- ✓ umożliwia powtórzenie najważniejszych zagadnień występujących w podstawie programowej z matematyki na niższych etapach kształcenia,
- ✓ umożliwi uczniowi powrót do treści poznanych wcześniej, aby mógł pogłębić wiedzę, spojrzeć na te same zagadnienia z innej perspektywy i dokonać analizy (program ma charakter liniowo – spiralny).

Uwarunkowania i realizacja programu

Większość uczniów naszej szkoły nie posiada żadnej motywacji do nauki, a ich poziom intelektualny można ocenić jako średni. Słabe wyniki diagnoz wiadomości matematycznych absolwentów gimnazjum, przeprowadzanych we wrześniu, świadczą o deficytach wiedzy matematycznej.

Wśród przyczyn takiej sytuacji można wymienić:

- brak motywacji do nauki matematyki (dotychczas matematyka nie występowała jako obligatoryjny przedmiot maturalny);
- braki wiedzy matematycznej z młodszymi etapami kształcenia;
- słaba motywacja do nauki, która wymaga systematyczności i pracowitości;
- trudności u uczniów w: myśleniu logicznym, przestrzennym, analizowaniu, argumentowaniu, krytycznej ocenie wyniku i zastosowaniu w praktyce.

Celem nauczania matematyki jest wspomaganie wszechstronnego rozwoju ucznia ukierunkowanego na przygotowanie go do rozumienia współczesnego świata i aktywnego uczestnictwa w życiu.

Moja rola nauczyciela polega na pokazywaniu uczniom, że umiejętności matematyczne są niezbędne do funkcjonowania człowieka, zarówno w rodzinie (np. planowanie wydatków), jak i w społeczeństwie (np. orientacja w systemie podatkowym i budżecie państwa), czy w dziedzinie sztuki (np. kanon w rzeźbie i architekturze klasycznej).

Niniejszy program będzie realizowany w zakresie podstawowym w klasach I – IV technikum kształcącego w zawodzie technik mechanik. Zgodnie z Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 marca 2009 r. zmieniającego rozporządzenie w sprawie ramowych planów nauczania w szkołach publicznych, na realizację programu w zakresie podstawowym przeznaczono 9 godzin tygodniowo – ciągu 4 lat. Na poszczególne lata nauki przypadają 2 godziny tygodniowo w klasach I, III i IV, zaś w klasie II – 3 godz./tydzień.

Uwzględniając potrzeby nauczycieli przedmiotów zawodowych w treści nauczania zostały ujęte wiadomości poszerzające zakres podstawowy materiału w dziale: *Wektory* – o działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie wektora przez liczbę oraz w dziale *Funkcje trygonometryczne* – o wzory redukcyjne, wzory na sinus i cosinus

podwojonego kąta. Ponadto w trakcie zajęć będą wykorzystywane zadania, treścią związane z zawodowym kierunkiem kształcenia uczniów.

Do realizacji proponowanego programu nie są konieczne żadne szczególne warunki. Niemniej cele edukacyjne będą właściwie realizowane, gdyż nasza szkoła:

- zapewnia wykwalifikowaną kadrę nauczycielską,
- stwarza atmosferę zrozumienia i wspólnego dążenia do celu (współodpowiedzialności),
- wspomaga uczniów, zarówno tych mniej zdolnych (prowadzi formy zajęć wyrównawczych), jak i utalentowanych (prowadzi kółka zainteresowań),
- zapewnia swobodny dostęp do środków informacji (biblioteka, Internet),
- traktuje każdego ucznia w sposób indywidualny – stwarza warunki rozwoju tych zainteresowań, które są najmocniejszą stroną ucznia.

1. Ogólne cele edukacyjne

Program oparty został na celach, zadaniach i treściach kształcenia matematycznego sformułowanych w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla liceów ogólnokształcących, liceów profilowanych i techników w zakresie podstawowym (Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 grudnia 2008 r., Dz. U. z 2009 r. Nr 4, poz.17).

Matematyka obok języka polskiego i języków obcych staje się znów przedmiotem wiodącym w szkole ponadgimnazjalnej. Niektórzy dydaktycy uważają, że matematyka jest trzecim językiem, którym uczeń uczy się posługiwać. Dużą rangę nauczania matematyki, a szczególnie wynikowi egzaminu maturalnego, przypisują wyższe uczelnie. Coraz częściej matematyka wskazywana jest jako przedmiot, z którego wynik egzaminu maturalnego uwzględniany jest podczas rekrutacji wstępnej na wielu kierunkach – ostatnio również na kierunkach humanistycznych (prawo, psychologia, socjologia).

Głównym celem nauczania matematyki według tego programu jest kształtowanie umiejętności myślenia matematycznego w zakresie:

- rozpoznawania i rozumienia roli matematyki we współczesnym świecie,
- formułowania sądów opartych na matematycznym rozumieniu,
- wykorzystywania umiejętności matematycznych w życiu codziennym,
- stosowania technologii informacyjnej.

Cele kształcenia w szkole ponadgimnazjalnej nakierowane są na kształtowanie kreatywnych postaw i asertywnych zachowań, związanych z wykształceniem umiejętności matematycznych stosowanych w praktycznej działalności, a między innymi w poznawaniu i rozumieniu problematyki rozwoju kraju i świata. W procesie kształcenia ogólnego szkoła na IV etapie edukacyjnym kształtuje u uczniów postawy sprzyjające ich dalszemu rozwojowi indywidualnemu i społecznemu, takie jak: uczciwość, wiarygodność, odpowiedzialność, wytrwałość, poczucie własnej wartości, szacunek dla innych ludzi, ciekawość poznawcza, kreatywność, przedsiębiorczość, kultura osobista, gotowość do uczestnictwa w kulturze, podejmowania inicjatyw oraz do pracy zespołowej. W rozwoju społecznym bardzo ważne jest kształtowanie postawy obywatelskiej, postawy poszanowania tradycji i kultury własnego narodu, a także postawy poszanowania dla innych kultur i tradycji. Szkoła podejmuje odpowiednie kroki w celu zapobiegania wszelkiej dyskryminacji.

Poniższa tabela obrazuje główne cele nauczania matematyki i ich związek z rozwijaniem kluczowych kompetencji:

Tabela III.1. Cele nauczania matematyki

Lp.	Cele nauczania matematyki	Uwagi
1.	Stworzenie podstaw wiedzy matematycznej w zakresie znajomości i rozumienia terminów i pojęć matematycznych.	W1
2.	Doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie technik mechanik.	W2



3.	Wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego, innych dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie technik mechanik.	W3, W4
4.	Wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych.	U1
5.	Wykształcenie umiejętności i nawyku uzasadniania swoich sądów (istota sądów matematycznych, kategoryczność twierdzeń, jednoznaczność i precyzja definicji).	U2, P1
6.	Rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin wiedzy.	U3
7.	Doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym – w tym podręcznikiem – oraz innymi źródłami informacji matematycznej.	U4
8.	Wykształcenie umiejętności samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi – umiejętność stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych, poszukiwania dróg ich weryfikacji).	W5, P1, P2
9.	Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń.	U1, P1, P2, P3
10.	Kształcenie wyobraźni matematycznej (intuicja w zakresie obiektów abstrakcyjnych, wyobraźnia geometryczna dotycząca obiektów płaskich i przestrzennych) oraz przewidywania skutków podejmowanych działań (głównie podczas rozwiązywania problemów matematycznych).	U2, U3, P2

Opracowany przeze mnie program ma służyć osiągnięciu następujących celów:

w zakresie kształcenia rozwoju intelektualnego ucznia:

- kształcenie i rozwijanie umiejętności logicznego myślenia (W5, U2),
- rozwijanie i doskonalenie języka, tak by był precyzyjny i jednoznaczny (U3),
- wyrobienie umiejętności wyszukiwania i właściwego interpretowania zebranych informacji (U3, U4),
- opieranie swoich przekonań na rzetelnych informacjach i przesłankach (P1, P2, P3),
- przygotowanie do dostrzegania różnych problemów i zjawisk społecznych, ekonomicznych, przyrodniczych, technicznych, ich analizowania, opisywania z wykorzystaniem wiedzy matematycznej i języka matematyki (W3, W4, U1, P2),
- przygotowanie i wyrabianie nawyku samodzielnego zdobywania wiedzy i nabywania umiejętności oraz konstruowania własnych strategii postępowania (W1, U4, P2),
- przygotowanie do umiejętnego korzystania z różnych źródeł informacji oraz z nowoczesnych technologii (U1),
- doskonalenie rozumienia i biegłości technik obliczeniowych (W2),
- doskonalenie i kształcenie umiejętności wykonywania działań na wyrażeniach algebraicznych (W2),
- doskonalenie i rozwijanie umiejętności sporządzania wykresów funkcji oraz odczytywania ich własności (U3),
- wykrywanie związków i zależności funkcyjnych między wielkościami liczbowymi (U1),
- rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego (W1, U1),
- doskonalenie i kształcenie umiejętności rozwiązywania równań, nierówności i układów

- równań (W1, W2),
- kształcenie umiejętności prowadzenia prostego rozumowania dedukcyjnego (U2, U4),
 - rozwijanie wyobraźni przestrzennej (U2, U3, P2),
 - doskonalenie i kształcenie umiejętności rozwiązywania problemów z planimetrii i stereometrii oraz geometrii analitycznej (W3, U4),
 - wprowadzenie pojęć trygonometrycznych, kształcenie umiejętności rozwiązywania problemów z planimetrii z użyciem trygonometrii (W1, W3),
 - doskonalenie i kształcenie umiejętności stosowania podstawowych pojęć statystycznych (U1),
 - kształcenie umiejętności prowadzenia prostych badań statystycznych (U1),
 - kształcenie umiejętności rozwiązywania prostych problemów kombinatorycznych (U1),
 - doskonalenie umiejętności czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego (U4),
 - kształcenie umiejętności stosowania języka symbolicznego i dowodzenia (U2, U3, U4),
 - rozbudzania świadomości intelektualnej ukierunkowanej na kontynuację nauki (W5, U1, P3).

w zakresie kształtowania postaw:

- kształcenie wytrwałości, pracowitości i systematyczności przy podejmowaniu działań (P2),
- kształtowanie postawy samodzielności, dociekliwości i krytycyzmu w stosunku do swoich działań (P1, P2, P3),
- kształcenie postawy otwartości i szacunku dla pomysłów i poglądów innych ludzi (P1, P3),
- rozwijanie umiejętności społecznych takich jak: współpraca w zespole i organizacja pracy tego zespołu, prowadzenie dyskusji, prezentowanie wyników własnej pracy, negocjowanie i asertywność (U2, P1, P3),
- precyzji myślenia i wypowiedzania się (W5, U3, P3),
- umiejętności współpracy w grupie (w społeczeństwie) (P3),
- współodpowiedzialności za siebie i innych (P1, P3),
- umiejętności projektowania i planowania w znaczeniu ogólnym (W5, U1, P3),
- umiejętności krytycznej (obiektywnej) postawy wobec własnych opinii (P1, P3),
- postawy samozadowolenia i samosatysfakcji z własnych osiągnięć (P1, P2, P3),
- pozytywnej motywacji i wiary we własne możliwości (optymizmu) (P1, P2, P3).

2. Ramowy rozkład materiału – proponowany podział godzin

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację. W zakresie podstawowym zaplanowałam tematy, które będą realizować w technikum czteroletnim w trybie 2 + 3 + 2 + 2.

Rok szkolny liczy ok. 37 tygodni. Zakładając, że:

1. w klasie I tygodniowo uczeń ma 2 godziny lekcji matematyki, otrzymujemy do dyspozycji ok. 74 godziny,
2. w klasie II tygodniowo uczeń ma 3 godziny lekcji matematyki, otrzymujemy do dyspozycji ok. 111 godzin,
3. w klasie III tygodniowo uczeń ma 2 godziny lekcji matematyki, otrzymujemy do dyspozycji ok. 74 godziny, uwzględniając 4 – tygodniową praktykę zawodową, otrzymujemy ok. 70 godzin.
4. w klasie IV tygodniowo uczeń ma 2 godziny lekcji matematyki. Zdający maturę zakończą zajęcia z końcem kwietnia. Dla nich rok szkolny trwa, zatem ok. 28 tygodni, co daje ok. 56 godzin lekcji matematyki.

Tabela II.1. Podział treści programowych na poszczególne klasy

Lp.	Dział	Liczba godzin w zakresie podstawowym
KLASA I		
1.	Elementy logiki matematycznej	10
2.	Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory	12
3.	Wyrażenia algebraiczne	14
4.	Trygonometria	7
5.	Funkcja i jej własności	12
6.	Przekształcanie wykresów funkcji	9
7.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	10
8.	RAZEM:	74
KLASA II		
1.	Funkcja liniowa	15
2.	Funkcja kwadratowa	18
3.	Wielomiany	17
4.	Funkcje wymierne	14
5.	Elementy geometrii płaszczyzny	35
6.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	12
7.	RAZEM:	111



KLASA III		
1.	Ciagi liczbowe	19
2.	Geometria analityczna	17
3.	Elementy statystyki opisowej	7
4.	Elementy kombinatoryki	6
5.	Rachunek prawdopodobieństwa	12
6.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	9
7.	RAZEM:	70
KLASA IV		
1.	Funkcja wykładnicza i logarytmiczna	16
2.	Stereometria	25
3.	Przygotowanie do matury	15
4.	RAZEM:	56

3. Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia uczniów

Szczegółowe treści kształcenia oraz odpowiadające im cele edukacyjne i osiągnięcia uczniów zostały oznaczone w następujący sposób:

Symbol:

- oznacza treści kształcenia i umiejętności zawarte w podstawie programowej z matematyki dla szkół ponadgimnazjalnych lub w standardach wymagań egzaminacyjnych dla tych szkół lub w zapisach matematycznych kompetencji kluczowych w ujęciu dokumentów UE (MKKE) oraz są istotne dla kształcenia w zawodzie oraz treści i umiejętności bezpośrednio z nimi związane;
- oznacza treści kształcenia i umiejętności zawarte w podstawie programowej z matematyki na niższych etapach kształcenia, a zatem takich, które podlegają sprawdzeniu również na egzaminie maturalnym, są istotne dla MKKE i dla kształcenia w zawodzie technik mechanik;
- oznacza treści kształcenia i umiejętności, które nie występują w podstawie programowej ani w standardach wymagań egzaminacyjnych dla zakresu podstawowego. Ich wprowadzenie było spowodowane tym, że ułatwiają zrozumienie zagadnień występujących w podstawie programowej (standardach wymagań egzaminacyjnych, dokumentach dotyczących matematycznych kompetencji kluczowych) lub są związane z zagadnieniami z podstawy programowej (standardów wymagań egzaminacyjnych, dokumentów dotyczących matematycznych kompetencji kluczowych), lub odgrywają istotną rolę w uczeniu się przedmiotów zawodowych

Tabela III. 1. Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia uczniów.

Klasa I		
Tematyka	Cele edukacyjne	Założone osiągnięcia ucznia
1. Elementy logiki matematycznej		
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Pojęcie zdania w logice, zaprzeczenie zdania. ➤ Koniunkcja zdań, alternatywa zdań. ➤ Implikacja, równoważność zdań. ■ Definicja, twierdzenie, twierdzenie odwrotne. ➤ Prawa logiczne, prawa De Morgana. ■ Zbiór, działania na zbiorach. ■ Zbiory liczbowe, oś liczbowa. ■ Przedziały. ➤ Forma zdaniowa jednej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ pozna zdania proste i złożone; ➤ pozna spójniki logiczne; ■ pozna, co to jest definicja i czym różni się od twierdzenia; ■ dowie się, co to jest twierdzenie odwrotne; ➤ pozna podstawowe prawa logiki, takie jak negacja alternatywy i negacja koniunkcji; ■ pozna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiór skończony (nieskończony), element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru; ■ zapozna się z symboliką matematyczną 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi i ocenić jego wartość logiczną; ■ posługiwać się spójnikami logicznymi i rozumie, że potoczne rozumienie spójników „i” oraz „lub” może być inne niż znaczenie spójników logicznych „^”, „v”; ➤ zaprzeczać zdanie; ➤ budować zdania złożone i oceniać ich wartość logiczną; ■ odróżnić definicję od twierdzenia;



<p>zmiennej.</p> <p>➤ Kwantyfikator ogólny, kwantyfikator szczegółowy.</p>	<p>dotyczącą zbiorów ($\in, \cup, \cap, \subset, -, '$);</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ pozna pojęcie sumy, różnicy, iloczynu i dopełnienia zbiorów; ■ przypomni sobie wiadomości dotyczące liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych; ■ pozna relacje jakie zachodzą między podzbiórami zbioru liczb rzeczywistych; ■ przypomni sobie, czym jest oś liczbowa; ■ pozna pojęcie przedziału (ograniczonego, nieograniczonego, otwartego, domkniętego, jednostronnie otwartego); ■ nauczy się wykonywać działania na przedziałach (znajdować sumę, iloczyn, różnicę przedziałów, dopełnienie przedziału); <p>➤ pozna kwantyfikator ogólny i szczegółowy oraz nauczy się zaprzeczać zdania z kwantyfikatorem.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ mając dane twierdzenie w postaci implikacji zbudować twierdzenie odwrotne do danego twierdzenia; <p>➤ stosować poznane prawa logiczne;</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ wyznaczać część wspólną, sumę i różnicę zbiorów oraz dopełnienie zbioru; ● wskazać w podanym zbiorze liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne; ■ posługiwać się pojęciem osi liczbowej; ■ zaznaczyć przedziały na osi liczbowej; ■ wykonywać działania na przedziałach; <p>➤ odróżnić zadanie od formy zdaniowej;</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ stosować określenia „dla każdego”, „dla pewnego”, „istnieje”, „dla dowolnego”; ■ wykorzystywać język matematyki w komunikowaniu się.
<p>2. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory</p>		
<ul style="list-style-type: none"> ■ Zbiór liczb naturalnych, zbiór liczb całkowitych. ■ Zbiór liczb wymiernych, zbiór liczb niewymiernych. ● Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych. ● Porównywanie liczb w zbiorze R. Przypomnienie wiadomości o równaniach i nierównościach. ■ Procenty. ■ Punkty procentowe. ■ Wartość bezwzględna. ■ Przybliżenia. ■ Błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia, szacowanie. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● przypomni sobie pojęcie liczb pierwszych i złożonych; ● przypomni sobie cechy podzielności liczb naturalnych oraz jak znajduje się NWD i NWW liczb naturalnych; ● przypomni sobie, jak wykonuje się działania na ułamkach; <p>➤ pozna pojęcie części całkowitej i ułamkowej;</p> <ul style="list-style-type: none"> ● przypomni sobie prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych; ● przypomni sobie własności równości i nierówności w zbiorze R; ■ przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami; ■ pozna pojęcie punktu procentowego; ■ pozna pojęcie wartości bezwzględnej; ■ pozna pojęcie błędu bezwzględnego i względnego; ■ nauczy się szacować wyrażenia liczbowe. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● stosować cechy podzielności liczb naturalnych do znajdowania NWW i NWD (w tym również w celu rozwiązania zagadnień praktycznych); ● sprawnie wykonywać działania na ułamkach; <p>➤ wyznaczyć część całkowitą i część ułamkową liczby;</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ zaplanować i wykonać obliczenia na liczbach rzeczywistych (w tym z wykorzystaniem praw działań); ■ stwierdzić, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną czy niewymierną; ■ wyznaczać rozwinięcia dziesiętne liczb; ■ zapisać liczbę wymierną (w tym mającą rozwinięcie dziesiętne okresowe) w postaci ilorazu liczb całkowitych; ● stosować własności równości i nierówności w zbiorze R oraz rozwiązywać proste równania i nierówności; ■ stosować pojęcie procentu w obliczeniach;



		<ul style="list-style-type: none"> ● odczytywać dane z tabel i diagramów; ● wykorzystywać tabele i diagramy do przedstawiania danych; ■ posługiwać się pojęciem punktu procentowego; ■ obliczyć wartość bezwzględną danej liczby; ■ zastosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej; ■ zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu $x - a = b$, $x - a \geq b$; ■ zapisać nierówność (równanie) z wartością bezwzględną, znając zbiór rozwiązań tej nierówności (tego równania); ■ znaleźć przybliżenie liczby zadaną dokładnością; ■ stosować reguły zaokrąglania liczb; ■ stosować pojęcie błędu bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia; ■ oszacować wartość wyrażenia liczbowego.
3. Wyrażenia algebraiczne		
<ul style="list-style-type: none"> ■ Potęga o wykładniku naturalnym. ■ Pierwiastek arytmetyczny. ■ Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej. ■ Wzory skróconego mnożenia. ■ Potęga o wykładniku całkowitym. ■ Potęga o wykładniku wymiernym. ■ Informacja o potędze o wykładniku rzeczywistym. ■ Pojęcie logarytmu, własności logarytmów. ● Przekształcanie wzorów. ■ Średnia arytmetyczna, średnia geometryczna, średnia ważona. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym; ■ przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych; ■ pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej; ■ pozna wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$; ■ przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym; ■ pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym i własności działań na takich potęgach; ■ pozna, jak konstruuje się potęgę o wykładniku niewymiernym; ■ pozna prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym; ■ pozna pojęcie logarytmu; ■ pozna podstawowe własności logarytmu (wzór na logarytm ilorazu, iloczynu, potęgi); ➢ pozna wzór na zamianę podstaw logarytmu; ➢ pozna przykładowe zastosowanie logarytmów; ■ nauczy się przekształcać wzory stosowane 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym i całkowitym; ● zapisywać liczby w postaci wykładniczej $a \cdot 10^k$, gdzie $a \in \langle 1, 10 \rangle$ i $k \in \mathbb{C}$; ■ sprawnie wykonywać działania na pierwiastkach; ■ sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia (w tym do rozkładania sum algebraicznych na czynniki); ■ usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka; ■ wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym (wymiernym i niewymiernym); ■ obliczyć logarytm danej liczby przy danej podstawie; ■ stosować w obliczeniach podstawowe własności logarytmu; ➢ znaleźć przybliżenie liczby zapisanej przy użyciu potęgi i przedstawić je (używając kalkulatora) w notacji



	<p>w matematyce, fizyce, chemii, mechanice;</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ przypomni sobie pojęcie średniej arytmetycznej oraz pozna pojęcie średniej geometrycznej i średniej ważonej. 	<p>wykładowczej;</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ sprawnie przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii, mechanice; ■ obliczać średnią arytmetyczną, geometryczną, ważoną.
4. Trygonometria		
<ul style="list-style-type: none"> ■ Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym. ■ Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla kątów 30°, 45°, 60°. ■ Podstawowe tożsamości trygonometryczne. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ pozna określenie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym; ■ nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°; ■ pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta; ■ oblicza wartość funkcji trygonometrycznych kąta ostrego oraz wyznacza miarę kąta, gdy dana jest wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych; ■ odczytuje z tablic i oblicza wartości funkcji trygonometrycznych za pomocą kalkulatora. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ wyznaczyć funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym; ■ rozwiązać równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, <i>gdzie</i> $0^\circ < x < 90^\circ$, korzystając z kalkulatora, tablic lub posługując się wartościami funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów; ■ stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w rozwiązywaniu zadań; ■ znając wartości jednej funkcji potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego.
5. Funkcja i jej własności		
<ul style="list-style-type: none"> ■ Pojęcie funkcji, funkcja liczbowa. ■ Dziedzina i zbiór wartości funkcji. ■ Sposoby opisywania funkcji. ■ Wykres funkcji. ■ Miejsce zerowe funkcji. ■ Monotoniczność funkcji. ➢ Różnowartościowość funkcji. ■ Najmniejsza i największa wartość funkcji. ■ Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ przypomni sobie pojęcie funkcji; ■ pozna różne sposoby opisywania funkcji (graf, wzór, tabela, wykres, opis słowny); ■ przypomni sobie takie pojęcia jak: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej; ■ pozna pojęcie monotoniczności funkcji; ➢ pozna pojęcie różnowartościowości funkcji; ■ pozna wykresy niektórych funkcji jak np. $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{x}$, $y = x^2$, $y = x^3$, y ■ pozna pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji; ■ nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu; ■ nauczy się szkicować wykres funkcji o podanych własnościach; ■ nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ odróżnić przyporządkowanie, które jest funkcją, od przyporządkowania, które funkcją nie jest; ■ opisywać funkcje na różne sposoby (grafem, wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym); ■ wskazać wykres funkcji liczbowej; ■ wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej; ■ określić zbiór wartości funkcji (proste przykłady); ■ obliczyć miejsca zerowe funkcji; ■ określić na podstawie wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartość największą i najmniejszą funkcji, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie (maleje, jest stała) oraz zbiory, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne); ➢ określić na podstawie wykresu, czy dana funkcja jest

		<p>różnowartościowa;</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ sporządzić wykres funkcji spełniającej podane warunki; ■ podać opis matematyczny zależności dwóch zmiennych w postaci funkcji; ■ odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji, dotyczące różnych zjawisk, np. przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych, chemicznych; ■ przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru funkcji lub wykresu funkcji.
<p>6. Przekształcenia wykresów funkcji</p>		
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Wektor w układzie współrzędnych. ■ Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX. ■ Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY. ➤ Przesunięcie równoległe o wektor $\vec{w} = [p, q]$. ■ Symetria osiowa względem osi OX. ■ Symetria osiowa względem osi OY. ➤ Symetria środkowa względem początku układu współrzędnych. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ pozna pojęcie wektora w układzie współrzędnych; ➤ nauczy się dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę; ➤ pozna pojęcie wektorów przeciwnych; ➤ pozna pojęcie przesunięcia równoległego; ■ nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OX; ■ nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OY; ➤ nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji o dowolny wektor; ➤ pozna pojęcie symetrii osiowej; ■ nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX; ■ nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OY; ➤ pozna pojęcie symetrii środkowej; ➤ nauczy się przekształcać wykres funkcji względem początku układu współrzędnych. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ obliczyć współrzędne wektora i długość wektora; ➤ dodać i odjąć wektory, pomnożyć wektor przez liczbę; ➤ stosować pojęcie wektorów równych i przeciwnych w rozwiązaniach prostych zadań; ■ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a)$; ■ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x) + b$ ➤ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a) + b$; ■ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(x)$; ➤ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x)$; ■ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(-x)$; ■ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(-x)$



Klasa II		
1. Funkcja liniowa		
<ul style="list-style-type: none"> ● Proporcjonalność prosta. ■ Funkcja liniowa. Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej. ■ Własności funkcji liniowej. ■ Równoległość i prostokątowość wykresów funkcji liniowych. ■ Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego. ● Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. ● Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. ➢ Nierówność pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. ➢ Układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi. ● Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● przypomni sobie informacje o proporcjonalności prostej; ■ przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej; ■ pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej; ■ przypomni sobie własności funkcji liniowej; ■ nauczy się znajdować równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe lub prostopadłe do danej funkcji liniowej; ■ nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego; ● przypomni sobie, jak się rozwiązuje równania i nierówności liniowe; ● przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; ➢ nauczy się opisywać zbiory za pomocą układów nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● sporządzić wykres proporcjonalności prostej oraz podać jej własności; ● zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań; ■ sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu; ■ znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach; ■ wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań; ■ wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danej funkcji liniowej; ■ stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego; ● rozwiązywać równania oraz nierówności liniowe z jedną niewiadomą oraz interpretować je graficznie; ● rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą; ● stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
2. Funkcja kwadratowa		
<ul style="list-style-type: none"> ■ Jednomian kwadratowy, trójmian kwadratowy. ■ Przekształcenia wykresów funkcji kwadratowych. ■ Postać ogólna i postać kanoniczna funkcji kwadratowej. ■ Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej. ■ Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym. ■ Badanie trójmianu kwadratowego, zadania 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności; ■ nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej; ■ nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych; ■ nauczy się przekształcać wykresy funkcji kwadratowych; ■ pozna metodę rozwiązywania równań kwadratowych; ■ pozna metodę rozwiązywania nierówności kwadratowych; ■ nauczy się znajdować największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji; ■ sporządzić wykres funkcji kwadratowej i zbadać jej własności na podstawie wykresu; ■ wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji kwadratowej; ■ przekształcać wykresy funkcji kwadratowych; ■ wyznaczyć wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu; ■ wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej i postać iloczynową

<p>optymalizacyjne.</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Równania kwadratowe. ■ Nierówności kwadratowe. ■ Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych. 	<p>domkniętym;</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych; ■ nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań (w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym). 	<p>funkcji kwadratowej;</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ sprawnie zamieniać jedną postać funkcji kwadratowej na inną (postać kanoniczna, iloczynowa, ogólna); ■ sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie, zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów; ■ rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych; ■ wyznaczyć wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym; ■ rozwiązywać zadania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne); ■ rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych; ■ przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisywane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej; ■ opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej.
<p>3. Wielomiany</p>		
<ul style="list-style-type: none"> ■ Wielomian jednej zmiennej stopnia n ($n \geq 1$). ■ Równość wielomianów. ■ Dodawanie odejmowanie, mnożenie wielomianów. ➢ Dzielenie wielomianów. ■ Pierwiastek wielomianu, pierwiastek wielokrotny. ➢ Twierdzenie Bezouta. ■ Rozkład wielomianów na czynniki. ■ Równania wielomianowe. ■ Zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych. 	<p><i>Uczeń:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ■ pozna definicję wielomianu stopnia n ($n \geq 1$) jednej zmiennej; ■ pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować; ■ nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany; ➢ nauczy się dzielić wielomian przez wielomian; ■ pozna pojęcie pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu; ➢ pozna twierdzenie Bezouta i nauczy się je stosować; ➢ pozna twierdzenie o reszcie i nauczy się je stosować; ■ pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki (wyłączanie czynnika poza nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów); ■ nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe; ■ nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych. 	<p><i>Uczeń potrafi:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ■ odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem; ■ dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany; ➢ podzielić wielomiany; ➢ zastosować twierdzenie Bezouta i twierdzenie o reszcie w rozwiązaniach zadań; ■ rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias; ■ rozwiązać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki; ■ rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych; ■ rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, stosując poznane definicje i twierdzenia.



4. Funkcje wymierne		
<ul style="list-style-type: none"> ■ Definicja funkcji wymiernej, dziedzina funkcji wymiernej. ■ Działania na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie). ■ Proporcjonalność odwrotna i jej własności. ➢ Funkcja homograficzna i jej własności. ■ Proste równania wymierne. ➢ Proste nierówności wymierne. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ pozna definicję funkcji wymiernej; ■ nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej; ■ nauczy się skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne; ■ nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne; ■ nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej; ■ nauczy się szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji; ■ nauczy się rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną; ➢ nauczy się rysować wykresy funkcji homograficznych; ➢ nauczy się opisywać własności funkcji homograficznej na podstawie jej wykresu; ➢ nauczy się rozwiązywać zadania z wykorzystaniem własności funkcji homograficznej; ■ nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne; ➢ nauczy się rozwiązywać proste nierówności wymierne (dające się sprowadzić do nierówności stopnia co najwyżej drugiego). 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji; ■ wyznaczać dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych lub kwadratowych za pomocą grupowania; ■ wyrazów, stosowania wzorów skróconego mnożenia, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias; ■ obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej; ■ skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne; ■ dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne; ■ szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji; ■ rozwiązywać zadania z proporcjonalnością odwrotną; ➢ rysować wykresy i określać własności funkcji homograficznych; ➢ rozwiązywać zadania dotyczące funkcji homograficznych; ■ rozwiązywać proste równania wymierne; ➢ rozwiązywać proste nierówności wymierne prowadzące do nierówności liniowych lub nierówności kwadratowych; ■ rozwiązywać zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych.
5. Elementy geometrii płaszczyzny		
<ul style="list-style-type: none"> ● Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt. ➢ Figura wypukła, figura ograniczona. ● Symetralna odcinka, dwusieczna kąta. ● Dwie proste przecięte trzecią prostą. ● Twierdzenie Talesa. ■ Kąty i koła. ● Podział trójkątów. ● Suma kątów w trójkącie. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● przypomni sobie podstawowe pojęcia geometryczne (punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt); ➢ pozna pojęcie figury wklęsłej i wypukłej; ➢ pozna pojęcie figury ograniczonej i nieograniczonej; ● przypomni sobie wiadomości o kątach (kąt prosty, ostry, rozwarty, kąty przyległe, kąty wierzchołkowe); ● przypomni sobie pojęcie symetralnej 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ określać własności poznanych figur geometrycznych i posługiwać się tymi własnościami; ● konstruować: proste prostopadłe, proste równoległe, symetralną odcinka, dwusieczną kąta; ■ stosować w rozwiązywaniu zadań poznane twierdzenia (m.in. twierdzenie o dwóch prostych przeciętych trzecią



<ul style="list-style-type: none">● Nierówność trójkąta.● Odcinek łączący środki boków w trójkącie.● Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.● Wysokości w trójkącie.■ Środkowe w trójkącie.● Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie.● Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt.● Przystawanie trójkątów.■ Podobieństwo. Podobieństwo trójkątów. Pola figur podobnych. Podobieństwo czworokątów.■ Pole figury geometrycznej.● Pole trójkąta.● Pole koła, pole wycinka koła.● Podział czworokątów. Pola czworokątów.➢ Okrąg opisany na czworokącie.➢ Okrąg wpisany w czworokąt.● Skala i plan.	<p>odcinka i dwusiecznej kąta oraz jaką własność ma dowolny punkt leżący na symetralnej odcinka (dwusiecznej kąta);</p> <ul style="list-style-type: none">● przypomni sobie twierdzenie o dwóch prostych równoległych, przeciętych trzecią prostą;● przypomni sobie twierdzenie Talesa;■ pozna określenie kąta środkowego w kole, wpisanego w koło i kąta dopisanego oraz własności tych kątów;● przypomni sobie podział trójkątów ze względu na boki i kąty;● przypomni sobie twierdzenie o sumie kątów w trójkącie;● przypomni sobie, na czym polega nierówność trójkąta;● przypomni sobie twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta;● przypomni sobie twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;■ pozna twierdzenie o wysokościach w trójkącie;■ pozna twierdzenie o środkowych w trójkącie;● przypomni sobie twierdzenie o symetralnych boków trójkąta;● przypomni sobie twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta;● przypomni sobie pojęcie trójkątów przystających oraz cechy przystawiania trójkątów;■ przypomni sobie pojęcie trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów;■ pozna pojęcie pola figury;● przypomni sobie stosowane wcześniej wzory na pole trójkąta (np. $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$);■ pozna nowe wzory na pole trójkąta (np. $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$);■ pozna twierdzenie dotyczące pól trójkątów podobnych;● przypomni sobie wzór na pole koła i długość okręgu;■ pozna wzór na pole wycinka koła i wzór na długość łuku okręgu;● przypomni sobie podział czworokątów;● przypomni sobie niektóre własności czworokątów;■ pozna twierdzenie o linii łączącej środki ramion trapezu;	<p>prostą, twierdzenie Talesa, twierdzenia dotyczące kątów środkowych, wpisanych w okrąg, dopisanych do okręgu);</p> <ul style="list-style-type: none">■ stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań (w tym m.in. twierdzenie o sumie kątów trójkąta, twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta, twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa, twierdzenie o wysokościach w trójkącie, twierdzenie o środkowych w trójkącie);■ określić – znając długości boków trójkąta – czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny czy rozwartokątny;■ opisać okrąg na trójkącie, wpisać okrąg w trójkąt, wyznaczyć promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny i w trójkąt równoramienny, wyznaczyć promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym i na trójkącie równoramiennym –znając długości boków trójkąta;● rozpoznawać trójkąty przystające;■ stosować cechy przystawiania trójkątów w rozwiązywaniu zadań;● rozpoznawać trójkąty podobne;■ stosować cechy podobieństwa trójkątów w rozwiązywaniu zadań (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym);■ obliczyć pole figury, wykorzystując podział tej figury na rozłączne części;■ stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów;■ stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach (np. długość wysokości, długość promienia koła wpisanego w trójkąt);■ zastosować twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu zadań;■ zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań;● posługiwać się własnościami
--	---	--



	<ul style="list-style-type: none"> ➤ pozna twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt; ■ pozna pojęcie podobieństwa i jego własności; ■ nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące mapy, planu, skali mapy; ● przypomni sobie wzory na pola czworokątów (kwadratu, prostokąta, równoległoboku, rombu, trapezu); ■ pozna nowe wzory na pole czworokąta; ■ pozna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych. 	<p>czworokątów w rozwiązywaniu zadań;</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących wielokątów; ■ stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych; ■ stosować własności podobieństwa w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali); ● stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów; ■ stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy); ■ rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.
Klasa III		
1. Ciągi		
<ul style="list-style-type: none"> ■ Określenie ciągu, ciąg liczbowy. ■ Sposoby opisywania ciągów. ■ Monotoniczność ciągu. ■ Ciąg arytmetyczny. ■ Ciąg geometryczny. ■ Oprocentowanie lokat i kredytów (procent prosty i procent składany). 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ pozna definicję ciągu; ■ pozna sposoby opisywania ciągów (wzór ogólny, wykres); ■ pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu; ■ pozna definicję ciągu arytmetycznego; ■ pozna własności ciągu arytmetycznego; ■ nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego (n-ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów tego ciągu, średnia arytmetyczna); ■ pozna definicję ciągu geometrycznego; ■ pozna własności ciągu geometrycznego; ■ nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego (n-ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna); ■ pozna pojęcie procentu prostego i składanego; ■ nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ określać ciąg wzorem ogólnym; ■ wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym; ■ narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu; ■ zbadać monotoniczność ciągu; ■ zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym; ■ wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych; ■ wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; ■ rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego; ■ zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym; ■ wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych; ■ wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; ■ rozwiązywać zadania tekstowe



		<p>z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego;</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ rozwiązywać zadania stosując wzory na n-ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym.
2. Elementy geometrii analitycznej		
<p>➢ Wektor w układzie współrzędnych – powtórzenie wiadomości.</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Odległość punktów w układzie współrzędnych. ■ Współrzędne środka odcinka. ■ Równanie kierunkowe prostej. ■ Równanie ogólne prostej. ■ Równoległość prostych. ■ Prostopadłość prostych. ➢ Odległość punktu od prostej. ■ Równanie okręgu. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➢ przypomni sobie podstawowe informacje o wektorze w układzie współrzędnych; ■ przypomni sobie, jak oblicza się odległość punktów w układzie współrzędnych; ■ pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka; ■ przypomni sobie informacje o równaniu kierunkowym prostej; ■ nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej; ■ przypomni sobie warunki na równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych; ➢ pozna wzór na obliczanie odległości punktu od prostej; ■ nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej; ■ nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu; ■ nauczy się zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach (np. stycznego do jednej z osi układu); ■ nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu; ➢ nauczy się określać wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami; ■ określić wzajemne położenie prostej i okręgu. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych; ■ wyznaczyć współrzędne środka odcinka; ➢ zastosować informacje o wektorze w układzie współrzędnych do rozwiązywania prostych zadań; ■ znaleźć równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym; ■ zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych; ➢ stosować wzór na obliczanie odległości punktu od prostej w zadaniach; ■ posługiwać się równaniem okręgu; ■ przekształcić równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytać współrzędne środka i promień okręgu; ■ wyznaczyć równanie okręgu o zadanych własnościach; ■ wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu; ➢ określić wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami; ➢ wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów.
3. Elementy statystyki opisowej		
<ul style="list-style-type: none"> ■ Dane statystyczne i ich klasyfikacja. ■ Średnia z próby. ■ Mediana z próby. ■ Odchylenie standardowe z próby. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ dowie się, na czym polega klasyfikacja danych statystycznych; ■ nauczy się obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby; ■ nauczy się interpretować wymieniane 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, odchylenie standardowe z próby; ■ interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne; ■ odczytywać i interpretować dane



	wyżej parametry statystyczne.	empiryczne z tabel, diagramów i wykresów; <ul style="list-style-type: none"> ■ przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów; ■ przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych; ■ porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi.
4. Elementy kombinatoryki		
<ul style="list-style-type: none"> ■ Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych. ■ Zasada mnożenia. ■ Drzewa stochastyczne. ■ Symbol silni. ➢ Permutacje. ➢ Wariacje z powtórzeniami. ➢ Wariacje bez powtórzeń. ➢ Kombinacje. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych; ■ pozna zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować; ■ nauczy się przedstawiać pewne sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań; ■ pozna symbol silni i nauczy się go stosować; ➢ pozna pojęcie permutacji, wariacji z powtórzeniami i wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji; ➢ nauczy się obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji; ■ nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych; ■ stosować zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań; ■ rozwiązywać pewne zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa; ■ stosować symbol silni; ➢ obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń i kombinacji; ■ rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki.
5. Rachunek prawdopodobieństwa		
<ul style="list-style-type: none"> ■ Doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, zdarzenie elementarne, działania na zdarzeniach. ■ Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa. ■ Własności prawdopodobieństwa. ■ „Klasyczna definicja prawdopodobieństwa”. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ pozna takie pojęcia, jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe; ■ nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu; ■ nauczy się znajdować sumę zdarzeń, różnicę zdarzeń, iloczyn zdarzeń oraz zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia; ■ pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa; ■ pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować w rozwiązywaniu zadań; ■ pozna „klasyczną definicję prawdopodobieństwa”; ■ nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc; ■ wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu; ■ obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”; ■ stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań; ■ wykorzystywać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa; ■ obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa.

Klasa IV		
1. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna		
<ul style="list-style-type: none"> ■ Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie. ■ Funkcja wykładnicza i jej własności. ➢ Proste równania i nierówności wykładnicze. ■ Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym. ■ Logarytm – powtórzenie wiadomości. ➢ Funkcja logarytmiczna i jej własności. ➢ Proste równania i nierówności logarytmiczne. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym; ■ będzie doskonalił umiejętności wykonywania działań na potęgach; ■ pozna pojęcie funkcji wykładniczej; ■ pozna własności funkcji wykładniczej; ➢ nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze; ■ nauczy się stosować własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań; ■ przypomni sobie pojęcie logarytmu; ■ przypomni sobie własności logarytmów i ich zastosowanie w rozwiązywaniu zadań; ➢ pozna pojęcie funkcji logarytmicznej; ➢ pozna własności funkcji logarytmicznej; ➢ nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności logarytmiczne; ➢ nauczy się stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; ■ stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań; ■ odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji; ■ sporządzić wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw; ■ przekształcać wykresy funkcji wykładniczych; ■ opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów; ➢ rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze; ■ rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym; ■ obliczać logarytm liczby dodatniej; ■ stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań; ➢ odróżnić funkcję logarytmiczną od innych funkcji; ➢ sporządzać wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw; ➢ przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych; ➢ opisywać własności funkcji logarytmicznych na podstawie ich wykresów; ➢ rozwiązywać proste równania i nierówności logarytmiczne; ➢ rozwiązywać zadania dotyczące funkcji logarytmicznych, umieszczone w kontekście praktycznym.
2. Stereometria		
<ul style="list-style-type: none"> ■ Płaszczyzny i proste w przestrzeni. ➢ Rzut równoległy na płaszczyznę. ■ Rzut prostokątny na płaszczyznę, kąt między prostą i płaszczyzną. ■ Kąt dwuścienny, kąt liniowy kąta dwuściennego. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni; ➢ nauczy się rysować figury w rzucie równoległym na płaszczyznę; ■ pozna wzajemne położenie prostej i płaszczyzny; ■ nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną; ■ pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni; ■ poprawnie narysować wielościany (graniastosłupy, ostrosłupy) i bryły obrotowe; ■ wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami



<p>➤ Wielościany, pole powierzchni wielościanu, objętość wielościanu.</p> <ul style="list-style-type: none">● Graniastosłupy – podział, pole powierzchni, objętość.● Ostrosłupy – podział, pole powierzchni, objętość.● Bryły obrotowe – walec, stożek, kula; pole powierzchni i objętość brył obrotowych.	<p>pojęcie kąta liniowego;</p> <ul style="list-style-type: none">● przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach;● przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach;● przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych.	<p>oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości;</p> <ul style="list-style-type: none">■ podać własności .gur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy czy bryły obrotowe;● rysować siatki figur przestrzennych;● wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych;■ wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii.
3. Przygotowanie do matury		

4. Szczegółowy rozkład materiału

Przy każdej jednostce tematycznej zaproponowałam liczbę godzin lekcyjnych przeznaczonych na jej realizację, podając kolejne numery lekcji

Klasa I

(2 godziny tygodniowo)

1. Elementy logiki matematycznej (10 godzin)

1. Pojęcie zdania w logice, zaprzeczenie zdania.
2. Koniunkcja zdań, alternatywa zdań.
3. Implikacja, równoważność zdań.
4. Definicja, twierdzenie, twierdzenie odwrotne.
5. Prawa logiczne, prawa De Morgana.
6. Zbiór, działania na zbiorach.
7. Zbiory liczbowe, oś liczbowa.
8. Przedziały.
9. Forma zdaniowa jednej zmiennej.
10. Kwantyfikator ogólny, kwantyfikator szczegółowy.

2. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory (12 godzin)

1. Zbiór liczb naturalnych, zbiór liczb całkowitych.
2. Zbiór liczb wymiernych, zbiór liczb niewymiernych.
3. Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych.
4. Porównywanie liczb w zbiorze R . Przypomnienie wiadomości o równaniach i nierównościach.
5. Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej
- 6 – 7 Interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej liczby i jej własności
- 8 – 9 Procenty. Punkty procentowe.
10. Przybliżenia.
11. Błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia, szacowanie.
12. Praca klasowa i jej omówienie

3. Wyrażenia algebraiczne (14 godzin)

- 1 – 2. Potęga o wykładniku naturalnym. Potęga o wykładniku całkowitym, prawa działań na potęgach.
3. Pierwiastek arytmetyczny stopnia n . Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej.
4. Usuwanie niewymierności z mianownika.
- 5 – 6 Działania na pierwiastkach arytmetycznych.
- 7 – 8 Potęga o wykładniku wymiernym. Informacja o potędze o wykładniku rzeczywistym.
9. Wzory skróconego mnożenia.
10. Przekształcanie wzorów.
11. Średnia arytmetyczna, średnia geometryczna, średnia ważona.
- 12 – 13 Pojęcie logarytmu, własności logarytmów.
14. Praca klasowa i jej omówienie



4. Trygonometria (7godzin)

- 1 – 2. Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym.
3. Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla kątów 30° , 45° , 60° .
4. Rozwiązywanie zadań geometrycznych z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.
- 5 – 6. Podstawowe tożsamości trygonometryczne.
7. Praca klasowa i jej omówienie.

5. Funkcja i jej własności (12 godzin)

- 1 – 2. Pojęcie funkcji, funkcja liczbowa. Dziedzina i zbiór wartości funkcji. Sposoby opisywania funkcji.
3. Wykres funkcji.
4. Miejsce zerowe funkcji.
5. Monotoniczność funkcji.
6. Różnowartościowość funkcji.
7. Najmniejsza i największa wartość funkcji.
- 8 – 9. Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu.
- 10 – 11. Opisywanie zależności w życiu codziennym, przyrodzie, gospodarce za pomocą funkcji.
12. Praca klasowa i jej omówienie.

6. Przekształcenia wykresów funkcji (9 godzin)

1. Wektor w układzie współrzędnych.
2. Dodawanie i odejmowanie wektorów. Mnożenie wektora przez liczbę.
3. Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX.
4. Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY.
5. Przesunięcie równoległe o wektor $\vec{w} = [p, q]$
6. Symetria osiowa względem osi OX.
7. Symetria osiowa względem osi OY.
8. Symetria środkowa względem początku układu współrzędnych.
9. Praca klasowa i jej omówienie.

Klasa II

(3 godziny tygodniowo)

1. Funkcja liniowa (15 godzin)

1. Proporcjonalność prosta.
2. Funkcja liniowa. Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej.
3. Wykres funkcji liniowej. Własności funkcji liniowej.
- 4 – 5. Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych.
- 6 – 7. Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego.
8. Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- 9 – 10. Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
11. Nierówność pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- 12 – 13. Układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi.
14. Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych.
15. Praca klasowa i jej omówienie.

2. Funkcja kwadratowa (18godzin)

- 1 – 2. Jednomian kwadratowy, trójmian kwadratowy. Wykres jednomianu.
3. Przekształcenia wykresów funkcji kwadratowych.
4. Postać ogólna i postać kanoniczna funkcji kwadratowej.

- 5 – 6. Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.
- 7 – 8. Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w dziedzinie i przedziale domkniętym.
- 9 – 10. Badanie trójmianu kwadratowego, zadania optymalizacyjne.
- 11 – 12. Równania kwadratowe.
13. Równania sprowadzalne do równań kwadratowych.
- 14 – 15. Nierówności kwadratowe.
- 16 – 17. Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych.
18. Praca klasowa i jej omówienie.

3. Wielomiany (17 godzin)

1. Wielomian jednej zmiennej stopnia n ($n \geq 1$). Równość wielomianów.
2. Dodawanie odejmowanie, mnożenie wielomianów.
3. Dzielenie wielomianów.
- 4 – 5. Pierwiastek wielomianu, pierwiastek wielokrotny.
- 6 – 7. Twierdzenie Bezouta.
- 8 – 10. Rozkład wielomianów na czynniki.
- 11 – 12. Równania wielomianowe.
- 13 – 14. Proste nierówności wielomianowe
- 15 – 16. Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych.
17. Praca klasowa i jej omówienie.

4. Funkcje wymierne (14 godzin)

1. Definicja funkcji wymiernej, dziedzina funkcji wymiernej.
- 2 – 5. Działania na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie).
6. Proporcjonalność odwrotna i jej własności.
- 7 – 8. Funkcja homograficzna i jej własności. Wykres funkcji homograficznej.
- 9 – 10. Proste równania wymierne.
- 11 – 12. Proste nierówności wymierne.
13. Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych.
14. Praca klasowa i jej omówienie.

5. Elementy geometrii płaszczyzny (35 godzin)

1. Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt. Figura wypukła, figura ograniczona.
2. Symetralna odcinka, dwusieczna kąta.
3. Dwie proste przecięte trzecią prostą.
- 4 – 6. Twierdzenie Talesa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa.
- 7 – 8. Rozwiązywanie problemów teoretycznych lub praktycznych z zastosowaniem twierdzenia Talesa
9. Kąty i koła.
- 10 – 11. Podział trójkątów. Suma kątów w trójkącie. Nierówność trójkąta. Odcinek łączący środki boków w trójkącie.
12. Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.
13. trójkąty i ich wielkości charakterystyczne.
14. Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie. Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt.
15. Przystawianie trójkątów.
- 16 – 17. Podobieństwo. Podobieństwo trójkątów. Pola figur podobnych. Podobieństwo czworokątów.
- 18 – 19. Związek twierdzenia Talesa z podobieństwem
- 20 – 21. Pole figury geometrycznej.



- 22 – 23. Pole trójkąta.
- 24 – 25. Pole koła, pole wycinka koła.
- 26 – 27. Podział czworokątów. Pola czworokątów.
28. Okrąg opisany na czworokącie.
29. Okrąg wpisany w czworokąt.
- 30 – 31. Skala i plan.
- 32 – 34. Zastosowanie trygonometrii do rozwiązywania zagadnień z planimetrii
35. Praca klasowa i jej omówienie.

Klasa III

(2 godziny tygodniowo)

1. Ciągi (19 godzin)

1. Określenie ciągu, ciąg liczbowy. Sposoby opisywania ciągów.
2. Monotoniczność ciągu.
3. Sporządzanie wykresów ciągów liczbowych i odczytywanie na ich podstawie własności.
- 4 – 5. Określenie ciągu arytmetycznego, wzór ogólny
6. Suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
- 7 – 8. Ciąg arytmetyczny w zadaniach
- 9 – 10. Określenie ciągu geometrycznego, wzór ogólny
11. Suma n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
- 12 – 13. Ciąg geometryczny w zadaniach
- 14 – 15. Oprocentowanie lokat i kredytów (procent prosty i procent składany).
- 16 - 18. Rozwiązywanie zadań łącznych dotyczących ciągów arytmetycznego i geometrycznego
19. Praca klasowa i jej omówienie.

2. Elementy geometrii analitycznej (17 godzin)

- 1 – 2. Wektor w układzie współrzędnych – powtórzenie wiadomości.
- 3 – 4. Odległość punktów w układzie współrzędnych. Współrzędne środka odcinka.
- 5 – 7. Równanie kierunkowe prostej. Równanie ogólne prostej.
8. Równoległość prostych.
9. Prostopadłość prostych.
10. Odległość punktu od prostej.
- 11 – 12. Równanie okręgu.
- 13 – 14. Wzajemne położenie prostej i okręgu;
- 15 – 16. Wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami. Wyznaczanie współrzędnych punktów wspólnych dwóch okręgów.
17. Praca klasowa i jej omówienie.

3. Elementy statystyki opisowej (7 godzin)

1. Dane statystyczne i ich klasyfikacja.
2. Średnia z próby.
3. Mediana z próby. Dominanta.
- 4 – 5. Odchylenie standardowe z próby.
- 6 – 7. Zastosowanie poznanych pojęć ze statystyki opisowej w zadaniach.

4. Elementy kombinatoryki (6 godzin)

1. Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych. Zasada mnożenia. Drzewa stochastyczne.
2. Symbol silni. Permutacje.
3. Wariacje z powtórzeniami. Wariacje bez powtórzeń.

4. Kombinacje.
5. Zastosowanie elementów kombinatoryki do rozwiązywania zadań
6. Praca klasowa zawierająca wiadomości i umiejętności ze statystyki i elementów kombinatoryki i jej omówienie.

5. Rachunek prawdopodobieństwa (12 godzin)

- 1 – 3. Doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, zdarzenie, działania na zdarzeniach.
- 4 – 5. Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa. Własności prawdopodobieństwa.
- 6 – 7. Definicja klasyczna prawdopodobieństwa i jego własności
- 8 – 9. Obliczanie prawdopodobieństwa zdarzenia na podstawie definicji i jego własności
- 10 – 11. Obliczanie prawdopodobieństwa zdarzenia za pomocą drzewa
12. Praca klasowa i jej omówienie

Klasa IV

(2 godziny tygodniowo)

1. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna (16 godzin)

- 1 – 4. Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie.
5. Funkcja wykładnicza i jej własności.
- 6 – 8. Proste równania i nierówności wykładnicze.
- 9 – 10. Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym.
11. Logarytm – powtórzenie wiadomości.
12. Funkcja logarytmiczna i jej własności.
- 13 – 15. Proste równania i nierówności logarytmiczne.
16. Praca klasowa i jej omówienie.

2. Stereometria (25 godzin)

1. Płaszczyzny i proste w przestrzeni.
2. Rzut równoległy na płaszczyznę.
3. Rzut prostokątny na płaszczyznę, kąt między prostą i płaszczyzną.
4. Kąt dwuścienny, kąt liniowy kąta dwuściennego.
5. Określenie i budowa graniastosłupów, siatki graniastosłupów
6. Graniastosłupy prawidłowe
7. Pole powierzchni i objętość graniastosłupa
- 8 – 10. Obliczanie pola powierzchni i objętości graniastosłupa z zastosowaniem trygonometrii
11. Określenie i budowa ostrosłupa, siatki ostrosłupa
12. Ostrosłup prawidłowy
13. Pole powierzchni i objętość ostrosłupa
- 14 – 16. Obliczanie pola powierzchni i objętości ostrosłupa z zastosowaniem trygonometrii
17. Określenie i budowa bryły obrotowej (walec, stożek, kula)
18. Pole powierzchni i objętość figury obrotowej (walec, stożek, kula)
- 19 – 22. Obliczanie pola powierzchni i objętości bryły obrotowej.
- 23 – 24. Projektowanie własnych rozwiązań architektonicznych z wykorzystaniem poznanych brył.
25. Praca klasowa i jej omówienie.

3. Przygotowanie do matury (15 godzin)

5. Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych

Rozwijanie umiejętności matematycznych wpływa na rozwój intelektualny człowieka. Matematyka uczy logicznego myślenia i wnioskowania. Na lekcjach matematyki uczeń nabywa umiejętności precyzyjnego wyrażania się, co pomaga mu w komunikowaniu się z innymi. Edukację w technikum rozpoczynamy od elementów logiki matematycznej. Realizacja tej tematyki pozwoli na zrozumienie budowy definicji i twierdzenia matematycznego (założenie, teza) oraz umożliwi kształcenie umiejętności logicznego wnioskowania. Umożliwi kształcenie precyzyjnego zapisu matematycznego, co wpłynie na kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi.

Realizacja mojego programu umożliwi rozwiązywanie ciekawych problemów zarówno z algebry, jak i z geometrii. Zadania rozwiązywane na każdym etapie edukacji pozwolą na zdobycie umiejętności w zakresie: interpretowania tekstu matematycznego, używania prostych obiektów matematycznych, prostego modelowania

matematycznego, stosowania strategii wynikającej z treści zadania, jak również prowadzenia prostych rozumowań, składających się z niewielkiej liczby kroków.

Przykłady zaczerpnięte z życia codziennego pozwolą dostrzec uczniowi prawidłowości matematyczne w otaczającym go świecie i wpłyną na rozwijanie jego praktycznych umiejętności.

We współczesnym świecie niezbędna jest umiejętność posługiwania się różnymi tabelami, wykresami i diagramami. Kształtowanie tych umiejętności umożliwi realizacja tego programu w każdym dziale matematyki, w szczególności przy omawianiu takiej tematyki jak zbiory, elementy statystyki, czy własności funkcji. Na tych lekcjach uczeń nabyte umiejętności zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji. Opanuje umiejętność oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia. Lekcje rachunku prawdopodobieństwa ułatwią uczniowi dokonanie wyboru strategii w przypadkach doświadczeń losowych (np. gry losowe).

Nie mniej ważne jest kształtowanie postaw młodego pokolenia. Te cele należy kształtować na każdej lekcji matematyki. Trzeba wymagać od uczniów samodzielności w rozwiązywaniu problemów, piętnować nieuczciwość, wyrażającą się w podpowiadaniu czy w ściąganiu. Każdy uczeń powinien czuć się odpowiedzialny za powierzone mu zadania. Na lekcjach matematyki mamy doskonałe warunki do tego, by uczyć kultury dyskusji. Bardzo często uczniowie przedstawiają różne metody rozwiązania tego samego problemu, a naszym obowiązkiem jest wysłuchać wszystkich propozycji i wspólnie z zespołem podjąć decyzję, w jaki sposób dany problem ostatecznie rozwiązać. Zwracamy też uwagę na język matematyczny, precyzyjne formułowanie myśli, logiczną konstrukcję wypowiedzi. Kształcimy w ten sposób umiejętność komunikacji uczeń – nauczyciel, uczeń – uczeń.

Osiągnięcie założonych celów edukacyjnych i wychowawczych jest możliwe dzięki stosowaniu na lekcjach matematyki różnorodnych metod nauczania i odpowiedniego doboru form organizacyjnych lekcji. Ta różnorodność ma nie tylko uatrakcyjnić przedmiot, ale także zaktywizować uczniów w procesie uczenia się, zachęcić do rozwiązywania różnorodnych problemów, spowodować kształtowanie odpowiednich postaw.

5.1. Metody i formy pracy na lekcji przydatne w rozwijaniu matematycznych kompetencji kluczowych

Tabela V.1.1. Metody i formy pracy na lekcji przydatne w rozwijaniu matematycznych kompetencji kluczowych

Metody i techniki nauczania	Charakterystyka	Wartość metody	Zastosowanie (dla rozwoju MKKE)
ćwiczenia	Wyzwała aktywność odtwórczą i twórczą uczniów w sytuacji odpowiednio dobranych i uporządkowanych zadań do rozwiązania przez uczniów. Pozwala dostrzegać różnorodne zastosowania nabywanej wiedzy i budować przekonanie o jej użyteczności. Odpowiednio dobrany układ zadań może organizować lekcje problemową, albo pozwala obserwować określone prawidłowości prowadzące do sformułowania hipotezy.	budowanie przekonania o celowości systematycznej nauki	doskonalenie umiejętności (W2); konstruowanie lub odkrywanie nowych informacji (W3, U3, U4)
praca z tekstem	Rozwija aktywność twórczą, samodzielność i wytrwałość w zdobywaniu nowej wiedzy pod warunkiem dobrania tekstów odpowiednio do możliwości uczniów.	rozwój krytycznego myślenia	wdrażanie do samokształcenia (U3, U4)
wykład problemowy ilustrowany	Prezentacja wzorów analitycznego i syntetycznego myślenia nauczyciela, wzorów formułowania problemów, prezentacja wzorcowych sposobów rozwiązań, powiązana z wizualizacją odwołującą się do różnych typów sensomotorycznych, z możliwością zadania pytań.	konstrukcja logiczna, jasność wywodu	wprowadzanie nowych trudnych wiadomości, nauka notowania (W1, U2)
obserwacja	Rejestrowanie wyników obliczeń wykonywanych na papierze lub kalkulatorze czy efektów „eksperymentów” przeprowadzanych za pomocą kalkulatora graficznego lub komputera oraz redagowanie wniosków dotyczących wyników tych działań. Dostrzeganie zastosowań matematyki w sytuacjach życia codziennego oraz przyszłym działaniu zawodowym.	budowanie hipotez na podstawie obserwacji wyników uzyskanych za pomocą kalkulatora i komputera	gromadzenie spostrzeżeń i obserwacji na temat obiektów matematycznych (W3, W4, U3, U1)
gra dydaktyczna	Występujący element zabawy i rywalizacji w naturalny sposób angażuje uczestników, rozwija umiejętność przewidywania i myślenie strategiczne. Gry mogą wykorzystywać własności struktur matematycznych.	autentyzm reguł działania	doskonalenie umiejętności (W2, W5, P3)
burza mózgów	Brak wartościowania pomysłów jest zachętą dla uczestników do zgłaszania własnych propozycji rozwiązania problemu. Powinna być zakończona dyskusją wartościującą te pomysły, z argumentacją uzasadniającą ich wartość.	wytworzenie w krótkim czasie wielu pomysłów	"rozgrzewka" umysłowa (P1, P2, P3)



"dywanik albo ściana pomysłów"	Może stanowić zakończenie "burzy mózgów". Uczniowie przygotowują indywidualnie pomysły rozwiązania problemu i umieszczające na zawieszonym arkuszu. Następnie uczniowie dokonują wyboru najlepszego pomysłu poprzez "głosowanie" (każdy uczeń dysponuje jednym punktem).	konieczność prezentacji swojego stanowiska przez każdego ucznia	wybór najlepszego rozwiązania (U2, P1, P3)
dyskusja	Rozwija umiejętności komunikacyjne, umiejętności dobierania argumentacji, jasnego wypowiadania swoich sądów, umiejętność podejmowania decyzji, jednak angażuje tylko część uczniów.	różnorodność wiedzy i poglądów, możliwość prezentacji swojego zdania	np. ustalanie planu rozwiązania problemu (U1, P2, P3)
"śnieżna kula"	Odmiana dyskusji pozwalająca przechodzić od pracy indywidualnej do pracy w grupach, a kończy się pracą zbiorową. Angażuje przez cały czas wszystkich uczestników zarówno w wytwarzaniu pomysłów, jak i ocenie stanowiska.	możliwość dokonania oceny różnych pomysłów	negocjowanie i uzgadnianie stanowiska (U1,P2, P3)
projekt badawczy	Kształci i doskonali wiele umiejętności, a zwłaszcza pozwala na opanowanie metod poznania wykraczających poza program kształcenia szkolnego. Może być adresowany do pojedynczych uczniów szczególnie zainteresowanych i uzdolnionych w danej dziedzinie.	autentyzm poznania naukowego	samodzielne pozyskanie dodatkowych wiadomości i umiejętności (W4, W5, P1,P2, P3)
projekt edukacyjny	Pozwala na wykorzystanie zdobytej wiedzy do rozwiązania rzeczywistych problemów praktycznych przez grupę uczniów o różnym poziomie osiągnięć matematycznych z wykorzystaniem talentów i uzdolnień poszczególnych członków zespołu.	podnosi samoocenę i buduje poczucie własnej wartości	przedsięwzięcie na rzecz środowiska (W2, W3, U1)
pogadanka	Dobrze przygotowana może służyć wytworzeniu sytuacji problemowej lub sprawdzeniu efektów zajęć. Jej skutki mogą być ograniczone dominacją nauczyciela albo stosowaniem przez niego heurystyki.	uwidocznia konstrukcję logiczną zajęć, ożywia lekcję, mobilizuje uczniów	wprowadzenie do tematu lub podsumowanie lekcji (W1, U1)
mapa mentalna	Technika pozwalająca na wizualne przedstawienie treści wybranego zakresu, działu lub tematu. Może być wykorzystana podczas pracy z tekstem. Przydatna w matematyzowaniu sytuacji rzeczywistych.	dogłębna analiza zawartości tekstu	wizualizacja treści tekstu (W4, U4)
sieć	Technika pozwalająca na zbudowaniu sieci połączeń między pojęciami, prawami, twierdzeniami, w pracy zespołowej. Umożliwia odkrycie struktury danej dyscypliny, np. dedukcyjnego charakteru matematyki	porządkowanie odkrywanie powiązań strukturalnych i uogólnianie	usystematyzowanie wiadomości (W1,W3,W4,U2)
portfolio	Gromadzenie nadobowiązkowych prac wykonanych w dłuższym okresie czasu indywidualnie lub w zespołach. Pozwala śledzić przebieg uczenia się, postępy, twórczość i zaangażowanie uczniów.	rozwija zainteresowania i motywuje do uczenia się z własnej inicjatywy	dokumentowanie pozalekcyjnej pracy uczniów (W4, U3,U4, P2)

5.2. Zasady nauczania

W nauczaniu matematyki należy uwzględnić stosowanie następujących zasad nauczania

- (1) **zasada przystępności** wymaga dostosowania programu nauczania matematyki oraz planu dydaktycznego nauczyciela do możliwości intelektualnych uczniów.

Zasadę tę realizuje się poprzez:

- stopniowanie trudności, przechodzenie od rzeczy łatwych do trudnych, od prostych do złożonych, od tego, co ogólne, do tego, co szczegółowe i na odwrót,
- indywidualizację nauczania,
- stosowanie wiadomości teoretycznych do rozwiązywania problemu,

- (2) **zasada świadomego i aktywnego udziału uczniów** w procesie kształcenia poprzez świadomy udział w procesie projektowania rozwiązań problemów matematycznych oraz wyboru najbardziej racjonalnej drogi rozumowania,

- (3) **zasada pogłębienia**, czyli poznania poprzez obserwację, wizualizację materiału nauczania z wykorzystaniem technik informacyjnych (plansz, modeli, foliogramów, komputerów),

- (4) **zasada trwałości wiedzy**, czyli stopniowania pogłębienia i poszerzenia materiału nauczania poprzez powtarzanie i utrwalanie,

- (5) **zasada systematyczności i logicznej kolejności**, która umożliwia:

- uświadomienie sobie przez ucznia logicznej kolejności zdobywanych wiadomości,
- systematyczną pracę ucznia,
- systematyzowanie wiadomości i umiejętności uczniów,

- (6) **zasada świadomego i aktywnego uczestnictwa** – zasada ta stawia ucznia w centralnym miejscu procesu nauczania. Wynika ona z tego, że młoda osoba jest ciekawa świata, ludzi i procesów, posiada olbrzymie możliwości poznawcze i poszukuje własnych zainteresowań. Należy wykorzystać i utrzymać naturalną chęć większości uczniów do nauki i ich aktywność na lekcjach. Nauczyciel nie jest w stanie zrealizować celów edukacyjnych bez akceptacji swoich poczynań i aktywności ze strony uczniów. Cały proces nauczania szkolnego i działalność nauczyciela to przede wszystkim kierowanie uczeniem. Jeśli uczeń będzie pracował ze świadomością i pozytywnym przekonaniem, że nauczyciel jest pomocnikiem w jego rozwoju i wykaże aktywność w zdobywaniu wiedzy, to jego osiągnięcia będą znacznie wyższe.

- (7) **zasada praktyczności** – zasada ta ma szczególne znaczenie w nauczaniu matematyki w zakresie podstawowym. Rezygnujemy tutaj z formalizmów, dowodzenia twierdzeń, szerszych uogólnień i wszędzie, gdzie to możliwe, odwołujemy się do praktycznych zastosowań matematyki. Przy wprowadzaniu nowych pojęć również wychodzimy od sytuacji z życia codziennego, modelujemy je i projektujemy dla nich odpowiednie obliczenia. Zastosowania matematyki do opisu zjawisk i procesów zachodzących w przyrodzie oraz jej nieodzowność przy kształceniu logicznego myślenia, to główne powody powszechności nauczania tego przedmiotu na wszystkich etapach kształcenia.

- (8) **zasada indywidualizacji** – stosowanie tej zasady jest nieodzowne w procesie nauczania matematyki. Wymaga tego system oceniania i egzaminów szkolnych. Mimo tego, że nauczanie w klasie szkolnej jest zespołowe, nauczyciel cały czas

musi mieć na względzie indywidualne postępy każdego ucznia. Musi ocenić jego wiadomości i umiejętności, systematycznie informować jego rodziców o osiągnięciach a wielokrotnie również motywować go do lepszej pracy.

- (9) **zasada zespołowości** – zasada ta nie stoi w sprzeczności z zasadą indywidualizacji. Dotyczy ona bowiem innych zagadnień, mianowicie organizacji pracy na lekcji oraz współczesnych potrzeb społecznych. Nauczyciel, w celu przyspieszenia nauczania i sprawniejszego opanowania umiejętności matematycznych, powinien często organizować prace zespołowe, przez co przyczyni się również do wyrobienia odpowiednich postaw uczniów, takich jak umiejętność współdziałania, wysłuchiwanie racji innych, wzajemna pomoc i uzupełnianie się, odpowiednie tempo i rytmiczność pracy, przygotowanie do zespołowej pracy zawodowej. Uczeń podczas pracy w grupie zajmie odpowiednie miejsce, włączy się do realizacji celu poprzez oferowanie swoich umiejętności oraz zapozna się z umiejętnościami i metodami uczenia się innych.

Wszystkie zasady stanowią istotne prawidłowości decydujące o właściwie przeprowadzonym procesie edukacyjnym. Projektowanie nowoczesnych zajęć edukacyjnych powinno uwzględniać założenia, możliwości i potrzeby realizacji wszystkich zasad dydaktycznych.

5.3. Propozycje metod oceny osiągnięć uczniów

Podstawa programowa formułuje wymagania edukacyjne wobec uczniów kończących kolejne etapy kształcenia. Każdy uczeń jest oceniany na co dzień, w trakcie całego roku szkolnego przez swoich nauczycieli. Właściwie stosowana bieżąca ocena uzyskiwanych postępów pomaga uczniowi się uczyć, gdyż jest formą informacji zwrotnej przekazywanej mu przez nauczyciela.

Powinna ona informować ucznia o tym, co zrobił dobrze, co i w jaki sposób powinien jeszcze poprawić oraz jak ma dalej pracować. Taka informacja zwrotna daje uczniom możliwość racjonalnego kształtowania własnej strategii uczenia się, a zatem także poczucie odpowiedzialności za swoje osiągnięcia. Ocenianie bieżące powinno być poprzedzone przekazaniem uczniowi kryteriów oceniania, czyli informacji, co będzie podlegało ocenie i w jaki sposób ocenianie będzie prowadzone.

Kontrolowanie i ocenianie uczniów powinno być spójne z tym, co było przedmiotem nauczania. Przedmiotem oceny nie może być relacja między wiedzą ucznia i nauczyciela, lecz postęp ucznia w procesie kształcenia. Głównymi obszarami oceniania powinny być: wiedza zdobyta przez ucznia, umiejętności pozwalające uczniowi na gromadzenie i pogłębianie wiedzy, umiejętności społeczne i komunikacyjne, a także postawa młodego człowieka, wyrażająca się w dążeniu do samorealizacji.

Najłatwiej ocenić wiedzę, jaką posiada uczeń, trudniej – pozostałe obszary. Aby móc to uczynić, należy stosować aktywne metody nauczania. Tak ważną umiejętność jak komunikacja, która wyraża się w wypowiedaniu, argumentowaniu, najlepiej można ocenić podczas dyskusji, pracy w grupach czy autoprezentacji. Z kolei umiejętności społeczne ujawnia współpraca w mniejszych zespołach, prace projektowe oraz zadania indywidualne, podejmowane przez pojedynczych uczniów. Ocenie podlega wówczas zaangażowanie w realizację zadań, odpowiedzialność za pracę, a także umiejętność współpracy między uczniami.

Ważne jest to, aby nauczyciel miał świadomość, że ocenianie nie służy tylko gromadzeniu ocen. Ma sprawdzać postępy ucznia, uświadamiać mu braki, w porę wykrywać kłopoty i trudności w nabywaniu różnych umiejętności, ale także zachęcać

go do dalszej pracy i pokonywania trudności. Regularność oceniania zachęca uczniów do systematycznej pracy. Ważne jest, abyśmy dostrzegali nie tylko zaangażowanie uczniów podczas lekcji, ale także premiowali wszelkie prace domowe. Niezwykle ważne jest, aby system oceniania był jasny i czytelny dla uczniów i ich rodziców.

Aby wnikliwie ocenić edukacyjne osiągnięcia ucznia należy posługiwać się różnorodnymi środkami i metodami oceniania, takimi jak:

- sprawdziany pisemne (prace klasowe, testy, kartkówki, testy z zadaniami zamkniętymi i otwartymi),
- odpowiedzi ustne (referaty, odpowiedzi z kilku ostatnich zajęć, prezentacja rozwiązania zadania, dyskusja nad rozwiązaniem problemu itp.),
- praca w grupach,
- prace domowe,
- aktywność na zajęciach,
- projekty,
- wykonywanie modeli, plansz, ilustracji, tablic,
- udział w konkursach przedmiotowych, olimpiadach.

Problemy związane ze sprawdzaniem i ocenianiem na lekcjach matematyki są zawarte w przedmiotowym systemie oceniania z matematyki, który jest częścią wewnątrzszkolnego systemu oceniania. Wewnątrzszkolny system oceniania zawiera ogólne cele oceniania w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych, wskazuje na to, co podlega ocenie, podaje zasady funkcjonowania systemu, formy oceny, tryb oceniania, klasyfikowania i promowania.

Ważną sprawą jest również to, aby uczeń znał stosowany na lekcjach system punktacji i zasady oceniania. Proponuję następujący zamiennik punktów na oceny:

- | | |
|------------------|------------|
| - celujący | 98% - 100% |
| - bardzo dobry | 90% - 97% |
| - dobry | 75% - 89% |
| - dostateczny | 50% - 74% |
| - dopuszczający | 30% - 49% |
| - niedostateczny | 0% - 29% |

Oceniając ucznia, sprawdzamy poziom jego wiedzy i umiejętności. Jako podstawowe kryterium oceny możemy przyjąć poziom wiedzy odnoszący się do wymagań na ocenę dopuszczającą i dostateczną, które określają znajomość pojęć, definicji, twierdzeń, reguł i ich zrozumienie. W wypadku wymagań ponadpodstawowych (na ocenę dobra, i wyższą) egzekwujemy również umiejętności, sprawdzamy, jak uczeń wykorzystuje swą wiedzę: jak dedukuje, interpretuje dane, jak orientuje się w przestrzeni trójwymiarowej itp.

Należy pamiętać, że:

- ocena nie powinna być celem samym w sobie, ale środkiem do osiągnięcia wyższych celów, gdyż każda ocena szkolna to decyzja o młodym człowieku.
- ocena powinna być sprawiedliwa, powinna uwzględniać indywidualne cechy rozwojowe każdego ucznia.
- ocena ma pobudzać do nauki, budzić ufność, wiarę we własne siły i aktywizować, ocenianie ma silny wymiar wychowawczy, oceny mają skutki do końca nieprzewidywalne i czasem bardzo odsunięte w czasie.
- ocenianie wymaga rozsądnego wyważenia, powinno wspomagać efektywne uczenie się, jak i nauczanie.
- ocenianie jest czynnością etycznie nieobojętną, oceniać trzeba dobrze, wspierając ucznia w jego procesie kształcenia.

5.4. Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- ✓ Intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- ✓ Rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- ✓ Rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- ✓ Potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- ✓ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- ✓ Podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- ✓ Podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- ✓ Wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- ✓ Zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- ✓ Sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- ✓ Korzysta z kalkulatora;
- ✓ Zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- ✓ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- ✓ Naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- ✓ Samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- ✓ Sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- ✓ Przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- ✓ Zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- ✓ Intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- ✓ Wyjaśnia, w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- ✓ Zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- ✓ Rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- ✓ Rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- ✓ Ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- ✓ Zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- ✓ Posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- ✓ Samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- ✓ Przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- ✓ Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- ✓ Korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- ✓ Stosuje nowe twierdzenia;
- ✓ Ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);
- ✓ Zna dowody twierdzeń objętych programem;
- ✓ Rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- ✓ Skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- ✓ Analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- ✓ Rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych;

Stopień celujący:

Uczeń:

- ✓ Analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- ✓ Zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- ✓ Potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- ✓ Zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- ✓ Buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- ✓ Stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- ✓ Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- ✓ Uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

6. Oprzyrządowanie programu

Ten program nauczania matematyki wymaga, aby nauczyciel często korzystał ze środków dydaktycznych, urozmaicając zakres założonych celów lekcji i wzbogacając proces nauczania.

Środki dydaktyczne to różnego rodzaju przedmioty i urządzenia, które dostarczają uczniom określonych bodźców poprzez oddziaływanie na ich słuch, wzrok oraz dotyk i które ułatwiają im poznanie nauczanych treści. Zasada pogładowości nauczania wymusza stosowanie środków dydaktycznych na lekcjach. Rozbudzają one zainteresowanie matematyką, stymulują rozwój logicznego myślenia, rozwijają zdolność obserwacji i wyobraźni przestrzennej.

Środki dydaktyczne to przede wszystkim materiały i pomoce: plansze, zestawienia, arkusze danych, rysunki, animacje, programy komputerowe, różnego rodzaju modele, podręczniki, encyklopedie, tablice matematyczne.

Do środków dydaktycznych zaliczamy również techniczne urządzenia, takie jak: tablice z układem współrzędnych, przyrządy kreślarskie, kserokopiarka, prezenter brył obrotowych, laptop, rzutnik multimedialny.

Nieodzwonne jest wykorzystywanie kalkulatorów graficznych i komputerów. Narzędzia te inspirują do twórczej pracy wielu uczniów oraz znacznie ułatwiają obliczenia i wizualizację matematyki.

Na lekcjach matematyki w technikum, zagospodarowanie wyżej wymienionych środków dydaktycznych będzie odbywało się poprzez:

- a) wykonywanie siatek i modeli figur przestrzennych – w ten sposób rozwijana jest wyobraźnia przestrzenna uczniów.
- b) wykorzystanie telewizji edukacyjnej, filmów edukacyjnych, komputerów – jest elementem edukacji medialnej; daje możliwość prezentowania różnych modeli matematycznych; zwiększa atrakcyjność prezentowanego materiału.
- c) analizowanie informacji z prasy, np.: danych giełdowych, kursu walut, zmian cen różnych towarów na rynku itp.
- d) wykorzystanie środków mnemotechnicznych.

Osiąganie zamierzonych celów kształcenia może odbywać się również przez uczestnictwo uczniów w kołach matematycznych, kołach interdyscyplinarnych, a także w konkursach matematycznych i w olimpiadzie matematycznej.

Podczas realizacji tego programu będę korzystała z zestawu edukacyjnego przygotowanego przez wydawnictwo OPERON:

- **Podręczniki** A. Jatzak, M. Ciołkosz, P. Ciołkosz, „Matematyka” – zakres podstawowy - celem podręcznika jest takie pokierowanie pracą uczniów, które wykształci w nich zdolność samodzielnego odkrywania faktów oraz przyswajania niezbędnych elementów wiedzy matematycznej. Pozwoli im to nabyć umiejętność stosowania matematyki w życiu codziennym, a jednocześnie będzie służyło wszechstronnemu rozwojowi młodych ludzi.
- **Zbiory zadań** P. Pyrdół, E. i S. Dołęga - jest wzbogacony o dodatkowe zadania umożliwiające uczniom utrwalenie i zapamiętanie wiadomości przekazywanych na lekcji oraz przygotowujących ich do nowej matury.



- **Zbiór zadań z rozwiązaniami** K. Gałązka, M. Borowska, „Obowiązkowa matura z matematyki. Jak rozwiązywać zadania maturalne krok po kroku – zakres podstawowy”, Matura 2010,
- **Testy dla maturzystów** Matura 2010, „Obowiązkowa matura z matematyki – zakres podstawowy”,
- **Stereogramy** – w zestawie znajdują się barwne ilustracje, wykonane na doskonałej jakości materiale, które oglądane za pomocą okularów dołączonych do zestawu sprawiają wrażenie obrazów trójwymiarowych. Stanowią one idealne uzupełnienie podręcznika i zawartych w nim ilustracji. Dzięki nim lekcja stanie się ciekawsza, a uczniowie będą bardziej zainteresowani prezentowanym materiałem.
- **Filmy edukacyjne** - do każdego tomu podręcznika przygotowaliśmy dziesięć filmów edukacyjnych. Każdy z nich omawia inne zagadnienie z podręcznika. To jeden z najbardziej efektywnych sposobów na urozmaicenie lekcji. Projekcja filmu może sprawić, że zrozumienie trudniejszych tematów stanie się znacznie prostsze.



7. Projekt ewaluacji programu nauczania

Do oceny skuteczności programu będą wykorzystywane wyniki pomiaru osiągnięć uczniów. Będą one przeprowadzane „na wejściu” – na początku roku szkolnego i na zakończenie całego cyklu kształcenia. Badania takie pozwolą na ocenę programu i na poprawność jego realizacji. Po całym etapie kształcenia będzie możliwość oceny osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju matematycznych kompetencji kluczowych. Wyznacznikiem ostatecznym oceny będzie matura w 2013 r.

Tabela VII.1. Arkusz ewaluacji programu nauczania

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych /raport	Uwagi
Przed rozpoczęciem realizacji programu	a) Projekt autorskiego o program nauczania	1. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia zasoby realizatora? 2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców? 3. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania MKKE? 4. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie? 5. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności?	Co najmniej 90% punktów wg arkusza Aneks I jw. jw. jw. Odpowiedź „Tak” jw.	Studium przypadku; analiza wyników diagnozy implementacji KK oraz danych z arkusza oceny programu	Zespół Szkół Ponadgimnazjalnych im. S. Staszica w Parczewie	Raport ewaluacyjny	



		6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu oceny programu?					
W czasie realizacji programu	b)Skuteczność programu	1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu?	Wyższe o 50% niż ponoszone dotychczas	Analiza dokumentów			Raport ewaluacyjny
W czasie realizacji programu		2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy dydaktycznych	Analiza dokumentów			Raport ewaluacyjny
W czasie realizacji programu		3. Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły?	Wzrost o 20% liczby hospitacji dyrektora; udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym	Analiza dokumentów m.in. wyników monitoringu			Raport ewaluacyjny
W czasie realizacji programu		4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?					
Na koniec realizacji programu		5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu?	Przewaga metod aktywizujących nad podającymi	Analiza dokumentów Obserwacja			Raport ewaluacyjny
Na koniec realizacji programu		6. W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?	Co najmniej przeciętne wyniki w skalach KI i JN arkusza Aneks 2	Ankietowanie uczniów	Wszyscy uczestnicy		Raport ewaluacyjny ,promocja projektu.
Na koniec realizacji programu		7. Na ile trwałe są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności	Wzrost o min. 0,30 łatwości grup zadań Sprawdzających opanowanie MKKE Wzrost	Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”	Wszyscy uczestnicy		jw. Promocja szkoły w środowisku
Po pewnym czasie od realizacji programu				Analiza			Raport



		i postaw określonych przez MKKE?	minimum o 20% średniego wyniku matury z matematyki	dokumentów (z wynikami egzaminu maturalnego)	Wszyscy uczestnicy	ewaluacyjny Promocja projektu – konferencja ogólnopolska Promocja szkoły w regionie	
--	--	----------------------------------	--	--	--------------------	---	--

Do oceny skuteczności programu będą wykorzystywane wyniki pomiaru osiągnięć uczniów. Będą one przeprowadzane „na wejściu” – na początku roku szkolnego i na zakończenie całego cyklu kształcenia. Badania takie pozwolą na ocenę programu i na poprawność jego realizacji. Po całym etapie kształcenia będzie możliwość oceny osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju matematycznych kompetencji kluczowych. Wyznacznikiem ostatecznym oceny będzie matura w 2013

ANEKS 1

Arkusz autoewaluacji programu kształtowania kluczowych kompetencji w zakresie matematyki.

Tabela VII.2 Arkusz autoewaluacji konstruowanego programu kształtowania kluczowych kompetencji w zakresie matematyki

Arkusz autoewaluacji konstruowanego programu kształtowania Kluczowych Kompetencji w zakresie matematyki	Odpowiedzi	
	TAK	NIE
– Czy dokument programowy informuje o tym, jakiego przedmiotu nauczania lub zakresu przedmiotów dotyczy?		
– Czy dokument programowy podaje informację o jego autorze i jego doświadczeniu zawodowym?		
– Czy dokument programowy precyzuje typ szkoły, dla którego jest przeznaczony?		
– Czy cele programu uwzględniają uwarunkowania lokalne i regionalne (wnioski i rekomendacje diagnoz)?		
– Czy dokument programowy określa liczbę godzin nauki?		
– Czy cele określone w programie obejmują w całości podstawę programową?		
– Czy cele edukacyjne określone w programie uwzględniają w całości problematykę Kompetencji Kluczowych w zakresie matematyki?		
– Czy cele edukacyjne określone w programie uwzględniają kierunek kształcenia zawodowego danej szkoły i klasy?		
– Czy materiał nauczania jest trafnie dobrany do założonych celów?		
– Czy materiał nauczania uwzględnia wszystkie treści określone w podstawie programowej?		
– Czy materiał nauczania jest właściwie ustrukturyzowany?		
– Czy w programie określone zostały procedury osiągania celów szczegółowych?		
– Czy program określa wyniki kształcenia (osiągnięcia uczniów)?		
– Czy program określa sposoby oceniania osiągnięć uczniów?		
– Czy przewidziane osiągnięcia uczniów są adekwatne do założeń Kompetencji Kluczowych?		
– Czy zaplanowane wyniki kształcenia są zgodne ze standardami wymagań egzaminacyjnych?		



- Czy w dokumencie określone zostały założenia dydaktyczne koncepcji programu?		
- Czy w programie określone zostały założenia wychowawcze;		
- Czy dokument programowy rekomenduje określone metody pracy, zapewniające:		
✓ osiągnięcie wskazanych celów (w szczególności Kompetencji Kluczowych)?		
✓ motywowanie uczniów?		
✓ indywidualizację pracy z uczniem?		
- Czy dokument programowy określa niezbędne warunki realizacji programu, to jest:		
✓ lokal i jego wyposażenie?		
✓ kwalifikacje nauczyciela?		
- Czy dokument programowy wskazuje:		
✓ podręczniki?		
✓ książki pomocnicze dla ucznia i nauczyciela?		
✓ inne materiały, które szczególnie wspomogą pracę nauczyciela i ucznia?		
✓ środki dydaktyczne?		
- Czy program może zostać zrealizowany w przewidzianym czasie?		
- Czy dokument zawiera projekt ewaluacji programu?		
- Czy program spełnia formalne wymagania określone rozporządzeniem MEN z dn. 06.01.2009?		

Ocenę przeprowadził(a):.....

ANEKS 2

Arkusz oceny zajęć

(na podstawie opracowania prof. dr hab. Z. B. Gasia, *Wiadomości Opinie Myśli* 3(23), Lublin 1998, wyd. WOM)

Poniżej znajduje się szereg kryteriów oceny zajęć lekcyjnych. Czytaj uważnie każde z nich znaczący krzyżykiem tylko jedną odpowiedź, która najlepiej charakteryzuje zajęcia z matematyki prowadzone przez Iwonę Semeniuk

Nie ma tutaj odpowiedzi dobrych i złych, albowiem każdy z nas jest innym człowiekiem i dlatego inaczej spostrzega takie same sytuacje. Stąd też interesują mnie Twoje opinie a nie to, co sądzą inni.

Oceń zatem:

Tabela IX.3. Arkusz oceny zajęć

Lp.		bardzo małe	małe	średnie	duże	bardzo duże
1.	Twoje zainteresowanie tym przedmiotem					
2.	Stopień trudności zajęć					
3.	Wykorzystanie czasu na lekcji					
4.	Możliwość zadawania pytań nauczycielowi					
5.	Możliwość uzyskania uzasadnienia oceny					
6.	Samodzielność uczniów					
7.	Życzliwość dla ucznia					



8.	Aktywność uczniów na lekcji					
9.	Szacunek dla ucznia					
10.	Znajomość przez uczniów wymagań nauczyciela					
11.	Poczucie bezpieczeństwa uczniów					
12.	Stopień zadowolenia uczniów z zajęć					

Dziękuję

TYMCZASOWE NORMY DO KWESTIONARIUSZA „OCENA ZAJĘĆ”
(dla uczniów szkół średnich)

STEN	SKALA KI	SKALA JN	OCENA OGÓLNA	STEN	OCENA JAKOŚCIOWA
10 9	33+ 31-31	21 + 19-20	52+ 49-51	10 9	bardzo wysoka
8 7	29-30 26-28	18 17	46-48 42-45	8 7	wysoka
6 5	21-25 14-20	15-16 13-14	36-41 28-35	6 5	przeciętna
4 3	11-13 9-10	11-12 9-10	24-27 20-23	4 3	niska
2 1	7-8	7-8 5-6	16-19 mniej niż 15	2 1	bardzo niska

Ocena odpowiedzi

- Dla pozycji 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 wynosi:

bardzo małe = 1 punkt

małe = 2 punkty

średnie = 3 punkty

duże = 4 punkty

bardzo duże = 5 punktów

- Dla pozycji 2 punktacja jest odwrotna (tj. *bardzo małe = 5 punktów* itd.)

Skala KI (skala kontaktów interpersonalnych): pozycje 1, 3, 6, 8, 10.

Wysokie wyniki w tej skali oznaczają, że nauczyciel darzy szacunkiem uczniów, rozumie ich zachowania, potrafi w sposób zrozumiały przekazywać swoje opinie, jest otwarty na informacje zwrotne od uczniów, jego styl bycia daje uczniom poczucie bezpieczeństwa i wpływa na ich wysoki poziom zadowolenia z kontaktów z danym nauczycielem.

Niskie wyniki oznaczają, że nauczyciel nie liczy się odczuciami uczniów, lekceważy ich doznania i opinie, swoje kontakty z uczniami opiera na negatywnych emocjach, a w efekcie sprawia, iż uczniowie czują się pozbawieni szacunku i unikają z nim kontaktów.

Skala JN (jakość nauczania): pozycje 2, 4, 5, 7, 9, 11, 12.

Wysokie wyniki w tej skali oznaczają, iż nauczyciel w swoich działaniach dydaktycznych jest zrozumiały dla uczniów, przekazywana przez niego wiedza jest czytelna, stosowane kryteria oceny są zrozumiałe, a uczniowie mają poczucie, że aktywnie i samodzielnie próbują radzić sobie ze stawianymi przez nauczyciela zadaniami.



Niskie wyniki w tej skali oznaczają iż nauczyciel w swoich działaniach dydaktycznych nie stwarza uczniom warunków do samodzielnej i aktywnej pracy, nie potrafi dobrze zorganizować i wykorzystać czasu na lekcji, stosuje nieczytelne kryteria oceniania, a w efekcie raczej zniechęca niż motywuje ucznia.

Bibliografia

- [1] Gaś Z., *Ewaluacja autorskiego programu nauczania*, WOM nr (23)'98, Lublin 1998.
- [2] Niemierko B., *Cele kształcenia*, w: Kruszewski K. (red.), *Sztuka nauczania: czynności nauczyciela*, WSiP, Warszawa 1995.
- [3] Podobińska B., Skałuba K., *Propozycja kryteriów ocen z matematyki w szkole średniej*, Wydawnictwo „Dla szkoły”, Bielsko-Biała.
- [4] Pyrdoł P., Jatzak A., Ciołkosz M., Ciołkosz P., *Matematyka - zakres podstawowy-program nauczania*”, Operon, Gdynia 2007.
- [5] Siwek H., *Czynnościowe nauczanie matematyki*, WSiP, Warszawa 1998 .
- [6] Sobczak M., *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, WSEI, Lublin 2009.
- [7] *Ustawa z dnia 19 marca 2009 r. o zmianie ustawy o systemie oświaty oraz o zmianie niektórych innych ustaw* (Dz. U. nr 56, poz. 458).
- [8] *Ustawa z dnia 26 stycznia 1982 r. - Karta Nauczyciela* (Dz. U. z 2006 r. Nr 97, poz. 674, z późn. zm.).
- [9] *Ustawa z dnia 7 września 1991 r. o systemie oświaty* (Dz. U. z 2004 r. Nr 256, poz. 2572, z późn. zm.).
- [10] *Ustawa z dnia 7 września 1991 r. o systemie oświaty Art. 22a*.
- [11] *Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie* (2006/962/WE).
- [12] *Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynku pracy w województwie lubelskim*” - Zespół Szkół Ponadgimnazjalnych im. S. Staszica w Parczewie, Lublin 2009
- [13] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 marca 2009 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie ramowych planów nauczania w szkołach publicznych*.
- [14] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 12 lutego 2002 r. w sprawie ramowych planów nauczania w szkołach publicznych* (Dz. U. Nr 15, poz. 142, z późn. zm.).
- [15] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 26 lutego 2002 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół* (Dz. U. Nr 51, poz. 458, z późn. zm.).
- [16] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 10 sierpnia 2001 r. w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów* (Dz. U. Nr 92, poz.1020 oraz z 2003 r. Nr 90, poz. 846).
- [17] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów* (Dz.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102).
- [18] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 r. w sprawie dopuszczania do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczania do użytku szkolnego podręczników* (Dz.U. Nr 89, poz. 730).
- [19] Podstawa programowa – strona internetowa MEN www.men.gov.pl/oswiata/biezace.



Autor
Małgorzata Modzelewska

MATEMATYKA
ZAKRES PODSTAWOWY

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

TECHNIKUM BUDOWLANE W LUBLINIE

Lublin 2009





Spis treści

Wprowadzenie	4
1 Cele ogólne	7
2 Ramowy rozkład materiału	8
3 Uszczegółowiony materiał nauczania powiązany ze szczegółowymi celami kształcenia, założone osiągnięcia ucznia	9
4 Procedury osiągania celów edukacyjnych	18
4.1 Metody nauczania	18
4.2 Formy pracy	19
4.3 Indywidualizacja pracy	19
5 Metody oceny pracy uczniów	20
6 Oprzyrządowanie programu	22
7 Ewaluacja programu nauczania	23
Bibliografia	26

Notatka o autorze—Małgorzata Modzelewska-nauczycielka matematyki w Zespole Szkół Budowlanych im. Eugeniusza Kwiatkowskiego w Lublinie. Uczy w e wszystkich typach szkół wchodzących w skład zespołu: technikum, liceum profilowanym, szkole zasadniczej. Jest absolwentką matematyki z przygotowaniem pedagogicznym UMCS w Lublinie. Jest nauczycielem mianowanym. Jestem również egzaminatorem OKE w Krakowie

Wprowadzenie

Modyfikacja programu nauczania Oficyny Wydawniczej Pazdro (DKOS_5002-05/08) autorstwa: M. Kurczaba, E. Kurczab, E. Świdry spowodowana została koniecznością wdrożenia kompetencji kluczowych, tak by uczeń szybko mógł przystosować się do zmieniającego się świata, w którym zachodzą rozliczne wzajemne powiązania.

Planowane zmiany w systemie egzaminów zewnętrznych, niski poziom osiągnięć matematycznych naszych uczniów, wyniki przeprowadzonej analizy celów ogólnych kształcenia matematycznego, a także zalecenia Parlamentu Europejskiego wskazują na potrzebę dokonania zmian w procesie nauczania tego przedmiotu.

Program przeznaczony jest dla uczniów przygotowujących się do zawodu technik budownictwa, realizujących naukę w 4 – letnim Technikum Budowlanym. Modyfikacja powstała w oparciu o sugestie nauczycieli przedmiotów zawodowych: technologii budowlanej, budownictwa ogólnego, kosztorysowania, dokumentacji technicznej. Współpraca nauczycieli matematyki z nauczycielami przedmiotów zawodowych polega na wprowadzeniu korelacji materiału i rozłożeniu akcentów w nauczaniu matematyki na umiejętności przydatne na przedmiotach zawodowych.

Zespół Szkół Budowlanych przystępując do projektu „Szkoła Kluczowych Kompetencji” miał na celu podniesienie jakości kształcenia w klasach Technikum Budowlanego. Jednocześnie potrzeby lokalnego rynku pracy wskazują na pilną potrzebę kształcenia w zawodach technicznych, w tym inżynierów. W zawodach budowlanych, w których kształci szkoła, liczba zarejestrowanych bezrobotnych była równa liczbie ofert składanych przez pracodawców. Stąd ważne jest, by młodzież biorąca udział w projekcie podniosła swoje kwalifikacje i stała się konkurencyjna na rynku pracy. Także szkoły wyższe kształcące w zawodach technicznych często poszukują kandydatów na studia wśród naszych absolwentów, Absolwentów, którzy po maturze podejmą studia na wydziałach politechnicznych czekają dobre perspektywy, gdyż w najbliższych latach gospodarka województwa lubelskiego wchłonie dużą grupę inżynierów szczególnie branży budowlanej. Tak więc wyposażenie naszych uczniów w kluczowe kompetencje matematyczne staje się sprawą konieczną.

Wyniki diagnozy wiadomości matematycznych absolwentów gimnazjów świadczą o deficytach wiedzy matematycznej uczniów rozpoczynających naukę w naszej szkole. Spowodowane jest to brakiem motywacji do nauki matematyki, deficytem wiedzy matematycznej z poprzedniego etapu kształcenia, trudnościami w myśleniu logicznym, przestrzennym, analizowania, argumentowania i zastosowania wiedzy w praktyce. Dlatego bardzo istotne jest uświadomienie uczniom konieczności rozwijania wszystkich kompetencji kluczowych.

Kompetencje matematyczne obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych

sytuacji. Podstawę stanowi opanowanie umiejętności liczenia, a także zdolność i chęć wykorzystywania matematycznych sposobów myślenia oraz prezentacji. Konieczna wiedza w dziedzinie matematyki obejmuje solidną umiejętność liczenia, znajomość miar i struktur, głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej, rozumienie terminów i pojęć matematycznych, a także świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź. Uczeń powinien posiadać umiejętności stosowania głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych, a także śledzenia i oceniania ciągów argumentów. Powinien rozumować w matematyczny sposób, rozumieć dowód matematyczny i komunikować się językiem matematycznym oraz korzystać z odpowiednich pomocy.

Kompetencje kluczowe w ujęciu dokumentów Parlamentu Europejskiego (MKKE) to:

w zakresie wiedzy:

- W1: rozumienie terminów i pojęć matematycznych,
- W2: dobrze opanowana umiejętność liczenia,
- W3: znajomość miar i struktur,
- W4: znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji,
- W5: świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź,

w zakresie umiejętności:

- U1: stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach,
- U2: śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny),
- U3: przekazywać komunikaty, stosując język matematyczny,
- U4: korzystać z tekstu matematycznego,

w zakresie postaw:

- P1: przejawiać szacunek dla prawdy,
- P2: dążyć do szukania przyczyn,
- P3: oceniać zasadność wnioskowań i działań.

Szczegółowe treści kształcenia oraz odpowiadające im cele edukacyjne i osiągnięcia zostały następująco oznaczone:

- - znajduje się w podstawie programowej, standardach wymagań egzaminacyjnych, MKKE oraz jest istotny dla kształcenia w zawodzie;
- ^ - nie występuje w podstawie programowej i standardach egzaminacyjnych, ale jest ważny dla MKKE;
- # - nie występuje w podstawie programowej, MKKE, ale jest ważny dla kształcenia w zawodzie;
- ~ - występuje w podstawie programowej dla wcześniejszych etapów kształcenia i jest ważny dla MKKE i kształcenia w zawodzie;

Na realizację programu przeznaczono 10 godzin w ciągu 4 lat nauki w technikum.



1 Cele ogólne

Opracowany program ma służyć osiągnięciu następujących celów:

w zakresie rozwoju intelektualnego ucznia (cele związane z kształceniem)

1. Stworzenie podstaw wiedzy matematycznej w zakresie znajomości i rozumienia terminów i pojęć matematycznych – W1.
2. Doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie technik budownictwa – W2.
3. Wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego, innych dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie technika budownictwa –W3, W4.
4. Wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych – U1.
5. Wykształcenie umiejętności i nawyku uzasadniania swoich sądów (istota sądów matematycznych, kategoryczność twierdzeń, jednoznaczność i precyzja definicji) –U2, P1.
6. Rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin wiedzy – U3.
7. Doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym – w tym podręcznikiem- oraz innymi źródłami wiedzy matematycznej-U4.
8. Wykształcenie umiejętności samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi – umiejętność stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych, poszukiwania dróg ich weryfikacji – W5, P1, P2.
9. Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń – U1, P1, P2, P3.
10. Kształcenie wyobraźni matematycznej (intuicja w zakresie obiektów abstrakcyjnych, wyobraźnia geometryczna dotycząca obiektów płaskich i przestrzennych) oraz przewidywania skutków podejmowanych działań (głównie podczas rozwiązywania problemów matematycznych) –U2, U3, P2.

w zakresie kształtowania postaw (cele związane z wychowaniem)

1. Kształtowanie wytrwałości w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych.
2. Wyrabianie systematyczności w pracy.
3. Kształtowanie pozytywnych postaw etycznych.
4. Nabycie umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki.
5. Rozwijanie umiejętności pracy w zespole.
6. Kształtowanie postaw dociekliwych, poszukujących i krytycznych.
7. Kształtowanie odpowiedzialności za powierzone zadania.
8. Kształtowanie postawy dialogu i kultury dyskusji.
9. Dbanie o estetykę.

2 Ramowy rozkład materiału

W rozkładzie materiału została zmieniona kolejność nauczania niektórych działów. Dział *Trygonometria* znalazł się po *Elementach logiki*, dział *Geometria przestrzenna* został przeniesiony do klasy trzeciej. W dziale *Geometria płaska* została zwiększona liczba godzin. Również w dziale *Działania w zbiorach liczbowych* zwiększona została liczba godzin przeznaczonych na utrwalenie umiejętności rachunkowych.

- *Kl. I* - Przewidziano 2 godziny lekcyjne tygodniowo w czasie 38 tygodni, co daje 76 godzin. Program przewiduje 64 godziny i 12 godzin przeznaczonych na powtórzenie i utrwalenie ważniejszych partii materiału;
- *Kl. II* – Rok szkolny liczy 34 tygodnie, 3 tygodnie uczniowie odbywają praktyki zawodowe –w tygodniu przewidziane są 3 godziny lekcyjne, co daje 102 godziny rocznie. W rozkładzie materiału przewidziano 99 godzin i 3 godziny na lekcje utrwalające;
- *Kl. III* – Rok szkolny liczy 33 tygodnie, uczniowie odbywają 4 – tygodniową praktykę. Przewidziane są 2 godziny tygodniowo, co daje 66 godzin. Program obejmuje 62 godziny i 2 godziny na utrwalenie wiadomości;
- *KL. IV* – Rok szkolny liczy 28 tygodni, przewidziane są 3 godziny matematyki tygodniowo, łącznie 84 godziny. Przewidziano 44 godziny i 40 godzin na powtórzenie materiału przed maturą;

Ramowy rozkład materiału ujęty jest w tabeli 1

Tabela 1. Ramowy rozkład materiału

KL. I	Elementy logiki matematycznej. Zbiory. Zbiory liczbowe	8 godz.
	Trygonometria kąta ostrego	9 godz.
	Działania w zbiorach liczbowych	14 godz.
	Wyrażenia algebraiczne	14 godz.
	Geometria płaska – pojęcia wstępne	8 godz.
	Geometria płaska - trójkąty	10 godz.
KL. II	Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta	9 godz.
	Funkcja i jej własności	14 godz.
	Przekształcanie wykresów funkcji	5 godz.
	Funkcja liniowa	13 godz.
	Geometria płaska - czworokąty	12 godz.
	Geometria płaska – pole czworokąta	10 godz.
	Funkcja kwadratowa	18 godz.
	Wielomiany	18 godz.
KL. III	Elementy geometrii analitycznej	10 godz.
	Funkcje wymierne	16 godz.
	Ciągi	18 godz.
	Geometria przestrzenna	20 godz.
KL. IV	Funkcja wykładnicza i logarytmiczna	12 godz.
	Elementy kombinatoryki	10 godz.
	Rachunek prawdopodobieństwa	12 godz.
	Elementy statystyki opisowej	10 godz.



3 Uszczegółowiony materiał nauczania powiązany ze szczegółowymi celami kształcenia, założone osiągnięcia ucznia

W tabeli 2. szczegółowe treści kształcenia oraz odpowiadające im cele edukacyjne i osiągnięcia zostały następująco oznaczone:

- - znajduje się w podstawie programowej, standardach wymagań egzaminacyjnych, MKKE oraz jest istotny dla kształcenia w zawodzie
- ^ - nie występuje w podstawie programowej i standardach egzaminacyjnych, ale jest ważny dla MKKE
- # - nie występuje w podstawie programowej, MKKE, ale jest ważny dla kształcenia w zawodzie
- ~ - występuje w podstawie programowej dla wcześniejszych etapów kształcenia i jest ważny dla MKKE i kształcenia w zawodzie

Tabela 2. Uszczegółowiony materiał nauczania.

Tematyka	Cele edukacyjne	Założone osiągnięcia
<p><u>I. Elementy logiki. Zbiory. Zbiory liczbowe</u></p> <p>^ Pojęcie zdania w logice, zaprzeczenie zdania; ^ Koniunkcja, alternatywa zdań, implikacja i równoważność zdań; * Definicja, twierdzenie, twierdzenie odwrotne; ^ Prawa logiczne, prawa de Morgana; * Zbiór, działania na zbiorach; * Zbiory liczbowe, os liczbowe; * Przedziały, działania na przedziałach;</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - pozna co to jest definicja i czym różni się od twierdzenia; - zapozna się z symboliką dotyczącą zbiorów; - przypomni sobie wiadomości o liczbach; - przypomni sobie, czym jest oś liczbowa; - pozna pojęcie przedziału i nauczy się wykonywać działania na przedziałach; 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> - odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi; - precyzyjnie formułować swoje wypowiedzi; - posługiwać się spójnikami logicznymi; - sprawnie komunikować się; - samodzielnie dedukować i argumentować; - odróżnić definicję od twierdzenia; - wskazać w podanym zbiorze liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne; - posługiwać się pojęciem osi liczbowej; - zaznaczyć przedziały i wykonać na nich działania;
<p><u>II Trygonometria kąta ostrego</u></p> <p>* Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym; * Wartości funkcji trygonometrycznych kątów $45^{\circ}, 30^{\circ}, 60^{\circ}$; * Tablice funkcji trygonometrycznych; * Podstawowe tożsamości trygonometryczne.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - pozna określenie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym; - nauczy się obliczać wartości funkcji kątów $30^{\circ}, 45^{\circ}, 60^{\circ}$; - pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi; 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosować funkcje trygonometryczne w miernictwie, budownictwie; - dostrzegać powtarzalność (okresowość) zjawisk w życiu i umie ją wykorzystać; - analizować i lepiej zrozumieć zjawiska związane z kresowością i wielkościami fizycznymi spotykanymi w życiu a związanymi z funkcjami trygonometrycznymi;



<p>III <u>Działania w zbiorach liczbowych</u></p> <ul style="list-style-type: none">* Zbiór liczb naturalnych i zbiór liczb całkowitych;* Zbiór liczb wymiernych i niewymiernych;~ Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;~ Porównywanie liczb w zbiorze liczb rzeczywistych; ~Przypomnienie wiadomości o równaniach i nierównościach;* Procenty;* Punkty procentowe;* Wartość bezwzględna;* Przybliżenia;* Błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia, szacowanie wielkości.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">- przypomni sobie pojęcie liczb pierwszych, złożonych;- przypomni sobie jak wykonuje się działania na ułamkach;- przypomni sobie jak rozwiązuje się równania i nierówności;- przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami;- pozna pojęcie punktu procentowego;- pozna pojęcie błędu-nauczy się szacować wyrażenia liczbowe;- pozna pojęcie wartości bezwzględnej.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">- planować i wykonywać obliczenia również pisemnie);- oszacować i porównywać wielkości,- samodzielnie rozwiązywać problemy dotyczące podwyżek (obniżek) cen, płac, kosztów;- wybierać najkorzystniejsze dla siebie warunki umowy;- wykonywać odpowiednie obliczenia na druku PIT, obliczyć podatek;- odczytać i sporządzić procentową ilustrację danych;- obliczyć wartość bezwzględną danej liczby;- znaleźć przybliżenie liczby zadaną dokładnością;- stosować reguły zaokrąglania liczb;- zastosować pojęcie błędy bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia;- oszacować wartość wyrażenia liczbowego.
<p>IV <u>Wyrażenia algebraiczne</u></p> <ul style="list-style-type: none">~ Potęga o wykładniku naturalnym;* Pierwiastek arytmetyczny;* Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej;* Wzory skróconego mnożenia;* Potęga o wykładniku całkowitym;* Potęga o wykładniku wymiernym;* Pojęcie logarytmu, własności logarytmów;* Przekształcanie wzorów;* Średnia arytmetyczna, geometryczna, ważona;	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">- przypomni sobie prawa działań na potęgach;- przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach;- pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego;- pozna wzory skróconego mnożenia;- pozna potęgi w wykładniku całkowitym i wymiernym – pozna pojęcie logarytmu i jego podstawowe własności;- pozna pojęcie średniej;- nauczy się przekształcać wzory.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">- sprawnie wykonywać obliczenia na potęgach i pierwiastkach;- znajdować przybliżenie liczby zapisanej za pomocą potęgi i przedstawić je w notacji wykładniczej;- posługiwać się notacją wykładniczą w innych przedmiotach;- sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia;- zapisać zależności za pomocą wyrażenia algebraicznego;- sprawnie przekształcać wzory;- wyliczyć podaną zmienną ze wzoru;- usuwać niewymierność z mianownika ułamka;- obliczyć logarytm danej liczby przy danej podstawie;- stosować w obliczeniach podstawowe własności logarytmów.
<p>V <u>Geometria płaska-pojęcia wstępne</u></p> <ul style="list-style-type: none">~ Punkt, prosta, półprosta, kąt, odcinek;# Figura wypukła, figura ograniczona~ Położenie prostych na	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">- przypomni sobie podstawowe pojęcia geometryczne;- pozna pojęcie figury wklęsłej, wypukłej, ograniczonej;	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">- wyznaczyć najkrótszą drogę między punktami;- wyznaczyć optymalną trasę;- wykorzystać twierdzenie Talesa w



<p>płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, symetralna odcinka, dwusieczna kąta;</p> <p>~ Dwie proste przecięte trzecią prostą;</p> <p>~ Twierdzenie Talesa;</p> <p>~ Okrąg i koło;</p> <p>* Kąty i koła;</p> <p>~ Podział trójkątów;</p> <p>~ Suma kątów w trójkącie;</p> <p>~ Nierówność trójkąta;</p> <p>~ Twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;</p> <p>~ Wysokości w trójkącie;</p> <p>* Środkowe w trójkącie;</p> <p>~ Symetralne boków w trójkącie; Okrąg opisany na trójkącie;</p> <p>~ Dwusieczne kątów w trójkącie; Okrąg wpisany w trójkąt;</p> <p>~ Przystawanie trójkątów;</p> <p>* Podobieństwo trójkątów;</p> <p><u>VI Geometria płaska-pole koła, pole trójkąta</u></p> <p>* Pole figury geometrycznej;</p> <p>~ Pole trójkąta;</p> <p>* Pola trójkątów podobnych;</p> <p>~ Pole koła, pole wycinka koła.</p> <p><u>VII Funkcja i jej własności</u></p> <p>* Pojęcie funkcji, funkcja liczbowa;</p> <p>* Dziedzina i zbiór wartości funkcji;</p> <p>* Sposoby opisywania funkcji;</p> <p>* Wykres funkcji;</p> <p>* Miejsce zerowe funkcji;</p> <p>* Monotoniczność funkcji;</p> <p>* Najmniejsza i największa wartość funkcji;</p>	<p>-przypomni sobie wiadomości o kątach;</p> <p>- przypomni sobie położenie prostych na płaszczyźnie;</p> <p>- przypomni sobie twierdzenie Talesa;</p> <p>- przypomni sobie pojęcie symetralnej, dwusiecznej;</p> <p>- przypomni sobie twierdzenie o dwóch prostych równoległych przeciętych trzecią prostą;</p> <p>- przypomni sobie pojęcie koła i okręgu;</p> <p>- pozna określenie kąta wpisanego, środkowego, dopisanego;</p> <p>- przypomni sobie podział trójkątów;</p> <p>- pozna twierdzenie o wysokościach i środkowych w trójkącie;</p> <p>- przypomni sobie pojęcie trójkątów przystających oraz cechy przystawiania trójkątów;</p> <p>- pozna pojęcie trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów;</p> <p>Uczeń:</p> <p>- pozna pojęcie pola figury,</p> <p>- przypomni sobie stosowane wcześniej wzory na pole trójkąta</p> <p>- pozna nowe wzory na pole trójkąta,</p> <p>- pozna twierdzenie dotyczące pól trójkątów podobnych,</p> <p>- przypomni sobie wzór na pole koła i długość okręgu,</p> <p>- pozna wzór na pole wycinka koła i długość łuku okręgu.</p> <p>Uczeń:</p> <p>- przypomni sobie pojęcie funkcji,</p> <p>- pozna różne sposoby opisywania funkcji;</p> <p>- przypomni sobie pojęcia; dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe;</p> <p>- pozna wykresy niektórych funkcji;</p> <p>- nauczy się odczytywać własności</p>	<p>różnych sytuacjach;</p> <p>- podzielić odcinek w zadanej proporcji;</p> <p>- tworzyć poprawną klasyfikację obiektów ze względu na pewną cechę;</p> <p>- ściśle i precyzyjnie używać symboli matematycznych, np.: do odczytywania dokumentacji technicznej;</p> <p>- konstruować proste prostopadłe, proste równoległe, symetralną odcinka, dwusieczną kąta;</p> <p>- określić wzajemne położenie prostej i okręgu;</p> <p>- opisać okrąg na trójkącie, wpisać okrąg w trójkąt i wyznaczyć promienie tych okręgów;</p> <p>- stosować poznane twierdzenia do rozwiązywania zadań, również konstrukcyjnych;</p> <p>- rozpoznawać trójkąty podobne;</p> <p>- stosować cechy podobieństwa w rozwiązywaniu zadań praktycznych (skala , plan).</p> <p>Uczeń potrafi:</p> <p>- wyznaczyć obwód i pole powierzchni trójkąta za pomocą różnych wzorów;</p> <p>- z zadaną dokładnością obliczyć wymiary figur płaskich;</p> <p>- zastosować zależność pól figur podobnych w zadaniach zawodowych;</p> <p>- zamienić jednostki pola;</p> <p>- obliczyć pole figury, wykorzystując podział tej figury na rozłączne części;</p> <p>- zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła;</p> <p>Uczeń potrafi:</p> <p>- odróżnić przyporządkowanie, które jest funkcją, od takiego, które funkcją nie jest;</p> <p>- rozpoznać zależności funkcyjne w przyrodzie;</p> <p>- opisać za pomocą funkcji zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym;</p> <p>- interpretować zależności funkcyjne</p>
--	--	--



<p>* Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu;</p>	<p>funkcji na podstawie jej wykresu;</p> <ul style="list-style-type: none">- nauczy się szkicować wykresy funkcji o podanych własnościach;- nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji.	<p>na podstawie podanego wykresu;</p> <ul style="list-style-type: none">- interpretować diagramy, tabele, wykresy;- opisywać funkcje na różne sposoby;- wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej;- wyznaczyć zbiór wartości funkcji i miejsce zerowe funkcji;- sporządzić wykres funkcji o podanych warunkach.
<p>VIII <u>Przekształcenia wykresów funkcji</u></p>		
<p># Wektor w układzie współrzędnych;</p> <ul style="list-style-type: none">* Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX;* Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY;* Symetria osiowa względem osi OX i OY.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">- nauczy się przesuwać wykres funkcji o dany wektor,- nauczy się szkicować wykres funkcji w symetrii osiowej.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">- naszkicować funkcje o podanym wzorze.
<p>IX <u>Funkcja liniowa</u></p>		
<p>~ Proporcjonalność prosta;</p> <ul style="list-style-type: none">* Funkcja liniowa, znaczenie współczynników;* Własności funkcji liniowej;* Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych;* Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk życia codziennego;~ Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;~ Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;^ Nierówność pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;^ Układy nierówności pierwszego stopnia;~ Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności;	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">- przypomni sobie informacje o proporcjonalności prostej;- przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej;- pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji;- przypomni sobie własności funkcji liniowej;- nauczy się wyznaczać równania funkcji równoległych i prostopadłych;- nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk;- przypomni sobie sposoby rozwiązywania równań i nierówności liniowych;- przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań liniowych;- pozna nowe metody rozwiązywania układów równań liniowych;- nauczy się opisywać zbiory za pomocą układów nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">- sporządzić wykres proporcjonalności prostej i podać jej własności;- sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać z wykresu jej własności;- wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest prostopadły lub równoległy do danej prostej;- posługiwać się wielkościami wprost proporcjonalnymi, na przykład oszacować zużycie materiałów;- stosować równania i nierówności liniowe do zagadnień związanych z programowaniem liniowym;- interpretować związki i zależności liniowe wyrażone wzorem, wykresem lub schematem ukazujące się w mediach;- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań, nierówności i układów równań liniowych;- graficznie przedstawiać nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi i ich układy.



<p>X <u>Geometria płaska- czworokąty</u></p> <p>~ Podział czworokątów; ~ Trapezy; ~ Równoległoboki; ~ Trapezoidy; ^ Okrąg opisany na czworokącie i wpisany w czworokąt; * Podobieństwo czworokątów; ~ Skala i plan; ~ Pole równoległoboku i pole trapezu; * Pola figur podobnych.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">- przypomni sobie podział i niektóre własności czworokątów;- pozna twierdzenie o linii łączącej środki boków trapezu;- pozna twierdzenie o okręgu opisanym i wpisanym w czworokąt;- przypomni sobie wzory na pola czworokątów;- pozna pojęcie podobieństwa i jego własności;- pozna wzory na pola czworokątów;- nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące mapy, planu, skali.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">- posługiwać się własnościami czworokątów w rozwiązywaniu zadań praktycznych,- zastosować poznane wzory do obliczania pól czworokątów i obliczania obwodów czworokątów,- rozwiązywać zadania z wykorzystaniem trygonometrii,- rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur podobnych, np.: dotyczące planu, skali mapy.
<p>XI <u>Funkcja kwadratowa</u></p> <ul style="list-style-type: none">* Jednomian kwadratowy, trójmian kwadratowy;* Przekształcenia wykresów funkcji kwadratowej;* Postać ogólna i kanoniczna funkcji kwadratowej;* Miejsca zerowe i postać iloczynowa;* Najmniejsza i największa wartość funkcji w przedziale;* Badanie trójmianu kwadratowego, zadania optymalizacyjne;* Równania i nierówności kwadratowe;* Zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych;	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">- pozna definicję trójmianu i jego własności;- nauczy się przedstawiać trójmian w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej;- nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowej;- pozna metodę rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych;- nauczy się korzystać z wykresu do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych;- nauczy się wykorzystywać własności funkcji do zadań praktycznych.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">- odróżnić wzór funkcji kwadratowej od innej funkcji;- sporządzić wykres funkcji i zbadać jej własności na podstawie wykresu;- wyznaczyć wzór ogólny funkcji o podanych własnościach lub na podstawie wykresu;- wyznaczyć współrzędne wierzchołka;- wyznaczyć miejsca zerowe funkcji i jej postać iloczynową;- sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe;- wyznaczać najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale;- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych;- wykorzystać funkcje kwadratową do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych, np.: wyznaczania minimalnej wartości kosztów produkcji, maksymalnego zysku;- dostrzec związki matematyki z innymi dziedzinami wiedzy i życia;- budować modele matematyczne dla różnych sytuacji z życia codziennego i wykorzystać je do rozwiązywania problemów praktycznych;



<p>XII <u>Wielomiany</u></p> <ul style="list-style-type: none">* Wielomian jednej zmiennej stopnia n;* Równość wielomianów;* Dodawanie, odejmowanie, mnożenie wielomianów;^ Dzielenie wielomianów;* Pierwiastek wielomianu, pierwiastek wielokrotny;^ Twierdzenie Bezout'a;* Rozkład wielomianu na czynniki;* Równania wielomianowe;* Zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">- pozna definicję wielomianu jednej zmiennej;- pozna twierdzenie o równości wielomianów;- nauczy się działań na wielomianach;- pozna pojęcie pierwiastka, - pozna twierdzenie Bezout'a i nauczy się je stosować;- pozna metody rozkładu wielomianów na czynniki, - pozna twierdzenie o reszcie;- nauczy się rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe,- nauczy się rozwiązywać równania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">- odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem;- zastosować metody rozkładu wielomianów na czynniki;- rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe;- wykorzystać wiadomości dotyczące wielomianu do rozwiązywania problemów praktycznych.
<p>XIII <u>Elementy geometrii analitycznej</u></p> <ul style="list-style-type: none">~ Wektor w układzie współrzędnych;* Odległość punktów w układzie współrzędnych;* Współrzędne środka odcinka;* Równanie kierunkowe i ogólne prostej;* Równoległość prostych;* Prostopadłość prostych;# Odległość punktu od prostej;* Równanie okręgu;	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">- przypomni sobie podstawowe wiadomości o wektorze;- nauczy się obliczać odległość punktów w układzie współrzędnych;- nauczy się wyznaczać współrzędne środka odcinka;- przypomni sobie warunki równoległości i prostopadłości prostych;- nauczy się wyznaczać postać kanoniczną okręgu i wyznaczyć jego środek i promień;- pozna wzór na obliczanie odległości punktu od prostej.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">- zastosować informacje o wektorze do prostych zadań;- obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych;- wyznaczyć współrzędne środka odcinka;- znaleźć równanie prostej w postaci ogólnej i kierunkowej;- zbadać równoległość i prostopadłość prostych o podanych wzorach;- przekształcić równanie okręgu do postaci kanonicznej i wyznaczyć jego środek i promień;- wyznaczyć punkty wspólne prostej i okręgu;- wyznaczyć i oblicza najkrótszą odległość;- odczytać z układy (np. z mapy) położenie punktów;- starannie wykonywać rysunki.
<p>XIV <u>Funkcje wymierne</u></p> <ul style="list-style-type: none">* Definicja funkcji wymiernej, dziedzina funkcji wymiernej;* Działania na wyrażeniach wymiernych;* Proporcjonalność odwrotna i jej własności;^ Funkcja homograficzna i jej własności;* Proste równania wymierne;	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">- pozna definicję funkcji wymiernej;- nauczy się skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;- nauczy się działań na wyrażeniach wymiernych;- nauczy się wyznaczać dziedzinę wyrażenia wymiernego;- nauczy się szkicować wykres	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">- posługiwać się wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, np.: potrafi określić termin zakończenia budowy w zależności od liczby zatrudnionych pracowników;- wykorzystać wiadomości dotyczące wyrażen wymiernych do rozwiązywania problemów praktycznych, między innymi



<p>^ Proste nierówności wymierne;</p>	<p>proporcjonalności odwrotnej; -nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne; -nauczy się rozwiązywać zadania w kontekście praktycznym.</p>	<p>wyznaczyć opór zastępczy układu, pojemność kondensatora, okres obiegu planety wokół Słońca, odległość obrazu od zwierciadła; - odróżnić funkcję wymierną od innych funkcji; - wyznaczyć dziedzinę wyrażenia wymiernego; - obliczać wartość liczbową wyrażenia; - skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne; - dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne; - szkicować wykres proporcjonalności prostej; - rozwiązywać równania z proporcjonalnością odwrotną, - rozwiązywać proste równania wymierne;</p>
<p>XV <u>Ciągi</u></p> <p>* Określenie ciągu, ciąg liczbowy; * Sposoby opisywania ciągów; * Monotoniczność ciągu; * Ciąg arytmetyczny; * Ciąg geometryczny; * Oprocentowanie lokat i kredytów (procent prosty i składany).</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">- pozna definicję ciągu;- pozna sposoby opisywania ciągu;- pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu;-pozna definicję i własności ciągu arytmetycznego;- nauczy się stosować wzory dotyczące ciągu arytmetycznego;- pozna definicję i własności ciągu geometrycznego;- nauczy się stosować w zadaniach własności tego ciągu;- pozna pojęcie procentu prostego i składanego;- nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">- określić ciąg wzorem ogólnym, wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem;- narysować wykres ciągu;- zbadać monotoniczność ciągu;- zbadać, czy ciąg jest arytmetyczny;- stosować wzory dotyczące ciągu arytmetycznego;- rozwiązywać zadania z wykorzystaniem ciągu arytmetycznego;- zbadać, czy ciąg jest geometryczny,- stosować własności ciągu geometrycznego;- wykorzystywać ciąg geometryczny w zadaniach tekstowych;- rozwiązywać problemy dotyczące lokat i kredytów;- wybrać optymalny wariant;- porównać oferty banków i instytucji finansowych;- dostrzegać w przyrodzie zjawiska związane z ciągami arytmetycznym i geometrycznym, na przykład zależność liczby populacji od czasu, kosztów następnego etapu budowy czy eksploatacji maszyny w zależności od poprzedniego.
<p>XVI <u>Geometria przestrzenna</u></p> <p>* Proste i płaszczyzny w przestrzeni; ^ Rzut równoległy na płaszczyznę;</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">- pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">- badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;- podać własności figur



<p>* Rzut prostokątny na płaszczyznę, kąt między prostą a płaszczyzną; * Kąt dwuścienny, kąt liniowy kąta dwuściennego; ^ Wielościany, pole powierzchni wielościanu, objętość wielościanu; ~ Graniastosłupy – podział, pole powierzchni, objętość; ~ Ostrosłupy- podział, pole powierzchni, objętość; ~ Bryły obrotowe – walec, stożek, kula; pole powierzchni i objętość bryły obrotowej.</p>	<p>- nauczy się wyznaczać kąt między prostą i płaszczyzną; - pozna pojęcie kąta dwuściennego; - przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupie; - przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupie; - przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych.</p>	<p>przestrzennych; - wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych, – wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii; - wykorzystać wyobraźnię przestrzenną; - rozwiązywać praktyczne zagadnienia związane z polem powierzchni i objętością brył: kubaturą pomieszczeń, powierzchnią ścian; -projektować szkielety konstrukcji budowlanych na podstawie szkieletów brył; - dokładnie i starannie wykonywać rysunki brył; - dostrzegać związków między obiektami geometrycznymi a otaczającą nas rzeczywistością.</p>
<p>XVII <u>Funkcja wykładnicza i logarytmiczna</u></p> <p>* Potęga o wykładniku rzeczywistym; * Funkcja wykładnicza i jej własności; ^ Proste równania i nierówności wykładnicze; * Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym; * Logarytm i jego własności; ^ Funkcja wykładnicza i jej własności; ^ Proste równania i nierówności logarytmiczne.</p>	<p>Uczeń:</p> <p>- przypomni sobie własności działań na potęgach, - pozna pojęcie i własności funkcji wykładniczej, - nauczy się stosować własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań, - przypomni sobie pojęcie i własności logarytmu, - pozna pojęcie i własności funkcji logarytmicznej, - nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne, - nauczy się stosować własności logarytmów w zadaniach praktycznych.</p>	<p>Uczeń potrafi:</p> <p>- stosować własności działań na potęgach do rozwiązywania zadań; - odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji; - sporządzać i przekształcać wykresy funkcji wykładniczej; - rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej w kontekście praktycznym; - zastosować własności funkcji logarytmicznej do zadań praktycznych.</p>
<p>XVIII <u>Elementy kombinatoryki</u></p> <p>* Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych; * Zasada mnożenia; * Drzewa stochastyczne; * Symbol silni; ^ Permutacje, wariacje z powtórzeniami, bez powtórzeń, kombinacje;</p>	<p>Uczeń:</p> <p>- nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych; - pozna zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować; - nauczy się przedstawiać pewne sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi; - pozna symbol silni i nauczy się go stosować; - pozna pojęcie permutacji, kombinacji, wariacji z</p>	<p>Uczeń potrafi:</p> <p>- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, – stosować zasadę mnożenia; - stosować symbol silni; - rozwiązywać praktyczne problemy z wykorzystaniem kombinatoryki; - rozwiązywać zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa; - rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki.</p>



<p>XIX <u>Rachunek prawdopodobieństwa</u></p> <ul style="list-style-type: none">* Doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór zdarzeń elementarnych, zdarzenie, działania na zdarzeniach;* Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa;* Własności prawdopodobieństwa;* Klasyczna definicja prawdopodobieństwa;	<p>powtórzeniami i bez powtórzeń, - nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne.</p> <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">- pozna takie pojęcia, jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, działania na zdarzeniach;- nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych, określać jego moc;- nauczy się znajdować sumę, różnicę, iloczyn zdarzeń,- nauczy się znajdować zdarzenie przeciwne do danego;- pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa;- pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się stosować je w zadaniach;- pozna klasyczną definicję prawdopodobieństwa i nauczy się stosować ją w zadaniach.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">- obliczyć szanse w sytuacjach losowych;- obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia losowego na podstawie definicji klasycznej;- wykorzystać sumę, różnicę i iloczyn zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa;- obliczać prawdopodobieństwo za pomocą grafu w postaci drzewa.
<p>XX <u>Elementy statystyki opisowej</u></p> <ul style="list-style-type: none">* Dane statystyczne i ich klasyfikacja;* Średnia z próby;* Mediana z próby;* Odchylenie standardowe z próby;	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">- dowie się, na czym polega klasyfikacja danych;- nauczy się obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby;- nauczy się interpretować wymienione wyżej parametry.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">- odczytać dane z tablic, wykresów i diagramów i je analizować;- interpretować parametry statystyczne;- przedstawić dane empiryczne w postaci tabel, diagramów, wykresów;- przeprowadzić analizę ilościową przedstawionych danych;- porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi.

4 Procedury osiągania celów edukacyjnych

Osiąganie założonych celów edukacyjnych i wychowawczych jest możliwe dzięki stosowaniu na lekcjach matematyki różnorodnych metod nauczania i odpowiedniego doboru form organizacyjnych lekcji. Ta różnorodność ma uatrakcyjnić przedmiot, a także zaktywizować uczniów w procesie uczenia się, zachęcić do rozwiązywania różnorodnych problemów, spowodować kształtowanie postaw.

4.1 Metody nauczania

a) Metody podające:

- wykład- Nauczyciel formułuje problem, analizuje go, wskazuje drogi i sposoby rozwiązania. Uczniowie sporządzają notatki, zapamiętują fakty, zdobywają wiedzę i umiejętności przez naśladowanie. Metoda ta jest ważna z punktu widzenia dalszej nauki, powszechnie stosowana na uczelniach, uczeń powinien być do niej przygotowany, ale w szkole średniej nie należy z niej zbyt często korzystać.

b) Metody aktywizujące uczniów:

- pogadanka, dyskusja – Nauczyciel kieruje rozmową, prowadzi dyskusję i porządkuje jej przebieg. Zadaje pytania, naprowadza na prawidłowe odpowiedzi, wyjaśnia wątpliwości, rozstrzyga spory. Uczniowie dyskutują, formułują spostrzeżenia, wymieniają się doświadczeniami, argumentują, spierają się, wyciągają wnioski;
- metoda problemowa – Nauczyciel stawia przed uczniami pewien problem matematyczny, który uczniowie rozwiązują samodzielnie. Uczniowie analizują problem, formułują hipotezy, weryfikują je, wyjaśniają wątpliwości z nauczycielem, budują model rozwiązania problemu, dokonują korekt, podsumowują swoje spostrzeżenia, sprawdzają obliczenia, formułują odpowiedzi. Metoda ta kształci umiejętność rozwiązywania problemów, wzbogaca wiedzę uczniów i aktywizuje ich postawy;
- praca z tekstem matematycznym:
 - praca z podręcznikiem – polega na samodzielnym przeczytaniu fragmentu podręcznika, zapoznaniu się z definicjami i twierdzeniami oraz ze sposobem rozwiązywania zadań. Kształci umiejętność czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego, analizowania definicji i twierdzeń a także śledzenia algorytmów rozwiązań niektórych zadań;
 - praca z wykorzystaniem encyklopedii, słowników, czasopism popularnonaukowych, roczników statystycznych-przyzwyczajają uczniów do zbierania informacji z różnych źródeł, analizowania ich i przetwarzania oraz uświadamia im, jaką rolę pełni matematyka w otaczającym ich świecie;
 - praca z komputerem- zbieranie informacji z Internetu, dotyczących różnych zagadnień matematycznych, także związanych z nauką zawodu.



Metoda kształtuje postawy poszukiwania i dociekliwości, daje szanse rozwoju i głębszego poznania matematyki.

- Rozwiązywanie ciągu zadań
 - Uczniowie rozwiązują zestaw zadań (ze zbioru lub przygotowanych przez nauczyciela). Zadania powinny być ułożone w takiej kolejności by rozwiązanie każdego kolejnego pogłębiało wiedzę i umiejętności ucznia.

4.2 Formy pracy

Praca z całą klasą- polega na zaangażowaniu całej klasy w rozwiązywanie problemów sformułowanych przez nauczyciela.

Praca w grupach- polega na podziale klasy na kilkusobowe zespoły i przydzielaniu im problemów do rozwiązania. Praca taka uczy organizacji pracy, podziału obowiązków, odpowiedzialności za powierzone zadania.

Praca indywidualna .każdy uczeń pracuje samodzielnie. Pozwala uczniowi na samodzielne poszukiwanie odpowiedzi na postawione pytania, zmusza go do samodzielnych przemyśleń, zastanowienia się nad problemem i sposobem jego rozwiązania, utwaleniem już zdobytej wiedzy. Uczeń pracuje we właściwym dla siebie tempie.

4.3 Indywidualizacja pracy

Podstawę do indywidualizacji pracy z uczniem będzie stanowiła diagnoza wstępna. Ponieważ proces uczenia się ma charakter jednostkowy, w związku z tym należy różnicować techniki nauczania stosownie do potrzeb, zainteresowań oraz możliwości intelektualnych uczniów. Nauczanie grupowe jak i praca w parach umożliwią jedynie indywidualizację częściową, ponieważ adresowane są do grupy uczniów. Zlecenie zadań indywidualnych pozwala zniwelować ten problem. Bardzo ważnym czynnikiem indywidualizacji jest różnicowanie zadań domowych. Ćwiczenia zadawane do domu powinny mieć charakter twórczy, zindywidualizowany pod względem treści, formy i stopnia trudności. Bardzo korzystne jest podawanie dwóch rodzajów prac domowych, dla wszystkich i dla chętnych. Takie rozwiązanie umożliwia uczniowi rozwijanie swoich zainteresowań i zaspokojenie potrzeb związanych z uczeniem się.

Osiąganie zamierzonych celów kształcenia może odbywać się również przez uczestnictwo uczniów w kołach matematycznych, kołach interdyscyplinarnych, a także w konkursach matematycznych i olimpiadzie matematycznej lub zawodowej.

5 Metody oceny pracy uczniów

Przedmiotem oceny jest postęp ucznia w procesie kształcenia. Głównymi obszarami oceniania powinny być: wiedza zdobyta przez ucznia, umiejętności pozwalające na gromadzenie i pogłębianie wiedzy, umiejętności społeczne i komunikacyjne, a także postawa młodego człowieka w dążeniu do samorealizacji. Ocena starannie przemyślana powinna zawierać informacje dla ucznia na temat jego kompetencji i poczynionych postępów oraz wpływać na jego motywację. Nauczycielowi powinna dać informację o stopniu realizacji materiału oraz o tym, czy został on należycie przećwiczony. Narzędzia pomiaru to wszelkie formy prac pisemnych: testy wyboru, testy z zadaniami krótkich odpowiedzi, prace klasowe zawierające pytania otwarte, kartkówki. Ocenie podlega również odpowiedź ustna, prace wykonane w domu, wyniki pracy grupowej. Szczegółowe kryteria oceniania zawarte są w przedmiotowym systemie oceniania oraz w wewnątrzszkolnym systemie oceniania.

Ogólne kryteria oceny pracy ucznia

- **Stopień dopuszczający** otrzymuje uczeń, który:
 - intuicyjnie rozumie pojęcia- zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
 - rozumie podstawowe twierdzenia- potrafi podać ich treść, odróżnia założenie i tezę, stosuje w typowej sytuacji;
 - rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
 - potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
 - stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych.
- **Stopień dostateczny** otrzymuje uczeń, który:
 - podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady, kontrprzykłady;
 - podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
 - wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
 - zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
 - sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
 - korzysta z kalkulatora;
 - zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w zadaniach praktycznych;
 - stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
 - naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
 - samodzielnie rozwiązuje zadania o średnim stopniu trudności;
 - sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.
- **Stopień dobry** otrzymuje uczeń, który:
 - przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje nowe definicje, podaje przykłady i kontrprzykłady;
 - zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;



- intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład;
 - wyjaśnia kiedy można, a kiedy nie można zastosować danego twierdzenia;
 - zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
 - rozwiązuje zadania, których redakcja sugeruje metodę rozwiązania;
 - rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
 - ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.
- **Stopień bardzo dobry** otrzymuje uczeń, który:
 - zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
 - posługuje się językiem matematycznym w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
 - samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
 - przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i przypadki szczególne;
 - potrafi redagować definicje nowych pojęć, wykorzystując analogię i uogólnianie;
 - stosuje nowe twierdzenia;
 - ocenia poprawność podanego rozumowania;
 - zna dowody twierdzeń objętych programem;
 - rozwiązuje zadania „na dowodzenie”;
 - planuje rozwiązania zadań nietypowych, dobierając odpowiednie strategie;
 - analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
 - rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych.
 - **Stopień celujący** otrzymuje uczeń, który:
 - analizuje budowę podanej definicji;
 - zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
 - potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
 - zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posługiwać;
 - buduje oryginalne sposoby rozwiązania nietypowych zadań;
 - stosuje matematykę do rozwiązywania zadań praktycznych;
 - poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
 - uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu wojewódzkim.



6 Oprzyrządowanie programu

Do realizacji programu uczniowie będą korzystać z podręcznika i zbioru zadań autorstwa Elżbiety Kurczab, Marcina Kurczaba i Elżbiety Świdry „Podręcznik i zbiór zadań dla liceum i technikum- profil podstawowy” - cz.1, 2, 3 wyd. OE. Krzysztof Pazdro.

Uczniowie skorzystają również z tablic wzorów matematycznych dopuszczonych do egzaminów maturalnych przez CKE.

Wykorzystamy również zadania przygotowane przez nauczycieli przedmiotów zawodowych oraz zadań i informacji w pismach dla nauczycieli matematyki np. „Matematyka w szkole” - wyd. GWO .

Szkoła dysponuje dwiema pracowniami matematycznymi, wyposażonymi w plansze, wykresy, modele brył.-do rozwijania wyobraźni przestrzennej. W pracowni znajduje się również biblioteczka matematyczna z podręcznikami, zbiorami zadań, poradnikami różnych wydawnictw.

Wykorzystane będą również filmy edukacyjne i programy komputerowe jako elementy edukacji medialnej, zwiększające atrakcyjność prezentowanego materiału. Analizujemy również informacje z prasy i telewizji, np. o cenach towarów i materiałów potrzebnych do zadań z przedmiotów zawodowych.

7 Ewaluacja programu nauczania

Ewaluacja powinna obejmować wszystkie aspekty programu, które decydują o jego jakości jako narzędzia do realizacji celów kształcenia. Stąd powinna ona dotyczyć zarówno samego dokumentu, realizacji programu oraz osiągnięć edukacyjnych uczniów.

Ewaluacja dokumentu programu nauczania będzie obejmowała zbadanie koncepcji programu, jego założeń, struktury, celów kształcenia, doboru i układu treści kształcenia, założonego sposobu realizacji, właściwości dobranych metod i środków dydaktycznych oraz spójności programu i jego zgodności z koncepcją pracy szkoły. Należy też uwzględnić kryterium komplementarności wymagań programowych i egzaminacyjnych oraz ich spójność z podstawą programową i kompetencją kluczową.

Ewaluacja w zakresie realizacji programu będzie polegała na ocenie tego czy program sprawdza się w praktyce, jak wpływa na proces nauczania i uczenia się, czy i w jakim stopniu zaspokaja potrzeby uczących się, czy ich aktywizuje i motywuje do rozwoju oraz jakie czynniki sprzyjały lub utrudniały realizację programu.

Ostatecznym kryterium efektywności programu będzie ocena osiągnięć edukacyjnych uczniów. Pozwoli to na sprawdzenie czy cele kształcenia zostały zrealizowane i przełożyły się na efekty kształcenia.

Ze względu na przebieg procesu kształcenia ewaluacja będzie obejmować:

- ewaluację wstępną polegającą na zbadaniu dokumentu programu (autoewaluacja);
- ewaluację bieżącą, w toku której będzie dokonywana systematyczna weryfikacja jakości programu w trakcie jego realizacji, w wyniku tego nastąpi ewentualna modyfikacja programu;
- ewaluację końcową polegającą na analizie zebranych danych ilościowych i jakościowych, a następnie na wydaniu opinii o programie oraz podjęciu decyzji o jego kontynuacji lub zmianie.

Ewaluacja wstępna zostanie przeprowadzona przed przyjęciem programu do realizacji. Ewaluacja bieżąca będzie prowadzona w trakcie realizacji programu przez cały czas i obejmie obserwacje zachowań uczniów, pomiar dydaktyczny i analizę dokumentacji. Pod koniec roku szkolnego będzie przeprowadzona ankieta, którą wypełni uczeń. Ankieta będzie zawierać pytania dotyczące opinii ucznia na temat sposobu prowadzenia zajęć oraz pytania sprawdzające jego umiejętności i wiedzę. Istotnym elementem jest samoocena autora programu. Dzięki temu podczas ewaluacji bieżącej można dokonywać modyfikacji na każdym etapie wdrażania. Inne formy ewaluacji to ocena innych nauczycieli współpracujących z nauczycielem wdrażającym program, ocena rodziców, frekwencja uczniów itp.



Do opisu procedury ewaluacji można wykorzystać tabelę 3.

Tabela 3. Projekt ewaluacji programu nauczania.

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych
Przed rozpoczęciem realizacji programu	a) Projekt autorskiego programu nauczania	1. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględni zasoby realizatora? 2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględni potrzeby i ograniczenia odbiorców? 3. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględni możliwości rozwijania MKKE? 4. Czy projekt programu jest poprawny koncepcyjnie? 5. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności? 6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu oceny programu?	Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny. j. w. j. w. j. w. Odpowiedź „ Tak „ Co najmniej 50% punktów wg arkusza ocen.	Studium przypadku; analiza diagnozy implementacji KK oraz danych z arkusza oceny programu	Szkoła uczestnicząca w Projekcie	Raport ewaluacyjny
W czasie realizacji programu	b) Skuteczność programu	1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w czasie realizacji programu? 2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas. Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy dydaktycznych.	Analiza dokumentów. j. w.		Raport ewaluacyjny j. w.



Na koniec realizacji programu		3. Na ile realizacja projektu programu spowodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły?	Wzrost o 20% liczby hospitacji dyrektora; udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym.	Analiza dokumentów m.in. Wyniki monitoringu.		j. w.
		4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	Przewaga metod aktywizujących nad podawczymi.	Analiza dokumentów. Obserwacja.		j. w.
Po pewnym czasie od realizacji projektu.		1. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu?	Co najmniej przeciętne wyniki w arkuszu oceny.	Ankietowanie uczniów.	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu.
		2. W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?	Wzrost o min.0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE.	Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”.		Raport ewaluacyjny. Promocja szkoły w środowisku.
		Na ile trwałe są zmiany w uczniach w zakresie nabytych umiejętności, wiadomości i postaw określonych przez MKKE?	Wzrost minimum o 20% średniego wyniku matury z matematyki.	Analiza dokumentów z wynikami egzaminu maturalnego.		Raport ewaluacyjny. Promocja projektu – konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie.

Bibliografia

- [1] Kurczab Marcin, Kurczab Elżbieta, Świda Elżbieta, *Matematyka- program nauczania w liceach i technicach, zakres podstawowy*, wyd. Oficyna Edukacyjna - Krzysztof Pazdro, Warszawa 2008.
- [2] Sobczak Maria, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Lublin 2009.
- [3] Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynku pracy w województwie lubelskim, Lublin 2009.
- [4] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. Zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań egzaminacyjnych będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz. U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102).
- [5] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 r. W sprawie dopuszczenia do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczenia do użytku szkolnego podręczników (Dz. U. Nr 89, poz. 730).

Autor

Marta Ostrowska-Matys

**MATEMATYKA
ZAKRES PODSTAWOWY**

**AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH**

**TECHNIKUM BUDOWLANO-GEODEZYJNE
W PAŃSTWOWYCH SZKOŁACH BUDOWNICTWA
I GEODEZJI W LUBLINIE**

Lublin 2009





Spis treści

Wprowadzenie	4
1 Cele nauczania.....	11
1.1 Cele ogólne	11
1.2 Szczegółowe cele nauczania i wychowania.....	11
2 Materiał nauczania.....	13
2.1 Ramowy rozkład materiału	13
2.2 Uszczegółowiony materiał nauczania powiązany ze szczegółowymi celami kształcenia.....	13
3 Procedury osiągania celów	27
3.1 Metody i formy pracy	27
3.2 Ocenianie osiągnięć ucznia.....	29
3.3 Środki dydaktyczne.....	32
4 Ewaluacja.....	34
Bibliografia.....	37

Autor programu: Marta Ostrowska-Matys-nauczyciel kontraktowy matematyki, od 2004 r. zatrudniony w Państwowych Szkołach Budownictwa i Geodezji im H.Łopacińskiego w Lublinie, absolwentka Wydziału Matematyki UMCS w Lublinie.

Informacja o Państwowych Szkołach Budownictwa i Geodezji im. Hieronima Łopacińskiego w Lublinie. W skład PSBiG wchodzi 4-letnie technikum, Zasadnicza Szkoła Zawodowa, Liceum Ogólnokształcące. Szkoła zatrudnia 119 nauczycieli, łączna liczba uczniów wynosi 1100. W budynku szkoły mieszczą się:

- 32 sale lekcyjne;
- 13 pracowni (6 informatycznych, 2 językowe, 2 fizyczne, 2 chemiczne, 1 PO);
- 5 klasopracowni;
- pracownie do przedmiotów zawodowych;
- 2 sale gimnastyczne;
- 2 siłownie;
- 2 biblioteki.

Wszyscy nauczyciele PSBiG posiadają wymagane wykształcenie wyższe i przygotowanie pedagogiczne. Nauczyciele mianowani stanowią 54% kadry nauczycielskiej, dyplomowani 30%, kontraktowi 14%, stażyści 1%.

Wprowadzenie

Poniższy program jest modyfikacją programu nauczania matematyki autorstwa Marcin Kurczab, Elżbiety Świdry oraz Elżbiety Kurczab nr DKOS-5002-05/08. Program jest zgodny z podstawą programową z dnia 23 sierpnia 2007 roku, standardami wymagań egzaminacyjnych (Rozporządzenie MEN z dnia 28 sierpnia 2007 roku). Program autorski dostosowany jest do potrzeb uczniów o zróżnicowanych predyspozycjach; umożliwia zarówno uzupełnienie braków w kształceniu na niższych szczeblach, jak też uwzględnia potrzeby ucznia zdolnego.

Modyfikacja ma na celu uwzględnienie MKKE (matematyczne kompetencje kluczowe) oraz dostosowanie programu do potrzeb Szkoły, a także rynku pracy. Program został napisany w związku z projektem UE „Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej”, którego uczestnikiem są także Państwowe Szkoły Budownictwa i Geodezji w Lublinie. Potrzeba modyfikacji wynika z braków kompetencji matematycznych, jakie zostały zauważone u absolwentów szkół zawodowych. Podstawowe kompetencje matematyczne są niezbędne nie tylko w kształceniu na uczelniach technicznych, ale także w codziennym życiu.

Dzisiejszy rynek pracy jest wymagający, istnieje potrzeba kształcenia młodzieży na wyższych uczelniach oraz zwiększenia poziomu umiejętności wymaganych w nowych miejscach pracy. Realizacja poniższego programu umożliwi zdobycie wiedzy, umiejętności i postaw opisanych w podstawie programowej oraz w standardach egzaminacyjnych, niemal całkowicie zgodnych z matematycznymi kompetencjami kluczowymi (MKKE) określonymi przez Parlament Europejski w grudniu 2006 r.

Program uwzględnia MKKE w trzech aspektach: wiadomości, umiejętności i postawy.

1. Wiadomości:

- rozumienie terminów i pojęć matematycznych (W1);



- dobrze opanowana umiejętność liczenia (W2);
- znajomość miar i struktur (W3);
- znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej (W4);
- świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź (W5).

2. Umiejętności:

- stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (U1);
- śledzić i oceniać ciągi argumentów (U2);
- przekazywać komunikaty stosując język matematyczny (U3);
- korzystać z tekstu matematycznego (U4).

3. Postawy:

- przejawiać szacunek dla prawdy (P1),
- dążyć do szukania przyczyn (P2),
- oceniać zasadność wnioskowań i działań (P3).

Uszczegółowienie MKKE

W1. rozumienie terminów i pojęć matematycznych:

1. Sprawnie operuje językiem matematycznym.
2. Rozumie definicje, twierdzenia (odróżnia je od siebie).
3. Zna podstawowe symbole i oznaczenia matematyczne i sprawnie nimi operuje.
4. Zna i rozumie definicję zdania logicznego, tworzy zdania logiczne i poprawnie je wartościuje.
5. Zna i poprawnie stosuje spójniki logiczne i kwantyfikatory.
6. Zna relacje między podzbiorami zbioru liczb rzeczywistych.
7. Zna prawa i własności działań.
8. Rozumie pojęcie wartości bezwzględnej liczby, jej podstawowe własności i interpretację geometryczną.
9. Zna pojęcie procentu, punktu procentowego, procentu składanego.
10. Zna i rozumie pojęcie funkcji, podaje jej przykłady.
11. Zna definicje funkcji trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, oraz dowolnego kąta i zmiennej rzeczywistej.
12. Rozumie pojęcie pochodnej funkcji.
13. Rozpoznaje na podstawie wzoru funkcję kwadratową, zna jej definicję.
14. Rozpoznaje wielomiany, określa ich stopień.
15. Rozumie definicję pierwiastka wielomianu i jego krotność.
16. Rozumie i stosuje twierdzenie bezouta.
17. Rozpoznaje wyrażenia wymierne, wyznacza ich dziedzinę.
18. Rozpoznaje wielkości odwrotnie proporcjonalne, posługuje się nimi.
19. Rozumie intuicyjnie pojęcie ciągu, określa ciąg.
20. Odróżnia pojęcia pierwotne od definiowalnych oraz aksjomaty od twierdzeń.
21. Zna podstawowe pojęcia geometryczne: figury geometrycznej, miar kątów, odległości, miar pola, objętości oraz ich własności.
22. Zna i rozumie pojęcia jednokładności i podobieństwa, ich własności.
23. Zna i rozpoznaje permutacje, kombinacje, wariacje (z powtórzeniami i bez).
24. Zna podstawowe pojęcia probabilistyczne, częstość i prawdopodobieństwo zdarzenia.

W2. dobrze opanowana umiejętność liczenia:

1. Sprawnie wykonuje podstawowe rachunki, zna kolejność działań.
2. Wykonuje obliczenia na liczbach całkowitych, ułamkach zna prawa działań na potęgach.

3. Wykonuje sprawne obliczenia w zakresie procentów, działań na potęgach, pierwiastkach i logarytmach.
4. Stosuje wzory skróconego mnożenia,
5. Umiejętnie rozwiązuje problemy dotyczące oprocentowania lokat i kredytów, umie wybrać optymalny wariant, porównuje oferty banków i instytucji finansowych.
6. Umiejętnie projektuje i wykonuje obliczenia dla różnorodnych praktycznych sytuacji z życia codziennego.
7. Umiejętnie stosuje kombinatorykę i rachunek prawdopodobieństwa do analizy praktycznych sytuacji z życia codziennego.
8. Sprawnie rozwiązuje równania i nierówności.
9. Rozwiązuje praktyczne zagadnienia związane z polem powierzchni i objętością brył.

W3. znajomość miar i struktur:

1. Rozumie pojęcia: odległość punktów, odległość punktu od prostej, odległość punktu od płaszczyzny, długość, obwód, pole, objętość, miara kąta.
2. Rozumie pojęcia: figura płaska, figura przestrzenna.
3. Odczytuje i oszacowuje odległości.
4. „wymierza” dane wielkości znanymi jednostkami miary (długości, pola, objętości, masy, czasu, prędkości).
5. Przelicza (zamienia) jednostki miar.
6. Zna własności miar.
7. Zna twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych.
8. Oblicza obwody i pola figur płaskich stosując wzory i/lub własności tych miar.
9. Oblicza pola powierzchni i objętości brył stosując wzory i/lub własności tych miar.
10. Stosuje własności miar w prostych zadaniach i rozumowaniach.

W4 : znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej:

1. Zna pojęcie zbioru i podzbioru i odnosi je do zbiorów liczbowych, zbiorów punktów, zbiorów wyników pomiaru, zbiorów wyników doświadczeń.
2. Wykonuje działania na zbiorach z wykorzystaniem własności działań.
3. Rozumie pojęcie zmiennej.
4. Rozumie pojęcie funkcji i ich własności, proporcjonalność.
5. Opisuje zbiory punktów płaszczyzny za pomocą równań i nierówności
6. Opisuje zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji.
7. Wykorzystuje przekształcenia geometryczne do badania zależności (podobieństwo i przystawanie figur) pomiędzy zbiorami punktów (figurami geometrycznymi).

W5: świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź:

1. Rozumie, że algorytm to niezawodny przepis postępowania.
2. Wie, że rozumowanie przez analogię oraz rozumowanie indukcyjne (indukcja skończona) są czasem zawodne.
3. Rozpoznaje sytuację, w której twierdzenia nie można zastosować.
4. Wysnuwa proste wnioski z danego twierdzenia w konkretnej sytuacji.
5. Rozumie rolę matematyzacji, uogólniania i specyfikacji.
6. Wskaże sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej:
 - obliczanie podatków;
 - zyski z lokat;
 - kredyty bankowe;



- zakupy – szacowanie kosztów – budżet domowy;
- analiza techniczna – giełda;
- obliczanie niezbędnej ilości materiałów, wykorzystując pola powierzchni lub objętość, przeliczanie jednostek, itp.;
- zużycie paliwa;
- planowanie podróży;
- gry losowe, hazard, sport;
- statystyka;
- logika wypowiedzi;
- proporcjonalność prosta – np. kulinaria,
- projektowanie przestrzeni,
- zadania optymalizacyjne – krawiectwo, budownictwo, największy zysk, koszt, strata.

U1: stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny):

1. Grupuje i porządkuje dane empiryczne.
2. Wyznacza stosunki wielkości i opisuje je z użyciem liczb wymiernych, Rzeczywistych.
3. Szacuje wielkości, posługuje się procentami.
4. Posługuje się liczbami i działaniami do modelowania stosunków wielkościowych.
5. Posługuje się własnościami figur oraz wyobraźnią do modelowania stosunków geometrycznych, konstruowania graficznego schematu danego układu stosunków przestrzennych.
6. Dostrzega regularności w prostych sytuacjach.
7. Stosuje algorytmy.
8. Stosuje równania, nierówności, układy równań w rozwiązywaniu problemów.
9. Ustala związki między danymi, wydziela związki znaczące.
10. Wykorzystuje funkcje do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych.
11. Przeprowadza uogólnianie i specyfikację.
12. Rozumuje przez analogię.
13. Redaguje definicje nowych pojęć.
14. Korzysta z gotowych definicji i twierdzeń.
15. Klasyfikuje obiekty.
16. Rozwiązuje zadania schematyczne.
17. Planuje, zapisuje plan rozwiązania i rozwiązuje zadania nieschematyczne.

U2: śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny):

1. Odróżnia założenie i tezę w twierdzeniu.
2. Zaprzecza twierdzenie.
3. Obala tezę podając kontrprzykład.
4. Stosuje prawa logiczne: podwójnego przeczenia, de morgana, przechodności implikacji.
5. Ocenia poprawność doboru argumentów oraz sposobów wnioskowania.
6. Ocenia poprawność przekształceń algebraicznych.
7. Rozumie, różnicę między dowodem twierdzenia a przykładem potwierdzającym jego prawdziwość.
8. Buduje zaprzeczenie definicji rozpoznając uprzednio jej strukturę logiczną.
9. Rozumie różnice pomiędzy różnymi metodami dowodzenia.
10. Podąża za tokiem rozumowania autora dowodu.

11. Dostrzega luki bądź błędy w rozumowaniu.
12. Sprawdza zasadność uogólnień.

U3: przekazywać komunikaty stosując język matematyczny

1. Kojarzy zwroty języka naturalnego z odpowiednimi terminami matematycznymi, czynności konkretne z operacjami abstrakcyjnymi, wielkości z liczbami.
2. Wyraża w języku matematyki informacje podane werbalnie, rysunkiem, schematem, tabelą, diagramem oraz zaobserwowane w rzeczywistości.
3. Przedstawia werbalnie, za pomocą zwrotów języka naturalnego, informacje zapisane w języku matematyki.
4. Przedstawia werbalnie informacje zapisane rysunkiem, grafem, schematem, wykresem, tabelą, diagramem.
5. Zapisuje symbolicznie definicje pojęć.
6. Formułuje twierdzenia w postaci implikacji.
7. Zapisuje symbolicznie dowody twierdzeń.
8. Przedstawia dane za pomocą tabel, diagramów, grafów, wzorów.
8. Zapisuje wzory, zależności matematyczne stosując symbolikę matematyczną, podaje opis zależności w postaci funkcji.
9. Opisuje zbiory za pomocą układów nierówności i równań.
10. Prezentuje wyniki badań używając terminologii z zakresu języka matematycznego, używa przybliżeń,
11. Tworzy wypowiedzi matematyczne i wartościuje je.
12. Buduje wypowiedzi poprawne pod względem pojęciowym i logicznym.
13. Przygotowuje i wygłasza krótki referat na wybrany temat matematyczny.

U4: korzystać z tekstu matematycznego:

1. Wyszukuje w tekście definicje i twierdzenia.
2. Analizuje przedstawione rozwiązania zadań, obliczenia, wnioskowania, dane.
3. Wydziela fragmenty tekstu, dotyczące określonych kwestii.
4. Przekształca informacje z tekstu zapisując je w formie dogodnej do dalszych działań.
5. Odczytuje własności funkcji z wykres.;
6. Odczytuje informacje przedstawione za pomocą rysunków pomocniczych.
7. Interpretuje dane przedstawione za pomocą diagramów i tabel.
8. Ustala relacje między wskazanymi w tekście obiektami.
9. Uzupełnia luki w tekście.
10. Poszukuje w innych źródłach wyjaśnienia napotkanych w tekście terminów i pojęć.
11. Stosuje podane w tekście definicje i twierdzenia.
12. Naśladuje przedstawione rozwiązania w analogicznych sytuacjach.

P1: przejawiać szacunek dla prawdy:

1. Rozumie potrzebę dowodzenia.
2. Weryfikuje zgromadzone dane.
3. Nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy.
4. Protestuje w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi.
5. Wytrwale poszukuje informacji.
6. Jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych.
7. Nie uogólnia bez uprzedniego upewnienia się co do prawdziwości przesłanek.
8. Podejmuje decyzje na podstawie sprawdzonych informacji.

P2: dążyć do szukania przyczyn:

1. Rozumie potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach.
2. Przewiduje skutki planowanych działań.
3. Rozważa różne przypadki nie ograniczając się do przypadków szczególnych.
4. Wnikliwie analizuje problem.

P3: oceniać zasadność wnioskowań i działań:

1. Ocenia poprawność rozwiązania zadania.
2. Wartościuje rozwiązanie tego samego zadania różnymi sposobami.
3. Dostrzega sprzeczne informacje lub błędy w rozumowaniach.
4. Ocenia dobór argumentów uzasadniających tezę (stanowisko).

Uwarunkowania realizacji programu

Modyfikacja programu nauczania matematyki uwzględnia konieczność zmian, jakie należy wprowadzić w treściach, metodach nauczania i oceniania. Program ten ma na celu rozwijanie umiejętności przydatnych w kształceniu zawodowym, codziennym życiu, ma uatrakcyjnić ucznia (posiadającego kluczowe kompetencje), jako przyszłego pracownika.

Program ten dostosowany jest do potrzeb rynku pracy, możliwości uczniów i zasobów Szkoły. Uczniowie PSBiG pochodzą w dużej części z terenów wiejskich, wielu z nich dojeżdża do szkoły. Jest to młodzież o zróżnicowanych poziomie intelektualnym, słabej motywacji do nauki. Problemem jest także wysoka absencja na zajęciach oraz brak podstaw wiedzy z wcześniejszych etapów edukacji. Wyraźnie widoczna jest potrzeba indywidualizacja pracy z uczniem. W celu poznania potrzeb i możliwości ucznia przeprowadzimy na początku roku szkolnego test diagnozujący. Rozwijając umiejętności matematyczne, kształcąc ww postawy pomagamy uczniom w zdobyciu zawodu, wyższego wykształcenia, odnalezienia się na rynku pracy.

Program jest dostosowany do potrzeb zawodu technik geodeta, w którym na rozwój kompetencji zawodowych ogromny wpływ mają kompetencje matematyczne. Uwzględniono więc kształtowanie kompetencji zawodowych takich jak:

- sprawność obliczania i szacowania wyników;
- umiejętności przetwarzania danych liczbowych;
- ćwiczenie dobrej pamięci oraz logicznego myślenia;
- sprawne wypełnianie różnego rodzaju dokumentów;
- nterpretacja wyników.

Z programu zostały wykluczone treści zbędne dla potrzeb zawodu technika geodety (oczywiście takie, które nie znajdują się w podstawie programowej i standardach egzaminacyjnych, oraz nie są istotne dla kształcenia kompetencji kluczowych).

W programie znajdują się także treści wykraczające poza podstawę programową (PP), standardy wymagań egzaminacyjnych (ST_WYM) oraz MKKE, jednak przydatne w kształceniu zawodowym. Program jest dostosowany do czteroletniego cyklu nauczania matematyki w klasach technikum, łącznie w wymiarze 10 godzin.

Do realizacji proponowanego materiału potrzebna jest dobrze wyposażona pracownia (modele, plansze, tablice), najlepiej by posiadała sprzęt multimedialny. Wykorzystanie nowoczesnych metod nauczania jest niezwykle istotne dla realizacji celów tego programu.



1 Cele nauczania

1.1 Cele ogólne

Poniżej przedstawiam cele ogólne nauczania matematyki z uwzględnieniem podstawy programowej, standardów egzaminacyjnych oraz MKKE.

Tabela 1. Cele nauczania matematyki- profil zawodowy technik geodeta

l.p	Cele nauczania matematyki	Uwagi
1.	Stworzenie podstaw wiedzy matematycznej w zakresie znajomości i rozumienia terminów i pojęć matematycznych.	W1
2.	Doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie technika geodety.	W2, W1
3.	Wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego, innych dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie technik geodeta.	W1, W3, W4, U3
4.	Wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych.	U1, W4, W5
5.	Wykształcenie umiejętności i nawyku uzasadniania swoich sądów (istota sądów matematycznych, kategoryczność twierdzeń, jednoznaczność i precyzja definicji).	U2, P1, P2
6.	Rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin wiedzy.	U3, W1
7.	Doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym – w tym podręcznikiem – oraz innymi źródłami informacji matematycznej.	U4, U3, W1
8.	Wykształcenie umiejętności samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi – umiejętność stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych, poszukiwania dróg ich weryfikacji).	W5, P1, P2
9.	Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń.	U1, P1, P2, P3

1.2 Szczegółowe cele nauczania i wychowania

Tabela 2. Szczegółowe cele nauczania i wychowania

Cele o charakterze wychowawczym-kształtowanie postaw	Cele dotyczące wiadomości i umiejętności
<ul style="list-style-type: none"> • w zakresie kształtowania postaw: <ul style="list-style-type: none"> • wytrwałości, pracowitości i systematyczności przy podejmowaniu działań; • samodzielności, dociekliwości i krytycyzmu w stosunku do swoich działań; 	<ul style="list-style-type: none"> • w zakresie kształcenia rozwoju intelektualnego ucznia: <ul style="list-style-type: none"> • kształcenie i rozwijanie umiejętności logicznego myślenia,; • rozwijanie i doskonalenie języka, tak by był precyzyjny i jednoznaczny; • wyrobienie umiejętności wyszukiwania

<ul style="list-style-type: none"> • otwartości i szacunku dla pomysłów i poglądów innych ludzi; • rozwijanie umiejętności społecznych takich jak: współpraca w zespole i organizacja pracy tego zespołu, prowadzenie dyskusji, prezentowanie wyników własnej pracy, negocjowanie i asertywność; • współodpowiedzialności za siebie i innych; • umiejętności projektowania i planowania w znaczeniu ogólnym; • umiejętności krytycznej (obiektywnej) postawy wobec własnych opinii; • postawy zadowolenia i satysfakcji z własnych osiągnięć; • pozytywnej motywacji i wiary we własne możliwości (optymizmu). • systematyczności i porządku w różnych aspektach życia, • precyzji myślenia i wypowiadania się; • umiejętności współpracy w grupie (w społeczeństwie); • wartościowania rozwiązania tego samego zadania różnymi sposobami; • dostrzegania sprzecznych informacji lub błędów w rozumowaniach; • oceniania dobrego argumentów uzasadniających tezę (stanowisko); • potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach; • przewidywania skutków planowanych działań; • rozważania różnych przypadków nie ograniczając się do przypadków szczególnych; • wnikliwości w analizie problemu; • potrzebę dowodzenia; • weryfikowania zgromadzonych danych; • nie korzystania nieuczciwie z cudzej pracy; • protestowania w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi; • wytrwałości w poszukiwaniu informacji; • krytyczne postawę wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych; • nie uogólniania bez uprzedniego upewnienia się co do prawdziwości przesłanek; • podejmowanie decyzji na podstawie sprawdzonych informacji; 	<p>i właściwego interpretowania zebranych informacji;</p> <ul style="list-style-type: none"> • opieranie swoich przekonań na rzetelnych informacjach i przesłankach; • przygotowanie do dostrzegania różnych problemów i zjawisk społecznych, ekonomicznych, przyrodniczych, technicznych, ich analizowania, opisywania z wykorzystaniem wiedzy matematycznej i języka matematyki; • przygotowanie i wyrabianie nawyku samodzielnego zdobywania wiedzy i nabywania umiejętności oraz konstruowania własnych strategii postępowania; • przygotowanie do umiejętnego korzystania z różnych źródeł informacji oraz z nowoczesnych technologii; • doskonalenie rozumienia i biegłości technik obliczeniowych; • doskonalenie i kształcenie umiejętności wykonywania działań na wyrażeniach algebraicznych; • doskonalenie i rozwijanie umiejętności sporządzania wykresów funkcji oraz odczytywania ich własności; • wykrywanie związków i zależności funkcyjnych między wielkościami liczbowymi; • rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego; • doskonalenie i kształcenie umiejętności rozwiązywania równań, nierówności i układów równań; • kształcenie umiejętności prowadzenia prostego rozumowania dedukcyjnego; • rozwijanie wyobraźni przestrzennej; • doskonalenie i kształcenie umiejętności rozwiązywania problemów z planimetrii i stereometrii oraz geometrii analitycznej; • wprowadzenie pojęć trygonometrycznych, kształcenie umiejętności rozwiązywania problemów z planimetrii z użyciem trygonometrii; • doskonalenie i kształcenie umiejętności stosowania podstawowych pojęć statystycznych; • kształcenie umiejętności prowadzenia prostych badań statystycznych; • kształcenie umiejętności rozwiązywania prostych problemów kombinatorycznych; • doskonalenie umiejętności czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego; • kształcenie umiejętności stosowania języka symbolicznego i dowodzenia; • rozbudzania świadomości intelektualnej ukierunkowanej na kontynuację nauki.
--	---



2 Materiał nauczania

2.1 Ramowy rozkład materiału

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację.

Rok szkolny liczy ok. 37 tygodni. W klasie I i II uczeń ma dwie godziny matematyki tygodniowo, w klasie III i IV po trzy godziny tygodniowo. Uwzględniono także praktyki zawodowe.

Tabela 2. Ramowy rozkład materiału

Klasa I – 66 godzin (60+6 do dyspozycji nauczyciela)	Klasa II – 70 godzin (67. + 3. do dyspozycji nauczyciela)	Klasa III – 99 godzin (86. + 13. do dyspozycji nauczyciela)	Klasa IV – 72 godziny (52+ 20 do dyspozycji nauczyciela)
1. Elementy logiki matematycznej. Zbiory. Zbiory liczbowe(8 godz.). 2. Trygonometria kąta ostrego. Funkcje trygonometryczne w przedziale $\langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$.(11 godz.). 3. Działania w zbiorach liczbowych(10 godz.). 4. Wyrażenia algebraiczne(14 godz.). 5. Geometria płaska – pojęcia wstępne(7 godz.). 6. Geometria płaska – trójkąty (10 godz.).	1. Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta(7 godz.). 2. Geometria płaska – czworokąty (8 godz.). 3. Geometria płaska – pole czworokąta (8 godz.). 4. Funkcja i jej własności (12 godz.). 5. Przekształcanie wykresów funkcji (6 godz.). 6. Funkcja liniowa (12 godz.). 7. Funkcja kwadratowa (14 godz.).	1. Wielomiany (16 godz.). 2. Elementy geometrii analitycznej (12 godz.). 3. Funkcje wymierne (12 godz.). 4. Ciągi(16 godz.). 5. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna (10godz.). 6. Elementy kombinatoryki (10 godz.). 7. Rachunek prawdopodobieństwa (10 godz.).	1. Elementy statystyki (9 godz.). 2. Geometria przestrzenna (18 godz.). 3. Powtórzenie materiału (25 godz.).

2.2 Uszczegółowiony materiał nauczania powiązany ze szczegółowymi celami kształcenia.

Poniższa tabela przedstawia uszczegółowiony materiał nauczania, założone osiągnięcia ucznia oraz powiazane z nimi cele kształcenia.

Stosujemy następujące oznaczenia:

- ∞ znajduje się w PP(podstawie programowej), ST_WYM(standardach wymagań egzaminu maturalnego) i MKKE oraz jest istotny dla kształcenia w zawodzie;

- Δ *Nie występuje w PP i ST_WYM, ale jest ważny dla MKKE;*
 → *Nie występuje w PP i ST_WYM, ale jest ważny dla kształcenia w zawodzie;*
 ∂ *Występuje w PP dla wcześniejszych etapów kształcenia i jest ważny dla MKKE i kształcenia w zawodzie.*

Tabela 3. Tematyka, założone osiągnięcia ucznia, cele szczegółowe

Klasa	Dział, tematyka	Założone osiągnięcia	cele szczegółowe
I	1. Elementy logiki i zbiory (8 godz): Tematyka Δ Pojęcie zdania w logice, zaprzeczenie zdania. Δ Koniunkcja zdań, alternatywa zdań. Δ Implikacja, równoważność zdań. ∞ Definicja, twierdzenie, twierdzenie odwrotne. Δ Prawa logiczne, prawa De Morgana. ∞ Zbiór, działania na zbiorach. Δ Zbiory liczbowe, oś liczbowa. Δ Przedziały, Δ Kwantyfikator ogólny, kwantyfikator szczegółowy.	Uczeń potrafi: Δ odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi i ocenić jego wartość logiczną; ∞ posługiwać się spójnikami logicznymi i rozumie, że potoczne rozumienie spójników „i” oraz „lub” może być inne niż znaczenie spójników logicznych; Δ zaprzeczać zdanie; ∞ odróżnić definicję od twierdzenia; ∞ mając dane twierdzenie w postaci implikacji zbudować twierdzenie odwrotne do danego twierdzenia; Δ stosować poznane prawa logiczne; ∞ wyznaczać część wspólną, sumę i różnicę zbiorów oraz dopełnienie zbioru; ∂ wskazać w podanym zbiorze liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne; ∞ posługiwać się pojęciem osi liczbowej; ∞ zaznaczyć przedziały na osi liczbowej; ∞ wykonywać działania na przedziałach; ∞ stosować określenia „dla każdego”, „dla pewnego”, „istnieje”, „dla dowolnego”; ∞ wykorzystywać język matematyki w komunikowaniu się.	Uczeń: Δ pozna zdania proste i złożone; Δ pozna spójniki logiczne; ∞ pozna, co to jest definicja i czym różni się od twierdzenia; ∞ dowie się, co to jest twierdzenie odwrotne; Δ pozna podstawowe prawa logiki, takie jak negacja alternatywy i negacja koniunkcji; ∞ pozna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiór skończony(nieskończony), element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru; ∞ apozna się z symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów ; ∞ pozna pojęcie sumy, różnicy, iloczynu i dopełnienia zbiorów; ∞ przypomni sobie wiadomości dotyczące liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych; ∞ pozna relacje jakie zachodzą między podzbiorami zbioru liczb rzeczywistych; ∞ przypomni sobie, czym jest oś liczbowa; ∞ pozna pojęcie przedziału(ograniczonego, nieograniczonego,otwartego, domkniętego, jednostronnie otwartego); ∞ nauczy się wykonywać działania na przedziałach(znajdować sumę, iloczyn, różnicę przedziałów, dopełnienie przedziału); Δ pozna pojęcia kwantyfikatora ogólnego i szczegółowego.



I	<p>2. Trygonometria kąta ostrego(11 godzin) Tematyka</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym. ∞ Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla 30°, 45°, 60°. ∞ Podstawowe tożsamości trygonometryczne. → Twierdzenie sinusów i cosinusów. → Wykresy funkcji trygonometrycznych w przedziale $\langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ wyznaczyć funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym; ∞ rozwiązać równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, gdzie $0^\circ < x < 90^\circ$, korzystając z kalkulatora, tablic lub posługując się wartościami funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów; ∞ stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w rozwiązywaniu zadań; ∞ znając wartości jednej funkcji potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego; → stosować wzory sinusów i cosinusów w zadaniach z geometrii; → rysować i analizować wykresy funkcji trygonometrycznych w przedziale $\langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ pozna określenie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym; ∞ nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°; ∞ pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta; → pozna twierdzenie sinusów i cosinusów; → pozna wykresy funkcji trygonometrycznych w przedziale $\langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$.
I	<p>3. Działania w zbiorach liczbowych(10 godzin) Tematyka:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ Zbiór liczb naturalnych, zbiór liczb całkowitych. ∞ Zbiór liczb wymiernych, zbiór liczb niewymiernych. ∂ Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych. ∂ Porównywanie liczb w zbiorze R. Przypomnienie wiadomości o równaniach i nierównościach. ∞ Procenty. ∞ Punkty procentowe. ∞ Wartość bezwzględna. ∞ Przybliżenia. ∞ Błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia, szacowanie. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∂ stosować cechy podzielności liczb naturalnych do znajdowania NWW i NWD(w tym również w celu rozwiązania zagadnień praktycznych); ∂ sprawnie wykonywać działania na ułamkach; ∞ zaplanować i wykonać obliczenia na liczbach rzeczywistych(w tym z wykorzystaniem praw działań); ∞ stwierdzić, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną czy niewymierną; ∞ wyznaczać rozwinięcia dziesiętne liczb; ∞ zapisać liczbę wymierną(w tym mającą rozwinięcie dziesiętne okresowe) w postaci ilorazu liczb całkowitych; ∂ stosować własności równości i nierówności w zbiorze R oraz rozwiązywać proste równania i nierówności; ∞ stosować pojęcie procentu w obliczeniach; ∂ odczytywać dane z tabel i diagramów; ∂ wykorzystywać tabele i diagramy do przedstawiania danych; ∞ posługiwać się pojęciem punktu 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∂ przypomni sobie pojęcie liczb pierwszych i złożonych; ∂ przypomni sobie cechy podzielności liczb naturalnych oraz jak znajduje się NWD i NWW liczb naturalnych; ∂ przypomni sobie, jak wykonuje się działania na ułamkach; ∂ przypomni sobie prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych; ∂ przypomni sobie własności równości i nierówności w zbiorze R; ∞ przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami; ∞ pozna pojęcie punktu procentowego; ∞ pozna pojęcie wartości bezwzględnej; ∞ pozna pojęcie błędu bezwzględnego i względnego; ∞ nauczy się szacować wyrażenia liczbowe.



		<p>procentowego;</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ obliczyć wartość bezwzględną danej liczby; ∞ zastosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej; ∞ zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu $x - a = b$, $x - a \geq b$; ∞ zapisać nierówność(równanie) z wartością bezwzględną, znając zbiór rozwiązań tej nierówności(tego równania); ∞ znaleźć przybliżenie liczby zadaną dokładnością; ∞ stosować reguły zaokrąglania liczb; ∞ stosować pojęcie błędu bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia; ∞ oszacować wartość wyrażenia liczbowego. 	
I	<p>4. Wyrażenia algebraiczne(14 godzin) Tematyka</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ Potęga o wykładniku naturalnym. ∞ Pierwiastek arytmetyczny. ∞ Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej. ∞ Wzory skróconego mnożenia. ∞ Potęga o wykładniku całkowitym. ∞ Potęga o wykładniku wymiernym. ∞ Informacja o potędze o wykładniku rzeczywistym. ∞ Pojęcie logarytmu, własności logarytmów. ∂ Przekształcanie wzorów. ∞ Średnia arytmetyczna, średnia geometryczna, średnia ważona. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym i całkowitym; ∂ zapisywać liczby w postaci wykładniczej; ∞ sprawnie wykonywać działania na pierwiastkach; ∞ sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia(w tym do rozkładania sum algebraicznych na czynniki); ∞ usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka; ∞ wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym(wymiernym i niewymiernym); ∞ obliczyć logarytm danej liczby przy danej podstawie; ∞ stosować w obliczeniach podstawowe własności logarytmu; → znaleźć przybliżenie liczby zapisanej przy użyciu potęgi i przedstawić je(używając kalkulatora) w notacji wykładniczej; ∞ sprawnie przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii; ∞ obliczać średnią arytmetyczną, geometryczną, ważoną. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym; ∞ przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych; ∞ pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej; ∞ pozna wzory skróconego mnożenia ∞ przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym; ∞ pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym i własności działań na takich potęgach; ∞ pozna, jak konstruuje się potęgę o wykładniku niewymiernym; ∞ pozna prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym; ∞ pozna pojęcie logarytmu; ∞ pozna podstawowe własności logarytmu(wzór na logarytm ilorazu, iloczynu, potęgi); ∞ nauczy się przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii; ∞ przypomni sobie pojęcie średniej arytmetycznej oraz



			<p>pozna pojęcie średniej geometrycznej i średniej ważonej.</p>
I	<p>5. Geometria płaska- pojęcia wstępne(7 godzin) Tematyka ∂ Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt. Δ Figura wypukła, figura ograniczona. ∂ Położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta. ∂ Dwie proste przecięte trzecią prostą. ∂ Twierdzenie Talesa. ∂ Okrąg i koło. ∞ Kąty i koła.</p>	<p>Uczeń potrafi: ∂ określać własności poznanych figur geometrycznych i posługiwać się tymi własnościami; ∂ wyznaczać odległość: dwóch punktów, punktu od prostej, dwóch prostych równoległych; ∂ konstruować: proste prostopadłe, proste równoległe, symetralną odcinka, dwusieczną kąta; ∞ określić wzajemne położenie prostej i okręgu; ∞ stosować w rozwiązywaniu zadań poznane twierdzenia(m.in. twierdzenie o dwóch prostych przeciętych trzecią prostą, twierdzenie Talesa, twierdzenia dotyczące kątów środkowych, wpisanych w okrąg, dopisanych do okręgu).</p>	<p>Uczeń: ∂ przypomni sobie podstawowe pojęcia geometryczne(punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt); Δ pozna pojęcie figury wklęsłej i wypukłej; Δ pozna pojęcie figury ograniczonej i nieograniczonej; ∂ przypomni sobie wiadomości o kątach(kąt prosty, ostry, rozwarty, kąty przyległe, kąt wierzchołkowy); ∂ przypomni sobie położenie prostych na płaszczyźnie, pojęcie odległości punktu od prostej i pojęcie odległości między prostymi równoległymi; ∂ przypomni sobie pojęcie symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta oraz jaką własność ma dowolny punkt leżący na symetralnej odcinka(dwusiecznej kąta); ∂ przypomni sobie twierdzenie o dwóch prostych równoległych, przeciętych trzecią prostą; ∂ przypomni sobie twierdzenie Talesa; ∂ przypomni sobie pojęcie koła i okręgu; ∞ pozna określenie kąta środkowego w kole, wpisanego w koło i kąta dopisanego oraz własności tych kątów.</p>
I	<p>6. Geometria płaska- trójkąty(10 godzin) Tematyka ∂ Podział trójkątów. ∂ Suma kątów w trójkącie. ∂ Nierówność trójkąta. ∂ Odcinek łączący środki boków w trójkącie. ∂ Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa. ∂ Wysokości w trójkącie. ∞ Środkowe w trójkącie. ∂ Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie. ∂ Dwusieczne kątów</p>	<p>Uczeń potrafi: ∞ stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań(w tym m.in. twierdzenie o sumie kątów trójkąta, twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta, twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa, twierdzenie o wysokościach w trójkącie, twierdzenie o środkowych w trójkącie); ∞ określić-znając długości boków trójkąta-czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny czy rozwartokątny; ∞ opisać okrąg na trójkącie, wpisać</p>	<p>Uczeń: ∂ przypomni sobie podział trójkątów ze względu na boki i kąty; ∂ przypomni sobie twierdzenie o sumie kątów w trójkącie; ∂ przypomni sobie, na czym polega nierówność trójkąta; ∂ przypomni sobie twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta; ∂ przypomni sobie twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa; ∂ pozna twierdzenie o wysokościach w trójkącie;</p>



	<p>trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt. ∂ Przystawanie trójkątów. ∞ Podobieństwo trójkątów.</p>	<p>okrąg w trójkąt, wyznaczać promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny i w trójkąt równoramienny, wyznaczać promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym i na trójkącie równoramiennym-znając długości boków trójkąta; ∂ rozpoznawać trójkąty przystające; ∞ stosować cechy przystawania trójkątów w rozwiązywaniu zadań; ∂ rozpoznawać trójkąty podobne; ∞ stosować cechy podobieństwa trójkątów w rozwiązywaniu zadań(w tym również umieszczone w kontekście praktycznym).</p>	<p>∂ pozna twierdzenie o środkowych w trójkącie; ∂ przypomni sobie twierdzenie o symetralnych boków trójkąta; ∂ przypomni sobie twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta; ∂ przypomni sobie pojęcie trójkątów przystających oraz cechy przystawania trójkątów; ∞ przypomni sobie pojęcie trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów.</p>
II	<p>1. Geometria płaska-pole koła, pole trójkąta(7 godzin) Tematyka ∞ Pole figury geometrycznej. ∂ Pole trójkąta. ∞ Pola trójkątów podobnych. ∂ Pole koła, pole wycinka koła.</p>	<p>Uczeń potrafi: ∞ obliczyć pole figury, wykorzystując podział tej figury na rozłączne części; ∞ stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów; ∞ stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach(np. długość wysokości, długość promienia koła wpisanego w trójkąt); ∞ zastosować twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu zadań; ∞ zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań.</p>	<p>Uczeń: ∞ pozna pojęcie pola figury; ∂ przypomni sobie stosowane wcześniej wzory na pole trójkąta(np. $P = \cdot a \cdot ha$); ∞ pozna nowe wzory na pole trójkąta(np. $P = \cdot a \cdot b \cdot \sin\gamma$); ∞ pozna twierdzenie dotyczące pól trójkątów podobnych; ∂ przypomni sobie wzór na pole koła i długość okręgu; ∞ pozna wzór na pole wycinka koła i wzór na długość łuku okręgu.</p>
II	<p>2. Geometria płaska – czworokąty(8 godzin) Tematyka ∂ Podział czworokątów. ∂ Trapezy. ∂ Równoległoboki. ∂ Trapezoidy. \rightarrow Okrąg opisany na czworokącie. \rightarrow Okrąg wpisany w czworokąt. ∞ Podobieństwo. Podobieństwo czworokątów.</p>	<p>Uczeń potrafi: ∂ posługiwać się własnościami czworokątów w rozwiązywaniu zadań; ∞ stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących wielokątów; ∞ stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych; ∞ stosować własności podobieństwa w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym(np. dotyczących planu, mapy, skali).</p>	<p>Uczeń: ∂ przypomni sobie podział czworokątów; ∂ przypomni sobie niektóre własności czworokątów; ∞ pozna twierdzenie o linii łączącej środki ramion trapezu; \rightarrow pozna twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt; ∞ pozna pojęcie podobieństwa i jego własności; ∞ nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące mapy, planu, skali mapy.</p>
II	<p>3 Geometria płaska-pole czworokąta(8 godzin) Tematyka ∂ Pole równoległoboku. ∂ Pole trapezu. ∞ Pola figur podobnych.</p>	<p>Uczeń potrafi: ∞ obliczyć pole figury, wykorzystując podział tej figury na rozłączne części; ∞ stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów;</p>	<p>Uczeń: ∂ przypomni sobie wzory na pola czworokątów(kwadratu, prostokąta, równoległoboku, rombu, trapezu); ∞ pozna nowe wzory na pole</p>



		<ul style="list-style-type: none"> ∞ stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach (np. długość wysokości, długość promienia koła wpisanego w trójkąt); ∞ zastosować twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu zadań; ∞ zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań. 	<ul style="list-style-type: none"> czworokąta; ∞ pozna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych.
II	<p>4. Funkcja i jej własności (12 godzin) Tematyka</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ Pojęcie funkcji, funkcja liczbowa. ∞ Dziedzina i zbiór wartości funkcji. ∞ Sposoby opisywania funkcji. ∞ Wykres funkcji. ∞ Miejsce zerowe funkcji. ∞ Monotoniczność funkcji Δ. Różnowartościowość funkcji. ∞ Najmniejsza i największa wartość funkcji. ∞ Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu. → Pochodna funkcji. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ odróżnić przyporządkowanie, które jest funkcją, od przyporządkowania, które funkcją nie jest; ∞ opisywać funkcje na różne sposoby (grafem, wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym); ∞ wskazać wykres funkcji liczbowej; ∞ wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej; ∞ określić zbiór wartości funkcji (proste przykłady); ∞ obliczyć miejsca zerowe funkcji; ∞ określić na podstawie wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartość największą i najmniejszą funkcji, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie (maleje, jest stała) oraz zbiory, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne); ∞ sporządzić wykres funkcji spełniającej podane warunki; ∞ podać opis matematyczny zależności dwóch zmiennych w postaci funkcji; ∞ odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji, dotyczące różnych zjawisk, np. przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych, chemicznych; ∞ przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru funkcji lub wykresu funkcji. → wyznaczać pochodne niektórych funkcji. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ przypomni sobie pojęcie funkcji; ∞ pozna różne sposoby opisywania funkcji (graf, wzór, tabela, wykres, opis słowny); ∞ przypomni sobie takie pojęcia jak: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej; ∞ pozna pojęcie monotoniczności funkcji; ∞ pozna wykresy niektórych funkcji; ∞ pozna pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji; ∞ nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu; ∞ nauczy się szkicować wykres funkcji o podanych własnościach; ∞ nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji; → pozna pojęcie pochodnej funkcji → pozna wzory na wyznaczanie pochodnych niektórych funkcji.
II	<p>5. Przekształcenia wykresów funkcji (6 godzin) Tematyka</p> <ul style="list-style-type: none"> → Wektor w układzie 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> → obliczyć współrzędne wektora i długość wektora; → dodać i odjąć wektory, pomnożyć wektor przez liczbę; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> → pozna pojęcie wektora w układzie współrzędnych; → nauczy się dodawać i odejmować wektory oraz



	<p>współrzędnych.</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX. ∞ Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY. → Przesunięcie równoległe o wektor $w = [p, q]$. ∞ Symetria osiowa względem osi OX. ∞ Symetria osiowa względem osi OY. Δ Symetria środkowa względem początku układu współrzędnych. 	<ul style="list-style-type: none"> → stosować pojęcie wektorów równych i przeciwnych w rozwiązaniach prostych zadań; ∞ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a)$; ∞ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x) + b$; → na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a) + b$; ∞ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(x)$; ∞ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(-x)$; Δ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(-x)$. 	<ul style="list-style-type: none"> mnożyć wektor przez liczbę; → poznać pojęcie wektorów przeciwnych; → poznać pojęcie przesunięcia równoległego; ∞ nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OX i OY; → nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji o dowolny wektor; Δ poznać pojęcie symetrii osiowej; Δ nauczy się przekształcać wykres funkcji względem początku układu współrzędnych.
<p style="text-align: center;">II</p>	<p>6. Funkcja liniowa(12 godzin) Tematyka</p> <ul style="list-style-type: none"> ∂ Proporcjonalność prosta. ∞ Funkcja liniowa. Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej. ∞ Własności funkcji liniowej. ∞ Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych. ∞ Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego. ∂ Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. ∂ Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. Δ Układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi. ∂ Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∂ sporządzić wykres proporcjonalności prostej oraz podać jej własności; ∂ zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań; ∂ sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu; ∞ znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach; ∞ wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań; ∞ wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danej funkcji liniowej; ∞ stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego; ∂ rozwiązywać równania oraz nierówności liniowe z jedną niewiadomą oraz interpretować je graficznie; ∂ rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą; ∂ stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi; Δ graficznie przedstawiać nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi oraz opisywać podane zbiory za pomocą 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∂ przypomni sobie informacje o proporcjonalności prostej; ∞ przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej; ∞ pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej; ∞ przypomni sobie własności funkcji liniowej; ∞ nauczy się znajdować równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe lub prostopadłe do danej funkcji liniowej; ∞ nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego; ∂ przypomni sobie, jak się rozwiązuje równania i nierówności liniowe; ∂ przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; Δ nauczy się opisywać zbiory za pomocą układów nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.



		układów równań i nierówności z dwiema niewiadomymi.	
II	<p>7 Funkcja kwadratowa(14 godzin) Tematyka</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ Jednomian kwadratowy, trójmian kwadratowy. ∞ Przekształcenia wykresów funkcji kwadratowych. ∞ Postać ogólna i postać kanoniczna funkcji kwadratowej. ∞ Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej. ∞ Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym. ∞ Badanie trójmianu kwadratowego, zadania optymalizacyjne. ∞ Równania kwadratowe. ∞ Nierówności kwadratowe. ∞ Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji; ∞ sporządzić wykres funkcji kwadratowej i zbadać jej własności na podstawie wykresu; ∞ wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji kwadratowej; ∞ przekształcać wykresy funkcji kwadratowych; ∞ wyznaczyć wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu; ∞ wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej i postać iloczynową funkcji kwadratowej; ∞ sprawnie zamieniać jedną postać funkcji kwadratowej na inną(postać kanoniczna, iloczynowa, ogólna); ∞ sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie, zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów; ∞ rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych; ∞ wyznaczyć wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym; ∞ rozwiązywać zadania(w tym również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej(zadania optymalizacyjne); ∞ rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych; ∞ przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej; ∞ opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności; ∞ nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej; ∞ nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych; ∞ nauczy się przekształcać wykresy funkcji kwadratowych; ∞ pozna metodę rozwiązywania równań kwadratowych; ∞ pozna metodę rozwiązywania nierówności kwadratowych; ∞ nauczy się znajdować największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym; ∞ nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych; ∞ nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań(w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym).
III	<p>1. Wielomiany(16 godzin) Tematyka</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ Wielomian jednej zmiennej stopnia $n(n \geq 1)$. ∞ Równość wielomianów. ∞ Dodawanie odejmowanie, mnożenie 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem; ∞ dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany; ∆ podzielić wielomiany; ∆ zastosować twierdzenie Bezouta 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ pozna definicję wielomianu stopnia $n(n \geq 1)$ jednej zmiennej; ∞ pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować;



	<p>wielomianów. Δ Dzielenie wielomianów. ∞ Pierwiastek wielomianu, pierwiastek wielokrotny. Δ Twierdzenie Bezouta. ∞ Rozkład wielomianów na czynniki. ∞ Równania wielomianowe. ∞ Zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.</p>	<p>i twierdzenie o reszcie w rozwiązaniach zadań; ∞ rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias; ∞ rozwiązać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki; ∞ rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych; ∞ rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, stosując poznane definicje i twierdzenia.</p>	<p>∞ nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany; Δ nauczy się dzielić wielomian przez wielomian; ∞ pozna pojęcie pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu; Δ pozna twierdzenie Bezouta i nauczy się je stosować; ∞ pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki (wyłączanie czynnika poza nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów); ∞ nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe; ∞ nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.</p>
III	<p>2. Elementy geometrii analitycznej (12 godzin) Tematyka \rightarrow Wektor w układzie współrzędnych - powtórzenie wiadomości. ∞ Odległość punktów w układzie współrzędnych. ∞ Współrzędne środka odcinka. ∞ Równanie kierunkowe prostej. ∞ Równanie ogólne prostej. ∞ Równoległość prostych. ∞ Prostopadłość prostych. \rightarrow Odległość punktu od prostej. ∞ Równanie okręgu.</p>	<p>Uczeń potrafi: ∞ obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych; ∞ wyznaczyć współrzędne środka odcinka; \rightarrow zastosować informacje o wektorze w układzie współrzędnych do rozwiązywania prostych zadań; ∞ znaleźć równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym; ∞ zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych; \rightarrow stosować wzór na obliczanie odległości punktu od prostej w zadaniach; ∞ posługiwać się równaniem okręgu; ∞ przekształcić równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytać współrzędne środka i promień okręgu; ∞ wyznaczyć równanie okręgu o zadanych własnościach; ∞ wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;</p>	<p>Uczeń: \rightarrow przypomni sobie podstawowe informacje o wektorze w układzie współrzędnych; ∞ przypomni sobie, jak oblicza się odległość punktów w układzie współrzędnych; ∞ pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka; ∞ przypomni sobie informacje o równaniu kierunkowym prostej; ∞ nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej; ∞ przypomni sobie warunki na równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych; \rightarrow pozna wzór na obliczanie odległości punktu od prostej; ∞ nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej; ∞ nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu; ∞ nauczy się zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach (np. stycznego do jednej z osi układu); ∞ nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;</p>



<p style="text-align: center;">III</p>	<p>3. Funkcje wymierne(12 godzin) Tematyka</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ Definicja funkcji wymiernej, dziedzina funkcji wymiernej. ∞ Działania na wyrażeniach wymiernych(dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie). ∞ Proporcjonalność odwrotna i jej własności. ∞ Proste równania wymierne. Δ Proste nierówności wymierne. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji; ∞ wyznaczać dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych lub kwadratowych za pomocą grupowania wyrazów, stosowania wzorów skróconego mnożenia, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias; ∞ obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej; ∞ skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne; ∞ dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne; ∞ szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji; ∞ rozwiązywać zadania z proporcjonalnością odwrotną; ∞ rozwiązywać proste równania wymierne; Δ rozwiązywać proste nierówności wymierne prowadzące do nierówności liniowych lub nierówności kwadratowych; ∞ rozwiązywać zadania(również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ pozna definicję funkcji wymiernej; ∞ nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej; ∞ nauczy się skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne; ∞ nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne; ∞ nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej; ∞ nauczy się szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji; ∞ nauczy się rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną; ∞ nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne; Δ nauczy się rozwiązywać proste nierówności wymierne(dające się sprowadzić do nierówności stopnia co najwyżej drugiego).
<p style="text-align: center;">III</p>	<p>4. Ciągi(16 godzin) Tematyka</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ Określenie ciągu, ciąg liczbowy. ∞ Sposoby opisywania ciągów. ∞ Monotoniczność ciągu. ∞ Ciąg arytmetyczny. ∞ Ciąg geometryczny. ∞ Oprocentowanie lokat i kredytów(procent prosty i procent składany). 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ określać ciąg wzorem ogólnym; ∞ wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym; ∞ narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu; ∞ zbadać monotoniczność ciągu; ∞ zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym; ∞ wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych; ∞ wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; ∞ rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego; ∞ zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym; ∞ wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych; ∞ wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ pozna definicję ciągu; ∞ pozna sposoby opisywania ciągów(wzór ogólny, wykres); ∞ pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu; ∞ pozna definicję ciągu arytmetycznego; ∞ pozna własności ciągu arytmetycznego; ∞ nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego(n-ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów tego ciągu, średnia arytmetyczna); ∞ pozna definicję ciągu geometrycznego; ∞ pozna własności ciągu



		<ul style="list-style-type: none"> ∞ rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego; ∞ rozwiązywać zadania stosując wzory na n-ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym; ∞ stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów. 	<ul style="list-style-type: none"> geometrycznego; ∞ nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego(n-ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna); ∞ pozna pojęcie procentu prostego i składanego; ∞ nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów.
III	<p>5. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna(10 godzin) Tematyka</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie. ∞ Funkcja wykładnicza i jej własności. ∞ Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym. ∞ Logarytm-powtórzenie wiadomości. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; ∞ stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań; ∞ odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji; ∞ sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw; ∞ przekształcać wykresy funkcji wykładniczych; ∞ opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów; ∞ rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym; ∞ obliczać logarytm liczby dodatniej; ∞ stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym; ∞ będzie doskonalił umiejętności wykonywania działań na potęgach; ∞ pozna pojęcie funkcji wykładniczej; ∞ pozna własności funkcji wykładniczej; ∞ nauczy się stosować własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań; ∞ przypomni sobie pojęcie logarytmu; ∞ przypomni sobie własności logarytmów i ich zastosowanie w rozwiązywaniu zadań;
III	<p>6. Elementy kombinatoryki(10 godzin) Tematyka</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych. ∞ Zasada mnożenia. ∞ Drzewa stochastyczne. ∞ Symbol silni. Δ Permutacje. Δ Wariacje z powtórzeniami. Δ Wariacje bez powtórzeń. Δ Kombinacje. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych; ∞ stosować zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań; ∞ rozwiązywać pewne zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa; ∞ stosować symbol silni; Δ obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń i kombinacji; ∞ rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych; ∞ pozna zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować; ∞ nauczy się przedstawiać pewne sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań; ∞ pozna symbol silni i nauczy się go stosować; Δ pozna pojęcie permutacji, wariacji z powtórzeniami i wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji; Δ nauczy się obliczać liczbę permutacji, wariacji



			z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji; ∞ nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne.
III	<p>6. Rachunek prawdopodobieństwa(10 godzin) Tematyka</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ Doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, zdarzenie, działania na zdarzeniach. ∞ Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa. ∞ Własności prawdopodobieństwa. ∞ „Klasyczna definicja prawdopodobieństwa”. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ określić zbiór(skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc; ∞ wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu; ∞ obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”; ∞ stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań; ∞ wykorzystywać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa; ∞ obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ pozna takie pojęcia, jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe; ∞ nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu; ∞ nauczy się znajdować sumę zdarzeń, różnicę zdarzeń, iloczyn zdarzeń oraz zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia; ∞ pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa; ∞ pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować w rozwiązywaniu zadań; ∞ pozna „klasyczną definicję prawdopodobieństwa”; ∞ nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”.
IV	<p>1. Elementy statystyki opisowej(9 godzin) Tematyka</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ Dane statystyczne i ich klasyfikacja. ∞ Średnia z próby. ∞ Mediana z próby. ∞ Odchylenie standardowe z próby. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, odchylenie standardowe z próby; ∞ interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne; ∞ odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów; ∞ przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów; ∞ przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych; ∞ porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ dowie się, na czym polega klasyfikacja danych statystycznych; ∞ nauczy się obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby; ∞ nauczy się interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne.
IV	<p>2. Geometria przestrzenna(18 godzin) Tematyka</p>	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ∞ pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn



	<ul style="list-style-type: none">∞ Płaszczyzny i proste w przestrzeni.∞ Rzut prostokątny na płaszczyznę, kąt między prostą a płaszczyzną.∞ Kąt dwuścienny, kąt liniowy kąta dwuściennego.ΔWielościany, pole powierzchni wielościanu, objętość wielościanu.∂ Graniastosłupy-podział, pole powierzchni, objętość.∂ Ostrosłupy – podział, pole powierzchni, objętość.∂ Bryły obrotowe-walec, stożek, kula; pole powierzchni i objętość brył obrotowych.	<p>przestrzeni;</p> <ul style="list-style-type: none">∞ poprawnie narysować wielościany(graniastosłupy, ostrosłupy) i bryły obrotowe;∞ wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości;∞ podać własności figur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy czy bryły obrotowe;∂ rysować siatki figur przestrzennych;∂ wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych;∞ wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii.	<p>w przestrzeni;</p> <ul style="list-style-type: none">∞ pozna wzajemne położenie prostej i płaszczyzny;∞ nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną;∞ pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego;∂ przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach;∂ przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach;∂ przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych.
IV	3. Powtórzenie materiału i przygotowanie do matury (25 godzin) Tematyka Arkusze maturalne	<ul style="list-style-type: none">∞ rozwiązywać zadania maturalne typu zamkniętego i otwartego	<ul style="list-style-type: none">∞ Uczeń powtórzy i usystematyzuje materiał nauczania

3 Procedury osiągnięcia celów

Cele jakie stawia ten program mają kształtować kompetencje kluczowe w zakresie matematyki, które obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji (myślenie logiczne i przestrzenne oraz prezentacja np. wykresy, tabele, modele matematyczne).

Jak wiemy, rozwijanie umiejętności matematycznych wpływa na rozwój intelektualny człowieka. Matematyka uczy logicznego myślenia i wnioskowania. Program ten ma na celu ukształtowanie także kompetencji zawodowych takich jak:

- sprawność obliczania i szacowania wyników,
- umiejętność przetwarzania danych liczbowych,
- rozwijanie pamięci,
- interpretacji wyników itp.

Na lekcjach matematyki uczeń nabywa umiejętności precyzyjnego wysławiania się, co pomaga mu w komunikowaniu się z innymi.

Pierwszym działem realizowanym jest logika. Tematyka ta pozwoli na zrozumienie budowy definicji i twierdzenia matematycznego (założenie, teza), umożliwi rozwijanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi, precyzyjnego zapisu matematycznego oraz umożliwi kształcenie umiejętności logicznego wnioskowania. Zadania rozwiązywane na każdym etapie nauczania pozwolą na zdobycie umiejętności w zakresie: interpretowania tekstu matematycznego, rozwiązywanie ciekawych problemów zarówno z geometrii jak i z algebry, używania prostych obiektów matematycznych, prostego modelowania matematycznego, stosowania strategii wynikającej z treści zadania. Przykłady zaczerpnięte z życia codziennego pozwolą dostrzec uczniowi prawidłowości matematyczne w otaczającym go świecie i wpłyną na rozwijanie jego praktycznych umiejętności.

Uczeń nabeździe umiejętność zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji. Opanuje umiejętność oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia.

Osiągnięcie zamierzonych celów kształcenia może odbywać się również przez uczestnictwo uczniów w kołach matematycznych, kołach interdyscyplinarnych, a także w konkursach matematycznych i w olimpiadzie matematycznej.

3.1 Metody i formy pracy

W celu osiągnięcia założeń programu, kształtowania umiejętności i postaw ucznia, niezbędne jest wykorzystanie odpowiednich metod oraz form pracy z uczniami. Poniżej prezentuję niektóre metody i formy pracy przydatne do realizacji założeń tego programu, o szczególnych walorach kształcących, a zwłaszcza zapewniających możliwość rozwijania matematycznych kompetencji kluczowych.



Tabela 3. Metody i formy pracy przydatne do realizacji MKKE

Metody i techniki nauczania	Charakterystyka	Wartość metody	Zastosowanie (dla rozwoju MKKE)
ćwiczenia	Wyzwała aktywność odtwórczą i twórczą uczniów w sytuacji odpowiednio dobranych i uporządkowanych zadań do rozwiązania przez uczniów. Pozwala dostrzegać różnorodne zastosowania nabywanej wiedzy i budować przekonanie o jej użyteczności. Odpowiednio dobrany układ zadań może organizować lekcje problemową, albo pozwala obserwować określone prawidłowości prowadzące do sformułowania hipotezy.	budowanie przekonania o celowości systematycznej nauki	doskonalenie umiejętności (W2); konstruowanie lub odkrywanie nowych informacji (W3, U3, U4)
praca z tekstem	Rozwija aktywność twórczą, samodzielność i wytrwałość w zdobywaniu nowej wiedzy pod warunkiem dobrania tekstów odpowiednio do możliwości uczniów.	rozwój krytycznego myślenia	wdrażanie do samokształcenia (U3, U4)
wykład problemowy ilustrowany	Prezentacja wzorów analitycznego i syntetycznego myślenia nauczyciela, wzorów formułowania problemów, prezentacja wzorcowych sposobów rozwiązań, powiązana z wizualizacją odwołującą się do różnych typów sensomotorycznych, z możliwością zadania pytań.	konstrukcja logiczna, jasność wyводу	wprowadzanie nowych trudnych wiadomości, nauka notowania (W1, U2)
obserwacja	Rejestrowanie wyników obliczeń wykonywanych na papierze lub kalkulatorze czy efektów „eksperymentów” przeprowadzanych za pomocą kalkulatora graficznego lub komputera oraz redagowanie wniosków dotyczących wyników tych działań. Dostrzeganie zastosowań matematyki w sytuacjach życia codziennego oraz przyszłym działaniu zawodowym.	budowanie hipotez na podstawie obserwacji wyników uzyskanych za pomocą kalkulatora i komputera	gromadzenie spostrzeżeń i obserwacji na temat obiektów matematycznych (W3, W4, U3, U1)
gra dydaktyczna	Występujący element zabawy i rywalizacji w naturalny sposób angażuje uczestników, rozwija umiejętność przewidywania i myślenie strategiczne. Gry mogą wykorzystywać własności struktur matematycznych.	autentyzm reguł działania	doskonalenie umiejętności (W2, W5, P3)
burza mózgów	Brak wartościowania pomysłów jest zachętą dla uczestników do zgłaszania własnych propozycji rozwiązania problemu. Powinna być zakończona dyskusją wartościującą te pomysły, z argumentacją uzasadniającą ich wartość.	wytworzenie w krótkim czasie wielu pomysłów	"rozgrzewka" umysłowa (P1, P2, P3)
"dywanik albo ściana pomysłów"	Może stanowić zakończenie "burzy mózgów". Uczniowie przygotowują indywidualnie pomysły rozwiązania problemu i umieszczają na zawieszonym arkuszu. Następnie uczniowie dokonują wyboru najlepszego pomysłu poprzez "głosowanie" (każdy uczeń dysponuje jednym punktem).	konieczność prezentacji swojego stanowiska przez każdego ucznia	wyбір najlepszego rozwiązania (U2, P1, P3)
dyskusja	Rozwija umiejętności komunikacyjne, umiejętności dobierania argumentacji, jasnego wypowiedzenia swoich sądów, umiejętność podejmowania decyzji, jednak angażuje tylko część uczniów.	różnorodność wiedzy i poglądów, możliwość prezentacji swojego zdania	np. ustalanie planu rozwiązania problemu (U1, P2, P3)



„śnieżna kula"	Odmiana dyskusji pozwalająca przechodzić od pracy indywidualnej do pracy w grupach, a kończy się pracą zbiorową. Angażuje przez cały czas wszystkich uczestników zarówno w wytwarzaniu pomysłów, jak i ocenie stanowiska.	możliwość dokonania oceny różnych pomysłów	negocjowanie i uzgadnianie stanowiska (U1, P2, P3)
Projekt edukacyjny	Pozwala na wykorzystanie zdobytej wiedzy do rozwiązywania rzeczywistych problemów praktycznych przez grupę uczniów o różnym poziomie osiągnięć matematycznych z wykorzystaniem uzdolnień poszczególnych członków zespołu	Podnosi samoocenę i buduje poczucie własnej wartości	Przedsięwzięcie na rzecz środowiska (W2, W3, U1)

3.2 Ocenianie osiągnięć ucznia

W szkole ponadgimnazjalnej wskazane jest stosowanie bieżących, semestralnych i końcoworocznych metod oceny wiedzy i umiejętności matematycznych ucznia.

Podczas zajęć edukacyjnych ocenie nauczycielskiej podlegają:

1. Prace pisemne (długie – prace klasowe – zapowiedziane wcześniej z większej partii materiału; krótkie- sprawdziany – z ostatnich dwóch, trzech lekcji).
2. Odpowiedzi ustne.
3. Prace domowe.
4. Aktywność ucznia na lekcji.
5. Projekty edukacyjne.
6. Prace długoterminowe.

Nauczyciel stosuje obowiązującą skalę ocen 1-6 zgodnie z wewnątrzszkolnym systemem oceniania (WSO) oraz przedmiotowym systemem oceniania (PSO), uzgodnionym w zespole nauczycieli matematyki danej szkoły.

Poniżej przedstawiono propozycję hierarchizacji wymagań na poszczególne oceny:

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- ⇒ intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- ⇒ rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- ⇒ rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- ⇒ potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- ⇒ stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- ⇒ podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- ⇒ wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- ⇒ zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- ⇒ sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach.

- ⇒ korzysta z kalkulatora;
- ⇒ zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- ⇒ stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- ⇒ naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- ⇒ samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- ⇒ sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- ⇒ przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- ⇒ intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- ⇒ wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- ⇒ zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- ⇒ rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- ⇒ rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- ⇒ ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- ⇒ zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- ⇒ posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- ⇒ samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- ⇒ przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- ⇒ potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- ⇒ korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- ⇒ stosuje nowe twierdzenia;
- ⇒ ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);
- ⇒ zna dowody twierdzeń objętych programem;
- ⇒ rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- ⇒ skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- ⇒ analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- ⇒ rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych.

Stopień celujący:

Uczeń:

- ⇒ analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- ⇒ zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- ⇒ potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- ⇒ zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;

- ⇒ buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- ⇒ stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- ⇒ poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- ⇒ uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

Poniżej przedstawiam przykład zastosowania podanych kryteriów do hierarchizowania wymagań dla działu funkcje.

Stopień dopuszczający:

Uczeń potrafi:

- wskazać wśród typowych przyporządkowań te które są funkcjami;
- podać przykład funkcji;
- przedstawić daną funkcję różnymi sposobami;
- rozpoznać wykresy przedstawiające funkcje;
- wskazać zbiór wartości i dziedzinę danej funkcji określonej grafem, tabelką, opisem słownym.

Stopień dostateczny:

Uczeń potrafi:

- podać definicje: funkcji, miejsca zerowego, dziedziny, zbioru wartości i wykresu funkcji;
- wyznaczyć miejsca zerowe funkcji danej wzorem (rozwiązać równanie pierwszego stopnia);
- wyznaczyć dziedzinę funkcji określonej wzorem typu: $y=ax+b$, $y=ax^2+bx+c$, $y=a/(x-p)+q$;
- wykonać wykres funkcji określonej grafem, tabelką, opisem słownym;
- odczytać z wykresu funkcji zbiór jej wartości, argumentów, miejsca zerowe;
- odczytać z wykresu funkcji argument dla danej wartości i wartość dla danego argumentu;
- sprawdzić czy dany punkt należy do wykresu funkcji danej wzorem;
- obliczyć wartość funkcji danej wzorem dla podanego argumentu;
- wyznaczyć punkty przecięcia wykresu funkcji z osiami układu współrzędnych;
- wskazać funkcje rosnące, malejące, stałe wśród funkcji danych wykresami;
- wskazać na podstawie wykresu przedziały, w których funkcja jest rosnąca malejąca, stała lub przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie, nieujemne.

Stopień dobry:

Uczeń potrafi:

- naszkicować wykres funkcji o zadanych podstawowych własnościach (miejsca zerowe, dziedzina, zbiór wartości, monotoniczność);
- odczytać z wykresu najmniejszą i największą wartość funkcji;
- wyznaczać argumenty dla których dane proste funkcje f i g przyjmują te same wartości.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń potrafi:

- podać definicję funkcji rosnącej, malejącej, stałej, różnowartościowej;

- zbadać monotoniczność funkcji korzystając z definicji;
- naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach;
- opisać prostą sytuację z życia codziennego w postaci wzoru funkcji;
- podać przykład wzoru funkcji o określonych własnościach,
- wyznaczyć zbiory argumentów, dla których dana funkcja f przyjmuje wartości mniejsze (większe) niż dana funkcja g w prostych przypadkach;
- odczytywać i interpretować informacje dotyczące zjawisk fizycznych, chemicznych, ekonomicznych na podstawie wykresu funkcji.

Stopień celujący:

Uczeń potrafi:

- podać definicję pochodnej funkcji;
- wyznaczać pochodne prostych funkcji;
- przetworzyć informacje dane wzorem lub wykresem funkcji (np. odczytać z wykresu wzór i dziedzinę funkcji lub wywnioskować własności funkcji na podstawie jej wzoru i dziedziny).

3.3 Środki dydaktyczne

Środki dydaktyczne:

- Wykonywanie siatek i modeli figur przestrzennych – w ten sposób rozwijana jest wyobraźnia przestrzenna uczniów.
- Wykorzystanie telewizji edukacyjnej, filmów edukacyjnych, komputerów-jest elementem edukacji medialnej; daje możliwość prezentowania różnych modeli matematycznych; zwiększa atrakcyjność prezentowanego materiału.
- Analizowanie informacji z prasy, np.: danych giełdowych, kursu walut, zmian cen różnych towarów na rynku itp.
- Wykorzystanie środków mnemotechnicznych.
- Wykorzystanie tekstów, publikacji matematycznych.

Oprzyrządowanie i obudowa dydaktyczna programu:

- Podręcznik i zbiór zadań do klasy pierwszej, drugiej i trzeciej autorstwa: K.Kłaczko, M.Kurczab, E.Świda,
- Plan Wynikowy nauczania matematyki w liceach i technikum na podstawie programów DKOS -5002-05/08,
- Zbiór zadań maturalnych wydawnictwa Pazdro.

Warunkiem niezbędnym do realizacji tego programu jest pracownia matematyczna oraz nauczyciel posiadający wykształcenie wyższe z przygotowaniem pedagogicznym.

Niezbędne są także odpowiednio dobrane podręczniki, zbiory zadań uzupełnione o zadania dotyczące zawodu technika geodety. Niezbędnym wyposażeniem sali są także tablice matematyczne, modele brył, kalkulatory.

Warunkiem realizacji założeń tego programu są odpowiednio dobrane metody i formy pracy z uczniem oraz współpraca nauczyciela matematyki z nauczycielami przedmiotów zawodowych.

Powyższy program nie wymaga koniecznie sprzętu multimedialnego, jednak do realizacji jego założeń, nowoczesnie wyposażona pracownia byłaby niezwykle przydatna.



Laptop, rzutnik, czy też tablica interaktywna byłyby wykorzystywane do nowoczesnych metod pracy.

4 Ewaluacja

Poniżej przedstawiam projekt ewaluacji, który ma sprawdzić (na różnych etapach) czy program spełnia wymagania programu rozwijającego MKKE oraz czy skutki wprowadzenia programu są zgodne z oczekiwaniami realizatorów projektu „Szkoła kluczowych kompetencji”.

Tabela nr 4. Projekt ewaluacji programu

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacje danych / raport
Przed rozpoczęciem realizacji programu	Projekt autorskiego programu nauczania	Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia: 1. zasoby realizatora 2. potrzeby i ograniczenia odbiorców 3. możliwości rozwijania MKKE 4. poprawność konstrukcyjną? 5. Czy projekt zawiera propozycję oceny jego skuteczności? 6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu jego oceny?	Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny (Aneks V, [2]). j. w. j. w. Odpowiedź „tak”. Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny (Aneks V[2]).	Studium przypadku; analiza wyników diagnozy zawartości KK oraz danych z arkusza oceny programu.	Szkoła uczestnicząca w Projekcie.	Raport ewaluacyjny



W czasie realizacji programu	Skuteczność programu	1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu? 2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych? 3. Na ile realizacja projektu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły? 4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	Wyższe o 50% niż ponoszone dotychczas. Zakupienie min. dwóch rodzajów pomocy dydaktycznych. Wzrost o 20% liczby hospitacji dyr.; udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym. Przewaga metod aktywizujących nad podającymi.	Analiza dokumentów. j. w. Analiza dokumentów m.in. wyników monitoringu. Analiza dokumentów. Obserwacja.		Raport ewaluacyjny j. w. j. w. Raport ewaluacyjny
Na koniec realizacji programu	Skuteczność programu	5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt? 6. W jakim stopniu w wyniku realizacji programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?	Co najmniej przeciętne wyniki w skalach KI(kontakty interpersonalne) i JK(jakość nauczania) arkusza, Aneks VI.,[2]. Wzrost o min. 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE.	Ankietowane uczniów. Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”.	Wszyscy uczestnicy j. w.	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu. j. w. oraz promocja szkoły w środowisku



Po pewnym czasie od realizacji programu (min. po roku)	Skuteczność programu	7. Na ile trwałe są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?	Wzrost min. o 20% średniego wyniku matury z matematyki.	Analiza dokumentów (z wynikami egzaminu maturalnego)	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie.
--	----------------------	---	---	--	--------------------	---



Bibliografia

- [1] B.Podobińska, K.Skałuba, *„Propozycja kryteriów ocen z matematyki w szkole średniej”*, Wydawnictwo „Dla szkoły”, Bielsko-Biała 1998
- [2] M.Sobczak, *„Założenia, zasady opracowania i modyfikacji programu kształcenia kompetencji kluczowych w zakresie matematyki”*, Lublin 2009.
- [3] ZALECENIE PARLAMENTU EUROPEJSKIEGO I RADY EUROPY z 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie(2006/962/WE).
- [4] Standardy wymagań będące podstawą przeprowadzania egzaminu maturalnego z matematyki(wg rozporządzenia MEN z dn. 28.08.07, Dz.U. z dnia 31 sierpnia 2007r. Nr 157, poz. 1102).
- [5] Rozporządzenie MEN z dnia 8 czerwca 2009 r. w sprawie dopuszczenia do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczenia do użytku szkolnego podręczników(Dz. U. Nr. 89, poz. 730).



Autor
Elżbieta Zalech

MATEMATYKA

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

**Technikum nr 1
w Zespole Szkół Zawodowych nr 1
w Białej Podlaskiej**

Lublin 2009





Spis treści

Notatka o autorze.....	5
Wprowadzenie.....	5
1. Założenia programu.....	7
2. Ogólne cele edukacyjne.....	8
3. Szczegółowe cele nauczania i wychowania.....	10
4. Materiał nauczania.....	13
5. Szczegółowy materiał nauczania i założone osiągnięcia uczniów.....	14
6. Procedury osiągania celów.....	19
7. Metody oceny osiągnięć uczniów.....	22
8. Obudowa dydaktyczna.....	24
9. Ewaluacja programu.....	25
Bibliografia.....	27



Notatka o autorze

Elżbieta Zalech – absolwentka Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego. Obecnie jako nauczyciel dyplomowany pracuje w Zespole Szkół Zawodowych nr 1 w Białej Podlaskiej. W latach 2000-2002 pełniła funkcję doradcy metodycznego matematyki dla wszystkich typów szkół na terenie miasta Biała Podlaska. Ukończyła studia podyplomowe „Matematyka w Nowej Szkole” i „Przygotowanie kadry do prowadzenia kształcenia ustawicznego na odległość”. Wielokrotnie pełniła funkcję egzaminatora i weryfikatora egzaminu maturalnego z matematyki. Opublikowała artykuły i scenariusze zajęć w Biuletynie Informacyjno-Metodycznym miasta Biała Podlaska oraz ogólnopolskim czasopiśmie „Matematyka w Szkole”.

Wieloletnie poszukiwania nowych rozwiązań w pracy dydaktycznej zaowocowały opracowaniem poniższego programu nauczania matematyki przeznaczonego do realizacji w czteroletnim technikum w zawodzie: technik ekonomista.

Wprowadzenie

Inspiracją do opracowania programu „*Matematyka*” jest udział w Projekcie realizowanym przez Wyższą Szkołę Ekonomii i Innowacji w Lublinie o nazwie „SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI. Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej”.

Program „*Matematyka*” jest modyfikacją *Programu nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, profilowanego i technikum – Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym* (Nr dopuszczenia DKOS-5002-79/07) Wydawnictwa *Nowa Era* autorstwa: Wojciecha Babińskiego, Katarzyny Hall, Doroty Ponczek.

Niniejsza modyfikacja programu została opracowana z uwzględnieniem:

- Podstawy programowej matematyki dla liceum i technikum (zakres podstawowy) podpisana przez Ministra Edukacji Narodowej 23 sierpnia 2007 roku;
- Standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania egzaminu maturalnego z matematyki - Rozporządzenie MEN z dnia 28 sierpnia 2007 roku;
- Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady Europejskiej z dnia 18 grudnia 2006 roku w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie.

Okolo 60% uczniów Technikum nr 1 to młodzież pochodząca z terenów wiejskich, dojeżdżająca codziennie do szkoły. Brak systematyczności, szybkie zniechęcanie się do pokonywania trudności i problemy z całościowym opanowaniem treści matematycznych sprawiają, że uczniowie osiągają słabe wyniki na egzaminie maturalnym z matematyki. Od roku 2010 wszyscy absolwenci będą zobowiązani do obowiązkowej matury matematyki. Ważnym aspektem przy opracowywaniu tego programu był także wzrost kompetencji zawodowych uczniów niezbędnym w dalszej pracy zawodowej.

Dlatego poniższy program nauczania:

- jest ukierunkowany na rozwijanie kompetencji kluczowych w aspekcie zidentyfikowanych uwarunkowań regionalnych i lokalnych w oparciu o dokumenty:
 - a) „Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych oświaty oraz rynku pracy w województwie lubelskim”;
 - b) „Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych oświaty oraz rynku pracy – Zespół Szkół Zawodowych nr 1 im. Komisji Edukacji Narodowej w Białej Podlaskiej”.
- uwzględni kierunek kształcenia zawodowego w zawodzie technik ekonomista nr programu 341[02]MEN.2008.05.20;
- zakłada optymalne przygotowanie uczniów do obowiązkowej matury z matematyki.

Powyższe trzy czynniki wymusiły modyfikację programu nauczania Wydawnictwa *Nowa Era* autorstwa: Wojciecha Babińskiego, Katarzyny Hall, Doroty Ponczek.

Obecnie realizowany program Wydawnictwa *Nowa Era* uwzględnia :

- użyteczność matematyki w życiu codziennym;
- szeroki zakres realizacji celów wychowawczych;
- realizację ścieżek edukacyjnych;
- sposoby nauczycielskiego oceniania i ich opisy;
- bogatą obudowę w postaci płyt CD dołączonych do każdego podręcznika.

Wieloletnie doświadczenie Autorki w pracy pedagogicznej pozwoliło odpowiednio zmodyfikować program DKOS-5002-79/07.

Do atutów programu można zaliczyć wdrożenie:

- punktowego systemu oceniania „Sztuka motywacji”;
- modułu „Sukces na maturze”;
- metody nauczania „Wspólnie łatwiej”;
- modułu „Kompetencje zawodowe a matematyka”.

Opis przedstawionych powyżej komponentów znajduje się w dalszej części tego opracowania.

Wszystkie elementy zmodyfikowanego programu mają wpłynąć na skuteczny proces dydaktyczny, który zagwarantuje uczniowi osiągnięcie sukcesu edukacyjnego lub zawodowego, a nauczycielom korzystającym z tego programu przyniesie wiele satysfakcji w sterowaniu procesem uczenia się uczniów.

1. Założenia programu

Podstawowe założenia dydaktyczno-wychowawcze programu „*Matematyka*” zwiększające skuteczność nauczania to:

- wzrost motywacji uczniów do działania poprzez jasno postawione cele;
- mobilizacja do systematyczności i właściwego planowania pracy;
- dostosowanie do potrzeb i możliwości uczniów;
- gwarancja zdobycia konkretnych umiejętności;
- ukazanie użyteczności matematyki w zakresie kształtowania kompetencji kluczowych i zawodowych;
- kształtowanie umiejętności pracy w grupie;
- wykorzystanie w nauczaniu i uczeniu się nowoczesnych technologii informacyjnych;
- wykorzystanie diagnozy lokalnej oraz potrzeb kształcenia w określonym zawodzie.

Absolwent szkoły ponadgimnazjalnej powinien posiadać nie tylko wiedzę matematyczną, ale również umiejętności niezbędne do zdania obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki oraz przede wszystkim umiejętności uczenia się przez całe życie, dzięki którym winien sprostać wymaganiom współczesnego świata.

Aby właściwie zaplanować swą ścieżkę rozwoju zawodowego uczniowie powinni zacząć od zorganizowania własnego procesu uczenia się. Ważne jest wzięcie odpowiedzialności za własną naukę, wyznaczenie sobie celów działania i oczekiwanych rezultatów. Niezbędnymi kompetencjami kluczowymi są tutaj właściwa motywacja i systematyczność.

Istotną rolę odgrywa skuteczne komunikowanie się i współpraca w grupie. Ćwiczenie umiejętności interpersonalnych, przewyciężanie tremy, doskonalenie języka wypowiedzi, współdziałanie w zespole to także umiejętności niezbędne do pozyskania dobrej pracy, które można kształtować na zajęciach z matematyki.

Podczas realizacji treści programowych z matematyki ćwiczy się uogólnianie, abstrahowanie, stawianie hipotez i dowodzenie. Wykorzystując metodę problemową wraz z zagadnieniami interdyscyplinarnymi warto rozwijać umiejętność twórczego rozwiązywania problemów, pamiętając o użyteczności i praktyczności zastosowania wiedzy matematycznej.

Każdy absolwent powinien posiadać umiejętność gromadzenia, przetwarzania i wykorzystania danych. Posługiwanie się podczas realizacji treści matematycznych takimi narzędziami jak komputer i kalkulator graficzny pozwoli przetwarzać informacje pozyskane z różnych źródeł.

Wszystkie opisane wyżej kompetencje kluczowe powinien posiadać absolwent-aktywny „poszukiwacz”, które będą mu pomocne w obliczu trudnych dla niego problemów, z którymi spotka się podczas kontynuacji dalszej nauki czy też pracy zawodowej.

Opracowany i wdrożony program nauczania „*Matematyka*” pozwoli osiągnąć przedstawione wyżej założenia dydaktyczno-wychowawcze.

2. Ogólne cele edukacyjne

Celem nadrzędnym przy realizacji programu nauczania „*Matematyka*” jest realizacja zaleceń Parlamentu Europejskiego i Rady Europy zawartych w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” (MKKE-Matematyczne Kompetencje Kluczowe).

W dalszej części programu będą stosowane następujące oznaczenia dotyczące kompetencji kluczowych przedstawione przez dr Marię Sobczak w podręczniku „*Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*”:

Wiedza:

- W1.-Rozumienie terminów i pojęć matematycznych;
- W2.-Dobrze opanowana umiejętność liczenia;
- W3.-Znajomość miar i struktur;
- W4.-Znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej;
- W5.-Świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.

Umiejętności:

- U1.-Stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny);
- U2.-Śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny);
- U3.-Przekazywać komunikaty stosując język matematyczny;
- U4.-Korzystać z tekstu matematycznego.

Postawy:

- P1.-Przejawiać szacunek dla prawdy,
- P2.-Dążyć do szukania przyczyn,
- P3.-Oceniać zasadność wnioskowania działań.

Program nauczania „*Matematyka*” zakłada realizację następujących celów ogólnych, Tabela 1. i Tabela 2.

Tabela 1. Ogólne cele edukacyjne

CELE NAUCZANIA	
Opis celów	Odwolanie do MKKE
Wykształcenie niezbędnych umiejętności do rozumienia i opisywania współczesnego świata.	W1. W2. W3. W4. W5. U1. U2. U3. U4. P1. P2. P3.
Rozwijanie umiejętności logicznego rozumowania, analizowania, argumentowania, wyciągania wniosków, krytycznej oceny wyniku.	W1. W2. W3. W4. W5. U1. U2. U3. U4. P1. P2. P3.
Nabycie umiejętności optymalnego przygotowania się do obowiązkowej matury z matematyki.	W1. W2. W3. W4. W5. U1. U2. U3. U4. P3.
Wykształcenie umiejętności niezbędnych do osiągnięcia sukcesu zawodowego.	W2. W3. W4. W5. U1.U4. P1. P2. P3.



Tabela 2. Wykaz celów wychowawczych.

CELE WYCHOWANIA	
Opis celów	Odwołanie do MKKE
Rozwijanie umiejętności interpersonalnych.	P1. P2. P3.
Kształtowanie postaw motywacyjnych i ustawicznego doskonalenia się.	U1. P1. P2. P3.
Rozwijanie umiejętności efektywnego komunikowanie się w różnych sytuacjach.	U2. U3. U4. P1. P2. P3.

3. Szczegółowe cele nauczania i wychowania

Poniżej przedstawione cele szczegółowe kształcenia i wychowania zostały opracowane w oparciu o analizę podstawy programowej (PP), standardów wymagań egzaminacyjnych (ST_WYM), zaleceń Parlamentu Europejskiego (MKKE) oraz programu nauczania i standardów wymagań egzaminacyjnych dla zawodu technik ekonomista (TE), uwzględniając jako cel nadrzędny wyposażenie przyszłego absolwenta w wiedzę i umiejętności matematyczne niezbędne do osiągnięcia sukcesu na obowiązkowym egzaminie maturalnym z matematyki, a przede wszystkim zdobycia umiejętności, dzięki którym winien sprostać wymaganiom współczesnego świata.

Program nauczania „*Matematyka*” zakłada realizację następujących celów szczegółowych, Tabela 3.

Tabela 3. Uszczegółowienie celów nauczania

CELE NAUCZANIA				
Wyszkolenie niezbędnych umiejętności do rozumienia i opisywania współczesnego świata				
Cele szczegółowe	Zawarte w:			
	PP	ST_WYM	MKKE	TE
Wyszkolenie umiejętności posługiwania się podstawowymi pojęciami matematycznymi zawartymi w podstawie programowej.	+	-	+ W1.	-
Doskonalenie umiejętności sprawnego wykonywania technik obliczeniowych w postaci dokładnej oraz wyników przybliżonych.	+	+	+ W2. W3. W4.	+
Wdrażanie do wykorzystania nabytej wiedzy matematycznej do rozwiązywania problemów w sytuacjach praktycznych.	+	+	+ W5. U1.	+
Rozwijanie wyobraźni przestrzennej.	+	+	+ U1.	-
Kształtowanie umiejętności stosowania wzorów, twierdzeń, algorytmów w rozwiązywaniu problemów.	+	+	+ W5. U2. U3.	+
Rozwijanie umiejętności korzystania z różnych źródeł informacji i wykorzystania TI.	+	-	+ U3. U4. W5.	+
Rozwijanie umiejętności logicznego rozumowania, analizowania, argumentowania, wyciągania wniosków, krytycznej oceny wyniku				
Cele szczegółowe	Zawarte w:			
	PP	ST_WYM	MKKE	TE
Motywowanie do samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji	+	-	+ P3.	-
Kształtowanie umiejętności prowadzenia rozumowania dedukcyjnego.	+	+	+ W5.	-
Wyszkolenie umiejętności przeprowadzania rozumowania matematycznego, stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji.	+	+	+ W5. U2.	-



Rozwijanie umiejętności posługiwania się językiem i symboliką matematyczną.	+	+	+ U3.	-
Rozwijanie umiejętności odczytywania i interpretowania tabel, diagramów i wykresów.	+	+	+ U3. U4.	+
Doskonalenie umiejętności wykrywania i dostrzegania różnego rodzaju związków oraz analogii.	+	+	+ W5. U2.	+
Kształtowanie umiejętności budowania algorytmów i posługiwania się nimi.	+	+	+ W5. U1.	+
Nabycie umiejętności optymalnego przygotowania się do obowiązkowej matury z matematyki				
Cele szczegółowe	Zawarte w:			
	PP	ST_WYM	MKKE	TE
Wykształcenie umiejętności całościowego spojrzenia na prowadzony proces rozumowania.	-	-	+ P3.	-
Nabycie umiejętności wyboru właściwej metody i sposobu rozwiązania oraz krytycznej oceny otrzymanego wyniku rozwiązania.	+	+	+ U2. P3.	-
Doskonalenie umiejętności rozwiązania problemu kilkoma sposobami.	-	-	+ U2. P3.	-
Rozwijanie umiejętności interpretacji i rozumienia tekstu matematycznego korzystając z różnych opracowań podręcznikowych.	+	+	+ U3. U4.	-
Kształtowanie umiejętności rozumowania przez analogię	-	+	+ W5. U1.	-
Wdrażanie do samodzielnego rozwiązywania zadań egzaminacyjnych z uwzględnieniem dyscypliny czasowej.	-	-	+ P3.	-
Wykształcenie umiejętności niezbędnych do osiągnięcia sukcesu zawodowego				
Cele szczegółowe	Zawarte w:			
	PP	ST_WYM	MKKE	TE
Przygotowanie do odszukiwania i interpretowania zależności funkcyjnych w otaczającym świecie.	+	+	+ W3. W5. U1.U2. U3., U4. P1.P2.P3	-
Rozwijanie umiejętności rozwiązywania problemów matematycznych podwyższając poziom kompetencji zawodowych m.in. edukacja bankowa, podatkowa, statystyczna, probabilistyczna.	+	+	+ W5. U1. U3.	+
Kształtowanie umiejętności planowania, organizowania i oceniania własnych predyspozycji w aspekcie kontynuacji dalszej nauki czy też pracy zawodowej.	+	-	+ P2.	-
Kształtowanie kreatywności i aktywności do działania.	-	-	+ P2. P3.	+

Tabela 4. Uszczegółowienie celów wychowania

CELE WYCHOWANIA				
Rozwijanie umiejętności interpersonalnych				
Cele szczegółowe	Zawarte w:			
	PP	ST_WYM	MKKE	TE
Doskonalenie umiejętności współpracy w grupie i organizowania jej pracy.	+	-	+ P3.	+
Kształtowanie umiejętności wyboru między prawdą a fałszem.	-	-	+ P1.	-

Rozbudzanie empatii, otwartości i wrażliwości na potrzeby innych.	+	-	+ P1.	-
Rozwijanie umiejętności niwelowania napięcia i trudnych emocji.	-	-	+ P2.	-
Kształtowanie postaw motywacyjnych i ustawicznego doskonalenia się				
Cele szczegółowe	Zawarte w:			
	PP	ST_WYM	MKKE	TE
Wykształcenie właściwej motywacji do nauki z uwzględnieniem systematyczności, wytrwałości i obowiązkowości.	-	-	+ P3.	-
Nabycie umiejętności właściwego planowania własnej pracy i rozwoju.	+	-	+ P3.	+
Rozwijanie umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy i wiary we własne możliwości.	-	-	+ W5.	-
Rozbudzanie świadomości ukierunkowanej na kontynuację nauki lub rozwoju zawodowego.	-	-	+ P3.	-
Rozwijanie umiejętności efektywnego komunikowania się w różnych sytuacjach				
Cele szczegółowe	Zawarte w:			
	PP	ST_WYM	MKKE	TE
Doskonalenie wypowiedzania się w sposób precyzyjny i jednoznaczny.	+	+	+ U3.	-
Kształtowanie umiejętności prowadzenia dyskusji, negocjowania i odwagi wypowiedzania się.	+	-	+ P1.	+
Rozwijanie umiejętności autoprezentacji	+	-	+ P3.	+

+ oznacza, że dany cel szczegółowy zawarty jest w danym dokumencie

- oznacza, że dany cel szczegółowy nie jest zawarty w danym dokumencie.



4. Materiał nauczania

Zamieszczony w tym programie materiał nauczania matematyki oparty jest na obowiązującej podstawie i uwzględnia standardy wymagań maturalnych.

ZAKRES PODSTAWOWY

Tabela 5. Materiał nauczania

KLASA I 2h x 36 tygodni =72 godziny				
Lp.	Hasło	Liczba godzin	Realizacja MKKE	TE
1.	Liczby rzeczywiste	20	*	*
2.	Język matematyki	10	*	
3.	Funkcje	15	*	*
4.	Funkcja liniowa	15	*	*
5.	Planimetria	7	*	
6.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	5		
KLASA II 2h x 34 tygodni = 68 godziny (2 tygodnie praktyka zawodowa)				
Lp.	Hasło	Liczba godzin	Realizacja MKKE	TE
1.	Planimetria	10	*	
2.	Funkcja kwadratowa	20	*	*
3.	Wielomiany	15		
4.	Wyrażenia wymierne	15		
6.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	8		
KLASA III 3h x 32 tygodnie = 96 godzin (4 tygodnie praktyka zawodowa)				
Lp.	Hasło	Liczba godzin	Realizacja MKKE	TE
1.	Funkcje wykładnicze i logarytmy	20	*	
2.	Ciągi liczbowe	20	*	*
3.	Planimetria	15	*	
4.	Elementy statystyki opisowej	10	*	*
5.	Powtórzenie materiału przed maturą	26		
6.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	5		
KLASA IV 2h x 28 tygodni = 56 godzin				
Lp.	Hasło	Liczba godzin	Realizacja MKKE	TE
1.	Rachunek prawdopodobieństwa	20	*	*
2.	Stereometria	20	*	
3.	Powtórzenie materiału przed maturą	10		
4.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	6		

Znakiem * oznaczono te działy materiału nauczania, które będą miały szczególne znaczenie podczas realizacji MKKE i kształcenia w zawodzie TE.

5. Szczegółowy materiał nauczania i założone osiągnięcia uczniów

Poniżej przedstawiony został materiał nauczania i założone osiągnięcia uczniów dotyczące realizacji programu „Kluczowe kompetencje w nauczaniu matematyki” w zakresie poziomu podstawowego z uwzględnieniem podziału na klasy.

Zarówno materiał nauczania oraz założone osiągnięcia uczniów zostały zredagowane z uwzględnieniem kształtowania kompetencji kluczowych i zawodowych.

W tabeli 6 uwzględniono następujące znaczniki:

- ✓ znajduje się w PP, ST_WYM i MKKE oraz jest istotny dla kształcenia w zawodzie,
- ◆ nie występuje w PP, ST_WYM, ale jest ważny dla MKKE,
- nie występuje w w PP, ST_WYM, ale jest ważny dla kształcenia w zawodzie,
- ⇒ występuje w PP dla wcześniejszych etapów kształcenia i jest ważny dla MKKE i kształcenia w zawodzie.

Tabela 6. Uszczegółowiony materiał nauczania i założone osiągnięcia uczniów z podziałem na klasy

Klasa I		
Dział programowy	Materiał nauczania	Założone osiągnięcia uczniów Uczeń:
1. Liczby rzeczywiste	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Liczby naturalne i całkowite. ✓ Liczby niewymierne. ✓ Pierwiastek z liczby nieujemnej oraz pierwiastek nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej. ✓ Wyrażenia algebraiczne. ✓ Potęga o wykładniku całkowitym. ✓ Notacja wykładnicza. ✓ Procenty. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych, pierwszych i złożonych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb; ✓ porównuje liczby rzeczywiste; ✓ poprawnie wykonuje działania na liczbach rzeczywistych z uwzględnieniem potęgowania i pierwiastkowania; ✓ oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej; ✓ wyłącza i włącza czynnik przed i pod znak pierwiastka; ✓ usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia; ✓ przedstawia liczbę w notacji wykładniczej
2. Język matematyki	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Zbiory i działania na zbiorach. ✓ Przedziały. ◆ Działania na przedziałach. ✓ Wartość bezwzględna. ✓ Proste równania i nierówności z wartością bezwzględną. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony; ◆ wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę zbiorów; ✓ zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe; ◆ wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych; ✓ oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej;



	<ul style="list-style-type: none">✓ Błąd względny i bezwzględny.	<ul style="list-style-type: none">✓ stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu $x = a, x < a$;✓ wyznacza błąd bezwzględny oraz błąd względny przybliżenia.
3.Funkcje	<ul style="list-style-type: none">✓ Sposoby opisywania funkcji.✓ Dziedzina funkcji.✓ Miejsca zerowe funkcji.✓ Własności funkcji z wykresów.✓ Przesunięcia wykresów.✓ Symetria wykresów.✓ Funkcje –zastosowania.	<ul style="list-style-type: none">✓ przedstawia funkcję różnymi sposobami (wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym);✓ poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, wartość i wykres funkcji;✓ odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji;✓ wyznacza dziedzinę funkcji, miejsca zerowe, oblicza wartość funkcji dla danego argumentu, oblicza argument dla danej wartości funkcji;✓ sporządza wykres funkcji o podanych własnościach;✓ sporządza wykresy funkcji: $y = f(x - p)$, $y = f(x) + q$, $y = f(x - p) + q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$ na podstawie danego wykresu funkcji $y = f(x)$;✓ odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji;✓ na podstawie wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, przedziały monotoniczności;✓ stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych..
4.Funkcja liniowa	<ul style="list-style-type: none">✓ Wykres funkcji liniowej.✓ Równanie ogólne i kierunkowe prostej.✓ Warunek prostopadłości i równoległości prostych.✓ Układy równań liniowych.✓ Interpretacja geometryczna układów równań liniowych.✓ Funkcja liniowa – zastosowanie.	<ul style="list-style-type: none">✓ potrafi rozpoznać wzór funkcji liniowej, odczytać współczynniki a i b, rozumie ich interpretację geometryczną;✓ rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem;✓ oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu i odwrotnie;✓ wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej;✓ odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce; zerowe, monotoniczność, wartości dodatnie i ujemne;✓ wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dane dwa punkty;✓ przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie;✓ stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych;✓ wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy, prostopadły do danej;✓ rozwiązuje układy równań liniowych



		<p>z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników;</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ rozwiązuje zadania tekstowe z wykorzystaniem równań i układów równań liniowych;
5. Planimetria	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Miary kątów w trójkącie. ⇒ Trójkąty przystające. ✓ Trójkąty i wielokąty podobne. ✓ Twierdzenie Talesa. ⇒ Trójkąty prostokątne i twierdzenie Pitagorasa. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ podaje przykłady figur o określonych własnościach; ⇒ wykorzystuje cechy przystawiania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań; ✓ oblicza długości boków figur podobnych; ✓ posługuje się pojęciem skali do obliczania odległości i powierzchni przedstawionych za pomocą planu lub mapy; ✓ rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa; ⇒ stosuje twierdzenie Pitagorasa.
Klasa II		
6. Planimetria	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Funkcje trygonometryczne kąta ostrego. ✓ Trygonometria zastosowania. ✓ Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych. ✓ Związki między funkcjami trygonometrycznymi. ✓ Pole trójkąta i czworokąta. ⇒ Długość okręgu i pole koła. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, gdy dane są boki tego trójkąta ; ✓ rozwiązuje trójkąty prostokątne; ✓ potrafi zastosować związki trygonometryczne do badania tożsamości; ✓ stosuje trygonometrię do zadań geometrycznych i praktycznych; ✓ stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta, pole czworokąta, pole koła, długość okręgu; ✓ wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich.
7. Funkcja kwadratowa	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Wykres funkcji $y=ax^2$. ✓ Przesunięcie wykresu funkcji $y=ax^2$ o wektor. ✓ Postać kanoniczna i ogólna funkcji kwadratowej. ✓ Równania kwadratowe. ✓ Postać iloczynowa funkcji kwadratowej. ✓ Nierówności kwadratowe. ✓ Funkcja kwadratowa- zastosowania. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ potrafi rozpoznać postać ogólną, kanoniczną, iloczynową funkcji kwadratowej i przekształcić jedną w drugą ✓ rysuje wykres funkcji kwadratowej mając wzór jednej z trzech postaci kanonicznej ✓ ustala wzór funkcji kwadratowej na podstawie wykresu ✓ określa własności funkcji kwadratowej korzystając z wykresu; ✓ oblicza współrzędne wierzchołka paraboli; ✓ wyznacza miejsca zerowe funkcji kwadratowej i zna warunki ich istnienia; ✓ rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia oraz stosując wzory na pierwiastki; ✓ rozwiązuje nierówności kwadratowe; ✓ rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych; ✓ wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w podanym przedziale; ✓ stosuje umiejętność znajdowania wartości największej i najmniejszej w zadaniach tekstowych, rozwiązuje zadania optymalizacyjne.



8. Wielomiany	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Pojęcie wielomianu. ✓ Działania na wielomianach. ✓ Rozkład wielomianu na czynniki. ✓ Równania wielomianowe. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ rozpoznaje wyrażenia, które są wielomianami, określa ich stopień; ✓ poprawnie wykonuje dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów; ✓ rozkłada wielomian na czynniki metodami: wyłączania wspólnego czynnika przed nawias, grupowania wyrazów i zastosowania wzorów skróconego mnożenia; ✓ sprawdza czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu; ✓ rozwiązuje równania wielomianowe stosując metodę rozkładu na czynniki; ✓ zna twierdzenie o równości wielomianów i je stosuje.
9. Wyrażenia wymierne	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Proporcjonalność odwrotna. ✓ Wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ <ul style="list-style-type: none"> ✓ Przekształcenia wykresu $f(x) = \frac{a}{x}$ <ul style="list-style-type: none"> ✓ Wyrażenia wymierne. ✓ Działania na wyrażeniach wymiernych. ✓ Równania wymierne. ✓ Zastosowanie wyrażen wymiernych. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ potrafi określić dziedzinę wyrażenia wymiernego; ✓ potrafi obliczać wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej; ✓ umie wykonywać działania na wyrażeniach wymiernych, sprowadzać do wspólnego mianownika; ✓ rozwiązuje proste równania wymierne; ✓ rozwiązuje zadania praktyczne z wykorzystaniem równań wymiernych; ✓ potrafi zdefiniować proporcjonalność odwrotną, zna jej wykres i własności; rysuje wykres i omawia własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ po przesunięciu o wektor [p,q] ; <ul style="list-style-type: none"> ✓ stosuje proporcjonalność odwrotną w zadaniach praktycznych.
10. Funkcje wykładnicze i logarytmy	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Potęga o wykładniku wymiernym. ✓ Potęga o wykładniku rzeczywistym. ✓ Funkcje wykładnicze. ✓ Przekształcenia funkcji wykładniczych. ✓ Logarytm. ✓ Własności logarytmów. ✓ Zastosowania funkcji wykładniczej i logarytmów. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ wykonuje działania na potęgach o wykładniku wymiernym; ✓ zna i stosuje definicję logarytmu; ✓ zna wykonuje działania na logarytmach; ✓ sporządza wykres funkcji wykładniczej; ✓ zna własności wykresów; ✓ rozwiązuje zadania z praktycznym wykorzystaniem funkcji wykładniczej.
11. Ciągi liczbowe	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Pojęcie ciągu. ✓ Sposoby określania ciągu. ✓ Ciągi monotoniczne. ✓ Ciąg arytmetyczny. ✓ Suma ciągu arytmetycznego. ✓ Ciąg geometryczny. ✓ Suma ciągu geometrycznego. ✓ Procent składany. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ potrafi podać przykłady ciągów liczbowych; ✓ potrafi określić ciąg za pomocą wzoru ogólnego i obliczyć jego dowolny wyraz; ✓ sporządza wykres ciągu liczbowego; ✓ rozpoznaje ciągi arytmetyczne, bada czy ciąg jest arytmetyczny, wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego i sumy częściowe; ✓ rozpoznaje ciągi geometryczne, bada czy ciąg jest arytmetyczny, wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego i sumy częściowe; ✓ stosuje własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach; ✓ stosuje procent składany do obliczania



		oprocentowania lokat i kredytów.
12. Planimetria	<ul style="list-style-type: none">✓ Okręgi i proste.✓ Kąty w okręgu.⇒ Okrąg wpisany w trójkąt.⇒ Okrąg opisany na trójkącie.✓ Czworokąty wypukłe.✓ Odległość między punktami w układzie współrzędnych.✓ Okrąg w układzie współrzędnych.	<ul style="list-style-type: none">✓ zastosować własności kątów wierzchołkowych, naprzemianległych, odpowiadających, środkowych i wpisanych w okrąg ;✓ stosować warunki opisujące wzajemne położenie dwóch okręgów i prostej i okręgu;✓ wyznacza współrzędne środka odcinka,;✓ posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$;✓ oblicza odległości punktów oraz odległość punktu od prostej na płaszczyźnie kartezjańskiej.
13. Elementy statystyki opisowej	<ul style="list-style-type: none">⇒ Odczytywanie i interpretowanie danych statystycznych.✓ Średnia arytmetyczna.✓ Mediana.✓ Dominanta.✓ Średnia ważona.✓ Odchylenia standardowe.	<ul style="list-style-type: none">⇒ przedstawia dane w postaci diagramu, wykresu, tabeli;⇒ odczytuje i interpretuje dane w postaci diagramu, wykresu, tabeli;✓ oblicza i interpretuje wartość średniej arytmetycznej;✓ oblicza i interpretuje wartość średniej ważonej;✓ oblicza i interpretuje wartość mediany;✓ oblicza i interpretuje wartość odchylenia standardowego.
14. Rachunek prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none">✓ Reguła mnożenia.✓ Zdarzenia losowe.✓ Prawdopodobieństwo klasyczne.✓ Własności prawdopodobieństwa.✓ Doświadczenia wieloetapowe.	<ul style="list-style-type: none">✓ zlicza wyniki doświadczenia, określa podzbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających;✓ stosuje regułę mnożenia;✓ wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń;✓ oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia stosując metodę drzewa;✓ oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia na podstawie definicji klasycznej;✓ stosuje własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań.
15. Stereometria	<ul style="list-style-type: none">✓ Proste i płaszczyzny w przestrzeni.✓ Graniastosłupy.✓ Ostrosłupy.✓ Kąt między prostą a płaszczyzną.✓ Kąt dwuścienny.✓ Walec.✓ Stożek.✓ Kula.◆ Bryły podobne.	<ul style="list-style-type: none">✓ wyznacza kąt nachylenia prostej do płaszczyzny i kąt między dwiema płaszczyznami;✓ nazywa wielościany, opisuje ich własności;✓ wyznacza kąty między odcinkami w wielościanach;✓ zna i klasyfikuje bryły obrotowe;✓ oblicza pola powierzchni i objętości graniastosłupów, ostrosłupów i brył obrotowych;✓ stosuje trygonometrię do wyznaczania pól i objętości.



6. Procedury osiągnięcia celów

Zarówno nauczanie jak i uczenie się jest złożonym procesem edukacyjnym, na którego końcowy sukces ma wpływ wiele czynników. Ze strony nauczyciela niezbędne jest stosowanie różnorodnych: metod nauczania, form pracy oraz pomocy dydaktycznych. Ważnym czynnikiem jest również osobowość nauczyciela, jego zaangażowanie, stworzenie odpowiedniej motywacji do działania i właściwej atmosfery na zajęciach.

Do osiągnięcia zaplanowanych celów edukacyjnych niezbędna jest odpowiednia postawa uczniów. Nasi uczniowie powinni świadomie planować, organizować i oceniać własną naukę oraz przyjmować za nią odpowiedzialność.

Do zaplanowania odpowiedniej strategii nauczania i uczenia się wyszczególniłam kilka istotnych elementów, które są istotne przy realizacji tego programu.

Moduł „Sztuka motywacji”

Celem wdrożenia tego komponentu jest:

- motywowanie każdego ucznia do aktywnego uczestnictwa w zajęciach i podejmowania wysiłku;
- indywidualizacja nauczania;
- wdrożenie *MOTYWACYJNEGO SYSTEMU PUNKTOWEGO*;
- uatrakcyjnienie zajęć poprzez stosowanie różnorodnych metod nauczania i form pracy;
- stworzenie odpowiedniej atmosfery na zajęciach;
- podnoszenie poczucia własnej wartości.

A) Na początku każdego roku szkolnego należy przedstawić ogólny obraz tego, co uczniowie mają osiągnąć. Można to porównać do układania puzzli. Gdy zobaczymy obrazek, łatwiej możemy go ułożyć.

B) Nauczyciel powinien zachęcać młodzież, aby sama wyznaczyła sobie cele i oczekiwane rezultaty. Można je na przykład zapisać na końcu zeszytu. Łatwiej jest osiągnąć sukces, gdy cel, do którego dążymy został jasno sformułowany. Nieodzwonne jest przy tym odpowiednie wsparcie ze strony nauczyciela. Uczniowie powinni być ustawicznie motywowani do aktywnego uczestnictwa w zajęciach i ciągłego podejmowania wysiłku.

C) Warto kształtować u uczniów takie cechy jak systematyczność i odpowiedzialność za własne działania. Podobnie jak sportowiec, który chce zostać mistrzem systematycznie ćwiczy i trenuje, tak również uczeń, aby osiągnąć dobre wyniki w nauce musi właściwie zaplanować własną pracę i nieustannie pracować. Nie należy zniechęcać się porażkami tylko umiejętnie wyciągać z nich wnioski, a niepowodzenia i błędy to normalny etap w drodze do doskonalenia.

D) Ważne jest ukazywanie korzyści z uczenia się matematyki, użyteczności i praktyczności zastosowania zagadnień matematycznych w zakresie kształtowania kompetencji kluczowych i zawodowych. Realizując program należy zwracać uwagę na wskazywanie zastosowań matematyki w różnych zagadnieniach z życia codziennego oraz

na ścisłą korelację matematyki z pozostałymi dziedzinami naukowymi. Doskonale można w tym aspekcie wykorzystać różnorodne źródła informacji, ukazując w ten sposób interdyscyplinarność nauczania.

E) Nieodzowne jest stworzenie właściwej atmosfery nauki. Warto kształtować u uczniów podnoszenie wiary w siebie i poczucia własnej wartości. Uczeń na zajęciach powinien czuć się bezpiecznie, bez lęku i negatywnych emocji. Powinien wiedzieć, że otrzyma wsparcie ze strony nauczyciela-mistrza, który wskaże dalszą drogę doskonalenia się. Nieodzownym elementem jest eksponowanie osiągnięć uczniów w postaci np. informacji przekazanej do rodziców. Natomiast w razie pojawiających się problemów warto prosić rodziców o pomoc w ich rozwiązaniu.

F) Zajęcia powinny być prowadzone w sposób atrakcyjny, wykorzystując różne formy pracy z uczniem. Warto zajęcia podzielić na fragmenty, stosując częste „zmiany rytmu” od metody pogadanki, wykładu, poprzez zróżnicowane metody aktywizujące i różnorodną pracę w grupach.

Opis proponowanej **metody pracy w grupach „Wspólnie łatwiej”**:

- grupy mogą liczyć od 2 do 4 osób,
- uczniowie otrzymują zadania do rozwiązania,
- każdy z uczestników grupy powinien mieć zapisane rozwiązanie w zeszycie i być przygotowany do prezentacji rozwiązania,
- po rozwiązaniu zadania uczniowie zgłaszają gotowość prezentacji przez podniesienie ręki,
- nauczyciel losowo wybiera ucznia do prezentacji rozwiązania zadania np. przy pomocy sześcienną kostki,
- po zaprezentowaniu rozwiązania i udzieleniu wyjaśnień uczeń otrzymuje punkty uwzględniane w *MOTYWACYJNYM SYSTEMIE PUNKTOWYM*.

Praca w grupie kształci umiejętność prowadzenia dyskusji, negocjowania, odwagi wypowiedzenia się a jednocześnie rozwija umiejętność autoprezentacji niezbędnej w kształtowaniu kompetencji zawodowych. Warto angażować uczniów w proces edukacyjny co kształtuje ich kreatywność, przynosi satysfakcję i zadowolenie z pracy.

G) Zastosowanie nowoczesnych technologii informacyjnych służy nie tylko uatrakcyjnieniu zajęć edukacyjnych ale także wizualizacji materiału nauczania. Proponowany program zakłada wykorzystanie: obudowy CD podręcznika, kalkulatorów prostych i graficznych, zasobów Internetu. Dodatkowo w celu lepszej komunikacji między nauczycielem i uczniami a zarazem indywidualizacji nauczania będą wykorzystywane platformy edukacyjne Moodle lub Fronter.

Moduł „Kompetencje zawodowe a matematyka”

A) W nauczaniu matematyki niezbędne jest nie tylko przygotowanie uczniów do obowiązkowej matury z matematyki czy też kontynuacji dalszej edukacji, ale także wyposażenia ucznia-absolwenta w takie umiejętności, aby mógł sprostać wymaganiom współczesnego świata.



B) Katalog zagadnień realizowanych na zajęciach z matematyki, który umożliwi kształtowanie kompetencji zawodowych a jednocześnie kluczowych w kontekście potrzeb zawodu technik ekonomista:

- edukacja bankowa: lokaty bankowe, procent składany, ciąg arytmetyczny i geometryczny w banku;
- edukacja ekonomiczna: procenty, pojęcie punktu procentowego, modelowanie matematyczne, porównywanie rachunków telefonicznych różnych operatorów;
- edukacja podatkowa: wypełnianie pit, płace, podatki;
- opisane zjawisk przy pomocy funkcji matematycznymi: zysk, koszt, cena;
- edukacja statystyczna: średnia arytmetyczna, mediana, dominanta, odchylenie standardowe;
- edukacja probabilistyczna: obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń;
- zadania optymalizacyjne;
- wykorzystanie zadań geometrycznych w zagadnieniach praktycznych.

Od zaangażowania i odpowiedzialności obu stron czyli nauczyciela oraz uczniów zależy osiągnięcie sukcesu edukacyjnego.

7. Metody oceny osiągnięć uczniów

Wdrażając program stosowane będą następujące formy oceniania ucznia zawarte w PSO-Przedmiotowym Systemie Oceniania:

- prace klasowe, w których oceniana jest wiedza i umiejętności z zakresu danego działu: zrozumienie zagadnień, umiejętność logicznego myślenia, umiejętność rozwiązywania zadań o różnym poziomie wymagań, poprawność języka matematycznego, porządek i estetyka zapisów;
- kartkówki, które sprawdzają zakres treści nauczania z kilku zajęć, kartkówki są zapowiadane;
- sprawdziany semestralne i całoroczne, w których oceniana jest zawartość merytoryczna konieczna do opanowania treści nauczania w danym semestrze (roku), wyniki tych prac często analizowane i porównywane są z innymi klasami w szkole;
- odpowiedzi ustne, podczas których jest oceniana zawartość merytoryczna, samodzielność wnioskowania, uogólniania, dowodzenia, umiejętność przeprowadzenia analizy zadania, posługiwanie się językiem matematycznym. Uczniów pytanych w danym dniu wyłania się w drodze losowania;
- praca na zajęciach, w której oceniana jest według zasad opisanych w *MOTYWACYJNYM SYSTEMIE PUNKTOWYM* poprzez:
 - aktywność;
 - pracę w grupie podczas jednej lub kilku lekcji.
- wykonanie prac praktycznych: opracowanie danych ze statystyki, prac badawczych, projektów;
- prace domowe, ale po sprawdzeniu samodzielności ich wykonania oraz za rozwiązywanie zadań dodatkowych przygotowujących do matury z matematyki w ramach modułu „Sukces na maturze”.

MOTYWACYJNY SYSTEM PUNKTOWY

- uczniowie są oceniani podczas pracy na zajęciach z aktywności i pracy w grupach przy pomocy punktów w skali od 1 do 3 (karteczki w trzech kolorach);
- na wagę punktów może mieć wpływ stopień trudności problemu, oryginalność, samodzielność myślenia, posługiwanie się językiem matematycznym;
- Nauczyciel zapisuje fakt zdobycia punktów ołówkiem w dzienniku na końcu każdego zajęcia i sumuje punkty na koniec ustalonych wcześniej terminów sesji, wystawiając oceny;
- w każdym semestrze uczeń otrzymuje co najmniej dwie oceny cząstkowe w sesjach:
 - a) wrzesień, październik;
 - b) listopad, grudzień, styczeń;
 - c) luty, marzec;
 - d) kwiecień, maj, czerwiec.
- długość sesji może ulec zmianie z różnych przyczyn np. odbywanie przez klasę praktyki;



- przelicznik punktów na oceny szkolne:
klasy, które mają matematykę 2 godziny tygodniowo:

8 punktów – bardzo dobry;
7 punktów – dobry;
5-6 punktów – dostateczny;
4 punkty – dopuszczający.

- klasy, które mają matematykę 3 godzin tygodniowo:

10 punktów – bardzo dobry;
8-9 punktów – dobry;
6-7 punktów – dostateczny;
4-5 punkty – dopuszczający;

- jeżeli liczba punktów jest mniejsza niż 4 na koniec danej sesji uczeń może zamiast wystawienia oceny niedostatecznej podjąć się odpowiedzi ustnej;
- *MOTYWACYJNY SYSTEM PUNKTOWY* wykorzystuje metodę porównywania osiągnięć uczniów, zachęca do większego wysiłku, samodzielnego decydowania o wysokości oceny a zarazem stosuje zasadę umiarkowanej rywalizacji. Nauczyciel stosując na tę metodę oceny osiągnięć nie ma problemu z aktywnością na zajęciach.

Podczas oceny osiągnięć uczniów należy uwzględniać indywidualne możliwości ucznia, jego zdolności i zaangażowanie.

8. Obudowa dydaktyczna

Realizacja programu zakłada wykorzystanie:

- **podręcznika** Babiński W., Chańko L., Ponczek D., *MATeMAtyka - Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym*, Wydawnictwa Nowa Era dla klas 1-3. Podręcznik umożliwia uczniowi zdobywanie wiadomości zarówno w pracy na zajęciach jak samodzielnej pracy w domu. Zawiera przejrzysty układ treści, kolorowe ilustracje, wyszczególnione ważne informacje. Dużym atutem są zestawy zadań powtórzeniowych po każdym dziale programowym spełniające rolę ćwiczeniową uwzględniając zadania otwarte i zamknięte. W podręczniku znajdują się także informacje związane z treściami uzupełniającymi i rozszerzającymi zachęcając uczniów do zapoznania się z ciekawostkami, literaturą popularno-naukową lub informacjami z innych źródeł np. Internetu;
- **zbiorów zadań z przykładowymi zadaniami maturalnymi**, które są nieodzowną pomocą w przygotowaniu do egzaminu maturalnego. Systematyczne, najlepiej po realizacji każdego działu przygotowanie do matury poprzez rozwiązywanie zadań egzaminacyjnych daje gwarancję sukcesu na maturze;
- **plyt CD** dołączonych do każdego uczniowskiego podręcznika. Można ją wykorzystać przy pomocy rzutnika multimedialnego na zajęciach oraz do samodzielnej pracy ucznia w domu. Zawartość płyty skorelowana jest z podręcznikiem. Zagadnienia matematyczne przedstawione są przy pomocy licznych animacji, symulacji i ćwiczeń interaktywnych;
- **kalkulatorów graficznych i prostych**. Wykorzystując kalkulatory można wykonywać błyskawicznie skomplikowane rachunki, a zaoszczędzony czas poświęcić na nauczanie logicznego rozumowania, umiejętności racjonalnego wnioskowania, dostrzeganie prawidłowości i wyciągania odpowiednich wniosków;
- **gotowe e-lekcje online** zamieszczone między innymi na portalu Scholaris. Podczas wykorzystania e-lekcji uczeń czynnie zdobywa wiedzę, obserwując procesy i zjawiska często niemożliwe do przeprowadzenia podczas zajęć w szkole.

Do pełnej realizacji programu pracownia matematyczna powinna być wyposażona w zestaw multimedialny zawierający laptop i projektor oraz kalkulatory graficzne i proste.



9. Ewaluacja programu

Proces ewaluacji wdrażanego programu będzie przebiegał w trzech etapach:

1. Ewaluacja wstępna – która sprawdza wszystkie aspekty projektu programu, które decydują o jego jakości i poprawności;
2. Ewaluacja bieżąca – w toku, której dokonywana będzie systematyczna weryfikacja jakości programu i skuteczności w trakcie jego realizacji;
3. Ewaluacja końcowa – której istotą będzie analiza danych jakościowych zebranych podczas ewaluacji bieżącej jak również wydanie opinii o wdrażanym programie.

Źródłem informacji o programie będą jego odbiorcy: nauczyciel realizujący program oraz uczniowie, kształcący się w zawodzie technik ekonomista.

Podczas ewaluacji zostaną wykorzystane następujące narzędzia:

- a) arkusz autoewaluacji konstruowanego programu kształtowania KK w zakresie matematyki;
- b) ankiety wyrażające bieżące opinie uczniów o skuteczności, użyteczności i atrakcyjności wdrażanego programu zebrane w *Dzienniku monitoringu*;
- c) obserwacje realizatora programu zawarte w *Dzienniku monitoringu*;
- d) wyniki pomiaru osiągnięć uczniów i ich analiza co najmniej dwa testy „na wejściu” i po zakończeniu realizacji programu;
- e) arkusz ewaluacji końcowej realizowanego programu.

Tabela 7. Projekt ewaluacji programu „Matematyka”

Ewaluacja wstępna				
Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe	Kryteria ewaluacji	Narzędzia i metody badawcze	Prezentacja danych
Projekt programu nauczania „Matematyka”	1. Czy projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania MKKE? 2. Czy projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania kompetencji zawodowych? 3. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie? 4. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności? 5. Czy program spełnia formalne wymagania określone rozporządzeniem MEN z dn. 06.01.2009?	Co najmniej 80% odpowiedzi pozytywnych w arkuszu autoewaluacji.	Arkusz autoewaluacji konstruowanego programu kształtowania KK w zakresie matematyki.	<i>Raport ewaluacyjny</i>



Ewaluacja bieżąca				
<i>Obiekt ewaluacji</i>	<i>Pytania kluczowe</i>	<i>Kryteria ewaluacji</i>	<i>Narzędzia i metody badawcze</i>	<i>Prezentacja danych</i>
Skuteczność programu nauczania „Matematyka”	1. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program? 2. W jaki sposób uczniowie oceniają skuteczność, użyteczność i atrakcyjność wdrażanego programu?	Przewaga metod aktywizujących Co najmniej przeciętne wyniki w skalach KI i JK arkusza z aneksu VI pozycji 5. z bibliografii.	Obserwacja, scenariusze zajęć. Ankiety skierowane do uczniów.	<i>Dziennik monitoringu</i> <i>Dziennik monitoringu</i> <i>Raport końcowy</i>
Ewaluacja końcowa				
<i>Obiekt ewaluacji</i>	<i>Pytania kluczowe</i>	<i>Kryteria ewaluacji</i>	<i>Narzędzia i metody badawcze</i>	<i>Prezentacja danych</i>
Skuteczność programu nauczania „Matematyka”	1. W jakim stopniu w wyniku realizacji programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE? 2. Czy realizacja programu osiągnęła założone cele?	Wzrost o 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE. Co najmniej 80% odpowiedzi pozytywnych w arkuszu końcowym ewaluacji.	Pomiar dydaktyczny na „wejściu” i „na wyjściu”. Wnioski z <i>Dziennika monitoringu</i> , Arkusz ewaluacji końcowej.	<i>Końcowy raport ewaluacyjny</i> <i>Końcowy raport ewaluacyjny</i>

Ewaluacja bieżąca będzie się odbywała poprzez sporządzane notatki przez autora programu w *Dzienniku monitoringu*.

Na podstawie zebranych danych zostanie opracowany *Końcowy raport ewaluacyjny*, który będzie zawierał ocenę realizowanego programu i wnioski do ewentualnej jego modyfikacji.



Bibliografia

- [1] W. Babiński, K. Hall, D. Ponczek, *Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum*, Nowa Era, Warszawa 2008.
- [2] W. Babiński, L. Chańko, D. Ponczek, *MATeMATyka - Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym*, Nowa Era, Warszawa 2007.
- [3] M. Romanowska, *Diagnoza implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy – Zespół Szkół Zawodowych nr 1 im. Komisji Edukacji Narodowej w Białej Podlaskiej*, WSEI, Biała Podlaska 2009.
- [4] J. Rycerz, *Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynku pracy w województwie lubelskim*, WSEI, Lublin 2009.
- [5] M. Sobczak, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, WSEI, Lublin 2009.

