

**Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji
w Lublinie**

**Autorskie programy rozwijania
kompetencji kluczowych w zakresie**

MATEMATYKI

WOJEWÓDZTWO MAZOWIECKIE

Koordynator merytoryczny kompetencji kluczowej w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009

Projekt: SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI. Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej” jest finansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego i Budżetu Państwa w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki: Priorytet II. Wysoka jakość systemu oświaty: Działanie 3.3 Poprawa jakości kształcenia: Poddziałanie 3.3.4 Modernizacja treści i metod kształcenia.

Biuro Projektu:

Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie, ul. Mełgiewska 7-9, 20-209 Lublin

Filie Biura Projektu:

Podkarpackie Centrum Edukacji Nauczycieli w Rzeszowie, ul. Partyzantów 10a, 35-234 Rzeszów

Wyższa Szkoła Biznesu im. bp. Jana Chrapka w Radomiu, ul. Kolejowa 22, 26-600 Radom

Wyższa Szkoła Humanistyczno-Przyrodnicza w Sandomierzu, ul. Krakowska 26, 27-600 Sandomierz

Wyższa Szkoła Administracji Publicznej im. Stanisława Staszica w Białymstoku, ul. Dojlidy Fabryczne 26, 15-555 Białystok

© Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie

Koordynator merytoryczny kompetencji kluczowej w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Wydawca:

Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie

20-209 Lublin, ul. Mełgiewska 7-9

Tel./fax +48817491777

e-mail: sekretariat@wsei.lublin.pl

Publikacja dystrybuowana bezpłatnie

Człowiek – najlepsza inwestycja



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY





Wykaz Autorskich programów rozwijania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki

Województwo mazowieckie

- I. Technikum Ogrodnicze w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych im. Tomasa Nocznickiego w Nowej Wsi
Autor: Agnieszka Torschmied
- II. Technikum Gastronomiczne w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych im. 1 Pułku Lotnictwa Myśliwskiego „Warszawa” w Warce
Autor: Anna Kornak
- III. Technikum Mechaniczne w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych w Siennie
Autor: Barbara Kania
- IV. Zespół Szkół Samochodowych w Radomiu
Autor: Beata Łuczaj
- V. Zespół Szkół Agrotechnicznych i Gospodarki Żywnościowej w Radomiu
Technikum Architektury Krajobrazu
Autor: Beata Łukawska
- VI. Technikum Architektury Krajobrazu w Zespole Szkół Rolniczo-Technicznych im. Bohaterów Walki z Faszyzmem w Zwoleniu
Autor: Justyna Sułek
- VII. Technikum Mechaniczne w Lipsku
Autor: Katarzyna Lidak
- VIII. Zespół Szkół Ponadgimnazjalnych Nr 1 im. Bohaterów Westerplatte w Garwolinie
Autor: Małgorzata Mąkosa
- IX. Technikum Nr 1 w Zespole Szkół Nr 1 im. Marii Skłodowskiej-Curie w Wyszakowie
Autor: Maria Czestkowska
- X. I Technikum w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych Nr 1 w Pionkach
Autor: Sylwia Hajduła



Autor
Agnieszka Torschmiel

MATEMATYKA

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

**Technikum Ogrodnicze
w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych
im. Tomasza Nocznickiego
w Nowej Wsi**

*Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Notatka o autorze.....	4
Wstęp.....	5
Uwarunkowania realizacji programu.....	6
1 Ogólne cele kształcenia	7
2 Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania	8
2.1 Cele szczegółowe kształcenia.....	8
2.2 Cele wychowawcze	9
3 Materiał nauczania.....	10
4 Uszczegółowiony materiał nauczania	11
5 Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych	22
5.1 Metody nauczania.....	22
5.2 Formy pracy.....	23
6 Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycje metod ich oceny.....	25
6.1 Opis założonych osiągnięć uczniów.....	25
6.2 Propozycje metod oceniania.....	32
7 Oprzyrządowanie programu	35
8 Projekt ewaluacji	36
Bibliografia.....	38

Notatka o autorze

Autorem programu jest Agnieszka Torschmied, obecnie nauczyciel kontraktowy matematyki w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych im. Tomasza Nocznickiego w Nowej Wsi.

Jestem nauczycielem matematyki z sześcioletnim stażem pracy w szkole średniej. W trakcie dotychczasowej pracy pracowałam również jako nauczyciel matematyki w szkole podstawowej, gimnazjum i szkole dla dorosłych. Doskonale zdaję sobie sprawę, że problemy z matematyką zaczynają się już na poziomie szkoły podstawowej i jeśli wówczas uczeń nie uzyska pomocy ze strony nauczyciela to kolejne etapy jego edukacji matematycznej nie przyniosą żadnych efektów. Od początku mojej pracy dążę do przekazania uczniom wiedzy matematycznej w sposób przystępny i ukazanie im, że matematyka jest niezbędna do funkcjonowania w obecnym świecie. Uważam, że jak najczęściej należy na lekcjach matematyki należy wykorzystywać komputer. Zaobserwowałam, że lekcje przeprowadzone z użyciem komputera przynoszą zamierzone efekty, uczniowie samodzielnie wykonują zadania i uświadamiają sobie potrzebę posiadania i wykorzystania wiadomości z matematyki.

Wstęp

Przedstawiony tu program przeznaczony jest dla uczniów technikum ogrodniczego, którzy realizują nauczanie matematyki w zakresie podstawowym. Został on opracowany zgodnie z podstawą programową zatwierdzoną przez Ministra Edukacji Narodowej w dniu 23 sierpnia 2007 roku (Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (DZ.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1100)) oraz zgodnie ze standardami wymagań maturalnych z matematyki. Ponadto uwzględnia on rozwijanie kluczowych kompetencji matematycznych zgodnie z zapiskami w dokumencie Parlamentu Europejskiego.

Program ten jest modyfikacją programu numer DKOS-5002-79/07, autorstwa Wojciecha Babiańskiego, Katarzyny Hall i Doroty Ponczek, wydawnictwa Nowa Era. Dotychczasowy program w pełni uwzględniał obowiązującą podstawę programową i standardy wymagań maturalnych. Brak w nim było nacisku na kształtowanie niektórych kluczowych kompetencji matematycznych zwłaszcza takich jak:

- przejawianie szacunku dla prawdy,
- dążenie do szukania przyczyn,
- ocenianie zasadności wnioskowań i działań.

W zmodyfikowanym programie położony jest też duży nacisk na kształtowanie umiejętności z matematyki niezbędnych do kształtowania umiejętności dla zawodu technika ogrodnika, takich jak:

1. Przetwarzanie danych liczbowych i operacyjnych.
2. Czytanie ze zrozumieniem informacji przedstawionych w formie opisów, instrukcji, rysunków, szkiców, wykresów.

Ponieważ obecne czasy wymuszają na człowieku rozwijanie umiejętności niezbędnych do funkcjonowania w obecnym społeczeństwie, między innymi posiadanie kompetencji matematycznych, dlatego też należy dokonać modyfikacji obowiązujących programów nauczania.

Wyposażenie młodych ludzi w owe kompetencje jest zasadniczym elementem działań na rzecz wzrostu gospodarczego i zatrudnienia. Wybór kompetencji matematycznych odgrywa ważną rolę. Badania potrzeb rynku pracy w Polsce wskazują na to że istnieje potrzeba kształcenia w zawodach technicznych, gdyż absolwenci techników zdają egzamin maturalny gorzej niż absolwenci liceów ogólnokształcących. Wielu uczniów ma problemy z matematyką, która będzie obowiązkowa na maturze przez kolejne lata. Tym samym świadomość zdawania na maturze matematyki powodują złe nastawienie do tego przedmiotu i niechęć do pokonywania trudności w uczeniu matematyki oraz rezygnację z podejmowania kształcenia na tych kierunkach na których jest matematyka.

Uwarunkowania realizacji programu

Program ten realizowany będzie w szkole położonej na wsi. Większość uczniów uczęszczających do szkoły to osoby zamieszkujące tereny wiejskie. Wśród uczniów duża część posiada opinię Poradni Psychologiczno-Pedagogicznej z zaleceniem obniżenia wymagań edukacyjnych w stosunku do tych uczniów.

Czynnikami wpływającymi na przebieg procesu edukacyjnego są także: trudniejszy dostęp do usług edukacyjnych spowodowany pochodzeniem młodzieży z obszarów wiejskich i rodzin ubogich, brak świadomości rodziców o potrzebie kształcenia i podnoszenia kwalifikacji swoich dzieci.

Niewątpliwą zaletą szkoły jest posiadanie dwóch dobrze wyposażonych pracowni komputerowych. W szkole istnieje również internetowe centrum informacji multimedialnej.

Kompetencje kluczowe uczniów z matematyki poddawane są analizie na początku edukacji w szkole. Przeprowadzane są w klasach pierwszych w formie testów sprawdzających wiedzę i umiejętności z gimnazjum. Z przeprowadzonej analizy wyników testów wynika, że uczniowie mają trudności z:

- Prawidłowym wykonywaniem podstawowych działań arytmetycznych.
- Czytaniem ze zrozumieniem treści zadań.
- Wykonywaniem obliczeń procentowych.
- Prawidłowym zastosowaniem algorytmu w danym zadaniu.

Analiza ta wskazuje na liczne braki kompetencji kluczowych, które są konsekwencją nieprzyswojenia materiału z wcześniejszych lat nauki. Dlatego też opracowany program jest tak zbudowany, że klasa pierwsza to praktycznie powtórzenie materiału z zakresu gimnazjum dzięki czemu uczniowie, którzy mają braki powinni je w tym czasie uzupełnić. W klasach kolejnych następuje poszerzenie wiadomości o nowe zagadnienia bazując na podstawach z zakresu klasy pierwszej.

Program jest tak skonstruowany aby w kształtowaniu kluczowych kompetencji z matematyki dążyć do należytego opanowania umiejętności liczenia, prezentacji wzorów, wykresów, tabel, opanowania logicznego i przestrzennego myślenia niezbędnych dla zawodu technik ogrodnik. Ponadto istnieje korelacja międzyprzedmiotowa w zakresie matematyki z przedmiotami zawodowymi.

1 Ogólne cele kształcenia

Poniżej przedstawione zostały cele ogólne zgodne z zapisem MKKE.

1. Wiedza (W)

- W1-rozumienie terminów i pojęć matematycznych;
- W2-dobrze opanowana umiejętność liczenia;
- W3-znajomość miar i struktur;
- W4-znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej;
- W5-świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź;

2. Umiejętności (U)

- U1-stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny);
- U2-śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny);
- U3-przekazywać komunikaty stosując język matematyczny,
- U4-korzystać z tekstu matematycznego.

3. Postawy (P)

- P1-przejawiać szacunek dla prawdy;
- P2-dążyć do szukania przyczyn
- P3-oceniać zasadność wnioskowań i działań

Ogólne cele edukacyjne:

1. Wykształcenie umiejętności operowania najprostszymi obiektami abstrakcyjnymi: liczbami, zmiennymi i zbudowanymi z nich wyrażeniami algebraicznymi, zbiorami (liczb, punktów, zdarzeń elementarnych) oraz funkcjami. (W1, W2, U3).
2. Wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji z życia codziennego oraz ich wykorzystania do rozwiązywania problemów praktycznych. (U1, U3, W3).
3. Wykształcenie umiejętności projektowania obliczeń i ich wykonywania. (W3, W2).
4. Poznanie podstawowych elementów myślenia matematycznego. (U3, U4, W5).
5. Nabycie umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej. (W5, P2, U4).
6. Wykształcenie umiejętności planowania działania i przewidywania skutków tego działania. (W4, U1, P3, P1).

2 Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania

Nauka matematyki powinna wspomagać rozwój intelektualny ucznia, przygotowywać go do działań zespołowych, przyczyniać się do wszechstronnego kształtowania jego osobowości oraz pomóc mu w poznawaniu i rozumieniu problematyki rozwoju kraju i świata.

2.1 Cele szczegółowe kształcenia

1. Opanowanie umiejętności uogólniania przykładów, formułowania hipotez i twierdzeń, przeprowadzania prostych rozumowań dedukcyjnych.
2. Opanowanie umiejętności podawania przykładów i kontrprzykładów, definiowania pojęć oraz posługiwania się definicją.
3. Wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych różnorodnych sytuacji z życia codziennego oraz ich wykorzystania do rozwiązywania problemów.
4. Opanowanie umiejętności potrzebnych do ilościowej oceny i opisu różnych zjawisk.
5. Wykształcenie wyobraźni przestrzennej przez wyznaczanie związków metrycznych i miarowych w otaczającej nas przestrzeni i obliczanie miar figur geometrycznych.
6. Nauczenie wykrywania związków między liczbowymi parametrami zjawisk, szacowania wartości tych parametrów, opisywania związków pomiędzy nimi za pomocą równań i nierówności, wykrywania między nimi zależności funkcyjnych lub rekurencyjnych oraz analiza ich własności, wyznaczania stanów optymalnych i ekstremalnych.
7. Opanowanie umiejętności odczytywania własności związków opisanych wykresami, diagramami itp., konstruowanie wykresów.
8. Nauczenie wykonywania działań na liczbach i wyrażeniach algebraicznych;
9. Opanowanie umiejętności sporządzania notatek.
10. Opanowanie umiejętności korzystania z opracowań podręcznikowych, pomocy naukowych, komputera, kalkulatora itp.
11. Wykształcenie nawyku logicznego i poprawnego myślenia oraz stosowania w praktyce zasad logiki.
12. Rozwijanie zdolności stawiania hipotez i ich dowodzenia, odróżniania hipotezy od udowodnionego faktu.
13. Wykształcenie umiejętności planowania rozwiązania problemu matematycznego i realizacji tego planu.
14. Rozwijanie umiejętności prawidłowej interpretacji tekstów zawierających dane statystyczne.

2.2 Cele wychowawcze

1. Nauka dobrej organizacji pracy, wytrwałości i systematyczności w dążeniu do osiągnięcia zamierzonych celów.
2. Kształcenie umiejętności logicznego rozumowania.
3. Wyrabianie samodzielności, dociekliwości i krytycyzmu.
4. Rozwijanie zdolności poznawczych.
5. Pobudzanie aktywności umysłowej.
6. Rozwijanie umiejętności prezentowania wyników własnej pracy i dowodzenia racji z wykorzystaniem precyzyjnego języka matematyki.
7. Rozwijanie umiejętności pracy i współpracy w zespole oraz prowadzenia dyskusji z wykorzystaniem argumentów merytorycznych.
8. Wychowanie umiejętności prowadzenia merytorycznej dyskusji mającej na celu wspólne dojście do optymalnego rozwiązania.
9. Kształtowanie szacunku dla poglądów innych i umiejętności obrony własnych poglądów.
10. Wychowanie krytycznego stosunku do własnych poglądów i umiejętności zmiany zdania pod wpływem racjonalnych argumentów.
11. Nauczanie zrozumiałego przedstawiania informacji.
12. Wychowanie umiejętności argumentowania.
13. Wychowanie umiejętności planowania pracy.
14. Umożliwienie podejmowania świadomych decyzji dotyczących społeczeństwa, gospodarki i środowiska naturalnego poprzez przekazanie umiejętności będących podstawą rozumienia zjawisk gospodarczych, społecznych i przyrodniczych.
15. Umożliwienie świadomego i krytycznego korzystania z danych statystycznych.
16. Wychowanie umiejętności samodzielnego zdobywania informacji i samokształcenia.

3 Materiał nauczania

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację. Rok szkolny liczy ok. 37 tygodni. Zakładając, że w klasie 1 w każdym tygodniu uczeń ma 3 godziny lekcji matematyki, otrzymujemy do dyspozycji ok. 111 godzin. W klasie 2 i 3 technikum uczeń ma tygodniowo 2 godziny lekcji matematyki, otrzymujemy 74 godziny. Zdający maturę zakończą zajęcia z końcem kwietnia. Dla nich rok szkolny trwa zatem około 29 tygodni i mają 2 godziny tygodniowo matematyki, co daje około 58 godzin lekcji matematyki.

Klasa I (3 godziny tygodniowo matematyki)

1.	Liczby rzeczywiste.	20
2.	Język matematyki.	15
3.	Funkcje.	15
4.	Funkcja liniowa	15
5.	Funkcja kwadratowa.	15
6.	Planimetria.	10
6.	Funkcje trygonometryczne kąta ostrego.	10
7.	Godziny do dyspozycji nauczyciela.	12

Klasa II (2 godziny tygodniowo matematyki)

1.	Planimetria.	8
1.	Wielomiany.	15
2.	Funkcje wymierne.	15
3.	Funkcje wykładnicze i logarytmy.	20
4.	Godziny do dyspozycji nauczyciela.	16

Klasa III (2 godziny tygodniowo matematyki)

1.	Ciągi liczbowe.	20
2.	Planimetria.	15
2.	Statystyka.	11
3.	Rachunek prawdopodobieństwa.	15
4.	Godziny do dyspozycji nauczyciela.	13

Klasa IV (2 godziny tygodniowo matematyki)

1.	Stereometria.	25
2.	Powtórzenie przed maturą.	33

4 Uszczegółowiony materiał nauczania

Przykładowy akapit tekstu – pisząc treść programu podmieniamy ten akapit i piszemy tak formatowanym tekstem, jak poniżej.

Szczegółowe treści kształcenia oraz odpowiadające im cele edukacyjne i osiągnięcia uczniów zostały oznaczone w następujący sposób.

Symbol:

- oznacza treści kształcenia i umiejętności zawarte w podstawie programowej z matematyki dla szkół ponadgimnazjalnych lub w standardach wymagań egzaminacyjnych dla tych szkół i jest ważne dla MKKE i dla kształcenia w zawodzie;
- oznacza treści kształcenia i umiejętności nie zawarte w podstawie programowej z matematyki dla szkół ponadgimnazjalnych i w standardach wymagań egzaminacyjnych dla tych szkół, ale jest ważne dla MKKE;
- ✓ oznacza treści kształcenia i umiejętności występujące na wcześniejszych etapach kształcenia, ale istotne dla MKKE i kształcenia w zawodzie;
- ❖ oznacza treści kształcenia i umiejętności nie zawarte w podstawie programowej z matematyki dla szkół ponadgimnazjalnych, w standardach wymagań egzaminacyjnych dla tych szkół, ale jest ważne dla MKKE i kształcenia w zawodzie.

Klasa I

1. Liczby rzeczywiste (20 godzin)

Tematyka:

- Liczby naturalne.(1)
- Liczby całkowite. Liczby wymierne.(1)
- Liczby niewymierne.(1)
- Pierwiastek z liczby nieujemnej.(1)
- Pierwiastek nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej.(1)
- Zastosowanie przekształceń algebraicznych.(2)
- Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej.(2)
- Potęga o wykładniku całkowitym.(2)
- Notacja wykładnicza.(2)
- Przybliżenia.(1)
- Procenty.(2)
- Obliczenia procentowe w bankowości.(1)

Powtórzenie wiadomości.(2)

Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- przypomni sobie pojęcie liczb pierwszych i złożonych;
- przypomni sobie wiadomości dotyczące liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych;

- przypomni sobie cechy podzielności liczb naturalnych oraz jak znajduje się NWD i NWW liczb naturalnych;
- przypomni sobie, jak wykonuje się działania na ułamkach;
- pozna pojęcie części całkowitej i ułamkowej;
- przypomni sobie prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;
- przypomni sobie własności równości i nierówności w zbiorze \mathbf{R} ;
- przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami;
- pozna pojęcie punktu procentowego;
- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym;
- przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych;
- pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej;
- pozna wzory skróconego mnożenia;
- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym;
- pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym i własności działań na takich potęgach;
- pozna, jak konstruuje się potęgę o wykładniku niewymiernym;
- pozna prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym.

2. Język matematyki. (15 godzin)

Tematyka:

- Zdanie logiczne. Negacja zdania.(1)
- Alternatywa i koniunkcja zdań.(1)
- Implikacja i równoważność zdań.(1)
- Kwantyfikatory.(1)
- Zbiory.(1)
- Działania na zbiorach.(2)
- Przedziały.(1)
- Działania na przedziałach.(1)
- Wartość bezwzględna.(1)
- Błąd bezwzględny i błąd względny.(1)
- Własności wartości bezwzględnej.(1)

Powtórzenie wiadomości. (1)

Praca klasowa i jej omówienie (2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- pozna zdania proste i złożone;
- pozna spójniki logiczne;
- pozna podstawowe prawa logiki, takie jak negacja alternatywy i negacja koniunkcji;
- pozna kwantyfikator ogólny i szczegółowy;
- pozna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiór skończony (nieskończony), element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru;
- zapozna się z symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów;
- pozna pojęcie sumy, różnicy, iloczynu i dopełnienia zbiorów;
- pozna relacje jakie zachodzą między podzbiórami zbioru liczb rzeczywistych;
- przypomni sobie, czym jest oś liczbowa;
- pozna pojęcie przedziału (ograniczonego, nieograniczonego, otwartego, domkniętego, jednostronnie otwartego);

- nauczy się wykonywać działania na przedziałach (znajdować sumę, iloczyn, różnicę przedziałów, dopełnienie przedziału);
- pozna pojęcie wartości bezwzględnej;
- pozna własności wartości bezwzględnej;
- pozna pojęcie błędu bezwzględnego i względnego;
- nauczy się szacować wyrażenia liczbowe.

3. Funkcje (15 godzin)

Tematyka:

- Pojęcie funkcji i sposoby jej opisu.(1)
- Dziedzina i miejsca zerowe funkcji.(2)
- Monotoniczność funkcji.(1)
- Odczytywanie własności funkcji z wykresu.(2).
- Przesuwanie wykresu wzdłuż osi układu współrzędnych.(1)
- Wektory w układzie współrzędnych.(1)
- Przesuwanie wykresu o wektor.(1)
- Przekształcanie wykresu przez symetrię względem osi układu współrzędnych.(1)
- Funkcje – zastosowania.(2)

Powtórzenie wiadomości.(1)

Praca klasowa i jej omówienie(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- przypomni sobie pojęcie funkcji;
- pozna różne sposoby opisywania funkcji (graf, wzór, tabela, wykres, opis słowny);
- przypomni sobie takie pojęcia jak: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej;
- pozna pojęcie monotoniczności funkcji;
- pozna wykresy niektórych funkcji jak np. $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, $y = 1/x$;
- pozna pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji.
- nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- nauczy się szkicować wykres funkcji o podanych własnościach;
- nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji;
- pozna pojęcie wektora w układzie współrzędnych;
- nauczy się dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę;
- nauczy się przesuwać równolegle wykres funkcji wzdłuż osi OX ;
- nauczy się przesuwać równolegle wykres funkcji wzdłuż osi OY ;
- nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX ;
- nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OY .

4. Funkcja liniowa (15 godzin)

Tematyka:

- Funkcja liniowa.(1)
- Własności funkcji liniowej.(1)
- Równanie prostej na płaszczyźnie.(1)
- Współczynnik kierunkowy prostej.(1)
- Warunek prostopadłości prostych.(2)
- Układy równań liniowych.(2)

- Interpretacja geometryczna układu równań liniowych.(2)
- Funkcja liniowa – zastosowania.(2)

Powtórzenie wiadomości.(1)

Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej;
- pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej;
- przypomni sobie własności funkcji liniowej;
- nauczy się znajdować równanie funkcji liniowej do wykresu, do której wykresu należą dwa dane punkty;
- nauczy się znajdować równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe lub prostopadłe do danej funkcji liniowej;
- przypomni sobie algebraiczne metody rozwiązywania układów równań liniowych;
- pozna rodzaje układów równań liniowych;
- nauczy się rozwiązywać graficznie układy równań liniowych;
- nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego.

5. Funkcja kwadratowa (15 godzin)

Tematyka:

- Wykres funkcji $f(x) = ax^2$.(1).
- Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = ax^2$ o wektor.(1)
- Postać kanoniczna i postać ogólna funkcji kwadratowej.(2)
- Rozwiązywanie równań kwadratowych przez rozkład na czynniki.(1)
- Rozwiązywanie równań kwadratowych za pomocą wzorów.(2)
- Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.(1)
- Nierówności kwadratowe.(2)
- Funkcja kwadratowa – zastosowania.(2)

Powtórzenie wiadomości.(1)

Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności;
- nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej;
- nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych;
- nauczy się przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;
- pozna metodę rozwiązywania równań kwadratowych;
- pozna metodę rozwiązywania nierówności kwadratowych;
- nauczy się znajdować największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych;
- nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań (w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym).

6. Planimetria (10 godzin)

Tematyka:

- ✓ Miary kątów w trójkącie.(1)
 - ✓ Trójkąty przystające.(1)
 - ✓ Trójkąty podobne.(2)
 - ✓ Wielokąty podobne.(2)
 - Twierdzenie Talesa (2)
- Sprawdzian i jego omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- ✓ przypomni sobie podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
- ✓ przypomni sobie twierdzenie o sumie kątów w trójkącie;
- ✓ przypomni sobie, na czym polega nierówność trójkąta;
- ✓ przypomni sobie twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta;
- ✓ przypomni sobie pojęcie trójkątów przystających oraz cechy przystawiania trójkątów;
- ✓ przypomni sobie pojęcie trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów.
 - pozna treść twierdzenia Talesa i twierdzenia do niego odwrotnego;
 - pozna zastosowania twierdzenia Talesa i twierdzenia do niego odwrotnego;
 - nauczy się dzielić odcinek na n równych części;
- ✓ nauczy się stosować cechy podobieństwa figur w rozwiązywaniu zadań.

7. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego (10 godzin)

Tematyka:

- ✓ Trójkąty prostokątne.(1)
 - Funkcje trygonometryczne kąta ostrego.(1)
 - Trygonometria – zastosowania.(2)
 - Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych.(1)
 - Związki między funkcjami trygonometrycznymi. (2)
 - Powtórzenie wiadomości.(1)
 - Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- ✓ przypomni sobie twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;
- pozna określenie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;
- nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° ;
- pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.

Klasa II

1. Planimetria (8 godzin)

Tematyka:

- Pole trójkąta.(2)
- Pole czworokąta.(2)
- Długość okręgu i pole koła.(2)

Sprawdzian i jego omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- ✓ przypomni sobie stosowane wcześniej wzory na pole trójkąta (np.: $P = \frac{1}{2} a \cdot h$);
- pozna nowe wzory na pole trójkąta (np.: $P = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \alpha$);
- ✓ przypomni sobie wzór na pole koła i długość okręgu;
- pozna wzór na pole wycinka koła i wzór na długość łuku okręgu.

2. Wielomiany (15 godzin)

Tematyka:

- Stopień i współczynniki wielomianu(1)
- Dodawanie i odejmowanie wielomianów.(1)
- Mnożenie wielomianów.(1)
- Wzory skróconego mnożenia.(2)
- Rozkład wielomianu na czynniki.(2)
- Równania wielomianowe.(2)
- ❖ Wykres wielomianu. (1)
- ❖ Nierówności wielomianowe.(2)

Powtórzenie wiadomości. (1)

Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- pozna definicję wielomianu stopnia n ($n > 1$) jednej zmiennej;
- pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować;
- nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany;
- pozna pojęcie pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu;
- pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki (wyłączanie czynnika poza nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów);
- nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe;
- nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych
- ❖ nauczy się sporządzać wykres wielomianu;
- ❖ nauczy się rozwiązywać nierówności wielomianowe.

3. Funkcje wymierne (15 godzin)

Tematyka:

- Proporcjonalność odwrotna.(1)

- Wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$.(1)
- Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ wzdłuż osi OX i wzdłuż osi OY .(1)
- Wyrażenia wymierne.(1)
- Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych.(1)
- Dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych.(2)
- Równania wymierne.(2)
- Wyrażenia wymierne – zastosowania. (2)

Powtórzenie wiadomości.(1)

Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- pozna definicję funkcji wymiernej;
- nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- nauczy się skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej;
- nauczy się szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;
- nauczy się rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną;
- nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne.

4. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne (20 godzin)

Tematyka:

- Potęga o wykładniku całkowitym.(1)
- Potęga o wykładniku wymiernym.(2)
- Potęga o wykładniku rzeczywistym.(1)
- Funkcje wykładnicze.(2)
- Przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej.(2)
- Logarytm. Logarytm dziesiętny.(2)
- Logarytm iloczynu i logarytm ilorazu.(2)
- Logarytm potęgi.(2)
- Zastosowania.(2)
- Powtórzenie wiadomości.(2)
- Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- będzie doskonalił umiejętności wykonywania działań na potęgach;
- pozna pojęcie funkcji wykładniczej;
- pozna własności funkcji wykładniczej;
- nauczy się stosować własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań;
- pozna definicję logarytmu;
- pozna definicję logarytmu dziesiętnego;
- pozna własności logarytmów i ich zastosowanie w rozwiązywaniu zadań.

Klasa III

1. Ciągi liczbowe (20 godzin)

Tematyka:

- Pojęcie ciągu.(1)
- Sposoby określania ciągu.(1)
- Ciągi monotoniczne (2)
- Ciąg arytmetyczny.(2)
- Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.(2)
- Ciąg geometryczny.(2)
- Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.(2)
- Procent składany.(2)
- Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania.(3)

Powtórzenie wiadomości.(1)

Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- pozna definicję ciągu;
- pozna sposoby opisywania ciągów (wzór ogólny, wykres);
- pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu;
- pozna definicję ciągu arytmetycznego;
- pozna własności ciągu arytmetycznego;
- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego (n -ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów tego ciągu, średnia arytmetyczna);
- pozna definicję ciągu geometrycznego;
- pozna własności ciągu geometrycznego;
- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego (n -ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna);
- pozna pojęcie procentu prostego i składanego;
- nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów;

2. Planimetria (15 godzin)

Tematyka:

- Okręgi i proste.(1)
- Kąty w okręgu.(2)
- Kąty między styczną a cięciwą okręgu.(1)
- Odległość między punktami w układzie współrzędnych.(1)
- Środek odcinka.(1)
- Okrąg w układzie współrzędnych.(2)
- Okrąg wpisany w trójkąt.(1)
- Okrąg opisany na trójkącie.(1)
- Czworokąty wypukłe. (1)

Powtórzenie wiadomości.(1)

Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- ✓ przypomni sobie jakie są wzajemne położenia dwóch okręgów w przestrzeni:



- ✓ przypomni sobie jakie są wzajemne położenia prostej i okręgu w przestrzeni;
- ✓ przypomni sobie jakie są rodzaje kątów w okręgu;
- pozna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych w okręgu i twierdzenie dotyczące kąta środkowego i wpisanego w okrąg opartego na tym samym łuku;
- pozna jako oblicza się odległość punktów w układzie współrzędnych;
- pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka;
- pozna wzór na równanie okręgu w układzie współrzędnych;
- nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej;
- nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu;
- nauczy się zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach (np. stycznego do jednej z osi układu);
- nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;
- pozna twierdzenie o wysokościach w trójkącie;
- pozna twierdzenie o środkowych w trójkącie;
- pozna twierdzenie o symetralnych boków trójkąta;
- pozna twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta;
- pozna wzory na pole trójkąta $P = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$, $P = \frac{1}{2}(a+b+c) \cdot r$, gdzie a,b,c- długości boków trójkąta, R- promień opisanego na trójkącie, r- promień okręgu wpisanego w trójkąt;
- ✓ przypomni sobie podział czworokątów;
- ❖ udoskonali umiejętność zamiany jednostek pola (zwłaszcza wyrażać pole w arach i hektarach);
- ✓ przypomni sobie niektóre własności czworokątów;
- pozna twierdzenie o linii łączącej środki ramion trapezu.

3. Statystyka (11 godzin)

Tematyka:

- Średnia arytmetyczna.(2)
- Mediana i dominanta (2)
- Odchylenie standardowe (2)
- Średnia ważona (2)
- Powtórzenie wiadomości (1)
- Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- dowie się, na czym polega klasyfikacja danych statystycznych;
- pozna wzory na obliczanie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, odchylenia standardowego, wariancji;
- pozna metody wyznaczania mediany i dominanty z danych statystycznych;
- nauczy się obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby;
- nauczy się interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne.

4. Rachunek prawdopodobieństwa.(15 godzin)

Tematyka:

- Reguła mnożenia.(1)
- Zdarzenia losowe(2)
- Działania na zdarzeniach losowych.(2)

- ❖ Symbol silni.(1)
- Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa.(1)
- Własności prawdopodobieństwa.(2)
- Drzewa stochastyczne.(1)
- Klasyczna definicja prawdopodobieństwa.(2)

Powtórzenie wiadomości.(1)

Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- pozna zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować;
- pozna takie pojęcia, jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne,
- zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego,
- zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe;
- nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu;
- nauczy się znajdować sumę zdarzeń, różnicę zdarzeń, iloczyn zdarzeń oraz zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia;
- pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa;
- pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować w rozwiązywaniu zadań;
- pozna „klasyczną definicję prawdopodobieństwa”;
- nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”.
- nauczy się przedstawiać pewne sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań;
- ❖ pozna symbol silni i nauczy się go stosować.

Klasa IV

5. Stereometria (25 godzin)

Tematyka:

- Proste i płaszczyzny w przestrzeni.(1)
- Graniastosłupy.(1)
- Odcinki w graniastosłupach.(2)
- Objętość graniastosłupa (2)
- Ostrosłupy.(1)
- Objętość ostrosłupa.(2)
- Kat między prostą a płaszczyzną.(1)
- Kat dwuścienny.(2)
- Walec.(2)
- Stożek.(2)
- Kula.(1)
- Bryły podobne.(2)
- ❖ Bryły wpisane i opisane.(3)

Powtórzenie wiadomości.(1)

Praca klasowa i jej omówienie.(2)



Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- pozna wzajemne położenie prostej i płaszczyzny;
- pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
- nauczy się rysować .figury w rzucie równoległym na płaszczyznę;
- nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną;
- pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego;
- ✓ przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach;
- ✓ przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach;
- ✓ przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych;
- ✓ udoskonali umiejętność zamiany jednostek objętości litrów na mililitry i odwrotnie;
- pozna definicję brył podobnych;
- pozna własności brył podobnych;
- ❖ pozna twierdzenie o polach i objętościach brył podobnych;
- ❖ pozna metody obliczania brył wpisanych i opisanych na danych bryłach.

Powtórzenie przed maturą (33 godziny)

5 Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych

Wybierając sposoby osiągnięcia celów edukacyjnych, należy uwzględniać możliwości i zainteresowania uczniów, nie zapominając o zasadzie stopniowania trudności.

Skuteczne nauczanie wymaga stosowania zróżnicowanych metod pracy i form pracy.

Wybrane przez nauczyciela metody pracy muszą uwzględniać także korzystanie z nowoczesnych technik informacji. Warto dążyć do szerszego wykorzystania zwłaszcza komputera i kalkulatorów graficznych, a także zwykłych kalkulatorów, które obecnie są już powszechnie dostępne.

5.1 Metody nauczania

Wśród najczęściej stosowanych metod nauczania na lekcjach matematyki najlepiej wykorzystać następujące metody:

- **Wykład** – polega na bezpośrednim lub pośrednim przekazywaniu wiedzy jakiemuś audytorium. Typowe dla wykładu elementy to przekazanie informacji w sposób systematyczny i logicznie konsekwentny. Nauczyciel powinien treść wykładu wiązać umiejętnie z życiem, dobrać trafne i interesujące przykłady, starannie się wystawiać. Wykład nie powinien również być zbyt długi. Uczniowie sporządzają notatki, zapamiętują fakty, zdobywają wiedzę i umiejętności poprzez naśladownictwo. Metodę tę należy jednak w szkole średniej ograniczyć do niezbędnego minimum. Metoda ta pozwala na rozwijanie takich kompetencji jak: rozumienie terminów i pojęć matematycznych, śledzenie i ocenianie ciągów argumentów.
- **Pogadanka**, – polega na rozmowie nauczyciela z uczniami, przy czym nauczyciel jest w tej rozmowie osobą kierującą. Zmierzając do osiągnięcia zaplanowanego celu stawia uczniom pytania, na które oni z kolei udzielają odpowiedzi.

Pogadanka może służyć:

- Przygotowaniu uczniów do pracy na lekcji
- Zaznajamianiu ich z nowym materiałem
- Systematyzowaniu i utrwalaniu wiadomości

Metoda ta pozwala na rozwijanie takich kompetencji jak: rozumienie terminów i pojęć matematycznych, stosowanie głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny).

- **Dyskusja** – to metoda kształcenia polegająca na wymianie zdań między nauczycielem i uczniami lub tylko między uczniami. Uczestnicy dyskusji prezentują własne poglądy lub odwołują się do poglądów innych osób. Dobrze przeprowadzona dyskusja uczy głębszego rozumienia problemu, samodzielnego zajmowania stanowiska, operowania argumentami i krytycznego myślenia. Uczy jednocześnie liczenia się ze zdaniem innych i uznawania ich argumentów, jeśli są trafne oraz lepszego rozumienia innych ludzi. Sprzyja klarowaniu się własnych przekonań i kształtowaniu własnego poglądu na świat. Metoda ta pozwala na rozwijanie takich kompetencji jak: stosowanie głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych

i zawodowych, dążenie do szukania przyczyn, ocenianie zasadności wnioskowań i działań.

- **Metoda problemowa** – w tej metodzie nauczyciel stawia przed uczniami pewien problem matematyczny (zadanie problemowe), który uczniowie rozwiązują samodzielnie. Uczniowie zmuszeni są dużego wysiłku intelektualnego. Analizują problem, formułują hipotezy, weryfikują je, w razie potrzeby wyjaśniają wątpliwości z nauczycielem, budują model rozwiązania problemu, dokonują korekt, podsumowują swoje spostrzeżenia i wnioski, sprawdzają obliczenia, formułują odpowiedź. Ta metoda kształci umiejętność rozwiązywania problemów, wzbogaca wiedzę uczniów i aktywizuje ich postawy w procesie kształcenia. Metoda ta pozwala na rozwijanie takich kompetencji jak: świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź, przekazywanie komunikatów stosując język matematyczny, korzystanie z tekstu matematycznego, przejawianie szacunek dla prawdy, dążenie do szukania przyczyn.
- **Burza mózgów** – zwana również twórczą dyskusją, stanowi niekonwencjonalny sposób zespołowego poszukiwania nowych pomysłów dotyczących metod rozwiązywania problemów. Proces rozwiązywania problemów tą metodą składa się z dwóch typowych czynności intelektualnych: wytwarzania pomysłów rozwiązania i ich oceny. Czynności te normalnie przeplatają się ze sobą na zasadzie sprzężenia zwrotnego, przy czym zachodzi tu zjawisko natychmiastowego wartościowania. W burzy mózgów występuje natomiast oddzielenie w czasie procesu tworzenia pomysłów od ich oceny i selekcji. Metoda ta pozwala na rozwijanie takich kompetencji jak: przejawianie szacunek dla prawdy, dążenie do szukania przyczyn, ocenianie zasadności wnioskowań i działań.
- **Metaplan** – to jedna z nowoczesnych form dyskusji, której wyniki przedstawiamy w postaci graficznej. Stosowany może być zarówno jako element pracy w grupie jak i z całym zespołem klasowym najczęściej w celu oceny przyczyn lub skutków danych wydarzeń. Metoda ta pozwala na rozwijanie takich kompetencji jak: znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej, korzystanie z tekstu matematycznego.
- **Praca z tekstem, podręcznikiem** – polega na samodzielnej pracy lub parami. Uczeń wykonuje polecenia zawarte w tekście, uzupełnia, rysuje, oblicza. Po rozwiązaniu pewnej liczby zadań dokonujemy podsumowania. W trakcie również mogą być udzielane wskazówki. Po zakończeniu cała praca zostaje jeszcze raz podsumowana. Na koniec uczniowie wspólnie opracowują tekst podsumowujący. Metoda ta kształci umiejętności posługiwania się podręcznikiem i zapisu uzyskanych informacji w formie krótkiej i zwięzłej notatki. Uczy odkrywania a także argumentowania. Praca z podręcznikiem polega na planowym i systematycznym wdrażaniu ucznia do pracy z książką szkolną, w której znajduje się tekst podstawowy, uzupełniający oraz obudowa dydaktyczna podręcznika.

Aktywna praca z tekstem polega na:

- uświadomieniu sensu czytania (znalezienia określonej informacji);
- przeszukania tekstu pod kątem niezrozumiałych wyrazów;
- czytania właściwego – poszukiwania odpowiednich informacji.

Metoda ta pozwala na rozwijanie takich kompetencji jak: przekazywanie komunikatów stosując język matematyczny, korzystanie z tekstu matematycznego.

5.2 Formy pracy

Z wyborem metod nauczania ściśle wiąże się odpowiedni dobór form organizacyjnych lekcji. Wśród nich można wyróżnić następujące:

Praca z całą klasą – polega na zaangażowaniu całej społeczności klasowej w rozwiązywanie problemów sformułowanych przez nauczyciela.

1. Nauczyciel realizuje ze wszystkimi uczniami te same treści (np. uczniowie rozwiązują te same zadania, analizują ten sam problem matematyczny, dyskutują na ten sam temat, nauczyciel prowadzi wykład). Ta forma pracy sprzyja nawiązaniu więzi uczniowskich.
2. Wzajemne odpytywanie się (uczeń zadaje pytanie i wskazuje tego, który ma na nie odpowiedzieć uczeń, który odpowiedział na postawione pytanie zadaje swoje pytanie następnemu uczniowi itd.). Taka metoda pracy angażuje wszystkich uczniów. Pozwala na sprawne powtórzenie materiału. Uczniowie kształcą umiejętność porządkowania informacji, formułowania i zadawania pytań.

Praca w grupach – polega na podziale klasy na kilkuosobowe zespoły i przydzieleniu im problemu do rozwiązania.

Praca w grupach uczy organizacji pracy, podziału obowiązków pomiędzy członków grupy, odpowiedzialności za powierzone zadania. Uczy komunikacji między członkami grupy, zasad współpracy partnerskiej. Ma ogromne walory kształcące i wychowawcze.

Praca indywidualna – każdy uczeń pracuje samodzielnie, pod kierunkiem nauczyciela (jeśli praca odbywa się na lekcji) lub samodzielnie (jeśli praca odbywa się w domu). Praca indywidualna pozwala uczniowi na samodzielne poszukiwanie odpowiedzi na postawione pytania, zmusza do własnych przemyśleń, zastanowienia się nad problemem i sposobem jego rozwiązania, utrwaleniem już zdobytej wiedzy, a także nad kształceniem umiejętności uczenia się. Uczeń pracuje we właściwym dla siebie tempie. Praca indywidualna wyrabia też nawyk porządnego wykonania powierzonego zadania, odpowiedzialności za siebie, za swoją wiedzę i umiejętności.

6 Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycje metod ich oceny.

6.1 Opis założonych osiągnięć uczniów.

W opisie uwzględniono klasyfikację umiejętności na odpowiednie poziomy wymagań (konieczne (K) – ocena dopuszczająca, podstawowe (P) – ocena dostateczna, rozszerzające (R) – ocena dobra, dopełniające (D) – ocena bardzo dobra.

Klasyfikacja podwójna, np. K/P, oznacza, że prostsze zadania dotyczące danego zagadnienia należy traktować jako wymagane na poziomie K, a trudniejsze – P.

Za wymagania na poziomie W należy uznać. spełnienie wszystkich wymagań z poziomów niższych oraz umiejętności rozwiązywania zadań znacznie wykraczających poza wymagania na poziomie D stopniem trudności lub tematyką. Uczeń powinien uczestniczyć w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub być finalistą zawodów na szczeblu województwa.

Wykaz zakładanych osiągnięć ucznia (poziom wymagań):

Klasa I

Liczby rzeczywiste.

Uczeń:

- podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych; pierwszych i złożonych, potrafi zakwalifikować daną liczbę do jednego z tych rodzajów (K);
- zamienia skończone rozwinięcie dziesiętne na ułamek zwykły i na odwrot (K);
- rozumie pojęcie rozwinięcia okresowego, znajduje rozwinięcia dziesiętne ułamków zwykłych (P/R);
- wie, że suma, różnica, iloczyn i iloraz liczb wymiernych są liczbami wymiernymi (P);
- umie pokazać na przykładach, że suma (różnica, iloczyn i iloraz) liczb niewymiernych może być zarówno liczbą wymierną, jak i niewymierną (D);
- wykonuje działania na liczbach wymiernych: cztery działania arytmetyczne, potęgi o wykładniku całkowitym i postaci $1/n$; także z użyciem kalkulatora (K);
- upraszcza pierwiastki i znajduje ich przybliżone wartości za pomocą kalkulatora (K);
- upraszcza wyrażenia zawierające potęgi o wykładniku wymiernym i pierwiastki (P/R);
- usuwa niewymierność z mianownika (P/R);
- zapisuje i odczytuje liczby w notacji wykładniczej (P);
- posługuje się notacją wykładniczą w obliczeniach (R/D);

- oblicza procent danej liczby (K);
- zwiększa i zmniejsza liczbę o dany procent, porównuje liczby, używając procentów (P);
- rozwiązuje zadania z procentami dotyczące m.in. płac, cen, podatków, także z użyciem równań i układów równań liniowych (R/D);
- zaokrągla liczby z podaną dokładnością (K);
- szacuje wyniki działań i wielkości ze świata rzeczywistego (P/R);
- wykorzystuje umiejętność szacowania w bardziej złożonych sytuacjach (D);
- wykonuje działania na wyrażeniach algebraicznych (w tym stosuje wzory skróconego mnożenia) (K\P).

Język matematyki.

Uczeń:

- ocenia prawdziwość zdania zbudowanego za pomocą jednego spójnika (i, lub, nie) (K);
- buduje zdania w formie wynikania i równoważności oraz ze zwrotem dla każdego i istnieje (K);
- buduje zdania złożone za pomocą spójników (P);
- odróżnia w praktyce zdanie typu $p \Rightarrow q$ od zdania typu $q \Rightarrow p$ (P);
- zna nazwy: koniunkcja, alternatywa, symbole spójników oraz wynikania i równoważności (P);
- zna pojęcia: zbiór, suma i część wspólna zbiorów (K);
- zapisuje przedziały i zaznacza je na osi liczbowej (K);
- znajduje sumę i iloczyn danych przedziałów i zaznacza je na osi liczbowej (P);
- zaznacza na osi liczbowej zbiory określone koniunkcją lub alternatywą równań oraz nierówności (K);
- wykonuje działania na różnych zbiorach liczbowych (D);
- wyznacza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej oraz stosuje jej interpretację geometryczną (P);
- rozwiązuje proste równania i nierówności z wartością bezwzględną (np. $|2x-3|=3$ $|x+4|\leq 1$) (D\W);
- wyznacza błąd bezwzględny oraz błąd względny przybliżenia liczby (P).

Funkcje.

Uczeń potrafi:

- określać funkcję (wzorem, tabelką, wykresem, grafem, opisem słownym) (K\P);
- odczytywać z wykresu wartości funkcji, argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość, miejsca zerowe i przedziały, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie i ujemne (K);
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ sporządza wykresy funkcji: $y = f(x-p)$, $y = f(x)+q$, $y = f(x)-p+q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$ (P\R);
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ sporządza wykres funkcji $y = |f(x)|$ oraz wykresy będące efektem wykonania kilku operacji (W);
- odczytywać z wykresu: dziedzinę funkcji, zbiór wartości funkcji, miejsca zerowe funkcji, przedziały monotoniczności funkcji, znaki wartości funkcji, wartość największą i najmniejszą funkcji (P);
- podać przykłady funkcji (P);
- posługiwać się różnymi sposobami opisu funkcji (R/D);

- znając własności zależności między wielkościami, szkicuje wykres funkcji opisującej tę zależność (D);
- stosować funkcje i ich własności w sytuacjach praktycznych (R);
- odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji, dotyczące różnych zjawisk, np. przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych, chemicznych(R);
- przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru funkcji lub wykresu funkcji(R\D).

Funkcja liniowa.

Uczeń potrafi:

- sporządzić wykres proporcjonalności prostej oraz podać jej własności (K);
- zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań (R);
- sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu (P);
- znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach (D);
- znaleźć równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym (P);
- zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych (K);
- wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań(R\D);
- wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danej funkcji liniowej (P);
- stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego (R);
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą (R);
- stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi (P).

Funkcja kwadratowa.

Uczeń potrafi:

- odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji (K);
- sporządzić wykres funkcji kwadratowej i zbadać jej własności na podstawie wykresu (R);
- wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji kwadratowej (P);
- przekształcać wykresy funkcji kwadratowych (R);
- wyznaczyć wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu (R\D);
- wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej i postać iloczynową funkcji kwadratowej (P);
- sprawnie zamieniać jedną postać funkcji kwadratowej na inną (postać kanoniczna, iloczynowa, ogólna) (P);
- sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie, zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów (R);
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych (R\D);

- wyznaczyć wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym (R)
- rozwiązywać zadania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne) (R\D);
- rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych (R);
- przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej (R);
- opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej (D).

Planimetria.

Uczeń potrafi:

- ✓ stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań (w tym m.in. twierdzenie o sumie kątów trójkąta) (P);
- ✓ określić – znając długości boków trójkąta – czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny czy rozwartokątny (P);
- ✓ rozpoznawać trójkąty przystające (K);
- ✓ stosować cechy przystawiania trójkątów w rozwiązywaniu zadań (P\R);
- ✓ rozpoznawać trójkąty podobne (K);
- ✓ stosować cechy podobieństwa trójkątów w rozwiązywaniu zadań (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym) (R\D);
- ✓ stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy) (R\D);
- stosować twierdzenie Talesa i twierdzenie do niego odwrotne w rozwiązywaniu zadań (R).

Funkcje trygonometryczne kąta ostrego

Uczeń potrafi:

- ✓ nazwać boki w trójkącie prostokątnym (K);
- ✓ rozwiązać trójkąt prostokątny (K/P);
- ✓ zastosować twierdzenie Pitagorasa do obliczenia długości boków trójkąta prostokątnego (P);
- obliczyć funkcje trygonometryczne kątów trójkąta prostokątnego znając długości jego boków (K);
- wykonać proste rachunki z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych, także z zastosowaniem kalkulatora (P/R);
- stosować funkcje trygonometryczne kąta ostrego do:
 - • prostych zadań geometrycznych (K);
 - • prostych sytuacji życia codziennego (P);
 - • trudniejszych zadań ®
- samodzielnie rozpoznać sytuacje, w których może zastosować funkcje trygonometryczne (D);
- korzystać z podanych wartości funkcji kątów $30^{\circ}, 45^{\circ}, 60^{\circ}$ do rozwiązywania prostych zadań (K);
- korzystać z jedynki trygonometrycznej do wyznaczenia wartości jednej z funkcji, gdy dana jest inna (P);
- wykazać tożsamości trygonometryczne (D);

- zastosować znane związki między funkcjami trygonometrycznymi do upraszczania wyrażeń (D).

Klasa II

Planimetria.

Uczeń potrafi:

- stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych (P\R);
- stosować własności podobieństwa w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali (R\D));
- stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów (K);
- stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy) (P\R);
- stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów (K\P);
- zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań (K\P).

Wielomiany.

Uczeń potrafi:

- odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem (K);
- określić stopień wielomianu (K);
- dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany (K\P);
- rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias (P);
- rozwiązać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki (P);
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych (R\D);
- ❖ sporządzić wykres wielomianu (R);
- ❖ rozwiązać nierówność wielomianową (R);
- rozwiązać równanie wielomianowe z wartością bezwzględną (W);
- rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, stosując poznane definicje i twierdzenia (R\D).

Funkcje wymierne.

Uczeń potrafi:

- odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji (K);
- wyznaczać dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych lub kwadratowych za pomocą grupowania wyrazów, stosowania wzorów skróconego mnożenia, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias (P\R);
- obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej (K);
- skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne (P);
- dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne (P);
- szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji (R);
- rozwiązywać zadania z proporcjonalnością odwrotną (R);
- rozwiązywać proste równania wymierne (P);
- rozwiązywać zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych (D);

Funkcje wykładnicze i logarytmiczne.

Uczeń potrafi:

- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym (P);
- stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań (P);
- odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji (K);
- sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw (P\R);
- przekształcać wykresy funkcji wykładniczych (R);
- opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów (R\D);
- rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym (R\D);
- obliczać logarytm liczby dodatniej (K);
- stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań (P);
- odróżnić funkcję logarytmiczną od innych funkcji (K);
- sporządzać wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw (P);
- przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych (P\R);
- opisywać własności funkcji logarytmicznych na podstawie ich wykresów (R\D);
- .rozwiązywać zadania dotyczące funkcji logarytmicznych, umieszczone w kontekście praktycznym (R\D).

Klasa III

Ciągi liczbowe.

Uczeń potrafi:

- określać ciąg wzorem ogólnym (P);
- wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym (K);
- narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu (K\P);
- zbadać monotoniczność ciągu (R\D);
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym (P);
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych (P\R);
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (P);
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego (D);
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym (P);
- wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych (P\R);
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (P);
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego (D);
- rozwiązywać zadania stosując wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym (R\D);
- stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania;
- lokat i kredytów (R).

Planimetria.

Uczeń potrafi:

- obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych (K);
- wyznaczyć współrzędne środka odcinka (K);
- posługiwać się równaniem okręgu (K);



- przekształcić równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytać współrzędne środka i promień okręgu (K);
- wyznaczyć równanie okręgu o zadanych własnościach (P\R);
- wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu (P);
- określić wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami (P);
- wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (P);
- stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów (P\R);
- stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach (np. długość wysokości, długość promienia okręgu wpisanego w trójkąt i opisanego na trójkącie) (R);
- stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów (R);
- ❖ sprawnie przedstawiać pola figur w arach i hektarach i dokonywać zamiany tych jednostek (P);
- rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych (D);
- ✓ nazywać wzajemne położenie okręgów oraz prostej i okręgu (K);
- ✓ wykorzystuje te pojęcia w rozwiązywaniu zadań (P/R/D);
- ✓ rozpoznać kąt wpisany i środkowy w okręgu (K);
- rozwiązuje różne zadania, wykorzystując:
 - twierdzenie Pitagorasa;
 - twierdzenie o kącie wpisanym i środkowym (R\D).
- wie, ile wynosi suma kątów trójkąta i czworokąta i wykorzystuje ten fakt do rozwiązywania zadań (K/P).

Statystyka.

Uczeń potrafi:

- odczytać informacje z tabel, diagramów słupkowych i kołowych (K/P);
- wyciągnąć z takich informacji wnioski, wykonując odpowiednie obliczenia (R/D);
- obliczyć:
 - średnią arytmetyczną danych liczb (K);
 - wariancję i odchylenie standardowe danych liczb (K);
 - modę i medianę danych liczb (P);
 - średnią arytmetyczną danych zapisanych w postaci tabeli lub histogramu (P);
 - średnią ważoną danych liczb (K).
- rozumie sens intuicyjny wariancji i odchylenia standardowego (K);
- wyciągnąć wnioski z informacji w postaci średnich, odchylenia standardowego i wariancji (P/R/D);
- wytłumaczyć różnice pomiędzy różnymi rodzajami średnich i ograniczenia w ich stosowaniu (D);
- przedstawić dane w postaci tabel i diagramów (K/P);
- opracować statystycznie nieskomplikowany problem (R);
- postawić prosty problem i opracowuje go statystycznie (D).

Rachunek prawdopodobieństwa

Uczeń potrafi:

- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych (K);
- stosować zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań (P);

- rozwiązywać pewne zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa(R);
- ❖ stosować symbol silni (P);
- określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc (K|P);
- wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu (K|P);
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie „klasycznej definicji prawdopodobieństwa” (P\R);
- stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań (P\R);
- wykorzystywać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa (R|D);
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa (R).

Klasa IV

Stereometria

Uczeń potrafi:

- badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni (P);
- rozpoznać następujące rodzaje brył:
 - sześciian, prostopadłościan, graniastosłup, ostrosłup (K).
- określić liczbę wierzchołków, krawędzi i ścian (K);
- obliczyć pola powierzchni i objętości:
 - prostopadłościanów i ostrosłupów o podstawie kwadratu (K);
 - graniastosłupów i ostrosłupów w prostych zadaniach geometrycznych (P);
 - walca i stożka w najprostszych sytuacjach geometrycznych (K);
 - kuli (P).
- sprawnie przedstawiać objętości brył w litrach i mililitrach i dokonywać zamiany tych jednostek (P);
- poprawnie narysować wielościany (graniastosłupy, ostrosłupy) i bryły obrotowe (P);
- wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości (R);
- podać własności figur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy czy bryły obrotowe (K|P);
- rysować siatki figur przestrzennych (P);
- wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych (R|D);
- wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii (D).

6.2 Propozycje metod oceniania

Kontrolowanie osiągnięć uczniów i ich ocena należy do najbardziej stresujących aspektów funkcjonowania szkoły. Warto zdać sobie sprawę z faktu, że są one odbierane w ten sposób zarówno przez uczniów, jak i przez wielu nauczycieli.

Do kontroli i oceny ucznia trzeba się więc gruntownie przygotować, by ostateczny wynik wysiłków nauczyciela miał oczekiwane przez wszystkich cechy – przede

wszystkim by. sprawiedliwy. Wtedy jest szansa, że będzie pozytywnie i ze zrozumieniem przyjęty przez uczniów i ich rodziców.

Ocena starannie przemyślana powinna zawierać informację dla ucznia na temat stanu jego kompetencji i poczynionych postępów oraz wpływać na jego motywację.

Proponuję następujący sposób oceniania:

o Prace klasowe oraz testy oceniane są w skali 1-6 według procentowej skali:

- | | |
|------------------------|--|
| ✓ ocena niedostateczny | 0%-39% |
| ✓ ocena dopuszczający | 40%-49% |
| ✓ ocena dostateczny | 50%-74% |
| ✓ ocena dobry | 75%-89% |
| ✓ ocena bardzo dobry | 90%-100% |
| ✓ ocena celujący | ocena bardzo dobry i zadanie dodatkowe |

Prace klasowe zapowiedziane są na tydzień przed i są poprzedzone lekcją powtórzeniową utrwalającą materiał. Uczeń, który nie pisał pracy klasowej w określonym terminie ma obowiązek jej zaliczenia w ciągu tygodnia od przyjscia do szkoły. Uczeń może poprawić otrzymaną ocenę z pracy klasowej lub testu w ciągu 2 tygodni od oddania pracy.

Prace klasowe i testy powinny być tak opracowane, aby uwzględniać poziom wymagań na poszczególne oceny.

- o Kartkówki oceniane w skali 1-5. Sprawdzają one umiejętności ucznia nabyte w trakcie ostatnich lekcji (2-3 lekcji). Powinny być one oceną sprawności rachunkowej, znajomości i stosowania poznanych definicji i twierdzeń niż rozwiązywaniem zadań problemowych. Proponuję by kartkówki były tak skonstruowane, aby maksymalnie uczeń mógł uzyskać z nich 6 punktów. Wówczas ocena z kartkówki = liczba uzyskanych punktów – 1.
- o W czasie semestru uczeń może otrzymać plusy i minusy za: aktywność na lekcji, wykonanie dodatkowych, prace domową itp. Trzy minusy są równoznaczne z otrzymaniem oceny niedostatecznej, a pięć plusów z otrzymaniem oceny bardzo dobrej.
- o Odpowiedzi ustne oceniane są w skali 1-5. Warto zadbać o to, aby każdy uczeń był co najmniej raz w semestrze zapytany.

Na podstawie otrzymanych przez ucznia ocen na koniec semestru jest mu wystawiana ocena.

Dla obowiązującej skali ocen : **niedostateczny, dopuszczający, dostateczny, dobry, bardzo dobry, celujący** proponuję niżej podane kryteria.

Uwzględniając obowiązującą skalę ocen należy przyjąć, że uczeń , który otrzymał ocenę **niedostateczną** , nie spełnia kryteriów obowiązujących na ocenę dopuszczającą.

Dopuszczający otrzymuje uczeń, który potrafi:

- sformułować podstawowe definicje, własności, twierdzenia;
- podać typowy przykład ilustrujący własność lub twierdzenie;
- rozwiązać proste zadania, analogiczne do omawianych na lekcji.

Dostateczny otrzymuje uczeń, który spełnia kryteria oceny dopuszczającej oraz opanował wiadomości i umiejętności określone programem nauczania w danej klasie na poziomie nie przekraczającym wymagań zawartych w podstawie programowej oraz potrafi:

- rozwiązać zadania o średnim poziomie trudności.



Dobry otrzymuje uczeń, który opanował wiadomości i umiejętności na poziomie przekraczającym wymagania zawarte w podstawie programowej ora potrafi:

- podać ze zrozumieniem definicje, własności, twierdzenia;
- dokonać argumentacji swojego działania;
- stosować nabytą wiedzę i umiejętności w nowych sytuacjach;
- określić zależności pomiędzy różnymi pojęciami w obrębie tego samego działu;
- stosować nabytą wiedzę i umiejętności do rozwiązywania zadań złożonych.

Bardzo dobry otrzymuje uczeń, który opanował pełny zakres wiedzy i umiejętności określony programem nauczania oraz potrafi:

- dokonać argumentacji swojego działania;
- stosować nabytą wiedzę i umiejętności z różnych działów matematyki w nowych sytuacjach;
- rozwiązywać problemy matematyczne;
- stosować uogólnienia i a ponadto rozumie strukturę matematyki.

Celujący otrzymuje uczeń, który posiadał wiedzę i umiejętności znacznie wykraczające poza program nauczania, samodzielnie i twórczo rozwija swoje uzdolnienia oraz:

- biegle posługuje się zdobytymi wiadomościami i umiejętnościami w rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych z programu nauczania w danej klasie;
- rozwiązuje zadania wykraczające poza program nauczania danej klasy;
- osiąga sukcesy w olimpiadach i konkursach przedmiotowych, kwalifikując się do finałów na szczeblu co najmniej wojewódzkim.

7 Oprzyrządowanie programu

Realizacja jakiegokolwiek programu nie byłaby możliwa bez odpowiedniego oprzyrządowania.

Do realizacji mojego programu niezbędne są:

- Podręcznik w wersji podstawowej (dla klas 1,2,3) autorów: Wojciecha Babińskiego, Lecha Chańko, wydawnictwo Nowa Era.
- Zbiory zadań do klas 1,2,3 w zakresie podstawowym, wydawnictwo Nowa Era.

Każdy podręcznik wyposażony jest w płytę CD, na której opracowane są liczne tematy. Dzięki temu nauczyciel może przeprowadzić lekcję z użyciem komputera. Z doświadczenia wiemy, że takie lekcje najbardziej obrazują uczniowi dany problem. Zwłaszcza przy omawianiu wykresów funkcji uczeń może zaobserwować jak zmienia się wykres funkcji w zależności od obranych parametrów.

Podręcznik zawiera:

- twierdzenia i definicje wyróżnione kolorem;
- rozwiązywane przykłady;
- ćwiczenia i zadania z odpowiedziami umieszczonymi na końcu książki;
- dla chętnych zagadnienia uzupełniające z zadaniami i odpowiedziami;
- zestawy powtórzeniowe z odpowiedziami na końcu podręcznika.

Można również a nawet należy korzystać ze środków dydaktycznych.

- a) Wykonywanie siatek i modeli .gur przestrzennych – w ten sposób rozwijana jest wyobraźnia przestrzenna uczniów.
- b) Wykorzystanie telewizji edukacyjnej, filmów edukacyjnych, komputerów – jest elementem edukacji medialnej; daje możliwość prezentowania różnych modeli matematycznych; zwiększa atrakcyjność prezentowanego materiału.
- c) Analizowanie informacji z prasy, np.: danych giełdowych, kursu walut, zmian cen różnych towarów na rynku itp.
- d) Wykorzystanie środków mnemotechnicznych.

Uważam jednak, że na lekcjach matematyki należy jak najczęściej wykorzystywać komputer i kalkulatory graficzne.

8 Projekt ewaluacji

Jak każdy program również ten należy poddać ewaluacji. Zadaniem ewaluacji programu ma być dostarczenie informacji na użytek osoby konstruującej program i kierującej jego realizacją. Proponuję następujący projekt ewaluacji programu:

Etapy ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Zakres ewaluacji	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze
przed rozpoczęciem ewaluacji programu	autorski program nauczania	<ul style="list-style-type: none"> • Czy struktura programu jest zgodna z założeniami projektu? • Czy program podaje informację o jego realizatorze i jego doświadczeniu zawodowym ? • Czy program zawiera cele ogólne i szczegółowe, które są spójne z podstawą programową, standardami wymagań egzaminacyjnych oraz realizacją MKKE? • Czy program zawiera atrakcyjne metody nauczania i formy pracy? 	<ul style="list-style-type: none"> • struktura programu; • zasoby realizatora programu; • cele ogólne i szczegółowe programu; • trafność doboru materiału do założonych celów; • metody nauczania i środki dydaktyczne; • ocena skuteczności programu. 	<ul style="list-style-type: none"> • budowa programu; • informacja o realizatorze programu i jego doświadczeniu zawodowym; • spójność celów nauczania z podstawą programową, standardami wymagań egzaminacyjnych oraz realizacją kluczowych kompetencji; • atrakcyjność metod i form pracy. 	analiza danych z arkusza oceny programu



w czasie realizacji programu	skuteczność programu	<ul style="list-style-type: none">• Na ile realizacja programu usprawniła organizację i przebieg procesu nauczania?• W jakim stopniu realizacja programu wpłynęła na wykorzystywanie zdobytej wiedzy w praktyce?	<ul style="list-style-type: none">• organizacja i przebieg procesu nauczania;• poziom wykorzystania zdobytej wiedzy w praktyce.	<ul style="list-style-type: none">• wykorzystanie metod aktywizujących;• dobór zadań i ich tematyki.	<ul style="list-style-type: none">• analiza dokumentacji;• testy sprawdzające wiedzę i umiejętności uczniów.
na koniec realizacji programu		<ul style="list-style-type: none">• W jakim stopniu w wyniku realizacji programu wzrósł poziom rozwoju uczniów w zakresie rozwoju kluczowych kompetencji?	<ul style="list-style-type: none">• poziom rozwoju uczniów w zakresie rozwoju kluczowych kompetencji;• trafność działań wychowawczych programu.	<ul style="list-style-type: none">• rozwinięcie kompetencji kluczowych w zakresie wiedzy, umiejętności i postaw.	<ul style="list-style-type: none">• analiza dokumentacji;• ankieta do uczniów;• testy sprawdzające wiedzę i umiejętności.
Po pewnym czasie od realizacji programu		<ul style="list-style-type: none">• Na ile trwałe są zmiany w uczniach w zakresie zdobytej wiedzy?	<ul style="list-style-type: none">• trwałość zmian w zakresie zdobytej wiedzy i umiejętności.	<ul style="list-style-type: none">• Wykorzystanie zdobytej wiedzy.	<ul style="list-style-type: none">• analiza wyników egzaminów zewnętrznych.

Bibliografia

- [1] Babianski W., Hall K., Ponczek D., *Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie w zakresie podstawowymi i rozszerzonym*, Warszawa 2008.
- [2] Kurczak M., Kurczak E., Świda M., *Program nauczania w liceach i w technikum*, Warszawa 2008.
- [3] Sobczak M., *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Lublin 2009.

Autor
Anna Kornak

MATEMATYKA
AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

**Technikum Gastronomiczne w Zespole Szkół
Ponadgimnazjalnych im. 1 Pułku Lotnictwa
Myśliwskiego „Warszawa”
w Warce**

*Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Wprowadzenie i notatka o autorze	4
Uwarunkowania realizacji programu.....	5
1 Ogólne cele kształcenia	7
2 Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania	9
3 Materiał nauczania.....	14
4 Uszczegółowiony materiał nauczania powiązany ze szczegółowymi celami kształcenia i wychowania	15
5 Procedury osiągania poszczególnych celów edukacyjnych	26
6 Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycja metod ich oceny.....	30
7 Oprzyrządowanie programu	43
8 Projekt ewaluacji	44
Bibliografia.....	46

Wprowadzenie i notatka o autorze

Autorem programu jest Anna Kornak nauczycielka matematyki w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych im.1 Pułku Lotnictwa Myśliwskiego „Warszawa” w Warce. W 2002 roku uzyskałam tytuł magistra matematyki na UMCS w Lublinie , 2003r tytuł magistra edukacji – informatyka na Politechnice Radomskiej i filologia angielska w Niepublicznym Nauczycielskim Kolegium Języków Obcych w Radomiu licencjat.

Swoje kwalifikacje podnoszę uczestnicząc w szkoleniach i warsztatach organizowanych przez RODON. Jestem nauczycielem kontraktowym. Staż mojej pracy to sześć lat.

Opracowany przeze mnie program przeznaczony jest dla uczniów technikum gastronomicznego, którzy realizują program nauczania w zakresie podstawowym. Uwzględnia on rozwijanie kluczowych kompetencji matematycznych. Program ten został opracowany zgodnie z podstawą programową zatwierdzoną przez Ministra Edukacji Narodowej z dn. 23 sierpnia 2007 roku ze standardami zgodnymi z wymogami maturalnymi z matematyki i Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz.1102).

Jest on modyfikacją programu DKOS-5002-79/07 Wojciecha Babiańskiego, Katarzyny Hall i Doroty Ponczek wydawnictwo Nowa Era, który uwzględniał podstawę programową wraz ze standardami wymagań maturalnych. Program ten natomiast nie zawierał niektórych kluczowych kompetencji matematycznych mających na celu: dążenie do szukania przyczyn, ocenianie zasadności wnioskowań działań oraz przejawianie szacunku dla prawdy.

Poniższy program opiera się na kształtowaniu umiejętności z matematyki, które są niezbędne dla zawodu technik organizacji usług gastronomicznych.

Umiejętności te obejmują:

- posługiwanie się terminologią z zakresu rachunkowości i finansów;
- sporządzanie zestawów funkcjonowania kont aktywnych i pasywnych;
- przetwarzaniu danych liczbowych;
- sporządzanie zestawień obrotów i sald;
- przeprowadzanie analizy wyników finansowych;
- sporządzanie sprawozdań finansowych;
- zaplanowanie wielkości produkcji;
- rozliczanie dokumentacji sprzedaży;
- interpretowanie wskaźników finansowych;
- przedstawianie systemu cen i marż handlowych;
- inkasowania należności od konsumentów.

Fazą opracowania programu jest uświadomienie potrzeby dokonywania zmian, które mają doprowadzić do uzupełnienia nowych potrzeb lub poprawić jakość dotychczasowo prowadzonych działań. W obecnych czasach wielu ludzi emigruje w celu podjęcia lepszej pracy i możliwość godnego życia. Należy umożliwiać tym ludziom skuteczne włączanie się w życie zawodowe bez względu, gdzie się znajdują. Z tego właśnie powodu niezbędne

jest zmodyfikowanie programów nauczania oraz przygotowanie ludności do uczenia się przez całe życie. Szczególny nacisk nałożono na kompetencje matematyczne. Wyposażenie młodych ludzi w owe kompetencje jest zasadniczym elementem działań na rzecz wzrostu gospodarczego i zatrudnienia. Wybór kompetencji matematycznych odgrywa ważną rolę. W dzisiejszych czasach istnieje potrzeba kształcenia w zawodach technicznych. Badania wykazują że absolwenci techników zdają egzamin gorzej od absolwentów liceów.

Większość uczniów ma problemy z matematyką, która będzie obowiązkowa na maturze w kolejnych latach. Świadomość zdawania na maturze matematyki powoduje złe nastawienie do tego przedmiotu i niechęć do pokonywania trudności w uczeniu matematyki oraz rezygnację z podejmowania kształcenia na tych kierunkach na których jest matematyka. Uczniowie poprzez uczestniczenie w nieco innych zaplanowanych i poprowadzonych lekcjach matematyki wzbogacają swoje umiejętności intelektualne, niezbędne do uczenia się przedmiotów zawodowych, uzyskując szansę dalszego kształcenia, szybsze i korzystniejsze warunki pracy.

Uwarunkowania realizacji programu

Program ten realizowany będzie w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych im.1 Pułku Lotnictwa Myśliwskiego „Warszawa” w Warce. Szkoła mieści się w budynku dwupiętrowym o powierzchni 2838m². Przewidziano ją na 480 uczniów. Jest w niej 19 sal lekcyjnych, w tym: 1 komputerowa, 1 gastronomiczna-kuchnia, 1 obsługi hotelowej, skomputeryzowana pracownia ekonomiczna, logistyczna oraz obsługi klienta. Biblioteka szkolna posiada księgozbiór liczący ok.10 tys. woluminów. Są to głównie lektury szkolne. Dużą wagę przywiązuje się do prenumeraty czasopism zawodowych. Działa czytelnia z zapleczem informatycznym. W całej szkole uczy się 474 uczniów w 20 oddziałach.

Jest to trzecia szkoła w powiecie pod względem ilości uczniów, druga wśród szkół zawodowych. W roku szkolnym 2008/2009 w 6 oddziałach klas pierwszych jest 178 osób. Najwięcej jest w Technikum. W tym samym roku otworzono nową klasę – technik organizacji usług gastronomicznych. Uczniowie pochodzą z różnych stron.

Wyraźnie widać dominację gminy Warka. Placówka ma uczniów z Warki, powiatu grójeckiego, białobrzeskiego i z Piaseczna. Na szczególną uwagę zasługuje duża liczba uczniów z gminy Grabów. Od co najmniej 5 lat wykonywana jest w szkole tzw. ankieta socjalna. Celem tego działania jest poznanie uczniów klas pierwszych. Większość uczniów klas pierwszych to osoby dojeżdżające.

Najczęściej zgłaszane trudności edukacyjne dotyczą przedmiotów ścisłych. Większość uczniów nie korzysta z dodatkowej pomocy w procesie nauczania. Niewielki odsetek uczniów zgłasza problemy zdrowotne. Uzyskane wyniki potwierdzają następujące tendencje:

- coraz więcej uczniów naszej szkoły pochodzi z terenów wiejskich;
- większość z nich po kilku miesiącach nauki dostrzega swoje braki przede wszystkim z matematyki, fizyki i języków obcych;
- w niewielkim zakresie młodzi ludzie korzystają z dodatkowej pomocy.

Matematyka nauczana jest w technikum w następującym wymiarze: 3 godziny w klasie pierwszej, 2 godziny w klasie drugiej, 3 godziny w klasie trzeciej i 2 godziny w klasie czwartej. Co roku przeprowadzane są testy na wejście w klasach 1 sprawdzające poziom umiejętności matematycznych z gimnazjum.

Z przeprowadzonych badań stwierdzono że uczniowie nadal mają problemy z:

- ✓ czytaniem tekstu ze zrozumieniem;
- ✓ prawidłowym zastosowaniem algorytmu w zadaniu;
- ✓ obliczeniami procentowymi;
- ✓ wykonywaniem podstawowych działań matematycznych;
- ✓ z łączeniem wiedzy z różnych działów matematyki;
- ✓ z rozwiązywaniem zadań tekstowych.

Wyniki klasyfikacji były niezadowolające, tym bardziej że matematyka będzie obowiązkowa na maturze 2010r. W ostatnich latach znikoma ilość uczniów zdawała matematykę na egzaminie maturalnym.

Systematycznie odbywa się w szkole konkurs wewnątrzszkolny z matematyki oraz konkurs matematyczny „Kangur”. Istnieje wzajemna współpraca z nauczycielami przedmiotów zawodowych. Nauczyciele zwracają uwagę na pewne ograniczenia a mianowicie brak funduszy na dopasowanie pracowni na szkolenia dla nauczycieli oraz brak podręczników i materiałów edukacyjnych dla nauczycieli przedmiotów zawodowych.

Opisując i oceniając współpracę nauczycieli przedmiotów ogólnokształcących z nauczycielami przedmiotów zawodowych wskazują na następujące silne strony naszej kadry:

- część nauczycieli przedmiotów ogólnokształcących uczy również przedmiotów zawodowych;
- podejmowano w szkole próby współpracy w zakresie aktualizacji programów nauczania oraz uzgadniania ich realizacji, korelowania treści przedmiotów pokrewnych;
- doświadczenia nabyte w trakcie realizacji ścieżek edukacyjnych;
- na lekcjach informatyki rozwiązywanie zadań z matematyki i fizyki;
- jednolite i spójne działania wychowawcze nauczycieli;
- systematyczne korzystanie w pracy z pomocy psychologa szkolnego;
- doświadczenia nauczycieli we współpracy w ramach zespołów przedmiotowych.

Opracowany program jest tak zbudowany, że klasa pierwsza to praktycznie powtórzenie materiału z zakresu gimnazjum dzięki czemu uczniowie, którzy mają braki powinni je w tym czasie uzupełnić. W klasach kolejnych następuje poszerzenie wiadomości o nowe zagadnienia bazując na podstawach z zakresu klasy pierwszej. Program ten kładzie szczególny nacisk na kształtowanie kluczowych kompetencji z zakresu matematyki dla zawodu – technik organizacji usług gastronomicznych oraz na wzajemną współpracę z innymi przedmiotami zawodowymi.

1 Ogólne cele kształcenia

Celem nauczania matematyki jest wspomaganie wszechstronnego rozwoju ucznia ukierunkowanego na przygotowanie go do rozumienia współczesnego świata i aktywnego uczestnictwa w życiu. Cele kształcenia w szkole ponadgimnazjalnej to kształtowanie kreatywnych postaw i asertywnych zachowań związanych z wykształceniem umiejętności matematycznych stosowanych w praktycznej działalności a między innymi w poznawaniu i zrozumieniu przez ucznia problematyki rozwoju kraju i świata. Przeprowadzona analiza zapisów matematycznych kompetencji kluczowych (MKKE) w ujęciu dokumentów UE obejmuje w istocie analizę celów kształcenia matematycznego.

Kompetencje matematyczne to umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Ważny jest zarówno proces jak i czynność oraz wiedza, przy czym podstawę stanowi należyte opanowanie umiejętności liczenia. Kompetencje matematyczne obejmują w różnym stopniu zdolność i chęć wykorzystywania różnych sposobów myślenia: myślenie logiczne i przestrzenne oraz jasnej prezentacji (wzory, modele, wykresy, tabele). Są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

Poniżej przedstawione zostały cele ogólne zgodne z zapisem MKKE.

1. Wiedza (W)

- W1-rozumienie terminów i pojęć matematycznych;
- W2-dobrze opanowana umiejętność liczenia;
- W3-znajomość miar i struktur;
- W4-znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej;
- W5-świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź;

2. Umiejętności (U)

- U1-stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny);
- U2-śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny);
- U3-przekazywać komunikaty stosując język matematyczny,
- U4-korzystać z tekstu matematycznego.

3. Postawy (P)

- P1-przejawiać szacunek dla prawdy;
- P2-dążyć do szukania przyczyn
- P3-oceniać zasadność wnioskowań i działań

Ogólne cele edukacyjne:

1. Przygotowanie do świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne odgrywają kluczową rolę.(W1,U1,P2).
2. Wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji z życia codziennego oraz ich wykorzystywania do rozwiązywania problemów praktycznych (W3,U3,U4).
3. Przyzwyczajanie do typowych elementów rozumowań matematycznych (W1,W4,W5,U1).



4. Wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji; stawianie hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji (W4,P2,P3,U1).
5. Kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania (U3,W5,P3).
6. Przyswojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych, w szczególności (W5,W3,U2,U1):
 - usystematyzowanie wiedzy o liczbach rzeczywistych oraz nabywanie sprawności wykonywania obliczeń;
 - opanowanie reguł rachunku algebraicznego;
 - wdrożenie do opisywania oraz analizy zależności i zmienności za pomocą elementarnych funkcji;
 - poznawanie struktury otaczającej nas przestrzeni, rozwój wyobraźni przestrzennej;
7. Wykształcenie umiejętności planowania działania i przewidywania skutków tego działania(P3,. U1,U5).
8. Rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin z wiedzy(U3,U4,W5).
9. Nabycie umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej (P2,U2,W1).

2 Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania

Cele kształcenia w szkole ponadgimnazjalnej to kształtowanie kreatywnych postaw i asertywnych zachowań, związanych z wykształceniem umiejętności matematycznych stosowanych w praktycznej działalności, a między innymi w poznawaniu i rozumieniu problematyki rozwoju kraju i świata.

Cele szczegółowe kształcenia:

1. Opanowanie umiejętności odczytywania własności i związków opisanych wykresami, diagramami oraz za pomocą wzorów, równań i ich układów.
2. Zdolność dostrzegania związków i zależności.
3. Nauczenie wykonywania działań na liczbach rzeczywistych i wyrażeniach algebraicznych.
4. Opanowanie umiejętności korzystania z opracowań podręcznikowych, pomocy naukowych, komputera, kalkulatora.
5. Umiejętność kształcenia logicznego i poprawnego myślenia oraz stosowania w praktyce zasad logiki.
6. Rozwijanie umiejętności prawidłowej interpretacji tekstów zawierających dane statystyczne.
7. Umiejętność sporządzania sprawozdań finansowych.
8. Umiejętność poprawnego obliczania i interpretowania wskaźników finansowych.
9. Opanowanie umiejętności posługiwania się terminologią z zakresu rachunkowości i finansów.
10. Umiejętność określania zasad funkcjonowania kont aktywnych i pasywnych.
11. Wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych różnorodnych sytuacji z życia codziennego oraz ich wykorzystania do rozwiązywania problemów.
12. Umiejętność sporządzania analizy wyników finansowych.
13. Opanowanie umiejętności podawania przykładów i kontrprzykładów, definiowania pojęć oraz posługiwania się definicją.
14. Umiejętność zaplanowania wielkości produkcji.
15. Rozwijanie zdolności stawiania hipotez i ich dowodzenia, odróżniania hipotezy od udowodnionego faktu.
16. Umiejętność wykrywania związków między liczbowymi parametrami zjawisk, szacowania wartości tych parametrów, opisywania związków pomiędzy nimi za pomocą równań i nierówności, wykrywania zależności rekurencyjnych i funkcyjnych oraz analiza.
17. Opanowanie umiejętności uogólniania przykładów, formułowania hipotez i twierdzeń, przeprowadzania prostych rozumowań dedukcyjnych.
18. Umiejętność ustalania wyników finansowych.
19. Umiejętność scharakteryzowania system cen i marż handlowych.
20. Opanowanie umiejętności rozliczania dokumentacji sprzedaży.

Poniżej przedstawiono uszczegółowienie celów MKKE :

Wiedza

W1: Rozumienie terminów i pojęć matematycznych

1. posługuje się pojęciem wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej;
2. rozróżnia pojęcia matematyczne sumy, różnicy i iloczynu danych zbiorów;
3. definiuje pojęcia takie jak : trapez , równoległobok, prostokąt, romb i kwadrat;
4. zaprezentować definicję funkcji.

W2: Dobrze opanowana umiejętność liczenia

1. zastosować poprawnie w obliczeniach własności działań;
2. poprawnie wyznaczyć rozwinięcie dziesiętne liczby wymiernej;
3. obliczyć wartość potęgi o wykładniku całkowitym i wymiernym;
4. wykonać działania na potęgach o wykładnikach wymiernych;
5. poprawność używania procentów związanych z obniżką i podwyższą które są niezbędne w życiu codziennym;
6. poprawnie oszacować wartość liczbowa przybliżenia;
7. obliczyć sumę miar kątów czworokąta;
8. obliczyć pierwiastki trójmianu kwadratowego;
9. Obliczyć średnią arytmetyczną szeregu statystycznego;
10. Obliczyć współrzędne punktu przecięcia się prostych o danych równaniach.

W3: Znajomość miar i struktur

1. rozumie pojęcia: odległość punktów, odległość punktu od prostej, odległość punktu od płaszczyzny, długość, obwód, pole, objętość, miara kąta;
2. rozumie pojęcia: figura płaska, figura przestrzenna;
3. odczytuje i oszacowuje odległości;
4. „wymierza” dane wielkości znanymi jednostkami miary (długości, pola, objętości, masy, czasu, prędkości);
5. przelicza (zamienia) jednostki miar;
6. zna własności miar;
7. zna twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych;
8. oblicza obwody i pola figur płaskich stosując wzory i/lub własności tych miar;
9. oblicza pola powierzchni i objętości brył stosując wzory i/lub własności tych miar;
10. stosuje własności miar w prostych zadaniach i rozumowaniach.

W4: Znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,

1. zna pojęcie zbioru i podzbioru i odnosi je do zbiorów liczbowych, zbiorów punktów, zbiorów wyników pomiaru, zbiorów wyników doświadczeń;
2. wykonuje działania na zbiorach z wykorzystaniem własności działań;
3. rozumie pojęcie zmiennej;
4. rozumie pojęcie funkcji i ich własności, proporcjonalność;
5. opisuje zbiory punktów płaszczyzny za pomocą równań i nierówności
6. opisuje zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji;
7. wykorzystuje przekształcenia geometryczne do badania zależności (podobieństwo i przystawanie figur) pomiędzy zbiorami punktów.

W5: Świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.

1. rozumie, że algorytm to niezawodny przepis postępowania;
2. wie, że rozumowanie przez analogię oraz rozumowanie indukcyjne (indukcja skończona) są czasem zawodne;
3. rozpoznaje sytuację, w której twierdzenia nie można zastosować;
4. wysnuwa proste wnioski z danego twierdzenia w konkretnej sytuacji;



5. rozumie rolę matematyzacji, uogólniania i specyfikacji;
6. wskaże sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej przydatne do zawodu technik usług gastronomicznych:
 - posługiwanie się terminologią z zakresu rachunkowości i finansów;
 - sporządzanie zestawów funkcjonowania kont aktywnych i pasywnych;
 - przetwarzaniu danych liczbowych;
 - sporządzanie zestawień obrotów i sald;
 - przeprowadzanie analizy wyników finansowych;
 - sporządzanie sprawozdań finansowych;
 - zaplanowanie wielkości produkcji;
 - rozliczanie dokumentacji sprzedaży;
 - interpretowanie wskaźników finansowych;
 - przedstawianie systemu cen i marż handlowych;
 - inkasowania należności od konsumentów.

Umiejętności

U1: Stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),

1. grupuje i porządkuje dane empiryczne;
2. wyznacza stosunki wielkości i opisuje je z użyciem liczb wymiernych, rzeczywistych;
3. szacuje wielkości, posługuje się procentami;
4. posługuje się liczbami i działaniami do modelowania stosunków wielkościowych;
5. posługuje się własnościami figur oraz wyobraźnią do modelowania stosunków geometrycznych, konstruowania graficznego schematu danego układu stosunków przestrzennych;
6. dostrzega regularności w prostych sytuacjach;
7. stosuje algorytmy;
8. stosuje równania, nierówności, układy równań w rozwiązywaniu problemów;
9. ustala związki między danymi, wydziela związki znaczące;
10. wykorzystuje funkcje do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych;
11. przeprowadza uogólnianie i specyfikację;
12. rozumuje przez analogię;
13. redaguje definicje nowych pojęć;
14. korzysta z gotowych definicji i twierdzeń;
15. klasyfikuje obiekty;
16. rozwiązuje zadania schematyczne;
17. planuje, zapisuje plan rozwiązania i rozwiązuje zadania nieschematyczne;

U2: Śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny)

1. odróżnia założenie i tezę w twierdzeniu;
2. zaprzecza twierdzenie;
3. obala tezę podając kontrprzykład;
4. stosuje prawa logiczne: podwójnego przeczenia, de Morgana, przechodności implikacji;
5. ocenia poprawność doboru argumentów oraz sposobów wnioskowania;
6. ocenia poprawność przekształceń algebraicznych;
7. rozumie, różnicę między dowodem twierdzenia a przykładem potwierdzającym jego prawdziwość,

8. buduje zaprzeczenie definicji rozpoznając uprzednio jej strukturę logiczną;
9. rozumie różnice pomiędzy różnymi metodami dowodzenia;
10. podąża za tokiem rozumowania autora dowodu;
11. dostrzega luki bądź błędy w rozumowaniu;
12. sprawdza zasadność uogólnień;

U3: Przekazywać komunikaty stosując język matematyczny

1. kojarzy zwroty języka naturalnego z odpowiednimi terminami matematycznymi, czynności konkretne z operacjami abstrakcyjnymi, wielkości z liczbami;
2. wyraża w języku matematyki informacje podane werbalnie, rysunkiem, schematem, tabelą, diagramem oraz zaobserwowane w rzeczywistości;
3. przedstawia werbalnie, za pomocą zwrotów języka naturalnego, informacje zapisane w języku matematyki;
4. przedstawia werbalnie informacje zapisane rysunkiem, grafem, schematem, wykresem, tabelą, diagramem;
5. zapisuje symbolicznie definicje pojęć;
6. formułuje twierdzenia w postaci implikacji;
7. zapisuje symbolicznie dowody twierdzeń;
8. przedstawia dane za pomocą tabel, diagramów, grafów, wzorów;
8. zapisuje wzory, zależności matematyczne stosując symbolikę matematyczną, podaje opis zależności w postaci funkcji;
9. opisuje zbiory za pomocą układów nierówności i równań;
10. prezentuje wyniki badań używając terminologii z zakresu języka matematycznego, używa przybliżeń;
11. tworzy wypowiedzi matematyczne i wartościuje je;
12. buduje wypowiedzi poprawne pod względem pojęciowym i logicznym;
13. przygotowuje i wygłasza krótki referat na wybrany temat matematyczny;

U4: Korzystać z tekstu matematycznego

1. wyszukuje w tekście definicje i twierdzenia;
2. analizuje przedstawione rozwiązania zadań, obliczenia, wnioski, dane;
3. wydziela fragmenty tekstu, dotyczące określonych kwestii;
4. przekształca informacje z tekstu zapisując je w formie dogodnej do dalszych działań;
5. odczytuje własności funkcji z wykresu;
6. odczytuje informacje przedstawione za pomocą rysunków pomocniczych;
7. interpretuje dane przedstawione za pomocą diagramów i tabel;
8. ustala relacje między wskazanymi w tekście obiektami;
9. uzupełnia luki w tekście;
10. poszukuje w innych źródłach wyjaśnienia napotkanych w tekście terminów i pojęć;
11. stosuje podane w tekście definicje i twierdzenia;
12. naśladuje przedstawione rozwiązania w analogicznych sytuacjach;

Postawy

P1: Przejawiać szacunek dla prawdy

1. rozumie potrzebę dowodzenia;
2. weryfikuje zgromadzone dane;
3. nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy;
4. protestuje w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi;
5. wytrwale poszukuje informacji;
6. jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych;

7. nie uogólnia bez uprzedniego upewnienia się co do prawdziwości przesłanek;
8. podejmuje decyzje na podstawie sprawdzonych informacji;

P2: Dążyć do szukania przyczyn

1. rozumie potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach;
2. przewiduje skutki planowanych działań;
3. rozważa różne przypadki nie ograniczając się do przypadków szczególnych;
4. wnikliwie analizuje problem;

P3: Oceniać zasadność wnioskowań i działań

1. ocenia poprawność rozwiązania zadania;
2. wartościuje rozwiązania tego samego zadania różnymi sposobami;
3. dostrzega sprzeczne informacje lub błędy w rozumowaniach;
4. ocenia dobór argumentów uzasadniających tezę (stanowisko);

Cele wychowawcze

Celem wychowania jest kształtowanie postaw emocjonalno- motywacyjnych uczniów. Katalog celów wychowawczych powinien być znany i realizowany przez wszystkich nauczycieli. Zależnie od specyfiki przedmiotu na poszczególnych zajęciach niektóre cele eksponowane są bardziej.

Do celów wychowawczych zalicza się:

1. Przygotowanie do życia we współczesnym świecie.
2. Kształtowanie postaw poszukujących i krytycznych.
3. Dbanie o własny rozwój.
4. Wykształcanie asertywnych zachowań przy prezentowaniu własnych poglądów i wyników swojej pracy.
5. Współdziałanie w zespole przy rozwiązywaniu problemów.
6. Kształtowanie umiejętności wyboru pomiędzy prawdą a fałszem.
7. Przygotowanie do uczestnictwa w kulturze.
8. Poszanowanie wartości demokratycznych i humanistycznych poprzez kształtowanie świadomości i kultury prawnej.
9. Kształtowanie umiejętności autoprezentacji- prezentacji własnych dokonań.
10. Kształtowanie postawy samodzielności, dociekliwości i krytycyzmu w stosunku do swoich działań.
11. Rozwijanie umiejętności społecznych takich jak: współpraca w zespole i organizacja pracy tego zespołu, prowadzenie dyskusji, prezentowanie wyników własnej pracy, negocjowanie.
12. Rozwijanie umiejętności logicznego myślenia i wyciągania wniosków.
13. Wdrażanie do uzasadnień.
14. Rozwiązywanie problemów w twórczy sposób.
15. Kształtowanie umiejętności własnej pracy poprzez systematyczność, staranność, dokładność i uporządkowanie w działaniu.
16. Wykształcenie umiejętności samodzielnego zdobywania informacji samokształcenia.
17. Wykształcenie umiejętności argumentowania, planowania pracy.
18. Nauczanie zrozumiałego przedstawiania informacji.
19. Wykształcenie krytycznego stosunku do własnych poglądów i umiejętności zmiany zdania pod wpływem racjonalnych argumentów.
20. Kształtowanie szacunku dla poglądów i umiejętności obrony własnych poglądów.

3 Materiał nauczania

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz liczbę godzin potrzebna na realizację. W klasie 1 w każdym tygodniu uczeń ma 3 godziny lekcji matematyki, więc otrzymujemy do dyspozycji około 111 godzin.

W klasie 2 i 3 technikum uczeń ma tygodniowo 2 godziny matematyki, więc otrzymujemy 74 godziny. Zdający maturę kończą zajęcia z końcem kwietnia. Rok szkolny dla tych osób trwa zatem 29 tygodni i 2 godziny tygodniowo matematyki, co daje około 58 godzin lekcji matematyki.

KLASA I (3 godziny tygodniowo matematyki)

Lp.	Dział programowy	Liczba godzin
1.	Liczby rzeczywiste	20
2.	Język matematyki	15
3.	Funkcje	15
4.	Funkcja liniowa	15
5.	Funkcja kwadratowa	15
6.	Planimetria	10
7.	Funkcje trygonometryczne kąta ostrego	10
8.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	12

KLASA II (2 godziny tygodniowo matematyki)

Lp.	Dział programowy	Liczba godzin
1.	Planimetria	8
2.	Wielomiany	15
3.	Funkcje wymierne	15
4.	Funkcje wykładnicze i logarytmy	20
5.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	16

KLASA III (2 godziny tygodniowo matematyki)

Lp.	Dział programowy	Liczba godzin
1.	Ciągi liczbowe	20
2.	Planimetria	15
3.	Statystyka	11
4.	Rachunek prawdopodobieństwa	15
5.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	13

KLASA IV (2 godziny tygodniowo matematyki)

Lp.	Dział programowy	Liczba godzin
1.	Stereometria	25
2.	Powtórzenie przed maturą	33

4 Uszczegółowiony materiał nauczania powiązany ze szczegółowymi celami kształcenia i wychowania

Szczegółowe treści kształcenia oraz odpowiadające im cele edukacyjne i osiągnięcia uczniów zostały oznaczone w następujący sposób.

Symbol:

- oznacza treści kształcenia i umiejętności zawarte w podstawie programowej z matematyki dla szkół ponadgimnazjalnych lub w standardach wymagań egzaminacyjnych dla tych szkół i jest ważne dla MKKE i dla kształcenia w zawodzie;
- oznacza treści kształcenia i umiejętności nie zawarte w podstawie programowej z matematyki dla szkół ponadgimnazjalnych i w standardach wymagań egzaminacyjnych dla tych szkół, ale jest ważne dla MKKE;
- ✓ oznacza treści kształcenia i umiejętności występujące na wcześniejszych etapach kształcenia, ale istotne dla MKKE i kształcenia w zawodzie;
- ❖ oznacza treści kształcenia i umiejętności nie zawarte w podstawie programowej z matematyki dla szkół ponadgimnazjalnych, w standardach wymagań egzaminacyjnych dla tych szkół, ale jest ważne dla MKKE i kształcenia w zawodzie.

Klasa I

1. Liczby rzeczywiste. (20 godzin)

Tematyka:

- Liczby naturalne.(1)
- Liczby całkowite. Liczby wymierne.(1)
- Liczby niewymierne.(1)
- Pierwiastek z liczby nieujemnej.(1)
- Pierwiastek nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej.(1)
- Zastosowanie przekształceń algebraicznych.(2)
- Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej.(2)
- Potęga o wykładniku całkowitym.(2)
- Notacja wykładnicza.(2)
- Przybliżenia.(1)
- Procenty.(2)
- Obliczenia procentowe w bankowości.(1)

Powtórzenie wiadomości.(2)

Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- przypomni sobie pojęcie liczb pierwszych i złożonych;
- podaje przykłady liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych;

- rozróżnia i kwalifikuje przynależność liczb do danego zbioru (N, C, W, NW, R);
- przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach;
- rozkłada liczbę na czynniki pierwsze; odróżnić liczbę pierwszą od liczby złożonej;
- pozna pojęcie części całkowitej i ułamkowej;
- korzysta z własności równości i nierówności w zbiorze R;
- korzysta z praw działań w zbiorze liczb rzeczywistych;
- potrafi zastosować pojęcie procentu w zadaniach oraz potrafi sprawnie operować procentami;
- przypomni pojęcie punktu procentowego;
- wykonuje działania na potęgach, stosując definicję potęgi oraz twierdzenia dotyczące działań na potęgach;
- stosuje prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych;
- korzysta ze wzorów skróconego mnożenia;
- pozna jak konstruuje się potęgę o wykładniku niewymiernym;
- pozna prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym.

2. Język matematyki.(15 godzin)

Tematyka:

- Zdanie logiczne. Negacja zdania.(1)
- Alternatywa i koniunkcja zdań.(1)
- Implikacja i równoważność zdań.(1)
- Kwantyfikatory.(1)
 - Zbiory.(1)
 - Działania na zbiorach.(2)
 - Przedziały.(1)
 - Działania na przedziałach.(1)
 - Wartość bezwzględna.(1)
 - Błąd bezwzględny i błąd względny.(1)
 - Własności wartości bezwzględnej.(1)

Powtórzenie wiadomości. (1)

Praca klasowa i jej omówienie (2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- odczytuje zdania zapisane z użyciem symboli logiki matematycznej;
- odróżnia zdanie od formy zdaniowej;
- ocenia wartość logiczną zdania;
- wyznacza sumę, iloczyn, różnicę zbiorów;
- sprawdza równość zbiorów;
- wyznacza relacje jakie zachodzą między podzbiorami zbioru liczb rzeczywistych
- rysuje oś liczbową;
- szkicuje przedział domknięty, otwarty, jednostronnie otwartego, ograniczony, nieograniczony;
- oblicza wartość bezwzględną liczby;
- szacuje wyrażenia liczbowe;
- wyznacza błąd względny i bezwzględny;
- korzysta z własności wartości bezwzględnej w różnych przykładach;
- pozna zdania proste i złożone;
- pozna spójniki logiczne;
- pozna prawa logiki, takich jak negacja alternatywy i negacja koniunkcji;

- pozna kwantyfikator ogólny i szczegółowy;
- pozna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiór skończony (nieskończony), element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru;

3. Funkcje.(15 godzin)

Tematyka:

- Pojęcie funkcji i sposoby jej opisu.(1)
- Dziedzina i miejsca zerowe funkcji.(2)
- Monotoniczność funkcji.(1)
- Odczytywanie własności funkcji z wykresu.(2)
- Przesuwanie wykresu wzdłuż osi układu współrzędnych.(1)
- Wektory w układzie współrzędnych.(1)
- Przesuwanie wykresu o wektor.(1)
- Przekształcanie wykresu przez symetrię względem osi układu współrzędnych.(1)
- Funkcje – zastosowania.(2)

Powtórzenie wiadomości.(1)

Praca klasowa i jej omówienie(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- podaje przykłady funkcji;
- określa funkcje za pomocą tabelki, grafu, wzoru i wykresu;
- wyznacza wartość funkcji dla danego argumentu;
- szkicuje wykres funkcji;
- wyznacza: dziedzinę funkcji, zbiór wartości funkcji i miejsca zerowe funkcji, określonej za pomocą wzoru lub wykresu;
- wyznacza przedziały monotoniczności funkcji;
- opisuje własności funkcji danej wykresem;
- odczytuje z wykresu najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale;
- opisuje za pomocą funkcji zależności występujące w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym;
- szkicuje wykresy niektórych funkcji jak np. $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, $y = |x|$;
- nauczy się dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę;
- pozna pojęcie wektora w układzie współrzędnych;
- przesuwa równolegle wykres funkcji wzdłuż osi OX ;
- przesuwa równolegle wykres funkcji wzdłuż osi OY ;
- przekształca wykres funkcji przez symetrię względem osi OX ;
- przekształca wykres funkcji przez symetrię względem osi OY .

4. Funkcja liniowa.(15 godzin)

Tematyka:

- Funkcja liniowa.(1)
- Własności funkcji liniowej.(1)
- Równanie prostej na płaszczyźnie.(1)
- Współczynnik kierunkowy prostej.(1)
- Warunek prostokątności prostych.(2)
- Układy równań liniowych.(2)
- Interpretacja geometryczna układu równań liniowych.(2)
- Funkcja liniowa – zastosowania.(2)

Powtórzenie wiadomości.(1)

Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- znajduje równanie funkcji liniowej do wykresu, do której wykresu należą dwa dane punkty;
- nauczy się znajdować równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe lub prostopadłe do danej funkcji liniowej;
- rozwiązuje algebraiczne układy równań liniowych;
- pozna rodzaje układów równań liniowych;
- nauczy się rozwiązywać graficznie układy równań liniowych;
- nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;
- rozpoznaje równanie prostej;
- interpretuje współczynniki liczbowe w równaniu kierunkowym i ogólnym prostej;
- przekształca równanie prostej do postaci ogólnej, gdy prosta dana jest w postaci kierunkowej i odwrotnie;
- stosuje funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;
- rozpoznaje rodzaje układów równań liniowych;
- rozwiązuje graficznie układ równań liniowych;

5. Funkcja kwadratowa (15 godzin)

Tematyka:

- Wykres funkcji $f(x) = ax^2$.(1)
- Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = ax^2$ o wektor.(1)
- Postać kanoniczna i postać ogólna funkcji kwadratowej.(2)
- Rozwiązywanie równań kwadratowych przez rozkład na czynniki.(1)
- Rozwiązywanie równań kwadratowych za pomocą wzorów.(2)
- Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.(1)
- Nierówności kwadratowe.(2)
- Funkcja kwadratowa – zastosowania.(2)

Powtórzenie wiadomości.(1)

Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- podaje definicje trójmianu kwadratowego i jego własności;
- przedstawia trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej;
- szkicuje wykres funkcji kwadratowej;
- przekształca wykresy funkcji kwadratowej;
- rozwiązuje równanie kwadratowe za pomocą wzorów lub za pomocą rozkładu na czynniki;
- rozwiązuje nierówność kwadratową;
- znajduje największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- korzysta z wykresu funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych;
- rozwiązuje zadania prowadzące do rozwiązywania równań kwadratowych w ty problemów praktycznych.

6. Planimetria.(10 godzin)

Tematyka:

- ✓ Miary kątów w trójkącie.(1)
- ✓ Trójkąty przystające.(1)
- ✓ Trójkąty podobne.(2)
- ✓ Wielokąty podobne.(2)
 - Twierdzenie Talesa (2)

Sprawdzian i jego omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- ✓ przypomni sobie podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
- ✓ przypomni sobie twierdzenie o sumie kątów w trójkącie;
- ✓ przypomni sobie, na czym polega nierówność trójkąta;
- ✓ przypomni sobie twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta;
- przypomni sobie pojęcie trójkątów przystających oraz cechy przystawiania trójkątów;
- przypomni sobie pojęcie trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów;
- pozna treść twierdzenia Talesa i twierdzenia do niego odwrotnego;
- pozna zastosowania twierdzenia Talesa i twierdzenia do niego odwrotnego;
- nauczy się dzielić odcinek na n równych części;
- nauczy się stosować cechy podobieństwa figur w rozwiązywaniu zadań.

7. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego.(10 godzin)

Tematyka:

- Trójkąty prostokątne.(1)
- Funkcje trygonometryczne kąta ostrego.(1)
- Trygonometria – zastosowania.(2)
- Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych.(1)
- Związki między funkcjami trygonometrycznymi. (2)
- Powtórzenie wiadomości.(1)
- Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- ✓ przypomni sobie twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;
- określa wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego przy dowolnych oznaczeniach boków trójkąta prostokątnego;
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;
- wyznacza miarę kąta, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej;
- odczytuje wartości funkcji trygonometrycznych z tablic, kalkulatorów lub komputerów;
- buduje kąt ostry mając daną wartość funkcji trygonometrycznej tego kąta;
- stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów prostokątnych także w zagadnieniach praktycznych;
- rozwiązuje zadania geometryczne z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym i twierdzenia Pitagorasa;
- sprawdza prawdziwość prostych tożsamości trygonometrycznych kąta ostrego;

- rozwiązuje trójkąty prostokątne;
- stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pól i obwodów wielokątów.

Klasa II

1. Planimetria. (8 godzin)

Tematyka:

- Pole trójkąta.(2)
- Pole czworokąta.(2)
- Długość okręgu i pole koła.(2)

Sprawdzian i jego omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- ✓ przypomni sobie wcześniej poznane wzory na pole trójkąta (np.: $P = \frac{1}{2} a \cdot h$);
- skorzysta w zadaniu nowe wzory na pole trójkąta (np.: $P = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \alpha$);
- ✓ definiuje pole koła i długość okręgu;
- oblicza pole wycinka koła i wzór na długość łuku okręgu za pomocą poznanego nowego wzoru.

2. Wielomiany. (15 godzin)

Tematyka:

- Stopień i współczynniki wielomianu(1)
- Dodawanie i odejmowanie wielomianów.(1)
- Mnożenie wielomianów.(1)
- Wzory skróconego mnożenia.(2)
- Rozkład wielomianu na czynniki.(2)
- Równania wielomianowe.(2)
- ❖ Wykres wielomianu. (1)
- ❖ Nierówności wielomianowe.(2)

Powtórzenie wiadomości. (1)

Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- podaje definicję wielomianu stopnia n ($n > 1$) jednej zmiennej;
- stosuje twierdzenie o równości wielomianów w zadaniach;
- wykonuje podstawowe działania na wielomianach: dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany;
- wyjaśnia pojęcie pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu;
- rozkłada wielomian na czynniki (wyłączanie czynnika poza nawias, stosować wzory skróconego mnożenia, grupować wyrazy);
- rozwiązuje równania wielomianowe;
- rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;
- ❖ sporządza wykres wielomianu;
- ❖ rozwiązuje nierówności wielomianowe.

3. Funkcje wymierne.(15 godzin)

Tematyka:

- Proporcjonalność odwrotna.(1)

- Wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$.(1)
- Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ wzdłuż osi OX i wzdłuż osi OY .(1)
- Wyrażenia wymierne.(1)
- Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych.(1)
- Dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych.(2)
- Równania wymierne.(2)
- Wyrażenia wymierne – zastosowania. (2)

Powtórzenie wiadomości.(1)

Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- podaje definicję funkcji wymiernej;
- oblicza wartość liczbową wyrażenia wymiernego;
- dodaje, odejmuje, dzieli i mnoży wyrażenia wymierne;
- skraca i rozszerza wyrażenia wymierne;
- wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego;
- szkicuje wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;
- rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym związane z proporcjonalnością odwrotną;
- rozwiązuje proste równania wymierne.

4. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne.(20 godzin)

Tematyka:

- Potęga o wykładniku całkowitym.(1)
- Potęga o wykładniku wymiernym.(2)
- Potęga o wykładniku rzeczywistym.(1)
- Funkcje wykładnicze.(2)
- Przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej.(2)
- Logarytm. Logarytm dziesiętny.(2)
- Logarytm iloczynu i logarytm ilorazu.(2)
- Logarytm potęgi.(2)
- Zastosowania.(2)
- Powtórzenie wiadomości.(2)
- Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- korzysta z własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- doskonali umiejętności wykonywanych działań na potęgach;
- podaje definicję funkcji wykładniczej;
- stosuje własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań;
- podaje definicję logarytmu dziesiętnego;
- stosuje poznane własności logarytmów i zastosować ich w rozwiązywaniu zadań.

Klasa III

1. Ciągi liczbowe.(20 godzin)

Tematyka:

- Pojęcie ciągu.(1)
- Sposoby określania ciągu.(1)
- Ciągi monotoniczne (2)
- Ciąg arytmetyczny.(2)
- Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.(2)
- Ciąg geometryczny.(2)
- Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.(2)
- Procent składany.(2)
- Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania.(3)

Powtórzenie wiadomości.(1)

Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- podaje przykłady ciągów liczbowych;
- określa ciąg liczbowy;
- opisuje ciąg (wzór ogólny, wykres);
- sporządza wykres danego ciągu;
- bada monotoniczność ciągu liczbowego;
- podaje przykłady ciągów arytmetycznych i geometrycznych;
- oblicza n-ty wyraz ciągu arytmetycznego i geometrycznego;
- wyznacza ciąg arytmetyczny i geometryczny na podstawie danych, np. dwóch wyrazów;
- podaje podstawowe własności dotyczące ciągu arytmetycznego i geometrycznego;
- wykazuje na podstawie definicji, że dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;
- stosuje definicje i własności ciągów do rozwiązywania zadań, w tym również zadań praktycznych;
- oblicza sumę kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego;
- oblicza oprocentowanie lokat i kredytów z zastosowaniem procentu składanego i prostego, z uwzględnieniem podatku od oszczędności;
- wybiera najkorzystniejsze oferty banków i instytucji finansowych dotyczące lokat i kredytów.

2. Planimetria.(15 godzin)

Tematyka:

- Okręgi i proste.(1)
- Kąty w okręgu.(2)
- Kąty między styczną a cięciwą okręgu.(1)
- Odległość między punktami w układzie współrzędnych.(1)
- Środek odcinka.(1)
- Okrąg w układzie współrzędnych.(2)
- Okrąg wpisany w trójkąt.(1)
- Okrąg opisany na trójkącie.(1)
- Czworokąty wypukłe. (1)

Powtórzenie wiadomości.(1)

Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- ✓ przypomni sobie jakie są wzajemne położenia dwóch okręgów w przestrzeni;
- ✓ przypomni sobie jakie są wzajemne położenia prostej i okręgu w przestrzeni;
- przypomni sobie jakie są rodzaje kątów w okręgu;
- korzysta z twierdzenia dotyczącego kątów wpisanych w okręgu i z twierdzenia dotyczącego kąta środkowego i wpisanego w okrąg opartego na tym samym łuku;
- oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych;
- korzysta z metody wyznaczania współrzędnych środka odcinka;
- wyznacza równanie okręgu w układzie współrzędnych;
- przekształca równanie okręgu do postaci kanonicznej;
- wyznacza współrzędne środka i promień okręgu;
- Zapisuje równanie okręgu o zadanych własnościach (np. stycznego do jednej z osi układu);
- wyznacza współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;
- stosuje twierdzenie o wysokościach w trójkącie;
- stosuje w zadaniach twierdzenie o środkowych w trójkącie;
- stosuje twierdzenie o symetralnych boków trójkąta;
- podaje twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta;
- korzysta ze wzorów na pole trójkąta $P = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$, $P = \frac{1}{2}(a + b + c) \cdot r$, gdzie a, b, c- długości boków trójkąta, R- promień opisanego na trójkącie, r- promień okręgu wpisanego w trójkąt;
- dokonuje podziału czworokątów;
- zamienia jednostki pola (wyrażać pole w arach i hektarach);
- korzysta z twierdzenia o linii łączącej środki ramion trapezu.

3. Statystyka.(11 godzin)

Tematyka:

- Średnia arytmetyczna.(2)
- Mediana i dominanta (2)
- Odchylenie standardowe (2)
- Średnia ważona (2)
- Powtórzenie wiadomości (1)
- Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- Zbiera , uporządkowuje, prezentuje i klasyfikuje dane;
- oblicza i interpretuje średnią arytmetyczną i średnią ważoną danych liczb;
- wyznacza modę i medianę dla sklasyfikowanych danych;
- oblicza wariancje i odchylenie standardowe liczone z próby oraz podawać ich interpretację.

4. Rachunek prawdopodobieństwa.(15 godzin)

Tematyka:

- Reguła mnożenia.(1)
- Zdarzenia losowe(2)
- Działania na zdarzeniach losowych.(2)

- ❖ Symbol silni.(1)
- Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa.(1)
- Własności prawdopodobieństwa.(2)
- Drzewa stochastyczne.(1)
- Klasyczna definicja prawdopodobieństwa.(2)

Powtórzenie wiadomości.(1)

Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń:

- rozróżnia sytuacje w których stosuje się permutacje, kombinacje i wariacje;
- stosuje zasadę mnożenia w zadaniach;
- Wyjaśnia pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne;
- opisuje przestrzeń zdarzeń elementarnych;
- rozróżnia zdarzenie pewne od niemożliwego;
- oblicza sumę zdarzeń , różnicę zdarzeń , iloczyn zdarzeń oraz wyznaczyć zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia;
- podaje aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa;
- rozwiązuje zadania dotyczące klasycznej definicji prawdopodobieństwa;
- przedstawia sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań;
- ❖ stosuje symbol silni w zadaniach.

Klasa IV

5. Stereometria.(25 godzin)

Tematyka:

- Proste i płaszczyzny w przestrzeni.(1)
- Graniastosłupy.(1)
- Odcinki w graniastosłupach.(2)
- Objętość graniastosłupa (2)
- Ostrosłupy.(1)
- Objętość ostrosłupa.(2)
- Kat między prostą a płaszczyzną.(1)
- Kat dwuścienny.(2)
- Walec.(2)
- Stożek.(2)
- Kula.(1)
- Bryły podobne.(2)
- ❖ Bryły wpisane i opisane.(3)

Powtórzenie wiadomości.(1)

Praca klasowa i jej omówienie.(2)

Szczegółowe cele edukacyjne:

Uczeń potrafi:

- pozna wzajemne położenie prostej i płaszczyzny;
- pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
- nauczy się rysować .figury w rzucie równoległym na płaszczyznę;
- nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną;
- pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego;
- ✓ przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach;



- ✓ przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach;
- ✓ przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych;
- ✓ udoskonali umiejętność zamiany jednostek objętości litrów na mililitry i odwrotnie;
 - pozna definicję brył podobnych;
 - pozna własności brył podobnych;
 - ❖ pozna twierdzenie o polach i objętościach brył podobnych;
 - ❖ pozna metody obliczania brył wpisanych i opisanych na danych bryłach.

Powtórzenie przed maturą (33 godziny)

5 Procedury osiągnięcia poszczególnych celów edukacyjnych

Osiągnięcie celów edukacyjnych jest jednym z najważniejszych zadań współczesnej szkoły. Zatem procedury ich osiągnięcia muszą być przejrzyste i realne do wykonania. Podmiotowość ucznia, jego potrzeby i preferencje są podstawą organizacji procesu kształcenia i zaplanowania w czasie poszczególnych treści przewidzianych programem. Decyzja ta powinna być poprzedzona diagnozą i rozpoznaniem potrzeb uczniów. Planowanie strategii i metod nauczania powinno rozpoczynać się uświadomienia sobie celów jakie mają zostać osiągnięte. Metody żeby były skuteczne muszą być oczywiście zróżnicowane.

Metody nauczania

- **Wykład** – polega na prezentacji materiału przez nauczyciela, dobrze przygotowanego merytorycznie rozwija zainteresowanie przedmiotem i budzi chęci do dobrego wykonywania pracy. Nauczyciel przygotowując wykład powinien zainteresować uczniów, podając wiele przykładów, ilustrując wykład przykładowo przygotowany w danym programie. Uczniowie powinni mieć możliwość zadawania pytań. Wartość tej metody odwołuje się do jasności wyводу i logicznej konstrukcji. Metoda ma zastosowanie (dla rozwoju MKKE) wprowadzanie nowych trudnych wiadomości oraz umiejętność tworzenia notatek.
W1-rozumienie terminów i pojęć
U2- śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny)
- **Dyskusja** – metoda ta uczy kulturalnego prowadzenia dyskusji a jednocześnie uczy podejmowania decyzji, argumentowania „za i „przeciw”, podawania przykładów i kontrprzykładów. Kształcimy w ten sposób umiejętność komunikacji uczeń-nauczyciel, uczeń-uczeń. Wartość tej metody charakteryzuje się różnorodnością wiedzy i poglądów, możliwość prezentacji własnego zdania. Zastosowanie (dla rozwoju MKKE) tej metody odnosi się do ustalenia planu rozwiązania problemu:
U1 – stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny)
P2 – dążyć do szukania przyczyn
P3 – oceniać zasadność wnioskowań i działań
- **Pogadanka** – dobrze przygotowana może służyć wytworzeniu sytuacji problemowej lub sprawdzeniu efektów zajęć. Jej skutki mogą być ograniczone dominacją nauczyciela. Wartość tej metody wskazuje na konstrukcję logiczną zajęć, ożywia lekcję, mobilizuje uczniów. Zastosowanie (dla rozwoju MKKE) tej metody odnosi się do wprowadzenia do tematu lub podsumowuje lekcję:
W1- rozumienie terminów i pojęć matematycznych
U1 – stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny)
- **Burza mózgów**- zaliczana jest do metod kreatywnych i pozwala w krótkim czasie zgromadzić wiele różnych pomysłów do rozwiązania problemu. Powinna być zakończona dyskusją wartościującą te pomysły z argumentacją uzasadniającą jej

wartość. Metoda ma przejawiać szacunek dla prawdy; dążyć do szukania przyczyn, oraz oceniać zasadność wnioskowań i działań.

Zastosowanie (dla rozwoju MKKE) – rozgrzewka umysłowa

P1 –przejawiać szacunek dla prawdy

P2 –dążyć do szukania przyczyn

P3 – oceniać zasadność wnioskowań i działań

- **Mapy mentalne** tzw .mapy skojarzeń, mapy pamięci. Metoda ta pozwala na usystematyzowanie zdobytej wiedzy i jej przedstawienie z wykorzystaniem rysunków, symboli, słów, haseł, wzorów. Zastosowanie (dla rozwoju MKKE) rozgrzewka umysłowa.

- **Praca z tekstem**- praca z podręcznikiem i innymi materiałami źródłowymi służy kształceniu samodzielności i wytrwałości w zdobywaniu wiedzy oraz selektywności w doborze treści które są potrzebne do rozwiązania konkretnego problemu.

Prawidłowo stosowana pozwala wykształcić umiejętność czytania i rozumienia tekstu matematycznego.

Zastosowanie tej metody dla MKKE obejmuje wdrażanie do samokształcenia:

U3 – przekazywać komunikaty stosując język matematyczny

U4 – korzystać z tekstu matematycznego

- **Obserwacja**-rejestruje wyniki obliczeń wykonanych na papierze lub kalkulatorze czy efektów „eksperymentów” przeprowadzanych za pomocą kalkulatora graficznego lub komputera oraz redagowanie wniosków dotyczących wyników tych działań.

Metoda ma zastosowanie w sytuacjach z życia codziennego oraz przyszłym działaniu zawodowym. Wartość tej metody polega na budowaniu hipotez na podstawie obserwacji wyników uzyskanych za pomocą komputera lub innego oprzyrządowania.

Zastosowanie tej metody dla MKKE obejmuje: gromadzenie spostrzeżeń i obserwacji obiektów matematycznych:

W3 – znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej

W4 – świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź

U3 – przekazywać komunikaty stosując język matematyczny

U1 – stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych

- **Projekt edukacyjny** -pozwala na wykorzystanie zdobytej wiedzy do rozwiązania rzeczywistych problemów praktycznych przez grupę uczniów o różnym poziomie osiągnięć matematycznych z wykorzystaniem talentów i uzdolnień poszczególnych członków zespołu. Wartość tej metody podnosi samoocenę i buduje poczucie własnej wartości. Zastosowanie tej metody dla rozwoju MKKE obejmuje: przedsięwzięcie na rzecz środowiska:

W2-znajomość miar i struktur

W3- znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej

U1.- rozumować w sposób matematyczny

- **Metoda projektów** – metoda ta uczy samodzielności i współdziałania w sposób planowy, kształtuje u uczniów nawyk samokształceniowy. Uczy poszukiwania informacji na dany temat i autoprezentacji. Uczniowie stają się odpowiedzialni za wykonany projekt. Zastosowanie tej metody dla rozwoju MKKE obejmuje: samodzielne pozyskiwanie dodatkowych wiadomości i umiejętności

W4 – znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej

W5- świadomość pytań , na które matematyka może dać odpowiedź

P1 – przejawiać szacunek dla prawdy

P2-dążyć doszukania przyczyn

P3- oceniać zasadność wnioskowań i działań

ZASADY NAUCZANIA

Zasada przystępności w nauczaniu wymaga dostosowania programu nauczania matematyki oraz planu dydaktycznego nauczyciela do możliwości uczniów.

Zasadę tę realizuje się poprzez:

- stopniowanie trudności, przechodzenie od rzeczy łatwych do trudnych, od prostych do złożonych, od tego co ogólne, do tego co uważane jest za szczegółowe i na odwrót;
- stosowanie wiadomości teoretycznych do rozwiązywania problemu
- indywidualizację nauczania

Zasada świadomego i aktywnego udziału uczniów w procesie kształcenia poprzez świadomy udział w procesie projektowania rozwiązań problemów matematycznych

Zasada pogłębienia, czyli poznania poprzez obserwację, wizualizację korzystając z plansz, komputerów, foliogramów)

Zasada trwałości wiedzy, czyli stopniowania pogłębienia i poszerzenia materiału

Zasada systematyczności i logicznej kolejności, która umożliwia:

- systematyczną pracę ucznia
- usystematyzowanie wiadomości i umiejętności uczniów
- Uświadomienie sobie przez ucznia kolejności zdobywanych wiadomości

Stosując różnorodne metody nauczania i techniki na zajęciach edukacyjnych u uczniów rozwijamy:

- kreatywność uczniów;
- samodzielne odkrywanie i formułowanie nowych tez i sztukę logicznego myślenia
- umiejętność dostrzegania związków między obiektami matematycznymi
- umiejętność stosowania wiedzy matematycznej w życiu codziennym
- poczucie własnej wartości uczniów

FORMY PRACY

Wybierając metody należy pamiętać o doborze odpowiednich form pracy na lekcji do których zaliczamy:

Praca w grupach – jest to najbardziej lubiana forma pracy przez uczniów. Forma ta kształci umiejętność współpracy z ludźmi przy rozwiązywaniu problemów. Rozwija umiejętność organizacji pracy, komunikowania się z innymi, uczy odpowiedzialności, pozwala poznać zasady partnerskiej współpracy. Metoda ta działa inspirująco na uczniów. Praca w grupach uczy rozdzielania obowiązków pomiędzy uczniów tak aby sprawnie i poprawnie rozwiązać dany problem.

Praca z całą klasą- wszyscy uczniowie zaangażowani są do pracy nad tym samym problemem w tej samej chwili. Nauczyciel przedstawia jednakowe treści i zadania dla wszystkich osób. Uczniowie pracują nad problemem. Jest to forma pracy gdzie nauczyciel może przekazać niezbędne informacje całej klasie. Uczniowie wraz z nauczycielem mogą dyskutować nad problemem. Praca nauczyciela z klasą powinna przybierać różne formy: wykład, rozmowa. Różnorodność form pozwala na uniknięcie znużenia przedmiotem, powoduje że lekcja jest bardziej atrakcyjna.

Praca indywidualna- szczególnie praca z tekstem matematycznym zmusza ucznia nad przemyśleniem problemu oraz sposobem formułowania definicji, wniosków, twierdzeń. Nauczyciel może przygotować łatwiejsze i trudniejsze zadania. Każdy



uczeń pracuje na miarę swoich możliwości i we własnym tempie. Każda praca indywidualna powinna być skrupulatnie sprawdzona przez nauczyciela. Taka forma pracy kształci u ucznia odpowiedzialność za wykonanie zadania, kształci umiejętność samodzielnej pracy nad problemem, zadaniem.

6 Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycja metod ich oceny

Ocenić to rozpoznawać postępy ucznia i porównywać je z wymaganiami edukacyjnymi. Uczniowi trzeba wskazać umiejętności, które opanował, wiedzę, którą przyswoił poprawnie, a zauważone braki w wiadomościach i umiejętnościach wykorzystywać w bieżącym doskonaleniu procesu dydaktycznego. Ocena pełni funkcję informacyjną o postępach ucznia, jego trudnościach, uzdolnieniach i zainteresowaniach oraz stanowi postawę informacji dla rodziców i administracji szkolnej. Ocenianie powinno być procesem ciągłym i występować na wszystkich etapach kształcenia matematycznego. Widać zatem ścisłą zależność między nauczaniem, sprawdzaniem i ocenianiem osiągnięć uczniów.

System oceniania w nauczaniu matematyki ma sprzyjać:

- motywowaniu ucznia do dalszego kształcenia się;
- przyzwyczajaniu ucznia do systematycznej pracy
- pobudzaniu rozwoju zainteresowań matematycznych
- Posługiwaniu się matematyką w życiu codziennym
- dostarczaniu informacji na bieżąco uczniowi o poziomie jego osiągnięć edukacyjnych

Poniżej przedstawione zostały ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia

OGÓLNE OCENY OSIĄGNIĘĆ MATEMATYCZNYCH UCZNIĄ:

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;

- sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- korzysta z kalkulatora;
- zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- stosuje nowe twierdzenia;
- ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);
- zna dowody twierdzeń objętych programem;
- rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych;

Stopień celujący:

Uczeń:

- Analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- Zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;

- Potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- Zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- Buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- Stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- Uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

Określenie wymagań programowych nawiązuje do selekcji elementów treści według następujących poziomów:

Wymagania konieczne (K) obejmują elementy treści kształcenia:

- Najłatwiejsze, najczęściej stosowane w uczeniu się matematyki;
- Bezpośrednio użyteczne w życiu;
- Niezbędne w przyswajaniu treści podstawowych
- Wymagające rozwiązywania zadań teoretycznych i praktycznych, prostych o niewielkim stopniu trudności;

Wypełnienie wymagań koniecznych uprawnia ucznia do otrzymania oceny dopuszczającej

Wymagania podstawowe (P) obejmują treści :

- Najważniejsze w uczeniu się matematyki;
- Proste i przystępne
- Niezbędne na danym i wyższym etapie kształcenia
- Bezpośrednio użyteczne lub przydatne w życiu
- Wymagające rozwiązywania zadań teoretycznych i praktycznych typowych o przeciętnym stopniu trudności

Wypełnienie wymagań podstawowych uprawnia ucznia do otrzymania oceny dostatecznej

Wymagania rozszerzające (R) obejmują:

- Umiarkowanie przystępne
- Bardziej złożone i mniej typowe
- Przydatne ale niezbędne na danym i wyższym etapie kształcenia
- Pośrednio użyteczne w życiu
- Wymagające rozwiązywania zadań teoretycznych i praktycznych złożonych o przeciętnym stopniu trudności

Wypełnienie wymagań podstawowych i rozszerzających uprawnia ucznia do otrzymania oceny dobrej

Wymagania dopełniające (D) obejmują:

- Złożone i nietypowe
- Nasycone problemami teoretycznymi i praktycznymi
- Wymagające uzasadnień

Wypełnienie wymagań podstawowych, rozszerzających i dopełniających uprawnia ucznia do otrzymania oceny bardzo dobrej

Klasyfikacja podwójna, np. K/P, oznacza, że prostsze zadania dotyczące danego zagadnienia należy traktować jako wymagane na poziomie K, a trudniejsze -P.

Za wymagania na poziomie W należy uznać spełnienie wszystkich wymagań z poziomów niższych oraz umiejętności rozwiązywania zadań znacznie wykraczających

poza wymagania na poziomie D stopniem trudności lub tematyką. Uczeń powinien uczestniczyć w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub być finalistą zawodów na szczeblu województwa.

Wykaz zakładanych osiągnięć ucznia (poziom wymagań):

Klasa I

Liczby rzeczywiste.

Uczeń:

- zamienia skończone rozwinięcie dziesiętne na ułamek zwykły i na odwrot (K)
- rozumie pojęcie rozwinięcia okresowego, znajduje rozwinięcia dziesiętne ułamków zwykłych (P/R)
- podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych; pierwszych i złożonych, potrafi zakwalifikować daną liczbę do jednego z tych rodzajów (K)
- wie, że suma, różnica, iloczyn i iloraz liczb wymiernych są liczbami wymiernymi (P)
- umie pokazać na przykładach, że suma (różnica, iloczyn i iloraz) liczb niewymiernych może być zarówno liczbą wymierną, jak i niewymierną (D)
- wykonuje działania na liczbach wymiernych: cztery działania arytmetyczne, potęgi o wykładniku całkowitym i postaci $1/n$; także z użyciem kalkulatora (K)
- zapisuje i odczytuje liczby w notacji wykładniczej (P)
- posługuje się notacją wykładniczą w obliczeniach (R/D)
- oblicza procent danej liczby (K)
- zwiększa i zmniejsza liczbę o dany procent, porównuje liczby, używając procentów (P)
- upraszcza pierwiastki i znajduje ich przybliżone wartości za pomocą kalkulatora (K)
- upraszcza wyrażenia zawierające potęgi o wykładniku wymiernym i pierwiastki (P/R)
- usuwa niewymierność z mianownika (P/R)
- zapisuje i odczytuje liczby w notacji wykładniczej (P)
- posługuje się notacją wykładniczą w obliczeniach (R/D)
- oblicza procent danej liczby (K)
- zwiększa i zmniejsza liczbę o dany procent, porównuje liczby, używając procentów (P)
- rozwiązuje zadania z procentami dotyczące m.in. płac, cen, podatków, także z użyciem równań i układów równań liniowych (R/D)
- zaokrągla liczby z podaną dokładnością (K)
- szacuje wyniki działań i wielkości ze świata rzeczywistego (P/R)
- wykorzystuje umiejętność szacowania w bardziej złożonych sytuacjach (D)
- wykonuje działania na wyrażeniach algebraicznych (w tym stosuje wzory skróconego mnożenia) (K\P)

Język matematyki.

Uczeń:

- określa prawdziwość zdania zbudowanego za pomocą jednego spójnika (i, lub, nie) (K)
- tworzy zdania w formie wynikania i równoważności oraz ze zwrotem dla każdego i istnieje (K)
- buduje zdania złożone za pomocą spójników (P)
- rozróżnia w praktyce zdanie typu $p \Rightarrow q$ od zdania typu $q \Rightarrow p$ (P)
- zna nazwy: koniunkcja, alternatywa, symbole spójników oraz wynikania i równoważności (P)
 - wykonuje działania na różnych zbiorach liczbowych (D)
 - wyznacza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej oraz stosuje jej interpretację geometryczną (P)
 - rozwiązuje proste równania i nierówności z wartością bezwzględną (np. $|2x-3|=3$ $|x+4|\leq 1$) (D\W)
 - oblicza błąd bezwzględny oraz błąd względny przybliżenia liczby (P)
 - zna pojęcia: zbiór, suma i część wspólna zbiorów (K)
 - zapisuje przedziały i zaznacza je na osi liczbowej (K)
 - znajduje sumę i iloczyn danych przedziałów i zaznacza je na osi liczbowej (P)
 - zaznacza na osi liczbowej zbiory określone koniunkcją lub alternatywą równań oraz nierówności (K)
 - wyznacza błąd bezwzględny oraz błąd względny przybliżenia liczby (P)

Funkcje

Uczeń potrafi:

- przedstawiać funkcję za pomocą (wzoru, tabelki, wykresu, grafu) (K\P)
- odczytywać z wykresu wartości funkcji, argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość, miejsca zerowe i przedziały, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie i ujemne (K)
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ sporządza wykresy funkcji: $y = f(x-p)$, $y = f(x)+q$, $y = f - p + q$, $y = -f$, $y = f - x$ (P\R)
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ sporządza wykres funkcji $y = |f(x)|$ oraz wykresy będące efektem wykonania kilku operacji (W)
- odczytywać z wykresu: dziedzinę funkcji, zbiór wartości funkcji, miejsca zerowe funkcji, przedziały monotoniczności funkcji, znaki wartości funkcji, wartość największą i najmniejszą funkcji (P)
- wymienić przykłady funkcji (P)
- posługiwać się różnymi sposobami opisu funkcji (R/D)
- znając własności zależności między wielkościami, szkicuje wykres funkcji opisującej tę zależność (D)
- stosować funkcje i ich własności w sytuacjach praktycznych (R)
- odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji, dotyczące różnych zjawisk, np. przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych, chemicznych (R)
- przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru funkcji lub wykresu funkcji (R\D)

Funkcja liniowa

Uczeń potrafi:

- sporządzić wykres proporcjonalności prostej oraz podać jej własności (K)
- zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań (R)
- sporządzić wykres funkcji liniowej a następnie odczytać własności funkcji na podstawie wykresu (P)
- napisać wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach (D)
- napisać równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym (P)
- zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych (K)
- wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań (R\D)
- napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danej funkcji liniowej (P)
- stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego (R)
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą (R)
- zastosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi (P)

Funkcja kwadratowa

Uczeń potrafi:

- rozróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji (K)
- naszkicować wykres funkcji kwadratowej i zbadać jej własności na podstawie wykresu (R)
- wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji kwadratowej (P)
- przekształcać wykresy funkcji kwadratowych (R)
- przekształcać wykresy funkcji kwadratowych (R)
- znaleźć wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu (R\D)
- obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej i postać iloczynową funkcji kwadratowej (P)
- przedstawiać funkcję kwadratową w różnych postaciach (postać kanoniczna, iloczynowa, ogólna) (P)
- Poprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie, zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów (R)
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych (R\D)
- podać wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym (R)
- rozwiązywać zadania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne) (R\D)
- przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej (R)

- opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej (D)
- rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych (R)

Planimetria

Uczeń potrafi:

- ✓ zastosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań (w tym m.in. twierdzenie o sumie kątów trójkąta) (P)
- ✓ wskazać – znając długości boków trójkąta – czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny czy rozwartokątny (P)
- ✓ wskazywać trójkąty przystające (K)
- ✓ stosować cechy przystawiania trójkątów w rozwiązywaniu zadań (P\R)
- ✓ rozpoznawać trójkąty podobne (K)
- ✓ stosować cechy podobieństwa trójkątów w rozwiązywaniu zadań (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym) (R\D)
- ✓ stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy) (R\D)
- stosować twierdzenie Talesa i twierdzenie do niego odwrotne w rozwiązywaniu zadań (R)

Funkcje trygonometryczne kąta ostrego

Uczeń potrafi:

- ✓ nazywać boki w trójkącie prostokątnym (K)
- ✓ rozwiązywać trójkąt prostokątny (K/P)
- ✓ stosować twierdzenie Pitagorasa do obliczenia długości boków trójkąta prostokątnego (P)
 - stosować funkcje trygonometryczne kąta ostrego do:
 - a) prostych zadań geometrycznych (K)
 - b) prostych sytuacji życia codziennego (P)
 - c) trudniejszych zadań (R)
 - rozpoznać sytuacje, w których może zastosować funkcje trygonometryczne (D)
 - korzystać z podanych wartości funkcji kątów $30^{\circ}, 45^{\circ}, 60^{\circ}$ do rozwiązywania prostych zadań (K)
 - skorzystać z jedynki trygonometrycznej do wyznaczenia wartości jednej z funkcji, gdy dana jest inna (P)
 - wykazać tożsamości trygonometryczne (D)
 - skorzystać ze znanych związków między funkcjami trygonometrycznymi do upraszczania wyrażeń (D)
 - obliczyć funkcje trygonometryczne kątów trójkąta prostokątnego znając długości jego boków (K)
 - wykonywać rachunki stosując funkcje trygonometryczne, także z zastosowaniem kalkulatora (P/R)

Klasa II

Planimetria

Uczeń potrafi:

- Skorzystać z funkcji trygonometrycznych w rozwiązywaniu zadań geometrycznych (P\R)
- Zastosować własności podobieństwa w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali (R\D)
- Korzystać z poznanych wzorów do obliczania pól wielokątów (K)
- stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy) (P\R)
- korzystać z poznanych wzorów do obliczania pól trójkątów (K\P)
- zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań (K\P)

Wielomiany

Uczeń potrafi:

- rozróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem (K)
- podać stopień wielomianu (K)
- dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany (K\P)
- rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias (P)
- rozwiązać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki (P)
- poprawnie rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych (R\D)
- Poprawnie rozwiązać równanie wielomianowe z wartością bezwzględną (W)
- rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, stosując poznane definicje i twierdzenia (R\D)
- ❖ naszkicować wykres wielomianu (R)
- ❖ poprawnie rozwiązać nierówność wielomianową (R)

Funkcje wymierne

Uczeń potrafi:

- odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji (K)
- wyznaczać dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych lub kwadratowych za pomocą grupowania wyrazów, stosowania wzorów skróconego mnożenia, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias (P\R)
- poprawnie rozwiązywać zadania z proporcjonalnością odwrotną (R)
- Poprawnie rozwiązywać proste równania wymierne (P)
- Rozwiązywać zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych (D)
- wyznaczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej (K)
- poprawnie skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne (P)
- dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne (P)

- rysować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji (R)

Funkcje wykładnicze i logarytmiczne

Uczeń potrafi:

- wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym (P)
- korzystać z własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań (P)
- rozróżniać funkcję wykładniczą od innych funkcji (K)
- szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw (P\R)
- Poprawnie przekształcać wykresy funkcji wykładniczych (R)
- opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów (R\D)
- rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym (R\D)
- wyznaczać logarytm liczby dodatniej (K)
- korzystać z własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań (P)
- odróżnić funkcję logarytmiczną od innych funkcji (K)
- sporządzać wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw (P)
- poprawnie przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych (P\R)
- opisywać własności funkcji logarytmicznych na podstawie ich wykresów (R\D)
- rozwiązywać zadania dotyczące funkcji logarytmicznych, umieszczone w kontekście praktycznym (R\D)

Klasa III

Ciagi liczbowe

Uczeń potrafi:

- określać ciąg wzorem ogólnym (P)
- obliczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym (K)
- narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu (K\P)
- badać monotoniczność ciągu (R\D)
- badać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym (P)
- obliczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych (P\R)
- obliczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (P)
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego (D)
- badać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym (P)
- podać ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych (P\R)
- obliczać sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (P)
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego (D)
- rozwiązywać zadania stosując wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym (R\D)
- zastosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania
- lokat i kredytów (R)

Planimetria

Uczeń potrafi:

- przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej a następnie odczytać współrzędne środka i promień okręgu (K)
- podać równanie okręgu o zadanych własnościach (P\R)
- wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu (P)
- przedstawić wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami (P)
- wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (P)
- zastosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów (P\R)
- zastosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach (np. długość wysokości, długość promienia okręgu wpisanego w trójkąt i opisanego na trójkącie) (R)
- obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych (K)
- wyznaczyć współrzędne środka odcinka (K)
- posługiwać się równaniem okręgu (K)
- stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów (R)
- ❖ sprawnie przedstawiać pola figur w arach i hektarach i dokonywać zamiany tych jednostek (P)
- poprawnie rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych (D)
- ✓ nazywać wzajemne położenie okręgów oraz prostej i okręgu (K)
- ✓ skorzystać z poznanych pojęć aby rozwiązać zadanie (P/R/D)
- ✓ rozpoznać kąt wpisany i środkowy w okręgu (K)
- podaje, ile wynosi suma kątów trójkąta i czworokąta i wykorzystuje ten fakt do rozwiązywania zadań (K/P)
- rozwiązuje różne zadania, wykorzystując:
 - twierdzenie Pitagorasa
 - twierdzenie o kącie wpisanym i środkowym (R\D)

Statystyka

Uczeń potrafi:

- odczytać informacje z tabel, diagramów słupkowych i kołowych (K/P)
- wyciągać poprawne wnioski z odczytanych informacji, wykonując odpowiednie obliczenia (R/D)
- poprawnie obliczyć:
 - średnią arytmetyczną danych liczb (K)
 - wariancję i odchylenie standardowe danych liczb (K)
 - modę i medianę danych liczb (P)
 - średnią arytmetyczną danych zapisanych w postaci tabeli lub histogramu (P)
 - średnią ważoną danych liczb (K)
- Wyjaśnić różnice pomiędzy różnymi rodzajami średnich i ograniczenia w ich stosowaniu (D)
- Podawać dane w postaci tabel i diagramów (K/P)
- opracować statystycznie nieskomplikowany problem (R)
- postawić prosty problem i opracować go statystycznie (D)
- zrozumieć sens intuicyjny wariancji i odchylenia standardowego (K)
- sformułować poprawne wnioski z informacji w postaci średnich, odchylenia standardowego i wariancji (P/R/D)

Rachunek prawdopodobieństwa

Uczeń potrafi:

- ❖ obliczać silnie (P)
 - przedstawić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc (K|P)
 - obliczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu (K|P)
 - obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie „klasycznej definicji prawdopodobieństwa” (P\R)
 - zastosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań (P\R)
 - zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych (K)
 - zastosować poprawnie zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań (P)
 - rozwiązywać pewne zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa (R)
 - obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa (R)
 - określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc (K|P)

Klasa IV

Stereometria

Uczeń potrafi:

- określać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni (P)
- rozpoznać następujące rodzaje brył:
 - sześcian(K),
 - prostopadłościan(K),
 - graniastosłup, (K)
 - ostrosłup (K)
- określić liczbę wierzchołków, krawędzi i ścian (K)
- poprawnie obliczyć pola powierzchni i objętości:
 - prostopadłościanów i ostrosłupów o podstawie kwadratu (K)
 - graniastosłupów i ostrosłupów w prostych zadaniach geometrycznych (P)
 - walca i stożka w najprostszych sytuacjach geometrycznych (K)
 - kuli (P)
- sprawnie przedstawiać objętości brył w litrach i mililitrach i dokonywać zamiany tych jednostek (P)
- poprawnie narysować wielościany (graniastosłupy, ostrosłupy) i bryły obrotowe (P)
- wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości (R)
- podać własności figur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy czy bryły obrotowe (K|P)
- rysować siatki figur przestrzennych (P)
- wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych (R|D)
- wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii (D)

Sposoby i formy kontroli osiągnięć uczniów

- **klasówki** – forma ta daje nauczycielowi stosunkowo największą pewność że uczniowie wykonywali zadania samodzielnie i zakres wiedzy jaki opanowali z danego działu,
- **kartkówki** (na przykład z 3 ostatnich lekcji)- forma ta umożliwia dosyć częste sprawdzanie poziomu wiedzy ucznia i jego systematycznego podejścia do zdobywanej wiedzy
- **wypowiedzi ustne** –forma ta zawiera wyrywkową kontrolę realizacji celów sformułowanych w planie lekcji jest fragmentaryczną i nie pozwala stwierdzić czy wszyscy uczniowie danej klasy cele te osiągnęli. Pytania, na które odpowiadają uczniowie odnoszą się jedynie do określonych fragmentów przerabianego na lekcji materiału. Mogą to być pytania proste wymagające pamięciowej reprodukcji zapamiętanego materiału i pytania problemowe wymagające złożonych operacji myślowych i praktycznych.
- **prace domowe** – forma ta umożliwia sprawdzanie osiągnięć i systematyczności procesie uczenia.
- **aktywność na lekcji** – forma ta umożliwia uzyskanie informacji który uczeń zrozumiał dany temat z działu
- **projekty, prace terminowe** – forma uczy samodzielności i wywiązywania się z powierzonych zadań.

Motywowanie ucznia

Motywacja bywa różnie określana. Jest to pojęcie abstrakcyjne, niełatwe do zdefiniowania. Nie da się obserwować motywacji, gdyż powstaje ona „wewnątrz” człowieka. Niemniej doświadczeni nauczyciele zdają sobie sprawę ze znaczenia motywacji wiedzą, że jest to ogół bodźców powodujących gotowość uczniów do uczenia się. Bodźce, które odbiera uczeń możemy podzielić na dwie grupy. Do pierwszej zaliczymy te, które ukażą atrakcyjność problemu, pobudzą zainteresowanie i sprowokują do działania. Myślimy wówczas o motywacji wewnętrznej wynikającej z samej matematyki, ciekawości uczniów i chęci poznania czegoś nowego.

Do drugiej zaliczamy bodźce i sytuacje, w których dla rozwiązania zadania, zdobycia wiedzy lub wykorzystanie poznanych wiadomości potrzeba zachęty, prowokacji do działania. Mogą to być: pochwała, dobra ocena, zadowolenie nauczyciela i rodziców, obawa strach, przymus. Mamy tutaj do czynienia z motywacją zewnętrzną, narzuconą uczniowi.

TECHNIKI MOTYWACJI

WYWOŁANIE KONFLIKTU POZNAWCZEGO

Ukazanie luki w wiadomościach

Stosując ten typ motywacji nauczyciel nie wykazuje wprost niewiedzy ucznia, nie ocenia go w kategoriach umie-nie umie. Stawia go natomiast w sytuacji, której badanie spowoduje, iż uczeń sam zorientuje się, że czegoś nie wie. Jednocześnie chodzi o to, by uczeń był w stanie rozwiązać dany problem poprzez opanowanie pewnych wiadomości.

Prowokacja

W przypadku prowokacji nauczyciel zaskakuje ucznia zadaniem, niespotykaną sytuacją, jednocześnie nie zmuszając go do jej badania.

Logiczna kolejność uczenia się

Nauczyciel stwarza taką sytuację, w której uczeń uświadamia sobie kolejność faktów; wie jakie treści je poprzedzają i jakie są następstwem poznawanych wiadomości.

PRAKTYCZNE WYKORZYSTANIE WIADOMOŚCI

Nauczyciel powinien pokazać uczniom użyteczność wiedzy, przekonać ich, że matematyka pozwala rozwiązywać zadania pozamatematyczne. Nauczyciel nie może tylko mówić o użyteczności matematyki, ale musi pokazać jej zastosowanie.

ZACIEKAWIENIE MATEMATYKA

Zajmowanie się interesującą matematyką

Tu myślimy o wszystkich zabiegach nauczyciela, które pokazują atrakcyjność problemu, zaciekawiają ucznia i pobudzają go do działania. Nauczyciel powinien jednak postępować ostrożnie nie może zgubić celów. Jeżeli bowiem motywacja jest zbyt interesująca dla ucznia, ale brak widocznego związku z tematem lekcji, wówczas następujące po niej polecenia nauczyciela są niechętnie wykonywane, a uczeń nie potrafi oderwać się od poprzednich czynności.

Fascynacje matematycznymi osobliwościami

Uczeń może uczyć się aktywnie, wykonując różne matematyczne eksperymenty, np. tangramy, doświadczenia z kartką papieru, konstrukcje przy pomocy cyrkla i linijki, a także wykorzystując w pracy różne środki techniczne, np. komputer.

MOTYWACJE WYNIKAJĄCE Z CIEKAWOŚCI UCZNIÓW

Opowiadania z historii matematyki

Ucznia może zafascynować jakaś historia związana z danym tematem, zadaniem, odkryciem. Jednakże, problem musi być interesujący i ciekawie opowiedziany.

Wykorzystanie materiałów opracowanych przez uczniów lub nauczyciela

Nauczyciel może wzbudzić ciekawość uczniów przyniesionymi materiałami i sprowokować ich do odkrycia związków tych materiałów z tematem lekcji. Motywacja nie powinna być ani zbyt trudna, ani zbyt łatwa dla ucznia; musi być interesująca.

- ✓ Motywacja może być krótkim wprowadzeniem do danego zagadnienia.
- ✓ Techniki motywacji stosowane przez nauczyciela w klasie powinny być ukierunkowane na potrzeby większości uczniów.
- ✓ Nauczyciel powinien stale wzmacniać istniejące już motywy uczenia się
- ✓ Uczenie się matematyki ze względu na specyfikę jej przedmiotu, metody i język wymaga użycia bardzo przemyślanego zestawu technik i środków motywacji.

Indywidualizacja

Pracując z uczniem, słabszym nauczyciel powinien:

- starać się zrozumieć trudności w nauce
- uwzględniać trudności ucznia w opanowaniu rachunku pamięciowego
- uwzględniać trudności dotyczące rozumienia i werbalizacji stosunków przestrzennych, które mogą przejawiać się w trakcie nauki geometrii,
- mobilizować ucznia do nauki,
- zróżnicować formy sprawdzania wiadomości i umiejętności uczniów
- rozłożyć w czasie opanowanie materiału pamięciowego.

7 Oprzyrządowanie programu

Realizując program niezbędne jest odpowiednie oprzyrządowanie. Do realizacji programu niezbędny będzie podręcznik dla klas 1,2,3 autorów: Wojciecha Babiańskiego, Lecha Chańko, wydawnictwo Nowa Era. Oprócz tego podręcznika potrzebny będzie zbiór zadań do klasy 1,2, 3 w zakresie podstawowym z wydawnictwa Nowa Era. Podręcznik zawiera płytę CD dzięki której opracowane są tematy a nauczyciel dzięki temu może przeprowadzić lekcję z komputerem.

Podręcznik zawiera twierdzenia i definicje które są w miarę przejrzyste, gotowe przykłady już rozwiązane dzięki którym uczeń samodzielnie może przeanalizować kroki rozwiązania przykładu, ćwiczenia z dopowiedziami na końcu książki oraz zestawy powtórzeniowe.

Aby prawidłowo zrealizować program, należałoby zaopatrzyć pracownię w większą ilość laptopów z odpowiednim oprogramowaniem szczególnie chodzi tu o programy matematyczne czyli Statistica, Matlab itp dzięki którym uczniowie mogą w łatwiejszy sposób przyswajać sobie wiedzę i bez problemu prezentować wyniki na komputerze. Uczniowie wykonując zadania na komputerze kształtują umiejętność logicznego myślenia. Każdy uczeń w ten sposób będzie bardziej zainteresowany lekcją i więcej korzyści wyniesie z lekcji.

Ważnym oprzyrządowaniem jest zaopatrzenie pracowni w większą ilość modeli figur przestrzennych zwiększa atrakcyjność prezentowanego materiału. Pracownia powinna być wyposażona w kalkulatory graficzne pozwalające np. na szybkie narysowanie wykresu funkcji liniowej, kwadratowej dzięki którym uczniowie mają możliwość zaobserwowania w jaki sposób zmienia się wykres funkcji w zależności od parametrów. Materiały edukacyjne, które są niezbędne przy realizacji programu. W pracowni matematycznej powinien być laptop, drukarka, rzutnik multimedialny i nośnik pamięci zewnętrznej. Umożliwi to nauczycielowi przygotowanie prezentacji do lekcji.

Używanie kalkulatorów graficznych na lekcji pozwala na szybsze i dokładniejsze zaprezentowanie danego działu matematyki. Podsumowując im lekcja jest bardziej urozmaicona tym uczniowie lepiej zapamiętują i przyswajają nowy materiał. Pracownia powinna być wyposażona w nową tablicę z układem współrzędnych oraz tablicę ścieralną z pisakami i gąbką. Ważnym środkiem dydaktycznym będą poradniki dla nauczycieli i uczniów, materiały edukacyjne, filmy, prezentacje multimedialne, foliogramy, zbiory zadań, komputerowe programy edukacyjne. Materiały dla ucznia niezbędne do realizacji programu KKK w zakresie nauczania matematyki to: zeszyty w kratkę A4, 100 stron, przybory do pisania różne kolory, długopis, ołówek, gumka. Zestaw przyborów geometrycznych dla ucznia, gdyż bardzo często uczniowie nie mają przyrządów które są niezbędne przy geometrii. Aby prace były posegregowane i przejrzyste ważne są teczki na prace dla poszczególnych klas, segregatory A4 oraz notatniki.

8 Projekt ewaluacji

Etapy ewaluacji	Pytania badawcze	Obiekt ewaluacji	Zakres ewaluacji	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze
przed rozpoczęciem ewaluacji programu	<p>Czy struktura programowa jest zgodna z założeniami MKKE?</p> <p>Czy program zawiera informację o zasobach realizatora programu?</p> <p>Czy cele ogólne i szczegółowe uwzględniają w całości problematykę Kompetencji Kluczowych?</p> <p>Czy prawidłowo zostały dobrany materiał do założonych celów?</p> <p>Czy metody nauczania i środki dydaktyczne zawierają założenia MKKE?</p> <p>Czy program będzie skuteczny?</p>	autorski program nauczania	<ul style="list-style-type: none"> • struktura programu • zasoby realizatora programu • cele ogólne i szczegółowe programu • trafność doboru materiału do założonych celów • metody nauczania i środki dydaktyczne • ocena skuteczności programu 	<ul style="list-style-type: none"> • budowa programu • informacja o realizatorze programu i jego doświadczeniu zawodowym • spójność celów nauczania z podstawą programową, standardami wymagań egzaminacyjnych oraz realizacją kluczowych kompetencji • atrakcyjność metod i form pracy 	analiza danych z arkusza oceny programu



w czasie realizacji programu	Czy program rekomenduje określone metody pracy w szczególności MKKE?	Skuteczność programu	<ul style="list-style-type: none">• organizacja i przebieg procesu nauczania• poziom wykorzystania zdobytej wiedzy w praktyce	<ul style="list-style-type: none">• wykorzystanie metod aktywizacyjnych• dobór zadań i ich tematyki	<ul style="list-style-type: none">• analiza dokumentacji testy sprawdzające wiedzę i umiejętności uczniów
na koniec realizacji programu	W jakim stopniu wzrósł poziom osiągnięć w zakresie MKKE?		<ul style="list-style-type: none">• poziom rozwoju uczniów w zakresie rozwoju kluczowych kompetencji• trafność działań wychowawczych programu	<ul style="list-style-type: none">• rozwinięcie kompetencji kluczowych w zakresie wiedzy, umiejętności i postaw	<ul style="list-style-type: none">• analiza dokumentacji• ankieta dla uczniów• testy sprawdzające wiedzę i umiejętności
Po pewnym czasie od realizacji programu	Na ile trwale są zmiany wywołane rozwijaniem MKKE?		<ul style="list-style-type: none">• trwałość zmian w zakresie zdobytej wiedzy i umiejętności	<ul style="list-style-type: none">• wykorzystanie zdobytej wiedzy	<ul style="list-style-type: none">• analiza wyników egzaminów zewnętrznych



Bibliografia

- [1] Krygowska Z., *Zarys dydaktyki matematyki*, WSiP, Warszawa 1977.
- [2] Niemierko B., *Kształcenie szkolne. Podręcznik skutecznej dydaktyki*. WAiP, Warszawa 2007.
- [3] Niemierko B., *Cele kształcenia*, Warszawa 1995.
- [4] Sobczak M., *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształcenia kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Lublin 2009.
- [5] Uliasz R., Kamińska B., *Matematyka w praktyce, czyli – po co ja się tego uczę?*. Wydawnictwo NOWIK, Opole 1999.

Autor
Barbara Kania

MATEMATYKA
ZAKRES PODSTAWOWY

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

Technikum Mechaniczne
w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych
w Siennie

Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Informacja o autorze programu	5
Wstęp.....	5
Uwarunkowania realizacji programu.....	7
1 Cele ogólne.....	9
1.1 Cele edukacyjne.....	9
1.2 Cele wychowania.....	9
2 Ramowy rozkład materiału nauczania.....	11
2.1 Przydział godzin dla 4-letniego technikum	11
3 Treści nauczania matematyki, szczegółowe cele edukacyjne, założone osiągnięcia uczniów.....	12
4 Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych	23
4.1 Metody pracy z uczniami	23
4.2 Metody kontroli i oceny osiągnięć uczniów.....	24
5 Ogólne kryteria oceny matematycznych osiągnięć ucznia.....	26
5.1 Przykładowe kryteria oceniania w zakresie treści dotyczących działu „funkcja i jej własności”	27
6 Oprzyrządowanie programu	29
7 Projekt ewaluacji autorskiego programu nauczania rozwijania MKKE	30
Bibliografia.....	33



Informacja o autorze programu

Mgr Barbara Kania – nauczycielka matematyki i wychowawca Zespołu Szkół Ponadgimnazjalnych w Siennie z kilkunastoletnim stażem. Absolwentka Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Krakowie, nauczyciel dyplomowany, egzaminator egzaminu maturalnego z matematyki. Ukończyła studia podyplomowe z zakresu rachunkowości i zarządzania finansami oraz obecnie studiuje przysposobienie obronne – edukacja dla bezpieczeństwa. Od początku pracy zawodowej związana z Zespołem Szkół Ponadgimnazjalnych w Siennie.

Wstęp

Współczesna edukacja w szkołach ponadgimnazjalnych o profilu zawodowym, ma na celu zarówno przygotowanie uczniów do egzaminu maturalnego i egzaminu zawodowego, jak również do aktywnego i skutecznego funkcjonowania na rynku pracy.

Polska, jako członek Unii Europejskiej, powinna dostosować system edukacji do koniecznych zmian, których potrzebę dostrzegają kraje UE. Wspólna Europa daje duże możliwości obywatelom państw członkowskich - możliwość zmian miejsc zamieszkania, wybór lepszej pracy, możliwość zdobywania wykształcenia na zagranicznych uczelniach, szanse na międzynarodową karierę zawodową. Jednocześnie jednak Europa stawia przed swoimi członkami duże wymagania dotyczące ich kompetencji zawodowych – ludzie muszą być wykształceni w taki sposób, aby móc łatwo przystosować się do warunków pracy w innych krajach. Będzie to możliwe dzięki wykształceniu pewnych kompetencji kluczowych, których posiadanie znacznie ułatwi przystosowanie się do zmieniających warunków życia.

Przeprowadzane liczne badania rynku pracy pokazały, iż wzrost gospodarczy oraz redukcja bezrobocia wymaga wyposażenia młodych ludzi w kompetencje kluczowe. Kompetencje kluczowe zdefiniowane przez Parlament Europejski to te, których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia.

Parlament europejski i Rada Europy w grudniu 2006 roku ustaliły wykaz kompetencji kluczowych:

1. Porozumiewanie się w języku ojczystym.
2. Porozumiewanie się w językach obcych.
3. Kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo – techniczne.
4. Kompetencje informatyczne.
5. Umiejętność uczenia się.
6. Kompetencje społeczne i obywatelskie.
7. Inicjatywność i przedsiębiorczość.
8. Świadomość i ekspresja kulturalna.

Jak widać jedną z kompetencji jest ta z zakresu matematyki. Nas matematyków oczywiście nie dziwi ten fakt, gdyż to właśnie my obserwujemy coraz większe problemy

młodzieży szkolnej z opanowaniem „królowej nauk” i stale rosnącą grupę uczniów, którzy omijają matematykę bardzo szerokim łukiem. Niestety pokutuje wśród społeczeństwa przekonanie, iż matematyki nie da się nauczyć. Dodatkowo brak wiary we własne możliwości, zbyt szybka kapitulacja w pokonywaniu trudności, powodują, że zdecydowanie częściej wybierane są takie kierunki kształcenia, na których nie jest wymagana matematyka. Na skutki takiego stanu rzeczy nie trzeba długo czekać. Badania potrzeb rynku pracy w Polsce wskazują na pilną potrzebę kształcenia w zawodach technicznych, i to na każdym etapie, ze szczególnie dużym zapotrzebowaniem na absolwentów wyższych uczelni technicznych. Podjęcie studiów jest oczywiście związane z pomyślnie zdaniem egzaminem maturalnym i to od 2010 roku z obowiązkową matematyką. Znajomość tajników matematyki umożliwia lepsze rozumienie i stosowanie wiedzy w kształceniu zawodowym.

Niniejszy program nauczania matematyki będzie realizowany w technikum o profilu mechanicznym. Ma charakter liniowy z elementami spiralnego. Jego głównym celem będzie wyposażenie uczniów w wiadomości i umiejętności niezbędne do jak najlepszego opanowania przedmiotów zawodowych, których znajomość stwarza absolwentom możliwość dalszej edukacji oraz podnoszenia swoich kwalifikacji zawodowych. Program jest zgodny z podstawą programową z matematyki, standardami wymagań egzaminu maturalnego z matematyki – matura 2010. Uwzględnia także matematyczne kompetencje kluczowe (MKKE) określone przez Parlament Europejski, które obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Kompetencje te są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

Wiedza:

- W1 – rozumienie terminów i pojęć matematycznych
- W2 – dobrze opanowana umiejętność liczenia
- W3 – znajomość miar i struktur
- W4 – znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej
- W5 – świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź

Umiejętności:

- U1 – stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny)
- U2 – śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny)
- U3 – przekazywać komunikaty stosując język matematyczny
- U4 – korzystać z tekstu matematycznego

Postawy:

- P1 – przejawiać szacunek do prawdy
- P2 – dążyć do szukania przyczyn
- P3 – oceniać zasadność wnioskowań i działań

Bazą programu jest program nauczania matematyki dla liceum i technikum „Matematyka z plusem” (nr dopuszczenia DKW – 4015 – 37/01) opracowany przez Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe. Autorami programu są: Jacek Lech, Marcin Karpiński i Marcin Braun. Zgodny z podstawą programową z matematyki z 23 sierpnia 2007 roku, która obowiązuje od 1 września 2007 oraz ze standardami wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów wg rozporządzenia MEN z dn. 28 sierpnia 2007 r.

Uwarunkowania realizacji programu

Program nauczania matematyki Gdańskiego Wydawnictwa Oświatowego jest programem, który w pełni realizuje europejskie kompetencje kluczowe ze szczególnie dużym naciskiem na kompetencje z zakresu wiedzy i umiejętności. W związku z przystąpieniem Zespołu Szkół Ponadgimnazjalnych w Siennie do programu „Szkoła Kluczowych Kompetencji” należy jedynie zmodyfikować program „Matematyka z plusem” dla potrzeb kształtowania MKKE oraz uwzględnienia potrzeb kształcenia zawodowego w klasie o profilu mechanik pojazdów samochodowych.

Jestem nauczycielem matematyki z szesnastoletnim stażem i cały okres pracy zawodowej spędziłam w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych w Siennie. Pracowałam lub pracuję obecnie w różnych typach szkół, które mieszczą się w naszej placówce – są to: technikum na podbudowie gimnazjum i szkole zawodowej, zasadnicza szkoła zawodowa, a wcześniej liceum profilowane oraz licea zawodowe. Dało mi to kontakt z młodzieżą bardzo różnorodną pod względem możliwości opanowania wiadomości z zakresu matematyki. Inspirowało mnie do szukania sposobów dotarcia do każdego ucznia i dobierania takich metod pracy, aby wyniki były jak najlepsze. Choć mój staż zawodowy nie jest przesadnie duży, to mogłam obserwować dokonujące się zmiany w podstawie programowej z matematyki obowiązującej w szkole średniej. Z niepokojem muszę stwierdzić, iż choć zakres materiału nauczania na poziomie podstawowym znacznie się w tym okresie zmniejszył, młodzież nie osiąga lepszych wyników w nauce matematyki. Wynika to zapewne z obecnych funkcjonujących trzech etapów kształcenia, gdyż „fundowanie” młodym ludziom zbyt częstych zmian, jak widzimy, nie wpływa na nich pozytywnie.

Kadra pedagogiczna mojej szkoły to grupa doświadczonych i wykształconych nauczycieli głównie dyplomowanych. Współpraca w gronie układa się prawidłowo i często wspieramy się nawzajem w naszej pracy z młodzieżą. Ścisłe współpracuję z nauczycielami zawodu, którzy również mają swój wkład w niniejszy program (szczegółowo przedstawili mi swoje trudności związane z matematyką, na jakie natrafiają na swoich przedmiotach).

Zespół Szkół Ponadgimnazjalnych w Siennie dysponuje nowoczesnym budynkiem dydaktycznym z 10 salami lekcyjnymi. Wśród nich jest pracownia matematyczna z podwójną rozkładaną tablicą. Wyposażenie pracowni jest dość skromne: przyrządy geometryczne, plansze dydaktyczne, modele brył przestrzennych, w bibliotece szkolnej jest około 40 egzemplarzy małych tablic matematycznych. W szkole są dwie pracownie ze stanowiskami komputerowymi, jednak mimo wszystko korzystanie z nich jest dość utrudnione ze względu na ich ciągłe wykorzystanie na przedmioty typowo informatyczne. Dlatego bardzo przydatny byłby laptop z projektorem i ekranem, który przyczyniłby się do uatrakcyjnienia zajęć z matematyki (możliwość przygotowania pomocy dydaktycznych w domu znacznie ułatwia pracę nauczyciela).

Zespół Szkół Ponadgimnazjalnych w Siennie jest szkołą wiejską, do której uczęszczają uczniowie o dość niskich możliwościach intelektualnych i bardzo często z dużymi brakami w wiadomościach matematycznych nawet z zakresu szkoły podstawowej. Dlatego niniejszy program uwzględnia te braki i stwarza uczniom możliwość uzupełnienia wiadomości i rozwijania matematycznego myślenia tak niezbędnego do nauki przedmiotów zawodowych w zawodzie mechanik pojazdów samochodowych.

Jednocześnie program zakłada przygotowanie uczniów do obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie podstawowym. W obliczu obowiązkowej matury z matematyki dyrekcja szkoły zaplanowała dodatkową jednostkę lekcyjną w klasie czwartej. Fakt ten podyktowany jest obserwacją nauczyciela matematyki dotyczącą wyboru matematyki na egzaminie maturalnym i późniejszych wyników tych egzaminów. Niestety każdego roku coraz mniejszy odsetek młodzieży szkoły wybierało matematykę, a wyniki były niezadowalające. Ponadto uzgodniono z dyrekcją, że w ramach obowiązkowej dodatkowej etatowej godziny pracy nauczyciela (na której nauczyciele muszą zaplanować jakieś stałe zadania do realizacji), w klasie pierwszej będą realizowała niniejszy program na dodatkowej jednostce lekcyjnej, która zostanie uwzględniona w obowiązkowym planie zajęć dla tej klasy (w przydziale godzin na realizację poszczególnych działów uwzględniłam jednak tylko obowiązkowe, wynikające z ramowego przydziału jednostki lekcyjne, na wypadek jakiś problemów natury organizacyjnej). Na tej dodatkowej lekcji będę chciała przede wszystkim „wyrównać” poziom klasy i udoskonalić najbardziej potrzebne umiejętności matematyczne dla realizacji tematyki na przedmiotach zawodowych (są to głównie zagadnienia związane z wykonywaniem obliczeń na liczbach rzeczywistych, zamianą jednostek, przekształcaniem wzorów oraz funkcjami trygonometrycznymi). Udoskonalenie sprawności rachunkowych oraz usystematyzowanie wiadomości z zakresu gimnazjum jest niezbędne do realizacji podstawy programowej z matematyki w szkołach ponadgimnazjalnych kończących się egzaminem maturalnym. Dlatego w trosce o wyniki obowiązkowej matury dodatkowe godziny są niezbędne (niestety ministerstwo oświaty nie jest takiego zdania, gdyż wprowadzając obowiązkowy egzamin z matematyki nie przydzieliło nawet jednej godziny w cyklu nauczania).

W modyfikowanym przeze mnie programie duży nacisk kładę na kształtowanie kompetencji kluczowych, które są ściśle związane z podstawą programową oraz standardami wymagań egzaminacyjnych. Uszczegółowione kompetencje kluczowe w odniesieniu do matematyki wskazują na konieczność kształtowania świadomości młodzieży o powiązaniu życia codziennego i zjawisk zachodzących w przyrodzie z matematyką. Przecież wszelkiego rodzaju operacje ekonomiczne (podatki, lokaty, giełda czy choćby budżet domowy) opierają się na pojęciach matematycznych; podobnie zagadnienia związane z budownictwem (obliczanie niezbędnej ilości materiałów, planowanie przestrzenne, przeliczanie jednostek), sportem (statystyka, prawdopodobieństwo, gry losowe) czy choćby zawody, w których podstawą są logiczne i rzeczowe ciągi argumentów. Matematyka ponadto uczy porządku, systematyczności i odpowiedzialności czyli tych cech, których coraz bardziej brak młodym ludziom. Co prawda obecne podejście młodzieży (szczególnie tej, która trafia do mojej szkoły) do sensowności uczenia się jest złe – młodzi uważają, że po co się uczyć rzeczy, które im nie są potrzebne. Wielu z nich za główny cel stawia sobie jak najszybsze zarabianie pieniędzy, nie myśląc przy tym o dalszym kształceniu się na wyższych uczelniach. Dlatego przed nauczycielami stoi bardzo trudne zadanie, aby wzbudzić wśród uczniów zainteresowanie dalszą nauką, zmotywować do pogłębiania wiedzy i spowodować, aby zaczęli wierzyć we własne możliwości i z uporem pokonywali trudności. Kształtowanie kompetencji kluczowych z pewnością przyczyni się do innego postrzegania sensu nauki przez młodzież mojej szkoły i spowoduje lepsze przygotowanie ich do funkcjonowania w dorosłym życiu i w pracy zawodowej.

1 Cele ogólne

Program ma zapewnić uczniom:

- lepsze rozumienie i przewidywanie zjawisk przyrodniczych, technicznych, ekonomicznych i społecznych;
- możliwość kształcenia logicznego myślenia potrzebnego w większości zawodów oraz w życiu codziennym;
- możliwość dalszej edukacji na różnych kierunkach;
- kształtowania dobrej organizacji pracy, wyrabiać dociekliwość i krytycyzm.

1.1 Cele edukacyjne

- kształcenie i rozwijanie umiejętności logicznego myślenia oraz stosowanie w praktyce zasad logiki (W5, U1, U2);
- rozwijanie i doskonalenie języka matematycznego, tak aby był precyzyjny i jednoznaczny (U3);
- rozwijanie zdolności stawiania hipotez i nabycie umiejętności poprawnego analizowania, wnioskowania i uzasadniania (W5, U1, U2, P1, P2, P3);
- rozwijanie umiejętności czytania ze zrozumieniem (U4);
- wyrobienie umiejętności wyszukiwania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji (U1, U3, U4);
- rozwijanie wyobraźni przestrzennej (W3, U1);
- wykształcenie i doskonalenie umiejętności wykonywania działań na liczbach, wyrażeniach algebraicznych i innych podstawowych obiektach abstrakcyjnych (W1, W2, W3, W4);
- wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania, otrzymanego wyniku obliczeń (W5, U2, U3, P1, P2);
- kształtowanie umiejętności używania symboli, schematów, rysunków i wykresów (W1, W4, U1);
- kształtowanie umiejętności wykorzystania modeli matematycznych do zrozumienia i opisywania zjawisk przyrodniczych, społecznych, technicznych i ekonomicznych (W1, W3, W5, U1);
- rozwijanie umiejętności prawidłowej interpretacji tekstów zawierających dane statystyczne (U3, U4);
- rozwijanie pamięci (W2);
- wykształcenie nawyku sensownego wykorzystania elektronicznych urządzeń liczących oraz umiejętności biegłego posługiwania się tymi urządzeniami (W2).

1.2 Cele wychowania

- nauczenie dobrej organizacji pracy, systematyczności i pracowitości nad ostatecznym rozwiązaniem problemu (P1, P2, P3);
- kształtowanie postawy otwartości i poszanowania dla poglądów innych ludzi (P1);



- wyrobienie umiejętności obrony własnych poglądów z jednoczesnym krytycyzmem oraz umiejętności zmiany zdania pod wpływem racjonalnych argumentów (P1, P2, P3);
- wykształcenie u ucznia postawy poszanowania prawdy i szacunku dla niej (P1);
- wykształcenie umiejętności planowania pracy (P2);
- rozwijanie umiejętności społecznych takich jak: współpraca w grupie, organizacja pracy w zespole, prowadzenie dyskusji, prezentowanie wyników własnej pracy (P2, P3);
- kształtowanie pozytywnych postaw etycznych (ściągania, podpowiadania itp.) (P1);
- wyrobienie nawyku dbania o estetykę (czytelny i staranny rysunek, przejrzyste rozwiązanie zadania itp.).



2 Ramowy rozkład materiału nauczania

Przyjęto założenie, że na realizację programu w zakresie podstawowym obowiązuje 9 godzin w cyklu nauczania na cztery lata nauki co daje w trzech klasach po dwie godziny i w jednej klasie trzy jednostki lekcyjne. Ramowy przydział godzin w technikum mechanicznym o profilu mechanik pojazdów samochodowych przewiduje trzy godziny matematyki w klasie trzeciej.

Rok szkolny liczy około 36 tygodni. Wobec tego w klasach, w których odbywać się będą dwie godziny matematyki zrealizujemy ok. 72 godziny, w klasie z trzema jednostkami lekcyjnymi odbędą się ok. 96 lekcji (w klasie trzeciej uczniowie odbywają czterotygodniowe praktyki zawodowe), zaś w klasie czwartej kończącej się maturą rok szkolny trwa 27 tygodni co daje 54 jednostek lekcyjnych. W klasie maturalnej dyrektor szkoły zaplanował dodatkową 1 godzinę na przygotowanie do matury.

2.1 Przydział godzin dla 4-letniego technikum

Lp.	Dział	Proponowana liczba godzin na realizację (zakres podstawowy)
KLASA I		
1.	Działania w zbiorach liczbowych.	14
2.	Zbiory, zbiory liczbowe, elementy logiki.	6
3.	Liczby rzeczywiste.	10
4.	Wyrażenia algebraiczne.	10
5.	Planimetria – trójkąty.	10
6.	Trygonometria kąta ostrego.	8
7.	Funkcja i jej własności.	12
KLASA II		
8.	Wektory.	6
9.	Przekształcenia wykresów funkcji.	4
10.	Funkcja liniowa.	14
11.	Planimetria – wielokąty, okręgi.	10
12.	Funkcja kwadratowa.	18
13.	Funkcja wykładnicza i logarytmy.	13
14.	Godziny na powtórzenie wybranych działów	7
KLASA III		
15.	Wielomiany.	20
16.	Figury i przekształcenia.	14
17.	Ciągi.	20
18.	Elementy statystyki opisowej.	10
19.	Prawdopodobieństwo.	16
20.	Godziny na powtórzenie wybranych działów.	16
KLASA IV		
21.	Funkcje wymierne.	16
22.	Geometria przestrzenna.	20
23.	Przygotowanie do matury.	18+27=45

3 Treści nauczania matematyki, szczegółowe cele edukacyjne, założone osiągnięcia uczniów

Kategorie przypisywane celom edukacyjnym i założonym osiągnięciom uczniów:

- ✓ znajduje się w PP, ST_WYM i MKKE oraz jest istotny dla kształcenia w zawodzie
- ◆ nie występuje w PP i ST_WYM, ale jest ważny dla MKKE
- nie występuje w PP i ST_WYM, ale jest ważny dla kształcenia w zawodzie
- ⇒ występuje w PP dla wcześniejszych etapów kształcenia i jest ważny dla MKKE i kształcenia w zawodzie

L p	Treści nauczania, tematyka zajęć.	Cele edukacyjne.	Założone osiągnięcia ucznia – uczeń:
Klasa I			
1.	Działania w zbiorach liczbowych–14 godzin Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory. Rozkład na czynniki pierwsze liczb naturalnych. Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej. Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych. Potęga o wykładniku wymiernym i Prawa działań na potęgach. Notacja wykładnicza. Zamiana jednostek. Pierwiastek arytmetyczny. Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej. Pojęcie logarytmu, własności logarytmów. Pojęcie błędu przybliżenia, szacowanie wartości liczbowych.	⇒przypomnienie wiadomości o liczbach naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych; ✓ poznanie relacji jakie zachodzą pomiędzy podzbiórami zbioru liczb rzeczywistych; ⇒przypomnienie praw działań w zbiorze R; ⇒przypomnienie cech podzielności; ⇒przypomnienie, jak wykonuje się działania na ułamkach; ⇒udoskonalenie działań na ułamkach; ✓ przypomnienie własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym i całkowitym; ✓ poznanie pojęcia potęgi o wykładniku wymiernym i praw działań na takich potęgach; ✓ doskonalenie umiejętności szacowania wartości liczbowych; ◆ poznanie zapisu liczby w notacji wykładniczej; ◆ doskonalenie umiejętności zamiany jednostek długości, pola i objętości; ✓ przypomnienie pojęcia pierwiastka arytmetycznego; ✓ poznanie pojęcia pierwiastka nieparzystego	⇒zna pojęcia liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych, rzeczywistych; ⇒potrafi wyznaczać rozwinięcia dziesiętne liczb; ✓ rozpoznaje liczby wymierne i niewymierne na podstawie rozwinięcia dziesiętnego; ⇒zna i stosuje kolejność wykonywania działań w zbiorze R; ⇒zna i stosuje cechy podzielności liczb; ⇒potrafi wykonywać podstawowe działania arytmetyczne na ułamkach zwykłych; ⇒porównuje liczby rzeczywiste; ✓ zna definicję potęgi o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym; ✓ potrafi obliczać potęgi o wykładnikach naturalnych, całkowitych i wymiernych; ✓ zna i stosuje prawa działań na potęgach; ✓ zna i stosuje zasady zaokrąglania liczb; ◆ zna i stosuje zapis liczb w postaci notacji wykładniczej; ✓ zna i stosuje definicję pierwiastka arytmetycznego n-tego stopnia oraz stopnia nieparzystego z liczby nieujemnej; ✓ potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach; ✓ potrafi włączać i wyłączać wspólny czynnik przed znak pierwiastka; ✓ potrafi usuwać niewymierność



		<ul style="list-style-type: none">z liczby ujemnej;✓ przypomnienie działań na pierwiastkach;✓ udoskonalenie umiejętności usuwania niewymierności z mianownika;✓ poznanie pojęcia logarytmu;✓ poznanie podstawowych własności logarytmu;◆ poznanie przykładowych zastosowań logarytmów;✓ poznanie pojęcia błędu bezwzględnego i błędu względnego;✓ stosowanie reguł zaokrąglania liczb.	<ul style="list-style-type: none">z mianownika;✓ zna pojęcie logarytmu;✓ zna niezbędne założenia występujące w definicji logarytmu;✓ stosuje definicję logarytmu do zadań;✓ zna prawa działań na logarytmach;◆ stosuje działania na logarytmach w sytuacjach praktycznych;✓ zna pojęcia błędu bezwzględnego i względnego;✓ potrafi obliczać różne rodzaje błędów przybliżeń.
2.	<p>Zbiory, zbiory liczbowe, elementy logiki–6 godzin</p> <p>Pojęcie zdania w logice. Koniunkcja, alternatywa, implikacja i równoważność. Definicja, twierdzenie i jego dowód. Zbiór, działania na zbiorach. Zbiory liczbowe, oś liczbową. Przedziały liczbowe i działania na nich.</p>	<ul style="list-style-type: none">◆ poznanie zdania prostego i złożonego;◆ poznanie podstawowych praw logiki: negacja, koniunkcja, alternatywa, implikacja, równoważność;◆ poznanie budowy twierdzenia;✓ poznanie symboliki dotyczącej zbiorów;✓ poznanie pojęcia sumy, iloczynu i różnicy zbiorów;⇒ przypomnienie pojęcia osi liczbowej;✓ poznanie pojęcia przedziału liczbowego;✓ wykonywanie działań na przedziałach liczbowych.	<ul style="list-style-type: none">◆ potrafi odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi;◆ potrafi ocenić prawdziwość zdania logicznego;◆ zna i stosuje spójniki logiczne◆ potrafi budować zdania logiczne złożone;◆ wie, kiedy podstawowe zdania logiczne są prawdziwe;◆ zna budowę twierdzenia;◆ potrafi wskazać założenie i tezę w twierdzeniu;✓ zna symbolikę dotyczącą zbiorów;✓ potrafi wyznaczyć sumę, iloczyn i różnicę zbiorów;⇒ potrafi posługiwać się pojęciem osi liczbowej;✓ zaznacza na osi przedziały liczbowe;✓ wykonuje działania na przedziałach liczbowych;✓ potrafi zapisywać przedziały liczbowe za pomocą nierówności i odwrotnie;✓ potrafi wykorzystywać język matematyki w komunikowaniu się.
3.	<p>Liczby rzeczywiste–10 godzin</p> <p>Wartość bezwzględna liczby. Interpretacja geometryczna modułu. Proste równania i nierówności z wartością bezwzględną. Procenty. Obliczenia procentowe. Punkty procentowe w zadaniach praktycznych.</p>	<ul style="list-style-type: none">✓ poznanie pojęcia wartości bezwzględnej liczby;✓ rozwiązywanie prostych równań i nierówności z wartością bezwzględną;✓ przypomnienie pojęcia procentu;✓ doskonalenie umiejętności operowania procentami;✓ stosowanie punktów procentowych z zadaniami praktycznych.	<ul style="list-style-type: none">✓ zna pojęcie wartości bezwzględnej liczby;✓ potrafi obliczać wartości bezwzględne liczb rzeczywistych;✓ zna interpretację geometryczną wartości bezwzględnej;✓ potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności z wartością bezwzględną;✓ potrafi stosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej;✓ zna i rozumie pojęcie procentu i punktu procentowego;✓ potrafi rozwiązywać zadania z zastosowaniem obliczeń procentowych;



			<ul style="list-style-type: none">✓ potrafi odczytywać dane za pomocą diagramów procentowych;✓ potrafi rozwiązywać zadania z zastosowaniem obliczeń procentowych umieszczonych w kontekście praktycznym
4.	Wyrażenia algebraiczne–10 godzin Zapisywanie i przekształcanie wyrażen algebraicznych. Wzory skróconego mnożenia. Przekształcenia wzorów.	<ul style="list-style-type: none">✓ zapisywanie wyrażen algebraicznych;✓ przekształcanie wyrażen algebraicznych;✓ poznanie wzorów skróconego mnożenia;✓ stosowanie wzorów skróconego mnożenia w kontekście praktycznym;✓ przekształcanie wzorów tak, aby wyznaczyć wskazana wielkość.	<ul style="list-style-type: none">✓ zna pojęcie wyrażenia algebraicznego;✓ potrafi wykonywać działania na wyrażeniach algebraicznych;✓ rozróżnia i przeprowadza redukcję wyrazów podobnych;✓ zna wzory skróconego mnożenia;✓ rozumie konieczność stosowania wzorów skróconego mnożenia;✓ potrafi stosować wzory skróconego mnożenia w praktyce;✓ potrafi przekształcać wzory, aby otrzymać daną wielkość;✓ potrafi zapisać odpowiednie założenia dla wielkości występujących w danym wzorze.
5.	Planimetria–trójkąty-10 godzin Podstawowe pojęcia geometryczne. Trójkąty – podział trójkątów, nierówność trójkąta, kąty w trójkątach. Twierdzenie pitagorasa i tw. odwrotne. Wielkości w trójkącie. Okrąg opisany i wpisany w trójkąt. Przystawanie trójkątów.	<ul style="list-style-type: none">⇒przypomnienie podstawowych pojęć geometrycznych (punkt, prosta, odcinek, kąt, półprosta, figura wypukła i wklęsła);⇒przypomnienie wiadomości o kątach(kąt prosty, ostry, rozwarty, kąty przyległe i wierzchołkowe);⇒przypomnienie wiadomości o trójkątach;⇒przypomnienie podziału trójkątów ze względu na boki i na kąty;⇒przypomnienie pojęcia nierówności trójkąta;⇒przypomnienie twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego;✓ przypomnienie wielkości w trójkącie (dwusieczna kąta, symetralna boku, wysokość, środkowa);⇒przypomnienie pojęcia okręgu opisanego i wpisanego w trójkąt;⇒przypomnienie cech przystawania trójkątów.	<ul style="list-style-type: none">⇒zna i rozumie podstawowe pojęcia geometryczne;⇒potrafi wskazywać różne rodzaje kątów;⇒potrafi dokonać klasyfikacji trójkątów;⇒bada, czy z danych odcinków można zbudować trójkąt;⇒zna i rozumie twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do niego;✓ potrafi wykorzystywać twierdzenia do zadań praktycznych;✓ potrafi wskazać wielkości występujące w trójkącie;✓ zna pojęcia okręgu opisanego i wpisanego w trójkąt;✓ wie, gdzie leży środek okręgu opisanego i wpisanego w trójkąt;⇒rozumie pojęcie figur przystających;⇒zna cechy przystawania trójkątów;✓ potrafi sprawdzać, czy podane trójkąty są przystające;✓ stosuje definicje i twierdzenia w rozwiązywaniu zadań problemowych.
6.	Trygonometria kąta ostrego –8 godzin Definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym. Wartości funkcji	<ul style="list-style-type: none">✓ poznanie definicji funkcji trygonometrycznych kąta ostrego;✓ rozwiązywanie trójkątów;✓ poznanie wartości funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów ostrych;	<ul style="list-style-type: none">✓ zna definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego;✓ potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych;✓ potrafi odczytywać z tablic wartości funkcji trygonometrycznych;



	trygonometrycznych. Podstawowe tożsamości trygonometryczne.	<ul style="list-style-type: none">✓ poznanie podstawowych tożsamości trygonometrycznych;✓ stosowanie funkcji trygonometrycznych do zadań praktycznych.	<ul style="list-style-type: none">✓ zna wartości funkcji dla charakterystycznych kątów;✓ zna podstawowe tożsamości trygonometryczne;✓ potrafi obliczyć wartości brakujących funkcji tego samego kąta na podstawie danej jednej funkcji;✓ potrafi wykorzystywać definicje funkcji trygonometrycznych w zadaniach praktycznych.
7.	Funkcja i jej własności–12 godzin Pojęcie funkcji. Własności funkcji. Odczytywanie własności na podstawie wykresu.	<ul style="list-style-type: none">✓ przypomnienie pojęcia funkcji;✓ poznanie różnych sposobów opisu funkcji;✓ przypomnienie podstawowych pojęć związanych z funkcją (dziedzina, zbiór wartości, miejsca zerowe);✓ poznanie własności funkcji;✓ opanowanie umiejętności odczytywania własności funkcji na podstawie wykresu, tabeli, wzoru;✓ nabycie umiejętności szkicowania wykresu;✓ interpretowanie informacji wyrażonych wzorem lub wykresem funkcji.	<ul style="list-style-type: none">✓ zna i rozumie pojęcie funkcji;✓ zna różne sposoby opisu funkcji;✓ potrafi wyznaczyć dziedzinę, zbiór wartości danej funkcji;✓ zna pojęcia; miejsce zerowe, monotoniczność, wartości dodatnie, ujemne, najmniejsza lub największa wartość funkcji;✓ potrafi odczytywać własności funkcji na podstawie wykresu, wzoru lub tabeli;✓ potrafi naszkicować wykres funkcji o podanych własnościach;✓ potrafi analizować informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji dotyczące różnych zjawisk życia codziennego.
Klasa II			
8.	Wektory–6 godzin Pojęcie wektora, długość wektora, wektory przeciwne. Wektor w prostokątnym układzie współrzędnych. Dodawanie, odejmowanie, mnożenie wektora przez liczbę; współrzędne środka odcinka.	<ul style="list-style-type: none">◆ poznanie pojęcia wektora;◆ poznanie pojęć wektorów równych i przeciwnych;◆ poznanie pojęcia wektora umieszczonego w układzie współrzędnych i jego długości;◆ nabycie umiejętności dodawania, odejmowania i mnożenia wektora przez liczbę.	<ul style="list-style-type: none">◆ zna i rozumie pojęcie wektora;◆ potrafi obliczyć współrzędne wektora i jego długość;◆ potrafi dodać, odjąć i pomnożyć wektor przez liczbę;◆ potrafi wskazywać wektory równe i przeciwne;◆ potrafi obliczyć współrzędne środka odcinka.
9.	Przekształcenia wykresów funkcji–4 godziny Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX, OY. Symetria osiowa względem osi OX, OY. Symetria środkowa względem punktu (0,0).	<ul style="list-style-type: none">✓ nabycie umiejętności przekształcania wykresów funkcji poprzez symetrię osiową, środkową i przesunięcie równoległe o wektor.	<ul style="list-style-type: none">✓ potrafi przekształcać symetrycznie wykres funkcji względem osi OX, OY, punktu (0,0);◆ potrafi przesunąć wykres funkcji o podany wektor;◆ potrafi podać wzór funkcji, którą otrzyma w wyniku danego przekształcenia.
10.	Funkcja liniowa–14 godzin Proporcjonalność prosta. Funkcja liniowa i jej własności. Warunki równoległości i prostopadłości funkcji liniowych.	<ul style="list-style-type: none">⇒ przypomnienie informacji o proporcjonalności prostej;✓ przypomnienie pojęcia funkcji liniowej;✓ poznanie znaczenia współczynników we wzorze funkcji liniowej;✓ przypomnienie własności	<ul style="list-style-type: none">⇒ potrafi sporządzić wykres proporcjonalności prostej i podać jej własności;✓ potrafi sporządzać wykres funkcji liniowej i odczytywać własności funkcji na podstawie wykresu;✓ zna i rozumie interpretację graficzną współczynników funkcji liniowej;



	<p>Zastosowanie funkcji liniowej do opisu zjawisk życia codziennego. Równania i nierówności stopnia pierwszego z jedną niewiadomą. Układy równań liniowych. Zadania tekstowe na zastosowanie równań, nierówności oraz układów równań liniowych. Szkicowanie wykresów funkcji przedziałami liniowej.</p>	<p>funkcji liniowej; ✓ nabywanie umiejętności znajdowania równania funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danego; ⇒ przypomnienie rozwiązywania równań i nierówności liniowych; ✓ poznanie interpretację graficzną równania i nierówności liniowej; ⇒ przypomnienie metod rozwiązywania układów równań liniowych; ✓ nabywanie umiejętności stosowania funkcji liniowej do opisu zjawisk życia codziennego.</p>	<p>✓ potrafi określić monotoniczność funkcji liniowej na podstawie wzoru i wykresu; ✓ algebraicznie wyznacza miejsce zerowe; ✓ sprawdzać algebraicznie, czy podany punkt należy do wykresu; ✓ potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach; ✓ potrafi określać na podstawie wzorów, czy podane funkcje są równoległe lub prostopadłe; ✓ potrafi wyznaczyć wzór funkcji, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danego; ✓ wyznacza wzór funkcji, której wykres przechodzi przez podane dwa punkty; ⇒ potrafi rozwiązywać równania i nierówności liniowe; ⇒ rozwiązuje układy równań liniowych różnymi metodami; ✓ potrafi rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem równań, nierówności lub układów równań; ✓ stosuje pojęcie funkcji liniowej do opisu zjawisk życia codziennego.</p>
<p>1 1.</p>	<p>Planimetria–wielokąty, okręgi–10 godzin Wielokąty, klasyfikacja czworokątów. Koło i okrąg, kąt wpisany i środkowy. Położenie dwóch okręgów oraz prostej i okręgu. Twierdzenie Talesa. Figury podobne, cechy podobieństwa trójkątów. Pola figur płaskich (wykorzystanie trygonometrii).</p>	<p>✓ poznanie pojęcie wielokąta wypukłego; ⇒ przypomnienie zasad klasyfikacji czworokątów i ich własności; ✓ przypomnienie wiadomości o kątach w kole i związkach między tymi kątami; ✓ przypomnienie wiadomości o położeniu okręgu i prostej oraz dwóch okręgów; ⇒ przypomnienie twierdzenia Talesa; ⇒ stosowanie twierdzenia Talesa i twierdzenia do niego odwrotnego do zadań; ✓ poznanie pojęcia figur podobnych; ✓ przypomnienie cech podobieństwa trójkątów; ✓ stosowanie cech podobieństwa do zadań praktycznych; ✓ poznanie związku między polami figur podobnych; ✓ poznanie wzorów na obliczanie pól figur płaskich z wykorzystaniem trygonometrii.</p>	<p>✓ rozróżnia wielokąt wypukły i niewypukły; ⇒ potrafi dokonać klasyfikacji czworokątów; ✓ zna pojęcie kąta wpisanego i środkowego; ✓ zna i stosuje twierdzenie o kącie wpisanym i środkowym; ✓ potrafi określać wzajemne położenie prostej i okręgu oraz dwóch okręgów; ⇒ zna twierdzenie Talesa i twierdzenie do niego odwrotne; ✓ stosuje poznane twierdzenia do zadań umieszczonych w kontekście praktycznym; ✓ rozumie pojęcie figur podobnych ✓ zna i stosuje cechy podobieństwa trójkątów; ✓ zna związek między polami figur podobnych; ✓ potrafi wykorzystać stosunek pól figur podobnych do zadań, również umieszczonych w kontekście praktycznym; ✓ rozwiązuje zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.</p>



<p>1 2.</p>	<p>Funkcja kwadratowa–18 godzin Jednomian kwadratowy, trójmian kwadratowy. Postać ogólna i kanoniczna funkcji kwadratowej. Własności funkcji kwadratowej (miejsca zerowe, największa i najmniejsza wartość funkcji). Postać iloczynowa funkcji kwadratowej. Badanie trójmianu kwadratowego. Równania i nierówności kwadratowe. Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych. Zadania optymalizacyjne umieszczone w kontekście praktycznym.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ poznanie definicji trójmianu kwadratowego; ✓ nabycie umiejętności przedstawiania trójmianu kwadratowego w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej; ✓ nabycie umiejętności szkicowania wykresów funkcji kwadratowych; ✓ określanie własności funkcji kwadratowych; ✓ poznanie metody rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych; ✓ znajdowanie największej i najmniejszej wartości funkcji kwadratowej w przedziale zamkniętym; ✓ korzystanie z własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań (również w kontekście praktycznym). 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ rozpoznaje wzór funkcji kwadratowej; ✓ potrafi przedstawiać funkcję kwadratową w różnych postaciach; ✓ potrafi sporządzać wykres funkcji kwadratowej zapisanej w dowolnej postaci; ✓ bada własności funkcji na podstawie wykresu; ✓ wyznacza współrzędne wierzchołka i oblicza miejsca zerowe; ✓ potrafi wyznaczyć wzór funkcji kwadratowej na podstawie wykresu ✓ potrafi wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji w podanym przedziale; ✓ sprawnie rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe; ✓ potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych; ✓ potrafi opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej.
<p>1 3.</p>	<p>Funkcja wykładnicza i logarytmy–13 godzin Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie. Funkcja wykładnicza i jej własności. Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań w kontekście praktycznym. Proste równania i nierówności wykładnicze. Logarytmy – powtórzenie.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ przypomnienie definicji potęgi oraz własności działań na potęgach; ✓ doskonalenie umiejętności wykonywania działań na potęgach; ✓ poznanie pojęcia funkcji wykładniczej poznanie wykresu i własności funkcji wykładniczej; ◆ rozwiązywanie prostych równań i nierówności wykładniczych; ✓ stosowanie własności funkcji wykładniczej do zadań; ✓ przypomnienie pojęcia logarytmu i jego własności. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ potrafi sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; ✓ porównuje potęgi; ✓ stosuje prawa działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań; ✓ rozpoznaje funkcję wykładniczą; ✓ potrafi sporządzić wykres funkcji wykładniczej; ✓ dopasowuje wzory do wykresów funkcji wykładniczych; ✓ przekształca wykresy funkcji wykładniczych; ✓ potrafi podać własności funkcji na podstawie wykresu; ◆ potrafi rozwiązać proste równanie i nierówność wykładniczą; ✓ stosuje funkcję wykładniczą do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym; ✓ sprawnie oblicza logarytmy; ✓ stosuje twierdzenia o działaniach na logarytmach do zadań.
<p>Klasa III</p>			
<p>1 4.</p>	<p>Wielomiany–20 godzin Wielomian jednej zmiennej. Równość wielomianów. Działania na wielomianach. Pierwiastek wielomianu,</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ poznanie definicji wielomianu stopnia n jednej zmiennej; ✓ poznanie pojęcia stopnia wielomianu; ✓ poznanie pojęcia równości wielomianów; 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ zna pojęcie jednomianu i wielomianu oraz dwumianu i trójmianu; ✓ rozumie pojęcie stopnia wielomianu; ✓ potrafi określić stopień wielomianu; ✓ zna i rozumie pojęcie wielomianów równych oraz wielomianu zerowego;

	<p>krotności pierwiastków. Rozkład wielomianu na czynniki. Równania wielomianowe. Nierówności wielomianowe.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ nabycie umiejętności dodawania, odejmowania, mnożenia wielomianów; ✓ przypomnienie wzorów skróconego mnożenia; ✓ poznanie metod rozkładu wielomianu na czynniki (wyłączanie czynnika przed nawias, grupowanie wyrazów); ✓ przypomnienie twierdzenia o postaci iloczynowej trójmianu kwadratowego; ✓ nabycie umiejętności rozwiązywania równań wielomianowych metodą rozkładu na czynniki; ✓ rozwiązywanie zadań tekstowych prowadzących do równań wielomianowych; ◆ umiejętność rozwiązywania prostych nierówności wielomianowych. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ potrafi dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany; ✓ potrafi porządkować wielomiany; ✓ potrafi obliczać dla jakiej wartości parametru wielomiany są równe; ✓ oblicza wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej; ✓ zna pojęcie rozkładu wielomianu na czynniki; ✓ zna i potrafi stosować wzory skróconego mnożenia; ✓ potrafi rozkładać wielomian na czynniki metodą: wyłączania czynnika przed nawias, grupowania wyrazów, stosowaniem wzorów skróconego mnożenia, stosowaniem twierdzenia o postaci iloczynowej trójmianu kwadratowego; ✓ zna i rozumie pojęcie pierwiastka wielomianu; ✓ zna i rozumie pojęcie pierwiastka k-krotnego; ✓ rozumie pojęcie równania wielomianowego; ✓ zna metodę rozwiązywania równań wielomianowych; ✓ potrafi rozwiązywać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki; ◆ potrafi rozwiązać nierówność wielomianową; ✓ potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych; ✓ potrafi stosować wiadomości i wielomianach do rozwiązywania zadań
<p>1 5.</p>	<p>Figury i przekształcenia–14 godzin Symetria osiowa i środkowa. Wektor i odległość punktów w układzie współrzędnych. Przesunięcie o wektor i obrót o dany kąt. Przekształcenia w układzie współrzędnych. Równanie ogólne i kierunkowe prostej. Równoległość i prostokąt prostych (interpretacja graficzna układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi). Równoległość</p>	<ul style="list-style-type: none"> ◆ przypomnienie wiadomości o symetrii osiowej, środkowej; ◆ przypomnienie o figurach środkowo symetrycznych i osiowo symetrycznych; ◆ przypomnienie wiadomości o wektorze; ✓ obliczanie odległości w układzie współrzędnych; ◆ poznanie przekształceń geometrycznych w układzie współrzędnych (symetria osiowa, środkowa, przesunięcie o wektor, obrót); ✓ przypomnienie wiadomości o równaniu kierunkowym prostej; ✓ poznanie równania ogólnego linii prostej; ✓ wyznaczanie równania 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ zna pojęcie symetrii osiowej i środkowej; ◆ rozumie pojęcie figur osiowo symetrycznych i środkowo symetrycznych; ◆ rozumie pojęcie przesunięcia o wektor i obrót o dany kąt wokół punktu; ✓ potrafi obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych; ✓ wyznacza współrzędne środka odcinka; ◆ potrafi podać współrzędne punktu symetrycznego względem osi OX, osi OY, prostej $x=a$, $y=b$, punktu $(0,0)$; ✓ rozpoznaje równanie ogólne i kierunkowe linii prostej; ✓ zamienia równanie ogólne na kierunkowe i odwrotnie; ✓ potrafi napisać równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty;



	<p>i prostopadłość prostych. Równanie okręgu.</p>	<p>prostej przechodzącej przez dwa podane punkty; ✓ przypomnienie wiadomości o warunku równoległości i prostopadłości funkcji liniowej; ✓ wyznaczanie równania prostej równoległej i prostopadłej do danej; ✓ poznanie równania kanonicznego okręgu; ✓ nabycie umiejętności wyznaczania środka i promienia okręgu; ✓ wyznaczanie równania okręgu o zadanych własnościach; ✓ wyznaczanie punktów wspólnych prostej i okręgu.</p>	<p>✓ bada na podstawie równań czy dane proste są równoległe, prostopadłe; ✓ potrafi napisać równanie prostej równoległej, prostopadłej do danej prostej; ✓ zna interpretację układu równań z dwiema niewiadomymi; ✓ potrafi graficznie rozwiązać układ równań liniowych z dwiema niewiadomymi; ✓ oblicza odległość punktu od prostej; ✓ potrafi napisać równanie okręgu o danym środku i promieniu; ✓ wyznacza środek i promień okręgu na podstawie równania; ✓ potrafi wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu; ✓ rozwiązuje zadania dotyczące prostej i okręgu.</p>
<p>1 6.</p>	<p>Ciągi–20 godzin Pojęcie ciągu, ciąg liczbowy. Własności ciągu. Ciąg arytmetyczny. Ciąg geometryczny. Procent prosty i składany.</p>	<p>✓ poznanie pojęcia ciągu; ✓ poznanie sposobów opisywania ciągu; ✓ poznanie własności ciągów (monotoniczność); ✓ nabycie umiejętności badania monotoniczności; ✓ poznanie definicji ciągu arytmetycznego; ✓ poznanie własności ciągu arytmetycznego; ✓ stosowanie wzoru na dowolny wyraz ciągu arytmetycznego; ✓ obliczanie sumy ciągu arytmetycznego; ✓ poznanie definicji i własności ciągu geometrycznego; ✓ nabycie umiejętności stosowania wzorów dotyczących ciągu geometrycznego w zadaniach; ✓ poznanie pojęcia procentu prostego i składanego; ✓ nabycie umiejętności rozwiązywania zadań dotyczących lokat i kredytów.</p>	<p>✓ zna i rozumie pojęcie ciągu; ✓ potrafi obliczać wyrazy ciągu na podstawie podanego wzoru ogólnego; ✓ rysuje wykres ciągu i omawia jego własności; ✓ potrafi zbadać monotoniczność ciągu ✓ zna i rozumie definicję ciągu arytmetycznego; ✓ potrafi zbadać czy podany ciąg jest arytmetyczny; ✓ wyznacza ciąg arytmetyczny na podstawie różnych danych; ✓ potrafi obliczyć sumę wyrazów ciągu arytmetycznego; ✓ rozwiązuje zadania tekstowe dotyczące ciągu arytmetycznego; ✓ zna i rozumie pojęcie ciągu geometrycznego; ✓ bada czy podany ciąg jest geometryczny; ✓ potrafi wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie podanych danych; ✓ stosuje wzory na dowolny wyraz i sumę wyrazów ciągu geometrycznego; ✓ rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym dotyczące ciągu arytmetycznego i geometrycznego; ✓ rozumie istotę procentu prostego i składanego; ✓ stosuje procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów.</p>



<p>1 7.</p>	<p>Elementy statystyki opisowej –10 godzin Dane statystyczne i ich klasyfikacja. Średnia arytmetyczna i ważona. Mediana i dominanta zestawu danych. Odchylenie standardowe (liczone z próby).</p>	<ul style="list-style-type: none">✓ poznanie sposobów klasyfikacji danych;✓ obliczanie średniej arytmetycznej i ważonej;✓ poznanie pojęcia mediany i dominanty;✓ obliczanie średniej oraz odchylenia standardowego;✓ nabycie umiejętności interpretowania wyników.	<ul style="list-style-type: none">✓ zna pojęcia średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany i dominanty;✓ potrafi obliczać elementy statystyki dla danego zestawu danych;✓ potrafi odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, wykresów, diagramów;✓ przedstawia dane empiryczne różnymi sposobami;✓ potrafi obliczać odchylenie standardowe;✓ interpretuje wyniki średniej arytmetycznej i odchylenia standardowego.
<p>1 8.</p>	<p>Prawdopodobieństwo–16 godzin Doświadczenie losowe (zdarzenia elementarne, zdarzenie, przestrzeń zdarzeń elementarnych). Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych. Zasada mnożenia. Pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności (definicja klasyczna prawdopodobieństwa). Metoda drzewa. Elementy kombinatoryki (permutacje, wariacje, kombinacje).</p>	<ul style="list-style-type: none">✓ poznanie pojęcia zdarzenia, zdarzenia losowego, przestrzeni zdarzeń elementarnych;✓ nabycie umiejętności określania przestrzeni zdarzeń elementarnych i zdarzeń w doświadczeniu;✓ zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych;✓ dobieranie modelu do danego doświadczenia losowego;✓ poznanie zasady mnożenia;✓ nabycie umiejętności stosowania metody mnożenia;✓ poznanie pojęcia prawdopodobieństwa i jego własności;✓ poznanie definicji klasycznej prawdopodobieństwa;✓ poznanie sposobu przedstawiania pewnych sytuacji metodą drzewa;✓ nabycie umiejętności obliczania prawdopodobieństwa za pomocą definicji klasycznej;◆ poznanie pojęć z kombinatoryki (permutacji, wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń, kombinacji);◆ obliczanie liczby permutacji, wariacji, kombinacji.	<ul style="list-style-type: none">✓ zna i rozumie pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenie, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych;✓ potrafi zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;✓ potrafi określić zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego;✓ potrafi znajdować sumę, różnicę i iloczyn zdarzeń oraz określać zdarzenie przeciwne;✓ zna i stosuje metodę mnożenia✓ zna pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności;✓ zna i rozumie definicję klasyczną prawdopodobieństwa;✓ wyznacza liczbę zdarzeń elementarnych i zdarzeń sprzyjających dla danego zdarzenia;✓ potrafi obliczyć prawdopodobieństwo na podstawie definicji klasycznej;✓ stosuje własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań;✓ potrafi obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia za pomocą drzewka;◆ zna podstawowe pojęcia z kombinatoryki;◆ potrafi obliczyć liczbę permutacji, wariacji bez powtórzeń i z powtórzeniami, kombinacji.



Klasa IV		
<p>1 9.</p>	<p>Funkcje wymierne–16 godzin Powtórzenie wiadomości o wielomianach. Pojęcie funkcji wymiernej i jej dziedziny. Działania na wyrażeniach wymiernych. Proste równania i nierówności wymierne. Hiperbola i jej własności. Funkcja homograficzna.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ przypomnienie wiadomości o wielomianach (działania, rozkład na czynniki); ✓ doskonalenie umiejętności rozwiązywania równań i nierówności wielomianowych; ✓ poznanie pojęcia funkcji wymiernej i jej dziedziny; ✓ obliczanie wartości liczbowej wyrażenia wymiernego; ✓ wyznaczanie dziedziny wyrażenia wymiernego; ✓ nabycie umiejętności wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych (skracanie, rozszerzanie, dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie); ✓ nabycie umiejętności rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych; ✓ poznanie wykresu proporcjonalności odwrotnej; ✓ szkicowanie wykresu proporcjonalności odwrotnej i określanie jej własności; ✓ rozwiązywanie zadań praktycznych związanych z proporcjonalnością odwrotną; ◆ nabycie umiejętności szkicowania wykresu funkcji homograficznej i określania jej własności.
<p>2 0.</p>	<p>Geometria przestrzenna–20 godzin Płaszczyzny i proste w przestrzeni. Kąt między prostą i płaszczyzną, kąt dwuścienny. Wielościany, wielościany foremne. Graniastopy–podział, pole powierzchni, objętość. Ostrosłupy–podział, pole powierzchni, objętość. Bryły obrotowe–walec, stożek, kula –pole powierzchni i objętość. Bryły podobne.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ poznanie wzajemnego położenia prostych i płaszczyzn w przestrzeni; ✓ poznanie pojęcia kąta dwuściennego; ✓ nabycie umiejętności wyznaczania kąta między prostą a płaszczyzną; ✓ poznanie wielościanu i wielościanów foremnych; ⇒przypomnienie i uzupełnienie wiadomości o graniastostupach; ⇒przypomnienie i uzupełnienie wiadomości o ostrosłupach; ⇒przypomnienie i uzupełnienie wiadomości o bryłach obrotowych;
		<ul style="list-style-type: none"> ✓ sprawnie wykonuje działania na wielomianach; ✓ potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe; ✓ zna pojęcie funkcji wymiernej; ✓ odróżnia funkcję wymierną od innych funkcji; ✓ rozumie pojęcie dziedziny wyrażenia wymiernego; ✓ wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego z jedną zmienną w typowych przykładach; ✓ obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego; ✓ potrafi skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne; ✓ wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie); ✓ potrafi rozwiązywać równania wymierne; ◆ potrafi rozwiązać proste nierówności wymierne; ✓ szkicuje wykres proporcjonalności odwrotnej; określa własności proporcjonalności odwrotnej; ◆ potrafi naszkicować wykres funkcji homograficznej i podać jej własności ✓ rozwiązuje zdania (umieszczone w kontekście praktycznym) prowadzące do równań wymiernych.
		<ul style="list-style-type: none"> ✓ potrafi badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni; ✓ wskazuje kąty między ścianami w wielościanie oraz między ścianami a odcinkami; ✓ poprawnie rysuje graniastostupy, ostrosłupy i bryły obrotowe; ✓ rozróżnia wielościany; ✓ zna i rozpoznaje wielościany foremne i prawidłowe; ✓ potrafi podać własności podstawowych figur przestrzennych; ⇒potrafi narysować siatki graniastostupa, ostrosłupa; ⇒potrafi obliczać pola powierzchni i objętość graniastostupów, ostrosłupów i brył obrotowych; ✓ stosuje trygonometrię do wyznaczania związków miarowych



		<ul style="list-style-type: none">◆ poznanie pojęcia brył podobnych;◆ poznanie związku między polami powierzchni i objętościami brył podobnych.	<p>w wielościanach i bryłach obrotowych;</p> <ul style="list-style-type: none">◆ zna pojęcie brył podobnych;◆ zna jaki jest związek skali podobieństwa brył z polami powierzchni i objętościami brył podobnych.
--	--	--	--

4 Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych

4.1 Metody pracy z uczniami

Matematyka jest tą dziedziną nauki, która wpływa znacząco na rozwój intelektualny młodego człowieka. Przede wszystkim uczy logicznego myślenia, wnioskowania i precyzyjnego formułowania wypowiedzi, a także uczy stosowania zdobytej wiedzy do rozwiązywania problemów. Matematyka towarzyszy nam wszystkim w codziennym życiu i wbrew opinii większości uczniów każdego dnia korzystamy z zasobów jej wiedzy. Ponadto powinniśmy kształtować u uczniów cele wychowawcze takie jak: systematyczność, dokładność, pracowitość, staranność, koleżeńskość, tolerancyjność.

Na lekcjach należy stosować różnorodne metody pracy, aby jak najbardziej uatrakcyjnić przedmiot. Najbardziej tradycyjna metoda podająca (wykład) powinna być w miarę możliwości zastępowana metodami aktywizującymi np. pogadanka, dyskusja (nauczyciel kieruje rozmową z uczniami, zadaje pytania, naprowadza na prawidłowy tok rozumowania, rozstrzyga spory, zaś uczniowie dyskutują, argumentują, spierają się i wyciągają wnioski) lub metoda problemowa (uczeń otrzymuje od nauczyciela problem, który rozwiązuje samodzielnie. Metoda ta jest dość trudna, gdyż uczniowie są zmuszeni do dużego wysiłku intelektualnego, który musi być podparty odpowiednim zasobem wiadomości z danego zakresu. Jednocześnie kształci umiejętność rozwiązywania problemów i aktywizuje uczniów w procesie kształcenia). Dość ważną metodą jest również praca z tekstem matematycznym. Można ją realizować poprzez pracę z podręcznikiem, pracę z wykorzystaniem encyklopedii, rocznikami statystycznymi itp. lub poprzez pracę z komputerem. Metody te są istotne dla kształtowania matematycznych kompetencji kluczowych (MKKE), gdyż kształcą umiejętność czytania ze zrozumieniem różnych tekstów matematycznych, analizowania definicji i twierdzeń; zbierania, analizowania i przetwarzania informacji; samodzielnego weryfikowania danych i przedstawieniu ich innym uczniom; kształtują postawy poszukiwania, dociekliwości, uczciwości i krytycyzmu oraz stwarza możliwości autoprezentacji na wybrany temat matematyczny.

Na skuteczność procesu nauczania mają wpływ formy pracy na lekcjach, które powinny być dobierane w zależności od realizowanego zagadnienia oraz specyfiki danej grupy młodzieży. Należą do nich:

- praca z całą klasą – treści nauczania są realizowane ze wszystkimi uczniami; uczniowie rozwiązują te same zadania, analizują ten sam problem, praca idzie równym tempem,
- praca w grupach – uczniowie są podzieleni na kilkusobowe grupy złożone z dobrych i słabszych uczniów, których pracą kieruje lider; poszczególne grupy mogą rozwiązywać to samo lub inne zadanie, a wyniki prac są prezentowane na forum klasy,
- praca indywidualna – każdy uczeń pracuje samodzielnie w domu lub pod kierunkiem nauczyciela w klasie; uczeń jest zmuszony do własnych przemyśleń, poszukiwań i podejmowania decyzji co do drogi rozwiązania danego problemu.

Do realizacji programu potrzebne są również środki dydaktyczne, których różnorodność pobudza zainteresowanie uczniów przedmiotem oraz ułatwiają poznanie i lepsze zrozumienie nauczanych treści. Niestety w obecnej chwili nie dysponuję dużą różnorodnością środków do nauczania matematyki (posiadam jedynie plansze, modele figur przestrzennych, podręczniki, tablice matematyczne), ale te, które mam staram się jak najlepiej i najczęściej wykorzystywać.

4.2 Metody kontroli i oceny osiągnięć uczniów

Ocenianie ucznia jest chyba jednym z najtrudniejszych zadań procesu nauczania jaki stoi przed nauczycielem. Ocena ma przede wszystkim być obiektywna, rzetelna, systematyczna i opatrzona odpowiednim komentarzem ze strony nauczyciela tak, aby uczeń miał świadomość jaki jest stan jego wiedzy matematycznej. Aby ocena mogła spełniać te cechy należy bardzo jasno i precyzyjnie określić uczniom zakres wymagań edukacyjnych i zasady panujące na lekcjach matematyki, a potem bardzo konsekwentnie przestrzegać ustalonych reguł. Uczniowie bardzo doceniają takie rozwiązania, gdyż są świadomi „co ich czeka” i wiedzą jakie wymagania muszą spełnić. Największym problemem wśród uczniów mojej szkoły jest zmobilizowanie ich do samodzielnego wysiłku intelektualnego i to zarówno na lekcjach (choć można temu nieraz zaradzić) jak i w domu.

W swojej pracy dydaktycznej stosuję różnorodne formy sprawdzania osiągnięć. Największy nacisk kładę jednak na samodzielne prace pisemne uczniów z uwagi na fakt, iż egzamin maturalny z matematyki jest egzaminem pisemnym. Ocenianiu powinny podlegać:

- prace pisemne
 - długie – zapowiedziane wcześniej z większej partii materiału;
 - krótkie – sprawdziany z dwóch, trzech ostatnich lekcji, mogą być niezapowiedziane.
- odpowiedzi ustne przy tablicy;
- prace domowe;
- aktywność na lekcjach;
- udział w konkursach przedmiotowych;
- praca w grupach, prace projektowe wykonywane w domu;
- przeprowadzane próbne egzaminy maturalne z zakresu przerobionej partii materiału.

Planowane długie prace pisemne przeprowadzane są zwykle na koniec działu. W związku z formą obowiązkowego egzaminu maturalnego, przeważająca ilość prac klasowych będzie miała formę podobną do matury tj. część zadań zamkniętych jednokrotnej odpowiedzi i część zadań otwartych zarówno krótkiej jak i dłuższej odpowiedzi. Duże znaczenie ma również wdrażanie uczniów do pisania sprawdzianów obejmujących zakres jednego semestru, roku lub kilku lat – są to takie próbne matury. Prace takie wymagają od uczniów większego zaangażowania i pozwalają ocenić poziom wiedzy w ujęciu całościowym. Zarówno uczeń jak i nauczyciel otrzymują informacje o ewentualnych brakach w wiadomościach, a tym samym są świadomi tego co należy uzupełnić. W pracach pisemnych należy umieszczać zadania sprawdzające umiejętność stosowania nabytych umiejętności w różnych sytuacjach praktycznych, także w życiu codziennym.



Dla kształtowania kompetencji kluczowych bardzo istotne są ustne odpowiedzi uczniów, gdyż obok wiedzy z danego zakresu sprawdzają również umiejętność posługiwania się językiem matematycznym wskazując jednocześnie na konieczność precyzyjnego formułowania wypowiedzi i wniosków.

Zarówno w procesie nauczania jak i oceniania należy stosować zasadę indywidualizacji. Będzie to możliwe dzięki przeprowadzonemu testowi wstępnemu, który zostanie przeprowadzony na początku edukacji w klasie pierwszej. Wyniki testu umożliwią dobranie odpowiednich metod pracy na lekcjach tak, aby każdy uczeń mógł rozwijać swoje wiadomości zgodnie z możliwościami.

5 Ogólne kryteria oceny matematycznych osiągnięć ucznia

Ocena dopuszczający:

Uczeń:

- ⇒ Intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- ⇒ Rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, zastosować w typowej sytuacji;
- ⇒ Rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- ⇒ Potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- ⇒ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Ocena dostateczny:

Uczeń:

- ⇒ Podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ Podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- ⇒ Wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- ⇒ Zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- ⇒ Sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- ⇒ Korzysta z kalkulatora;
- ⇒ Zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- ⇒ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- ⇒ Naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- ⇒ Samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- ⇒ Sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Ocena dobry:

Uczeń:

- ⇒ Przetacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ Zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- ⇒ Intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- ⇒ Wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- ⇒ Zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- ⇒ Rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;

- ⇒ Rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- ⇒ Ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Ocena bardzo dobry:

Uczeń:

- ⇒ Zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- ⇒ Posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- ⇒ Samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- ⇒ Przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- ⇒ Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- ⇒ Korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- ⇒ Stosuje nowe twierdzenia;
- ⇒ Ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego;
- ⇒ Zna dowody twierdzeń objętych programem;
- ⇒ Rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- ⇒ Skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- ⇒ Analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- ⇒ Rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych;

Ocena celujący:

Uczeń:

- ⇒ Analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- ⇒ Zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- ⇒ Potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- ⇒ Zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- ⇒ Buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- ⇒ Stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- ⇒ Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- ⇒ Uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

5.1 Przykładowe kryteria oceniania w zakresie treści dotyczących działu „funkcja i jej własności”

Poziom konieczny (K)

Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą, jeśli:

- odróżnia przyporządkowania będące funkcjami od takich, które nimi nie są,
- określa funkcję tabelką, grafem, wzorem, opisem słownym, wykresem,
- wykrywa zależności funkcyjne między wielkościami liczbowymi,
- oblicza wartość funkcji danej wzorem,
- rozpoznaje na rysunku wykresy podstawowych funkcji,
- odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, największą i najmniejszą wartość funkcji).

Poziom podstawowy (P)

Uczeń otrzymuje ocenę dostateczną, gdy opanował poziom wymagań (K) oraz dodatkowo:

- przechodzi od jednych sposobów określania funkcji do innych,
- wyznacza na podstawie wzoru funkcji niektóre własności (dziadzinę, miejsca zerowe),
- sprawdza rachunkowo, czy dany punkt należy do krzywej,
- oblicza brakujące współrzędne punktów należących do wykresu danej funkcji,
- szkicuje wykresy podstawowych funkcji na podstawie wzoru,
- szkicuje wykresy funkcji o zadanych jednej lub dwóch własnościach,
- dostrzega zależności funkcyjne w otaczającej nas rzeczywistości.

Poziom rozszerzający (R)

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą, jeśli opanował poziomy wymagań (K) i (P) oraz:

- podaje przykłady przyporządkowań będących funkcjami oraz takich, które nimi nie są,
- szkicuje wykresy funkcji o podanych kilku własnościach,
- szkicuje wykresy funkcji określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach,
- wyznacza miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej,
- podaje własności funkcji danej wzorem w trudniejszych przypadkach,
- przedstawia funkcje za pomocą wzoru,
- sprawdza, czy dana wielkość jest wartością danej funkcji.

Poziom dopełniający (D)

Uczeń otrzymuje ocenę bardzo dobrą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

- wyznacza dziedzinę funkcji wynikającą z koniunkcji warunków,
- analizuje funkcje przedstawione w różnej postaci i wyciąga wnioski,
- stosuje funkcje do opisu zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym różnymi sposobami
- wyjaśnia na przykładzie, że własność monotoniczno ści na przedziale nie przenosi się na sumę przedziałów.

Poziom wykraczający (W)

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował poziomy (K)–(D) oraz:

- bada monotoniczność funkcji, korzystając z definicji,
- układa zadania na praktyczne zastosowania funkcji.

6 Oprzyrządowanie programu

Program będzie realizowany w oparciu o podręczniki Gdańskiego Wydawnictwa Oświatowego – „Matematyka I, II, III – podręcznik dla liceum i technikum zakres podstawowy z rozszerzeniem” dostosowane do podstawy programowej z września 2007 roku. Wydawnictwo dodatkowo oferuje w tej serii zbiory zadań i ćwiczeniówki. Jednak z uwagi na modyfikację programu oraz niskie możliwości finansowe rodziców uczniów mojej szkoły, nie będę wymagała od uczniów zakupu tych pomocy (praktykuję w razie potrzeby przygotowywanie samodzielnie kart pracy dla uczniów opierając się na tych publikacjach). Ponadto w podręcznikach z serii Gdańskiego Wydawnictwa Oświatowego jest duża liczba różnorodnych zadań pod każdym tematem, więc konieczność korzystania z dodatkowych materiałów zachodzi rzadko. Przydatne będą jednak zbiory zadań lub zestawy zadań, których forma będzie zbliżona do obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki.

7 Projekt ewaluacji autorskiego programu nauczania rozwijania MKKE

Ewaluacja programu polega na uzyskaniu danych niezbędnych do podjęcia decyzji o wartości programu. ewaluacja ma odpowiedzieć na pytanie czy cele ogólne i szczegółowe zostały osiągnięte oraz czy uczeń po realizacji programu nabył umiejętności i kompetencje kluczowe z zakresu matematyki.

W wypadku ewaluacji programu autorskiego można poddać ocenie:

- a) projekt programu
- b) skuteczność programu.

Niezbędnym źródłem informacji dla oceny projektu programu będą wyniki analiz informacji zebranych z zastosowaniem specjalnego arkusza oceny programu (tabela.1). Dla oceny skuteczności programu należy wykorzystać wyniki dwukrotnego pomiaru osiągnięć uczniów: „na wejściu” i bezpośrednio po zakończeniu realizacji programu.

Tabela 1 Arkusz oceny programu

Arkusz oceny konstruowanego programu kształtowania Kluczowych Kompetencji w zakresie matematyki.		Odpowiedzi	
		Tak	Nie
1.	Czy dokument programowy informuje o tym, jakiego przedmiotu nauczania lub zakresu przedmiotów dotyczy?		
2.	Czy dokument programowy podaje informację o jego autorze i jego doświadczeniu zawodowym?		
3.	Czy dokument programowy precyzuje typ szkoły, dla którego jest przeznaczony?		
4.	Czy cele programu uwzględniają uwarunkowania lokalne i regionalne (wnioski i rekomendacje diagnoz)?		
5.	Czy dokument programowy określa liczbę godzin nauki?		
6.	Czy cele określone w programie obejmują w całości Podstawę Programową?		
7.	Czy cele edukacyjne określone w programie uwzględniają w całości problematykę Kompetencji Kluczowych w zakresie matematyki?		
8.	Czy cele edukacyjne określone w programie uwzględniają kierunek kształcenia zawodowego danej szkoły i klasy?		
9.	Czy materiał nauczania jest trafnie dobrany do założonych celów?		
10.	Czy materiał nauczania uwzględnia wszystkie treści określone w podstawie programowej?		
11.	Czy materiał nauczania jest właściwie ustrukturyzowany?		
12.	Czy w programie określone zostały procedury osiągania celów szczegółowych?		
13.	Czy program określa wyniki kształcenia (osiągnięcia uczniów)?		
14.	Czy program określa sposoby oceniania osiągnięć uczniów?		
15.	Czy przewidziane osiągnięcia uczniów są adekwatne do założeń Kompetencji kluczowych?		
16.	Czy zaplanowane wyniki kształcenia są zgodne ze standardami wymagań egzaminacyjnych?		
17.	Czy w dokumencie określone zostały założenia dydaktyczne koncepcji programu?		
18.	Czy w programie określone zostały założenia wychowawcze?		
19.	Czy dokument programowy rekomenduje określone metody pracy, zapewniające:		
	<ul style="list-style-type: none"> • osiągnięcia wskazanych celów (w szczególności Kompetencji 		



	Kluczowych),		
	<ul style="list-style-type: none"> • motywowanie uczniów, • indywidualizację pracy z uczniem 		
20.	Czy dokument programowy określa niezbędne warunki realizacji programu, to jest:		
	<ul style="list-style-type: none"> • lokal i jego wyposażenie, • kwalifikacje nauczyciela 		
21.	Czy dokument programowy wskazuje:		
	<ul style="list-style-type: none"> • podręczniki, • książki pomocnicze dla ucznia i nauczyciela, • inne materiały, które szczególnie wspomogą pracę nauczyciela i ucznia, • środki dydaktyczne 		
22.	Czy program może zostać zrealizowany w przewidzianym czasie?		
23.	Czy dokument zawiera projekt ewaluacji programu?		
24.	Czy program spełnia formalne wymagania określone rozporządzeniem MEN z dn. 06.01.2009?		

Tabela 2 Projekt ewaluacji autorskiego programu nauczania rozwijania MKKE.

Etap Ewalda-cji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba Badaw-cza	Prezenta-cja danych/ raport
Przed rozpoczęciem realizacji programu.	Skuteczność programu	1. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia zasoby realizatora? 2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców? 3. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania MKKE? 4. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie? 5. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności?	Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny. j.w. j.w. odpowiedź „tak”	Studium przypadku; analiza wyników diagnozy implementacji KK oraz danych z arkusza oceny programu.	Szkoła uczestnicząca w Projekcie.	Raport ewaluacyjny.
W czasie realizacji programu. W czasie realizacji programu.		6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu oceny programu? 1. Jakiego rzędu	co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny. Wyższe	Analiza		



W czasie realizacji programu.		nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu?	o 20% niż ponoszone dotychczas	dokumentów.		
W czasie realizacji programu.		2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy dydaktycznych	Analiza dokumentów.	Wszyscy uczestnicy.	
Na koniec realizacji programu.		3. Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły?	Udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym	Analiza dokumentów m.in. wyników monitoringu .		
Na koniec realizacji programu.		4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	Przewaga metod aktywizujących nad podającymi	Analiza dokumentów. Obserwacja.		
Po pewnym czasie od realizacji programu.		5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu?	Co najmniej przeciętne wyniki	Ankietowanie uczniów.	Wszyscy uczestnicy.	
		6. W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?	Wzrost łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE	Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”.	Wszyscy uczestnicy.	Raport ewaluacyjny.
		7. Na ile trwałe są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?	Wzrost średniego wyniku matury z matematyki	Analiza dokumentów (z wynikami egzaminu maturalnego).		Promocja projektu – konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie.



Bibliografia

- [1] Lech J., Karpiński M., Braun M., *Matematyka z plusem – program nauczania matematyki w liceach i technikach*, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe 2002.
- [2] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 26 lutego 2002 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół.*
- [3] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 10 sierpnia 2001 r. w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów.*
- [4] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów.*
- [5] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 r. w sprawie dopuszczenia do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczenia do użytku szkolnego podręczników.*
- [6] Sobczak Maria *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki.*
- [7] *Ustawa z dnia 7 września 1991 r. o systemie oświaty.*
- [8] *Ustawa z dnia 19 marca 2009 r. o zmianie ustawy o systemie oświaty oraz o zmianie niektórych innych ustaw.*



Autor
Beata Łuczaj

MATEMATYKA

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

**Zespół Szkół Samochodowych
w Radomiu**

*Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*

Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Wstęp.....	5
1 Cele ogólne edukacyjne i wychowawcze	7
2 Szczegółowe cele kształcenia i wychowania.....	9
3 Procedury osiągnięcia celów	11
3.1 Proponowany podział godzin lekcyjnych.....	11
3.2 Metody i formy pracy	12
4 Opis założonych osiągnięć ucznia	15
4.1 Materiał nauczania i przewidywane umiejętności, które uczniowie powinni zdobyć.	15
4.2 Propozycje metod oceniania.....	20
5 Procedura ewaluacji programu nauczania	23
6 Oprzyrządowanie programu	24
Bibliografia.....	25



Wstęp

Parlament Europejski i Rada Europy w grudniu 2006 roku zaleciły państwom członkowskim rozwijanie kompetencji kluczowych, których wszyscy potrzebujemy do samorealizacji i rozwoju osobistego, do bycia aktywnym obywatelem, do integracji społecznej i zawodowej.

Autorzy diagnoz lokalnych wskazują, że istniejące programy nauczania przedmiotów ogólnokształcących w małym stopniu uwzględniają korelację z przedmiotami zawodowymi w kształceniu kompetencji kluczowych uczniów. Niedostosowanie programów do nowej rzeczywistości ekonomiczno - społecznej może spowodować obniżenie atrakcyjności kształcenia. Dlatego wśród priorytetów znajduje się kształtowanie kompetencji kluczowych koniecznych do osobistej samorealizacji, przygotowujących uczniów do dorosłego życia i stanowiących podstawę do dalszej nauki i życia zawodowego.

Stąd konieczność modyfikacji dotychczas realizowanego programu nauczania matematyki dla liceum i technikum: „Matematyka z plusem” autorstwa Marcina Brauna, Marcina Karpińskiego i Jacka Lecha, Gdańskiego Wydawnictwa Oświatowego, DKW – 4015 – 37 / 01, jego treści i metod nauczania z ukierunkowaniem na zapewnienie zgodności kształcenia z wymogami gospodarki rynkowej.

W modyfikacji programu uwzględniono zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady Europy w sprawie kompetencji kluczowych. Poprzez uczestnictwo w nieco inaczej zaplanowanych i poprowadzonych zajęciach uczniowie udoskonalą umiejętności niezbędne do uczenia się przedmiotów zawodowych, co spowoduje że staną się poszukiwanymi pracownikami na rynku pracy i chętniej będą studiować na kierunkach technicznych. Dlatego modyfikując program nauczania przeanalizowałam dokładnie standardy wymagań będące podstawą przeprowadzania egzaminu potwierdzającego kwalifikacje zawodowe w kontekście występujących tam treści matematycznych po to, by treści zadań dostosować do potrzeb kształcenia zawodowego. Potrzebne jest tu również współdziałanie z nauczycielem, który zna profil kształcenia zawodowego uczniów, który pomoże skorelować treści matematyczne z treściami innych przedmiotów zawodowych.

Program ten został opracowany zgodnie z podstawą programową zatwierdzoną przez Ministra Edukacji Narodowej z dn. 23 sierpnia 2007 r. ze standardami zgodnymi z wymogami maturalnymi z matematyki i Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 roku zmieniającego rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102) i jest przeznaczony dla uczniów Technikum w Zespole Szkół Samochodowych w Radomiu, którzy realizują nauczanie matematyki w zakresie podstawowym.

Jestem nauczycielem dyplomowanym i ucząc matematyki w Zespole Szkół Samochodowych w Radomiu od 11 lat wiele miejsca poświęciłam wprowadzaniu zmian i tworzeniu materiałów, które usprawniały pracę moją i uczniów. Modyfikując program poddałam szczegółowej analizie Podstawę programową dla szkoły gimnazjalnej, by bazować na umiejętnościach jakie powinni posiadać wszyscy uczniowie kończący ten etap nauki oraz zadania, cele i treści zawarte w Podstawie programowej dla liceum i szkoły technicznej, by umożliwić realizację wszystkich zagadnień przewidzianych w edukacji

matematycznej i uzyskanie przez absolwenta umiejętności uznanych za kluczowe, a określone w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” (MKKE).

Cały czas starałam się pamiętać, że szkoła ponadgimnazjalna kończąca się maturą powinna dawać szeroką wiedzę ogólną i wysoki poziom umiejętności intelektualnych, by umożliwić studiowanie na wyższych uczelniach i przygotować do pracy w nowej rzeczywistości. Tymczasem wielu uczniów przez lata nabiera przekonania, że nie są w stanie nauczyć się matematyki i rezygnują z podejmowania kształcenia na kierunkach technicznych. Dlatego programowi temu przyświeca idea powiązania teorii z praktyką. Zwracam uwagę ucznia na otaczającą go rzeczywistość i prawa w niej rządzące przy odwołaniu się do różnych dyscyplin (fizyki, geografii, ekonomii itp.) aby mógł on formułować problemy językiem matematycznym.

Chciałabym zainteresować młodzież edukacją matematyczną, która mogłaby podnieść atrakcyjność i skuteczność kształcenia zawodowego.

Porównanie celów zapisanych jako MKKE i Podstawy programowej pozwala na stwierdzenie niemal pełnej zgodności. MKKE nie są w pełni reprezentowane w zapisach standardów wymagań egzaminacyjnych. Jest to zrozumiałe, ponieważ nie wszystkie wiadomości i umiejętności objęte programami nauczania dadzą się sprawdzić podczas egzaminu pisemnego. Nie ma między nimi sprzeczności, gdyż wszystkie standardy mają odniesienie w MKKE. Dlatego przy redagowaniu celów szczegółowych, zakresu materiału i osiągnięć uczniów znalazły się kategorie, które są ważne dla projektu SKK oraz kształcenia w zawodzie technik pojazdów samochodowych, a nie występują w Podstawie programowej czy standardach wymagań maturalnych.

Ważnym czynnikiem wpływającym na przebieg procesu edukacyjnego w naszym rejonie jest trudniejszy dostęp do usług edukacyjnych spowodowany pochodzeniem młodzieży z obszarów wiejskich i rodzin ubogich, brak świadomości rodziców o potrzebie kształcenia i podnoszenia kwalifikacji swoich dzieci. Zatem w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych oświaty i rynku pracy wśród priorytetów znajduje się kształtowanie u uczniów kompetencji kluczowych potrzebnych do osobistej samorealizacji, przygotowujących ich do dorosłego życia, stanowiących podstawę do dalszej nauki i życia zawodowego.

To na szkole spoczywa obowiązek kształtowania takich umiejętności. Dlatego modyfikowany program jest pisany w taki sposób by treści przedmiotowe były nierozzerwalnie splecione z umiejętnościami kluczowymi. Uczniowie świadomie powinni koncentrować się jednocześnie zarówno na treściach jak i na procesie pracy. Istnieje także potrzeba nauczania ich pokazywania, opisywania, dokumentowania tego co zrobili. W tym celu szkoła powinna otrzymać wsparcie na rozszerzenie swojej oferty edukacyjnej o elementy wykraczające poza standardowy program nauczania. Przyczyni się to do podniesienia jakości nauczania w szkole, a co za tym idzie do lepszych wyników osiąganych przez uczniów, którzy uzyskają dzięki temu większe szanse na kontynuowanie nauki lub podjęcie zatrudnienia.

1 Cele ogólne edukacyjne i wychowawcze

Matematyka to nauka dostarczająca narzędzi badań dla nauk technicznych, ekonomicznych i społecznych. Jest jednym z głównych składników wykształcenia współczesnego człowieka. Rozwija zdolności poznawcze młodego człowieka, a także uczy dobrej organizacji pracy, wyrabia dociekliwość i kreatywność.

Nauczyciel matematyki powinien kierować się nie tylko zapisanymi w podstawie programowej i standardach wymagań będących podstawą przeprowadzania egzaminu maturalnego z matematyki treściami, ale także pokazywać uczniom, że umiejętności matematyczne są niezbędne w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji, co ma swoje odniesienie w MKKE (matematyczne kompetencje kluczowe w ujęciu dokumentów UE). Są one zdefiniowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

WIEDZA:

- W 1. rozumienie terminów i pojęć matematycznych,
- W 2. dobrze opanowana umiejętność liczenia,
- W 3. znajomość miar i struktur,
- W 4. znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,
- W 5. świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.

UMIEJĘTNOŚCI:

- U 1. stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),
- U 2. śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny),
- U 3. przekazywać komunikaty stosując język matematyczny,
- U 4. korzystać z tekstu matematycznego.

POSTAWY:

- P 1. przejawiać szacunek do prawdy,
- P 2. dążyć do szukania przyczyn,
- P 3. oceniać zasadność wnioskowania i działań.

Modyfikowany program ma służyć osiągnięciu następujących celów:

- stworzenie postaw wiedzy matematycznej a zakresie znajomości i rozumienia terminów i pojęć matematycznych (W1)
- doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie technik pojazdów samochodowych (W2)
- wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego, innych dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie technik pojazdów samochodowych (W3, W4)
- wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (U1)

- wykształcenie umiejętności i nawyku uzasadniania swoich sądów (istota sądów matematycznych, kategoryczność twierdzeń, jednoznaczność i precyzja definicji) (U2, P1)
- rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin wiedzy (U3)
- doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym – w tym podręcznikiem – oraz innymi źródłami informacji matematycznej (U4)
- wykształcenie umiejętności samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi – umiejętność stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych, poszukiwania dróg ich weryfikacji (W5, P1, P2)
- wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń (U1, P1, P2, P3)
- kształcenie wyobraźni matematycznej (intuicja w zakresie obiektów abstrakcyjnych, wyobrażenia geometryczna dotycząca obiektów płaskich i przestrzennych) oraz przewidywania skutków podejmowanych działań (U2, U3, P2)
- rozwijanie umiejętności prawidłowej interpretacji tekstów zawierających dane statystyczne, informacje przedstawione w formie opisów, instrukcji, rysunków, szkiców, wykresów (U3)
- kształcenie pozytywnego stosunku do podejmowania aktywności intelektualnej
- nauczanie dobrej organizacji pracy, systematyczności
- wykształcenie umiejętności planowania pracy
- wykształcenie umiejętności samodzielnego zdobywania informacji i samokształcenia

2 Szczegółowe cele kształcenia i wychowania

KLASA I

- uporządkowanie i uzupełnienie wiadomości i umiejętności dotyczących działań na liczbach rzeczywistych oraz wyrażeniach algebraicznych
- rozszerzenie działania potęgowania na potęgi o wykładniku wymiernym
- rozszerzenie działania pierwiastkowania na pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych
- utrwalenie umiejętności działań z użyciem procentów
- doskonalenie umiejętności szacowania wartości liczbowych
- zapoznanie z zapisem liczb w notacji wykładniczej i działania na takich liczbach
- wykształcenie umiejętności obliczania wartości logarytmów
- zapoznanie z wykorzystaniem kalkulatora do obliczeń dotyczących także funkcji trygonometrycznych kąta ostrego
- uporządkowanie i uzupełnienie wiadomości i umiejętności dotyczących geometrii elementarnej
- wprowadzenie podstawowych pojęć dotyczących zbiorów i ich zastosowania do zbiorów liczbowych
- powtórzenie i uzupełnienie wiadomości i umiejętności dotyczących zastosowania równań, nierówności i układów równań liniowych do rozwiązywania różnorodnych problemów
- wykształcenie umiejętności rozwiązywania równań kwadratowych oraz ich stosowania
- wykształcenie umiejętności dostrzegania związków i zależności
- wykształcenie umiejętności opisu sytuacji za pomocą funkcji i rozumienia zależności pomiędzy własnościami funkcji a własnościami opisywanej przez nią sytuacji
- wykształcenie umiejętności stosowania pojęć i twierdzeń planimetrii do różnorodnych problemów
- wykształcenie umiejętności zastosowania funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w sytuacjach praktycznych
- zapoznanie z wykorzystaniem kalkulatora graficznego i komputera do rysowania wykresów funkcji (w miarę możliwości technicznych)
- wykształcenie umiejętności odróżniania twierdzenia od hipotezy, podawania przykładów i kontrprzykładów
- kształtowanie ścisłości języka matematycznego

KLASA II

- uzupełnienie wiadomości i umiejętności wykonywania działań dodawania, odejmowania i mnożenia wielomianów
- uzupełnienie wiadomości i umiejętności z zakresu planimetrii o zagadnienia dotyczące związków wielokątów i okręgów, przekształceń geometrycznych
- zapoznanie z podstawowymi pojęciami statystyki opisowej
- wykształcenie umiejętności rozwiązywania równań i nierówności wielomianowych oraz ich stosowania

- wykształcenie umiejętności rozwiązywania problemów prowadzących do poszukiwania ekstremum funkcji kwadratowej
- wykształcenie umiejętności czytania ze zrozumieniem informacji zawierających dane statystyczne
- wykształcenie umiejętności stosowania podstawowych pojęć statystyki do opisu różnorodnych sytuacji
- wykorzystanie własności liczb i wyrażeń algebraicznych do wykonywania obliczeń najprostszym sposobem
- wykształcenie umiejętności obliczania średnich i parametrów rozproszenia, także za pomocą kalkulatora
- wykształcenie umiejętności samodzielnego prowadzenia prostych badań statystycznych i przedstawiania ich wyników za pomocą poznanych pojęć

KLASA III

- wykształcenie wiadomości stosowania elementów geometrii analitycznej
- uzupełnienie wiadomości i umiejętności z zakresu planimetrii o zagadnienia dotyczące twierdzenia Talesa i podobieństwa
- wykształcenie umiejętności opisywania różnorodnych zjawisk dyskretnych za pomocą ciągów oraz wykorzystania własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego do badania takich zjawisk
- wykształcenie umiejętności stosowania metod geometrii analitycznej
- wykształcenie umiejętności wykorzystania pojęcia podobieństwa

KLASA IV

- zapoznanie z podstawowymi pojęciami rachunku prawdopodobieństwa i wykształcenie umiejętności ich stosowania
- wykształcenie umiejętności posługiwania się pojęciami geometrii przestrzennej
- wykształcenie umiejętności rozwiązywania prostych problemów kombinatorycznych za pomocą zasady mnożenia
- wykształcenie umiejętności rozwiązywania prostych problemów probabilistycznych za pomocą klasycznej definicji prawdopodobieństwa
- wykształcenie umiejętności stosowania metod stereometrii
- wykształcenie umiejętności wykonywania obliczeń dotyczących prawdopodobieństwa
- wykształcenie umiejętności szacowania liczb niewymiernych spotykanych w obliczeniach geometrycznych
- wykształcenie umiejętności przekształcania wyrażeń wymiernych.

Dodatkowym szczegółowym celem nauczania w klasie czwartej jest powtórzenie materiału przed egzaminem maturalnym.

3 Procedury osiągnięcia celów

Wybierając sposoby osiągnięcia celów edukacyjnych należy uwzględniać możliwości i zainteresowania uczniów, nie zapominając o zasadzie stopniowania trudności.

Kompetencje matematyczne określone w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” (MKKE) są zdefiniowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji. Dlatego w doborze metod i form pracy należy zwrócić uwagę na takie, które powszechnie uważa się za najbardziej odpowiednie w nauczaniu matematyki, a także w rozwijaniu MKKE. Dadzą one okazję do wzbogacania zakresu wiedzy, kształtowania i doskonalenia umiejętności oraz postaw składających się na kompetencje kluczowe.

Na lekcjach matematyki mamy doskonałe warunki do tego, aby uczyć kultury dyskusji. Uczniowie przedstawiają różne metody rozwiązania tego samego zadania a naszym obowiązkiem jest wysłuchać wszystkich propozycji i wspólnie z zespołem podjąć decyzję, w jaki sposób ostatecznie dany problem rozwiązać. Zwracamy uwagę na język matematyczny, precyzyjne formułowanie myśli, logiczną konstrukcję wypowiedzi. Kształcimy w ten sposób umiejętność komunikacji, współdziałania grupie.

3.1 Proponowany podział godzin lekcyjnych

Zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację.

KLASA I (34 tyg. x 3 godz. = 102 godz.)

1	Liczby i działania	23
2	Trygonometria	13
3	Zdania i zbiory	9
4	Równania i nierówności	19
5	Figury geometryczne	16
6	Funkcje. Funkcja liniowa	17
7	Godziny do dyspozycji nauczyciela	5

KLASA II (34 tyg. x 2 godz. = 68 godz.)

1	Funkcja kwadratowa	18
2	Wielomiany	20
3	Statystyka	10
4	Geometria płaska	15
5	Godziny do dyspozycji nauczyciela	5

KLASA III (30 tyg. x 2 godz. = 60 godz.)

1	Elementy geometrii analitycznej	16
2	Ciągi	16
3	Funkcja wykładnicza	10
4	Figury podobne	11
5	Godziny do dyspozycji nauczyciela	7

KLASA IV (26 tyg. x 3 godz. = 78 godz.)

1	Wyrażenia wymierne	15
2	Prawdopodobieństwo	15
3	Stereometria I	10
4	Bryły obrotowe	10
5	Powtórzenie wiadomości	28

3.2 Metody i formy pracy

Osiągnięcie założonych celów edukacyjnych i wychowawczych jest możliwe dzięki stosowaniu na lekcjach matematyki różnorodnych metod nauczania i odpowiedniego doboru form pracy. Ta różnorodność wpłynie nie tylko na atrakcyjność przedmiotu, ale również zaktywizuje uczniów w procesie uczenia się.

Jak najwięcej czasu należy poświęcić na ćwiczenia podstawowych umiejętności. Szczególną uwagę należy zwrócić na umiejętności praktyczne ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie technik pojazdów samochodowych. Ćwiczenia wywołują aktywność odtwórczą i twórczą uczniów w sytuacjach odpowiednio dobranych. Pozwalają dostrzegać różnorodne zastosowania nabywanej wiedzy i budować przekonanie o jej użyteczności, a tym samym o celowości systematycznej nauki. Osiągnięcie tych celów, które wskazują MKKE, musi być poprzedzona rekonstrukcją zestawu ćwiczeń i zadań dotychczas używanych w nauczaniu matematyki. Dlatego przygotowując zadania konieczna jest konsultacja ich treści z nauczycielami zawodu.

W kształtowaniu umiejętności posługiwania się obiektami geometrycznymi, zwłaszcza w przypadku stereometrii, należy posługiwać się modelami figur.

Wykład można wykorzystać przy wprowadzaniu nowych, trudnych pojęć i faktów, prezentacji wzorów analitycznego i syntetycznego myślenia, wzorcowych sposobów rozwiązań. Ta metoda jest ważna z punktu widzenia dalszej nauki. Na uczelniach jest stosowana powszechnie, zatem uczeń powinien być przygotowany do korzystania z wykładu.

Ważną metodą jest metoda projektu, w której uczniowie (w grupach lub indywidualnie) wykonują prace długoterminowe. Kształci i doskonali ona wiele umiejętności kluczowych, między innymi: samodzielne poszukiwanie dodatkowych wiadomości i umiejętności, odpowiedzialności, organizacji pracy, a także prawidłowego wnioskowania.

Metody aktywizujące uczniów takie jak pogadanka, dyskusja, dobrze przygotowane mogą służyć wytworzeniu sytuacji problemowej lub sprawdzeniu efektów uczenia się. Rozwijają umiejętności komunikacyjne, dobierania argumentacji, jasnego wypowiedzenia własnych sądów, umiejętności podejmowania decyzji. Ożywiają lekcję, mobilizują uczniów.

Wdrażaniem do samorealizacji jest praca z tekstem matematycznym. Korzystanie z tekstu matematycznego jest jedną z kompetencji należących do MKKE. Polega ona na samodzielnym zapoznaniu się z definicjami i twierdzeniami oraz ze sposobami rozwiązywania zadań. Kształci umiejętność czytania ze zrozumieniem, analizowania oraz śledzenia algorytmów. Rozwija aktywność twórczą, samodzielność i wytrwałość w zdobywaniu nowej wiedzy, wdraża do samokształcenia.

Wybrane przez nauczyciela metody muszą uwzględniać także korzystanie z nowoczesnych TI. Kierować się tu należy możliwościami technicznymi. Warto jednak dążyć do szerszego wykorzystania komputerów i kalkulatorów graficznych, zwłaszcza do rozwiązywania dotyczących sytuacji rzeczywistych (technika, ekonomia, itp.)

Zgodnie z MKKE uczeń powinien mieć świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź, dlatego pojęcia matematyczne poznawane na IV etapie edukacyjnym powinny być przedstawiane w zastosowaniach do sytuacji z ekonomii, techniki czy życia codziennego. Problem stosowania głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych jest także szczególnie ważna dla rozwijania MKKE.

Z wyborem metod nauczania ściśle wiąże się odpowiedni dobór form pracy. Wśród nich można wyróżnić: pracę nauczyciela z całą klasą, pracę w grupach oraz indywidualną. W sytuacji, gdy nauczyciel nastawiony jest na realizację nowatorskich założeń – rozwijanie MKKE – każda z tych form pracy ma ogromne walory kształcące i wychowawcze:

- praca z całą klasą: sprzyja nawiązywaniu więzi uczniowskich, angażuje wszystkich uczniów, którzy kształcą umiejętność porządkowania informacji, formułowania i zadawania pytań
- praca w grupach: uczy organizacji pracy, podziału obowiązków, odpowiedzialności za powierzone zadania, komunikacji między członkami grupy, zasady współpracy partnerskiej
- praca indywidualna: pozwala na samodzielne poszukiwania odpowiedzi na postawione pytania, zmusza do własnych przemyśleń, zastanowienia się nad problemem i sposobem jego rozwiązania, utrwaleniem już zdobytej wiedzy, wyrabia też nawyk odpowiedzialności za siebie, za swoją wiedzę i umiejętności.

Dzieci są najczęściej utalentowane w określonych dziedzinach i nie należy oczekiwać, że będą świetne we wszystkich szkolnych przedmiotach. Często mogą potrzebować pomocy z przedmiotu, z którym sobie nie radzą. Dlatego potrzebna jest indywidualizacja procesu kształcenia, która będzie wspierać rozwój dziecka zdolnego jak i tego, który ma problemy z opanowaniem materiału programowego

W szkole, w której pracuję, niemal połowa uczniów pochodzi z rodzin chłopskich lub robotniczych, tylko znikomy procent z nich może liczyć na skuteczną pomoc rodziców w odrabianiu lekcji.

Przykładowe sposoby indywidualizowania pracy z uczniami:

- materiał, który poznaje uczeń zdolny można wzbogacić o nowe elementy
- umożliwić zdolnemu uczniowi udział w konkursach, turniejach, kołach zainteresowań
- przydzielić uczniowi rolę asystenta nauczyciela w czasie lekcji
- zlecić wykonanie pomocy naukowych
- poprowadzić lekcję na kilku poziomach nauczania (uczniów dzielimy na grupy, które otrzymują zadania o różnym stopniu trudności. Dostosowując zadania zróżnicowane pod względem stopnia trudności do możliwości słabego ucznia,



dajemy mu szansę przeżycia sukcesu, a każdy sukces jest czynnikiem konstruktywnym, rozwijającym ambicje i aspiracje)

- zastosować metodę podpowiedzi, która polega na konkretyzacji zadania i jednoczesnym rozwiązaniu analogicznego zadania
- zróżnicować zadawanie pracy domowej
- zróżnicować zajęcia dodatkowe, które uczniom słabym pomogą w wyrównaniu ujawnionych braków, a uczniom zdolnym umożliwią wzbogacenie wiadomości

4 Opis założonych osiągnięć ucznia

4.1 Materiał nauczania i przewidywane umiejętności, które uczniowie powinni zdobyć

KLASA I

TREŚCI NAUCZANIA:

1. LICZBY I DZIAŁANIA:

- liczby: naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne. Liczby pierwsze i złożone. przedziały liczbowe.
- działania na liczbach wymiernych, potęgach o wykładniku wymiernym, działania na potęgach i pierwiastkach. Wartość bezwzględna liczby
- obliczenia praktyczne: szacowanie i przybliżenia, błąd przybliżenia, działania na procentach, notacja wykładnicza.
- określenie logarytmu, własności logarytmów – logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi o wykładniku naturalnym

2. ZDANIA I ZBIORY:

- intuicyjne pojęcie zbioru, podzbiory
- działania na zbiorach

3. RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI:

- powtórzenie: wyrażenia algebraiczne, równania i nierówności liniowe, układy równań liniowych; ich zastosowanie
- rozwiązywanie równań kwadratowych, zastosowanie ich do rozwiązywania zadań

4. FUNKCJE:

- pojęcie funkcji, przykłady, odczytywanie własności z wykresu
- zastosowanie funkcji do opisu różnorodnych zależności
- przesuwanie wykresów funkcji
- funkcja liniowa: wykres i własności, wyznaczanie wzoru.

5. PLANIMETRIA I TRYGNOMETRIA:

- podstawowe figury geometryczne: punkty, proste, odcinki, kąty, wielokąty, okręgi, kąty w kole, pola i obwody figur
- funkcje trygonometryczne kąta ostrego
- zastosowanie funkcji trygonometrycznych do sytuacji praktycznych, wartości funkcji dla szczególnych kątów, tożsamości trygonometryczne.

PRZEWDYWANE UMIEJĘTNOŚCI UCZNIA:

po ukończeniu klasy pierwszej uczeń powinien:

- znać pojęcie zbioru i podzbioru i odnosić je do zbiorów liczbowych, zbiorów punktów, zbiorów wyników pomiaru, zbioru wyników doświadczeń (K)
- wykonywać podstawowe działania na zbiorach (K/P)
- wykonywać obliczenia na liczbach rzeczywistych, w szczególności działania na potęgach o wykładnikach całkowitych oraz na pierwiastkach (K/P)

- odróżniać liczby wymierne od niewymiernych (K)
- zamieniać ułamki zwykłe na dziesiętne okresowe i odwrotnie (K)
- znać pojęcie wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej związek z odległością na osi liczbowej (P)
- porównywać liczby rzeczywiste (K)
- szacować wartość wyrażeń liczbowych (P/R)
- stosować obliczenia procentowe (P – D)
- stosować pojęcie logarytmu (K)
- stosować wzory na logarytm iloczynu, ilorazu itd. (K/P)
- obliczać wartość liczbową wyrażenia algebraicznego (K)
- przekształcać sumy i różnice wielomianów (poprawność)
- oceniać poprawność przekształceń algebraicznych (P/R)
- rozwiązywać równania i nierówności liniowe i zadania prowadzące do takich równań i nierówności (K/P)
- rozwiązywać równania kwadratowe zupełne i niezupełne i zadania prowadzące do takich równań (K – R)
- podawać przykłady funkcji (P)
- rozumieć pojęcie zmiennej (P)
- opisywać zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji (R/D)
- rysować wykresy funkcji liczbowych zadanych tabelką oraz funkcji przedziałami liniowych (K)
- odczytywać z danego wykresu funkcji jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, liczbę rozwiązań równania $f(x)=m$, rozwiązania nierówności $f(x)>0$, $f(x)<0$ (K – R)
- znajdować na podstawie wykresu funkcji jej wartość największą (najmniejszą) (K)
- przekształcać wykresy funkcji (przesunięcie) (K – R)
- wyznaczać wzór funkcji liniowej, której wykres spełnia podane warunki (P)
- rozwiązywać układy równań liniowych i znać interpretację geometryczną takich układów w układzie współrzędnych (K/P)
- stosować układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi do rozwiązywania zadań tekstowych (P/R)
- rozumieć pojęcia: odległość punktów, odległość punktu od prostej, długość, obwód, pole, miara kąta, figura płaska, (K)
- „wymierzać” dane wielkości znanymi jednostkami miar (długości, pola, masy, czasu, prędkości) (K/P)
- przeliczać (zamieniać) jednostki miar (P)
- znać własności miar (K)
- znać twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych (K – D)
- obliczać obwody i pola figur płaskich stosując wzory i/lub własności tych figur (K-D)
- stosować własności miar w prostych zadaniach i rozumowaniach (P-D)
- określać funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (K)
- znać podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi (P-D)
- wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych (K)
- wyznaczać miarę kąta ostrego, znając wartość funkcji trygonometrycznej tego kąta (K)
- znając wartość funkcji trygonometrycznej jakiegoś kąta, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta (P)

- stosować związki między kątem środkowym i wpisany oparty na tym samym łuku (R/D)
- dostrzegać regularność w prostych sytuacjach (P/R)
- stosować algorytmy (P)
- planować, zapisywać plan rozwiązania i rozwiązywać zadania nieschematyczne (R/D)

KLASA II

TREŚCI NAUCZANIA:

1. FUNKCJA KWADRATOWA:

- różne postaci funkcji kwadratowej, rysowanie wykresów, znajdowanie współrzędnych wierzchołka i miejsc zerowych
- wykorzystanie do rozwiązywania prostych zadań na ekstremum

2. WIELOMIANY:

- działania na wielomianach: dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów
- pierwiastki wielomianu
- równość wielomianów
- rozkład wielomianu na czynniki
- rozwiązywanie prostych równań wielomianowych metodą rozkładu wielomianu na czynnik

3. STATYSTYKA OPISOWA:

- czytanie źródeł informacji: tabele, różnego rodzaju diagramy
- średnie i parametry rozrzutu: średnia arytmetyczna, mediana, moda, wariancja, odchylenie standardowe; metody obliczania i interpretacja
- zbieranie i opracowywanie danych

PRZEWDYWANE UMIEJĘTNOŚCI UCZNIĄ:

po ukończeniu klasy drugiej uczeń powinien:

- określać pojęcia i formułować podstawowe twierdzenia dotyczące funkcji kwadratowej (P/R)
- rysować wykresy funkcji kwadratowych i odczytywać z wykresów własności funkcji (K-R)
- rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe (P)
- rozwiązywać zadania z treścią prowadzące do poszukiwania ekstremum funkcji kwadratowej (R/D)
- zredukować wyrazy podobne i uporządkować wielomian (K)
- wyznaczać współczynniki i stopień wielomianu (K)
- dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany (K-R)
- rozkładać wielomian na czynniki (P)
- stosować grupowanie wyrazów i wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias w celu rozłożenia wielomianu na czynnik (P/R)
- stosować wzory skróconego mnożenia w celu rozłożenia wielomianu na czynnik (P)
- odczytywać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej (P)
- rozwiązywać proste równania wielomianowe (P/R)
- krytycznie analizować badania statystyczne i ich graficzne reprezentacje (R/D)
- operować podstawowymi charakterystykami liczbowymi zestawu danych (K/P)
- przedstawiać dane w postaci tabel i diagramów (K/P)
- opracowywać statystycznie nieskomplikowane problemy (R/D)

- wyrażać w języku matematycznym informacje podane werbalnie, rysunkiem, schematem, tabelą, diagramem oraz zaobserwowane w rzeczywistości (P-D)
- tworzyć wypowiedzi matematyczne i wartościuje je (R/D)
- weryfikować zgromadzone dane (R/D)
- protestować w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi (P)
- wytrwale poszukiwać informacji (P)
- być krytycznym wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych (R)

KLASA III

TREŚCI NAUCZANIA:

1. ELEMENTY GEOMETRII ANALITYCZNEJ:

- równanie prostej w postaci ogólnej: przejście od wykresu funkcji liniowej, proste $x=a$,
- wzajemne położenie dwóch prostych na płaszczyźnie: proste równoległe i prostopadłe
- odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej, współrzędne środka odcinka
- równanie okręgu

2. CIĄGI:

- pojęcie ciągu, przykłady ciągów skończonych i nieskończonych
- ciąg arytmetyczny i geometryczny: przykłady, definicje, wzory
- procent składany: oprocentowanie lokat, kredytów bankowych.

3. FUNKCJA WYKŁADNICZA:

- wykres, własności, zastosowania

4. FIGURY PODOBNE:

- podobieństwo, figury podobne
- cechy podobieństwa trójkątów
- twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem

PRZEWIDYWANE UMIEJĘTNOŚCI UCZNIĄ:

po ukończeniu klasy trzeciej uczeń powinien:

- obliczać odległość między punktami o danych współrzędnych (K)
- rozwiązywać zadania związane z odległością punktów w układzie współrzędnych (P/R)
- znajdować punkt symetryczny do danego względem: osi, początku układu współrzędnych, danego punktu, danej prostej (k/P)
- rozwiązywać zadania dotyczące symetrii w układzie współrzędnych (P-D)
- rysować okrąg o równaniu danym w postaci kanonicznej i ogólnej (K/P)
- rozwiązywać proste zadania dotyczące równania okręgu np. znajdowanie punktów wspólnych prostej i okręgu (P-D)
- wyznaczać wyrazy ciągu liczbowego zadanego wzorem (K)
- podawać przykłady ciągów skończonych i nieskończonych (K)
- rozumieć pojęcie ciągu arytmetycznego i geometrycznego, podawać i rozpoznawać przykłady (K)
- potrafi utworzyć kolejny wyraz ciągu arytmetycznego (geometrycznego), znając pierwszy wyraz i różnicę (iloraz) (P)
- znać wzór ogólny ciągu arytmetycznego (geometrycznego), znaleźć wzór takiego ciągu (R/D)

- znać i stosować zależność między trzema sąsiednimi wyrazami ciągu arytmetycznego (geometrycznego) (P/R)
- stosować własności ciągu geometrycznego do zadań związanych z bankowością, w szczególności korzystać z pojęcia procentu składanego. (K-D)
- szkicować wykres dowolnej funkcji wykładniczej (K)
- wyjaśniać, w jaki sposób własności funkcji wykładniczej zależą od liczby a (P)
- wykorzystywać własności funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań (R/D)
- stosować twierdzenie Talesa do rozwiązywania zadań, także o treści realistycznej (K-D)
- rozumieć intuicyjnie pojęcie podobieństwa (K)
- obliczać wymiary figury podobnej do danej w danej skali (K)
- badać, czy podane prostokąty są podobne (P)
- znajdować skalę podobieństwa dwóch figur podobnych (P)
- znać cechy podobieństwa trójkątów i sprawdzać, czy dane trójkąty są podobne (R)

KLASA IV

TREŚCI NAUCZANIA:

1. WYRAŻENIA WYMIERNE:

- pojęcie wyrażenia wymiernego, działania na wyrażeniach wymiernych, wyznaczanie dziedziny
- proporcjonalność odwrotna
- funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$, jej dziedzina, wykres, własności
- rozwiązywanie prostych równań wymiernych
- rozwiązywanie zadań o kontekście praktycznym, prowadzących do prostych równań wymiernych

2. PRAWDOPODOBIENSTWO:

- pojęcie prawdopodobieństwa i jego obliczanie, najprostsze przykłady
- zasada mnożenia
- własności prawdopodobieństwa

3. WIELOŚCIANY:

- graniastosłupy i ostrosłupy, własności miarowe
- wzajemne położenie krawędzi i ścian brył
- zastosowanie trygonometrii
- objętości i pola powierzchni

4. BRYŁY OBROTOWE:

- stożek, kula i walec
- zastosowanie trygonometrii
- objętości, pola powierzchni

5. POWTÓRZENIE PRZED MATURĄ

PRZEWIDYWANE UMIEJĘTNOŚCI UCZNIĄ:

po ukończeniu klasy czwartej uczeń powinien:

- dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne (K/P)
- wyznaczać dziedzinę wyrażenia wymiernego (K)
- sporządzać wykres i odczytywać własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ (K)

- rozwiązywać zadania praktyczne związane z proporcjonalnością odwrotną (P-D)
- rozwiązywać proste równania wymierne (K/P)
- rozwiązywać zadania praktyczne prowadzące do prostych równań wymiernych (K/P)
- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych (K)
- stosować zasadę mnożenia (P-D)
- rozumieć intuicyjnie pojęcie prawdopodobieństwa (K)
- obliczać prawdopodobieństwo w przykładach wykorzystujących klasyczną definicję prawdopodobieństwa (K-R)
- wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, ścianami i odcinkami oraz między odcinkami takimi, jak krawędzie, przekątne, wysokości (P-D)
- opisywać własności podstawowych wielościanów i brył obrotowych (P/R)
- wyznaczać związki miarowe w otaczającej go przestrzeni, wyznaczać miary brył również z zastosowaniem trygonometrii (P-D)
- obliczać pola powierzchni i objętości brył (P/R)
- posługiwać się własnościami figur oraz wyobrażnią do modelowania stosunków geometrycznych, konstruowania graficznego schematu danego układu stosunków przestrzennych (R/D)
- rozumieć potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach (P)
- przewidywać skutki planowanych działań (R)
- wnikliwie analizować problem (D)
- wartościować rozwiązania tego samego zadania różnymi sposobami (D)

4.2 Propozycje metod oceniania

Matematyka jest dyscypliną nauki, w której umiejętności tylko pozornie są łatwe do oceny. Największą trudność sprawia ustalenie, na ile uczeń rozumie to co robi.

Sprawdzanie i ocenianie osiągnięć uczniów jest procesem złożonym i wymaga ono przemyślanych i starannie zaplanowanych narzędzi. Warto zwrócić uwagę, że jego celem jest nie tylko ustalenie stanu wiedzy uczniów, ale także motywowanie uczniów do pracy.

W ocenianiu przydatny będzie powyższy opis założonych osiągnięć uczniów oraz ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia:

STOPIEŃ DOPUSZCZAJĄCY:

Uczeń:

- intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady
- rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji
- rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami
- potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane ?, czego szukamy ?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

STOPIEŃ DOSTATECZNY:

Uczeń:

- podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady, kontrprzykłady



- o podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego
- o wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia
- o zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania
- o sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach
- o korzysta z kalkulatora
- o zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w sytuacjach praktycznych
- o stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych
- o naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji
- o samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne
- o sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania

STOPIEŃ DOBRY:

Uczeń:

- o przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady
- o zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować
- o intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą
- o wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia
- o zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych
- o rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania
- o rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów
- o ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia

STOPIEŃ BARDZO DOBRY:

Uczeń:

- o zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi
- o posługuje się językiem matematycznym w komunikowaniu i tworzeniu informacji
- o samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego
- o przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki
- o potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie
- o korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy)
- o stosuje nowe twierdzenia
- o ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia)
- o zna dowody twierdzeń objętych programem
- o rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody
- o skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania
- o analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań
- o rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych

STOPIEŃ CELUJĄCY;

Uczeń:

- analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji
- zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu
- potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia
- zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć
- buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych
- stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych
- poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania
- uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa

Głównym obszarem oceniania powinny być: wiedza zdobyta przez ucznia, umiejętności pozwalające uczniowi na gromadzenie i pogłębianie wiedzy, umiejętności społeczne i komunikacyjne, a także postaw młodego człowieka, która zgodnie z zapisami MKKE powinna przejawiać szacunek dla prawdy, dążenie do szukania przyczyn oraz oceniania zasadności wnioskowania i działań.

Najłatwiej ocenić wiedzę, trudniej pozostałe obszary. Aby móc to uczynić należy stosować aktywne metody nauczania. Podczas dyskusji, pracy w grupach czy autoprezentacji można ocenić umiejętność komunikacji, argumentowania, umiejętności społeczne. Ocenie podlega wówczas zaangażowanie w realizację zadań, odpowiedzialność za pracę.

Ważne jest aby :

- system oceniania był jasny dla ucznia i rodziców
- posługiwać się różnorodnymi środkami oceniania, np. sprawdziany pisemna (testy, kartkówki, prace klasowe), odpowiedzi ustne (referaty, odpowiedzi z kilku ostatnich lekcji, prezentacja rozwiązań zadania, dyskusja nad rozwianiem problemu), praca w grupach, prace domowe, aktywność na zajęciach, wykonanie pomocy naukowych, udział w konkursach.

Ponieważ egzamin maturalny jest egzaminem pisemnym, więc dużą wagę należy przywiązywać do prac pisemnych.

Jeśli chcemy stworzyć system przejrzysty dla uczniów, możemy ustalić odpowiednie wagi dla poszczególnych rodzajów ocen i obliczać ocenę końcową jako średnią ważoną.



5 Procedura ewaluacji programu nauczania

Ewaluacja jest procesem wartościowania programów nauczania przez odbiorców: nauczycieli, uczniów i rodziców, w celu podejmowania decyzji o doborze lub modyfikacji programu.

Etapy ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Zakres ewaluacji	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze
przed rozpoczęciem ewaluacji programu	autorski program nauczania	<ul style="list-style-type: none">• struktura programu• zasoby realizatora programu• cele ogólne i szczegółowe programu• trafność doboru materiału do założonych celów• metody nauczania i środki dydaktyczne• ocena skuteczności programu	<ul style="list-style-type: none">• budowa programu• informacja o realizatorze programu i jego doświadczeniu zawodowym• spójność celów nauczania z podstawą programową, standardami wymagań egzaminacyjnych oraz realizacją kluczowych kompetencji• atrakcyjność metod i form pracy	analiza danych z arkusza oceny programu
w czasie realizacji programu	Skuteczność programu	<ul style="list-style-type: none">• organizacja i przebieg procesu nauczania• poziom wykorzystania zdobytej wiedzy w praktyce	<ul style="list-style-type: none">• wykorzystanie metod aktywizacyjnych• dobór zadań i ich tematyki	<ul style="list-style-type: none">• analiza dokumentacji• testy sprawdzające wiedzę i umiejętności uczniów
na koniec realizacji programu		<ul style="list-style-type: none">• poziom rozwoju uczniów w zakresie rozwoju kluczowych kompetencji• trafność działań wychowawczych programu	<ul style="list-style-type: none">• rozwinięcie kompetencji kluczowych w zakresie wiedzy, umiejętności i postaw	<ul style="list-style-type: none">• analiza dokumentacji• ankieta do uczniów• testy sprawdzające wiedzę i umiejętności
Po pewnym czasie od realizacji programu		<ul style="list-style-type: none">• trwałość zmian w zakresie zdobytej wiedzy i umiejętności	<ul style="list-style-type: none">• wykorzystanie zdobytej wiedzy	<ul style="list-style-type: none">• analiza wyników egzaminów zewnętrznych



6 Oprzyrządowanie programu

Realizacja proponowanego programu nauczania nie wymaga specjalnych warunków bazowych. Można wykorzystać modele brył, plansze, foliogramy, roczniki statystyczne, tablice i diagramy, kalkulatory. Ważnym jednak celem kształcenia jest zapoznanie z TI. W wypadku matematyki ważne jest zastosowanie komputerów i kalkulatorów graficznych.

Pomocą w realizacji programu będą przygotowane narzędzia w postaci podręczników, zbiorów zadań, zeszytów ćwiczeń oraz poradników adresowanych do nauczycieli. W związku z realizacją MKKE dość często pojawiać się będzie konieczność tworzenia własnych materiałów.



Bibliografia

- [1] Komorowska H., *O programach prawie wszystko*. WSiP, Warszawa 1999.
- [2] Ornstein A. C., Hunkins F. P., *Program szkolny. Założenia, zasady, problematyka*, WSiP, Warszawa 1998.
- [3] Siwek H., *Czynnościowe nauczanie matematyki*, WSiP, Warszawa 1998.
- [4] Sobczak M., *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, WSEI, Lublin 2009.
- [5] Uliasz R., Kamieńska B., *Matematyka w praktyce, czyli – po co ja się tego uczę?*, Wydawnictwo NOWIK, Opole 1999.
- [6] Walter D. F., *Program i cele kształcenia*, WSiP, Warszawa 2000.



Autor
Beata Łukawska

MATEMATYKA

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

**Zespół Szkół Agrotechnicznych i Gospodarki
Żywnościowej w Radomiu
Technikum Architektury Krajobrazu**

*Koordynator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Wstęp.....	5
Uwarunkowania realizacji programu.....	6
1 Cele ogólne	9
2 Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania	10
3 Ramowy rozkład materiału nauczania.....	12
4 Treści nauczania i opis założonych osiągnięć ucznia.....	13
5 Procedury osiągania celów	19
6 Propozycje oceny osiągnięć uczniów	21
7 Oprzyrządowanie programu	24
8 Projekt ewaluacji programu.....	25
Bibliografia.....	26





Wstęp

Współczesny świat stawia młodemu człowiekowi coraz więcej wyzwań. Współpraca państw europejskich powoduje przemieszczanie się ludzi, daje możliwość podejmowania pracy w innych krajach i umożliwia włączanie się w życie zawodowe wszędzie tam, gdzie się znajdują. Realizacja projektu „SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI” i jednocześnie obowiązkowa matura z matematyki od 2010 roku zachęciła mnie do modyfikacji programu nauczania cyklu „MaTeMatyka” DKOS-5002-79/07, autorstwa Wojciecha Babińskiego, Katarzyny Hall i Doroty Ponczek, wydawnictwa Nowa Era. Ideą programu jest przekazanie młodemu człowiekowi takiej wiedzy i takich umiejętności, by mógł on swobodnie i pewnie żyć i działać we współczesnym świecie. Program uwzględnia w pełni edukację matematyczną określoną w podstawie programowej kształcenia ogólnego – Dz.U. Nr 157, poz.1100 oraz standardy wymagań egzaminacyjnych Dz. U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz.1102. Ponadto uwzględnia on rozwijanie kluczowych kompetencji matematycznych zgodnie z zapiskami w dokumencie Parlamentu Europejskiego Na realizację programu w zakresie podstawowym na każdy rok nauki w kl. 1-3 przypadają 2 godziny tygodniowo, w kl. 4 przypadają 3 godziny tygodniowo. Uczestnictwo w tak zaplanowanych i prowadzonych zajęciach pozwoli udoskonalić umiejętności intelektualne, niezbędne do uczenia się przedmiotów zawodowych i da szansę dalszego kształcenia i bycia wartościowym pracownikiem.

Uwarunkowania realizacji programu

Jestem nauczycielem dyplomowanym z 10-letnim stażem pracy jako nauczyciel matematyki. Modyfikując program poddałam szczegółowej analizie podstawę programową dla szkoły gimnazjalnej, by bazować na umiejętnościach jakie powinni posiadać wszyscy uczniowie kończący ten etap nauki oraz zadania, cele i treści zawarte w podstawie programowej dla technikum, by umożliwić realizację wszystkich zagadnień przewidzianych w edukacji matematycznej i uzyskanie przez absolwenta umiejętności uznanych za kluczowe, a określone w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” (MKKE).

Cały czas starałam się pamiętać, że szkoła ponadgimnazjalna kończąca się maturą powinna dawać szeroką wiedzę ogólną i wysoki poziom umiejętności intelektualnych, by umożliwić studiowanie na wyższych uczelniach i przygotować do pracy w nowej rzeczywistości. Tymczasem wielu uczniów przez lata nabiera przekonania, że nie są w stanie nauczyć się matematyki i rezygnują z podejmowania kształcenia na kierunkach technicznych. Dlatego programowi temu przyświeca idea powiązania teorii z praktyką. Zwracam uwagę ucznia na otaczającą go rzeczywistość i prawa w niej rządzące przy odwołaniu się do różnych dyscyplin (fizyki, geografii, ekonomii itp.) aby mógł on formułować problemy językiem matematycznym.

Przy redagowaniu celów szczegółowych, zakresu materiału i osiągnięć uczniów znalazły się kategorie, które są ważne dla projektu SKK oraz kształcenia w zawodzie technik architektury krajobrazu, a nie występują w Podstawie programowej czy standardach wymagań maturalnych.

Program ten realizowany będzie w szkole położonej na peryferiach miasta. Większość uczniów uczęszczających do szkoły to osoby zamieszkujące tereny wiejskie. Wśród uczniów duża część posiada opinię Poradni Psychologiczno- Pedagogicznej z zaleceniem obniżenia wymagań edukacyjnych w stosunku do tych uczniów. Czynniki wpływającymi na przebieg procesu edukacyjnego są także: trudniejszy dostęp do usług edukacyjnych spowodowany pochodzeniem młodzieży z obszarów wiejskich i rodzin ubogich, brak świadomości rodziców o potrzebie kształcenia i podnoszenia kwalifikacji swoich dzieci. Technik architektury krajobrazu będzie przygotowany do projektowania i kształtowania krajobrazu, pielęgnacji terenów zieleni towarzyszących budynkom oraz obiektom przemysłowym i użyteczności publicznej oraz projektowania elementów architektury krajobrazu (parki, ogrody). Opanuje również umiejętności do prowadzenia uproszczonej rachunkowości i kosztorysowania oraz stosowania zasad marketingu w działalności związanej z architekturą krajobrazu.

Kompetencje kluczowe uczniów z matematyki poddawane są analizie na początku edukacji w szkole. Przeprowadzane są w klasach pierwszych w formie testów sprawdzających wiedzę i umiejętności z gimnazjum. Z przeprowadzonej analizy wyników testów wynika, że uczniowie mają trudności z:

- Prawidłowym wykonywaniem podstawowych działań arytmetycznych.
- Czytaniem ze zrozumieniem treści zadań.
- Wykonywaniem obliczeń procentowych.
- Prawidłowym zastosowaniem algorytmu w danym zadaniu.

Analiza ta wskazuje na liczne braki kompetencji kluczowych, które są konsekwencją nie przyswojenia materiału z wcześniejszych lat nauki. Dlatego też opracowany program jest tak zbudowany, że klasa pierwsza to praktycznie powtórzenie materiału z zakresu gimnazjum dzięki czemu uczniowie, którzy mają braki powinni je w tym czasie uzupełnić. W klasach kolejnych następuje poszerzenie wiadomości o nowe zagadnienia bazując na podstawach z zakresu klasy pierwszej. Ponadto istnieje korelacja międzyprzedmiotowa w zakresie matematyki z przedmiotami zawodowymi.

To na szkole spoczywa obowiązek kształtowania takich umiejętności. Dlatego modyfikowany program jest pisany w taki sposób by treści przedmiotowe były nierozdzielnie splecione z umiejętnościami kluczowymi. Uczniowie świadomie powinni koncentrować się jednocześnie zarówno na treściach jak i na procesie pracy. Istnieje także potrzeba nauczania ich pokazywania, opisywania, dokumentowania tego co zrobili. W tym celu szkoła powinna otrzymać wsparcie na rozszerzenie swojej oferty edukacyjnej o elementy wykraczające poza standardowy program nauczania. Przyczyni się to do podniesienia jakości nauczania w szkole, a co za tym idzie do lepszych wyników osiąganych przez uczniów, którzy uzyskają dzięki temu większe szanse na kontynuowanie nauki lub podjęcie zatrudnienia.



1 Cele ogólne

Matematyka to nauka dostarczająca narzędzi badań dla nauk technicznych, ekonomicznych i społecznych. Rozwija zdolności poznawcze młodego człowieka, a także uczy dobrej organizacji pracy, wyrabia dociekliwość i kreatywność. Nauczyciel matematyki powinien kierować się nie tylko zapisanymi w podstawie programowej i standardach wymagań ale także pokazywać uczniom, że umiejętności matematyczne są niezbędne w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji, co ma swoje odniesienie w MKKE (matematyczne kompetencje kluczowe w ujęciu dokumentów UE). Zgodnie z MKKE cele są na trzech poziomach **W – WIEDZA** **W1** – rozumienie terminów i pojęć matematycznych, **W2** – dobrze opanowana umiejętność uczenia, **W3** – znajomość miar i struktur, **W4** – znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej, **W5** – świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.

U-UMIEJĘTNOŚCI **U1** – stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny) **U2** – śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny) **U3** – przekazywać komunikaty stosując język matematyczny, **U4** – korzystać z tekstu matematycznego, **P – POSTAWY** **P1** – przejawiać szacunek dla prawdy, **P2** – dążyć do szukania przyczyn, **P3** – oceniać zasadność wnioskowań i działań

	Cele nauczania matematyki	Uwagi
1.	Stworzenie podstaw wiedzy matematycznej w zakresie znajomości i rozumienia terminów i pojęć matematycznych	W1
2.	Doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie technik krajobrazu	W2
3.	Wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego, innych dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie ...	W3, W4
4.	Wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych	U1
5.	Wykształcenie umiejętności i nawyku uzasadniania swoich sądów (istota sądów matematycznych, kategoryczność twierdzeń, jednoznaczność i precyzja definicji)	U2, P1
6.	Rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin wiedzy	U3
7.	Doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym – w tym podręcznikiem – oraz innymi źródłami informacji matematycznej	U4
8.	Wykształcenie umiejętności samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi – umiejętność stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych, poszukiwania dróg ich weryfikacji)	W5, P1, P2
9.	Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń	U1, P1, P2, P3
10.	Kształcenie wyobraźni matematycznej (intuicja zakresie obiektów abstrakcyjnych, wyobraźnia geometryczna dotycząca obiektów płaskich i przestrzennych) oraz przewidywania skutków podejmowanych działań (głównie podczas rozwiązywania problemów matematycznych)	U2, U3, P2

2 Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania

KLASA I

- uporządkowanie i uzupełnienie wiadomości i umiejętności dotyczących działań na liczbach rzeczywistych oraz wyrażeniach algebraicznych;
- rozszerzenie działania potęgowania na potęgi o wykładniku wymiernym;
- rozszerzenie działania pierwiastkowania na pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych;
- utrwalenie umiejętności działań z użyciem procentów;
- doskonalenie umiejętności szacowania wartości liczbowych;
- zapoznanie z zapisem liczb w notacji wykładniczej i działania na takich liczbach;
- wykształcenie umiejętności obliczania wartości logarytmów;
- zapoznanie z wykorzystaniem kalkulatora do obliczeń dotyczących także funkcji trygonometrycznych kąta ostrego;
- uporządkowanie i uzupełnienie wiadomości i umiejętności dotyczących geometrii elementarnej;
- wprowadzenie podstawowych pojęć dotyczących zbiorów i ich zastosowania do zbiorów liczbowych;
- powtórzenie i uzupełnienie wiadomości i umiejętności dotyczących zastosowania równań, nierówności i układów równań liniowych do rozwiązywania różnorodnych problemów;
- wykształcenie umiejętności rozwiązywania równań kwadratowych oraz ich stosowania;
- wykształcenie umiejętności dostrzegania związków i zależności;
- wykształcenie umiejętności opisu sytuacji za pomocą funkcji i rozumienia zależności pomiędzy własnościami funkcji a własnościami opisywanej przez nią sytuacji;
- wykształcenie umiejętności stosowania pojęć i twierdzeń planimetrii do różnorodnych problemów;
- wykształcenie umiejętności zastosowania funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w sytuacjach praktycznych;
- zapoznanie z wykorzystaniem kalkulatora graficznego i komputera do rysowania wykresów funkcji (w miarę możliwości technicznych);
- wykształcenie umiejętności odróżniania twierdzenia od hipotezy, podawania przykładów i kontrprzykładów;
- kształtowanie ścisłości języka matematycznego.

KLASA II

- uzupełnienie wiadomości i umiejętności wykonywania działań dodawania, odejmowania i mnożenia wielomianów;
- uzupełnienie wiadomości i umiejętności z zakresu planimetrii o zagadnienia dotyczące związków wielokątów i okręgów, przekształceń geometrycznych;
- zapoznanie z podstawowymi pojęciami statystyki opisowej;

- wykształcenie umiejętności rozwiązywania równań i nierówności wielomianowych oraz ich stosowania;
- kształcenie umiejętności rozwiązywania problemów prowadzących do poszukiwania ekstremum funkcji kwadratowej;
- wykształcenie umiejętności czytania ze zrozumieniem informacji zawierających dane statystyczne;
- wykształcenie umiejętności stosowania podstawowych pojęć statystyki do opisu różnorodnych sytuacji;
- wykorzystanie własności liczb i wyrażeń algebraicznych do wykonywania obliczeń najprostszym sposobem;
- wykształcenie umiejętności obliczania średnich i parametrów rozproszenia, także za pomocą kalkulatora;
- wykształcenie umiejętności samodzielnego prowadzenia prostych badań statystycznych i przedstawiania ich wyników za pomocą poznanych pojęć.

KLASA III

- wykształcenie wiadomości stosowania elementów geometrii analitycznej;
- uzupełnienie wiadomości i umiejętności z zakresu planimetrii o zagadnienia dotyczące twierdzenia Talesa i podobieństwa;
- wykształcenie umiejętności opisywania różnorodnych zjawisk dyskretnych za pomocą ciągów oraz wykorzystania własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego do badania takich zjawisk;
- wykształcenie umiejętności stosowania metod geometrii analitycznej;
- wykształcenie umiejętności wykorzystania pojęcia podobieństwa.

KLASA IV

- zapoznanie z podstawowymi pojęciami rachunku prawdopodobieństwa i wykształcenie umiejętności ich stosowania;
- wykształcenie umiejętności posługiwania się pojęciami geometrii przestrzennej;
- wykształcenie umiejętności rozwiązywania prostych problemów kombinatorycznych za pomocą zasady mnożenia;
- wykształcenie umiejętności rozwiązywania prostych problemów probabilistycznych za pomocą klasycznej definicji prawdopodobieństwa;
- wykształcenie umiejętności stosowania metod stereometrii;
- wykształcenie umiejętności wykonywania obliczeń dotyczących prawdopodobieństwa;
- wykształcenie umiejętności szacowania liczb niewymiernych spotykanych w obliczeniach geometrycznych;
- wykształcenie umiejętności przekształcania wyrażeń wymiernych.

Dodatkowym szczegółowym celem nauczania w klasie czwartej jest powtórzenie materiału przed egzaminem maturalnym.



3 Ramowy rozkład materiału nauczania

Zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną do ich realizację.

KLASA I (34 tyg. x 2 godz. = 68 godz.)

1	Liczby rzeczywiste	25
2	Język matematyki	10
3	Funkcje	16
4	Funkcja liniowa	13
5	Godziny do dyspozycji nauczyciela	4

KLASA II (33 tyg. x 2 godz. = 66 godz.)

1	Planimetria	23
2	Funkcja kwadratowa	22
3	Wielomiany	18
5	Godziny do dyspozycji nauczyciela	3

KLASA III (30 tyg. x 2 godz. = 60 godz.)

1	Wyrażenia wymierne	16
2	Ciągi liczbowe	18
3	Logarytmy i funkcja wykładnicza	10
4	Planimetria	11
5	Godziny do dyspozycji nauczyciela	5

KLASA IV (26 tyg. x 3 godz. = 78 godz.)

1	Stereometria	25
2	Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka	15
3	Elementy statystyki opisowej	10
4	Przygotowanie do matury	28

4 Treści nauczania i opis założonych osiągnięć ucznia

Klasa 1 – zakres podstawowy 2 godziny tygodniowo

1. Liczby rzeczywiste

- Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory: liczby naturalne, liczby całkowite, liczby wymierne (porównywanie i przedstawianie w różnych postaciach – ułamek zwykły, ułamek dziesiętny), liczby niewymierne (rozpoznawanie liczb niewymiernych, usuwanie niewymierności z mianownika).
- Twierdzenie o rozkładzie liczby naturalnej na czynniki pierwsze.
- Pierwiastki, w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych.
- Obliczenia procentowe. Posługiwanie się pojęciem procentu i punktu procentowego w rozwiązywaniu zadań praktycznych.
- Notacja wykładnicza
- Pojęcie względnego i bezwzględnego błędu przybliżenia. Wyznaczanie przybliżenia dziesiętnego danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również z użyciem kalkulatora).

2. Język matematyki

- Zbiory.
- Oś liczbowa. Przedziały na osi liczbowej.
- Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej. Własności. Interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej. Rozwiązywanie prostych równań i nierówności z wartością bezwzględną.

3. Funkcje

- Pojęcie funkcji. Określanie funkcji (wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym).
- Odczytywanie z wykresu funkcji jej dziedziny, miejsc zerowych, zbioru wartości, wartości największej i wartości najmniejszej w danym przedziale, przedziałów monotoniczności.
- Przesuwanie wykresu wzdłuż osi OX i osi OY. Przekształcenia wykresu funkcji przez symetrię względem osi układu współrzędnych.
- Wektory w układzie współrzędnych, przesuwanie wykresu o wektor.
- Zastosowanie funkcji do opisu zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym.

4. Funkcja liniowa

- Uporządkowanie informacji o funkcji liniowej: sporządzanie wykresu, wyznaczenie wzoru funkcji na podstawie jej wykresu, interpretacja współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego wzoru funkcji liniowej.
- Równanie prostej na płaszczyźnie. Warunek równoległości i warunek prostokątności prostych dla równań w postaci kierunkowej.
- Interpretacja geometryczna układu dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi.

Przewidywane umiejętności ucznia:

po ukończeniu klasy pierwszej uczeń powinien:

- znać pojęcie zbioru i podzbioru i odnosić je do zbiorów liczbowych, zbiorów punktów, zbiorów wyników pomiaru, zbioru wyników doświadczeń;
- wykonywać podstawowe działania na zbiorach;
- wykonywać obliczenia na liczbach rzeczywistych, w szczególności działania na potęgach o wykładnikach całkowitych oraz na pierwiastkach;
- odróżniać liczby wymierne od niewymiernych;
- zamieniać ułamki zwykłe na dziesiętne okresowe i odwrotnie;
- znać pojęcie wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej związek z odległością na osi liczbowej;
- porównywać liczby rzeczywiste;
- szacować wartość wyrażeń liczbowych;
- stosować obliczenia procentowe;
- podawać przykłady funkcji;
- rozumieć pojęcie zmiennej;
- opisywać zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji;
- rysować wykresy funkcji liczbowych zadanych tabelką oraz funkcji przedziałami liniowymi;
- odczytywać z danego wykresu funkcji jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, liczbę rozwiązań równania $f(x)=m$, rozwiązania nierówności $f(x)>0$, $f(x)<0$;
- znajdować na podstawie wykresu funkcji jej wartość największą (najmniejszą);
- przekształcać wykresy funkcji (przesunięcie);
- wyznaczać wzór funkcji liniowej, której wykres spełnia podane warunki;
- rozwiązywać układy równań liniowych i znać interpretację geometryczną takich układów w układzie współrzędnych;
- stosować układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi do rozwiązywania zadań tekstowych;
- planować, zapisywać plan rozwiązania i rozwiązywać zadania nieschematycznie.

Klasa 2 – zakres podstawowy 2 godziny tygodniowo

1. Planimetria

- Twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem. Cechy podobieństwa trójkątów.
- Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.
- Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych
- Wyznaczanie związków miarowych w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii, także w sytuacjach praktycznych.
- Pola figur płaskich

2. Funkcja kwadratowa

- Sporządzanie wykresu funkcji kwadratowej, odczytywanie własności z wykresu.
- Wyznaczanie miejsc zerowych funkcji kwadratowej.
- Wyznaczanie wartości najmniejszej i wartości największej funkcji kwadratowej w przedziale, wykorzystanie tego do rozwiązywania praktycznych zadań optymalizacyjnych.
- Równania i nierówności stopnia drugiego.

- Rozwiązywanie zadań o kontekście praktycznym, prowadzących do równań i nierówności stopnia drugiego.
- Proste równania i nierówności kwadratowe z parametrem.

3. Wielomiany

- Wielomiany. Działania na wielomianach: dodawanie, odejmowanie i mnożenie.
- Rozwiązywanie równań wielomianowych z jedną niewiadomą poprzez rozkład na czynniki, stosując: wyłączanie wspólnego czynnika, grupowanie wyrazów oraz wzory skróconego mnożenia.

Przewidywane umiejętności ucznia: po ukończeniu klasy drugiej uczeń powinien:

- rozumieć pojęcia: odległość punktów, odległość punktu od prostej, długość, obwód, pole, miara kąta, figura płaska,;
- „wymierzać” dane wielkości znanymi jednostkami miar (długości, pola, masy, czasu, prędkości);
- przeliczać (zamieniać) jednostki miar;
- znać własności miar;
- znać twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych;
- obliczać obwody i pola figur płaskich stosując wzory i/lub własności tych figur;
- stosować własności miar w prostych zadaniach i rozumowaniach;
- określać funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;
- znać podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi;
- wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych;
- wyznaczać miarę kąta ostrego, znając wartość funkcji trygonometrycznej tego kąta;
- znając wartość funkcji trygonometrycznej jakiegoś kąta, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta;
- stosować związki między kątem środkowym i wpisanym opartym na tym samym łuku;
- dostrzegać regularność w prostych sytuacjach;
- stosować algorytmy;
- planować, zapisywać plan rozwiązania i rozwiązywać zadania nieschematyczne;
- określać pojęcia i formułować podstawowe twierdzenia dotyczące funkcji kwadratowej;
- rysować wykresy funkcji kwadratowych i odczytywać z wykresów własności funkcji;
- rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe;
- rozwiązywać zadania z treścią prowadzące do poszukiwania ekstremum funkcji kwadratowej;
- zredukować wyrazy podobne i uporządkować wielomian;
- wyznaczać współczynniki i stopień wielomianu;
- dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany;
- rozkładać wielomian na czynniki;
- stosować grupowanie wyrazów i wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias w celu rozłożenia wielomianu na czynniki;
- stosować wzory skróconego mnożenia w celu rozłożenia wielomianu na czynniki;
- odczytywać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej;
- rozwiązywać proste równania wielomianowe.

Klasa 3 – zakres podstawowy 2 godziny tygodniowo

1. Wyrażenia wymierne

- Proporcjonalność odwrotna, jej wykres i własności.
- Rozwiązywanie zadań praktycznych związanych z proporcjonalnością odwrotną.
- Wyrażenia wymierne i ich dziedzina. Wyznaczanie wartości liczbowej wyrażenia wymiernego.
- Działania na wyrażeniach wymiernych.
- Rozwiązywanie prostych równań wymiernych
- Rozwiązywanie zadań o kontekście praktycznym, prowadzących do rozwiązywania prostych równań wymiernych.

2. Funkcje wykładnicze i logarytmy

- Potęga o wykładniku rzeczywistym i jej własności.
- Pojęcie i własności logarytmu.
- Definicja i wykresy funkcji wykładniczych
- Rozwiązywanie zadań o kontekście praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczych.

3. Ciągi liczbowe

- Definicja i przykłady ciągów liczbowych.
- Ciąg arytmetyczny i geometryczny.
- Wzór na n – ty wyraz ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego.
- Wzór na sumę n początkowych wyrazów tych ciągów.
- Procent składany. Oprocentowanie lokat i kredytów.

4. Planimetria

- Zastosowanie własności kątów środkowych, kątów wpisanych oraz kąta między styczną a cięciwą.
- Odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej.
- Współrzędne środka odcinka.
- Równanie okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

Przewidywane umiejętności ucznia:

po ukończeniu klasy trzeciej uczeń powinien:

- dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- wyznaczać dziedzinę wyrażenia wymiernego;
- sporządzać wykres i odczytywać własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$;
- rozwiązywać zadania praktyczne związane z proporcjonalnością odwrotną;
- rozwiązywać proste równania wymierne;
- rozwiązywać zadania praktyczne prowadzące do prostych równań wymiernych;
- szkicować wykres dowolnej funkcji wykładniczej;
- wyjaśniać, w jaki sposób własności funkcji wykładniczej zależą od liczby a ;
- wykorzystywać własności funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań;
- stosować pojęcie logarytmu;
- stosować wzory na logarytm iloczynu, ilorazu itd.;
- wyznaczać wyrazy ciągu liczbowego zadanego wzorem;
- podawać przykłady ciągów skończonych i nieskończonych;
- rozumieć pojęcie ciągu arytmetycznego i geometrycznego, podawać i rozpoznawać przykłady;

- potrafi utworzyć kolejny wyraz ciągu arytmetycznego (geometrycznego), znając pierwszy wyraz i różnicę (iloraz);
- znać wzór ogólny ciągu arytmetycznego (geometrycznego), znaleźć wzór takiego ciągu;
- znać i stosować zależność między trzema sąsiednimi wyrazami ciągu arytmetycznego (geometrycznego);
- stosować własności ciągu geometrycznego do zadań związanych z bankowością, w szczególności korzystać z pojęcia procentu składanego;
- obliczać odległość między punktami o danych współrzędnych;
- rozwiązywać zadania związane z odległością punktów w układzie współrzędnych;
- znajdować punkt symetryczny do danego względem: osi, początku układu współrzędnych, danego punktu, danej prostej;
- rozwiązywać zadania dotyczące symetrii w układzie współrzędnych;
- rysować okrąg o równaniu danym w postaci kanonicznej i ogólnej;
- rozwiązywać proste zadania dotyczące równania okręgu np. znajdowanie punktów wspólnych prostej i okręgu.

Klasa 4 – zakres podstawowy 3 godziny tygodniowo

1. Stereometria

- Własności podstawowych figur przestrzennych: graniastosłupów (prostych, prawidłowych) i ostrosłupów.
- Wzajemne położenie krawędzi i ścian brył; kąt nachylenia prostej do płaszczyzny i kąt dwuścienny.
- Własności brył obrotowych: kuli, walca, stożka.
- Wyznaczanie związków miarowych w bryłach z zastosowaniem trygonometrii.

2. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka

- Elementy kombinatoryki: zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych.
- Zasada mnożenia.
- Definicja klasyczna prawdopodobieństwa i jej zastosowanie do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych.

3. Elementy statystyki opisowej

- Odczytywanie i interpretowanie danych statystycznych z tabel, diagramów i wykresów.
- Przedstawianie danych empirycznych w postaci tabel, diagramów i wykresów.
- Obliczanie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany i odchylenia standardowego (liczone z próby); interpretacja tych parametrów.

Przewidywane umiejętności ucznia:

po ukończeniu klasy czwartej uczeń powinien:

- wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, ścianami i odcinkami oraz między odcinkami takimi, jak krawędzie, przekątne, wysokości;
- opisywać własności podstawowych wielościanów i brył obrotowych;
- wyznaczać związki miarowe w otaczającej go przestrzeni, wyznaczać miary brył również z zastosowaniem trygonometrii;
- obliczać pola powierzchni i objętości brył;



- posługiwać się własnościami figur oraz wyobrażnią do modelowania stosunków geometrycznych, konstruowania graficznego schematu danego układu stosunków przestrzennych;
- rozumieć potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach
- przewidywać skutki planowanych działań;
- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- stosować zasadę mnożenia;
- rozumieć intuicyjnie pojęcie prawdopodobieństwa;
- obliczać prawdopodobieństwo w przykładach wykorzystujących klasyczną definicję prawdopodobieństwa;
- krytycznie analizować badania statystyczne i ich graficzne reprezentacje;
- operować podstawowymi charakterystykami liczbowymi zestawu danych;
- przedstawiać dane w postaci tabel i diagramów;
- opracowywać statystycznie nieskomplikowane problemy;
- wyrażać w języku matematycznym informacje podane werbalnie, rysunkiem, schematem, tabelą, diagramem oraz zaobserwowane w rzeczywistości;
- tworzyć wypowiedzi matematyczne i wartościuje je;
- weryfikować zgromadzone dane;
- protestować w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi;
- wytrwale poszukiwać informacji;
- wnikliwie analizować problem;
- wartościować rozwiązania tego samego zadania różnymi sposobami.

5 Procedury osiągnięcia celów

Wybierając sposoby osiągnięcia celów edukacyjnych należy uwzględniać możliwości i zainteresowania uczniów, nie zapominając o zasadzie stopniowania trudności.

Kompetencje matematyczne określone w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” (MKKE) są zdefiniowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji. Dlatego w doborze metod i form pracy należy zwrócić uwagę na takie, które powszechnie uważa się za najbardziej odpowiednie w nauczaniu matematyki, a także w rozwijaniu MKKE. Dadzą one okazję do wzbogacania zakresu wiedzy, kształtowania i doskonalenia umiejętności oraz postaw składających się na kompetencje kluczowe.

Na lekcjach matematyki mamy doskonałe warunki do tego, aby uczyć kultury dyskusji. Uczniowie przedstawiają różne metody rozwiązania tego samego zadania a naszym obowiązkiem jest wysłuchać wszystkich propozycji i wspólnie z zespołem podjąć decyzję, w jaki sposób ostatecznie dany problem rozwiązać. Zwracamy uwagę na język matematyczny, precyzyjne formułowanie myśli, logiczną konstrukcję wypowiedzi. Kształcimy w ten sposób umiejętność komunikacji, współdziałania grupie.

Osiągnięcie założonych celów edukacyjnych i wychowawczych jest możliwe dzięki stosowaniu na lekcjach matematyki różnorodnych metod nauczania i odpowiedniego doboru form pracy. Ta różnorodność wpłynie nie tylko na atrakcyjność przedmiotu, ale również zaktywizuje uczniów w procesie uczenia się.

Jak najwięcej czasu należy poświęcić na ćwiczenia podstawowych umiejętności. Szczególną uwagę należy zwrócić na umiejętności praktyczne ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie technik pojazdów samochodowych. Ćwiczenia wywołują aktywność odtwórczą i twórczą uczniów w sytuacjach odpowiednio dobranych. Pozwalają dostrzegać różnorodne zastosowania nabywanej wiedzy i budować przekonanie o jej użyteczności, a tym samym o celowości systematycznej nauki. Osiągnięcie tych celów, które wskazują MKKE, musi być poprzedzona rekonstrukcją zestawu ćwiczeń i zadań dotychczas używanych w nauczaniu matematyki.

W kształtowaniu umiejętności posługiwania się obiektami geometrycznymi, zwłaszcza w przypadku stereometrii, należy posługiwać się modelami figur.

Wykład można wykorzystać przy wprowadzaniu nowych, trudnych pojęć i faktów, prezentacji wzorów analitycznego i syntetycznego myślenia, wzorcowych sposobów rozwiązań. Ta metoda jest ważna z punktu widzenia dalszej nauki. Na uczelniach jest stosowana powszechnie, zatem uczeń powinien być przygotowany do korzystania z wykładu.

Ważną metodą jest metoda projektu, w której uczniowie (w grupach lub indywidualnie) wykonują prace długoterminowe. Kształci i doskonali ona wiele umiejętności kluczowych, między innymi: samodzielne poszukiwanie dodatkowych wiadomości i umiejętności, odpowiedzialności, organizacji pracy, a także prawidłowego wnioskowania.

Metody aktywizujące uczniów takie jak pogadanka, dyskusja, dobrze przygotowane mogą służyć wytworzeniu sytuacji problemowej lub sprawdzeniu efektów uczenia się. Rozwijają umiejętności komunikacyjne, dobierania argumentacji, jasnego wypowiedzania

własnych sądów, umiejętności podejmowania decyzji. Ożywiają lekcję, mobilizują uczniów.

Wdrażaniem do samorealizacji jest praca z tekstem matematycznym. Korzystanie z tekstu matematycznego jest jedną z kompetencji należących do MKKE. Polega ona na samodzielnym zapoznaniu się z definicjami i twierdzeniami oraz ze sposobami rozwiązywania zadań. Kształci umiejętność czytania ze zrozumieniem, analizowania oraz śledzenia algorytmów. Rozwija aktywność twórczą, samodzielność i wytrwałość w zdobywaniu nowej wiedzy, wdraża do samokształcenia.

Wybrane przez nauczyciela metody muszą uwzględniać także korzystanie z nowoczesnych TI. Kierować się tu należy możliwościami technicznymi. Warto jednak dążyć do szerszego wykorzystania komputerów i kalkulatorów graficznych, zwłaszcza do rozwiązywania dotyczących sytuacji rzeczywistych (technika, ekonomia, itp.)

Zgodnie z MKKE uczeń powinien mieć świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź, dlatego pojęcia matematyczne poznawane na IV etapie edukacyjnym powinny być przedstawiane w zastosowaniach do sytuacji z ekonomii, techniki czy życia codziennego. Problem stosowania głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych jest także szczególnie ważna dla rozwijania MKKE.

Z wyborem metod nauczania ściśle wiąże się odpowiedni dobór form pracy. Wśród nich można wyróżnić: pracę nauczyciela z całą klasą, pracę w grupach oraz indywidualną. W sytuacji, gdy nauczyciel nastawiony jest na realizację nowatorskich założeń –rozwijanie MKKE – każda z tych form pracy ma ogromne walory kształcące i wychowawcze:

- praca z całą klasą: sprzyja nawiązywaniu więzi uczniowskich, angażuje wszystkich uczniów, którzy kształcą umiejętność porządkowania informacji, formułowania i zadawania pytań;
- praca w grupach: uczy organizacji pracy, podziału obowiązków, odpowiedzialności za powierzone zadania, komunikacji między członkami grupy, zasady współpracy partnerskiej;
- praca indywidualna: pozwala na samodzielne poszukiwania odpowiedzi na postawione pytania, zmusza do własnych przemyśleń, zastanowienia się nad problemem i sposobem jego rozwiązania, utwaleniem już zdobytej wiedzy, wyrabia też nawyk odpowiedzialności za siebie, za swoją wiedzę i umiejętności.

6 Propozycje oceny osiągnięć uczniów

Matematyka jest dyscypliną nauki, w której umiejętności tylko pozornie są łatwe do oceny. Największą trudność sprawia ustalenie, na ile uczeń rozumie to co robi.

Sprawdzanie i ocenianie osiągnięć uczniów jest procesem złożonym i wymaga ono przemyślanych i starannie zaplanowanych narzędzi. Warto zwrócić uwagę, że jego celem jest nie tylko ustalenie stanu wiedzy uczniów, ale także motywowanie uczniów do pracy.

W ocenianiu przydatny będzie powyższy opis założonych osiągnięć uczniów oraz ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia:

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- o intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady
- o rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji
- o rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami
- o potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania
- o stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- o podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady, kontrprzykłady
- o podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego
- o wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia
- o zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania
- o sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach
- o korzysta z kalkulatora
- o zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w sytuacjach praktycznych
- o stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych
- o naśladowuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji
- o samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne
- o sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania

Stopień dobry:

Uczeń:

- o przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady
- o zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować
- o intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą

- o wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia
- o zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych
- o rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania
- o rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów
- o ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- o zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi
- o posługuje się językiem matematycznym w komunikowaniu i tworzeniu informacji
- o samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego
- o przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki
- o potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie
- o korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy)
- o stosuje nowe twierdzenia
- o ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia)
- o zna dowody twierdzeń objętych programem
- o rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody
- o skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania
- o analizuje i doskonali swoje rozwiązania , analizuje liczbę rozwiązań
- o rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych

Stopień celujący;

Uczeń:

- o analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji
- o zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu
- o potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia
- o zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć
- o buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych
- o stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych
- o poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania
- o uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa

Głównym obszarem oceniania powinny być: wiedza zdobyta przez ucznia, umiejętności pozwalające uczniowi na gromadzenie i pogłębianie wiedzy, umiejętności społeczne i komunikacyjne, a także postaw młodego człowieka, która zgodnie z zapisami MKKE powinna przejawiać szacunek dla prawdy, dążenie do szukania przyczyn oraz oceniania zasadności wnioskowania i działań.

Najłatwiej ocenić wiedzę, trudniej pozostałe obszary. Aby móc to uczynić należy stosować aktywne metody nauczania. Podczas dyskusji, pracy w grupach czy autoprezentacji można ocenić umiejętność komunikacji, argumentowania, umiejętności społeczne. Ocenie podlega wówczas zaangażowanie w realizację zadań, odpowiedzialność za pracę.



Ważne jest aby :

- system oceniania był jasny dla ucznia i rodziców
- posługiwać się różnorodnymi środkami oceniania, np. sprawdziany pisemne (testy, kartkówki, prace klasowe), odpowiedzi ustne (referaty, odpowiedzi z kilku ostatnich lekcji, prezentacja rozwiązań zadania, dyskusja nad rozwiązaniem problemu), praca w grupach, prace domowe, aktywność na zajęciach, wykonanie pomocy naukowych, udział w konkursach.

Ponieważ egzamin maturalny jest egzaminem pisemnym, więc dużą wagę należy przywiązywać do prac pisemnych.

Jeśli chcemy stworzyć system przejrzysty dla uczniów, możemy ustalić odpowiednie wagi dla poszczególnych rodzajów ocen i obliczać ocenę końcową jako średnią ważoną.



7 Oprzyrządowanie programu

Realizacja proponowanego programu nauczania nie wymaga specjalnych warunków bazowych. Można wykorzystać modele brył, plansze, foliogramy, roczniki statystyczne, tablice i diagramy, kalkulatory. Ważnym jednak celem kształcenia jest zapoznanie z TI. W wypadku matematyki ważne jest zastosowanie komputerów i kalkulatorów graficznych.

Pomocą w realizacji programu będą przygotowane narzędzia w postaci podręczników, zbiorów zadań, zeszytów ćwiczeń oraz poradników adresowanych nauczycieli. W związku z realizacją MKKE dość często pojawiać się będzie konieczność tworzenia własnych materiałów.

8 Projekt ewaluacji programu

W trakcie realizacji programu:

- Uczniowie wypełniać będą ankiety ewaluacyjne wstępne i końcowe
- Prowadzone będą dyskusje, rozmowy i obserwacje uczniów (wykorzystane zostaną narzędzia pomiaru w postaci kart samooceny ucznia oraz kart obserwacji uczniów).
- Zastosowane zostaną testy osiągnięć szkolnych.
- Ewaluacja podsumowująca – w wyniku pomiaru osiągnięć uczniów dokonam analizy efektów końcowych.
- Dokonam samooceny.

Aby ewaluacja była skuteczna, musi charakteryzować się następującymi cechami:

- Użyteczność – czy wyposaża ucznia w wiadomości i umiejętności przydatne w życiu.
- Integracja – czy zagadnienia są interdyscyplinarne.
- Ciekawość – czy wyzwala spontaniczną aktywność uczniów, dociekliwość, rozwija zainteresowania. Co utrudnia i co ułatwia jego realizację. Czy stosowane metody i techniki są skuteczne.

Pomiary ewaluacji związane ze zdobyciem wiedzy można przeprowadzić w sposób jakościowy i ilościowy, określając stan początkowy i końcowy.

Podczas realizacji programu ważne jest kształtowanie pozytywnych postaw lub zmianę negatywnych na pozytywne, a ich utrwalenie można przyjąć za jedną z form procesu wychowania. W takiej sytuacji możemy mówić o końcowej ocenie postaw. Przez cały czas należy dokonywać analizy, czy podjęte działania nastawione na tworzenie pewnych modeli zachowań są skuteczne.



Bibliografia

- [1] Sobczak M., *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki.*
- [2] Przychoda A., Łaszczyk Z., *Matematyka – program nauczania*, wyd. WSiP.
- [3] Babiński W., Ponczek D., *Matematyka – program nauczania*, wyd. Nowa Era.
- [4] Kłaczek K., Kurczak M., *Matematyka – program nauczania*, wyd. Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro.

Autor
Justyna Sułek

MATEMATYKA

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

**Technikum Architektury Krajobrazu w Zespole Szkół
Rolniczo-Technicznych im. Bohaterów Walki
z Faszyzmem w Zwoleniu**

*Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Wprowadzenie	5
1 Uwarunkowania realizacji programu.....	7
2 Cele ogólne	9
3 Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania	11
4 Materiał nauczania.....	13
5 Szczegółowe treści nauczania i przewidywane osiągnięcia ucznia.....	16
6 Procedury osiągania celów	27
7 Pomiar osiągnięć ucznia	31
8 Oprzyrządowanie programu	42
9 Ewaluacja.....	43
Bibliografia.....	44



Wprowadzenie

Nazywam się Justyna Monika Sułek. Jestem nauczycielem kontraktowym w Zespole Szkół Rolniczo-Technicznych im. Bohaterów Walki z Faszyzmem w Zwoleniu. Pracuję jako nauczyciel matematyki od 1 września 2003 roku. Ukończyłam w czerwcu 2003 roku Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki na Uniwersytecie Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie. Poniżej przedstawiam zmodyfikowany program nauczania matematyki.

Autorski program nauczania matematyki spełnia wymogi określone w Rozporządzeniu Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102) oraz z dnia 8 czerwca 2009 r. w sprawie dopuszczenia do użytku szkolnego programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczenia do użytku publicznego podręczników (Dz.U. Nr 89, poz.730).

Pisząc ten program został również uwzględniony fakt, że Parlament Europejski i Rada Europy w grudniu 2006 r. zaleciły państwom członkowskim Unii Europejskiej rozwijanie kompetencji kluczowych, których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia. Kompetencje matematyczne zdefiniowane są w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” jako: umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji.

Prezentowany program nauczania matematyki powstał w ramach projektu „**SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI. Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej**”. Jest to projekt finansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego i Budżetu Państwa. Głównym jego celem jest zwiększenie dostępności do rozwoju kompetencji kluczowych uczniów szkół ponadgimnazjalnych o profilu zawodowym w Polsce Wschodniej. Zgodnie z założeniami reformy edukacji główną ideą programu jest przekazanie takiej wiedzy i takich umiejętności aby młody człowiek mógł swobodnie żyć i funkcjonować we współczesnym świecie. Program kładzie więc większy nacisk na kształcenie umiejętności praktycznych oraz dostrzeganie związków matematyki z innymi przedmiotami i dziedzinami życia. Z uwagi na to, że program skierowany jest do klasy o profilu Architektura Krajobrazu, zostaną dokonane pewne przesunięcia w materiale oraz na pewne partie materiału będzie trzeba zwrócić szczególną uwagę oraz wielokrotnie do nich wracać i powtarzać je. Związane to jest przede wszystkim z potrzebami przedmiotów zawodowych.

Zmiany w dzisiejszych czasach postępują tak szybko, że uczniowie muszą być na nie przygotowani. Rynki pracy w całej Europie i na świecie stoją dla nich otworem, więc uczestnictwo w programie Szkoła Kluczowych Kompetencji sprawi, że dzięki niemu uczniowie nabiorą takich umiejętności matematycznych, że będą w stanie sprostać wymaganiom stawianym przez „dzisiejszych” i „jutrzejszych” pracodawców.

Program ten jest modyfikacją „Matematyka - program nauczania dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Zakres podstawowy” autorstwa Moniki Ciołkosz, Pawła Ciołkosz, Anny Jatczak, Piotra Pyrdoł wydawnictwa Operon. Bardzo ważnym aspektem modyfikacji powyższego programu było dostosowanie go do

kształcenia w zawodzie technik architektury krajobrazu. Nauczanie matematyki powinno wspierać teoretyczną i praktyczną naukę zawodu poprzez odpowiedni dobór zadań i korelację z przedmiotami zawodowymi. Ważne jest ćwiczenie w uczniach umiejętności rozwiązywania zadań podkreślających praktyczne zastosowania matematyki oraz jej przydatność w kształconej specjalności zawodowej. Poprzez wskazywanie związku wiedzy matematycznej z codziennym życiem mamy większe szanse na rozbudzenie w uczniach aktywności i zainteresowania przedmiotem.

W dzisiejszych czasach to komputer stał się atrakcyjnym nośnikiem wiedzy dla uczniów. Częsty, bezpośredni kontakt z komputerem pozwala im na oswojenie się z techniką komputerową, pojęciami i terminami informatycznymi. Pozwala też na traktowanie peceta jako pomocnego narzędzia pracy. Matematyka jest dziedziną nauczania, która może szczególnie z tej okoliczności skorzystać. Komputerowe programy mogą spełniać dwie zasadnicze funkcje. Po pierwsze, powinny służyć jako nowoczesna i atrakcyjna pomoc dydaktyczna podczas lekcji matematyki w szkole. W drugiej roli – domowego korepetytora, młodzież może je wykorzystać w czasie wolnym od zajęć. Słabszym uczniom takie aplikacje pomogą zrozumieć i utrwalić omawiane w szkole zagadnienia, zdolniejszym – umożliwią poszerzenie swojej wiedzy lub zainspirują do własnych poszukiwań.

Prezentowany program ma układ liniowy. Zachowuje logiczne związki między poszczególnymi tematami i działami. Hasła programowe omawiane w kolejnych latach nie powtarzają się, jednak część treści jest utrwalana poprzez odpowiedni dobór zadań.

Program zakłada rozwinięcie u uczniów matematycznych kompetencji kluczowych, niezbędnych do uczenia się przedmiotów zawodowych, a docelowo umożliwiających dalsze kształcenie lub bycie wartościowym pracownikiem. Z tego powodu zakres materiału jest ograniczony do potrzeb kształcenia w technikum na poziomie podstawowym, obejmując wszystkie treści przewidziane w Podstawie Programowej. Układ materiału zapewnia realizację założonych celów nauczania oraz korelację z przedmiotami zawodowymi.



Uwarunkowania realizacji programu

W kształceniu i szkoleniu zawodowym programy nauczania są pierwszoplanowym elementem, który może mieć decydujący wpływ na jakość, a tym samym efekty pracy dydaktycznej. W miarę zmieniającego się pod wpływem reform gospodarczych i ustrojowych popytu na kwalifikacje, istniejące programy muszą dostosowywać swoje metody i treści nauczania, aby absolwenci mogli znaleźć zatrudnienie oraz kontynuować własny rozwój osobisty i zawodowy. Obecnie uczniowie rozpoczynający naukę matematyki w szkole średniej powinni po ukończeniu gimnazjum reprezentować pewien poziom wiedzy. Powinni biegle liczyć, logicznie myśleć, rozumieć i interpretować proste teksty matematyczne. Rzeczywistość jest jednak zdecydowanie inna. Duża grupa uczniów nie umie wykonywać podstawowych działań na liczbach całkowitych czy ułamkach zwykłych i dziesiętnych, nie zna kolejności wykonywania działań, nie potrafi odejmować czy dzielić pisemnie. Są problemy nawet z tabliczką mnożenia. Dowodzi tego sprawdzian przeprowadzony w klasach pierwszych z zakresu materiału: tabliczka mnożenia, działania na liczbach całkowitych, pisemne wykonywanie działań. Wyniki prezentuje poniższa tabela:

ocena	5	4	3	2	1
Procent uczniów, którzy otrzymali daną ocenę	0	9,4	28,1	18,75	43,75

W wielu przypadkach uczniowie uczą się odtwórczo, zapamiętując podane rozwiązania. Nie myślą nad tym co mają zrobić w danym przypadku i nawet wielokrotne tłumaczenia i wyjaśnienia przynoszą efekt krótkotrwały.

Zaległości i braki w edukacji nie są jedyną przyczyną niepowodzeń. Bardzo często uczniowie z góry zakładają, że nie są w stanie przyswoić pewnych treści i nie próbują nawet ich zrozumieć.

Brak dodatkowych zajęć z matematyki, mała liczba godzin w szkolnym planie nauczania spowodowały, że uczniowie nie nadrabiają zaległości. Nie potrafią powiązać teorii z praktyką, przeprowadzić dłuższego rozumowania. Pomimo stosowania metod aktywizujących większość młodzieży nie potrafi przyswoić bieżących treści nauczania. W związku z tym wśród uczniów dobrze radzących sobie z przedmiotem mały procent wybierał matematykę jako przedmiot dodatkowy na maturze. Zestawienie z trzech lat świetnie to obrazuje:

Rok szkolny	2005/2006	2006/2007	2007/2008
Liczba wszystkich maturzystów w szkole	83	108	95
Liczba osób, które wybrały matematykę	1	5	7
Zdawalność na egzaminie	100%	100%	86%

Innym, bardzo ważnym aspektem jest również to, że w Zespole Szkół Rolniczo-Technicznych w Zwoleniu uczy się młodzież pochodząca z obszarów wiejskich i ubogich rodzin. Rodzice nie widzą potrzeby kształcenia i podnoszenia kwalifikacji swoich dzieci. Duża liczba uczniów osiąga niską liczbę punktów z egzaminu gimnazjalnego. Młodzież nie wie jak zorganizować sobie naukę, jak odrabiać prace domowe i efektywnie się uczyć. Brak zajęć pozalekcyjnych, brak spójności między treściami edukacyjnymi a rzeczywistymi zainteresowaniami młodzieży nie pozwalają na rozwinięcie u uczniów tych umiejętności. Ze względu na ograniczone możliwości w dostępie do Internetu, starą konfigurację sprzętu komputerowego i przestarzałe oprogramowanie, uczniowie nie potrafią operować informacjami i rozwiązywać problemów za pomocą technologii informacyjnej. Innym ważnym elementem jest również brak potrzebnych pomocy dydaktycznych i słabe wyposażenie pracowni.

Pozytywnym aspektem jest to, że w Zespole Szkół Rolniczo-Technicznych pracuje wysoko wykwalifikowana kadra pedagogiczna. Wszyscy nauczyciele posiadają pełne kwalifikacje do nauczania przedmiotów ogólnokształcących, zawodowych lub praktycznej nauki zawodu.

Uczestnictwo w programie pozwoli po części zniwelować te braki. Wyposażenie uczniów w pomoce naukowe, zakupienie pomocy dydaktycznych do pracowni, dostosowanie programów nauczania do potrzeb zawodowych czy udział uczniów w obozach naukowych sprawi, że młodzież zainteresuje się matematyką i chętnie będzie się jej uczyć.

1 Cele ogólne

Celem głównym tego programu jest rozwinięcie u uczniów kluczowych kompetencji matematycznych.

„Kompetencje matematyczne obejmują umiejętności rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Istotne są zarówno proces i czynność, jak i wiedza, przy czym podstawę stanowi należyte opanowanie umiejętności liczenia. Kompetencje matematyczne obejmują w różnym stopniu – zdolność i chęć wykorzystania matematycznych sposobów myślenia (myślenie logiczne i przestrzenne) oraz prezentacji (wzory, modele, wykresy, tabele). Konieczna wiedza w dziedzinie matematyki obejmuje solidną umiejętność liczenia, znajomość miar i struktur, głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej, rozumienie terminów i pojęć matematycznych, a także świadomość pytań na które matematyka może dać odpowiedź.

Osoba powinna posiadać umiejętność stosowania głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych, a także śledzenia i oceniania ciągów argumentów. Powinna ona być w stanie rozumować w matematyczny sposób, rozumieć dowód matematyczny i komunikować się językiem matematycznym oraz korzystać z odpowiednich pomocy”

Kompetencje są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji:

Wiedza:

- W1: Rozumienie terminów i pojęć matematycznych,*
- W2: Dobrze opanowana umiejętność liczenia,*
- W3: Znajomość miar i struktur,*
- W4: Znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,*
- W5: Świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.*

Umiejętności:

- U1: Stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),*
- U2: Śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny),*
- U3: Przekazywać komunikaty stosując język matematyczny,*
- U4: Korzystać z tekstu matematycznego.*

Postawy:

- P1: Przejawiać szacunek do prawdy,*
- P2: Dążyć do szukania przyczyn,*
- P3: Oceniać zasadność wnioskowań i działań.*

W trakcie realizacji programu dążyć będziemy zatem do:

- Stworzenia podstaw wiedzy matematycznej na takim poziomie, aby możliwe było osiągnięcie sukcesu na dalszych etapach edukacji (P1)
- Rozbudzania i kształtowania zainteresowań matematycznych i informatycznych ucznia,(P2)

- Wykształcenia umiejętności samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi (umiejętność wykorzystania technologii informacyjnej) (P1),
- Wykształcenia umiejętności zastosowania komputera na matematyce i jako pomoc naukową w domu,
- Zapoznania z oprogramowaniem kształcącym treści matematyczne,
- Rozwijania sprawności rachunkowych w których występuje planowanie obliczeń. Sprawności te są powiązane z możliwością wykorzystania programów komputerowych lub kalkulatorów (W2)
- Kształtowania umiejętności odczytywania informacji bezpośrednio wynikających z treści zadania, zastosowania podanych wzorów lub procedur postępowania, ustalania zależności między podanymi informacjami oraz planowania kolejności wykonywania czynności wprost wynikających z treści zadania (U4)
- Kształtowania umiejętności szacowania i przewidywania wyników oraz oceniania przydatności otrzymanych wyników z perspektywy sytuacji dla której zbudowano model (P3)
- Kształtowania umiejętności zastosowania definicji lub twierdzenia w typowych sytuacjach (U1)
- Kształtowania umiejętności dobierania odpowiedniego algorytmu do wskazanej sytuacji (W5),
- Kształtowania umiejętności zbierania, porządkowania, analizy i interpretacji danych (prezentowanie w tabeli, na wykresach, diagramach itp.) (U4),
- Rozwijania uzdolnień ucznia,
- Rozwijania pamięci oraz umiejętności myślenia abstrakcyjnego i logicznego rozumowania (W5)
- Rozwijania wyobraźni matematycznej (W3),
- Aktywizowania ucznia, zachęcanie do wykazywania inicjatywy i realizowania własnych pomysłów (P2),
- Rozwijania umiejętności używania języka matematycznego do opisu pewnych zjawisk z życia codziennego i innych dziedzin wiedzy (W5)
- Rozwijania umiejętności posługiwania się książką, zastosowania programów matematycznych, Internetu (U3),
- Kształcenia umiejętności rozwiązywania zadań matematycznych wymagających wieloetapowego działania oraz wyprowadzania wniosków (P3),
- Kształcenia systematyczności w działaniu,
- Kształtowania umiejętności korzystania z tekstu matematycznego (U3),
- Wykształcenia umiejętności operowania najprostszymi obiektami abstrakcyjnymi (W1),
- Wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji z życia codziennego oraz ich wykorzystania do rozwiązywania problemów praktycznych (W5)
- Wykształcenie umiejętności projektowania obliczeń i ich wykonania (W4).

2 Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania

Przyjęte cele ogólne, dydaktyczne i wychowawcze uwzględniają wszystkie cele edukacyjne i zadania szkoły zawarte w Podstawie Programowej, a także są zgodne ze standardami egzaminacyjnymi. Zostały one uszczegółowione i wyróżniono wśród nich:

- – cele związane z kształceniem matematycznych kompetencji kluczowych zdefiniowanych przez Parlament Europejski
- – cele istotne dla kształcenia w zawodzie technik architektury krajobrazu

Ujęte w programie cele kształcenia obejmują:

1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych.
2. Dobieranie modeli matematycznych do prostej sytuacji i krytycznego oceniania trafności modelu.
3. Interpretowanie tekstów matematycznych i formułowanie uzyskanych wyników.
4. Stosowanie strategii, która jasno ocenia trafność modelu.
5. Prowadzenie prostego rozumowania, składającego się z niewielkiej liczby kroków.

Oprócz celów wymienionych w podstawie programowej powinniśmy dążyć do kształtowania u uczniów:

- Wyobraźni przestrzennej,
- Zdolności logicznego rozumowania i wyciągania wniosków,
- Umiejętności szacowania i przewidywania wyników,
- Spostrzegawczości,
- Umiejętności korzystania z nowoczesnej technologii informacyjnej,
- Umiejętności interpretacji i przetwarzania tekstu matematycznego,
- Umiejętności zbierania, porządkowania i analizy danych,
- Umiejętności dostrzegania związków i analogii w matematyce,
- Umiejętności budowania algorytmów i posługiwania się nimi,
- Umiejętność „przenoszenia” matematyki na inne dziedziny życia,
- Umiejętności logicznego myślenia,
- Umiejętności precyzyjnego formułowania wypowiedzi,
- Rozbudzenia świadomości intelektualnej ukierunkowanej na kontynuację nauki,
- Umiejętności rozwiązywania problemów w sposób twórczy.
- Umiejętności odczytywania i szacowania odległości
- Umiejętności posługiwania się jednostkami miar i przeliczania ich
- Umiejętności posługiwania się własnościami figur oraz wyobraźnią do modelowania stosunków geometrycznych, konstruowania graficznego schematu danego układu stosunków przestrzennych
- Rozwijania umiejętności wykorzystania własności figur płaskich i przestrzennych w sytuacjach praktycznych.

Wśród celów o charakterze wychowawczym i uniwersalnym warto zwrócić uwagę na kształtowanie:

- Systematyczności i porządku w różnych aspektach życia ,
- Precyzji myślenia i wypowiedzania się,



- Umiejętności współpracy w grupie,
- Współodpowiedzialności za siebie i innych,
- Umiejętność podejmowania decyzji, odwagi wypowiedzenia się, stawiania tez i asertywności,
- Umiejętności projektowania i planowania,
- Szacunku do poglądów innych,
- Umiejętności argumentowania,
- Umiejętności obiektywnej postawy wobec własnych opinii,
- Postawy samozadowolenia i samosatysfakcji z własnych osiągnięć,
- Pozytywnej motywacji i wiary we własne możliwości
- Przejawiania szacunku do prawdy,
- Dążenia do szukania przyczyn,
- Dbania o estetykę,
- Umiejętności komunikacji,
- Nabyciu umiejętności dobrej organizacji pracy.

3 Materiał nauczania

Opracowany program jest dostosowany do przydziału godzin z matematyki dla Technikum Architektury Krajobrazu:

Klasa pierwsza, druga i czwarta po 2 godziny.

Klasa trzecia 3 godziny.

Razem 9 godzin w toku nauki.

KLASA PIERWSZA – 2 GODZINY TYGODNIOWO

I.p.	Dział programowy	Liczba godzin
1.	Funkcje trygonometryczne	10
2.	Funkcje	12
3.	Liczby rzeczywiste i wyrażenia algebraiczne	35
4.	Funkcja liniowa i jej własności	13
5.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	5

KLASA DRUGA- 2 GODZINY TYGODNIOWO

I.p.	Dział programowy	Liczba godzin
1.	Funkcja kwadratowa	14
2.	Wielomiany	17
3.	Geometria płaszczyzny	39
4.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	5

KLASA TRZECIA-3 GODZINY TYGODNIOWO

I.p.	Dział programowy	Liczba godzin
1.	Elementy geometrii płaszczyzny	15
2.	Funkcje wymierne	17
3.	Ciągi	20
4.	Funkcja wykładnicza i logarytmiczna	16
5.	Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa	22
6.	Elementy statystyki matematycznej	15
7.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	5

KLASA CZWARTA-2 GODZINY TYGODNIOWO

I.p.	Dział programowy	Liczba godzin
1.	Geometria przestrzenna	20
2.	Przygotowanie do matury	34

Liczby rzeczywiste i wyrażenia algebraiczne

1. Elementy logiki matematycznej.
2. Zbiory. Działania na zbiorach.
3. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory (liczby naturalne, całkowite, wymierne i niewymierne). Rozwinięcie dziesiętne liczb rzeczywistych.
4. Potęga. Działania na potęgach i pierwiastkach.

5. Równania i nierówności wykładnicze.
6. Oś liczbowa. Przedziały liczbowe. Działania na przedziałach.
7. Wartość bezwzględna liczby i jej interpretacja geometryczna.
8. Procent. Procent składany. Zastosowanie procentów do obliczeń bankowych.
9. Przybliżenia. Szacowanie wartości liczbowych. Błąd względny i błąd bezwzględny.
10. Wyrażenia algebraiczne. Wzory skróconego mnożenia.
11. Logarytm. Wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym.

Funkcje i ich własności

1. Pojęcie funkcji. Wykres funkcji liczbowej.
2. Wyznaczanie dziedziny funkcji, zbioru wartości, jej miejsc zerowych, wartości największej i najmniejszej w danym przedziale, przedziałów monotoniczności.
3. Zastosowanie funkcji do opisu zależności w przyrodzie i gospodarce oraz życiu codziennym.
4. Przesuwanie wykresu wzdłuż osi x i osi y .
5. Funkcja liniowa i jej własności.
6. Równania i nierówności stopnia pierwszego z jedną niewiadomą.
7. Układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi.
8. Funkcja wykładnicza i własności.
9. Funkcja logarytmiczna i jej własności.

Funkcje trygonometryczne

1. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.
2. Związki między funkcjami trygonometrycznymi.
3. Najprostsze tożsamości trygonometryczne.
4. Zastosowanie funkcji trygonometrycznych do zadań z życia codziennego.

Funkcja kwadratowa

1. Trójmian kwadratowy-wykres i własności.
2. Postać ogólna, kanoniczna i iloczynowa.
3. Równania i nierówności kwadratowe.
4. Zadania optymalizacyjne.

Wielomiany i funkcje wymierne

1. Wielomiany. Działania na wielomianach.
2. Pierwiastek wielomianu. Rozkład wielomianu na czynniki.
3. Równania wielomianowe.
4. Działania na wyrażeniach wymiernych.
5. Proporcjonalność odwrotna.
6. Funkcja homograficzna- wykres i własności.
7. Rozwiązywanie równań i nierówności z funkcją homograficzną.
8. Zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym) prowadzące do prostych równań wymiernych.

Ciągi liczbowe

1. Definicja i przykłady ciągów liczbowych.
2. Ciąg arytmetyczny i geometryczny. Wzór na n -ty wyraz i wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego.
3. Procent prosty i procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów.

Planimetria

1. Kąt wpisany i środkowy.
2. Styczna do okręgu i własności okręgów stycznych. Wzajemne położenie okręgów.
3. Trójkąty podobne. Własności figur podobnych także w kontekście praktycznym.



4. Związki miarowe figur płaskich.

Geometria analityczna

1. Równanie prostej na płaszczyźnie (postać kierunkowa i ogólna).
2. Równoległość i prostopadłość prostych.
3. Środek odcinka.
4. Odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej.
5. Równanie okręgu.

Stereometria

1. Graniastosłupy, ostrosłupy, stożek, walec, kula.
2. Związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych (wykorzystanie trygonometrii).

Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka

1. Średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, dominanta, odchylenie standardowe.
2. Reguła mnożenia. Pojęcie silni, permutacje, kombinacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń.
3. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa.



4 Szczegółowe treści nauczania i przewidywane osiągnięcia ucznia

KLASA PIERWSZA – 75 godzin		
Treści programowe	Cele edukacyjne Uczeń:	Cele operacyjne Uczeń:
FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE – 10 godzin		
Twierdzenie Pitagorasa.	Przypomni sobie twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie do niego odwrotne.	Uczeń potrafi nazwać boki w trójkącie prostokątnym, potrafi zastosować w zadaniach twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.
Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.	Uczeń pozna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym, przypomni sobie twierdzenie Pitagorasa, nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° , pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi.	Uczeń potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta ostrego, podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30° , 45° , 60° , wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych w bardziej złożonych sytuacjach. Uczeń rozwiązuje zadania praktyczne wykorzystując funkcje trygonometryczne, odczytuje wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta w tablicach lub wartość kąta na podstawie wartości funkcji trygonometrycznych. Uczeń znajduje długości boków i miary kątów różnych trójkątów prostokątnych. Wykorzystuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do obliczania brakujących wartości jego funkcji trygonometrycznych, przekształca wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne, sprawdza czy dane wyrażenie jest tożsamością trygonometryczną.
FUNKCJE – 12 godzin		
Pojęcie funkcji.	Przypomni sobie pojęcie funkcji. Pozna różne sposoby opisywania funkcji.	Uczeń zna definicję funkcji, potrafi rozpoznać czy dane przyporządkowanie jest funkcją czy nie jest, potrafi podać przykłady funkcji, w tym liczbowych oraz wymienić sposoby określania funkcji, a także opisać funkcję różnymi sposobami.
Własności funkcji.	Przypomni sobie pojęcia: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji. Pozna pojęcie monotoniczności funkcji,	Uczeń potrafi określić dziedzinę funkcji podanej wzorem oraz obliczyć jej miejsce zerowe. Zna



	pozna pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu, nauczy się szkicować wykresy funkcji o zadanych własnościach, nauczy się przesuwac wykres funkcji wzdłuż osi układu oraz przekształcać go symetrycznie. Nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu.	definicję funkcji rosnącej, malejącej i stałej oraz potrafi określić przedziały monotoniczności funkcji. Uczeń potrafi odczytać z wykresu funkcji: dziedzinę i zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały w których funkcja jest rosnąca, malejąca lub stała, przedziały w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, a w których ujemne, największą i najmniejszą wartość funkcji jeśli taka istnieje. Uczeń potrafi przesunąć wykres funkcji wzdłuż osi układu współrzędnych oraz przekształcić symetrycznie. Potrafi odczytać z diagramów i wykresów typowe zależności funkcyjne spotykane w przyrodzie, gospodarce i w życiu codziennym.
LICZBY RZECZYWISTE I WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE – 35 godzin		
Elementy logiki matematycznej	Pozna zdania proste i złożone, pozna spójniki logiczne, pozna co to jest definicja, a co to jest twierdzenie.	Podaje przykłady zdań w sensie logicznym i zdań, które takimi nie są, potrafi ocenić wartość logiczną tych zdań, tworzy zdania złożone i wartościuje je oraz tworzy ich zaprzeczenia, rozpoznaje zdanie w postaci koniunkcji i alternatywy, potrafi ocenić wartość logiczną koniunkcji i alternatywy, formułować zdania w postaci koniunkcji i alternatywy, rozpoznaje zdania w postaci implikacji i równoważności, formułuje zdania w postaci implikacji i równoważności,
Zbiory. Działania na zbiorach.	Pozna pojęcia: zbiór pusty, skończony, nieskończony, element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbiorów. Zapozna się z symboliką dotyczącą zbiorów. Pozna pojęcie sumy, części wspólnej, różnicy, dopełnienia zbiorów.	Uczeń potrafi: określić relację między elementem a zbiorem, rozpoznać na podstawie określenia zbioru, czy zbiór ten jest skończony, wyznaczyć liczbę elementów zbiorów skończonych, podać przykłady zbiorów, rozpoznać czy zbiór jest czy nie jest pusty, rozpoznać czy dany zbiór jest równy danemu, rozpoznać czy zbiór jest zawarty w danym, utworzyć podzbiór danego zbioru, potrafi wyznaczyć: sumę, iloczyn, różnicę i dopełnienie danych zbiorów, obliczyć liczbę elementów sumy zbiorów skończonych, rozpoznać zbiory rozłączne na diagramie oraz zdefiniowane przez podanie elementów.



Liczby naturalne.	Uczeń przypomni sobie informacje dotyczące liczb naturalnych np. liczba parzysta, nieparzysta, pierwsza, złożona, dzielnik liczby, wielokrotność, cechy podzielności, NWW, NWD itp.	Uczeń potrafi podać przykłady liczb naturalnych, pierwszych, parzystych, rozpoznać liczby pierwsze i liczby złożone, rozłożyć liczbę na czynniki pierwsze, wyznaczyć NWD i NWW, zastosować cechy podzielności do zadań praktycznych.
Liczby całkowite i wymierne.	Uczeń przypomni sobie informacje dotyczące liczb całkowitych i wymiernych.	Uczeń potrafi podać przykłady liczb wymiernych, liczb całkowitych i potrafi wykonywać działania w zbiorze liczb całkowitych, zamieniać ułamki zwykłe na dziesiętne i odwrotnie, wykonywać sprawnie działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych, rozwiązywać praktyczne problemy z zastosowaniem ułamków.
Liczby niewymierne.	Uczeń przypomni sobie informacje dotyczące liczb niewymiernych.	Uczeń potrafi: wskazać wśród podanych liczb liczbę niewymierną, zaznaczyć na osi liczbowej punkt odpowiadający liczbie niewymiernej, konstruuje odcinki o długości niewymiernej.
Liczby rzeczywiste.	Pozna relacje jakie zachodzą między podzbiorami zbioru liczb rzeczywistych.	Uczeń potrafi podać relacje pomiędzy podzbiorami liczb rzeczywistych. Potrafi wskazać w podanym zbiorze liczby naturalne, całkowite, wymierne i niewymierne.
Rozwinięcie dziesiętne liczb rzeczywistych.	Przypomni sobie zamianę ułamka zwykłego na dziesiętny i odwrotnie. Pozna sposób zamiany ułamka okresowego na zwykły. Przypomni sobie jak porównuje się dwie liczby rzeczywiste.	Uczeń zamienia ułamki dziesiętne skończony lub nieskończony okresowy na ułamek zwykły, zamienia ułamki zwykłe na dziesiętne, porównuje dwie liczby rzeczywiste.
Wyrażenia algebraiczne. Wzory skróconego mnożenia. Przekształcanie wzorów.	Przypomni sobie wzory skróconego mnożenia, pojęcie wyrazu podobnego oraz sposób redukcji wyrazów podobnych. Pozna sposób usuwania niewymierności z mianownika. Nauczy się przekształcać wzory.	Uczeń stosuje odpowiedni wzór skróconego mnożenia do wyznaczenia kwadratu różnicy, kwadratu sumy i różnicy kwadratów, przekształca wyrażenie algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia, usuwa niewymierność z mianownika. Sprawnie przekształca wzory z matematyki, fizyki i chemii.
Potęgi i pierwiastki.	Przypomni sobie własności działań na potęgach i pierwiastkach, pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej, pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym. Poznaje pojęcie notacji wykładniczej liczby.	Uczeń zna pojęcie potęgi oraz potrafi zapisać potęgę w postaci iloczynu i iloczyn w postaci potęgi i obliczyć jej wartość oraz wykonuje działania na potęgach stosując poznane prawa. Uczeń podnosi do potęgi wymiernej liczbę rzeczywistą, wykonuje działania na potęgach o wykładniku wymiernym, porównuje potęgi o wykładniku



		wymiernym. Uczeń potrafi obliczyć pierwiastek kwadratowy i sześcienny z liczby, wyłączyć czynnik przed pierwiastek, włączyć czynnik pod pierwiastek i wyznacza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki. Uczeń zapisuje i odczytuje liczbę w notacji wykładniczej oraz wykonuje działania na liczbach zapisanych w notacji wykładniczej.
Oś liczbowa. Przedziały liczbowe.	Przypomni sobie, czym jest oś liczbowa, pozna pojęcie przedziału, nauczy się wykonywać działania na przedziałach.	Uczeń zapisuje przedział i zaznacza go na osi liczbowej, rozróżnia pojęcia: przedział otwarty, domknięty, odczytuje i zapisuje symbolicznie przedział zaznaczony na osi liczbowej, wyznacza przedział zapisany nierównościami, wymienia liczby należące do przedziału. Wyznacza sumę, iloczyn, różnicę i dopełnienie przedziałów oraz zapisuje je symbolicznie.
Wartość bezwzględna liczby.	Uczeń pozna definicję wartości bezwzględnej.	Uczeń wyznacza wartość bezwzględną liczby, upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną, rozwiązuje elementarne równania stosując interpretację geometryczną. Rozwiązuje proste równania i nierówności z wartością bezwzględną.
Obliczenia procentowe.	Przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami. Pozna pojęcie punktu procentowego.	Uczeń umie: wyznaczyć procent z danej liczby, wyznaczyć liczbę, gdy dany jest jej procent, obliczyć jaki procent jednej liczby stanowi druga liczba, zamieniać procenty na promile i odwrotnie, wykorzystać obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów z życia codziennego (oprocentowanie kredytów, obniżki i podwyżki cen itp.). Potrafi zastosować pojęcie punktu procentowego, także odczytać dane z tabel i diagramów.
Przybliżenia. Błąd przybliżenia.	Przypomni zasadę zaokrąglania liczb z zadaną dokładnością, pozna pojęcie błędu względnego i bezwzględnego, nauczy się szacować wyniki.	Uczeń zaokrągli liczbę z podaną dokładnością, oblicza błąd przybliżenia danej liczby oraz ocenia jakie jest to przybliżenie, szacuje wyniki działań. Rozróżnia pojęcia: błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia oraz oblicza je.
FUNKCJA LINIOWA i jej własności – 13 godzin		
Funkcja liniowa i jej własności.	Przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej, pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej, przypomni sobie własności	Uczeń rozpoznaje funkcję liniową mając dany jej wzór oraz szkicuje jej wykres, a następnie określa własności tej funkcji. Uczeń potrafi



	funkcji liniowej. Pozna warunek prostokątności i równoległości prostych.	sprawdzić czy dany punkt należy do danej prostej, wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty. Potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach, stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego.
Równania i nierówności stopnia pierwszego z jedną niewiadomą.	Przypomni sobie typy równań oraz jak rozwiązuje się równania i nierówności liniowe.	Uczeń rozwiązuje równania i nierówności liniowe z jedną niewiadomą i podaje ich interpretację graficzną, rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań lub nierówności stopnia pierwszego z jedną niewiadomą (kontekst praktyczny).
Układy równań.	Przypomni sobie typy i metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwoma niewiadomymi.	Uczeń rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi, rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układu dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi, układa zadania tekstowe do podanych układów.
Godziny do dyspozycji nauczyciela – 5 godzin		
KLASA DRUGA – 2 godziny tygodniowo		
Razem 75 godzin		
FUNKCJA KWADRATOWA – 14 godzin		
Wykres i własności funkcji kwadratowej.	Uczeń pozna pojęcie trójmianu kwadratowego i jego własności, nauczy się szkicować, przekształcać wykresy funkcji kwadratowej oraz podawać jej podstawowe własności.	Uczeń rysuje wykres funkcji kwadratowej, omawia jej własności i stosuje własności funkcji do rozwiązywania zadań.
Postać ogólna i kanoniczna trójmianu kwadratowego.	Nauczy się obliczać współrzędne wierzchołka paraboli oraz pozna postać ogólną i kanoniczną trójmianu kwadratowego.	Uczeń rozpoznaje trójmian kwadratowy w postaci kanonicznej i ogólnej, zamienia postać kanoniczną na ogólną i odwrotnie, potrafi obliczyć wyróżnik trójmianu oraz wyznaczyć współrzędne wierzchołka paraboli.
Postać iloczynowa trójmianu kwadratowego.	Nauczy się obliczać miejsca zerowe trójmianu kwadratowego i pozna postać iloczynową trójmianu.	Uczeń ustala na podstawie wyróżnika liczbę miejsc zerowych trójmianu, oblicza je, zapisuje trójmian w postaci iloczynowej. Przekształca wzór z postaci iloczynowej do ogólnej. Potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej mając dane jej miejsca zerowe.
Równania i nierówności kwadratowe.	Pozna metodę rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych.	Uczeń rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe oraz interpretuje je graficznie, zapisuje rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów.
Wartość największa i najmniejsza w przedziale.	Nauczy się znajdować największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.	Uczeń wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.



Zadania optymalizacyjne.	Nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych.	Uczeń wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań (w tym praktycznych) prowadzących do badania funkcji kwadratowej.
Zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych.	Nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań.	Uczeń potrafi rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych, przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej, opisać zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej.
WIELOMIANY – 17 godzin		
Wielomian jednej zmiennej. Stopień wielomianu, równość wielomianów.	Pozna definicję wielomianu jednej zmiennej, pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować.	Uczeń rozpoznaje wielomian jednej zmiennej, podaje przykład wielomianu, określa stopień wielomianu, wypisuje współczynniki wielomianu, oblicza wartość wielomianu, zna i stosuje twierdzenie o równości wielomianów.
Działania na wielomianach.	Nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany.	Uczeń dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany, ustala zależność stopnia sumy i różnicy od stopni składników, a iloczynu od stopni czynników.
Pierwiastki wielomianów.	Pozna pojęcie pierwiastka wielomianu i jego krotności.	Uczeń rozumie pojęcie pierwiastka wielomianu i jego krotności
Rozkład wielomianu na czynniki.	Pozna metody rozkładu wielomianu na czynniki (wzory skróconego mnożenia, wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, grupowanie wyrazów).	Uczeń rozkłada wielomiany na czynniki, stosując elementarne metody (wzory skróconego mnożenia, wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, grupowanie wyrazów).
Równania i nierówności wielomianowe.	Nauczy się rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe.	Uczeń rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe.
Rozwiązywanie zadań dotyczących wielomianów.	Nauczy się rozwiązywać zadania prowadzące do równań wielomianowych.	Uczeń stosuje poznane wiadomości dotyczące wielomianów do rozwiązywania zadań maturalnych i praktycznych.
GEOMETRIA PŁASZCZYZNY – 39 godzin		
Podstawowe pojęcia planimetrii.	Przypomni sobie podstawowe pojęcia z planimetrii: punkt, prosta, kąt, wzajemne położenie prostych, symetralna odcinka, itp.	Uczeń określa definicję figur geometrycznych i posługuje się ich własnościami.
Jednostki.	Uczeń przypomina sobie podstawowe jednostki długości.	Uczeń sprawnie zamienia jednostki długości (kwadratowe i sześciennie).
Koło i okrąg	Przypomni sobie pojęcie koła i okręgu. Pozna określenie kąta wpisanego, środkowego, dopisanego oraz własności tych kątów. Przypomni sobie wzajemne położenie dwóch okręgów i okręgu i prostej.	Uczeń rozpoznaje i kreśli koła i okręgi, sprawnie posługuje się pojęciem promienia, średnicy, cięciwy, opisuje wyrażeniem wzajemne położenie prostej i okręgu, konstruuje styczną do okręgu, bada i opisuje wzajemne położenie dwóch okręgów, oblicza



		pola i obwody kół, rozpoznaje i stosuje w zadaniach własności kątów środkowych i wpisanych .
Trójkąty	Przypomni sobie podział trójkątów ze względu na boki i kąty, przypomni sobie twierdzenie o sumie kątów w trójkącie, przypomni sobie na czym polega nierówność trójkąta, przypomni sobie wzory na pole i obwód trójkąta, pozna inne wzory na obliczanie pola. Pozna twierdzenie o wysokościach w trójkącie i o środkowych w trójkącie. Pozna warunki opisywania (wpisywania) okręgu na trójkącie.	Uczeń klasyfikuje trójkąty, opisuje i bada własności trójkąta – boków, kątów, wysokości, środkowych, kreśli symetralne boków i dwusieczne kątów, konstruuje trójkąty o podanych własnościach, oblicza pola i obwody, stosuje własności boków i kątów w trójkącie prostokątnym. Stosuje twierdzenie Pitagorasa i funkcje trygonometryczne. Zna i stosuje w zadaniach warunki opisywania (wpisywania) okręgu na trójkącie.
Czworokąty	Przypomni sobie podział oraz niektóre własności czworokątów, przypomni sobie wzory na pola czworokątów, pozna nowe wzory na pola czworokątów, pozna twierdzenie o odcinku łączącym ramiona trapezu. Pozna warunki opisywania (wpisywania) okręgu na czworokącie.	Uczeń rozpoznaje i klasyfikuje czworokąty, opisuje i bada ich własności , konstruuje czworokąty o podanych własnościach, oblicza obwody i pola czworokątów, rozpoznaje czworokąty przystające, stosuje własności czworokątów przystających oraz funkcje trygonometryczne w zadaniach. Zna warunki opisywania (wpisywania) okręgu na czworokącie.
Figury przystające i podobne.	Pozna pojęcie przystawania i podobieństwa figur. Przypomni sobie cechy podobieństwa i cechy przystawania trójkątów	Uczeń rozpoznaje figury przystające i podobne, zna i stosuje cechy przystawania i podobieństwa trójkątów i czworokątów w rozwiązywaniu zadań w tym także kontekst praktyczny (skala, mapa).
Twierdzenie Talesa.	Przypomni sobie twierdzenie Talesa i twierdzenie do niego odwrotne. Pozna związek twierdzenia Talesa z podobieństwem.	Uczeń stosuje obydwie twierdzenia do rozwiązywania zadań.
Godziny do dyspozycji nauczyciela – 5 godzin		
KLASA TRZECIA – 3 GODZINY TYGODNIOWO		
Razem 110 godzin		
ELEMENTY GEOMETRII ANALITYCZNEJ – 15 GODZIN		
Wektory.	Pozna podstawowe informacje o wektorze w układzie współrzędnych.	Uczeń potrafi obliczyć współrzędne wektora, wykonać działania na wektorach, narysować wektory w układzie współrzędnych.
Równanie prostej na płaszczyźnie.	Przypomni sobie o równaniu kierunkowym prostej, nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej, nauczy się pisać równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty.	Uczeń potrafi znaleźć równanie prostej i zapisać je w postaci ogólnej i kierunkowej mając dane dwa punkty lub współczynnik kierunkowy i jeden punkt.
Równoległość i prostopadłość prostych.	Przypomni sobie warunki prostopadłości i równoległości prostych.	Uczeń potrafi zbadać prostopadłość i równoległość prostych mając ich równania. Potrafi napisać równanie prostej prostopadłej i równoległej do



		danej przechodzącej przez dany punkt.
Odległość w układzie współrzędnych.	Przypomni sobie jak oblicza się odległość w układzie współrzędnych, pozna metodę wyznaczania środka w układzie współrzędnych, nauczy się obliczać odległość punktu od prostej i odległość dwóch prostych równoległych.	Uczeń potrafi obliczać odległość punktów, potrafi wyznaczać środek odcinka, oblicza odległość punktu od prostej i odległość dwóch prostych. Stosuje poznane wiadomości do rozwiązywania zadań.
Równanie okręgu.	Nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej, nauczy się wyznaczać środek i promień okręgu, nauczy się zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach, nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu.	Uczeń potrafi posługiwać się równaniem okręgu, przekształci równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytać współrzędne środka i promień, wyznaczyć równanie okręgu o zadanych własnościach, wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu.
FUNKCJE WYMIERNE – 17 godzin		
Funkcja wymierna. Dziedzina funkcji wymiernej.	Pozna definicję funkcji wymiernej, pozna sposób określania dziedziny funkcji wymiernej.	Uczeń potrafi odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji, potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej oraz obliczyć jej wartość funkcji dla zadanej wartości zmiennej.
Działania na wyrażeniach wymiernych.	Nauczy się skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne, nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia, dowie się jak określać dziedzinę wyrażeń.	Uczeń określa dziedzinę wyrażeń wymiernych, skraca i rozszerza wyrażenia wymierne, dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne, przekształca wyrażenia wymierne do postaci dogodnej do obliczeń.
Proporcjonalność odwrotna i jej własności.	Nauczy się szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji. Nauczy się rozwiązywać zadania praktyczne związane z proporcjonalnością odwrotną.	Uczeń szkicuje wykres proporcjonalności odwrotnej i określa własności tej funkcji. Rozwiązuje zadania praktyczne związane z proporcjonalnością odwrotną.
Funkcja homograficzna- wykres i własności.	Nauczy się rysować wykresy funkcji homograficznej oraz nauczy się omawiać własności funkcji na podstawie wykresu.	Uczeń rysuje wykresy funkcji homograficznej $y=a/x$ oraz wykresy powstałe z niego w wyniku przesunięcia oraz określa podstawowe własności.
Równania wymierne.	Nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne.	Uczeń rozwiązuje proste równania wymierne.
Rozwiązywanie zadań tekstowych.	Nauczy się rozwiązywać proste zadania także w kontekście praktycznym prowadzące do równań wymiernych.	Uczeń rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych.
CIĄGI – 20 godzin		
Określenie ciągu, ciąg liczbowy.	Pozna definicję ciągu liczbowego, pozna sposoby opisywania ciągów.	Uczeń określa ciąg, w tym ciąg liczbowy, oblicza wartości wyrazów ciągu na podstawie wzoru ogólnego, określa wzór ciągu na podstawie wartości kilku pierwszych wyrazów, szkicuje wykres ciągu i podaje własności tego ciągu na podstawie wykresu.

Monotoniczność ciągu.	Pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągów.	Uczeń bada monotoniczność ciągów, odróżnia ciągi rosnące, malejące i stałe.
Ciąg arytmetyczny.	Pozna definicję i własności ciągu arytmetycznego oraz nauczy się stosować poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego.	Uczeń wskazuje wśród podanych przykładów ciągu arytmetyczne i oblicza ich różnice, bada i uzasadnia na podstawie definicji czy ciąg jest arytmetyczny, orzeka i uzasadnia monotoniczność ciągu arytmetycznego znając jego różnicę, wyznacza n-ty wyraz ciągu i sumę n- początkowych wyrazów oraz stosuje je w zadaniach typowych (również ujęcie praktyczne).
Ciąg geometryczny.	Pozna definicję i własności ciągu geometrycznego oraz nauczy się stosować poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego.	Wskazuje wśród podanych przykładów ciągu geometryczne i oblicza ich ilorazy, bada i uzasadnia na podstawie definicji czy ciąg jest geometryczny, stwierdza znając iloraz ciągu geometrycznego czy ciąg jest rosnący, malejący, stały czy niemonotoniczny, wyznacza n-ty wyraz ciągu i sumę n- początkowych wyrazów oraz stosuje je w zadaniach typowych (również ujęcie praktyczne).
Procent prosty i składany	Pozna pojęcie procentu prostego i składanego. Nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów.	Uczeń zna i stosuje pojęcie procentu prostego oraz procentu składanego w zadaniach o tematyce finansowej – lokaty, kredyty.
FUNKCJA WYKŁADNICZA I LOGARYTMICZNA – 16 godzin		
Potęga o wykładniku rzeczywistym- powtórzenie.	Przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym, będzie doskonalił umiejętności wykonywania działań na potęgach.	Uczeń zna i stosuje w ćwiczeniach rachunkowych określenie pierwiastka arytmetycznego stopnia $n \geq 2$, stosuje w ćwiczeniach rachunkowych określenie i własności potęgi o wykładniku rzeczywistym.
Funkcja wykładnicza. Równania i nierówności wykładnicze.	Pozna definicję i własności funkcji wykładniczej. Nauczy się jak rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze.	Uczeń kreśli wykres funkcji wykładniczej, a także w oparciu o wykres opisuje własności funkcji wykładniczej, rozwiązuje proste równania i nierówności w oparciu o własności funkcji wykładniczej.
Logarytm liczby	Pozna definicję logarytmu, pozna własności logarytmów i ich zastosowanie w rozwiązywaniu zadań.	Uczeń zna określenie logarytmu, oblicza logarytm, zna określenie logarytmu dziesiętnego i potrafi odczytać wartość z tablic i obliczyć na kalkulatorze, zna i stosuje twierdzenia dotyczące własności logarytmów w ćwiczeniach rachunkowych i rozwiązywaniu zadań praktycznych.



Funkcja logarytmiczna.	Pozna pojęcie funkcji logarytmicznej, pozna własności funkcji logarytmicznej.	Odróżnia funkcję logarytmiczną od innych, szkicuje wykresy, omawia własności.
KOMBINATORYKA I RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA – 22 godziny		
Elementy kombinatoryki. Symbol silni, permutacje, wariacje powtórzeniami i bez powtórzeń, kombinacje.	Uczeń nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, pozna regułę mnożenia i nauczy się ją stosować, pozna symbol silni, pozna i nauczy się stosować pojęcie permutacji, wariacji z powtórzeniami i wariacji bez powtórzeń, kombinacji nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne.	Uczeń potrafi zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia w rozwiązywaniu zadań, stosuje symbol silni, oblicza liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami i wariacji bez powtórzeń, kombinacji, rozwiązuje zadania kombinatoryczne.
Zdarzenie elementarne. Działania na zdarzeniach.	Pozna pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe. Nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu. Nauczy się znajdować sumę, iloczyn, różnicę oraz zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia.	Uczeń kojarzy pojęcie zdarzenia oraz działania na nich z pojęciami nauki o zbiorach, podaje przykłady zdarzeń, wyznacza liczbę zdarzeń przestrzeni, zdarzeń elementarnych oraz liczbę zdarzeń sprzyjających danemu zdarzeniu. Potrafi wykonać działania na zdarzeniach.
Definicja prawdopodobieństwa i jego własności.	Pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa, pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować w rozwiązywaniu zadań. Pozna klasyczną definicję prawdopodobieństwa, nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa.	Uczeń rozwiązuje proste zadania z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa, stosuje własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań, wykorzystuje sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa, oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa.
ELEMENTY STATYSTYKI MATEMATYCZNEJ – 15 godzin		
Sposoby prezentacji danych statystycznych. Opracowywanie danych.	Uczeń dowie się na czym polega klasyfikacja danych statystycznych, jak się odczytuje dane i pozna różne sposoby prezentacji tych danych.	Sposoby prezentacji danych statystycznych. Opracowywanie danych.
Mediana, dominanta, średnia arytmetyczna i ważona, odchylenie standardowe.	Nauczy się obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, dominantę i odchylenie standardowe z próby. Nauczy się interpretować wyżej wymienione parametry.	Mediana, dominanta, średnia arytmetyczna i ważona, odchylenie standardowe.
Godziny do dyspozycji nauczyciela-5 godzin		
KLASA CZWARTA – 2 GODZINY TYGODNIOWO		
Razem – 54 godziny		
GEOMETRIA PRZESTRZENNA - 20 GODZIN		
Płaszczyzny i proste w przestrzeni. Rzut	Pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni, pozna	Uczeń potrafi badać położenie prostych i płaszczyzn



prostokątny na płaszczyznę, kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny.	wzajemne położenie prostej i płaszczyzny, nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną, pozna pojęcie kąta dwuściennego.	w przestrzeni. Potrafi wskazać i obliczyć kąty między odcinkami tj. krawędzie, przekątne, wysokości.
Graniastosłupy – podział, pole powierzchni, objętość.	Przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach.	Potrafi poprawnie narysować graniastosłupy, podać własności graniastosłupów, rysować ich siatki, wyznaczać pola powierzchni całkowitej i objętości również z wykorzystaniem trygonometrii.
Ostrosłupy – podział, pole powierzchni całkowitej, objętość.	Przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach.	Potrafi poprawnie narysować ostrosłupy, podać własności ostrosłupów, rysować ich siatki, wyznaczać pola powierzchni całkowitej i objętości również z wykorzystaniem trygonometrii.
Walec, stożek, kula-pole powierzchni całkowitej i objętość.	Przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych.	Potrafi poprawnie narysować bryły obrotowe, podać własności, rysować ich siatki, wyznaczać pola powierzchni całkowitej i objętości również z wykorzystaniem trygonometrii.
Przygotowanie do matury-34 godziny		

5 Procedury osiągnięcia celów

Opracowany program w pełni realizuje sformułowane w Podstawie Programowej dla technikum cele edukacyjne. Zakres treści ujętych w programie odpowiada wymaganiom egzaminu maturalnego na poziomie podstawowym.

Osiąganie celów edukacyjnych jest jednym z najważniejszych zadań współczesnej szkoły. Dlatego procedury ich osiągnięcia muszą być przejrzyste i realne do wykonania. Podmiotowość ucznia, jego potrzeby i preferencje są podstawą organizacji procesu kształcenia i zaplanowania w czasie poszczególnych treści przewidzianych programem. Decyzja ta powinna być poprzedzona diagnozą i rozpoznaniem potrzeb uczniów. Bardzo istotne jest uświadomienie sobie dwóch istotnych kwestii. Po pierwsze, możemy i powinniśmy stawiać cele ogólne dotyczące wszystkich uczniów w klasie. Po drugie należy pamiętać, że każdy uczeń jest indywidualnością. Rozwiązanie tej sprzeczności może być następujące: uczeń powinien podjąć współodpowiedzialność za swoje wyniki, a nauczyciel powinien mu na to pozwolić. Niech ingerencja nauczyciela w procesie uczenia ogranicza się do roli uświadamiania uczniowi tej odpowiedzialności, aktywizowania go i integrowania całego procesu nauczania. Nauczyciel powinien podejmować wszelkie działania w celu wzbudzania ciekawości ucznia, wskazywania mu i wzmacniania jego mocnych stron i wskazywania mu korzyści jakie może czerpać z nauki.

Planowanie strategii i metod nauczania powinno rozpoczynać się od uświadomienia sobie celów, jakie mają zostać osiągnięte. Nie ma uniwersalnej metody ani strategii kształcenia, która gwarantowałaby sukces edukacyjny w każdej sytuacji i z każdym uczniem. Jedną z reguł postępowania w metodyce mówi, że metody są skuteczne, kiedy są zróżnicowane. Powinny być stosowane przemiennie i odwoływać się do różnych stylów nauczania i uczenia się.

Ponieważ w klasie pierwszej technikum rozpoczynają naukę absolwenci różnych gimnazjów planując cykl lekcji poświęconych zagadnieniom, które są znane uczniom, należy tę wiedzę usystematyzować. Można w tym celu zastosować problemowe, poszukujące, czynnościowe i aktywizujące metody prowadzenia lekcji, w których rola nauczyciela polega na sterowaniu procesem uczenia się uczniów, czyli na sterowaniu procesem rozwiązywania zadań, stawiania pytań, szukaniu odpowiedzi oraz aktywnym przyswajaniu teorii przez uczniów. Nie należy zapominać o dobrze zorganizowanej pracy z tekstem, co przygotowuje ucznia do samokształcenia.

Realizując program z matematyki, rozpoczynając cykl lekcji dotyczących konkretnego zagadnienia powtarzamy i systematyzujemy wiedzę uczniów. Nowe pojęcia powinniśmy wprowadzać kolejno od przypadku szczególnego do uogólnienia. Pojęcia już poznane wcześniej realizujemy poprzez: rozpoznawanie i podawanie przykładów, analizę i wyszukiwanie kontrprzykładów, różnorodne ćwiczenia, rozpatrywanie przypadków szczególnych i skrajnych, odwołanie do dziedzin życia. W tym celu dobieramy zadania i ćwiczenia zaczynając od najprostszych i stopniowo przechodzimy do bardziej skomplikowanych. Aby przybliżyć uczniom wprowadzane pojęcia matematyczne, warto zwrócić uwagę na ich powiązanie z życiem codziennym czy innymi dziedzinami nauki. Ważne jest także aby tematyka zadań kojarzyła się z praktycznym zastosowaniem matematyki. Można również: wykorzystywać informacje historyczne i kulturowe związane

z tematem, wykorzystywać do ćwiczeń i zadań artykuły prasowe, w których pokazane są zależności funkcyjne lub opracowania badań statystycznych.

Aby wykształcić umiejętność projektowania obliczeń : staramy się angażować uczniów do aktywnego udziału w lekcjach wykorzystując ich pomysły i wiedzę, odpowiedni dobór zadań i ćwiczeń do każdego tematu odpowiadający możliwościom uczniów, zwracanie uwagi na poprawność zapisów, na estetykę, staranność, wykorzystywanie komputera z właściwym oprogramowaniem.

Warto również zachęcać uczniów do podawania przykładów i kontrprzykładów, zalecanie przeprowadzenia analogicznego rozumowania na podstawie podanego schematu, mobilizowanie do rozwiązywania zadań typu: wykaż, sprawdź, udowodnij.

Ważnym elementem w edukacji będzie również stosowanie pomocy naukowych-kalkulatory, plansze, programy matematyczne, Internet, tablice matematyczne i statystyczne itp. Zamiast zadawania „nudnych” prac domowych warto zlecać uczniom ciekawe zadania, które rozbudzają ich ciekawość i pobudzają uczniów do myślenia i działania.

Warto również zwrócić uwagę na analizę ilościową i jakościową danych przedstawionych w różnorodny sposób, do gromadzenia i opracowywania tych danych z zastosowaniem technologii informacyjnej. Istotnym elementem nauczania jest wprowadzanie podczas zajęć różnych metod aktywizujących min. praca w grupach. Kształtuje ona zarówno współpracę w zespole, twórcze rozwiązywanie problemów jak również umiejętność podziału pracy, komunikacji interpersonalnej i korzystania z pomocniczych materiałów (podręcznik , zbiór zadań , notatki).

Bardzo ważnym elementem procesu dydaktycznego jest systematyczna ocena osiągnięć ucznia i bieżąca kontrola prac domowych. Wpływa ona mobilizująco na ucznia, a nauczycielowi daje obraz postępów i braków uczniów.

Nie mniej ważne jest kształtowanie postaw młodego pokolenia. Te cele należy kształtować na każdej lekcji matematyki. Trzeba wymagać od uczniów samodzielności w rozwiązywaniu problemów, piętnować nieuczciwość. Każdy uczeń powinien czuć się odpowiedzialny za powierzone mu zadania.

Na lekcjach matematyki mamy doskonałe warunki do tego, by uczyć kultury dyskusji. Bardzo często uczniowie przedstawiają różne metody rozwiązywania tego samego problemu, a naszym zadaniem jest wysłuchać wszystkich propozycji i wspólnie z zespołem podjąć decyzję w jaki sposób dany problem ostatecznie rozwiązać. Zwracamy też uwagę na język matematyczny, precyzyjne formułowanie myśli, logiczną konstrukcję wypowiedzi. Kształcimy w ten sposób umiejętność komunikacji uczeń-nauczyciel i uczeń-uczeń.

Wśród najczęściej stosowanych metod pracy na uwagę zasługują:

- o **wykład** – w tej metodzie nauczania główną rolę odgrywa nauczyciel. To on formuluje problem, analizuje go, wskazuje drogi i sposoby rozwiązania.
- o **pogadanka, dyskusja** – w tej metodzie nauczyciel kieruje rozmową, prowadzi dyskusję i porządkuje przebieg. Zadaje pytania, naprowadza na prawidłowe odpowiedzi, rozjaśnia wątpliwości, rozstrzyga spory. Uczniowie dyskutują, formułują spostrzeżenia, wymieniają się doświadczeniami, argumentują, spierają się, wyciągają wnioski;
- o **metoda problemowa** – inaczej nauczanie problemowe, polega na samodzielnym rozwiązywaniu przez uczniów pewnego zadania problemowego. Metoda ta wzbogaca wiedzę i umiejętności matematyczne uczniów, wyrabia umiejętność formułowania hipotez i ich weryfikowania, kształci umiejętność zbierania i analizowania informacji itp. lekcja prowadzona tą metodą przygotowuje uczniów

- do rozwiązywania rzeczywistych problemów o charakterze matematycznym, z którym mogą się spotkać w życiu;
- **praca z tekstem matematycznym:**
 - Praca z podręcznikiem – polega na samodzielnym studiowaniu przez uczniów fragmentów podręcznika kształci umiejętność czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego, w tym umiejętność analizowania definicji i twierdzeń oraz umiejętność śledzenia rozumowań matematycznych. Praca z podręcznikiem przygotowuje do czytania innych tekstów napisanych w stylu matematycznym.
 - Praca z wykorzystaniem encyklopedii, słowników, czasopism popularno-naukowych, tablic matematycznych itp. – przyzwyczajają uczniów do zbierania informacji z różnych źródeł, analizowania ich i przetwarzania, a także uświadomienia sobie, jaką rolę pełni matematyka w otaczającym nas rzeczywistości.
 - Praca z komputerem – zbieranie informacji z Internetu, dotyczących różnych zagadnień matematycznych, samodzielne przygotowanie referatów i prezentacji na podstawie zebranych informacji i przedstawienie ich, po odpowiednim opracowaniu, pozostałym uczniom. Metoda ta pozwala kształtować postawy poszukiwania i dociekliwości, daje szansę rozwoju i głębszego poznania matematyki oraz możliwość autoprezentacji.
 - **rozwiązywanie ciągu zadań** – jądrem tej metody jest samodzielne rozwiązywanie przez ucznia ciągu kilku zadań skonstruowanych przez nauczyciela lub autora podręcznika (lub zbioru zadań). Każde zadanie w ciągu jest stosunkowo łatwe, możliwe do rozwiązania przez przeciętnego ucznia. Zadania są ułożone w takiej kolejności, że rozwiązanie jednego z nich ułatwi rozwiązanie następnego. Natomiast rozwiązanie ostatniego zadania prowadzi do odkrycia przez uczniów nowego faktu matematycznego;
 - **burza mózgów** – polega na zgromadzeniu w krótkim czasie wielu pomysłów, hipotez dotyczących rozwiązania jakiegoś problemu. Istotne jest przy tym to, że pomysły zgłaszane przez uczniów nie mogą być ani ocenione, ani krytykowane. Metoda ta rozwija myślenie intuicyjne, kształci umiejętność formułowania hipotez oraz umiejętność argumentowania. Rozwija także umiejętność posługiwania się językiem matematycznym.;
 - **wzajemne odpytywanie** – służy przede wszystkim pogłębieniu rozumienia wiadomości, utrwaleniu wiadomości i umiejętności oraz kształceniu posługiwania się językiem matematyki. Można ją wykorzystać jako powtórzenie na zakończenie działu oraz przygotowanie do pracy klasowej;
 - **mapa mentalna** – polega na wizualnym opracowaniu problemu z wykorzystaniem pojęć, haseł, rysunków, zdjęć, wycinków, symboli i zwrotów w obszarze jednego zagadnienia. Metoda ta nie tylko szanuje, ale promuje indywidualny sposób uczenia się każdego ucznia. Graficzna mapa mentalna podnosi atrakcyjność pracy, oddziałuje na wzrok i wyobraźnię ucznia, angażując je w proces uczenia się. Można ją wykorzystać jako powtórzenie i utrwalenie przed pracą klasową.

Dobłą metodą pracy jest *metoda projektu*, w której uczniowie przygotowują i prezentują prace długoterminowe. Mogą one być wykonywane w grupie lub indywidualnie. Stwarza to możliwość samodzielnego zdobywania wiedzy, wyszukiwania i analizowania informacji, formułowania wniosków. Uczy planowania i organizacji pracy. Rozwija umiejętność prezentowania wyników własnej pracy i precyzyjnego posługiwania się językiem matematycznym. Tematykę zadań projektowych można ustalić wspólnie



z nauczycielami przedmiotów zawodowych. Zagadnienia łączące wiedzę matematyczną z treściami związanymi z architekturą krajobrazu ukazywać będą korelację między tymi przedmiotami. Taki projekt może być zaproponowany i oceniony przez nauczycieli obu przedmiotów. Ze względu na to, że adresatami programu są uczniowie wiążący swoją przyszłość z zawodem architekta krajobrazu, należy podkreślać rolę umiejętności matematycznych w przyszłej pracy zawodowej. Układając zadania tekstowe trzeba zadbać o to, aby wystąpiły w nich zagadnienia związane z przyszłym zawodem. Warto również, aby uczniowie samodzielnie podejmowali takie próby.



6 Pomiar osiągnięć ucznia

W opisie uwzględniono klasyfikację umiejętności na odpowiednie poziomy wymagań (konieczne (K) - ocena dopuszczająca, podstawowe (P) – ocena dostateczna, rozszerzające (R) - ocena dobra, dopełniające (D) - ocena bardzo dobra).

Klasyfikacja podwójna, np. K/P, oznacza, że prostsze zadania dotyczące danego zagadnienia należy traktować, jako wymagane na poziomie K, a trudniejsze – P.

Za wymagania na poziomie W należy uznać, spełnienie wszystkich wymagań z poziomów niższych oraz umiejętności rozwiązywania zadań znacznie wykraczających poza wymagania na poziomie D stopniem trudności lub tematyką. Uczeń powinien uczestniczyć w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub być finalistą zawodów na szczeblu województwa.

Wykaz zakładanych osiągnięć ucznia (poziom wymagań):

KLASA PIERWSZA

Funkcje trygonometryczne

Uczeń potrafi:

- nazwać boki w trójkącie prostokątnym (K)
- rozwiązać trójkąt prostokątny (K/P)
- zastosować twierdzenie Pitagorasa do obliczenia długości boków trójkąta prostokątnego (P)
- obliczyć funkcje trygonometryczne kątów trójkąta prostokątnego znając długości jego boków (K)
- wykonać proste rachunki z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych, także z zastosowaniem kalkulatora (P/R)
- stosować funkcje trygonometryczne kąta ostrego do prostych zadań geometrycznych (K), prostych sytuacji z życia codziennego (P), trudniejszych zadań (R)
- samodzielnie rozpoznać sytuacje, w których może zastosować funkcje trygonometryczne (D)
- korzystać z podanych wartości funkcji kątów 30° , 45° , 60° do rozwiązywania prostych zadań (K)
- korzystać z jedynki trygonometrycznej do wyznaczenia wartości jednej z funkcji, gdy dana jest inna (P)
- wykazać tożsamości trygonometryczne (D)
- zastosować znane związki między funkcjami trygonometrycznymi do upraszczania wyrażeń (D)

Funkcje

Uczeń potrafi:

- określać funkcję (wzorem, tabelką, wykresem, grafem, opisem słownym)(K\P)
- odczytywać z wykresu wartości funkcji, argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość, miejsca zerowe i przedziały, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie i ujemne (K)
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ sporządza wykresy funkcji: $y = f(x - p)$, $y = f(x) + q$, $y = f - p + q$, $y = -f$, $y = f - x$ (P|R)
- odczytywać z wykresu: dziedzinę funkcji, zbiór wartości funkcji, miejsca zerowe funkcji, przedziały monotoniczności funkcji, znaki wartości funkcji, wartość największą i najmniejszą funkcji(P)
- podać przykłady funkcji (P)
- posługiwać się różnymi sposobami opisu funkcji (R/D)
- znając własności zależności między wielkościami, szkicuje wykres funkcji opisującej tę zależność (D)
- stosować funkcje i ich własności w sytuacjach praktycznych (R)

Liczby rzeczywiste i wyrażenia algebraiczne

Uczeń:

- podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych; pierwszych i złożonych, potrafi zakwalifikować daną liczbę do jednego z tych rodzajów (K)
- zamienia skończone rozwinięcie dziesiętne na ułamek zwykły i na odwrót (K)
- rozumie pojęcie rozwinięcia okresowego, znajduje rozwinięcia dziesiętne ułamków zwykłych (P/R)
- wie, że suma, różnica, iloczyn i iloraz liczb wymiernych są liczbami wymiernymi (P)
- umie pokazać na przykładach, że suma (różnica, iloczyn i iloraz) liczb niewymiernych może być zarówno liczbą wymierną, jak i niewymierną (D)
- wykonuje działania na liczbach wymiernych: cztery działania arytmetyczne, potęgi o wykładniku całkowitym i postaci $1/n$; także z użyciem kalkulatora (K)
- upraszcza pierwiastki i znajduje ich przybliżone wartości za pomocą kalkulatora (K)
- upraszcza wyrażenia zawierające potęgi o wykładniku wymiernym i pierwiastki (P/R)
- usuwa niewymierność z mianownika (P/R)
- zapisuje i odczytuje liczby w notacji wykładniczej (P)
- posługuje się notacją wykładniczą w obliczeniach (R/D)
- oblicza procent danej liczby (K)
- zwiększa i zmniejsza liczbę o dany procent, porównuje liczby, używając procentów (P)
- rozwiązuje zadania z procentami dotyczące m.in. płac, cen, podatków, także z użyciem równań i układów równań liniowych (R/D)
- zaokrągla liczby z podaną dokładnością (K)
- szacuje wyniki działań i wielkości ze świata rzeczywistego (P/R)
- wykorzystuje umiejętność szacowania w bardziej złożonych sytuacjach (D)
- wykonuje działania na wyrażeniach algebraicznych (w tym stosuje wzory skróconego mnożenia) (K\P)

- ocenia prawdziwość zdania zbudowanego za pomocą jednego spójnika (i, lub, nie) (K)
- buduje zdania w formie wynikania i równoważności oraz ze zwrotem dla każdego i istnieje (K)
- buduje zdania złożone za pomocą spójników (P)
- odróżnia w praktyce zdanie typu $p \Rightarrow q$ od zdania typu $q \Rightarrow p$ (P)
- zna nazwy: koniunkcja, alternatywa, symbole spójników oraz wynikania i równoważności (P)
- zna pojęcia: zbiór, suma, część wspólna i różnica zbiorów (K)
- zapisuje przedziały i zaznacza je na osi liczbowej (K)
- znajduje sumę, iloczyn i różnicę danych przedziałów i zaznacza je na osi liczbowej (P)
- zaznacza na osi liczbowej zbiory określone koniunkcją lub alternatywą równań oraz nierówności (K)
- wykonuje działania na różnych zbiorach liczbowych (D)
- wyznacza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej oraz stosuje jej interpretację geometryczną (P)
- rozwiązuje proste równania i nierówności z wartością bezwzględną (D\W)
- wyznacza błąd bezwzględny oraz błąd względny przybliżenia liczby (P)

Funkcja liniowa i jej własności

- sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu (P)
- znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach (D)
- znaleźć równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym (P)
- zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych (K)
- wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań (R\D)
- stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego (R)
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą (R)
- stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi (P)

KLASA DRUGA

Funkcja kwadratowa

Uczeń potrafi:

- odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji (K)
- sporządzić wykres funkcji kwadratowej i zbadać jej własności na podstawie wykresu (R)
- wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji kwadratowej (P)
- wyznaczyć wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu (R\D)
- wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej i postać iloczynową funkcji kwadratowej (P)



- sprawnie zamieniać jedną postać funkcji kwadratowej na inną (postać kanoniczna, iloczynowa, ogólna) (P)
- sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie, zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów (R)
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych (R\D)
- wyznaczyć wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym (R)
- rozwiązywać zadania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne) (R\D)
- rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych (R)
- przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej (R)
- opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej (D)

Wielomiany

Uczeń potrafi:

- podać przykład wielomianu (K)
- określić stopień wielomianu (K)
- dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany (K\P)
- rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias (P)
- rozwiązać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki (P)
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych (R\D)
- rozwiązać nierówność wielomianową (R)
- rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, stosując poznane definicje i twierdzenia (R\D)

Geometria płaszczyzny

Uczeń potrafi:

- podać przykłady i własności figur geometrycznych (K)
- biegle zamieniać jednostki podstawowe, kwadratowe i sześcienne (K)
- podać definicję koła i okręgu (K)
- obliczyć pole i obwód koła (P)
- rozróżnić kąt wpisany od środkowego i zastosować ich własności w zadaniach (P)
- stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych (P\R)
- stosować własności podobieństwa w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali) (R\D)
- stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów (K)
- stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy) (P\R)
- stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów i czworokątów (K\P)
- stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach (np. długość wysokości, długość promienia okręgu wpisanego w trójkąt i opisanego na trójkącie) (R)
- zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań (K\P)



- sprawnie przedstawiać pola figur w arach i hektarach i dokonywać zamiany tych jednostek (P)
- zastosować twierdzenie Talesa i twierdzenie do niego odwrotne w sytuacjach praktycznych (P)
- rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych (D)

KLAS TRZECIA

Elementy geometrii analitycznej

Uczeń potrafi:

- obliczyć współrzędne wektora (K)
- narysować wektory w układzie współrzędnych (K)
- znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach (D)
- znaleźć równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym (P)
- zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych (K)
- napisać równanie prostej prostopadłej i prostej równoległej do danej prostej i przechodzącej przez zadany punkt (P)
- obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych (K)
- wyznaczyć współrzędne środka odcinka (K)
- posługiwać się równaniem okręgu (K)
- przekształcić równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytać współrzędne środka i promień okręgu (K)
- wyznaczyć równanie okręgu o zadanych własnościach (P\R)
- wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu (P)
- określić wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami (P)
- wie, ile wynosi suma kątów trójkąta i czworokąta i wykorzystuje ten fakt do rozwiązywania zadań (K/P)

Funkcje wymierne

Uczeń potrafi:

- odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji (K)
- wyznaczać dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych lub kwadratowych za pomocą grupowania wyrazów, stosowania wzorów skróconego mnożenia, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias (P\R)
- obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej (K)
- skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne (P)
- dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne (P)
- szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji (R)
- rozwiązywać zadania z proporcjonalnością odwrotną (R)
- rozwiązywać proste równania wymierne (P)
- rozwiązywać zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych (D)

Ciągi

Uczeń potrafi:

- określać ciąg wzorem ogólnym (P)
- wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym (K)
- narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu (K\P)
- zbadać monotoniczność ciągu (R\D)
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym (P)
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych (P\R)
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (P)
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego (D)
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym (P)
- wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych (P\R)
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (P)
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego (D)
- rozwiązywać zadania stosując wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym (R\D)
- stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów ®

Funkcja wykładnicza i logarytmiczna

Uczeń potrafi:

- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym (P)
- stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań (P)
- odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji (K)
- sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw (P)
- opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów (R\D)
- rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze (R)
- rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym (R\D)
- obliczać logarytm liczby dodatniej (K)
- stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań (P)
- odróżnić funkcję logarytmiczną od innych funkcji (K)
- sporządzać wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw (P)
- opisywać własności funkcji logarytmicznych na podstawie ich wykresów (R\D)
- rozwiązywać zadania dotyczące funkcji logarytmicznych, umieszczone w kontekście praktycznym (R\D)

Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa

Uczeń potrafi:

- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych (K)
- stosować zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań (P)
- rozwiązywać pewne zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa (R)
- stosować symbol silni, permutacji, wariacji z powtórzeniami i wariacji bez powtórzeń (P)



- określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc (K|P)
- wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu (K|P)
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie „klasycznej definicji prawdopodobieństwa” (P|R)
- stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań (P\R)
- wykorzystywać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa (R|D)
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa ®

Elementy statystyki matematycznej

Uczeń potrafi:

- odczytać informacje z tabel, diagramów słupkowych i kołowych (K/P)
- wyciągnąć z takich informacji wnioski, wykonując odpowiednie obliczenia (R/D)
- obliczyć:
 - średnią arytmetyczną danych liczb (K)
 - wariancję i odchylenie standardowe danych liczb (K)
 - modę i medianę danych liczb (P)
 - średnią arytmetyczną danych zapisanych w postaci tabeli lub histogramu (P)
 - średnią ważoną danych liczb (K)
- rozumie sens intuicyjny wariancji i odchylenia standardowego (K)
- wyciągnąć wnioski z informacji w postaci średnich, odchylenia standardowego i wariancji (P/R/D)
- przedstawić dane w postaci tabel i diagramów (K/P)
- opracować statystycznie nieskomplikowany problem (R)
- postawić prosty problem i opracowuje go statystycznie (D)

KLASA CZWARTA

Geometria przestrzenna

Uczeń potrafi:

- badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni (P)
- rozpoznać następujące rodzaje brył:
 - sześcian, prostopadłościan, graniastosłup, ostrosłup (K)
- określić liczbę wierzchołków, krawędzi i ścian (K)
- obliczyć pola powierzchni i objętości:
 - prostopadłościanów i ostrosłupów o podstawie kwadratu (K)
 - graniastosłupów i ostrosłupów w prostych zadaniach geometrycznych (P)
 - walca i stożka w najprostszych sytuacjach geometrycznych (K)
 - kuli (P)
- sprawnie przedstawiać objętości brył w litrach i mililitrach i dokonywać zamiany tych jednostek (P)
- poprawnie narysować wielościany (graniastosłupy, ostrosłupy) i bryły obrotowe (P)
- wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości (R)
- podać własności figur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy czy bryły obrotowe (K|P)

- rysować siatki figur przestrzennych (P)
- wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych (R\D)
- wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii (D)

Przewidywane osiągnięcia ucznia to:

- Wykonywanie działań na liczbach i wyrażeniach,
- Sprawne liczenie,
- Opisywanie zbiorów za pomocą równań, nierówności, układów,
- Sporządzanie wykresów funkcji, odczytywanie własności, stosowanie funkcji do opisu zależności z życia codziennego,
- Wyznaczanie związków miarowych figur,
- Przeprowadzanie obliczeń dokładnych i przybliżonych,
- Rozwiązywanie równań, nierówności, układów,
- Uważne analizowanie treści zadania oraz poszukiwanie różnych, nietypowych rozwiązań,
- Czytanie ze zrozumieniem tekstu matematycznego,
- Obsługiwanie komputerowych programów matematycznych,
- Korzystanie z tabel, wykresów, diagramów, instrukcji oraz tekstów użytkowych,
- Samodzielne opanowanie definicji i twierdzeń,
- Przyswajanie schematów rozumowań i ich stosowanie,
- Definiowanie prostych obiektów matematycznych i posługiwanie się językiem matematycznym,
- Podawanie przykładów i kontrprzykładów,
- Interpretowanie informacji, wyciąganie wniosków poparte poprawnym rozumowaniem,
- Rozwiązywanie problemów praktycznych,
- Skuteczne poszukiwanie potrzebnych wiadomości na stronach internetowych,
- Współpracowanie w grupie,
- Samodzielne zdobywanie wiedzy,
- Dostrzeganie zależności matematycznych w otaczającym świecie i różnych dziedzinach życia

Ocenie podlegają następujące formy aktywności ucznia:

- Całogodzinne sprawdziany w formie testów, sprawdzianów,
- Odpowiedzi ustne,
- Kartkówki,
- Poprawy sprawdzianów,
- Rozwiązywanie ocenianych zadań na lekcji,
- Zadania domowe,
- Aktywność,
- Zlecone przez nauczyciela prace samodzielne do wykonania w domu (pomoce naukowe, referaty, itp.).

Sprawdziany i kartkówki są obowiązkowe.

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- Intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;



- Rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- Rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- Potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- Podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- Podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- Wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- Zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- Sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- Korzysta z kalkulatora;
- Zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- Naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- Samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- Sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- Przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- Zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- Intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- Wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- Zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- Rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- Rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- Ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- Zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- Posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- Samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;

- Przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- Korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- Stosuje nowe twierdzenia;
- Ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego ;
- Zna dowody twierdzeń objętych programem;
- Rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- Skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- Analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- Rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych;

Stopień celujący:

Uczeń:

- Analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- Zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- Potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- Zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- Buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- Stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- Uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

Uczeń ma prawo w terminie dwóch tygodni zaliczyć sprawdzian pisemny na którym był nieobecny lub poprawić wynik sprawdzianu, który już napisał. Termin zaliczenia lub poprawy wyznacza nauczyciel w porozumieniu z uczniem. W szczególnym przypadku (np. dłuższa choroba) termin zaliczania sprawdzianu może zostać przedłużony przez nauczyciela.

Uwagi:

- W przypadku zaliczania sprawdzianu uczeń ma prawo do jego napisania, jeśli nieobecność na sprawdzianie jest usprawiedliwiona,
- Zarówno w przypadku zaliczania sprawdzianu jak i jego poprawiania kryteria i możliwość uzyskania danej oceny na poszczególłą liczbę punktów jest taka sama jak pierwotnie,
- Uczeń, który podczas prac pisemnych korzysta ze źródeł niedozwolonych przez nauczyciela otrzymuje ocenę niedostateczną z danego sprawdzianu,
- Poprawie nie podlegają testy, odpowiedzi ustne, kartkówki i zadania domowe,
- W każdym semestrze uczeń może mieć jedną ocenę niedostateczną, niepoprawioną z pracy klasowej.

W przypadku uzyskania przez ucznia śródrocznej oceny niedostatecznej, zobowiązany jest on do poprawienia oceny do 31 marca trwającego roku szkolnego. Jeżeli oceny tej nie poprawi, może to być podstawą do wystawienia niedostatecznej oceny końcoworocznej.

Nauczyciel może podnieść ocenę końcoworoczną o jeden stopień uczniowi, który wyróżnia się aktywnością na zajęciach, rozwiązuje dodatkowe problemy, wykazuje

inicjatywę w dodatkowych pracach, ma wiedzę ponad program, bierze udział w różnych konkursach i olimpiadach.

Nauczyciel może nie klasyfikować ucznia, który opuścił ponad 50% zajęć.

Nauczyciel na podstawie zaświadczenia z poradni psychologiczno- pedagogicznej lub innych placówek specjalistycznych obniża wymagania w stosunku do ucznia, który takie zaświadczenie posiada.

W klasach maturalnych i przedmaturalnych warunkiem otrzymania przez ucznia pozytywnej oceny końcoworocznej jest zaliczenie wszystkich testów przygotowujących do egzaminu maturalnego.

Na lekcjach matematyki są oceniane następujące obszary aktywności uczniów:

1. sprawdzanie stopnia zrozumienia pojęć matematycznych,
2. sposób prowadzenia rozumowań,
3. kształtowanie języka matematycznego,
4. rozwiązywanie typowych zadań– dobór metod, sposobu wykonania, oceny uzyskanych rezultatów i analizy ich poprawności,
5. rozwiązywanie problemów typowo matematycznych jak i praktycznych,
6. zaangażowanie, organizacja i wkład pracy ucznia – aktywność na lekcji, praca samodzielna, zaangażowanie w pracę grupy.

Gromadzenie informacji o wielu obszarach aktywności ucznia pozwala łatwiej ocenić jego osiągnięcia, a także odpowiedzieć na jego indywidualne potrzeby.

Oceniając pracę ucznia kładziemy największy nacisk na umiejętność zastosowania poznanego materiału w praktyce. Premiując twórcze myślenie , które prowadzi do rozwiązania problemu praktycznego wzmocnimy tylko ten rodzaj myślenia.

7 Oprzyrządowanie programu

Podczas realizacji programu zostaną wykorzystane następujące pomoce

Podręczniki:

Klasa 1

Anna Jatczak, Monika Ciołkosz, Paweł Ciołkosz

„Matematyka 1 – podręcznik dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum zakres podstawowy” wyd. Operon

Piotr Pyrdol, Edyta Dołęga, Stanisław Dołęga „Matematyka 1 – zbiór zadań” wyd. Operon

Tablice matematyczne znajdujące się w wykazie materiałów i przyborów pomocniczych na egzamin maturalny.

Klasa 2

Anna Jatczak, Monika Ciołkosz, Paweł Ciołkosz „Matematyka 2- podręcznik dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum zakres podstawowy wyd. Operon

Piotr Pyrdol, Edyta Dołęga, Stanisław Dołęga „Matematyka 2- zbiór zadań” wyd. Operon

Klasa3

Anna Jatczak, Monika Ciołkosz, Paweł Ciołkosz „Matematyka 3- podręcznik dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum zakres podstawowy ” wyd. Operon

Piotr Pyrdol, Edyta Dołęga, Stanisław Dołęga „Matematyka 3- zbiór zadań” wyd. Operon

Megapakiet –vademekum maturzysty oraz testy maturalne wyd. Operon

Oprócz podręczników inne pomoce dla uczniów to: zeszyt w kratkę, kolorowe długopisy, zestaw przyborów geometrycznych (linijka, ekierka, kątomierz, cyrkiel), ołówki, gumka do ścierania, kalkulator prosty, notatnik w kratkę, segregator, koszulki

Do pracowni matematycznej:

Laptop, rzutnik multimedialny, ekran podwieszany pod sufitem, drukarka (urządzenie wielofunkcyjne), mysz, tablica z układem współrzędnych (nakładka na tryptyk), EDUROM Matematyka szkoła ponadgimnazjalna, wizualizer, materiały edukacyjne (filmy, prezentacje multimedialne, encyklopedia matematyki, programy edukacyjne), kalkulatory proste, magnesy.

8 Ewaluacja

Przed przystąpieniem do realizacji programu należy zdiagnozować uczniów pod kątem celów programowych i treści nauczania za pomocą rozmów indywidualnych, sprawdzianów pisemnych czy testów sprawdzających.

W trakcie realizacji programu natomiast ewaluacja będzie polegała na zbieraniu informacji o stopniu opanowania celów z poszczególnych jednostek lekcyjnych za pomocą odpowiedzi ustnych oraz za pomocą sprawdzianów pisemnych i obserwacji mających na celu zdiagnozowanie osiągnięć uczniów po realizacji treści programowych poszczególnych działów. Ćwiczenia realizowane samodzielnie lub w niewielkich grupach oraz aktywny udział uczniów na zajęciach również dadzą odpowiedź na pytanie w jakim stopniu opanowali oni wiadomości i umiejętności z poszczególnych zagadnień.

Etap ewaluacji	Przedmiot ewaluacji	Zakres ewaluacji	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze
Przed rozpoczęciem realizacji programu	Program autorski	-koncepcja i struktura programu, -założenia programu uwzględniające możliwości realizatora i odbiorców, -cele ogólne i cele szczegółowe programu, -działania służące rozwijaniu kompetencji kluczowych, -dobór i układ treści nauczania, -sposoby realizacji programu: metody, formy, środki dydaktyczne, -ocena skuteczności programu.	-przydatność treści nauczania, -adekwatność do potrzeb uczniów, -zgodność z podstawą programową, -spójność z projektem Szkoła Kluczowych Kompetencji, -atrakcyjność metod i form pracy	-analiza danych z arkusza oceny programu
W czasie realizacji programu	Skuteczność programu	-organizacja i przebieg procesu nauczania, -zastosowanie zdobywanej wiedzy w praktyce	-rozwiniecie kompetencji kluczowych w zakresie wiedzy, umiejętności i postaw	-obserwacja, -test, który sprawdza wiedzę i umiejętności
Na zakończenie realizacji programu	Osiągnięcia edukacyjne	-wzrost kompetencji kluczowych, -wielostronny rozwój ucznia, -trafność działań wychowawczych.	-stosowanie metod aktywizujących, -dobór zadań	-ankieta dla ucznia, -ankieta dla rodziców, -test sprawdzający wiedzę i umiejętności -analiza dokumentacji
Po pewnym czasie		-następstwa realizacji programu	-wykorzystanie zdobytej wiedzy	-analiza wyników egzaminu maturalnego i zawodowego

Bibliografia

- [1] Pyrdoł Piotr, Jaczak Anna, Ciołkosz Monika, Ciołkosz Paweł, *Matematyka program nauczania dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Zakres podstawowy*, Gdynia 2007.
- [2] Kurczab Marcin, Kurczab Elżbieta, Świda Elżbieta, *Matematyka. Program nauczania w liceach i technikach. Zakres podstawowy*, Warszawa 2008.
- [3] Cewe Alicja, Ludwikowska Ewa, Nahorska Halina, Krawczyk Małgorzata, Kruk Maria, Pancer Irena, Ropela Renata, Rybak Anna Poradnik, *Matematyka w otaczającym nas świecie*, Gdańsk 2004.
- [4] Sobczak Maria, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Lublin 2009.
- [5] *Diagnoza implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy Zespół Szkół Rolniczo-Technicznych*, Lublin 2009.

Autor
Katarzyna Lidak

MATEMATYKA
ZAKRES PODSTAWOWY

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

Technikum Mechaniczne
w Lipsku

Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Informacja o autorze programu	5
Wstęp.....	5
1 Uwarunkowania realizacji programu.....	7
2 Cele kształcenia i wychowawcze	8
3 Ramowy rozkład materiału.....	9
4 Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia uczniów	10
5 Procedury osiągania celów kształcenia i procedury oceniania osiągnięć uczniów	24
5.1 Metody nauczania.....	24
5.2 Formy pracy.....	26
5.3 Metody kontroli i oceny	26
5.4 Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia.....	27
6 Oprzyrządowanie programu i środki dydaktyczne.....	30
7 Projekt ewaluacji programu.....	31
Bibliografia.....	33



Informacja o autorze programu

Mgr Katarzyna Lidak – nauczyciel dyplomowany matematyki w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych im. Jana Pawła II w Lipsku; ukończyła studia podyplomowe w zakresie Technologii Informacyjnych; egzaminator egzaminu maturalnego z matematyki; ekspert do spraw awansu zawodowego nauczycieli.

Wstęp

Współczesna edukacja w szkołach ponadgimnazjalnych o profilu zawodowym, ma na celu zarówno przygotowanie uczniów do egzaminu maturalnego i egzaminu zawodowego, jak również do aktywnego i skutecznego funkcjonowania na rynku pracy. Bardzo ważnym jest, aby w kształceniu ogólnym uwzględniać potrzeby kształcenia do wykorzystywania określonego zawodu.

Współpraca państw należących do Unii Europejskiej pociąga za sobą przemieszczanie się ludzi, a co się z tym wiąże, konieczność podejmowania przez nich pracy w innych krajach niż te, gdzie uzyskali oni pierwotne kwalifikacje zawodowe. W tej sytuacji niezbędne jest wprowadzenie pewnych ujednoliceń w systemach edukacyjnych krajów Unii Europejskiej oraz przygotowanie ich obywateli do uczenia się przez całe życie.

Przeprowadzane liczne badania rynku pracy pokazały, iż wzrost gospodarczy oraz redukcja bezrobocia wymaga wyposażenia młodych ludzi w kompetencje kluczowe. Kompetencje kluczowe zdefiniowane przez Parlament Europejski to te, których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia.

Parlament europejski i Rada Europy w grudniu 2006 roku ustaliły wykaz kompetencji kluczowych:

1. Porozumiewanie się w języku ojczystym,
2. Porozumiewanie się w językach obcych,
3. Kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo – techniczne,
4. Kompetencje informatyczne,
5. Umiejętność uczenia się,
6. Kompetencje społeczne i obywatelskie,
7. Inicjatywność i przedsiębiorczość,
8. Świadomość i ekspresja kulturalna.

Badania potrzeb rynku pracy w Polsce wskazują na pilną potrzebę kształcenia w zawodach technicznych, i to na każdym etapie, ze szczególnie dużym zapotrzebowaniem na absolwentów wyższych uczelni technicznych. Podjęcie studiów jest oczywiście związane z pomyślnie zdaniem egzaminem maturalnym i to od 2010 roku z obowiązkową matematyką. Znajomość tajników matematyki umożliwia lepsze rozumienie i stosowanie wiedzy w kształceniu zawodowym.

Niniejszy program nauczania matematyki będzie realizowany w technikum o profilu mechanicznym. Ma charakter liniowy z elementami spiralnego. Jego głównym celem

będzie wyposażenie uczniów w wiadomości i umiejętności niezbędne do jak najlepszego opanowania przedmiotów zawodowych, których znajomość stwarza absolwentom możliwość dalszej edukacji oraz podnoszenia swoich kwalifikacji zawodowych. Program jest zgodny z podstawą programową z matematyki, standardami wymagań egzaminu maturalnego z matematyki - matura 2010. Uwzględnia także matematyczne kompetencje kluczowe (MKKE) określone przez Parlament Europejski, które obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Kompetencje te są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

Wiedza:

- W1 – rozumienie terminów i pojęć matematycznych
- W2 – dobrze opanowana umiejętność liczenia
- W3 – znajomość miar i struktur
- W4 – znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej
- W5 – świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź

Umiejętności:

- U1 – stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny)
- U2 – śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny)
- U3 – przekazywać komunikaty stosując język matematyczny
- U4 – korzystać z tekstu matematycznego

Postawy:

- P1 – przejawiać szacunek do prawdy
- P2 – dążyć do szukania przyczyn
- P3 – oceniać zasadność wnioskowań i działań

Bazą programu jest program nauczania matematyki dla liceum i technikum wydany przez Oficynę Edukacyjną* Krzysztof Pazdro (nr dopuszczenia DKOS-5002-05/08). Autorami programu są: Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda. Program jest zgodny z podstawą programową z matematyki z 23 sierpnia 2007 roku, która obowiązuje od 1 września 2007 oraz ze standardami wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów wg rozporządzenia MEN z dn. 28 sierpnia 2007 roku.

Na realizację programu w zakresie podstawowym – zgodnie z rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej w sprawie ramowych planów nauczania - przeznaczony jest 9 godzin tygodniowo-w ciągu czterech lat. Na klasę pierwszą przypadają 3 godziny tygodniowo, zaś na pozostałe klasy po 2 godziny tygodniowo.

W dalszej części programu przedstawiam uwarunkowania realizacji programu, ogólne cele edukacyjne i wychowawcze, ramowy rozkład materiału, szczegółowe treści kształcenia, wraz z zakresem przewidywanych osiągnięć ucznia. Następnie omawiam procedury osiągnięcia celów kształcenia oraz procedury oceniania osiągnięć uczniów.

Uwarunkowania realizacji programu

Program będzie realizowany w klasach 1 – 4 Technikum Mechanicznego, w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych im. Jana Pawła II w Lipsku.

Szkoła posiada 3 pracownie komputerowe, salę gimnastyczną, siłownię, kompleks boisk, pracownie gastronomiczną, internat ze stołówką, warsztaty szkolne branży mechanicznej, bibliotekę z czytelnia i multimedialnym centrum informacji, 3 kawiarenki internetowe.

W szkole jest 18 sal lekcyjnych wyposażonych w środki dydaktyczne: stanowiska komputerowe PC i eMac, oprogramowanie MS Office 2003 i 2007 w pracowniach informatycznych, przyrządy matematyczne, projektory multimedialne, plansze dydaktyczne, rzutniki, tablice poglądowe, mapy, globusy, kamerę, telewizory, magnetofony CD, DVD.

W zespole Szkół pobiera naukę około 550 uczniów: w liceum ogólnokształcącym, liceum profilowanym, technikum, zasadniczej szkole zawodowej. W technikum jest 6 klas (liczba uczniów 127). W zawodzie technik mechanik - 18 uczniów, w zawodzie technik żywienia i gospodarstwa domowego – 109 uczniów. Pochodzą oni, w większości, ze środowisk wiejskich i obszarów zagrożonych marginalizacją o niskim statusie materialnym. Uczniowie posiadają małe ambicje, tylko 2,18% uzyskuje średnią ocen powyżej 5,0. Jedna osoba corocznie otrzymuje stypendium Prezesa Rady Ministrów. Nie wszyscy uczniowie przystępują do egzaminów zewnętrznych typu matura lub egzamin zawodowy.

Uczniowie Technikum znają zapotrzebowanie na zawód technika mechanika w kraju i za granicą. Poprzez praktyki zawodowe, które odbywają się w zakładach pracy, poznają wymogi pracodawców i możliwości poruszania się po rynku pracy.

Jestem osobą, która będzie realizować program Kluczowych Kompetencji w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych w Lipsku. Pracuję w tej szkole od 16 lat, jestem nauczycielem dyplomowanym. Ukończyłam pięcioletnie studia magisterskie na wydziale matematyczno – przyrodniczym, kierunek matematyka w Wyższej Szkole Pedagogicznej w Kielcach. Ponadto w roku 2001 ukończyłam Studia Podyplomowe w zakresie Technologii Informacyjnych w Instytucie Badań Edukacyjnych Ministerstwa Edukacji Narodowej w Warszawie. Pełnię funkcję eksperta ds. awansu zawodowego nauczycieli (od 2004 roku) oraz egzaminatora egzaminu maturalnego z matematyki (od 2001 roku).

Ukończyłam wiele szkoleń i kursów, które są pomocne w mojej pracy (między innymi Szkolenie LCM – zastosowanie TI w praktyce szkolnej oraz kursu dla kierowników wycieczek szkolnych i imprez krajoznawczo-turystycznych). Jestem również wychowawcą klasowym. W swojej pracy wykorzystuję technologie informacyjne, obsługa komputera oraz typowych programów komputerowych nie stanowi dla mnie problemu. Jestem osobą komunikatywną i kreatywną. Za osiągnięcia dydaktyczno-wychowawcze otrzymywałam nagrody: Dyrektora Szkoły oraz Rady Miasta i Gminy w Lipsku.

1 Cele kształcenia i wychowawcze

Matematyka jest jednym z głównych składników wykształcenia i stymuluje rozwija zdolności poznawcze a także uczy dobrej organizacji pracy, wyrabia dociekliwość i krytycyzm.

Rola nauczyciela polega na pokazywaniu uczniom, że umiejętności matematyczne są niezbędne do funkcjonowania człowieka w codziennym życiu, zarówno w rodzinie (np. planowanie i szacowanie wydatków), jak i w społeczeństwie (np. orientacja w systemie podatkowymi budżecie państwa), czy w dziedzinie sztuki (np. kanon w architekturze klasycyzm).

Opracowany przeze mnie program ma służyć osiągnięciu następujących celów: w zakresie rozwoju intelektualnego ucznia (cele związane z kształceniem) oraz w zakresie kształtowania postaw (cele związane z wychowaniem):

Tabela nr 1. Ogólne cele nauczania matematyki.

l.p	Cele nauczania matematyki	Uwagi
1.	Stworzenie podstaw wiedzy matematycznej w zakresie znajomości i rozumienia terminów i pojęć matematycznych.	W1
2.	Doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie technik mechanik.	W2
3.	Wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego, innych dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie technik mechanik.	W3, W4
4.	Wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych	U1
5.	Wykształcenie umiejętności i nawyku uzasadniania swoich sądów (istota sądów matematycznych, kategoryczność twierdzeń, jednoznaczność i precyzja definicji).	U2, P1
6.	Rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin wiedzy	U3
7.	Doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym – w tym podręcznikiem – oraz innymi źródłami informacji matematycznej.	U4
8.	Wykształcenie umiejętności samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi – umiejętność stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych, poszukiwania dróg ich weryfikacji).	W5, P1, P2
9.	Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń.	U1, P1, P2, P3
10.	Kształcenie wyobraźni matematycznej (intuicja w zakresie obiektów abstrakcyjnych, wyobraźnia geometryczna dotycząca obiektów płaskich i przestrzennych) oraz przewidywania skutków podejmowanych działań (głównie podczas rozwiązywania problemów matematycznych).	U2, U3, P2



2 Ramowy rozkład materiału

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację.

KLASA I – 111 godzin.

1.	Zbiory, zbiory liczbowe, działania w zbiorach liczbowych.	18
2.	Wyrażenia algebraiczne.	20
3.	Geometria płaska – pojęcia wstępne.	12
4.	Trygonometria kąta ostrego.	8
5.	Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta	9
6.	Funkcja i jej własności.	12
7.	Funkcja liniowa.	14
	Godziny do dyspozycji nauczyciela	18

KLASA II – 76 godzin.

1.	Geometria płaska – czworokąty.	8
2.	Geometria płaska – pole czworokąta.	8
3.	Funkcja kwadratowa.	18
4.	Wielomiany.	14
	Godziny do dyspozycji nauczyciela.	19

KLASA III – 68 godzin.

1.	Funkcja wymierna.	14
2.	Elementy geometrii analitycznej.	13
3.	Ciągi.	18
	Godziny do dyspozycji nauczyciela	20

KLASA IV-60 godzin.

1.	Funkcja wykładnicza.	8
2.	Rachunek prawdopodobieństwa.	14
3.	Elementy statystyki opisowej.	8
4.	Geometria przestrzenna.	19
	Godziny do dyspozycji nauczyciela.	4

3 Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia uczniów

KLASA I

1. Zbiory, zbiory liczbowe, działania w zbiorach liczbowych – 20 godzin.

Tematyka

- Pojęcie zdania w logice.
- Koniunkcja, alternatywa zdań.
- Implikacja, równoważność zdań.
- Definicja, twierdzenie, twierdzenie odwrotne.
- Zbiór, zbiory liczbowe, oś liczbowa.
- Przedziały.
- Zbiór liczb naturalnych, zbiór liczb całkowitych.
- Zbiór liczb wymiernych, zbiór liczb niewymiernych.
- Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych.
- Procenty.
- Punkty procentowe.
- Wartość bezwzględna.
- Przybliżenia.
- Błąd względny i błąd bezwzględny przybliżenia, szacowanie.

Szczegółowe cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna spójniki logiczne, zdania proste i złożone;
- pozna co to jest definicja i czym różni się od twierdzenia;
- dowie się, co to jest twierdzenie odwrotne;
- pozna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiór skończony, (nieskończony), element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne;
- zapozna się z symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów;
- pozna relacje, jakie zachodzą między podzbiorami zbioru liczb rzeczywistych;
- przypomni sobie, czym jest oś liczbowa;
- pozna pojęcie przedziału (ograniczonego, nieograniczonego, otwartego, domkniętego, jednostronnie otwartego);
- przypomni sobie pojęcie liczb pierwszych i złożonych;
- przypomni sobie, jak wykonuje się działania na ułamkach;
- przypomni sobie prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;
- przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami;
- pozna pojęcie punktu procentowego;
- pozna pojęcie wartości bezwzględnej;
- pozna pojęcie błęd bezwzględnego i względnego;
- nauczy się szacować wyrażenia liczbowe.



Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- posługiwać się spójnikami logicznymi;
- odróżniać definicję od twierdzenia;
- mając dane twierdzenie w postaci implikacji zbudować twierdzenie odwrotne
- wskazać w podanym zbiorze liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne;
- posługiwać się pojęciem osi liczbowej;
- zaznaczać przedziały na osi liczbowej;
- wykorzystywać język matematyki w komunikowaniu się;
- sprawnie wykonywać działania na ułamkach;
- zaplanować i wykonać obliczenia na liczbach rzeczywistych;
- stwierdzić, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną czy niewymierną;
- wyznaczać rozwinięcie dziesiętne liczb;
- zapisać liczbę wymierną w postaci ilorazu liczb całkowitych;
- stosować pojęcie procentu w obliczeniach;
- odczytywać dane z tabel i diagramów;
- wykorzystywać tabele i diagramy do przedstawiania danych;
- posługiwać się pojęciem punktu procentowego;
- obliczać wartość bezwzględną danej liczby;
- zastosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej;
- znaleźć przybliżenie liczby z zadaną dokładnością;
- stosować reguły zaokrąglania liczb;
- stosować pojęcie błędu bezwzględnego i względnego przybliżenia;
- oszacować wartość wyrażenia liczbowego.

2. Wyrażenia algebraiczne - 20 godzin.

Tematyka

- Potęga o wykładniku naturalnym.
- Pierwiastek arytmetyczny.
- Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej.
- Wzory skróconego mnożenia.
- Potęga o wykładniku całkowitym.
- Potęga o wykładniku wymiernym.
- Informacja o potędze o wykładniku rzeczywistym.
- Pojęcie logarytmu, własności logarytmów.
- Przekształcanie wzorów.
- Średnia arytmetyczna, średnia geometryczna, średnia ważona.

Szczegółowe cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym;
- przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych;
- pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej;
- pozna wzory skróconego mnożenia;
- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym;
- pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym i własności działań na takich potęgach;
- pozna prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- pozna pojęcie i podstawowe własności logarytmu;
- nauczy się przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii;

- przypomni sobie pojęcie średniej arytmetycznej oraz pozna pojęcie średniej geometrycznej i średniej ważonej.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;
- zapisywać liczby w postaci wykładniczej
- sprawnie wykonywać działania na pierwiastkach;
- sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia;
- usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka;
- obliczyć logarytm danej liczby przy danej podstawie;
- stosować w obliczeniach podstawowe własności logarytmu;
- sprawnie przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii;
- obliczać średnią arytmetyczną, geometryczną, ważoną.

3.Geometria płaska – pojęcia wstępne, trójkąty- 10 godzin.

Tematyka

- Podstawowe pojęcia geometryczne.
- Trójkąty – podział trójkątów, nierówność trójkąta, kąty w trójkątach.
- Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne.
- Wielkości w trójkącie.
- Twierdzenie Talesa.
- Kąty i koła.
- Przystawanie trójkątów.

Szczegółowe cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie podstawowe pojęcia geometryczne (punkt, prosta, odcinek, kąt, półprosta, figura wypukła i wklęsła);
- przypomni sobie wiadomości o kątach(kąt prosty, ostry, rozwarty, kąty przyległe i wierzchołkowe);
- przypomni sobie wiadomości o trójkątach;
- przypomni sobie podział trójkątów ze względu na boki i na kąty;
- przypomni sobie nierówność trójkąta;
- przypomni sobie twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne;
- przypomni sobie wielkości w trójkącie (dwusieczna kąta, symetralna boku, wysokość, środkowa);
- przypomni sobie twierdzenie Talesa;
- pozna określenie kąta środkowego w kole, wpisanego w koło i dopisanego oraz własności tych kątów;
- przypomni sobie cechy przystawania trójkątów.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- zna i rozumie podstawowe pojęcia geometryczne
- potrafi wskazywać różne rodzaje kątów
- potrafi dokonać klasyfikacji trójkątów
- bada, czy z danych odcinków można zbudować trójkąt
- zna i rozumie twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do niego
- potrafi wykorzystywać twierdzenia do zadań praktycznych
- potrafi wskazać wielkości występujące w trójkącie



- rozumie pojęcie figur przystających
- zna cechy przystawiania trójkątów
- potrafi sprawdzać, czy podane trójkąty są przystające
- stosuje definicje i twierdzenia w rozwiązywaniu zadań problemowych.

4. Trygonometria kąta ostrego - 7 godzin.

Tematyka

- Podstawowe tożsamości trygonometryczne.
- Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym.
- Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla 30,45,60 stopni.

Szczegółowe cele edukacyjne

Uczeń:

- poza określenie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;
- nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30,45,60 stopni;
- pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- wyznaczyć funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;
- rozwiązać równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\tan x = a$, $\cot x = a$, gdzie $0^\circ < x < 90^\circ$, korzystając z kalkulatora, tablic lub posługując się wartościami funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów ;
- stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w rozwiązywaniu zadań;
- znając wartości jednej funkcji potrafi wyznaczyć wartości funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego;

5. Geometria płaska –pole koła, pole trójkąta-8 godzin.

Tematyka

- Pole figury geometrycznej.
- Pole trójkąta.
- Pola trójkątów podobnych.
- Pole koła, pole wycinka koła.

Szczegółowe cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna pojęcie pola figury;
- przypomnij sobie stosowane wcześniej wzory na pole trójkąta;
- pozna nowe wzory na pole trójkąta ;
- pozna twierdzenie dotyczące pól trójkątów podobnych;
- przypomni sobie wzór na pole koła i długość okręgu;
- pozna wzór na pole wycinka koła i wzór na długość łuku okręgu.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- obliczać pole figury, wykorzystując podział tej figury na rozłączne części;
- stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów;
- stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach (np. długość wysokości, długość promienia koła wpisanego w trójkąt);
- zastosować twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu zadań;

- zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań.

6.Funkcja i jej własności - 12 godzin

Tematyka

- Pojęcie funkcji, funkcja liczbową.
- Dziedzina i zbiór wartości funkcji.
- Sposoby opisywania funkcji.
- Wykres funkcji.
- Miejsce zerowe funkcji.
- Największa i najmniejsza wartość funkcji.
- Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu.
- Podstawowe przekształcenia wykresów funkcji.

Szczegółowe cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie pojęcie funkcji;
- pozna różne sposoby opisywania funkcji
- przypomni sobie pojęcia: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej;
- pozna pojęcie monotoniczności funkcji;
- pozna wykresy niektórych funkcji jak np. $y=x^2$, $y=1/x$, $y=|x|$;
- pozna pojęcie największej i najmniejszej wartości funkcji;
- nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- nauczy się szkicować wykresy funkcji o podanych własnościach;
- nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji.
- nauczy się przesuwając równolegle wykres funkcji wzdłuż osi OX;
- nauczy się przesuwając równolegle wykres funkcji wzdłuż osi OY;
- nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX;
- nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OY;

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić przyporządkowanie, które jest funkcją, od przyporządkowania, które funkcją nie jest;
- opisywać funkcje na różne sposoby (grafem, wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym);
- wskazywać wykres funkcji liczbowej;
- wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej;
- określić zbiór wartości funkcji (proste przykłady);
- obliczyć miejsca zerowe funkcji;
- określić na podstawie wykresu funkcji : dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartość największą i najmniejszą funkcji, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie (maleje, jest stała) oraz zbiory, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);
- sporządzić wykres funkcji spełniającej podane warunki;
- podać opis matematyczny zależności dwóch zmiennych w postaci funkcji;
- odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji, dotyczące różnych zjawisk, np. przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych, chemicznych oraz zawodowych;
- przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru, funkcji lub wykresu funkcji;



- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y=f(x+a)$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y=f(x)+b$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y=-f(x)$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y=f(-x)$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y=|f(x)|$.

7. Funkcja liniowa – 14 godzin.

Tematyka

- Proporcjonalność prosta.
- Funkcja liniowa. Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej.
- Własności funkcji liniowej.
- Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych.
- Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego.
- Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych.

Szczegółowe cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie informacje o proporcjonalności prostej;
- przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej;
- pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej;
- przypomni sobie własności funkcji liniowej;
- nauczy się znajdować równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe lub prostopadłe do danej funkcji liniowej;
- nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;
- przypomni sobie, jak się rozwiązuje równania i nierówności liniowe;
- przypomnij sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- sporządzić wykres proporcjonalności prostej oraz podać jej własności;
- zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań;
- sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach ;
- wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań;
- wyznaczać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danej funkcji liniowej;
- stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego;
- rozwiązywać równania i nierówności liniowe z 1 niewiadomą oraz interpretować je graficznie;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą;
- stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi.

KLASA II – 76 godzin.

1. Geometria płaska – czworokąty – 8 godzin.

Tematyka

- Podział czworokątów;
- Trapezy ;
- Równoległoboki;
- Trapezoidy;
- Podobieństwo. Podobieństwo czworokątów;
- Skala i plan.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie podział czworokątów;
- przypomni sobie niektóre własności czworokątów;
- pozna twierdzenie o linii łączącej środki ramion trapezu;
- pozna twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt;
- pozna pojęcie podobieństwa i jego własności;
- nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące mapy, planu, skali mapy.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi;

- posługiwać się własnościami czworokątów w rozwiązywaniu zadań;
- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących czworokątów;
- stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
- stosować podobieństwa w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali).

2. Geometria płaska – pole czworokąta – 8 godzin.

Tematyka

- Pole równoległoboku.
- Pole trapezu.
- Pola figur podobnych.

Szczegółowe cele edukacyjne

Uczeń:

- Przypomni sobie wzory na pola czworokątów (kwadratu, prostokąta, równoległoboku, rombu, trapezu);
- Pozna nowe wzory na pole czworokąta;
- Pozna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów;
- stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczące planu, mapy, skali mapy);
- rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.

3.Funkcja kwadratowa-18 godzin

Tematyka

- Jednomian kwadratowy, trójmian kwadratowy.
- Przekształcania wykresów funkcji kwadratowych.
- Postać ogólna i postać kanoniczna funkcji kwadratowej.
- Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.
- Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.
- Badanie trójmianu kwadratowego, zdania optymalizacyjne.
- Równania kwadratowe.
- Nierówności kwadratowe.
- Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych.

Szczegółowe cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własność;
- nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej;
- nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych;
- nauczy się przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;
- pozna metodę rozwiązywania równań kwadratowych;
- pozna metodę rozwiązywania nierówności kwadratowych;
- nauczy się znajdować największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych;
- nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązania zadań (w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym).

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji;
- sporządzić wykres funkcji kwadratowej i zbadać jej własności na podstawie wykresu;
- wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji kwadratowej;
- przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;
- wyznaczyć wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu;
- wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej i postać iloczynową funkcji kwadratowej;
- sprawnie zamieniać jedną postać funkcji kwadratowej na inną (postać kanoniczna, iloczynowa, ogólna);
- sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie, zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych;
- wyznaczyć wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;

- rozwiązywać zdania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne);
- rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych;
- przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisanie wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej;
- opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej.

4. Wielomiany - 14 godzin

Tematyka

- Wielomian jednej zmiennej stopnia n ($n \geq 1$).
- Równość wielomianów.
- Dodawanie, odejmowanie, mnożenie wielomianów.
- Pierwiastek wielomianu, pierwiastek wielokrotny.
- Rozkład wielomianów na czynniki.
- Równania wielomianowe.
- Zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.

Szczegółowe cele edukacyjne

Uczeń

- poza definicję wielomianu stopnia n ($n \geq 1$) jednej zmiennej;
- pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować;
- nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany;
- pozna pojęcie pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu;
- pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki (wyłącznie czynnika poza nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wzorów);
- nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe;
- nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem;
- dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany;
- rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłącznie wspólnego czynnika poza nawias;
- rozwiązać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;
- rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, stosując poznane definicje i twierdzenia.

KLASA III

1. Funkcje wymierne – 14 godzin

Tematyka

- Definicja funkcji wymiernej, dziedziną funkcji wymiernej.
- Działania na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie).
- Proporcjonalność odwrotna i jej własności.
- Proste równania wymierne.

Szczegółowe cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję funkcji wymiernej;

- nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- nauczy się skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej;
- nauczy się szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;
- nauczy się rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną;
- nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji;
- wyznaczać dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występuje tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych lub kwadratowych za pomocą grupowania wyrazów, stosowania wzorów skróconego mnożenia, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias;
- obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;
- rozwiązywać zadania z proporcjonalnością odwrotną;
- rozwiązywać proste równania wymierne;
- rozwiązywać zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych.

2.Elementy geometrii analitycznej – 13 godzin.

Tematyka

- Odległość punktów w układzie współrzędnych.
- Współrzędne środka odcinka.
- Równanie kierunkowe prostej.
- Równanie ogólne prostej.
- Równoległość prostych.
- Prostopadłość prostych.
- Równanie okręgu.

Szczegółowe cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie, jak oblicza się odległość punktów w układzie współrzędnych;
- pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka;
- przypomni sobie informacje o równaniu kierunkowym prostej;
- nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej;
- przypomni sobie warunki na równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych;
- nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej;
- nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu.

Założone osiągnięcia uczniów

Uczeń potrafi:

- obliczać odległość punktów w układzie współrzędnych;

- wyznaczyć współrzędne środka odcinka;
- znaleźć równanie prostej w postaci $Ax+By+C=0$ lub $y=ax+b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym;
- zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;
- posługiwać się równaniem okręgu;
- przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytywać współrzędne środka i promień okręgu;
- wyznaczyć równanie okręgu o zadanych własnościach;
- wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu.

3. Ciągi-18 godzin

Tematyka

- Określenie ciągu, ciąg liczbowy.
- Sposoby opisywania ciągów.
- Monotoniczność ciągu.
- Ciąg arytmetyczny.
- Ciąg geometryczny.
- Oprocentowanie lokat i kredytów (procent prosty i procent składany).

Szczegółowe cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję ciągu;
- pozna sposoby opisywania ciągów;
- pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu;
- pozna definicję i własności ciągu arytmetycznego;
- pozna definicję i własności ciągu geometrycznego;
- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego;
- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego;
- pozna pojęcie procentu prostego i składanego;
- nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- określać ciąg wzorem ogólnym;
- wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem;
- narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu;
- zbadać monotoniczność ciągu;
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym (geometrycznym) ;
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych;
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (geometrycznego);
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego (geometrycznego);
- rozwiązywać zadania stosując wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym;
- stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów.

KLASA IV

1. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna-8 godzin

Tematyka

- Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie.
- Funkcja wykładnicza i jej własności.
- Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym.
- Logarytm – powtórzenie wiadomości.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomnij sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- będzie doskonalił umiejętności wykonywania działań na potęgach;
- pozna pojęcie funkcji wykładniczej;
- pozna własności funkcji wykładniczej;
- nauczy się stosować własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań;
- przypomnij sobie pojęcie logarytmu;
- przypomnij sobie własności logarytmów i ich zastosowanie w rozwiązywaniu zadań.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- stosować własności działań na potęgach w rozwiązaniu zadań;
- odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;
- sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;
- przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;
- opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów;
- rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym;
- obliczać logarytm liczby dodatniej;
- stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań.

2. Rachunek prawdopodobieństwa-14 godzin

Tematyka

- Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych.
- Zasada mnożenia.
- Drzewa stochastyczne.
- Doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, zdarzenie, działania na zdarzeniach.
- Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa.
- Własności prawdopodobieństwa.
- Klasyczna definicja prawdopodobieństwa.

Szczegółowe cele edukacyjne

Uczeń:

- nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- pozna zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować;
- nauczy się przedstawiać pewne sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań;

- pozna takie pojęcia jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe;
- nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu;
- nauczy się wykonywać działania na zdarzeniach;
- pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa;
- pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować w rozwiązywaniu zadań;
- pozna klasyczną definicję prawdopodobieństwa;
- nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa;

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych;
- stosować zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań;
- rozwiązywać pewne zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa;
- określić zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego i obliczyć jego moc;
- wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu;
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie klasycznej definicji prawdopodobieństwa;
- stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań;
- wykorzystywać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa;
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa.

3.Elementy statystyki opisowej – 9 godzin

Tematyka

- Dane statystyczne i ich klasyfikacja.
- Średnia z próby.
- Mediana z próby.
- Odchylenie standardowe z próby.

Szczegółowe cele edukacyjne

Uczeń:

- dowie się, na czym polega klasyfikacja danych statystycznych;
- nauczy się obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby;
- nauczy się interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, odchylenie standardowe z próby;
- interpretować wyżej wymienione parametry statystyczne;

- odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów;
- przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych;
- porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi.

4.Geometria przestrzenna – 18 godzin

Tematyka

- Płaszczyzny i proste w przestrzeni.
- Rzut równoległy na płaszczyznę.
- Rzut prostokątny na płaszczyznę, kąt między prostą i płaszczyzną.
- Kąt dwuścienny, kąt liniowy kąta dwuściennego.
- Graniastosłupy-podział, pole powierzchni, objętość.
- Ostrosłupy-podział, pole powierzchni, objętość,
- Bryły obrotowe-walec, stożek, kula; pole powierzchni i objętość brył obrotowych.

Szczegółowe cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn oraz prostej i płaszczyzny w przestrzeni;
- nauczy się rysować figury w rzucie równoległym na płaszczyznę;
- nauczy się wyznaczać kąt między prostą i płaszczyzną;
- pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach, ostrosłupach i bryłach obrotowych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn oraz prostej i płaszczyzny w przestrzeni;
- poprawnie narysować wielościany (graniastosłupy, ostrosłupy) i bryły obrotowe;
- wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości;
- podawać własności figur przestrzennych;
- rysować siatki figur przestrzennych;
- wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych;
- wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii.

4 Procedury osiągnięcia celów kształcenia i procedury oceniania osiągnięć uczniów

Rozwijanie umiejętności matematycznych wpływa na rozwój intelektualny człowieka. Matematyka uczy logicznego myślenia i wnioskowania. Na lekcjach matematyki uczeń nabywa umiejętności precyzyjnego wysławiania się, co pomaga mu w komunikowaniu się z innymi.

Realizacja tego programu w oparciu o podręczniki wydawnictwa „Pazdro” umożliwi rozwiązywanie ciekawych problemów zarówno z algebry, jak i z geometrii. Zadania rozwiązywane na każdym etapie edukacji pozwolą na zdobycie umiejętności w zakresie: interpretowania tekstu matematycznego, używania prostych obiektów matematycznych, prostego modelowania matematycznego, stosowania strategii wynikającej z treści zadania, jak również prowadzenia prostych rozumowań, składających się z niewielkiej liczby kroków. Przykłady zaczerpnięte z życia codziennego oraz zawodowego pozwolą dostrzec uczniowi prawidłowości matematyczne w otaczającym go świecie i wpłyną na rozwijanie jego praktycznych umiejętności.

We współczesnym świecie niezbędna jest umiejętność posługiwania się różnymi tabelami, wykresami i diagramami. Kształtowanie tych umiejętności umożliwi realizację programu w każdym dziale matematyki, w szczególności przy omawianiu takiej tematyki jak zbiory, elementy statystyki czy własności funkcji. Na tych lekcjach uczeń nabędzie umiejętności zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji. Opanuje umiejętność oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia. Lekcje rachunku prawdopodobieństwa ułatwią uczniowi dokonanie wyboru strategii w przypadkach doświadczeń losowych (np. gry losowe).

Nie mniej ważne jest kształtowanie postaw młodego pokolenia. Te cele należy kształtować na każdej lekcji matematyki. Trzeba wymagać od uczniów samodzielności w rozwiązywaniu problemów, piętnować nieuczciwość, wyrażającą się w podpowiadaniu czy w ściąganiu. Każdy uczeń powinien czuć się odpowiedzialny za powierzone mu zadania.

Na lekcjach matematyki mamy doskonałe warunki do tego by uczyć kultury dyskusji. Zwracamy uwagę na język matematyczny, precyzyjne formułowanie myśli, logiczną konstrukcję wypowiedzi.

Osiągnięcie założonych celów edukacyjnych i wychowawczych jest możliwe dzięki stosowaniu na lekcjach matematyki różnorodnych metod nauczania i odpowiedniego doboru form organizacyjnych lekcji. Ta różnorodność ma nie tylko uatrakcyjnić przedmiot, ale także zaktywizować uczniów w procesie uczenia się, zachęcić porozwiązywania różnorodnych problemów, spowodować kształtowanie odpowiednich postaw.

4.1 Metody nauczania

Wśród najczęściej stosowanych metod pracy na uwagę zasługują:

a) **Metoda podająca**

Wykład – W tej metodzie nauczania główną rolę odgrywa nauczyciel. Dobrze przygotowanie merytoryczne prowadzącego zajęcia jest podstawą rzetelnego

przekazania wiedzy uczniom. To on formułuje problem, analizuje go, wskazuje drogi i sposoby rozwiązania. Uczniowie sporządzają notatki, zapamiętują fakty, zdobywają wiedzę i umiejętności poprzez naśladowanie. Ta metoda jest ważna z punktu widzenia dalszej nauki. Na uczelniach jest stosowana powszechnie, zatem uczeń powinien być przygotowany do korzystania z wykładu. W szkole średniej nie powinna być jednak stosowana zbyt często.

b) **Metody aktywizujące uczniów**

-Pogadanka, dyskusja – w tej metodzie nauczyciel kieruje rozmową, prowadzi dyskusję umiejętnie i porządkuje jej przebieg. Zadaje pytania, naprowadza na prawidłowe odpowiedzi, rozjaśnia wątpliwości, rozstrzyga spory. Uczniowie dyskutują, formułują spostrzeżenia, wymieniają się doświadczeniami, argumentują, spierają się, wyciągają wnioski.

-Metoda problemowa – w tej metodzie nauczyciel stawia przed uczniami pewien problem matematyczny (zadanie problemowe), który uczniowie rozwiązują samodzielnie. Uczniowie zmuszeni są do dużego wysiłku intelektualnego. Analizują problem, formułują hipotezy, weryfikują je, w razie potrzeby wyjaśniają wątpliwości z nauczycielem, budują model rozwiązania problemu, dokonują korekt, podsumowują swoje spostrzeżenia i wnioski, sprawdzają obliczenia, formułują odpowiedź. Ta metoda kształci umiejętność rozwiązywania problemów, wzbogaca wiedzę uczniów i aktywizuje ich postawy w procesie kształcenia.

-Praca z tekstem matematycznym:

- *Praca z podręcznikiem* – polega na samodzielnym przeczytaniu fragmentu podręcznika, zapoznaniu się z definicjami i twierdzeniami oraz ze sposobami rozwiązywania zadań. Kształci umiejętność czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego, analizowania definicji i twierdzeń oraz śledzeniu algorytmów rozwiązywania niektórych zadań.
- *Praca z wykorzystaniem encyklopedii, słowników, czasopism popularnonaukowych, roczników statystycznych itp.* – przyzwyczajają uczniów do zbierania informacji z różnych źródeł, analizowania ich i przetwarzania, a także uświadomienia sobie, jaką rolę pełni matematyka w otaczającej ich rzeczywistości.
- *Praca z komputerem* – zbieranie informacji z Internetu, dotyczących różnych zagadnień matematycznych, samodzielne przygotowanie referatów na podstawie zebranych informacji i przedstawienie ich, po odpowiednim opracowaniu, pozostałym uczniom. Metoda pozwala kształtować postawy poszukiwania i dociekliwości, daje szansę rozwoju i głębszego poznania matematyki oraz możliwość autoprezentacji.

-Rozwiązywanie ciągu zadań – metoda ta polega na rozwiązywaniu przez uczniów zestawu zadań (ze zbioru zadań, bądź przygotowanych przez nauczyciela). Ważne jest, aby zadania ułożone były w takiej kolejności, żeby rozwiązanie każdego następnego zadania pogłębiało wiedzę i umiejętności ucznia. Dobrze byłoby, aby wśród zadań pojawiły się też takie, które mają ciekawą treść uwzględniającą zagadnienia związane z zawodem technika mechanika lub zaskakujące rozwiązanie. Takiego rodzaju zadania i ćwiczenia w naturalny sposób pobudzają ciekawość i aktywność umysłową uczniów.

Myślę, że wszystkie przedstawione metody są bardzo przydatne do rozwijania MKKE.

4.2 Formy pracy

Z wyborem metod nauczania ściśle wiąże się odpowiedni dobór form organizacyjnych lekcji. Wśród nich można wyróżnić następujące:

-Praca z całą klasą – polega na zaangażowaniu całej społeczności klasowej w rozwiązywanie problemów sformułowanych przez nauczyciela.

1) Nauczyciel realizuje ze wszystkimi uczniami te same treści (np. uczniowie rozwiązują te same zadania, analizują ten sam problem matematyczny, dyskutują na ten sam temat, nauczyciel prowadzi wykład). Ta forma pracy sprzyja nawiązywaniu więzi uczniowskich.

2) Wzajemne odpytywanie się (uczeń zadaje pytanie i wskazuje tego, który ma na nie odpowiedzieć; uczeń, który odpowiedział na postawione pytanie, zadaje swoje pytanie następnemu uczniowi itd.). Taka metoda pracy angażuje wszystkich uczniów. Pozwala na sprawne powtórzenie materiału. Uczniowie kształcą umiejętność porządkowania informacji, formułowania i zadawania pytań.

-Praca w grupach – polega na podziale klasy na kilkusobowe zespoły i przydzieleniu im problemu do rozwiązania. Taka forma pracy przebiega w różny sposób, w zależności od wyboru metody pracy, np.:

1) Każda grupa dostaje do rozwiązania zadanie lub zadania; wszyscy członkowie grupy uczestniczą w rozwiązywaniu problemu, dzieląc się własnymi spostrzeżeniami, umiejętnościami i wiedzą; nad pracą grupy pieczę sprawuje wcześniej wybrany lider grupy. Sprawozdawca grupy referuje rozwiązanie problemu przed całą klasą.

2) Metoda układanki „puzzle”- każdy członek grupy otrzymuje część informacji potrzebnej do wykonania zadania grupowego; poszczególni członkowie grupy są odpowiedzialni za przygotowanie swojej porcji informacji, przekazanie jej kolegom i przyswojenie informacji prezentowanych przez nich.

3) Metoda „drzewa decyzyjnego”- nauczyciel określa problem będący przedmiotem analizy; dzieli uczniów na grupy. Uczniowie wybierają różne możliwości rozwiązania zadania, zapisują zalety i wady każdej z metod rozwiązania, oceniają je z punktu widzenia wartości i celów, podejmują grupową decyzję o wyborze metody rozwiązania problemu.

Praca w grupach uczy organizacji pracy, podziału obowiązków pomiędzy członków grupy, odpowiedzialności za powierzone zadania. Uczy komunikacji, zasad współpracy partnerskiej. Ma ogromne walory kształcące i wychowawcze. Jest bardzo cenna w rozwijaniu MKKE.

-Praca indywidualna – każdy uczeń pracuje samodzielnie, pod kierunkiem nauczyciela (jeśli praca odbywa się na lekcji) lub samodzielnie (jeśli praca odbywa się w domu). Praca indywidualna pozwala uczniowi na samodzielne poszukiwanie odpowiedzi na postawione pytania, zmusza do własnych przemyśleń, zastanowienia się nad problemem i sposobem jego rozwiązania, utrwaleniem już zdobytej wiedzy, także nad kształceniem umiejętności uczenia się. Uczeń pracuje we właściwym dla siebie tempie. Praca indywidualna wyrabia też nawyk porządnego wykonania powierzonego zadania, odpowiedzialności za siebie, za swoją wiedzę i umiejętności.

4.3 Metody kontroli i oceny

Kontrolowanie i ocenianie uczniów powinno być spójne z tym, co było przedmiotem nauczania. Przedmiotem oceny nie może być relacja między wiedzą ucznia i nauczyciela, lecz postęp ucznia w procesie kształcenia. Głównymi obszarami oceniania powinny być:

wiedza zdobyta przez ucznia, umiejętności pozwalające uczniowi na gromadzenie i pogłębianie wiedzy, umiejętności społeczne i komunikacyjne, a także postawa młodego człowieka, wyrażająca się w dążeniu do samorealizacji. Najłatwiej ocenić wiedzę, jaką posiada uczeń, trudniej – pozostałe obszary. Aby móc to uczynić, należy stosować aktywne metody nauczania. Tak ważną umiejętność jak komunikacja, która wyraża się w wypowiedzaniu, argumentowaniu, najlepiej można ocenić podczas dyskusji, pracy w grupach czy autoprezentacji. Z kolei umiejętności społeczne ujawnia współpraca w mniejszych zespołach, prace projektowe oraz zadania indywidualne. Ocenie podlega wówczas zaangażowanie w realizację zadań, odpowiedzialność za pracę, a także umiejętność współpracy między uczniami. Ocenianie nie służy tylko gromadzeniu ocen, lecz ma sprawdzać postępy ucznia, uświadamiać mu braki, w porę wykrywać kłopoty i trudności w nabywaniu różnych umiejętności, ale także zachęcać go do dalszej pracy. Regularność oceniania zachęca uczniów do systematycznej pracy. Ważne jest, abyśmy dostrzegli nie tylko zaangażowanie uczniów podczas lekcji, ale także premiowali wszelkie prace domowe. Niezwykle ważne jest, aby system oceniania był jasny i czytelny dla uczniów i ich rodziców. Aby wnikliwie ocenić edukacyjne osiągnięcia ucznia należy posługiwać się różnorodnymi środkami i metodami oceniania, takimi jak: sprawdziany pisemne (prace klasowe, testy, kartkówki), od odpowiedzi ustne (referaty, odpowiedzi z kilku ostatnich zajęć, prezentacja rozwiązania zadania, dyskusja nad rozwiązaniem problemu itd.), praca w grupach, prace domowe oraz aktywność na zajęciach. Poszczególnym formom oceniania można nadać różną wagę. Ponieważ egzamin maturalny jest egzaminem pisemnym, więc dużą wagę należy przywiązać do prac pisemnych.

4.4 Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- ⇒ Intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- ⇒ Rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- ⇒ Rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- ⇒ Potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- ⇒ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- ⇒ Podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ Podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- ⇒ Wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- ⇒ Zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- ⇒ Sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;

- ⇒ Korzysta z kalkulatora;
- ⇒ Zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- ⇒ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- ⇒ Naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- ⇒ Samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- ⇒ Sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- ⇒ Przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ Zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- ⇒ Intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- ⇒ Wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- ⇒ Zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- ⇒ Rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- ⇒ Rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- ⇒ Ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- ⇒ Zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- ⇒ Posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- ⇒ Samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- ⇒ Przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- ⇒ Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- ⇒ Korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- ⇒ Stosuje nowe twierdzenia;
- ⇒ Ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);
- ⇒ Zna dowody twierdzeń objętych programem;
- ⇒ Rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- ⇒ Skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- ⇒ Analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- ⇒ Rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych;

Stopień celujący:

Uczeń:

- ⇒ Analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- ⇒ Zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- ⇒ Potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- ⇒ Zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- ⇒ Buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;



- ⇒ Stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- ⇒ Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- ⇒ Uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

5 Oprzyrządowanie programu i środki dydaktyczne

Realizacja programu oparta będzie o podręczniki i zbiory zadań wydane przez Oficynę Edukacyjną* Krzysztof Pazdro: których autorami są: Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda.:

- 1) Matematyka podręcznik do liceów i techników – zakres podstawowy (numer dopuszczenia 64/08) ISBN 978-83-89023-95-7;
- 2) Matematyka zbiór zadań do liceów i techników-zakres podstawowy ISBN 978-83-89023-96-4

oraz zbiór zadań maturalnych wydawnictwa „Aksjomat” oraz wydawnictwa Pazdro.

Zastosowane zostaną następujące środki dydaktyczne:

- a) Wykonywanie siatek i modeli figur przestrzennych – w ten sposób rozwijana jest wyobraźnia przestrzenna uczniów.
- b) Wykorzystanie telewizji edukacyjnej, filmów edukacyjnych, komputerów – jest elementem edukacji medialnej ; daje możliwość prezentowania różnych modeli matematycznych; zwiększa atrakcyjność prezentowanego materiału.
- c) Analizowanie informacji z prasy (danych giełdowych, kursu walut, zmian cen różnych towarów na rynku).

Osiągnięcie zamierzonych celów kształcenia może odbywać się również przez uczestnictwo uczniów w kołach zainteresowań oraz konkursach matematycznych.



6 Projekt ewaluacji programu

Tabela 2 Projekt ewaluacji autorskiego programu nauczania rozwijania MKKE

Etap Ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba Badawcza	Prezentacja danych/raport
Przed rozpoczęciem realizacji programu.	Skuteczność programu	1. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia zasoby realizatora? 2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców? 3. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania MKKE? 4. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie? 5. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności?	Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny. j.w. j.w. odpowiedź „tak”	Studium przypadku; analiza wyników diagnozy implementacji KK oraz danych z arkusza oceny programu.	Szkoła uczestnicząca w Projekcie.	Raport ewaluacyjny.
W czasie realizacji programu.		6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu oceny programu?	co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny.			
W czasie realizacji programu.		1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu?	Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas	Analiza dokumentów.		
		2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy dydaktycznych	Analiza dokumentów.		



W czasie realizacji programu.		3. Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły?	Udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym	Analiza dokumentów m.in. wyników monitoringu .	Wszyscy uczestnicy.	
Na koniec realizacji programu.		4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	Przewaga metod aktywizujących nad podającymi	Analiza dokumentów. Obserwacja.		
Na koniec realizacji programu.		5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu?	Co najmniej przeciętne wyniki	Ankietowanie uczniów.	Wszyscy uczestnicy.	
Po pewnym czasie od realizacji programu.		6. W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?	Wzrost łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE	Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”.	Wszyscy uczestnicy.	Raport ewaluacyjny.
		7. Na ile trwałe są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?	Wzrost średniego wyniku matury z matematyki	Analiza dokumentów (z wynikami egzaminu maturalnego).		Promocja projektu – konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie.

Bibliografia

- [1] Sobczak M, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształcenia kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Lublin 2009.
- [2] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 roku zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów.*
- [3] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009r. w sprawie dopuszczenia do użytku szkolnego podręczników (Dz.U.Nr.89, poz.730)*
- [4] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 marca 2009r. zamieniające rozporządzenie w sprawie planów nauczania w szkołach publicznych.*



Autor

Małgorzata Mąkosa

MATEMATYKA

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

**Zespół Szkół Ponadgimnazjalnych Nr 1
im. Bohaterów Westerplatte
w Garwolinie**

*Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*

Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Notatka o autorze.....	5
Wstęp.....	5
1. Cele ogólne nauczania i szczegółowe cele edukacyjne.....	9
2. Rozkład materiału nauczania.....	11
3. Uszczegółowiona treść nauczania	13
4. Procedury osiągania szczegółowych celów edukacyjnych	26
5. Metody oceny założonych osiągnięć ucznia	28
6. Oprzyrządowanie programu	32
7. Ewaluacja programu	34
Bibliografia.....	36



Notatka o autorze

mgr inż. Małgorzata Mąkosa – nauczyciel kontraktowy matematyki i chemii w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych Nr 1 im. Bohaterów Westerplatte w Garwolinie.

Nauczyciel z 4-letnim stażem w pracy z młodzieżą w różnych typach szkół: liceum ogólnokształcące, liceum profilowane oraz technikum ekonomiczne, technikum informatyczne i technikum poligraficzne.

Absolwentka Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego oraz Wydziału Chemicznego Politechniki Warszawskiej.

Wstęp

Projektu Szkoła Kluczowych Kompetencji (SKK), współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego rozwija umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej. Głównym założeniem tego projektu jest zwiększenie dostępności do rozwoju kompetencji kluczowych uczniów szkół ponadgimnazjalnych o profilu zawodowym, w Polsce Wschodniej. Liderem projektu jest Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie oraz jako partnerzy: Podkarpackie Centrum Doskonalenia Nauczycieli w Rzeszowie, Wyższa Szkoła Administracji Publicznej im. Stanisława Staszica w Białymstoku, Wyższa Szkoła Humanistyczno-Przyrodnicza w Sandomierzu oraz Wyższa Szkoła Biznesu im. bpa Jana Chrapka w Radomiu.

Kompetencje kluczowe potrzebne są do samorealizacji i rozwoju osobistego, do bycia aktywnym obywatelem oraz integracji społecznej i zatrudnienia. Kompetencje Kluczowe zdefiniowane zostały przez Parlament Europejski i Radę Zaleceniem z dnia 18 grudnia 2006 roku w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie i są to:

1. porozumiewanie się w języku ojczystym,
2. porozumiewanie się w języku obcym,
3. kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo-techniczne,
4. kompetencje informatyczne,
5. umiejętność uczenia się,
6. kompetencje społeczne i obywatelskie,
7. inicjatywność i przedsiębiorczość,
8. świadomość i ekspresja kulturalna.

Rozwijanie kompetencji matematycznych to jeden z czterech kierunków działania w projekcie Szkoła Kluczowych Kompetencji. Zostały one określone w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” (MKKE) i są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postawy odpowiednie do danej sytuacji.

Wiedza to:

W1 - poznanie i rozumienie pojęć i terminów matematycznych,

W2 - opanowanie umiejętność liczenia,

W3 - rozpoznawanie miar i struktur,

W4 - rozumienie operacji matematycznych i sposobów prezentacji matematycznych,

W5 - świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.

Umiejętności to:

U1 - stosowanie języka matematycznego w życiu codziennym w celu komunikowania się oraz do opisu zjawisk życia codziennego,

U2 - rozumienie zasad dowodu matematycznego,

U3 - przekazywanie komunikatów za pomocą języka matematycznego,

U4 - odczytywanie informacji, porównywanie ich i przetwarzanie oraz prezentowanie za pomocą: wykresów, tabel i schematów.

Postawy to:

P1 - przejawianie szacunku dla prawdy,

P2 - dążenie do szukania przyczyn,

P3 - ocenianie zasadności wnioskowań i działań.

Tabela 1.1 Zgodność Podstawy programowej z matematyki dla IV etapu edukacji z MKKE

Cele edukacyjne podstawy programowej w odniesieniu do matematyki	MKKE
1. przygotowanie do świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne odgrywają kluczową rolę.	U1
2. przyswojenie podstawowych struktur matematycznych w pełni umożliwiającym rozpoznanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych.	W1, W2, W3, W4, U1
3. przyzwyczajenie do typowych elementów rozumowań matematycznych, w szczególności do stosowania takich pojęć jak: założenie, wniosek, dowód, przykład i kontrprzykład.	U1, U2
4. wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń.	P1, P3
5. wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji, stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji.	W5, U4, P2
6. kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania.	U3

Tabela 1.2 Zgodność standardów wymagań egzaminacyjnych z matematyki z MKKE

Zdający posiada umiejętności w zakresie podstawowym	MKKE
1. wykorzystania i tworzenia informacji: interpretuje tekst matematyczny i formułuje uzyskane wyniki	U3, U4
2. wykorzystania i interpretowania reprezentacji: używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych	W1, W2, W3
3. modelowania matematycznego: dobiera model matematyczny do prostej sytuacji	W4
4. użycia i tworzenia strategii: stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania	U1
5. rozumowania i argumentacji: prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków	U2, P3

W tabelach powyżej przedstawiono porównanie Podstawy programowej kształcenia ogólnego dla IV etapu edukacji w odniesieniu do matematyki - *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1100)* i Standardów wymagań, które są podstawą przeprowadzania egzaminu maturalnego z matematyki - *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102)* z kluczowymi kompetencjami matematycznymi.

W przypadku Podstawy programowej można zaobserwować zgodność celów we wszystkich trzech obszarach, tj. wiedzy, umiejętności i postaw. Natomiast MKKE nie są w pełni reprezentowane w zapisach Standardów wymagań egzaminacyjnych (brak W5, P1 i P2), bowiem nie wszystkie wiadomości i umiejętności występują podczas egzaminu pisemnego, jednak wszystkie Standardy mają odniesienie w MKKE.

Można zatem stwierdzić, że w celu rozwijania kluczowych kompetencji matematycznych, konieczne jest zmodyfikowanie nie tyle celów i materiału nauczania, co jedynie sposobów nauczania, zwracając uwagę na cele kształcące i motywacyjne. Diagnoza wstępna, polegająca na przeprowadzeniu testu wstępnego pozwoli na pełną indywidualizację pracy uczniów.

Autorski program nauczania matematyki w zakresie podstawowym w technikum informatycznym został napisany w oparciu o Matematyka. Program nauczania w liceach i technikach autorów Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda, wydawnictwa Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro (Nr dopuszczenia: DKOS-5002-05/08). Program napisano z myślą o uczniach o średnich predyspozycjach i umiejętnościach matematycznych, duży nacisk położono na zastosowanie wiedzy i umiejętności w praktyce.

Od 2010 roku matematyka obok języka polskiego i języka obcego będzie przedmiotem obowiązkowo zdawanym na maturze. Wyższe uczelnie coraz częściej zwracają uwagę podczas rekrutacji na wynik zdobyty właśnie z egzaminu maturalnego z matematyki.

Język matematyki to język, którym opisujemy rzeczywistość, matematyka rozwija logiczne myślenie i wyobraźnię przestrzenną. Bardzo często uczy umiejętności rozwiązywania problemów teoretycznych i praktycznych w sposób twórczy. Pomaga także ukształtować postawy pożądane z punktu życia społecznego, m. in. wytrwałość, samodzielność, systematyczność, dokładność, odpowiedzialność.

Stworzenie podstaw wiedzy matematycznej i wykorzystywania jej w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym to jeden z celów nauczania tego przedmiotu. Dodatkowo rozwój matematycznych kompetencji kluczowych w ramach projektu SKK pozwoli na jeszcze lepsze przygotowanie uczniów do podnoszenia atrakcyjności i skuteczności kształcenia zawodowego w zawodzie technik informatyk.

Opracowany program nauczania matematyki na poziomie podstawowym przeznaczony jest dla uczniów Technikum Nr 1 w Garwolinie, kształcących się w zawodzie **technik informatyk**. Został przygotowany zgodnie z najnowszym *Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 r. w sprawie dopuszczania do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczania do użytku szkolnego podręczników (Dz.U. Nr 89, poz. 730)*. Może być realizowany przez wszystkich nauczycieli matematyki, którzy pracują w Technikum Nr 1.

Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych Nr 1 im. Bohaterów Westerplatte w Garwolinie to największa szkoła w powiecie garwolińskim. W Zespole kształcą się uczniowie w liceum ogólnokształcącym i profilowanym oraz technikum: ekonomicznym, informatycznym, handlowym i poligraficznym. Od roku szkolnego 2009/2010 rusza nowy kierunek - technikum cyfrowych procesów graficznych.

Ponad 93% uczniów szkoły pochodzi z terenów wiejskich. Rodzice uczniów mają zwykle tylko podstawowe lub średnie wykształcenie i często nie potrafią efektywnie wspierać swoich dzieci w rozwoju intelektualnym i zawodowym. Obserwowana jest niska motywacja dzieci do nauki, brak wiary we własne siły i możliwości.

Zespół Szkół Ponadgimnazjalnych Nr 1 im. Bohaterów Westerplatte w Garwolinie posiada dość dobrze wyposażoną bazę szkoleniową, która stwarza odpowiednie warunki do nauki. Szkoła dysponuje świetlicą, strzelnicą, salą tradycji i internatem. W Zespole jest 6 pracowni komputerowych z dostępem do Internetu, pracownia poligraficzna oraz centrum multimedialnym w nowoczesnej w pełni skomputeryzowanej bibliotece.

W Zespole znajdują się trzy pracownie matematyczne wyposażone w modele brył prawidłowych i obrotowych, siatki brył i figur płaskich, ścienne plansze matematyczne zawierające najważniejsze zagadnienia matematyczne oraz rzutnik pisma. Należałoby je doposażyć w rzutnik multimedialny, ekran, odtwarzacz DVD i komputer z dostępem do internetu oraz drukarkę.

1. Cele ogólne nauczania i szczegółowe cele edukacyjne

Matematyka jako „królowa nauka” pobudza aktywność umysłową człowieka, uczy logicznego myślenia, stymuluje rozwój intelektualny, rozwija zdolności poznawcze, a także uczy dobrej organizacji pracy, wyrabia pozytywne postawy etyczne.

Nauczyciel matematyki powinien pokazać uczniom, że umiejętności matematyczne są niezbędne do funkcjonowania człowieka w otaczającym nas świecie, np. podczas planowania wydatków, obliczania podatków, zysku z lokat, obliczania niezbędnej ilości materiałów, wykorzystując pola powierzchni lub objętość, przeliczania jednostek miar.

Ogólne cele nauczania matematyki autorskiego programu nauczania zostały powiązane z poszczególnymi MKKE i należą do nich:

1. Stworzenie podstaw wiedzy matematycznej w zakresie znajomości i rozumienia terminów i pojęć matematycznych **(W1)**
2. Doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie technik informatyk. **(W2)**
3. Wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego, innych dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie technik informatyk. **(W3, W4)**
4. Wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych. **(U1)**
5. Wykształcenie umiejętności i nawyku uzasadniania swoich sądów (istota sądów matematycznych, kategoryczność twierdzeń, jednoznaczność i precyzja definicji). **(U2, P1)**
6. Rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin wiedzy. **(U3)**
7. Doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym – w tym podręcznikiem – oraz innymi źródłami informacji matematycznej. **(U4)**
8. Wykształcenie umiejętności samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi – umiejętność stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych, poszukiwania dróg ich weryfikacji). **(W5, P1, P2)**
9. WYROBIEŃCIE umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń. **(U1, P1, P2, P3)**
10. Kształcenie wyobraźni matematycznej (intuicja zakresie obiektów abstrakcyjnych, wyobraźnia geometryczna dotycząca obiektów płaskich i przestrzennych) oraz przewidywania skutków podejmowanych działań (głównie podczas rozwiązywania problemów matematycznych). **(U2, U3, P2)**

Opracowany autorki program nauczania matematyki w technikum informatycznym w zakresie podstawowym ma służyć osiągnięciu celów edukacyjnych kształcenia i wychowania:

Cele kształcenia:

- rozwijanie aktywności umysłowej i logicznego myślenia,
- kształcenie i rozwijanie umiejętności logicznego myślenia,
- wyrobienie umiejętności wyszukiwania, porządkowania i właściwego interpretowania zebranych informacji,
- przygotowanie do dostrzegania różnych problemów i zjawisk społecznych, ekonomicznych, przyrodniczych, technicznych, ich analizowania, opisywania z wykorzystaniem wiedzy matematycznej i języka matematyki,
- przygotowanie i wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania wiedzy i nabywania umiejętności,
- przygotowanie do umiejętnego korzystania z różnych źródeł informacji oraz z nowoczesnych technologii,
- wykształceniu umiejętności budowania modeli matematycznych w odniesieniu do różnych sytuacji życiowych i stosowaniu metod matematycznych w rozwiązywaniu problemów praktycznych,
- wykształceniu umiejętności operowania obiektami abstrakcyjnymi,
- doskonalenie rozumienia i biegłości różnych technik obliczeniowych,
- rozwijanie wyobraźni przestrzennej,
- doskonalenie umiejętności sporządzenia wykresu równań i odczytywania rozwiązań na podstawie otrzymanego wykresu,
- rozwijanie umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem,
- nabycie umiejętności poprawnego analizowania, wnioskowania i uzasadniania,
- nabycie umiejętności precyzyjnego formułowania wypowiedzi.

Cele wychowania:

- kształcenie nawyku dobrej organizacji pracy,
- dbanie o poprawność języka matematycznego
- kształcenie wytrwałości, pracowitości i systematyczności w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych,
- kształtowanie pozytywnych postaw etycznych,
- kształtowanie postaw samodzielności, dociekliwości i krytycyzmu w stosunku do swoich działań,
- kształtowanie odpowiedzialności za powierzone zdania,
- kształtowanie postawy dialogu i kultury dyskusji;
- rozwijanie umiejętności pracy w zespole,
- dbanie o estetykę swoich prac.

2. Rozkład materiału nauczania

W całym cyklu nauczania matematyki na poziomie podstawowym w technikum czteroletnim przewidzianych jest 11 godzin matematyki (w tym 2 godziny dodatkowe z godzin dyrektorskich). W klasie pierwszej są trzy godziny tygodniowo, w klasie drugiej i trzeciej dwie, a w klasie czwartej cztery godziny. W klasie drugiej i trzeciej uczniowie technikum informatycznego odbywać będą miesięczne praktyki zawodowe.

Na realizację poszczególnych działów materiału nauczania proponowany jest następujący przydział godzin:

KLASA I

Lp	Dział materiału nauczania	Liczba godzin
1	Elementy logiki. Zbiory. Zbiory liczbowe.	10
2	Działania w zbiorach liczbowych.	12
3	Wyrażenia algebraiczne.	12
4	Geometria płaska – pojęcia wstępne.	7
5	Geometria płaska – trójkąty.	10
6	Trygonometria kąta ostrego.	7
7	Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta.	8
8	Funkcje i ich własności.	12
9	Przekształcenia wykresów funkcji.	7
10	Funkcja liniowa.	14
11	Godziny do dyspozycji nauczyciela	12
	Suma	111

KLASA II

Lp	Dział materiału nauczania	Liczba godzin
1	Geometria płaska – czworokąty i pola czworokątów.	15
2	Funkcja kwadratowa.	20
3	Elementy geometrii analitycznej.	14
4	Wielomiany	9
5	Godziny do dyspozycji nauczyciela	12
	Suma	70

KLASA III

Lp	Dział materiału nauczania	Liczba godzin
1	Wielomiany.	8
2	Funkcje wymierne.	18
3	Ciągi liczbowe.	18
4	Funkcja wykładnicza i logarytmiczna.	14
5	Godziny do dyspozycji nauczyciela	12
	Suma	70



KLASA IV

Lp	Dział materiału nauczania	Liczba godzin
1	Elementy kombinatoryki i rachunek prawdopodobieństwa.	18
2	Elementy statystyki opisowej.	16
3	Geometria przestrzenna.	22
4	Powtórzenia materiału przed maturą.	48
5	Godziny do dyspozycji nauczyciela	12
	Suma	116

3. Uszczegółowiona treść nauczania

Treść nauczania to system nauczanych czynności, określonych pod względem materiału, celów i wymagań programowych.

W opracowanym programie nauczania matematyki na poziomie podstawowym wprowadzono dodatkowe oznaczenia za pomocą symboli:

- treść kształcenia zawarta w podstawie programowej z matematyki dla szkół ponadgimnazjalnych oraz w standardach wymagań egzaminacyjnych i MKKE;
- treść kształcenia, która nie występuje w podstawie programowej ani w standardach wymagań egzaminacyjnych, ale jest istotna dla MKKE lub dla kształcenia w zawodzie technik informatyk;
- ◆ treść kształcenia zawarta w podstawie programowej z matematyki we wcześniejszych etapach kształcenia i ważna dla MKKE oraz dla kształcenia w zawodzie technik informatyk.

Materiał nauczania	Cele szczegółowe	Założone osiągnięcia uczniów
<p>Elementy logiki. Zbiory. Zbiory liczbowe.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Zdanie i jego wartość logiczna. ▪ Koniunkcja i alternatywa zdań. ▪ Implikacja i alternatywa zdań. • Postaci twierdzeń. • Zbiory oraz ich podzbiory. • Suma i iloczyn zbiorów. • Różnica zbiorów oraz dopełnienie zbioru w przestrzeni. • Zbiory liczbowe, oś liczbowa. • Przedziały na osi liczbowej. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pozna zdania proste i złożone; ▪ pozna spójniki logiczne; • pozna, co to jest definicja i czym różni się od twierdzenia; • dowie się, co to jest twierdzenie odwrotne; ▪ pozna podstawowe prawa logiki, takie jak negacja alternatywy i negacja koniunkcji; • pozna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiór skończony (nieskończony), element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru; • zapozna się z symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów; • pozna pojęcie sumy, różnicy, iloczynu i dopełnienia zbiorów; ◆ przypomni sobie wiadomości dotyczące liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych; • pozna relacje jakie zachodzą między podzbiarami zbioru liczb rzeczywistych; ◆ przypomni sobie, czym jest oś liczbowa; • pozna pojęcie przedziału (ograniczonego, nieograniczonego, otwartego, domkniętego, jednostronnie otwartego); 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi i ocenić jego wartość logiczną; ▪ posługiwać się spójnikami logicznymi i rozumie, że potoczne rozumienie spójników „i” oraz „lub” może być inne niż znaczenie spójników logicznych; ▪ zaprzeczać zdanie; ▪ budować zdania złożone i oceniać ich wartość logiczną; ▪ stosować poznane prawa logiczne; • odróżnić definicję od twierdzenia; • mając dane twierdzenie w postaci implikacji zbudować twierdzenie odwrotne do danego twierdzenia; • wyznaczać część wspólną, sumę i różnicę zbiorów oraz dopełnienie zbioru; ◆ wskazać w podanym zbiorze liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne; ◆ posługiwać się pojęciem osi liczbowej; • zaznaczyć przedziały na osi liczbowej; • wykonywać działania na przedziałach; ▪ odróżnić zadanie od formy zdaniowej; • wykorzystywać język matematyki w komunikowaniu się.



	<ul style="list-style-type: none">• nauczy się wykonywać działania na przedziałach (znajdować sumę, iloczyn, różnicę przedziałów, dopełnienie przedziału).	
<p>Działania w zbiorach liczbowych.</p> <ul style="list-style-type: none">• Zbiór liczb naturalnych, cechy podzielności liczb naturalnych.• Zbiór liczb całkowitych.• Zbiór liczb wymiernych, działania na liczbach wymiernych.• Zbiór liczb niewymiernych, działania na liczbach niewymiernych.◆ Prawa działania w zbiorze liczb rzeczywistych.◆ Porównywanie liczb w zbiorze liczb rzeczywistych.▪ Systemy liczbowe.• Procenty i punkty procentowe.• Graficzne przedstawianie zależności procentowych.• Wartość bezwzględna i jej interpretacja geometryczna.• Własności wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej.• Błąd bezwzględny i błąd względny.• Szacowanie wartości wyrażenia liczbowego.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">◆ przypomni sobie pojęcie liczb pierwszych i złożonych;◆ przypomni sobie cechy podzielności liczb naturalnych oraz jak znajduje się NWD i NWW liczb naturalnych;▪ pozna algorytm Euklidesa;• przypomni sobie, jak wykonuje się działania na ułamkach;◆ przypomni sobie prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;◆ przypomni sobie własności równości i nierówności w zbiorze R;▪ systemy liczbowe – dwójkowy i szesnastkowy;◆ przypomni sobie pojęcie procentu;• nauczy się sprawnie operować procentami;• pozna pojęcie punktu procentowego;• pozna pojęcie wartości bezwzględnej;• pozna pojęcie błędu bezwzględnego i względnego;• nauczy się szacować wyrażenia liczbowe.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">◆ stosować cechy podzielności liczb naturalnych do znajdowania NWW i NWD (w tym również w celu rozwiązania zagadnień praktycznych);▪ stosować algorytm Euklidesa◆ sprawnie wykonywać działania na ułamkach;◆ zaplanować i wykonać obliczenia na liczbach rzeczywistych (w tym z wykorzystaniem praw działań);• stwierdzić, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną czy niewymierną;• wyznaczać rozwinięcia dziesiętne liczb;• zapisać liczbę wymierną (w tym mającą rozwinięcie dziesiętne okresowe) w postaci ilorazu liczb całkowitych;◆ stosować własności równości i nierówności w zbiorze R oraz rozwiązywać proste równania i nierówności;▪ wykonywać podstawowe działania w poznanych systemach liczbowych;• stosować pojęcie procentu w obliczeniach;◆ odczytywać dane z tabel i diagramów;◆ wykorzystywać tabele i diagramy do przedstawiania danych;• posługiwać się pojęciem punktu procentowego;• obliczyć wartość bezwzględną danej liczby;• zastosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej;• zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu $x - a = b$ oraz $x - a > b$;• zapisać nierówność (równanie) z wartością bezwzględną, znając zbiór rozwiązań tej nierówności (tego równania);• rozwiązywać proste równania i nierówności z wartością bezwzględną;• znaleźć przybliżenie liczby



		<p>zadaną dokładnością;</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ stosować reguły zaokrąglania liczb; • stosować pojęcie błędu bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia; • oszacować wartość wyrażenia liczbowego.
<p>Wyrażenia algebraiczne.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Potęga o wykładniku naturalnym. • Pierwiastek z liczby nieujemnej i prawa działania na pierwiastkach arytmetycznych. • Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby nieujemnej. • Wzory skróconego mnożenia. • Potęga o wykładniku całkowitym i działania na potęgach o wykładniku całkowitym. • Potęga o wykładniku wymiernym i działania na potęgach o wykładniku wymiernym. • Prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym. • Definicja logarytmu i własności logarytmu. • Logarytm ilorazu, iloczynu i potęgi o wykładniku naturalnym. ◆ Przekształcanie wzorów. • Średnie – arytmetyczna, geometryczna i ważona. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym; ◆ przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych; • pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej; • pozna wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$; • przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym; • pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym i własności działań na takich potęgach; • pozna, jak konstruuje się potęgę o wykładniku niewymiernym; • pozna prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym; • pozna pojęcie logarytmu; • pozna podstawowe własności logarytmu (wzór na logarytm ilorazu, iloczynu, potęgi); ▪ pozna wzór na zamianę podstaw logarytmu; ▪ pozna przykładowe zastosowanie logarytmów; • nauczy się przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii; • przypomni sobie pojęcie średniej arytmetycznej oraz pozna pojęcie średniej geometrycznej i średniej ważonej. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym i całkowitym; ◆ zapisywać liczby w postaci notacji wykładniczej; • sprawnie wykonywać działania na pierwiastkach; • sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia (w tym do rozkładania sum algebraicznych na czynniki); • usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka; • wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym (wymiernym i niewymiernym); • obliczyć logarytm danej liczby przy danej podstawie; • stosować w obliczeniach podstawowe własności logarytmu; ▪ znaleźć przybliżenie liczby zapisanej przy użyciu potęgi i przedstawić je (używając kalkulatora) w notacji wykładniczej; • sprawnie przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii; • obliczać średnią arytmetyczną, geometryczną, ważoną.
<p>Geometria płaska – pojęcia wstępne.</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ Podstawowe pojęcia geometryczne. ◆ Prosta na płaszczyźnie kartezjańskiej. ◆ Proste równoległe i proste prostopadłe. ◆ Półprosta i odcinek na płaszczyźnie kartezjańskiej. ◆ Symetralna odcinka. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ przypomni sobie podstawowe pojęcia geometryczne (punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt); ◆ przypomni sobie wiadomości o kątach (kąt prosty, ostry, rozwarty, kąty przyległe, kąty wierzchołkowe); ◆ przypomni sobie położenie prostych na płaszczyźnie, pojęcie odległości punktu od prostej i pojęcie odległości między prostymi równoległymi; 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • określać własności poznanych figur geometrycznych i posługiwać się tymi własnościami; ◆ wyznaczać odległość: dwóch punktów, punktu od prostej, dwóch prostych równoległych; ◆ konstruować: proste prostopadłe, proste równoległe, symetralną odcinka, dwusieczną kąta; ◆ określić wzajemne położenie prostej i okręgu;



<ul style="list-style-type: none"> ◆ Odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi. ◆ Dwie proste przecięte trzecią prostą. ◆ Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa. ◆ Pojęcie koła i okręgu. • Kąty i koło. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ przypomni sobie pojęcie symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta oraz jaką własność ma dowolny punkt leżący na symetralnej odcinka (dwusiecznej kąta); ◆ przypomni sobie twierdzenie o dwóch prostych równoległych, przeciętych trzecią prostą; ◆ przypomni sobie twierdzenie Talesa; ◆ przypomni sobie pojęcie koła i okręgu; • pozna określenie kąta środkowego w kole, wpisanego w koło i kąta dopisanego oraz własności tych kątów. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ określić wzajemne położenie dwóch okręgów; • stosować w rozwiązywaniu zadań poznane twierdzenia (m.in. twierdzenie o dwóch prostych przeciętych trzecią prostą, twierdzenie Talesa, twierdzenia dotyczące kątów środkowych, wpisanych w okrąg, dopisanego do okręgu).
<p>Geometria płaska – trójkąty.</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ Podział trójkątów. Suma kątów w trójkącie. ◆ Nierówność trójkąta. ◆ Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa. • Twierdzenia o wysokościach w trójkącie. • Twierdzenia o środkowych w trójkącie. ◆ Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie. ◆ Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt. ◆ Cechy przystawiania trójkątów. ◆ Cechy podobieństwa trójkątów. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ przypomni sobie podział trójkątów ze względu na boki i kąty; ◆ przypomni sobie twierdzenie o sumie kątów w trójkącie; ◆ przypomni sobie, na czym polega nierówność trójkąta; ◆ przypomni sobie twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta; ◆ przypomni sobie twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa; • pozna twierdzenie o wysokościach w trójkącie; • pozna twierdzenie o środkowych w trójkącie; ◆ przypomni sobie twierdzenie o symetralnych boków trójkąta; ◆ przypomni sobie twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta; ◆ przypomni sobie pojęcie trójkątów przystających oraz cechy przystawiania trójkątów; ◆ przypomni sobie pojęcie trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań (w tym m.in. twierdzenie o sumie kątów trójkąta, twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta, twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa, twierdzenie o wysokościach w trójkącie, twierdzenie o środkowych w trójkącie); • określić - znając długości boków trójkąta - czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny czy rozwartokątny; • opisać okrąg na trójkącie, wpisać okrąg w trójkąt, wyznaczać promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny i w trójkąt równoramienny; • wyznaczać promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym i na trójkącie równoramiennym - znając długości boków trójkąta; ◆ rozpoznawać trójkąty przystające; ◆ rozpoznawać trójkąty podobne; • stosować cechy przystawiania i cechy podobieństwa trójkątów w rozwiązywaniu zadań (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym).
<p>Trygonometria kąta ostrego.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Miara kąta. • Funkcje trygonometryczne (sinus, cosinus, tangens, cotangens) w trójkącie 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pozna określenie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym; • nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°; 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • wyznaczyć funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym; • rozwiązać równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\tan x = a$, $\cot x = a$, gdzie $0^\circ < x < 90^\circ$, korzystając



<p>prostokątnym.</p> <ul style="list-style-type: none">▪ Wykresy funkcji trygonometrycznych.• Funkcje trygonometryczne dla kątów 30°, 45°, 60°.• Związki między funkcjami trygonometrycznymi.	<ul style="list-style-type: none">▪ pozna wykresy funkcji trygonometrycznych;• pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.	<p>z kalkulatora, tablic lub posługując się wartościami funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów;</p> <ul style="list-style-type: none">▪ sporządzić wykresy funkcji trygonometrycznych;• stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w rozwiązywaniu zadań;• znając wartości jednej funkcji potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego.
<p>Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta.</p> <ul style="list-style-type: none">◆ Pole figury geometrycznej, pole trójkąta.• Pola trójkątów podobnych.◆ Pole koła i długość okręgu.• Pole wycinka koła i długość łuku okręgu.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">• pozna pojęcie pola figury;◆ przypomni sobie stosowane wcześniej wzory na pole trójkąta;• pozna nowe wzory na pole trójkąta;• pozna twierdzenie dotyczące pól trójkątów podobnych;◆ przypomni sobie wzór na pole koła i długość okręgu;• pozna wzór na pole wycinka koła i wzór na długość łuku okręgu.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">• obliczyć pole figury, wykorzystując podział tej figury na rozłączne części;• stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów;• stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach (np. długość wysokości, długość promienia koła wpisanego w trójkąt);• zastosować twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu zadań;• zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań.
<p>Funkcja i jej własności.</p> <ul style="list-style-type: none">• Definicja funkcji i sposoby opisu funkcji.• Dziedzina i zbiór wartości funkcji.• Wykresy niektórych funkcji, miejsce zerowe funkcji.• Monotoniczność funkcji.▪ Różnowartościowość funkcji.• Najmniejsza i największa wartość funkcji.• Odczytywanie własności funkcji z jej wykresu.• Sporządzanie wykresu funkcji spełniającej podane warunki.• Funkcje – zastosowanie.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">◆ przypomni sobie pojęcie funkcji;• pozna różne sposoby opisywania funkcji (graf, wzór, tabela, wykres, opis słowny);• przypomni sobie takie pojęcia jak: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej;• pozna pojęcie monotoniczności funkcji;▪ pozna pojęcie różnowartościowości funkcji;• pozna wykresy niektórych funkcji jak np. $y = \sqrt{x}$, $y = x^{-1}$, $y = x^2$, $y = x$;• pozna pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji;• nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu;• nauczy się szkicować wykres funkcji o podanych własnościach;• nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">• odróżnić przyporządkowanie, które jest funkcją, od przyporządkowania, które funkcją nie jest;• opisywać funkcje na różne sposoby (grafem, wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym);• wskazać wykres funkcji liczbowej;• wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej;• określić zbiór wartości funkcji;• obliczyć miejsca zerowe funkcji;• określić na podstawie wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartość największą i najmniejszą funkcji, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie (maleje, jest stała) oraz zbiory, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);▪ określić, czy dana funkcja jest różnowartościowa;



	<p>w postaci wzoru lub wykresu funkcji.</p>	<ul style="list-style-type: none">• sporządzić wykres funkcji spełniającej podane warunki;• podać opis matematyczny zależności dwóch zmiennych w postaci funkcji;• odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji, dotyczące różnych zjawisk, np. przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych, chemicznych;• przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru funkcji lub wykresu funkcji.
<p>Przekształcenia wykresów funkcji.</p> <ul style="list-style-type: none">▪ Wektor w układzie współrzędnych.• Przesunięcie równoległe wykresu wzdłuż osi OX.• Przesunięcie równoległe wykresu wzdłuż osi OY.▪ Przesunięcie równoległe wykresu o wektor.• Symetria osiowa względem osi OX.• Symetria osiowa względem osi OY.▪ Symetria środkowa względem początku układu współrzędnych.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">▪ pozna pojęcie wektora w układzie współrzędnych;▪ nauczy się dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę;▪ pozna pojęcie wektorów przeciwnych;▪ pozna pojęcie przesunięcia równoległego;• nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OX;• nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OY;▪ nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji o dowolny wektor;• pozna pojęcie symetrii osiowej;• nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX;• nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OY;▪ pozna pojęcie symetrii środkowej;▪ nauczy się przekształcać wykres funkcji względem początku układu współrzędnych.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">▪ obliczyć współrzędne wektora i długość wektora;▪ dodać i odjąć wektory, pomnożyć wektor przez liczbę;▪ stosować pojęcie wektorów równych i przeciwnych w rozwiązaniach prostych zadań;• na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a)$;• na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x) + b$;▪ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a) + b$;• na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(x)$;▪ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x)$;• na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(-x)$;▪ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(-x)$.
<p>Funkcja liniowa.</p> <ul style="list-style-type: none">• Proporcjonalność prosta.• Własności funkcji liniowej.• Współczynnik kierunkowy prostej.• Warunek równoległości i prostopadłości wykresów funkcji liniowych.• Zastosowanie funkcji liniowej.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">◆ przypomni sobie informacje o proporcjonalności prostej;• przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej;• pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej;• przypomni sobie własności funkcji liniowej;• nauczy się znajdować równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe lub prostopadłe do danej funkcji	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">◆ sporządzić wykres proporcjonalności prostej oraz podać jej własności;◆ zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań;• sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu;• znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;• wykorzystać interpretację współczynników występujących



<ul style="list-style-type: none">• Równanie prostej w postaci ogólnej.• Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty .• Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.• Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.• Wyznaczniki.▪ Nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.▪ Układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi.	<p>liniowej;</p> <ul style="list-style-type: none">• nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;◆ przypomni sobie, jak się rozwiązuje równania i nierówności liniowe;◆ przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;▪ nauczy się opisywać zbiory za pomocą układów nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;▪ pozna wyznaczniki, działania na wyznacznikach;▪ pozna metodę wyznacznikową służącą do rozwiązywania układów równań liniowych.	<p>we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań;</p> <ul style="list-style-type: none">• wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danej funkcji liniowej;• stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego;• rozwiązywać równania oraz nierówności liniowe z jedną niewiadomą oraz interpretować je graficznie;◆ rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą;◆ stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi;▪ graficznie przedstawiać nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi oraz opisywać podane zbiory za pomocą układów równań i nierówności z dwiema niewiadomymi;▪ wykonywać działania na wyznacznikach;▪ rozwiązywać układ równań liniowych metodą wyznacznikową.
<p>Geometria płaska – czworokąty i pola czworokątów.</p> <ul style="list-style-type: none">◆ Podział czworokątów i ich własności.◆ Trapezy i pole trapezu.◆ Równoległoboki i pole równoległoboku.◆ Trapezoidy.• Podobieństwo czworokątów i jego własności.• Pola figur podobnych.• Zadania z wykorzystaniem skali mapy.• Zadania z zastosowaniem pól figur i wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">▪ pozna twierdzenie o linii łączącej środki ramion trapezu;▪ przypomni sobie podział czworokątów;▪ przypomni sobie niektóre własności czworokątów;▪ pozna pojęcie podobieństwa i jego własności;▪ nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące mapy, planu, skali mapy;▪ przypomni sobie wzory na pola czworokątów (kwadratu, prostokąta, równoległoboku, rombu, trapezu);▪ pozna nowe wzory na pole czworokąta;▪ pozna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">◆ posługiwać się własnościami czworokątów w rozwiązywaniu zadań;• stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących wielokątów;• stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;• stosować własności podobieństwa w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali);◆ stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów;• stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy);• rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur



		płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.
<p>Funkcja kwadratowa.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Jednomian stopnia drugiego. • Definicja trójmianu kwadratowego i jego własności. • Postać ogólna i kanoniczna trójmianu kwadratowego. • Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. • Postać iloczynowa trójmianu kwadratowego. • Wykres funkcji kwadratowej. • Najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym. • Odczytywanie własności funkcji z wykresu. • Zadania optymalizacyjne. • Równania kwadratowe. • Nierówności kwadratowe. <ul style="list-style-type: none"> ▪ Wzory Viéte'a. • Układy równań, z których co najmniej jedno jest kwadratowe. • Układy nierówności. • Zadania tekstowe prowadzące do funkcji kwadratowej. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności; • nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej; • nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych; • nauczy się przekształcać wykresy funkcji kwadratowych; • pozna metodę rozwiązywania równań kwadratowych; <ul style="list-style-type: none"> ▪ pozna wzory Viéte'a; • pozna metodę rozwiązywania nierówności kwadratowych; • nauczy się znajdować największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym; • nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych; • nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań (w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym). 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji; • sporządzić wykres funkcji kwadratowej i zbadać jej własności na podstawie wykresu; • wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji kwadratowej; • przekształcać wykresy funkcji kwadratowych; • wyznaczyć wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu; • wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej i postać iloczynową funkcji kwadratowej; • sprawnie zamieniać jedną postać funkcji kwadratowej na inną (postać kanoniczna, iloczynową, ogólna); • sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie, zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów; <ul style="list-style-type: none"> ▪ wykorzystywać wzory Viéte'a; • rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych; • wyznaczyć wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym; • rozwiązywać zadania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne); • rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych; • przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej.
<p>Elementy geometrii analitycznej.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Wektor w układzie współrzędnych – powtórzenie wiadomości. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ przypomni sobie podstawowe informacje o wektorze w układzie współrzędnych; • przypomni sobie, jak oblicza się odległość punktów w układzie 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych; • wyznaczyć współrzędne środka odcinka; ▪ zastosować informacje o wektorze



<ul style="list-style-type: none">• Odległość punktów w układzie współrzędnych.• Środek odcinka.• Równanie ogólne i kierunkowe prostej.▪ Odległość punktu od prostej.• Równanie okręgu.• Kanoniczna postać równania okręgu.	<p>współrzędnych;</p> <ul style="list-style-type: none">• pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka;• przypomni sobie informacje o równaniu kierunkowym prostej;• nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej;• przypomni sobie warunki na równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych;▪ pozna wzór na obliczanie odległości punktu od prostej;• nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej;• nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu;• nauczy się zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach (np. stycznego do jednej z osi układu);• nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu.	<p>w układzie współrzędnych do rozwiązywania prostych zadań;</p> <ul style="list-style-type: none">• znaleźć równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym;• zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;▪ stosować wzór na obliczanie odległości punktu od prostej w zadaniach;• posługiwać się równaniem okręgu;• przekształcić równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytać współrzędne środka i promień okręgu;• wyznaczyć równanie okręgu o zadanych własnościach;• wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu.
<p>Wielomiany.</p> <ul style="list-style-type: none">• Określenie jednomianu i wielomianu.• Wielomian jednej zmiennej stopnia n.• Równość wielomianów.• Dodawanie i odejmowanie wielomianów.• Mnożenie wielomianów.▪ Dzielenie wielomianu przez dwumian. Schemat Hornera.• Pierwiastek wielomianu.▪ Twierdzenie Bézouta.• Rozkład wielomianu na czynniki.• Obliczanie pierwiastków wielomianu.• Równania wielomianowe.• Zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">• pozna definicję wielomianu stopnia n ($n > 1$) jednej zmiennej;• pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować;• nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany;▪ nauczy się dzielić wielomian przez dwumian;▪ pozna schemat Hornera;• pozna pojęcie pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu;▪ pozna twierdzenie Bezouta i nauczy się je stosować;▪ pozna twierdzenie o reszcie i nauczy się je stosować;• pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki (wyłączanie czynnika poza nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów);• nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe;• nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">• odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem;• dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany;▪ podzielić wielomiany;▪ stosuje schemat Hornera przy dzieleniu wielomianu przez dwumian;▪ zastosować twierdzenie Bezouta i twierdzenie o reszcie w rozwiązaniach zadań;• rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias;• rozwiązać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki;• rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;• rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, stosując poznane definicje i twierdzenia.
<p>Funkcje wymierne.</p> <ul style="list-style-type: none">• Definicja funkcji wymiernej.• Dziedzina funkcji wymiernej.• Działania na	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">• pozna definicję funkcji wymiernej;• nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;• nauczy się skracać i rozszerzać	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">• odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji;• wyznaczać dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku



<p>wyrażeniach wymiernych.</p> <ul style="list-style-type: none">• Wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wielkości zmiennej.• Proporcjonalność odwrotna i jej własności.• Zadania z wykorzystaniem proporcjonalności odwrotnej.• Proste równania wymierne.• Zadania prowadzące do prostych równań wymiernych.	<p>wyrażenia wymierne;</p> <ul style="list-style-type: none">• nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;• nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej;• nauczy się szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;• nauczy się rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną;• nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne.	<p>występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych lub kwadratowych za pomocą grupowania wyrazów, stosowania wzorów skróconego mnożenia, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias;</p> <ul style="list-style-type: none">• obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;• skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;• dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;• szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;• rozwiązywać zadania z proporcjonalnością odwrotną;• rozwiązywać proste równania wymierne;• rozwiązywać zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych.
<p>Ciągi.</p> <ul style="list-style-type: none">• Sposoby określania ciągu liczbowego.▪ Ciągi zdefiniowane rekurencyjnie.• Monotoniczność ciągu liczbowego.• Własności ciągu arytmetycznego.• Suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.• Własności ciągu geometrycznego.• Suma n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.• Zadania integrujące ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny.• Oprocentowanie lokat i kredytów.• Zadania dotyczące lokat i kredytów – procent prosty i składany.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">• pozna definicję ciągu;• pozna sposoby opisywania ciągów (wzór ogólny, wykres);▪ pozna przykłady ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie;• pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu;• pozna definicję ciągu arytmetycznego;• pozna własności ciągu arytmetycznego;• nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego (n-ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów tego ciągu, średnia arytmetyczna);• pozna definicję ciągu geometrycznego;• pozna własności ciągu geometrycznego;• nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego (n-ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna);• pozna pojęcie procentu prostego i składanego;• nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">• określać ciąg wzorem ogólnym;• wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;▪ podać przykłady ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie;• narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu;• zbadać monotoniczność ciągu;• zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym;• wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych;• wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;• rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego;• zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym;• wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych;• wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;• rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego;• rozwiązywać zadania stosując wzory na n-ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego



		<p>i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym;</p> <ul style="list-style-type: none">• stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów.
<p>Funkcja wykładnicza i logarytmiczna.</p> <ul style="list-style-type: none">• Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie wiadomości.• Działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym.• Definicja funkcji wykładniczej i jej własności.• Wykres funkcji wykładniczej.<ul style="list-style-type: none">▪ Proste równania i nierówności wykładnicze.• Zadania z wykorzystaniem funkcji wykładniczej.• Definicja logarytmu – powtórzenie wiadomości.<ul style="list-style-type: none">▪ Funkcja logarytmiczna i jej własności.▪ Wykres funkcji logarytmicznej.• Zadania z wykorzystaniem funkcji logarytmicznej.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">• przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;• będzie doskonalił umiejętności wykonywania działań na potęgach;• pozna pojęcie funkcji wykładniczej;• pozna własności funkcji wykładniczej;<ul style="list-style-type: none">▪ nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;• nauczy się stosować własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań;• przypomni sobie pojęcie logarytmu;• przypomni sobie własności logarytmów i ich zastosowanie w rozwiązywaniu zadań;<ul style="list-style-type: none">▪ pozna pojęcie funkcji logarytmicznej;▪ nauczy się sporządzać wykres funkcji logarytmicznej;▪ pozna własności funkcji logarytmicznej;• nauczy się stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">• sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;• stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań;• odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;• sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;• przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;• opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów;<ul style="list-style-type: none">▪ rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;• rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym;• obliczać logarytm liczby dodatniej;• stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań;<ul style="list-style-type: none">▪ odróżnić funkcję logarytmiczną od innych funkcji;▪ sporządzać wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;▪ przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych;▪ opisywać własności funkcji logarytmicznych na podstawie ich wykresów;▪ rozwiązywać zadania dotyczące funkcji logarytmicznych, umieszczone w kontekście praktycznym.
<p>Elementy kombinatoryki i rachunek prawdopodobieństwa</p> <ul style="list-style-type: none">• Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych.• Reguła mnożenia.• Drzewo stochastyczne.• Symbol silni.• Rozwiązywanie zadań kombinatorycznych.• Definicja	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">• nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;• pozna zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować;• nauczy się przedstawiać pewne sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań;• pozna symbol silni i nauczy się go stosować;• nauczy się rozwiązywać zadania	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">• zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych;• stosować zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań;• rozwiązywać pewne zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa;• stosować symbol silni;• rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki;



<p>doświadczenia losowego i zdarzenia elementarnego.</p> <ul style="list-style-type: none">• Rodzaje zdarzeń.• Suma, różnica i iloczyn zdarzeń.• Zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia.• Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa• Klasyczna definicja prawdopodobieństwa• Zadania z wykorzystaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa	<p>kombinatoryczne;</p> <ul style="list-style-type: none">• pozna takie pojęcia, jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe;• nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu;• nauczy się znajdować sumę zdarzeń, różnicę zdarzeń, iloczyn zdarzeń oraz zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia;• pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa;• pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować w rozwiązywaniu zadań;• pozna „klasyczną definicję prawdopodobieństwa”;• nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”.	<ul style="list-style-type: none">• określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc;• wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu;• obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”;• stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań;• wykorzystywać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa;• obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa.
<p>Elementy statystyki opisowej.</p> <ul style="list-style-type: none">• Dane statystyczne i ich klasyfikacja.• Średnia arytmetyczna i średnia ważona z próby.• Mediana z próby.• Odchylenie standardowe z próby.• Sposoby przedstawiania danych statystycznych.• Odczytywanie i interpretowanie parametrów statystycznych.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">• dowie się, na czym polega klasyfikacja danych statystycznych;• nauczy się obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby;• nauczy się interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">• obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, odchylenie standardowe z próby;• interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne; odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów; przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów; przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych; porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi.
<p>Geometria przestrzenna.</p> <ul style="list-style-type: none">• Płaszczyzna i prosta w przestrzeni.• Wzajemne położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni.▪ Rzut równoległy na płaszczyznę.• Rzut prostokątny na płaszczyznę.• Kąt między prostą i płaszczyzną.• Kąt dwuścienny.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">• pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;▪ nauczy się rysować figury w rzucie równoległym na płaszczyznę;• nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną;• pozna pojęcie kąta	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">• badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;• poprawnie narysować wielościany (graniastosłupy, ostrosłupy) i bryły obrotowe;• wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości;• podać własności figur



<ul style="list-style-type: none">◆ Podział graniastosłupów i ich własności.◆ Pole powierzchni i objętość graniastosłupów.◆ Podział ostrosłupów i ich własności.◆ Pole powierzchni i objętość ostrosłupów.◆ Podział brył obrotowych i ich własności.◆ Pole powierzchni i objętość brył obrotowych.◆ Siatki figur przestrzennych.	<p>dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego;</p> <ul style="list-style-type: none">◆ przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach;◆ przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach;◆ przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych.	<p>przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy czy bryły obrotowe;</p> <ul style="list-style-type: none">◆ rysować siatki figur przestrzennych;◆ wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych;• wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii.
--	--	--

4. Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych

W celu poznawania i rozumienia świata oraz rozwijania kompetencji kluczowe niezbędne w życiu i pracy zawodowej konieczne jest dostosowanie metod i form nauczania do potrzeb, możliwości intelektualnych i indywidualnych zainteresowań ucznia. Tylko dobrze dobrane metody zapewniają aktywne uczestniczenie uczniów w procesie zdobywania wiedzy matematycznej. Realizacja celów założonych w programie nauczania powinna odbywać się przede wszystkim poprzez dużą liczbę ćwiczeń sprawdzających rozumienie treści nauczania, rozwiązywanie problemów z codziennego życia oraz rozwiązywanie zadań o zróżnicowanym stopniu trudności.

Stosowanie różnorodnych metod i form pracy sprzyja wyzwalaniu aktywności uczniów i zainteresowania przedmiotem. Odpowiednio dobrane metody ułatwiają bowiem zrozumienie materiału i podnoszą zaangażowanie w pracę na zajęciach.

Należy często korzystać z metod aktywizujących uczniów, które:

- rozbudzają zainteresowania uczniów,
- zwiększają samodzielność pracy uczniów,
- rozwijają twórcze myślenie i kreatywne działanie oraz motywują uczniów do działania,
- rozwijają umiejętność współpracy i komunikowania się w grupie,
- podnoszą skuteczność nauczania i uczenia się.

W tabeli poniżej scharakteryzowano zalecane metody i techniki nauczania matematyki, jednocześnie odnosząc je do rozwijania poszczególnych MKKE:

Tabela 7.1 Rodzaje metod i technik nauczania matematyki

Metody i techniki nauczania	Charakterystyka	MKKE
Ćwiczenia	- wyzwala aktywność twórczą i odtwórczą uczniów w sytuacjach odpowiednio dobranych i uporządkowanych zadań do rozwiązywania przez uczniów; - pozwala dostrzec różnorodne zastosowanie nabytej wiedzy i budować przekonanie o jej użyteczności.	W2, W3, U3, U4
Praca z tekstem	- rozwija aktywność twórczą; - przygotowuje do samodzielnego studiowania w przyszłości tekstu matematycznego; - kształci umiejętność rozumienia czytanego tekstu i korzystania z tekstu matematycznego, a także wyszukiwania potrzebnych informacji, analizowania definicji i twierdzeń oraz śledzenia rozumowań matematycznych.	U3, U4
Burza mózgów	- umożliwia każdemu uczniowi możliwość zgłaszania swoich pomysłów i proponowania rozwiązań w różnej formie; - pobudza do twórczego myślenia; - polega na zgromadzeniu w krótkim czasie wielu pomysłów, hipotez dotyczących rozwiązania jakiegoś problemu; - pomysły zgłaszane przez uczniów nie są ani oceniane, ani krytykowane; - kształci umiejętność formułowania hipotez oraz umiejętność	P1, P2, P3



	argumentowania; - rozwija umiejętność posługiwania się językiem matematycznym.	
Projekt edukacyjny	- stwarza możliwość samodzielnego zdobywania wiedzy, wyszukiwania i analizowania informacji oraz formułowania wniosków; - uczy planowania i dobrej organizacji pracy; - rozwija umiejętność prezentowania wyników własnej pracy i precyzyjnego posługiwania się językiem matematycznym.	W2, W3, U1
Mapa mentalna	- polega na wizualnym opracowaniu problemu z wykorzystaniem pojęć, haseł, rysunków, zdjęć, wycinków, symboli i zwrotów w obszarze jednego zagadnienia; - promuje indywidualny sposób uczenia się każdego ucznia; - graficzna mapa mentalna podnosi atrakcyjność pracy, oddziałuje na wzrok i wyobraźnię ucznia, angażując je w proces uczenia się; - przydatna w matematyzowaniu sytuacji rzeczywistych.	W4, U4

Bardzo ważna jest także indywidualizacja pracy uczniów, której głównym celem jest poprawianie wyników uczenia się dzięki wykorzystaniu indywidualnych właściwości uczącego się i zwiększaniu jego indywidualnych możliwości. Indywidualizacja procesu nauczania - uczenia się musi być dostosowana do możliwości ucznia, aby w pełni je wykorzystywać i rozwijać.

5. Metody oceny założonych osiągnięć ucznia

Ocenianie osiągnięć uczniów to najtrudniejsze zadanie stojące przed nauczycielem oraz jeden z głównych elementów ewaluacji procesu dydaktycznego. Ocenianie wewnątrzszkolne ma na celu:

- poinformowanie ucznia o poziomie jego osiągnięć i edukacyjnych postępach w tym zakresie,
- pomoc uczniowi w samodzielnym planowaniu swego rozwoju,
- motywowanie ucznia do dalszej pracy,
- dostarczenie informacji nauczycielowi o poprawności stosowanych metodach nauczania oraz stopniu osiągnięcia zamierzonych celów edukacyjnych,
- dostarczanie rodzicom lub prawnym opiekunom informacji o postępach, trudnościach i specjalnych uzdolnieniach ucznia.

Sposoby dokonywania oceny osiągnięć uczniów muszą wynikać z przyjętego przez szkołę wewnątrzszkolnego systemu oceniania uczniów.

Celem procesu sprawdzania jest uzyskanie pewnych informacji o osiągnięciach edukacyjnych ucznia oraz rozwijaniu matematycznych kompetencji kluczowych.

W tabeli poniżej scharakteryzowano zalecane formy sprawdzania i oceniania osiągnięć uczniów:

Tabela 8.1 Rodzaje form sprawdzania i oceniania osiągnięć uczniów

Formy sprawdzania i oceniania osiągnięć uczniów	Charakterystyka
Prace klasowe	- obowiązkowe dla wszystkich uczniów; - poprzedzone powtórzeniem materiału i obejmują cały (zwykle jeden) dział materiału nauczania; - pozwalają sprawdzić nie tylko stan wiedzy ucznia, ale także to, czy potrafi on krytycznie odnieść się do proponowanych odpowiedzi; - główny cel to sprawdzenie, czy uczeń potrafi stosować nabyte umiejętności w różnych sytuacjach życia codziennego.
Kartkówki	- obejmują materiał nauczania z trzech ostatnich lekcji; - uczą systematycznej pracy; - stwarzają możliwości osiągania małych sukcesów; - główny cel to dostarczenie uczniowi i nauczycielowi bieżących informacji o osiągnięciach poznawczych uczeni.
Odpowiedzi ustne	- utrwalają znajomość języka matematycznego, wspomagają kształtowanie umiejętności czytania i wypowiedzania się ze zrozumieniem; - główny cel to budowanie relacje nauczyciel – uczeń;
Praca domowa	- powinna być systematycznie sprawdzana; - uczy samodzielności w posługiwaniu się wiedzą, rozwiązywaniu zagadnień i w gromadzeniu informacji; - główny cel to utrwalenie wiadomości i umiejętności nabytych w szkole, często ich poszerzenie i pogłębienie.
Prace długoterminowe	- są wykonywane indywidualnie lub w grupach np. plansze tematyczne, modele figur, bryły, gazetki tematyczne, projekty uczniowskie, konkursy wiedzy matematycznej, prezentacje komputerowe; - promują aktywność, kreatywność oraz wkład pracy ucznia „otwierając” przy tym ich umysł na praktyczne zastosowanie matematyki.



Praca w grupach	<ul style="list-style-type: none"> - motywując każdego członka określonej grupy do działania i współodpowiedzialności za powierzone zadanie; - każdy członek danej grupy otrzymuje odpowiednią za powierzone mu funkcje ocenę.
------------------------	--

Wymagania programowe dla pierwszego działu - **Elementy logiki. Zbiory. Zbiory liczbowe.** zostały podzielone na trzy rodzaje treści:

Treść podstawowa	Treść rozszerzająca	Treść dopełniająca i wykraczająca
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiory równe, podzbiór zbioru; - zna symbolikę matematyczną dotyczącą zbiorów; - potrafi podać przykłady zbiorów (w tym przykłady zbiorów skończonych oraz nieskończonych); - potrafi określić relację pomiędzy elementem i zbiorem; - potrafi określić relacje pomiędzy zbiorami (równość zbiorów, zawieranie się zbiorów, rozłączność zbiorów); - zna definicję sumy, iloczynu i różnicy zbiorów; - potrafi wyznaczać sumę, iloczyn i różnicę zbiorów skończonych; - potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych; - potrafi rozróżnić liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne; - potrafi przedstawić liczbę wymierną w postaci ułamka zwykłego i w postaci rozwinięcia dziesiętnego; - umie zamienić ułamek o rozwinięciu dziesiętnym nieskończonym okresowym na ułamek zwykły; - potrafi zaznaczyć liczby wymierne na osi liczbowej; - rozumie pojęcie przedziału, rozpoznaje przedziały ograniczone i nieograniczone; - potrafi odróżnić definicję od twierdzenia; - potrafi zapisać za pomocą przedziałów zbiory opisane nierównościami; - potrafi zaznaczyć na osi 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozumie budowę twierdzenia matematycznego; - potrafi wskazać jego założenie i tezę; - potrafi zbudować twierdzenie odwrotne do danego oraz ocenić prawdziwość twierdzenia prostego i odwrotnego; - potrafi sprawnie posługiwać się symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów; - potrafi podać przykłady zbiorów A i B, jeżeli dana jest suma, iloczyn albo różnica zbiorów; - zna pojęcie dopełnienia zbioru i potrafi zastosować je w działaniach na zbiorach; - potrafi wyznaczyć dopełnienie przedziału lub dopełnienie zbioru liczbowego skończonego w przestrzeni \mathbf{R}; - potrafi przeprowadzić proste dowody dotyczące własności liczb rzeczywistych. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - odróżnia formę zdaniową jednej zmiennej od zdania; - potrafi określić dziedzinę prostej formy zdaniowej; - potrafi wskazać element dziedziny spełniający prostą formę zdaniową; potrafi odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi; - umie określić wartość logiczną zdania prostego; - potrafi zanegować zdanie proste i określić wartość logiczną zdania zanegowanego; - potrafi rozpoznać zdania w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważność zdań; - potrafi zbudować zdania złożone w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań z danych zdań prostych; - potrafi określić wartości logiczne zdań złożonych, takich jak koniunkcja, alternatywa, implikacja i równoważność zdań; - potrafi budować zdania złożone i oceniać ich wartości logiczne; - potrafi wnioskować o wartościach zdań składowych wybranych zdań złożonych na podstawie informacji o wartościach logicznych zdań złożonych; - potrafi negować zdania złożone z koniunkcji i/lub alternatyw zdań; - potrafi oceniać wartości logiczne zdań, w których występują zależności pomiędzy podzbiorem zbioru \mathbf{R}; - potrafi określić zbiór wszystkich elementów spełniających formę zdaniową, która jest koniunkcją albo

<p>liczbowej podany przedział liczbowy; – potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną przedziałów.</p>		<p>alternatywą dwóch form zdaniowych prostych; – potrafi stosować wiadomości z logiki do wnioskowania matematycznego; – potrafi stosować działania na zbiorach do wnioskowania na temat własności tych zbiorów; – potrafi określić dziedzinę i zbiór elementów spełniających formę zdaniową, zawierającą wyrażenia wymierne lub pierwiastek stopnia drugiego.</p>
---	--	---

Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia:

Ocenę dopuszczającą otrzymuje uczeń, który:

- intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować je w typowej sytuacji;
- rozwiązuje proste, standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Ocenę dostateczną otrzymuje uczeń, który:

- podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- korzysta z kalkulatora;
- zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- samodzielnie rozwiązuje zadania średnio trudne;
- sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Ocenę dobrą otrzymuje uczeń, który:

- przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- zna twierdzenia objęte programem nauczania i potrafi je stosować;
- intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a w jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;

- zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Ocenę bardzo dobrą otrzymuje uczeń, który:

- zna definicje pojęć występujących w programie nauczania i posługuje się nimi;
- posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- stosuje nowe twierdzenia;
- ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);
- zna dowody twierdzeń objętych programem nauczania;
- rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- analizuje i doskonali swoje rozwiązania oraz analizuje liczbę rozwiązań;
- rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych;

Ocenę celującą otrzymuje uczeń, który:

- analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu nauczania;
- potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

6. Oprzyrządowanie programu

W tabelach poniżej zestawiono, co składa się na oprzyrządowanie programu dla ucznia i dla nauczyciela:

Tabela 9.1 Środki dydaktyczne dla ucznia

KLASA I			
Środki dydaktyczne	Tytuł	Autor	Wydawnictwo
Podręcznik	Podręcznik do liceów i techników Klasa I. Zakres podstawowy	Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda	Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro
Zbiór zadań	Zbiór zadań do liceów i techników Klasa I. Zakres podstawowy		
KLASA II			
Podręcznik	Podręcznik do liceów i techników Klasa II. Zakres podstawowy	Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda	Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro
Zbiór zadań	Zbiór zadań do liceów i techników Klasa II. Zakres podstawowy		
KLASA III			
Podręcznik	Brak informacji na stronie internetowej wydawnictwa		Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro
Zbiór zadań			
KLASA IV			
Podręcznik	Brak informacji na stronie internetowej wydawnictwa		Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro
Zbiór zadań			
Przygotowanie do matury	Próbné arkusze maturalne Poziom podstawowy Matura 2010 - 2012	Elżbieta Świda, Elżbieta Kurczab Marcin Kurczab	

Tabela 9.2 Środki dydaktyczne dla nauczyciela

KLASA I			
Środki dydaktyczne	Tytuł	Autor	Wydawnictwo
Podręcznik	Podręcznik do liceów i techników Klasa I. Zakres podstawowy	Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda	Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro
Zbiór zadań	Zbiór zadań do liceów i techników Klasa I. Zakres podstawowy		
	MATURA z MATEMATYKI od roku 2010 Zbiór zadań z zakresu kształcenia podstawowego.	Alicja Cewe Halina Nahorska	Wydawnictwo Podkowa
Przygotowanie do matury	Matematyka Matura 2009/2010. Poziom podstawowy i rozszerzony cz.1 i cz.2	Kiełbasa Andrzej, Łukasiewicz Piotr	Wydawnictwo 2000
Program nauczania	Matematyka	Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab	Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro

Program nauczania w liceach



	i technikach Zakres podstawowy	Elżbieta Świda	
Ćwiczenia	Ćwiczenia do liceów i techników Klasa I. Część 1 i Część 2	Alina A. Ossowska, Barbara Kot, Marcin Kurczab, Elżbieta Świda	
Materiały pomocnicze	Płyta CD Materiały pomocnicze dla nauczycieli liceum i technikum. Klasa I. Zakres podstawowy	Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab Elżbieta Świda	
KLASA II			
Podręcznik	Podręcznik do liceów i techników Klasa II. Zakres podstawowy	Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda	Oficina Edukacyjna Krzysztof Pazdro
Zbiór zadań	Zbiór zadań do liceów i techników Klasa II. Zakres podstawowy		
Ćwiczenia	Ćwiczenia do liceów i techników Klasa II. Część 1 i Część 2	Alina A. Ossowska, Barbara Kot	
Materiały pomocnicze	Płyta CD Materiały pomocnicze dla nauczycieli liceum i technikum Klasa 2. Zakres podstawowy	Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab Elżbieta Świda	
KLASA III			
Podręcznik	Brak informacji na stronie internetowej wydawnictwa		Oficina Edukacyjna Krzysztof Pazdro
Zbiór zadań			
Ćwiczenia	Ćwiczenia do liceów i techników Klasa III.	Alina A. Ossowska, Barbara Kot	
Materiały pomocnicze	Płyta CD Materiały pomocnicze dla nauczyciela Klasa I-III	Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab Elżbieta Świda, Agnieszka Winształ	
KLASA IV			
Podręcznik	Brak informacji na stronie internetowej wydawnictwa		Oficina Edukacyjna Krzysztof Pazdro
Zbiór zadań			
Przygotowanie do matury	Próbne arkusze maturalne Poziom podstawowy Matura 2010 - 2012	Elżbieta Świda, Elżbieta Kurczab Marcin Kurczab	
	Próbne arkusze maturalne Poziom rozszerzony Matura 2010 – 2012		
	Zdaj maturę Matematyka - sprawdziany	Elżbieta Świda, Krzysztof Kłaczko, Agnieszka Winształ	
	Testy Maturalne Matematyka 2010	Praca zbiorowa	

7. Ewaluacja programu

Ewaluacja to słowo pochodzące z języka francuskiego oznaczające oszacowanie lub określenie wartości, czasem również ocenę.

Ewaluacja autorskiego programu nauczania matematyki jest badaniem i oceną samego programu oraz efektów jego realizacji. Pozwala ona określić, czy zostały osiągnięte zamierzone cele programu, a przede wszystkim, czy zostały rozwinięte matematyczne kompetencje kluczowe. Umożliwia ona także uzyskanie informacji o skuteczności wybranych metod i form pracy oraz jaki przyrost wiedzy nastąpił u uczniów.

Ewaluacji programu nauczania matematyki w zakresie podstawowym dokona autor, który jest odpowiedzialny za jego realizację, jakość i efekty nauczania. Trwać ona będzie przez okres trzech lat, od września 2009 roku do czerwca 2012 roku i zostanie przeprowadzona w czterech etapach: przed rozpoczęciem realizacji programu, w czasie jego realizacji, na zakończenie realizacji programu oraz po pewnym czasie od realizacji programu.

Tabela 10.1 Projekt ewaluacji autorskiego programu rozwijania MKKE

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Zakres ewaluacji	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze
Przed rozpoczęciem realizacji programu.	Autorski program nauczania matematyki.	<ul style="list-style-type: none"> • koncepcja i struktura programu, • założenia programu uwzględniające zasoby realizatora i potrzeby oraz ograniczenia odbiorców, • cele ogólne i cele szczegółowe programu, • działania służące rozwijaniu matematycznych kompetencji kluczowych, • dobór i układ treści nauczania, • sposoby realizacji programu, • ocena skuteczności programu. 	<ul style="list-style-type: none"> • przydatność treści nauczania, • adekwatność do potrzeb i możliwości uczniów, • zgodność z podstawą programową i standardami wymagań egzaminacyjnych, • spójność z projektem Szkoła Kluczowych Kompetencji, • atrakcyjność metod i form pracy. 	<ul style="list-style-type: none"> • analiza wyników egzaminu gimnazjalnego, • analiza wyników diagnozy wstępnej, • analiza wyników diagnozy implementacji kluczowych kompetencji • analiza danych z arkusza oceny programu.
W czasie realizacji programu.	Skuteczność autorskiego program nauczania matematyki.	<ul style="list-style-type: none"> • organizacja i przebieg procesu nauczania matematyki, • nakłady finansowe podczas realizacji programu • zastosowanie zdobywanej wiedzy w praktyce przez uczniów. 	<ul style="list-style-type: none"> • udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym • rozwinięcie KK w zakresie wiedzy, umiejętności i postaw. 	<ul style="list-style-type: none"> • obserwacja, • raport ewaluacyjny.



Na zakończenie realizacji programu.	Osiągnięcia edukacyjne uczniów.	<ul style="list-style-type: none">• wzrost poziomu osiągnięć uczniów w zakresie matematycznych kompetencji kluczowych,• wielostronny rozwój ucznia,• trafność działań wychowawczych.	<ul style="list-style-type: none">• stosowanie metod aktywizujących,• odpowiedni dobór zadań.	<ul style="list-style-type: none">• ankieta dla uczniów,• ankieta dla rodziców,• test sprawdzający wiedzę i umiejętności,• analiza dokumentacji;• raport ewaluacyjny,• promocja projektu.
Po pewnym czasie od realizacji programu.		następstwa realizacji programu	<ul style="list-style-type: none">• wykorzystanie zdobytej wiedzy i matematycznych kompetencji kluczowych.	<ul style="list-style-type: none">• analiza wyników egzaminu maturalnego i egzaminu zawodowego• promocja projektu;• promocja szkoły w regionie.

Bibliografia

- [1] *Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy. Zespół Szkół Ponadgimnazjalnych Nr 1 w Garwolinie. Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie, Lublin 2009*
- [2] Grabowski P.: *Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie w zakresie podstawowym*. Nowa Era, Warszawa 2008 (**Nr dopuszczenia: DKOS-5002-80/07**)
- [3] Kurczab M., Kurczab E., Świda E.: *Matematyka. Program nauczania w liceach i w technikum. Zakres podstawowy*. Oficyna edukacyjna Krzysztof Pazdro, Warszawa 2008. (**Nr dopuszczenia: DKOS-5002-05/08**)
- [4] A. Przychodzka, Z. Łaszczyk,: *Matematyka. Program nauczania dla liceum i technikum. Zakres podstawowy i rozszerzony*. WSiP, Warszawa 2008 (**Nr dopuszczenia: DKOS-5002-06/08**)
- [5] Sobczak M.: *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształcenia kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*. Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie, Lublin 2009
- [6] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1100)
- [7] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102)
- [8] Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 r. w sprawie dopuszczania do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczania do użytku szkolnego podręczników (Dz.U. Nr 89, poz. 730).
- [9] Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 roku w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie.

Autor
Maria Czestkowska

MATEMATYKA

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

**Technikum Nr 1 w Zespole Szkół Nr 1
im. Marii Skłodowskiej-Curie
w Wyszkanie**

*Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Notatka o autorze.....	5
Wstęp.....	6
Uwarunkowania realizacji programu.....	8
1. Cele kształcenia i wychowania.....	9
2. Materiał nauczania.....	11
3. Procedury osiągania celów	23
4. Opis założonych osiągnięć ucznia.....	30
5. Procedura ewaluacji programu nauczania	42
Bibliografia.....	44





Notatka o autorze

Maria Czestkowska – mgr matematyki, ukończyła studia magisterskie w zakresie matematyki o specjalności nauczycielskiej. Nauczyciel dyplomowany z wieloletnim stażem pracy w technikach, liceach profilowanych i liceum ogólnokształcącym. Ma I stopień specjalizacji zawodowej w zakresie nauczania matematyki. Jest egzaminatorem okręgowej komisji egzaminacyjnej do przeprowadzania egzaminu maturalnego z matematyki.

Wstęp

Wiara w wykształcenie samo może nas zawieść. Trzeba nie tylko dać dostęp do światła, ale i pokazać, dokąd z nim iść, jak go użyć.”
Artur Górski

Realizowany dotychczas przeze mnie „Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym.” autorstwa Piotra Grabowskiego, Nr dopuszczenia. DKOS-502-80/07 Wydawnictwa Nowa Era jest zgodny z aktualnymi aktami prawnymi. Jednak w niewystarczającym stopniu służy rozwijaniu kompetencji koniecznych do osobistej samorealizacji, bycia aktywnym obywatelem Wspólnoty Europejskiej oraz właściwego odnalezienia się na ciągle zmieniającym się rynku pracy.

Dlatego zdecydowałam się na modyfikację wymienionego programu nauczania tak, by służył rozwijaniu kompetencji kluczowych zawartych w Zaleceniu Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 roku w sprawie kompetencji kluczowych w rocesie uczenia się przez całe życie (2006/962/WE). Zgodnie z wymienionym dokumentem każdy obywatel potrzebuje szerokiego wachlarza kompetencji kluczowych, by łatwo przystosować się do szybko zmieniającego się świata.

Jest zgodny z Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 26 lutego 2002 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. Nr 51, poz. 458, z późn. zm.), które wprowadza nową podstawę programową dla szkół ponadgimnazjalnych z matematyki w zakresie podstawowym (**PP**). Uwzględnia również nowe standardy wymagań, będące podstawą przeprowadzania, począwszy od 2010 roku, obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki (**ST_WYM**), które wynikają z Rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 roku zmieniającego rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz. U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102).

Zmodyfikowany przeze mnie program rozwija kompetencje kluczowe na poziomie dającym młodym ludziom przygotowanie do dorosłego życia i stanowiącym podstawę do dalszej nauki i życia zawodowego. Służy rozwijaniu matematycznych kompetencji kluczowych (**MKKE**) zawartych w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie - europejskie ramy odniesienia”. Odejmują one umiejętności rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Istotne są zarówno proces i czynność, jak i wiedza, przy czym podstawę stanowi należyte opanowanie umiejętności liczenia. Kompetencje matematyczne obejmują zdolność i chęć wykorzystania matematycznych sposobów myślenia (myślenie logiczne i przestrzenne) oraz prezentacji (wzory, modele, wykresy, tabele).



Dr M. Sobczak MKKE uszczegółowiła kompetencję matematyczną następująco:

Wiedza:

- [W1] rozumienie terminów i pojęć matematycznych,
- [W2] dobrze opanowana umiejętność liczenia,
- [W3] znajomość miar i struktur,
- [W4] znajomość głównych operacji i sposobów,
- [W5] świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź

Umiejętności:

- [U1] stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumieć w sposób matematyczny),
- [U2] śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny),
- [U3] przekazywać komunikaty stosując język matematyczny,
- [U4] korzystać z tekstu matematycznego.

Postawy:

- [P1] przejawiać szacunek dla prawdy,
- [P2] dążyć do szukania przyczyn,
- [P3] oceniać zasadność wnioskowań i działań.

W programie autorskim tak skonstruowałam wykaz wymaganych do opanowania przez uczniów czynności, aby w pełni były rozwijane MKKE. Dostosowałam również materiał nauczania do związków treściowych i czasowych przedmiotów zawodowych w Technikum Nr1 w Zespole Szkół Nr1 w zawodzie technik organizacji usług gastronomicznych (TG). Treści kształcenia dobrałam tak, by wspierać rozwój umysłowy, zdolności poznawcze oraz osobowości uczniów. Większą uwagę zwróciłam na praktyczne zastosowanie nauczanych treści oraz więcej godzin przeznaczyłam na ćwiczenia dotyczące umiejętności poprawnego liczenia.

Uwarunkowania realizacji programu

Technikum Nr1 w Zespole Szkół Nr1 posiada ugruntowaną pozycję na oświatowej mapie powiatu wyszkowskiego. Jest szkołą o znacznych osiągnięciach i wieloletniej tradycji kształcenia zawodowego. Kształci na wysokim poziomie, o czym świadczą wyniki corocznych egzaminów maturalnych i zawodowych. Szkoła należy do najaktywniejszych w regionie. Chętnie realizuje zadania związane z urzeczywistnieniem idei integracji europejskiej. Jako jedna z pierwszych powołała Szkolny Klub Europejczyka. Szkoła posiada kompletnie wyposażone pracownie komputerowe z dostępem do Internetu na wysokim poziomie. Wskazane jest jedynie doposażenie pracowni matematycznej w sprzęt multimedialny, co wpłynęłoby na wyższą jakość przekazywanych informacji na lekcjach matematyki.

Młodzież chętnie i z powodzeniem uczestniczy w licznych konkursach i olimpiadach, w tym gastronomicznych.

Zatem baza dydaktyczna placówki, zasoby uczniów uczęszczających do TG, ich potrzeby i oczekiwania, a także walory osobowe, przygotowanie merytoryczne i pedagogiczne kadry pedagogicznej gwarantują właściwą realizację projektu „Szkoła Kluczowych Kompetencji”, o czym mówią wnioski i rekomendacje diagnozy.

Mój program autorski jest programem liniowo-spiralnym, ponieważ do niektórych treści powracamy w celu ich lepszego utrwalenia lub nawiązujemy do nich przy wprowadzaniu nowych pojęć. Program zawiera treści nauczania określone w PP oraz są zgodne ze ST_WYM będących podstawą przeprowadzania egzaminu maturalnego z matematyki (wg rozporządzenia MEN z dn. 28.08.07).

Zawierają również wszystkie elementy matematyki niezbędne do kształcenia w zawodzie technik organizacji usług gastronomicznych. Są to:

- działania w zbiorze liczb wymiernych,
- obliczenia procentowe,
- obliczanie pól i objętości figur geometrycznych.

Układ treści zawiera korelację czasową i tematyczną z przedmiotami zawodowymi. Struktura programu jest zgodna z Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 roku.

Do niniejszego programu wskazany jest podręcznik Wydawnictwa Nowa Era serii „Prosto do matury” autorstwa Macieja Antka, Krzysztofa Belki i Piotra Grabowskiego. Jest to podręcznik dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Dotyczy kształcenia ogólnego w zakresie podstawowym.

1. Cele kształcenia i wychowania

Niniejszy program zapewnia realizację celów edukacyjnych i zadań szkoły sformułowanych w PP. Jest zgodny ze ST_WYM oraz zaleceniami Parlamentu Europejskiego dotyczących edukacji.

PP zakłada: przygotowanie do świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne odgrywają kluczową rolę; przyswojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych; przyzwyczajenie do typowych elementów rozumowań matematycznych (stosowanie pojęć: założenie, wniosek, dowód, przykład, kontrprzykład); wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń; wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji, stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji; kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi i argumentowania.

Zadaniem szkoły według PP jest: zapewnienie kształcenia promującego samodzielne, krytyczne i twórcze myślenie, ograniczenie do minimum działań schematycznych i odtwórczych; zapewnienie każdemu uczniowi warunków do rozwoju zdolności matematycznych na miarę jego możliwości poznawczych; przygotowanie uczniów do samodzielnego zdobywania wiedzy na dalszych etapach edukacji oraz pracy zawodowej; wdrożenie uczniów do korzystania z nowoczesnych narzędzi i źródeł informacji.

MKKE nie są w pełni reprezentowane w zapisach ST_WYM, ponieważ nie wszystkie umiejętności można sprawdzić podczas egzaminu pisemnego. W zakresie podstawowym ST_WYM zakładają następujące umiejętności zdającego: interpretuje tekst matematyczny i formułuje uzyskane wyniki; używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych; dobiera model matematyczny do prostej sytuacji; stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania oraz prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków.

Celem nauczania matematyki jest wspomaganie wszechstronnego rozwoju ucznia, ukierunkowanego na przygotowanie go do rozumienia współczesnego świata i aktywnego uczestnictwa w życiu.

Zatem cele kształcenia i wychowania w TG są następujące:

Lp.	Cele nauczania matematyki	MKKE
1.	Stworzenie podstaw wiedzy matematycznej w zakresie znajomości i rozumienia terminów i pojęć matematycznych.	W1
2.	Doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie technik organizacji usług gastronomicznych.	W2
3.	Wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego, innych dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie technik organizacji usług gastronomicznych.	W3, W4

4.	Wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych.	U1
5.	Wykształcenie umiejętności i nawyku uzasadniania swoich sądów (istota sądów matematycznych, kategoryczność twierdzeń, jednoznaczność i precyzja definicji).	U2, P1
6.	Rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin wiedzy.	U3
7.	Doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym – w tym podręcznikiem – oraz innymi źródłami informacji matematycznej.	U4
8.	Wykształcenie umiejętności samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi – umiejętność stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych, poszukiwania dróg ich weryfikacji).	W5, P1, P2
9.	Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń.	U1, P1, P2, P3
10.	Kształcenie wyobraźni matematycznej (intuicji w zakresie obiektów abstrakcyjnych, wyobraźni geometrycznej dotyczącej obiektów płaskich i przestrzennych) oraz przewidywania skutków podejmowanych działań (głównie podczas rozwiązywania problemów matematycznych).	U2, U3, P2

Lp.	Cele wychowawcze	MKKE
1.	Kształcenie umiejętności planowania i dobrej organizacji nauki, pracy w zawodzie technik organizacji usług gastronomicznych.	
2.	Kształcenie wytrwałości i systematyczności w zdobywaniu wiedzy, umiejętności matematycznych oraz innych zamierzonych pozytywnych celów.	
3.	Kształtowanie pozytywnych postaw etycznych m.in.: samodzielności, prawdomówności, a piętnowanie nieuczciwości wyrażającej się w ściąganiu, podpowiadaniu itp.	P1
4.	Pobudzanie aktywności umysłowej i rozwijanie zdolności poznawczych.	P2
5.	Kształtowanie postaw dociekliwych, poszukujących, krytycznych i odpowiedzialnych.	P3
6.	Kształtowanie właściwych postaw dialogu i kultury dyskusji z wykorzystaniem precyzyjnego języka matematyki.	
7.	Rozwijanie umiejętności pracy i współpracy w zespole oraz powadzenie dyskusji z wykorzystaniem argumentów merytorycznych.	

2. Materiał nauczania

Zamieszczone w tym programie treści nauczania oparte zostały na PP, ST_WYM oraz zaleceniach Parlamentu Europejskiego

W zasadzie wszystkie treści kształcenia służą rozwijaniu MKKE, a niektóre z nich są szczególnie przydatne w zawodzie technik organizacji usług gastronomicznych.

Mając na uwadze precyzyjne określenie nauczanych treści, przy szczegółowych celach edukacyjnych powiązanych z realizowanymi zagadnieniami, wprowadziłam następujące oznaczenia:

- ważne dla rozwijania MKKE
- ważne dla kształcenia w zawodzie technik organizacji usług gastronomicznych

KLASA I

Lp.	Realizowane treści	Szczegółowe cele edukacyjne Uczeń potrafi:
I. LICZBY I ICH ZBIORY		
1.	Pojęcie zbioru	<ul style="list-style-type: none"> • stosować prawidłowo pojęcie zbioru podawać przykłady zbiorów skończonych i nieskończonych • wypisywać wszystkie elementy prostych zbiorów skończonych • stosować prawidłowo pojęcia zbioru pustego, podzbioru, zbiorów równych • podawać przykłady podzbiorów danego zbioru • odróżniać relację należenia od relacji zawierania • wypisywać wszystkie podzbiory zbioru 1-, 2-, 3- i 4-elementowego • porządkować zbiory zgodnie z relacją zawierania (w prostych przykładach)
2.	Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory	<ul style="list-style-type: none"> • podawać w jakiej postaci są liczby naturalne, całkowite, wymierne ▪ rozwiązywać proste zadanie tekstowe dotyczące liczb całkowitych • stosować ogólny zapis liczb naturalnych parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
3.	Zapis dziesiętny liczby rzeczywistej	<ul style="list-style-type: none"> • wykonywać dzielenie z resztą w zbiorze liczb naturalnych ▪ zamieniać ułamek zwykły na ułamek dziesiętny • odróżniać liczby wymierne od niewymiernych ▪ podawać przybliżenia dziesiętne liczb (np. korzystając z kalkulatora) zadaną dokładnością • podawać przykłady liczb niewymiernych (np. leżących w podanym przedziale) ▪ zamieniać ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
4.	Działania w zbiorze liczb rzeczywistych	<ul style="list-style-type: none"> ▪ stosować kolejność działań w zbiorze liczb rzeczywistych ▪ porównywać liczby rzeczywiste (np. korzystając z kalkulatora) ▪ obliczać średnią arytmetyczną n liczb ▪ rozwiązywać zadania tekstowe dotyczące średniej arytmetycznej • uzasadnić niewykonalność dzielenia przez zero ▪ krytycznie czytać teksty zawierające uśrednione dane
5.	Potęga o wykładniku całkowitym	<ul style="list-style-type: none"> • wykonywać potęgowanie o wykładniku całkowitym • stosować własności działań na potęgach • krytycznie czytać teksty zawierające uśrednione dane
6.	Pierwiastki kwadratowe	<ul style="list-style-type: none"> • wykonywać działania na pierwiastkach • wyłączać czynnik spod pierwiastka kwadratowego

		<ul style="list-style-type: none"> włączać czynnik pod pierwiastek kwadratowy usuwać niewymierność w wyrażeniu typu $\frac{1}{\sqrt{a}}$ wykonywać działania dodawania, odejmowania i mnożenia na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$ konstruować odcinki o długości \sqrt{n}, $n \in N$, porównywać pierwiastki kwadratowe (bez stosowania kalkulatora) usuwać niewymierność w mianowniku wyrażenia typu: $\frac{a}{b \pm d\sqrt{c}}$
7.	Pierwiastki wyższych stopni	<ul style="list-style-type: none"> wskazać różnicę między definicją pierwiastka stopnia parzystego a definicją pierwiastka stopnia nieparzystego wykonywać działania na pierwiastkach wyższych stopni wyłączać czynnik spod pierwiastka wyższego stopnia włączać czynnik pod pierwiastek wyższego stopnia wykonywać na pierwiastkach wyższych stopni trudniejsze działania (np. wymagające zmiany stopnia pierwiastka) rozwiązywać zadania tekstowe wymagające zastosowania pierwiastków wyższych stopni
8.	Przedziały liczbowe	<ul style="list-style-type: none"> prawidłowo stosować definicje przedziałów liczbowych zaznaczać na osi liczbowej przedziały liczbowe
9.	Część wspólna, suma oraz różnica zbiorów	<ul style="list-style-type: none"> wymieniać elementy sumy, części wspólnej i różnicy zbiorów w prostych przypadkach zbiorów skończonych wyznaczać sumę, część wspólną i różnicę przedziałów liczbowych
10.	Działania na zbiorach	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać układ nierówności z jedną niewiadomą i ilustrować zbiór rozwiązań na osi liczbowej wykonywać bardziej złożone działania na zbiorach (np. $(A \cup B) - (C \cap D)$)
11.	Wartość bezwzględna liczby	<ul style="list-style-type: none"> obliczać wartość bezwzględną liczb rzeczywistych wykorzystywać w obliczeniach własności wartości bezwzględnej
12.	Interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej	<ul style="list-style-type: none"> obliczać odległość dwóch liczb na osi liczbowej stosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania prostych równań i nierówności typu $x = 3$ oraz $x < 2$ stosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności typu $x - 2 < 4$ oraz $x - 3 = 5$ stosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania nierówności typu $x - 2 < x - 6$
13.	Procenty, diagramy procentowe	<ul style="list-style-type: none"> obliczać $p\%$ danej wielkości w prawidłowo odczytywać informacje zawarte w różnego rodzaju diagramach statystycznych przeprowadzić proste badanie statystyczne, opracować i zaprezentować jego wyniki
14.	Obliczenia procentowe	<ul style="list-style-type: none"> obliczać wielkość w, gdy dany jest jej procent obliczać, jakim procentem wielkości w jest wielkość a krytycznie czytać teksty zawierające i komentujące dane procentowe
15.	O ile procent więcej?	<ul style="list-style-type: none"> obliczać, ile jest równa dana wielkość, jeśli wzrosła (zmalęła) o pewien procent wykonywać w pamięci proste obliczenia typu: o 50% więcej niż 10, o 200% więcej od 15, o 20% mniej od 50 itp. obliczać, o ile procent wielkość a jest większa (mniejsza) od wielkości b
16.	Punkty procentowe	<ul style="list-style-type: none"> odróżniać pojęcia o $p\%$ więcej i o p punktów procentowych więcej (mniej) swobodnie operować pojęciem punktu procentowego



17.	Błąd przybliżenia	<ul style="list-style-type: none">▪ obliczać błąd bezwzględny przybliżenia▪ obliczać błąd względny przybliżenia▪ oceniać dokładność zastosowanego przybliżenia
II. FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI		
18.	Pojęcie funkcji	<ul style="list-style-type: none">• rozpoznawać funkcje wśród przyporządkowań• podawać przykłady zależności funkcyjnych w otaczającej nas rzeczywistości• określać funkcje na różne sposoby (diagram, tabela, wzór, wykres, opis słowny)• obliczać wartości funkcji dla różnych argumentów• podawać przykłady wzorów funkcji danych w postaci tabelki
19.	Dziedzina funkcji liczbowej	<ul style="list-style-type: none">• wyznaczać dziedzinę funkcji na podstawie diagramu, tabeli, opisu słownego• wyznaczać dziedzinę na podstawie wzoru funkcji $f(x) = \frac{1}{g(x)}$, $f(x) = \sqrt{g(x)}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{g(x)}}$ gdzie $g(x)$ jest funkcją liniową• wyznaczać dziedzinę na podstawie wzoru funkcji• w trudniejszych przypadkach określać na podstawie zadania tekstowego zależności funkcyjne między dwiema wielkościami i wyznaczać dziedzinę otrzymanych funkcji
20.	Zbiór wartości funkcji	<ul style="list-style-type: none">• znajdować, w prostych przypadkach, zbiór wartości funkcji określonej przepisem słownym• znajdować, w prostych przypadkach, zbiór wartości funkcji o danej dziedzinie i wzorze• wyznaczać zbiór wartości funkcji definiowanych w bardziej złożony sposób
21.	Wykres funkcji	<ul style="list-style-type: none">• swobodnie operować układem współrzędnych• rozpoznawać wykresy funkcji na płaszczyźnie kartezjańskiej• sporządzać wykresy funkcji o kilkuelementowej dziedzinie• sporządzać wykresy funkcji określonych prostym przepisem słownym• rysować wykresy funkcji na podstawie wykonanych pomiarów różnych zjawisk, narysować wykres funkcji $y = \frac{1}{x}$, $y = \sqrt{x}$
22.	Odczytywanie argumentów oraz wartości funkcji z wykresu	<ul style="list-style-type: none">• na podstawie wykresu funkcji odczytać jej dziedzinę• na podstawie wykresu funkcji odczytać zbiór jej wartości• na podstawie wykresu funkcji wskazywać największą wartość funkcji i najmniejszą wartość funkcji (w całej dziedzinie lub w podanym przedziale)• szkicować wykresy funkcji o zadanej dziedzinie i zbiorze wartości
23.	Liczba rozwiązań równania $f(x) = m$	<ul style="list-style-type: none">• na podstawie wykresu funkcji określać liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ dla ustalonej wartości m• na podstawie wykresu funkcji określać liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od wartości m
24.	Miejsca zerowe	<ul style="list-style-type: none">• na podstawie wykresu funkcji odczytać jej miejsca zerowe• znajdować miejsca zerowe funkcji w przypadku, gdy prowadzi to do rozwiązywania równań liniowych• znajdować miejsca zerowe funkcji o ograniczonej dziedzinie
25.	Odczytywanie z wykresu rozwiązań nierówności $f(x) > m$	<ul style="list-style-type: none">• odczytywać z wykresów funkcji rozwiązanie nierówności $f(x) > 0$, $f(x) < 0$• na podstawie wykresów funkcji odczytywać zbiory rozwiązań nierówności $f(x) > m$, $f(x) < m$, $f(x) \geq m$, $f(x) \leq m$

26.	Monotoniczność funkcji	<ul style="list-style-type: none"> określać na podstawie wykresu, czy dana funkcja jest monotoniczna określać przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu określać przedziały monotoniczności funkcji np. publikowanych w gazetach uzasadnić, że funkcja np. rosnąca na dwóch przedziałach liczbowych nie musi być rosnąca na sumie tych przedziałów
27.	Odczytywanie własności funkcji z wykresu – podsumowanie	<ul style="list-style-type: none"> odczytywać wszystkie omawiane wcześniej własności z wykresów funkcji (w prostych przypadkach) odczytywać wszystkie omawiane wcześniej własności z wykresów funkcji (w trudniejszych przypadkach) odczytywać z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu $f(x) = (<)g(x)$
28.	Rysowanie wykresów funkcji o zadanych własnościach	<ul style="list-style-type: none"> zaprojektować wykres funkcji o zadanych własnościach (w prostych przypadkach) zaprojektować wykres funkcji o zadanych własnościach (w trudniejszych przypadkach)
29.	Przesunięcie wykresu funkcji wzdłuż osi x	<ul style="list-style-type: none"> przesuwać wykres funkcji wzdłuż osi x zgodnie z podanym wzorem
30.	Przesunięcie wykresu funkcji wzdłuż osi y	<ul style="list-style-type: none"> przesuwać wykres funkcji wzdłuż osi y zgodnie z podanym wzorem
31.	Rysowanie wykresów funkcji $y = f(x - a) + b$	<ul style="list-style-type: none"> rysować wykres funkcji $y = f(x - a) + b$, mając dany wykres albo wzór funkcji $y = f(x)$
III FUNKCJA LINIOWA		
32.	Od proporcjonalności prostej do funkcji liniowej	<ul style="list-style-type: none"> rozpoznawać wielkości wprost proporcjonalne zaznaczać punkty oraz zbiory na płaszczyźnie kartezjańskiej rysować wykresy funkcji liniowych i omawiać ich własności podawać wzory funkcji liniowych na podstawie ich wykresów analizować, jak – w zależności od współczynników (zapisanych w postaci parametrów) funkcji liniowej – zmieniają się jej własności
33.	Rysowanie wykresów funkcji liniowych i kawałkami liniowych	<ul style="list-style-type: none"> rysować wykresy funkcji kawałkami liniowych i omawiać ich własności podawać zależności funkcyjne między wielkościami wprost proporcjonalnymi opisanymi w zadaniach tekstowych podawać wzory funkcji kawałkami liniowych na podstawie ich wykresów

KLASA II

Lp.	Realizowane treści	Szczegółowe cele edukacyjne Uczeń potrafi:
I. FUNKCJA LINIOWA cd.		
1.	Równanie prostej w postaci ogólnej	<ul style="list-style-type: none"> przekształcać równanie prostej z postaci kierunkowej do ogólnej i odwrotnie wyznaczać punkty przecięcia prostej (opisanej równaniem w postaci ogólnej) z osiami układu współrzędnych rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące położenia prostej na płaszczyźnie kartezjańskiej
2.	Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty	<ul style="list-style-type: none"> sprawdzać rachunkowo, czy dany punkt leży na danej prostej wyznaczać równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty sprawdzać współliniowość punktów (na płaszczyźnie kartezjańskiej) rozwiązywać zadania tekstowe wymagające znalezienia wzoru funkcji liniowej na podstawie wartości dwóch jej argumentów



3.	Wzajemne położenie dwóch prostych	<ul style="list-style-type: none">wyznaczać część wspólną dwóch prostych na płaszczyźnie kartezjańskiejwyznaczać równanie prostej równoległej do danej prostej i przechodzącej przez dany punktwyznaczać równanie prostej prostopadłej do danej prostej i przechodzącej przez dany punktznajdować współrzędne wierzchołków wielokąta, mając dane równania jego bokówrozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układu równań liniowych z dwiema niewiadomymiwyznaczać czwarty wierzchołek równoległoboku, mając dane trzy pozostałerozwiązywać zadania z geometrii analitycznej, wykorzystując równoległość i prostopadłość prostych
4.	Odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej	<ul style="list-style-type: none">obliczać odległości punktów na płaszczyźnie kartezjańskiejobliczać obwody wielokątów o danych wierzchołkachobliczać pole trójkąta prostokątnego o danych wierzchołkachsprawdzać, czy trójkąt o podanych wierzchołkach jest prostokątnyobliczać odległość punktu od prostej
5.	Środek odcinka	<ul style="list-style-type: none">wyznaczać współrzędne środka odcinka,wyznaczać współrzędne końca odcinka, znając współrzędne jego drugiego końca i środkarozwiązywać zadania z geometrii analitycznej, wykorzystując wzór na środek odcinka
II. FUNKCJA KWADRATOWA		
7.	Funkcja kwadratowa $f(x) = ax^2$	<ul style="list-style-type: none">rysować wykresy funkcji $f(x) = ax^2$ ($x \in R; a \neq 0$) i podać ich własnościrysować wykresy funkcji $y = -f(x)$, na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$
8.	Postać kanoniczna funkcji kwadratowej	<ul style="list-style-type: none">rysować wykresy funkcji kwadratowych danych w postaci kanonicznej i podać ich własnościokreślać własności (zbiór wartości, przedziały monotoniczności, wartość ekstremalną) funkcji kwadratowych na podstawie ich postaci kanonicznejprzekształcać parabolę $y = a(x - p)^2 + q$ przez symetrię względem prostej równoległej do osi x lub osi y układu współrzędnych oraz napisać równanie otrzymanego obrazu tej paraboli
9.	Postać ogólna funkcji kwadratowej	<ul style="list-style-type: none">przekształcać wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do ogólnej i odwrotnieobliczać współrzędne wierzchołka parabolirysować wykresy funkcji kwadratowych danych w postaci ogólnej i podawać ich własnościznajdować brakujące współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej wykresiewyprowadzić wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
10.	Wartość największa i wartość najmniejsza funkcji kwadratowej	<ul style="list-style-type: none">wyznaczać wartość największą i wartość najmniejszą funkcji kwadratowej w podanym przedzialerozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do szukania wartości ekstremalnych funkcji kwadratowej
11.	Miejsca zerowe funkcji kwadratowej	<ul style="list-style-type: none">rozwiązywać równania kwadratowe niepełne ($ax^2 + bx = 0$, $ax^2 + c = 0$) metodą rozkładu na czynniki, określać liczbę pierwiastków równania kwadratowego na podstawie



		<p>znaku wyróżnika</p> <ul style="list-style-type: none">rozwiązywać równania kwadratowe za pomocą wzorów na pierwiastkisprowadzać funkcję kwadratową do postaci iloczynowejodczytywać miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowejrozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowychwyprowadzić wzory na pierwiastki równania kwadratowego
12.	Nierówności kwadratowe	<ul style="list-style-type: none">rozwiązywać nierówności kwadratowerysować wykresy i opisywać własności funkcji kwadratowej na przedziałachwykonywać działania na zbiorach rozwiązań nierówności kwadratowych
13.	Równanie okręgu	<ul style="list-style-type: none">zapisywać równanie okręgu o danym środku i promieniuwyznaczać z równania okręgu jego środek i promieńrysować okręgi i koła na płaszczyźnie kartezjańskiejznajdować równanie okręgu na podstawie różnych informacji o jego położeniu
III. WŁASNOŚCI MIAROWE FIGUR NA PŁASZCZYŹNIE		
14.	Powtórzenie wiadomości o kątach	<ul style="list-style-type: none">rozpoznać kąty przyległe, wierzchołkowe, naprzemianległe, odpowiadającezastosować w zadaniach twierdzenie o kątach utworzonych przez prostą przecinającą proste równoległewykorzystać w zadaniach wzór na sumę kątów w trójkącie i w czworokąciewykazać przystawanie trójkątówstosować własności kątów w zadaniach na dowodzenie (np. wykazać, że dwusieczne kątów przyległych są prostopadłe)
15.	Okręgi i proste – powtórzenie	<ul style="list-style-type: none">określić wzajemne położenie dwóch okręgówokreślić wzajemne położenie okręgu i prostejzastosować w zadaniach twierdzenie o odcinkach stycznychzastosować w zadaniach warunki wewnętrznej i zewnętrznej styczności okręgów
16.	Kąty w okręgu	<ul style="list-style-type: none">wskazać kąty środkowe i wpisanezastosować twierdzenie o zależności między kątem środkowym i wpisanym opartym na tym samym łukuzastosować w zadaniach twierdzenie o kącie między styczną a cięciwązastosować zależność między kątem wpisanym a środkowym i twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą w zadaniach na dowodzenie
17.	Pola i obwody figur – powtórzenie	<ul style="list-style-type: none">stosować wzory na pole i obwód podstawowych figur geometrycznych (trójkąt, czworokąty, koło)obliczyć potrzebne wielkości z trójkątów prostokątnych o kątach 30°, 60° lub 45°, wykorzystując wzór na wysokość trójkąta równobocznego i przekątną kwadraturozwiązać proste zadania tekstowe prowadzące do obliczania pól i obwodów figur geometrycznychobliczać pola i obwody bardziej skomplikowanych figur geometrycznych (np. figur ograniczonych łukami okręgów)
18.	Związki miarowe w trójkącie prostokątnym	<ul style="list-style-type: none">wykorzystywać w zadaniach twierdzenie Pitagorasa oraz związki miarowe w trójkącie prostokątnymudowodnić twierdzenie Pitagorasawyprowadzić związki miarowe w trójkącie prostokątnym
19.	Funkcje trygonometryczne kąta ostrego	<ul style="list-style-type: none">odczytać z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostregoznaleźć w tablicach kąt ostry, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznychobliczyć długości boków i kąty trójkąta prostokątnego, mając dany jeden



		<p>bok i wartość funkcji trygonometrycznej jednego z kątów ostrych</p> <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, mając dane boki tego trójkąta
20.	Związki między funkcjami trygonometrycznymi	<ul style="list-style-type: none"> • stosować zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych • obliczyć wartości wszystkich funkcji trygonometrycznych kąta, znając jedną z nich • udowodnić prostą tożsamość trygonometryczną • zastosować w zadaniach zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta, np. obliczyć $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$, znając $\sin \alpha + \cos \alpha$
21.	Zastosowanie funkcji trygonometrycznych	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać pola i obwody figur geometrycznych w zadaniach wymagających bezpośredniego zastosowania funkcji trygonometrycznych kąta ostrego • obliczać pola i obwody figur geometrycznych w złożonych zadaniach wymagających zastosowania funkcji trygonometrycznych kąta ostrego

KLASA III

Lp.	Realizowane treści	Szczegółowe cele edukacyjne Uczeń potrafi:
I. WŁASNOŚCI MIAROWE FIGUR NA PŁASZCZYŹNIE cd.		
1.	Twierdzenia Talesa	<ul style="list-style-type: none"> • prawidłowo wypisać proporcje odcinków na ramionach kąta przeciętego prostymi równoległymi • wykorzystać twierdzenie Talesa do obliczenia długości odpowiednich odcinków • podzielić konstrukcyjnie odcinek w zadanym (wymiernym) stosunku • udowodnić twierdzenie Talesa • konstruować odcinki o zadanych długościach (typu $\frac{a^2 + b^2}{ab}$ lub odcinek o długości równej średniej geometrycznej dwóch odcinków danych) w oparciu o twierdzenie Talesa
2.	Podobieństwo	<ul style="list-style-type: none"> • sprawdzić czy dane (np. na płaszczyźnie kartezjańskiej) figury są podobne • obliczyć długości boków figur podobnych, wykorzystując skalę podobieństwa • oszacować rzeczywistą odległość między punktami, znając odległość między tymi punktami na mapie i skalę mapy • swobodnie operować skalą map • zastosować w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
3.	Trójkąty podobne	<ul style="list-style-type: none"> • sprawdzić, czy dwa trójkąty są podobne, stosując cechy podobieństwa • prawidłowo zapisać proporcje boków dla trójkątów podobnych • stosować podobieństwo trójkątów w elementarnych zadaniach • rozwiązywać zadania geometryczne wymagające dostrzeżenia na rysunku trójkątów podobnych i wykorzystaniu proporcji ich boków
II. WIELOMIANY I FUNKCJE WYMIERNE		
4.	Określenie wielomianu	<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznać wielomiany wśród wyrażeń algebraicznych i określić ich stopień • napisać wielomian o danych współczynnikach i wypisać współczynniki danego wielomianu • określić stopień wielomianu oraz obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu
5.	Działania w zbiorze wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> • przekształcić wielomiany z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia • dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany • dobrać tak wartości parametrów, aby dwa wielomiany były równe



6.	Pierwiastki wielomianu	<ul style="list-style-type: none">• odczytać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej• podać przykład wielomianu o zadanych pierwiastkach
7.	Rozkład wielomianu na czynniki	<ul style="list-style-type: none">• rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia• rozłożyć wielomian na czynniki metodą grupowania wyrazów• rozłożyć wielomian na czynniki, wyłączając wspólny czynnik poza nawias• rozłożyć na czynniki wielomiany niemające pierwiastków (w prostych przypadkach, np.: $x^4 + 1$ czy $x^4 + 5x^2 + 1$)• rozłożyć na czynniki wielomian, jeśli wymaga to zapisania pewnego wyrazu w postaci sumy
8.	Równania wielomianowe	<ul style="list-style-type: none">• rozwiązać równanie wielomianowe w postaci iloczynowej• rozwiązać równanie wielomianowe, rozkładając wielomian na czynniki
9.	Jednomian i wielomian wielu zmiennych	<ul style="list-style-type: none">• określić stopień jednomianu i wielomianu wielu zmiennych• zredukować jednomiany podobne (wielu zmiennych)• obliczyć wartość wielomianu dla podanych wartości zmiennych• zapisać zależność między danymi wielkościami za pomocą wielomianu wielu zmiennych• dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany wielu zmiennych
10.	Wyrażenia wymierne	<ul style="list-style-type: none">• podać dziedzinę wyrażenia wymiernego• skrócić i rozszerzyć wyrażenia wymierne• sprowadzić wyrażenia wymierne do wspólnego mianownika• sprowadzić wyrażenie wymierne do najprostszego wspólnego mianownika w sytuacjach wymagających stosowania np. wzoru na sumę sześciątów
11.	Działania na wyrażeniach wymiernych	<ul style="list-style-type: none">• dodać i odjąć wyrażenia wymierne• pomnożyć i podzielić wyrażenia wymierne• upraszczać wyrażenia wymierne• wykonywać wieloetapowe działania na wyrażeniach wymiernych
12.	Od proporcjonalności odwrotnej do funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$	<ul style="list-style-type: none">• rozpoznać wielkości odwrotnie proporcjonalne• rozwiązać zadanie umieszczone w kontekście praktycznym związane z proporcjonalnością odwrotną• narysować wykres i podać własności funkcji $y = \frac{a}{x}$
13.	Wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$	<ul style="list-style-type: none">• narysować wykres i podać własności funkcji $y = \frac{a}{x-p} + q$• podać równania asymptot hiperboli $y = \frac{a}{x-p} + q$• wykorzystywać w zadaniach interpretację geometryczną współczynników a, p, q funkcji $y = \frac{a}{x-p} + q$
14.	Równanie wymierne	<ul style="list-style-type: none">• określić dziedzinę funkcji wymiernej• rozwiązać równanie wymierne prowadzące do równania liniowego lub kwadratowego• wyznaczyć (w prostych przypadkach) ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych• wyznaczyć ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych w przypadkach wymagających wykonania bardziej skomplikowanych przekształceń• rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do równania wymiernego (np. związane z wydajnością pracy)
15.	Potęga o wykładniku wymiernym	<ul style="list-style-type: none">• podnieść liczbę do potęgi wymiernej• wykonać działania na potęgach o wykładnikach wymiernych• porównać potęgi o wykładnikach wymiernych



		<ul style="list-style-type: none">• wykonać działania na potęgach o wykładnikach rzeczywistych• porównać potęgi o wykładnikach rzeczywistych
III. FUNKCJA WYKŁADNICZA I LOGARYTMY		
16.	Funkcja wykładnicza	<ul style="list-style-type: none">• sporządzić wykres i podać własności funkcji wykładniczej• na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ sporządzić wykres funkcji $y = f(-x)$• rozwiązać zadanie umieszczone w kontekście praktycznym związane z funkcją wykładniczą• rozwiązać proste równanie wykładnicze
17.	Określenie logarytmu	<ul style="list-style-type: none">• wyznaczyć logarytm danej liczby• wyznaczyć liczbę, znając jej logarytm• stosować definicję logarytmu np. do obliczenia $2^{\log_2 3}$• rozwiązać równanie, korzystając z definicji logarytmu• określić dziedzinę wyrażenia zawierającego logarytm
18.	Własności logarytmów	<ul style="list-style-type: none">• stosować w zadaniach wzór na logarytm iloczynu• stosować w zadaniach wzór na logarytm ilorazu• stosować w zadaniach wzór na logarytm potęgi o wykładniku naturalnym• przekształcać logarytmy z zastosowaniem wzorów na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym
IV. CIĄGI		
19.	Określenie ciągu	<ul style="list-style-type: none">• poprawnie stosować symbolikę związaną z ciągami• obliczyć n-ty wyraz ciągu, znając jego wzór ogólny• podać wzór ogólny ciągu, znając kilka jego początkowych wyrazów
20.	Własności ciągu	<ul style="list-style-type: none">• wyznaczyć miejsca zerowe ciągu o danym wzorze ogólnym• narysować wykres ciągu• odczytać z wykresu własności ciągu• zbadać monotoniczność ciągu
21.	Ciąg arytmetyczny	<ul style="list-style-type: none">• rozpoznać ciąg arytmetyczny• obliczyć n-ty wyraz ciągu arytmetycznego, znając wyraz pierwszy i różnicę• wyznaczyć ciąg arytmetyczny, znając jego dwa wyrazy• wyznaczyć ciąg arytmetyczny, znając np. jeden z jego wyrazów i iloczyn pewnych dwóch wyrazów• zastosować w zadaniach zależność między wyrazami a_{n-k}, a_n, a_{n+k} ciągu arytmetycznego
22.	Suma wyrazów ciągu arytmetycznego	<ul style="list-style-type: none">• obliczyć sumę n początkowych wyrazów danego ciągu arytmetycznego• rozwiązać proste zadanie tekstowe, w którym dane wielkości są wyrazami pewnego ciągu arytmetycznego• obliczyć, ile wyrazów danego ciągu arytmetycznego należy dodać, aby otrzymać określoną sumę
23.	Ciąg geometryczny	<ul style="list-style-type: none">• rozpoznać ciąg geometryczny• obliczyć n-ty wyraz ciągu geometrycznego, znając wyraz pierwszy i iloraz• wyznaczyć ciąg geometryczny, znając jego dwa wyrazy• zastosować w zadaniach zależność między wyrazami a_{n-k}, a_n, a_{n+k} ciągu geometrycznego• badać monotoniczność ciągu geometrycznego
24.	Suma wyrazów ciągu geometrycznego	<ul style="list-style-type: none">• obliczyć sumę n początkowych wyrazów danego ciągu geometrycznego• rozwiązać proste zadanie tekstowe, w którym dane wielkości są wyrazami pewnego ciągu geometrycznego• rozwiązać zadania wymagające jednoczesnego stosowania własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego

25.	Procent składany	<ul style="list-style-type: none"> wyznaczyć wielkości zmieniające się zgodnie z zasadą procentu składanego
26.	Oszczędzanie w bankach i funduszach	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć wartość lokaty, znając stopę procentową, okres rozrachunkowy i czas oszczędzania obliczyć wartość lokaty o zmieniającym się oprocentowaniu obliczyć stopę procentową konieczną do uzyskania określonego zysku z lokaty
27.	Oprocentowanie kredytów	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć wysokość raty kredytu spłacanego w równych ratach systemem procentu składanego obliczyć wysokości rat malejących porównać zyski z różnych lokat i różne sposoby spłacania kredytu
V. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA		
28.	Zbiór zdarzeń elementarnych	<ul style="list-style-type: none"> rozpoznać czy dana sytuacja jest doświadczeniem losowym określić zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego
29.	Klasyczna definicja prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia A ($A \subset \Omega$) z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa, obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa w najprostszych doświadczeniach losowych (rzut monetą, rzut kostką, losowanie jednego spośród n przedmiotów itp.)
30.	Działania na zdarzeniach	<ul style="list-style-type: none"> wyznaczyć sumę, iloczyn, różnicę danych zdarzeń rozpoznać zdarzenia wykluczające się zapisać szukane zdarzenia w postaci sumy iloczynu i różnicy zdarzeń danych
31.	Własności prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none"> zastosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego zastosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo sumy dwóch zdarzeń zastosować w prostych zadaniach wzór na prawdopodobieństwo sumy trzech zdarzeń
32.	Rozwiązywanie zadań z rachunku prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none"> obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa i własności prawdopodobieństwa w typowych doświadczeniach losowych, dobierać odpowiedni model do mniej typowego zadania wymagającego skorzystania z odpowiednich wzorów i zastosowania klasycznej definicji prawdopodobieństwa

KLASA IV

Lp.	Realizowane treści	Szczegółowe cele edukacyjne Uczeń potrafi:
I. ELEMENTY STATYSTYKI		
1.	Mediana	<ul style="list-style-type: none"> przedstawić dane surowe w postaci szeregu uporządkowanego wyznaczyć medianę zestawu danych
2.	Dominanta i średnia	<ul style="list-style-type: none"> wyznaczyć medianę, dominantę, średnią i rozstęp zestawu danych obliczyć średnią ważoną wyników rozwiązać zadania dotyczące średniej ważonej (np. znaleźć brakujące wagi)
3.	Miary rozproszenia	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć odchylenie przeciętne, wariancję i odchylenie standardowe zbioru danych porównać różne zestawy danych surowych na podstawie opisujących je parametrów (w prostych przykładach)
4.	Prezentacja danych	<ul style="list-style-type: none"> zaprezentować dane w postaci diagramu kołowego, diagramu słupkowego, wykresu odczytać informacje z wykresów i diagramów



		<ul style="list-style-type: none">• wyjaśnić, na czym polega manipulacja danymi na nierzetelnie przedstawionych wykresach i diagramach
5.	Rozkłady częstości, histogram	<ul style="list-style-type: none">• obliczyć częstości względne wyników• narysować histogram rozkładu częstości• odczytać informacje z histogramu• narysować histogram wymagający zgrupowania danych w klasy• odpowiednio dobrać szerokość klasy do narysowania najbardziej czytelnego histogramu częstości danych zgrupowanych

II. STEREOMETRIA

6.	Proste i płaszczyzny w przestrzeni	<ul style="list-style-type: none">• wskazać płaszczyzny równoległe i płaszczyzny prostopadłe do danej płaszczyzny• odróżnić proste równoległe od prostych skośnych
7.	Równoległość i prostopadłość w przestrzeni	<ul style="list-style-type: none">• wskazać proste równoległe i proste prostopadłe do danej płaszczyzny• wskazać proste prostopadłe w przestrzeni• opisać proste konstrukcje w przestrzeni
8.	Kąt nachylenia prostej do płaszczyzny	<ul style="list-style-type: none">• wyznaczyć rzut prostokątny punktu na płaszczyznę• wyznaczyć kąty nachylenia przekątnej prostopadłościanu do jego ścian• wyznaczyć kąt nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa• rozwiązać zadania wymagające zastosowania rzutu równoległego na płaszczyznę• wyznaczyć kąt nachylenia odcinka w graniastostupie do ściany niebędącej podstawą graniastostupa
9.	Kąt dwuścienny	<ul style="list-style-type: none">• rozróżnić kąt płaski, kąt nachylenia prostej do płaszczyzny i kąt dwuścienny• wyznaczyć kąt nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa• wyznaczyć kąt dwuścienny między ścianami bocznymi ostrosłupa
10.	Graniastostupy	<ul style="list-style-type: none">• rozpoznać graniastostupy proste i pochyłe, równoległościanny i prostopadłościanny▪ narysować rzuty graniastostupów na płaszczyznę• narysować siatki graniastostupów• zastosować w zadaniach związki między liczbą ścian, krawędzi i wierzchołków graniastostupów
11.	Ostrosłupy	<ul style="list-style-type: none">• rozpoznać ostrosłupy prawidłowe wśród ostrosłupów• narysować rzuty ostrosłupów na płaszczyznę• narysować siatki ostrosłupów• rozwiązać proste zadania dotyczące kątów nachylenia krawędzi i ścian ostrosłupa do płaszczyzny podstawy• zastosować w zadaniach związki między liczbą ścian, krawędzi i wierzchołków ostrosłupów• rozpoznać wielościany foremne i opisać ich podstawowe własności
12.	Bryły obrotowe	<ul style="list-style-type: none">• wskazać promień podstawy, wysokość i tworzące walca oraz stożka i zastosować w zadaniach związki między nimi• wyznaczyć przekroje osiowe brył obrotowych• wskazać że kąt rozwarcia stożka oraz kąt nachylenia tworzącej do podstawy• zbadać własności brył powstałych z obrotu wokół osi różnych figur płaskich (np. sumy dwóch trójkątów)
13.	Pola powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych	<ul style="list-style-type: none">▪ obliczyć objętość i pole powierzchni graniastostupa, ostrosłupa, walca, stożka oraz kuli• zastosować funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków i miar kątów w bryłach• rozwiązać zadanie tekstowe wymagające opracowania odpowiedniego modelu matematycznego i wykorzystania poznanych wiadomości



		<p>z dziedziny stereometrii</p> <ul style="list-style-type: none">• wyznaczyć objętość i pole powierzchni brył, w których dane mają postać wyrażeń algebraicznych oraz doprowadzić wynik do prostej postaci• obliczyć objętość i pole powierzchni brył na podstawie nietypowych danych (np. kąta między ścianami bocznymi ostrosłupa lub kąta nachylenia przekątnej ściany bocznej graniastosłupa trójkątnego do sąsiedniej ściany)
--	--	--

3. Procedury osiągnięcia celów

Jakość nauczania, a więc również osiągnięcie szczegółowych celów edukacyjnych oraz realizowanie zadań szkoły zależy w głównej mierze od następujących czynników:

- metod nauczania
- form organizacyjnych nauczania
- środków dydaktycznych
- wyposażenia pracowni matematycznej
- sprawdzania i oceniania osiągnięć uczniów

Każdy z tych czynników ma znaczący wpływ na wyniki nauczania. Dlatego procedury, za pomocą których chcemy osiągnąć założone cele, powinny uwzględniać te czynniki.

Postulaty metodyczne

W procesie uczenia się ważny jest proces zapamiętywania wiadomości. Dla zapamiętania danego faktu matematycznego ważne jest nie bierne „wkucie”, lecz powtarzanie rozłożone w czasie, nastawienie (jako uwarunkowane działanie jednostki) i **motywacja**. Proces uczenia się następuje dzięki pewnym bodźcom motywacyjnym.

Uczniowie są indywidualnościami o zróżnicowanych potrzebach, zdolnościach i możliwościach. Akt uczenia się wiąże się ze zmianą stanu emocjonalnego uczniów. W związku z tym za bardzo ważne uważamy wywołanie u uczniów poczucia sukcesu (nawet tego najmniejszego), które jeszcze bardziej zmotywuje go do dalszej pracy.

Każdy nauczyciel powinien być świadomy znaczenia terminu motywacja. M. Hejny, w artykule „Rozwój wiedzy matematycznej” w nr19 z 1997 r. Dydaktyki Matematyki, tak wyjaśnia termin motywacja:

<<Motywacja jest to napięcie, które powstaje w umyśle ucznia jako konsekwencja niezgodności między „nie wiem” i „chciałbym wiedzieć”. Owo napięcie ukierunkowuje uczniowskie zainteresowanie w stronę matematycznych problemów, sytuacji, pomysłów, pojęć, faktów, umiejętności stosowania wiedzy czy schematów.>>

W nauczaniu matematyki wielką rolę odgrywa **aktywność** uczniów. Współczesna dydaktyka matematyki podkreśla, że wiadomości, umiejętności i nawyki zdobyte przez uczniów w trakcie ich aktywnej działalności matematycznej są o wiele trwalsze od tychże kompetencji przyswojonych biernie. Dlatego też w procesie nauczania – uczenia się nauczyciel powinien być przede wszystkim organizatorem odpowiednich sytuacji dydaktycznych. Powinien sterować odkrywaniem przez uczniów faktów, reguł i twierdzeń matematycznych oraz rozwiązywaniem zadań.

Zatem nauczyciel powinien stosować takie metody aktywizujące, aby uczeń był podmiotem, który zdobywa samodzielnie lub przy niewielkiej pomocy nauczyciela odpowiednie wiadomości, nabywa odpowiednie umiejętności lub wyrabia nawyki.

Na początku klasy pierwszej należy przeprowadzić wśród uczniów test diagnozujący poziom opanowania materiału nauczania matematyki z zakresu gimnazjum. Jeżeli nauczyciel w wyniku diagnozy stwierdzi braki w umiejętnościach uczniów, to jego zadaniem jest zaplanowanie i przeprowadzenie zajęć naprawczych.

Z dotychczasowego doświadczenia stwierdzam, że u części uczniów występuje niski poziom sprawności rachunkowej. Sprawność liczenia jest nie tylko jedną z głównych kompetencji MKKE, lecz jest niezbędna do rozwijania dalszych umiejętności matematycznych. Jest warunkiem koniecznym powodzenia prowadzonych rozważań matematycznych. Niewielka sprawność rachunkowa uczniów jest często przyczyną trudności w opanowaniu prostych zadań i w efekcie prowadzi do zniechęcenia młodzieży. Zatem konieczne będą zajęcia wyrównawcze, których celem będzie podniesienie sprawności liczenia.

W swojej pracy dydaktycznej nauczyciel przywiązuje dużą wagę do **indywidualizowania** pracy z uczniami. Ma świadomość tego, że w każdej klasie są uczniowie mniej lub bardziej zdolni i w różnym stopniu zainteresowani matematyką. Zadaniem nauczyciela jest tak zorganizować proces nauczania i tak nim pokierować, aby rozwijać potencjał intelektualny jednych i drugich, np. przez zróżnicowanie stawianych problemów do rozwiązania, ćwiczeń w trakcie lekcji czy pracy domowej. Uczniów mniej zdolnych czy mniej zainteresowanych matematyką można włączyć w pracę zespołową z uczniami zdolniejszymi i bardziej zainteresowanymi matematyką. Tym drugim można zadawać dodatkowe zadania czy problemy do rozwiązania w trakcie lekcji lub do domu oraz zlecać długoterminowe projekty badawcze.

W trakcie nauczania matematyki ważne są pewne zasady, które są kluczem do osiągnięcia sukcesu dydaktycznego.

W każdym momencie pracy nauczyciel nie tylko dąży do opanowania przez ucznia pewnych zagadnień, lecz stara się uczyć go, jak należy postępować w kolejnych fazach zdobywania wiedzy matematycznej.

W pierwszym etapie lekcji, rozpoczynając realizację nowego tematu należy dążyć do stworzenia motywacji poznawczej oraz wstępnego zrozumienia przez uczniów poszczególnych zagadnień. Łączenie zagadnień z kontekstem realistycznym lub odniesienie ich do innych dziedzin wiedzy sprzyja motywowaniu do pracy, umożliwia dostrzeżenie głębszego sensu rozważań teoretycznych.

Drugi etap to przedstawienie nowych pojęć i twierdzeń, w miarę możliwości, za pomocą przykładów i kontrprzykładów. Sprzyja to nie tylko lepszemu zapamiętaniu, ale także daje możliwość lepszego zrozumienia danego pojęcia, zakresu jego stosowania, umożliwia szybsze dostrzeżenie zależności, reguł i obowiązujących zasad. Jednocześnie staramy się rozwijać sprawności rachunkowe i algorytmiczne uczniów.

W trzecim etapie pogłębiaamy zrozumienie oraz wykształcamy właściwą intuicję (tworzenie prostych modeli matematycznych, wnikliwa analiza przykładów i kontrprzykładów) w odniesieniu do pewnych pojęć oraz procedur korzystania z twierdzeń i wzorów. Staramy się wtedy pokazać uczniom, z jakich twierdzeń możemy korzystać, czy spełnione są założenia i jaki jest efekt ich zastosowania.

Czwarty etap to rozwinięcie zdolności myślenia logicznego, krytycznego i problemowego. Staramy się wykształcić nie tylko umiejętność stosowania, ale także dobierania odpowiednich algorytmów, twierdzeń oraz umiejętność uzasadniania i dowodzenia faktów matematycznych.

Opisana procedura może być zastosowana zarówno w ramach jednostki lekcyjnej, jak i jednostki metodycznej (poświęconej kilku tematom w zakresie wspólnego problemu). Może być także rozumiana jako przyjęta strategia w całym cyklu nauczania.

Proponowany podział godzin lekcyjnych

W całym cyklu nauczania w TG przewidzianych jest 9 godzin matematyki.

W klasie pierwszej, drugiej i czwartej są dwie godziny tygodniowo, a w trzeciej – trzy godziny matematyki.



W proponowanym przydziale godzin na realizację poszczególnych działań uwzględniłam w klasie drugiej i trzeciej czterotygodniową praktykę .

KLASA I (2 godz. x 36 tyg. =72 godz.)

- Liczby i ich zbiory.....40 godz.
- Funkcje i ich własności.....21 godz.
- Funkcja liniowa.....5 godz.
- Godziny przeznaczone na powtórzenie materiału.....6 godz.

KLASA II (2 godz. x 32 tyg. =64 godz.)

- Funkcja liniowa cd.....18 godz.
- Funkcja kwadratowa.....21 godz.
- Własności miarowe figur na płaszczyźnie.....22 godz.
- Godziny przeznaczone na powtórzenie materiału.....3 godz.

KLASA III (3godz. x 32 tyg. =96 godz.)

- Własności miarowe figur na płaszczyźnie cd.....9 godz.
- Wielomiany i funkcje wymierne.....25 godz.
- Funkcja wykładnicza i logarytmy.....17 godz.
- Ciągi.....26 godz.
- Rachunek prawdopodobieństwa.....14 godz.
- Godziny przeznaczone na powtórzenie materiału.....5 godz.

KLASA IV (2godz. x 28 tyg. =56 godz.)

- Statystyka.....12 godz.
- Stereometria.....19 godz.
- Powtórzenie wiadomości przed maturą.....25 godz.

Metody preferowane w dydaktyce

Nauczanie matematyki może być mniej lub bardziej skuteczne w zależności od stosowanych przez nauczyciela sposobów kierowania uczeniem się (metod) i form pracy z uczniami. Nie ma jednej czy najlepszej metody nauczania. Każda z metod może być najlepsza ze względu na to, na ile jest skuteczna i daje zadowolenie nauczycielowi i uczniom. Dlatego też stosowane metody należy dostosować do potrzeb uczniów (poziomu rozwoju, modeli uczenia się, stylów poznawczych), pamiętając o tym, że treść kształcenia, wyposażenie i możliwości organizacyjne powinny pozostawać na drugim planie.

W poniższej tabeli wymieniłam te **metody**, które powszechnie uważane są za najbardziej odpowiednie w nauczaniu matematyki. Motywują i aktywizują uczniów oraz służą rozwijaniu MKKE.

Metody i techniki nauczania	Charakterystyka	Wartość metody	Zastosowanie (dla rozwoju MKKE)
ćwiczenia	Wyzwala aktywność odtwórczą i twórczą uczniów w sytuacji odpowiednio dobranych i uporządkowanych zadań do rozwiązania przez uczniów. Pozwala dostrzegać różnorodne zastosowania nabywanej wiedzy	budowanie przekonań o celowości systematycznej nauki	doskonalenie umiejętności (W2); konstruowanie lub odkrywanie nowych informacji



	i budować przekonanie o jej użyteczności. Odpowiednio dobrany układ zadań może organizować lekcje problemową, albo pozwala obserwować określone prawidłowości prowadzące do sformułowania hipotezy.		(W3, U3, U4)
praca z tekstem	Rozwija aktywność twórczą, samodzielność i wytrwałość w zdobywaniu nowej wiedzy pod warunkiem dobrania tekstów odpowiednio do możliwości uczniów.	rozwój krytycznego myślenia	wdrażanie do samokształcenia (U1, U4)
wykład problemowy ilustrowany	Prezentacja wzorów analitycznego i syntetycznego myślenia nauczyciela, wzorów formułowania problemów, prezentacja wzorcowych sposobów rozwiązań, powiązana z wizualizacją odwołującą się do różnych typów sensomotorycznych, z możliwością zadania pytań.	konstrukcja logiczna, jasność wywołu	wprowadzanie nowych trudnych wiadomości, nauka notowania (W1, U2)
obserwacja	Rejestrowanie wyników obliczeń wykonywanych na papierze lub kalkulatorze czy efektów „eksperymentów” przeprowadzanych za pomocą kalkulatora graficznego lub komputera oraz redagowanie wniosków dotyczących wyników tych działań. Dostrzeganie zastosowań matematyki w sytuacjach życia codziennego oraz przyszłym działaniu zawodowym.	budowanie hipotez na podstawie obserwacji wyników uzyskanych za pomocą kalkulatora i komputera	gromadzenie spostrzeżeń i obserwacji nt. obiektów matematycznych (W3, W4, U3, U1)
gra dydaktyczna	Występujący element zabawy i rywalizacji w naturalny sposób angażuje uczestników, rozwija umiejętność przewidywania i myślenie strategiczne. Gry mogą wykorzystywać własności struktur matematycznych.	autentyzm reguł działania	doskonalenie umiejętności (W2, W5, P3)
burza mózgów	Brak wartościowania pomysłów jest zachętą dla uczestników do zgłaszania własnych propozycji rozwiązania problemu. Powinna być zakończona dyskusją wartościującą te pomysły, z argumentacją uzasadniającą ich wartość.	wytworzenie w krótkim czasie wielu pomysłów	"rozgrzewka" umysłowa (P1, P2, P3)
„dywanik albo ściana pomysłów”	Może stanowić zakończenie „burzy mózgów”. Uczniowie przygotowują indywidualnie pomysły rozwiązania problemu i umieszczają je na zawieszonym arkuszu. Następnie uczniowie dokonują wyboru najlepszego pomysłu poprzez „głosowanie” (każdy uczeń dysponuje jednym punktem)	konieczność prezentacji swojego stanowiska przez każdego ucznia	wyбір najlepszego rozwiązania (U2, P1, P3)
dyskusja	Rozwija umiejętności komunikacyjne, umiejętności dobierania argumentacji, jasnego wypowiedzenia swoich sądów, umiejętność podejmowania decyzji, jednak angażuje tylko część uczniów.	różnorodność wiedzy i poglądów, możliwość prezentacji swojego zdania	np. ustalanie planu rozwiązania problemu (U1, P2, P3)
„śnieżna kula”	Odmiana dyskusji pozwalająca przechodzić od pracy indywidualnej do pracy w grupach, a kończy się pracą zbiorową. Angażuje przez cały czas wszystkich uczestników zarówno w wytwarzaniu pomysłów, jak i w ocenie stanowiska.	możliwość dokonania oceny różnych pomysłów	negocjowanie i uzgadnianie stanowiska (U1, P2, P3)



projekt badawczy	Kształci i doskonali wiele umiejętności, a zwłaszcza pozwala na opanowanie metod poznania wykraczających poza program kształcenia szkolnego. Może być adresowany do pojedynczych uczniów szczególnie zainteresowanych i uzdolnionych w danej dziedzinie.	autentyzm poznania naukowego	samodzielne pozyskanie dodatkowych wiadomości i umiejętności (W4, W5, P1, P2, P3)
projekt edukacyjny	Pozwala na wykorzystanie zdobytej wiedzy do rozwiązania rzeczywistych problemów praktycznych przez grupę uczniów o różnym poziomie osiągnięć matematycznych z wykorzystaniem talentów i uzdolnień poszczególnych.	podnosi samoocenę i buduje poczucie własnej wartości	przedsięwzięcie na rzecz środowisk (W2, W3, U1)
pogadanka	Dobrze przygotowana może służyć wytworzeniu sytuacji problemowej lub sprawdzeniu efektów zajęć. Jej skutki mogą być ograniczone dominacją nauczyciela albo stosowaniem przez niego heurystyki pozornej.	uwidocznia konstrukcję logiczną zajęć, ożywia lekcję, mobilizuje uczniów	wprowadzenie do tematu lub podsumowanie lekcji (W1, U1)
mapa mentalna	Technika pozwalająca na wizualne przedstawienie treści wybranego zakresu, działu lub tematu. Może być wykorzystana podczas pracy z tekstem. Przydatna w matematyzowaniu sytuacji rzeczywistych.	dogłębna analiza zawartości tekstu	wizualizacja treści tekstu (W4, U4)
sieć	Technika pozwalająca na zbudowanie sieci połączeń między pojęciami, prawami, twierdzeniami, w pracy zespołowej. Umożliwia odkrycie struktury danej dyscypliny, np. dedukcyjnego charakteru matematyki.	porządkowanie, odkrywanie powiązań strukturalnych i uogólnianie	usystematyzowanie wiadomości (W1, W3, W4, U2)
portfolio	Gromadzenie nadobowiązkowych prac wykonanych w dłuższym okresie czasu indywidualnie lub w zespołach. Pozwala śledzić przebieg uczenia się, postępy, twórczość i zaangażowanie uczniów.	rozwija zainteresowania i motywuje do uczenia się z własnej inicjatywy	dokumentowanie pozalekcyjnej pracy uczniów (W4, U3, U4, P2)

W osiągnięciu celów edukacyjnych nie małą rolę odgrywają **formy** organizacyjne nauczania. Do najbardziej znanych i najczęściej stosowanych należą:

- praca z całą klasą
- praca w grupach (w parach lub zespołach kilkuosobowych)

Praca z całą klasą polega na zaangażowaniu całej społeczności klasowej w rozwiązywanie problemów sformułowanych przez nauczyciela.

1. Nauczyciel realizuje ze wszystkimi uczniami te same treści np. uczniowie rozwiązują te same zadania, rozwiązują ten sam problem matematyczny, dyskutują na ten sam temat, nauczyciel prowadzi wykład. Ta forma pracy sprzyja nawiązywaniu więzi uczniowskich.
2. Wzajemne odpytywanie się. Uczeń zadaje pytanie i wskazuje tego, który ma na nie odpowiedzieć. Uczeń, który odpowiedział na postawione pytanie, zadaje swoje pytanie następnemu uczniowi itd. Taka forma pracy angażuje wszystkich uczniów. Pozwala na sprawne powtórzenie materiału. Uczniowie kształcą umiejętność porządkowania informacji, formułowania i zadawania pytań.

Praca w grupach polega na podziale klasy na kilkusobowe zespoły i przydzieleniu im problemu do rozwiązania. Taka forma pracy przebiega w różny sposób, w zależności od wyboru metody pracy, np.:

1. Każda grupa dostaje do rozwiązania zadanie lub zadania. Wszyscy członkowie grupy uczestniczą w rozwiązywaniu problemu, dzieląc się własnymi spostrzeżeniami, umiejętnościami i wiedzą. Nad pracą grupy pieczę sprawuje wcześniej wybrany lider grupy. Sprawozdawca grupy referuje rozwiązanie problemu przed całą klasą.
2. Metoda układanki „puzzle”. Każdy członek grupy otrzymuje część informacji potrzebnej do wykonania zadania grupowego. Poszczególni członkowie grupy są odpowiedzialni za przygotowanie swojej porcji informacji, przekazanie jej kolegom i przyswojenie informacji prezentowanych przez pozostałych.

Praca w grupach uczy organizacji pracy, podziału obowiązków pomiędzy członków grupy, odpowiedzialności za powierzone zadania. Uczy komunikacji między członkami grupy i zasad współpracy partnerskiej. Ma ogromne walory kształcące i wychowawcze.

Praca indywidualna, to samodzielna praca każdego ucznia pod kierunkiem nauczyciela (jeśli praca odbywa się na lekcji) lub bez pomocy nauczyciela (jeśli praca odbywa się w domu). Praca indywidualna pozwala uczniowi na samodzielne poszukiwanie odpowiedzi na postawione pytania, zmusza do własnych przemyśleń, zastanowienia się nad problemem i sposobem jego rozwiązania, utrwaleniem już zdobytej wiedzy, a także nad kształceniem umiejętności uczenia się. Uczeń pracuje we właściwym dla siebie tempie. Praca indywidualna wyrabia też nawyk porządnego wykonania powierzonego zadania. Uczy odpowiedzialności za siebie, za swoją wiedzę i umiejętności.

Postulowane wyposażenie pracowni przedmiotowej i środki dydaktyczne

Mając na uwadze, że wyposażenie pracowni może znacząco wspomagać i usprawniać prace uczniów oraz nauczyciela, a także rozwijać MKKE, nie należy poprzestać na korzystaniu z przysłowiowej kredy i tablicy.

W celu właściwego realizowania tego programu wskazane jest wyposażenie pracowni w zestaw odpowiednich podręczników, zestaw plansz demonstracyjnych, tablice ze wzorami, zestawy foliogramów i rzutnik do ich prezentacji, wizualizer przenośny, modele figur, filmy edukacyjne, telewizor, odtwarzacz DVD, kalkulatory oraz karty pracy i zestaw zadań o tematyce gastronomicznej.

Pomocny byłby również Kwartalnik Stowarzyszenia Nauczycieli NiM (Nauczyciele i Matematyka), który propaguje wykorzystywanie nowoczesnych technologii informacyjnych w nauczaniu.

W realizacji niniejszego programu nauczania niezbędne są także pewne materiały i przybory, które pozwolą na prezentację wyników pracy pojedynczych uczniów albo grup pozostałym uczestnikom procesu lekcyjnego. Są to m.in.: arkusze kolorowego i białego papieru, kolorowe pisaki, klej, nożyce, plastyczna guma do przyklejania arkuszy, magnesy, pręty, złącza, zestawy kulek do losowania itp.

Oprządkowanie programu

Na oprządkowanie programu autorskiego składają się:

1. Podręczniki (1, 2, 3) dla ucznia: „Matematyka . Prosto do matury. Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym.” autorów M. Antek, K. Belka, P. Grabowski, Wydawnictwa Nowa Era.



2. Poradnik metodyczny dla nauczyciela: „Prosto do matury. Poradnik metodyczny dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym” Wydawnictwa Nowa Era.
3. Zbiór zadań maturalnych z zakresu kształcenia podstawowego „Matura z matematyki od roku 2010” – praca zbiorowa pod redakcją Alicji Cewe i Haliny Nahorskiej Wydawnictwa Podkova.

4. Opis założonych osiągnięć ucznia

Jednym z najtrudniejszych zadań, stojących przed nauczycielem, jest sprawdzanie i ocenianie osiągnięć uczniów. Jego prawidłowe wykonanie jest niezbędne dla:

- ucznia, gdyż potwierdza lub neguje jego samoocenę (tym samym ucząc dokonywania jej w sposób właściwy); jest sygnałem do uzupełnienia niedociągnięć; motywuje do dalszego kształcenia oraz rozwijania własnych uzdolnień i zainteresowań;
- nauczyciela, gdyż dostarcza informacji o poprawności stosowanych metod nauczania oraz stopniu osiągnięcia zamierzonych celów edukacyjnych.

Warunkiem niezbędnym właściwego oceniania osiągnięć ucznia jest hierarchizacja wymagań programowych i odpowiednio dobrane i przygotowane narzędzia kontroli.

W niniejszym programie wymagania programowe z poszczególnych działów podzieliłam na dwie grupy:

- podstawowe (wymagane na stopień dopuszczający i dostateczny)
- ponadpodstawowe (wymagane na stopień dobry i bardzo dobry)

Katalog wymagań programowych

Liczby i ich zbiory

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- stosować prawidłowo pojęcie zbioru
- podać przykłady zbiorów skończonych i nieskończonych
- wypisać wszystkie elementy prostych zbiorów skończonych
- stosować prawidłowo pojęcia zbioru pustego, podzbioru, zbiorów równych
- wykonywać podstawowe działania na zbiorach (suma, część wspólna, różnica zbiorów)
- podać przykłady podzbiorów danego zbioru
- powiedzieć, jakiej postaci są liczby naturalne, całkowite, wymierne
- rozwiązać proste zadanie tekstowe dotyczące liczb całkowitych
- wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb naturalnych
- odróżniać liczby pierwsze i liczby złożone
- zamieniać ułamek zwykły na ułamek dziesiętny
- podać przykłady liczb niewymiernych
- podać przybliżenie dziesiętne liczby (np. korzystając z kalkulatora) z zadaną dokładnością
- stosować kolejność działań w zbiorze liczb rzeczywistych
- stosować wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$, $(a \pm b)^3$, $a^3 - b^3$
- obliczyć średnią arytmetyczną n liczb
- rozwiązywać zadania tekstowe dotyczące średniej arytmetycznej
- porównać liczby wymierne
- odróżnić liczbę wymierną od niewymiernej
- porównać liczby rzeczywiste (np. korzystając z kalkulatora)
- stosować własności działań na potęgach o wykładniku wymiernym
- wykonać działania na pierwiastkach



- wyłączać czynnik spod pierwiastka
- włączać czynnik pod pierwiastek
- usuwać niewymierność w wyrażeniu typu $\frac{1}{\sqrt{a}}$
- wykonać działania dodawania, odejmowania i mnożenia na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$
- sprawdzić, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania, nierówności I stopnia z jedną niewiadomą
- rozwiązać równanie i nierówność I stopnia z jedną niewiadomą
- rozwiązać układ nierówności I stopnia i zapisać wynik w postaci przedziału liczbowego
- ułożyć równanie do zależności przedstawionej tekstem

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- odróżniać relację należenia od relacji zawierania
- porządkować zbiory zgodnie z relacją zawierania (w prostych przykładach)
- wypisać wszystkie podzbiory zbioru 1, 2, 3 i 4-elementowego
- stosować ogólny zapis liczb naturalnych parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
- uzasadnić niewykonalność dzielenia przez zero
- zapisać liczbę naturalną w postaci np. $3n + k$ ($k = 0, 1, 2$)
- zamieniać ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
- rozwiązywać zadania wymagające użycia zapisu wykładniczego
- konstruować odcinki o długości \sqrt{n} , $n \in N$
- usuwać niewymierność w mianowniku wyrażenia typu: $\frac{d}{a + b\sqrt{c}}$
- wykonywać bardziej złożone działania na przedziałach liczbowych, np. $(A \cup B) - (C \cap D)$
- prawidłowo zastosować definicję $\sqrt{x^2} = |x|$ podczas przekształcania wyrażeń algebraicznych
- stosować własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym
- stosować wzór na logarytm potęgi o wykładniku naturalnym
- rozwiązać zadanie tekstowe wymagające zastosowania pierwiastków wyższych stopni
- porównywać pierwiastki (bez stosowania kalkulatora)
- krytycznie czytać teksty zawierające uśrednione dane
- obliczyć, o ile procent wielkość a jest większa (mniejsza) od wielkości b
- swobodnie operować pojęciem punktu procentowego
- krytycznie czytać teksty zawierające i komentujące dane procentowe
- rozwiązywać złożone zadania tekstowe prowadzące do równania (układu równań) z wykorzystaniem obliczeń procentowych
- przeprowadzić proste badanie statystyczne, opracować i zaprezentować jego wyniki
- ocenić dokładność zastosowanego przybliżenia

Funkcje i ich własności

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- rozpoznać funkcje wśród przyporządkowań
- podać przykłady zależności funkcyjnych w otaczającej nas rzeczywistości

- określać funkcje na różne sposoby (diagram, tabela, wzór, wykres, opis słowny)
- obliczyć wartości funkcji dla różnych argumentów
- wyznaczyć dziedzinę funkcji na podstawie diagramu, tabeli, opisu słownego
- wyznaczyć, w prostych przypadkach, dziedzinę na podstawie wzoru funkcji
- znaleźć, w prostych przypadkach, zbiór wartości funkcji o danej dziedzinie i wzorze
- swobodnie operować układem współrzędnych
- rozpoznać funkcje wśród wykresów
- sporządzić wykresy funkcji o kilkuelementowej dziedzinie
- narysować wykres funkcji liniowej i kawałkami liniowej
- na podstawie wykresu funkcji odczytać jej dziedzinę
- na podstawie wykresu funkcji odczytać zbiór jej wartości
- na podstawie wykresu funkcji wskazać największą wartość funkcji i najmniejszą wartość funkcji (w całej dziedzinie lub w podanym przedziale)
- na podstawie wykresu funkcji odczytać jej miejsca zerowe
- znajdować miejsca zerowe funkcji w przypadku, gdy prowadzi to do rozwiązywania równań liniowych
- na podstawie wykresu funkcji określić liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ dla ustalonej wartości m
- odczytać z wykresu funkcji rozwiązanie nierówności $f(x) > m$, $f(x) < m$, $f(x) \leq m$, $f(x) \geq m$
- określić przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu
- przesunąć wykres funkcji wzdłuż osi x zgodnie z podanym wzorem $y = f(x - a)$
- przesunąć wykres funkcji wzdłuż osi y zgodnie z podanym wzorem $y = f(x) + b$
- narysować wykres funkcji $y = f(x - a) + b$, mając dany wykres albo wzór funkcji $y = f(x)$
- sporządzać wykresy funkcji wykładniczej (przy różnych podstawach) i opisywać jej własności

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- wyznaczyć zbiór wartości funkcji zdefiniowanych w bardziej złożony sposób
- znaleźć na podstawie zadania tekstowego zależność funkcyjną między dwiema wielkościami i wyznaczyć dziedzinę otrzymanej funkcji
- narysować wykres funkcji na podstawie wykonanych pomiarów różnych zjawisk
- na podstawie wykresu funkcji określić liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od wartości m
- znajdować miejsca zerowe funkcji o dziedzinie ograniczonej pewnym warunkiem
- uzasadnić, że funkcja $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
- odczytać z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu $f(x) = (<, >) g(m)$
- zaprojektować wykresy funkcji o zadanych własnościach

Funkcja liniowa

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- zaznaczać punkty oraz zbiory na płaszczyźnie kartezjańskiej
- rozpoznać wielkości wprost proporcjonalne
- narysować wykres funkcji liniowej i omówić jej własności
- podać wzór funkcji liniowej na podstawie jej wykresu
- narysować wykres funkcji kawałkami liniowej i omówić jej własności



- podać zależność funkcyjną między wielkościami wprost proporcjonalnymi opisanymi w zadaniu tekstowym
- przekształcić równanie prostej z postaci kierunkowej do ogólnej i odwrotnie
- wyznaczyć punkty przecięcia prostej (opisanej równaniem w postaci ogólnej) z osiami układu współrzędnych
- sprawdzić rachunkowo, czy dany punkt leży na danej prostej
- wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty
- sprawdzić współliniowość punktów (na płaszczyźnie kartezjańskiej)
- wyznaczyć część wspólną dwóch prostych na płaszczyźnie kartezjańskiej
- wyznaczyć równanie prostej równoległej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt
- wyznaczyć równanie prostej prostopadłej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt
- znajdować współrzędne wierzchołków wielokątów, mając dane równania ich boków
- obliczyć odległości punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej
- obliczać obwody wielokątów o danych wierzchołkach
- obliczyć pole trójkąta prostokątnego o danych wierzchołkach
- wyznaczyć współrzędne środka odcinka, znając współrzędne jego końców
 - wyznaczyć współrzędne końca odcinka, znając współrzędne jego środka i drugiego końca

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- przeanalizować, jak w zależności od współczynników (zapisanych w postaci parametrów) funkcji liniowej zmieniają się jej własności
- podać wzór funkcji kawałkami liniowej na podstawie jej wykresu
- rozwiązać proste zadania z parametrem dotyczące położenia prostej na płaszczyźnie kartezjańskiej
- rozwiązać zadanie tekstowe wymagające znalezienia wzoru funkcji liniowej na podstawie jej dwóch danych wartości
- rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi
- wyznaczyć czwarty wierzchołek równoległoboku, mając dane trzy pozostałe
- rozwiązać zadanie z geometrii analitycznej, wykorzystując równoległość i prostopadłość prostych
- obliczyć odległość punktu od prostej
- rozwiązać zadanie z geometrii analitycznej, wykorzystując wzór na środek odcinka

Funkcja kwadratowa

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- narysować wykres funkcji $f(x) = ax^2$ ($x \in R$ $a \neq 0$) i podać jej własności
- narysować wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podać jej własności
- określić własności (zbiór wartości, przedziały monotoniczności, wartość ekstremalną) funkcji kwadratowej na podstawie jej postaci kanonicznej
- przekształcić wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do ogólnej i odwrotnie
- obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli $y = ax^2 + bx + c$
- wyznaczyć wartość największą i wartość najmniejszą funkcji kwadratowej w podanym przedziale domkniętym

- rozwiązać równanie kwadratowe niepełne ($ax^2 + bx = 0$, $ax^2 + c = 0$) metodą rozkładu na czynniki
- określić liczbę pierwiastków równania kwadratowego na podstawie znaku wyróżnika
- rozwiązać równanie kwadratowe za pomocą wzorów na pierwiastki
- sprowadzić funkcję kwadratową do postaci iloczynowej
- odczytać miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
- rozwiązać nierówność kwadratową
- zapisać równanie okręgu o danym środku i promieniu
- wyznaczyć z równania okręgu jego środek i promień
- narysować okrąg i koło na płaszczyźnie kartezjańskiej

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- przekształcić parabolę przez symetrię względem prostej równoległej do osi x lub osi y układu współrzędnych oraz napisać równanie otrzymanego obrazu tej paraboli
- narysować wykres i opisać własności funkcji przedziałami kwadratowej
- znaleźć brakujące współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej wykresie
- rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do szukania wartości ekstremalnych funkcji kwadratowej
- rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do równania kwadratowego
- wykonać działania na zbiorach rozwiązań nierówności kwadratowych
- znaleźć równanie okręgu na podstawie różnych informacji o jego położeniu

Wielomiany i funkcje wymierne

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- rozpoznać, które wyrażenia algebraiczne są jednomianami i określić ich stopień
- wykonać redukcję jednomianów podobnych
- napisać wielomian o danych współczynnikach i wypisać współczynniki danego wielomianu
- określić stopień wielomianu oraz obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu
- dobrać wartości parametrów tak, aby dwa wielomiany były równe
- przekształcić wielomiany z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia
- wykonać działania arytmetyczne w zbiorze wielomianów
- odczytać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej
- rozłożyć wielomian na czynniki metodą grupowania wyrazów
- sprawdzić, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu
- rozwiązać proste równanie wielomianowe metodą rozkładu na czynniki
- określić stopień jednomianu i wielomianu wielu zmiennych
- zredukować jednomiany podobne (wielu zmiennych)
- obliczyć wartość wielomianu dla podanych wartości zmiennych
- zapisać zależność między danymi wielkościami za pomocą wielomianu wielu zmiennych
- dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany wielu zmiennych
- skrócić i rozszerzyć wyrażenia wymierne
- sprowadzić wyrażenia wymierne do wspólnego mianownika
- dodać i odjąć wyrażenia wymierne
- mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne

- uprościć wyrażenia wymierne
- rozwiązać równanie wymierne prowadzące do równania liniowego lub kwadratowego
- wyznaczyć (w prostych przypadkach) ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych
- opisywać związki pomiędzy wielkościami liczbowymi za pomocą równań lub nierówności
- rozwiązać (w prostych przypadkach) zadania praktyczne związane z proporcjonalnością odwrotną
- narysować wykres i podać własności funkcji $y = \frac{a}{x}$

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- podać przykład wielomianu, znając np. jego miejsca zerowe i stopień
- rozłożyć na czynniki wielomiany niemające pierwiastków (w prostych przypadkach, np.: $x^4 + 1$ czy $x^4 + 5x^2 + 1$)
- sprowadzić wyrażenie wymierne do najprostszego wspólnego mianownika w sytuacjach wymagających stosowania np. wzoru na sumę sześcianów
- rozwiązać (w bardziej skomplikowanych przypadkach) zadania praktyczne związane z proporcjonalnością odwrotną
- określić (w prostych przypadkach) dziedzinę funkcji wymiernej
- narysować wykres i opisać własności funkcji $f(x) = (x-p)^2 + q$
- narysować wykres funkcji typu $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$
- wyznaczyć ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych w przypadkach wymagających wykonania bardziej skomplikowanych przekształceń

Planimetria

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- określić wzajemne położenie dwóch okręgów
- określić wzajemne położenie okręgu i prostej
- zastosować w zadaniach warunki wewnętrznej i zewnętrznej styczności okręgów
- wskazać kąty środkowe i wpisane oparte na danych łukach
- zastosować twierdzenie o zależności między kątem środkowym, kątami wpisanymi i kątem między styczną a cięciwą (wyznaczonymi przez ten sam łuk)
- stosować wzory na pole i obwód podstawowych figur geometrycznych (trójkąt, czworokąt, koło)
- obliczyć potrzebne wielkości z trójkątów prostokątnych o kątach 30° , 60° lub 45° , wykorzystując wzór na wysokość trójkąta równobocznego i przekątną kwadratu
- rozwiązać proste zadania tekstowe prowadzące do obliczania pól i obwodów figur geometrycznych
- korzystać z twierdzenia Pitagorasa oraz związków miarowych w trójkącie prostokątnym
- rozpoznać odcinki proporcjonalne
- wykorzystać twierdzenie Talesa do obliczenia długości odcinków
- podzielić konstrukcyjnie odcinek w zadanym (wymiernym) stosunku
- rozwiązać proste zadania z zastosowaniem twierdzenia Talesa
- sprawdzić, czy dane (np. na płaszczyźnie kartezjańskiej) figury są podobne obliczyć długości boków figur podobnych, wykorzystując skalę podobieństwa oszacować

rzeczywistą odległość między punktami, znając odległość między tymi punktami na mapie i skalę mapy

- zastosować w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
- sprawdzić, czy dwa trójkąty są podobne, stosując cechy podobieństwa
- prawidłowo zapisać proporcje boków w trójkątach podobnych
- stosować podobieństwo trójkątów w elementarnych zadaniach
- obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, mając dane boki tego trójkąta
- obliczyć długości boków i kąty trójkąta prostokątnego, mając dany jeden bok i wartość funkcji trygonometrycznej jednego z kątów ostrych
- podać wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30° , 60° i 45°
- odczytać z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
- stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi
- znaleźć w tablicach kąt ostry, znając wartość jego funkcji trygonometrycznej
- obliczyć wartości wszystkich funkcji trygonometrycznych kąta, znając jedną z nich
- udowodnić prostą tożsamość trygonometryczną

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- udowodnić twierdzenie o odcinkach stycznych
- udowodnić twierdzenie Pitagorasa
- wyprowadzić związki miarowe w trójkącie prostokątnym
- skonstruować odcinek o długości równej średniej geometrycznej dwóch odcinków danych
- konstruować odcinki o szukanych długościach (typu $\frac{a^2 - b^2}{ab}$) w oparciu o twierdzenie Talesa i twierdzenie Pitagorasa
- swobodnie operować skalą map
- stosować podobieństwo trójkątów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności
- rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do wyznaczania kątów i boków w trójkącie prostokątnym z zastosowaniem trygonometrii

Funkcja wykładnicza i logarytmy

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- podnieść liczbę do potęgi wymiernej
- wykonać działania na potęgach o wykładnikach wymiernych
- porównać potęgi o wykładnikach wymiernych
- sporządzić wykres i podać własności funkcji wykładniczej
- na podstawie wykresu funkcji $y=f(x)$ sporządzić wykres funkcji $y=f(-x)$
- wyznaczyć logarytm danej liczby
- wyznaczyć liczbę, znając jej logarytm
- stosować definicję logarytmu np. do obliczenia $2^{\log_2 3}$
- stosować w zadaniach wzór na logarytm iloczynu
- stosować w zadaniach wzór na logarytm ilorazu
- stosować w zadaniach wzór na logarytm potęgi o wykładniku naturalnym

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- wykonać działania na potęgach o wykładnikach rzeczywistych
- porównać potęgi o wykładnikach rzeczywistych

- rozwiązać zadanie umieszczone w kontekście praktycznym związane z funkcją wykładniczą
- rozwiązać proste równanie wykładnicze
- rozwiązać równanie, korzystając z definicji logarytmu
- określić dziedzinę wyrażenia zawierającego logarytm
- przekształcać wyrażenia logarytmiczne z zastosowaniem wzorów na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym

Ciągi

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- obliczyć n -ty wyraz ciągu, znając jego wzór ogólny
- wyznaczyć miejsce zerowe ciągu o danym wzorze ogólnym
- narysować wykres ciągu
- odczytać z wykresu własności ciągu
- rozpoznać ciąg arytmetyczny
- obliczyć n -ty wyraz ciągu arytmetycznego, znając wyraz pierwszy i różnicę
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny, znając jego dwa wyrazy
- obliczyć sumę n początkowych wyrazów danego ciągu arytmetycznego
- rozpoznać ciąg geometryczny
- obliczyć n -ty wyraz ciągu geometrycznego, znając wyraz pierwszy i iloraz
- wyznaczyć ciąg geometryczny, znając jego dwa wyrazy
- obliczyć sumę n początkowych wyrazów danego ciągu geometrycznego
- zastosować w zadaniach zależność między wyrazami a_{n-1} , a_n , a_{n+1} ciągu arytmetycznego lub ciągu geometrycznego
- rozwiązać proste zadanie tekstowe, w którym dane wielkości są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego lub ciągu geometrycznego
- wyznaczyć wielkości zmieniające się zgodnie z zasadą procentu składanego
- obliczyć wartość lokaty, znając stopę procentową, okres rozrachunkowy i czas oszczędzania

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- podać wzór ogólny ciągu, znając kilka początkowych wyrazów
- zbadać monotoniczność ciągu
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny, znając np. jeden z jego wyrazów i iloczyn pewnych dwóch wyrazów lub dwie sumy częściowe itp.
- obliczyć, ile wyrazów danego ciągu arytmetycznego należy dodać, aby otrzymać określoną sumę
- zastosować w zadaniach zależność między wyrazami a_{n-k} , a_n , a_{n+k} ciągu arytmetycznego lub ciągu geometrycznego
- rozwiązać zadania wymagające jednoczesnego stosowania własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego
- obliczyć wartość lokaty o zmieniającym się oprocentowaniu
- obliczyć wysokość raty kredytu spłacanego (w równych wielkościach) systemem procentu składanego
- obliczyć wysokości rat malejących
- porównać zyski z różnych lokat i różne sposoby spłacania kredytu

Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- rozpoznać, czy dana sytuacja jest doświadczeniem losowym
- określić zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego
- zliczyć obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych
- stosować zasadę mnożenia
- obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia A ($A \subset \Omega$) z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa,
- obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych zadaniach o monetach, kulach i kartach
- wyznaczyć sumę, iloczyn, różnicę danych zdarzeń
- rozpoznać zdarzenia wykluczające się
- wyznaczyć medianę, dominantę, średnią i rozstęp danych surowych
- obliczyć średnią ważoną wyników
- odczytać podstawowe informacje z wykresu, diagramu, histogramu
- zaprezentować dane w postaci diagramu kołowego, diagramu słupkowego, wykresu
- narysować histogram

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- zastosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo sumy dwóch zdarzeń
- zastosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
- rozwiązać zadania dotyczące średniej ważonej (np. znajdować brakujące wagi)
- obliczyć odchylenie przeciętne, wariancję i odchylenie standardowe zbioru danych
- narysować histogram wymagający zgrupowania danych w klasy
- porównać różne zestawy danych surowych na podstawie opisujących je parametrów (w prostych przypadkach)

Stereometria

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- wskazać płaszczyzny równoległe i prostopadłe do danej płaszczyzny
- wskazać proste równoległe i prostopadłe do danej płaszczyzny
- odróżnić proste równoległe od prostych skośnych
- wskazać proste prostopadłe w przestrzeni
- wyznaczyć kąt nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa
- wyznaczyć kąt nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa
- rozpoznawać graniastosłupy proste i pochyłe, równoległościanny i prostopadłościanny
- rysować siatki graniastosłupów i ostrosłupów wypukłych
- zastosować w zadaniach związki między liczbą ścian, krawędzi i wierzchołków graniastosłupów i ostrosłupów wypukłych
- wskazać promień podstawy, wysokość i tworzące walca oraz stożka; zastosować w zadaniach związki między nimi
- wskazać kąt rozwarcia stożka oraz kąt nachylenia tworzącej do podstawy
- zastosować funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków i miar kątów w bryłach
- obliczyć objętość i pole powierzchni graniastosłupa, ostrosłupa, walca, stożka i kuli

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- wyznaczyć kąt nachylenia odcinka w graniastosłupie do ściany niebędącej podstawą graniastosłupa
- wyznaczyć kąt dwuścienny między ścianami bocznymi ostrosłupa
- rozpoznać wielościany foremne i opisać ich podstawowe własności
- zbadać własności brył powstałych z obrotu wokół osi różnych figur płaskich (np. sumy dwóch trójkątów)
- wyznaczyć objętość i pole powierzchni brył, w których dane mają postać wyrażen algebraicznych i doprowadzić wynik do prostej postaci
- obliczyć objętość i pole powierzchni brył, mając nietypowe dane (np. kąt między ścianami bocznymi ostrosłupa lub kąt nachylenia przekątnej ściany bocznej graniastosłupa trójkątnego do sąsiedniej ściany)

Główne narzędzia kontroli

Ocenianie postępów uczniów jest ważnym elementem procesu dydaktycznego. Ocena szkolna jest podstawową informacją dla uczniów i ich rodziców o stopniu opanowania wiadomości i umiejętności. Jest oceną postępów ucznia w określonym czasie i może być podstawą do przewidywania jego osiągnięć w przyszłości.

Zadaniem każdego nauczyciela jest opracowanie na początku roku szkolnego Przedmiotowego Systemu Oceniania (PSO) zgodnego z Wewnątrzszkolnym Systemem Oceniania (WSO). Obydwa dokumenty, zatwierdzone przez Radę Pedagogiczną, powinny uwzględniać specyfikę szkoły, środowisko uczniów, profil klasy itp. Szczegółowe zasady oceniania wewnątrzszkolnego określa Statut Szkoły.

W naszej szkole występuje:

- ocenianie bieżące
- ocenianie śródroczne (na koniec pierwszego okresu)
- ocenianie roczne

Podczas zajęć edukacyjnych nauczyciel na bieżąco ocenia:

- prace pisemne: prace klasowe lub testy zapowiedziane wcześniej z większej partii materiału, krótkie sprawdziany (z ostatnich dwóch, trzech lekcji)
- odpowiedzi ustne
- prace domowe
- aktywność ucznia na lekcji
- prace długoterminowe, np. projekty edukacyjne.

Nauczyciel stosuje obowiązującą skalę stopni od 1 do 6 zgodnie z WSO oraz PSO, uzgodnionym w zespole nauczycieli matematyki.

Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia:

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- Intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- Rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- Rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- Potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;

- Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- Podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- Podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- Wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- Zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- Sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- Korzysta z kalkulatora;
- Zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- Naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- Samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- Sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- Przynosi definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- Zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- Intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- Wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- Zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- Rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- Rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- Ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- Zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- Posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- Samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- Przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- Korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- Stosuje nowe twierdzenia;
- Ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);

- Zna dowody twierdzeń objętych programem;
- Rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- Skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- Analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- Rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych;

Stopień celujący:

Uczeń:

- Analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- Zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- Potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- Zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- Buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- Stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- Uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

Stopnie cząstkowe służą do wystawienia oceny śródrocznej (na koniec pierwszego okresu) lub rocznej, które z pewnością nie powinny być średnią arytmetyczną ocen bieżących. Waga stopni cząstkowych jest zróżnicowana.

Proponuję następującą procedurę wystawiania oceny śródrocznej lub rocznej:

1. każdej ocenie bieżącej przypisujemy określoną wagę:
 - za prace klasowe, testy - wagę 3
 - za krótkie sprawdziany, dłuższe odpowiedzi ustne – wagę 2
 - za pracę domową, aktywność na lekcji – wagę 1
2. ocenę na koniec pierwszego okresu, lub roczną obliczamy jako średnią ważoną ocen bieżących

Na koniec należy podkreślić, że nauczyciel w swoim PSO powinien precyzyjnie określić zasady oceniania uczniów, przedstawić je uczniom, a następnie ściśle ich przestrzegać.

5. Procedura ewaluacji programu nauczania

Ewaluacja autorskiego programu nauczania matematyki jest badaniem i oceną samego programu oraz efektów jego realizacji. Określa, czy zostały osiągnięte zamierzone cele programu, a przede wszystkim cel główny, czyli rozwinięcie u uczniów TG matematycznych kompetencji kluczowych. Dzięki ewaluacji uzyskujemy informacje o skuteczności metod i form pracy, jaki przyrost wiedzy nastąpił u uczniów i jak przebiega kształtowanie umiejętności i postaw.

Ewaluacji dokonuje autor programu, który jest odpowiedzialny za jego realizację, jakość i efekty nauczania. Trwać ona będzie przez okres trzech lat, od września 2009 roku do czerwca 2012 roku.

Ewaluacja zostanie przeprowadzona w trzech etapach: przed rozpoczęciem realizacji programu, w czasie jego realizacji oraz na zakończenie. Istotną kwestią jest ocena przebiegu procesu kształcenia według programu autorskiego.

Ważnym źródłem informacji o programie, jego realizacji i wynikach jest samoocena dokonywana przez konstruktora i realizatora programu. Przydatne też są opinie nauczycieli przedmiotów zawodowych, a także uczniów i ich rodziców. Dzięki temu możliwe jest dostosowanie działań dydaktycznych i wychowawczych oraz metod nauczania do indywidualnych potrzeb uczniów.

Projekt ewaluacji programu

Etap ewaluacji	Przedmiot ewaluacji	Zakres ewaluacji	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze
Przed rozpoczęciem realizacji programu	Program autorski	1. Koncepcja i struktura programu. 2. Założenia programu uwzględniające możliwości realizatora i odbiorców. 3. Cele edukacyjne kształcenia i wychowania. 4. Działania służące rozwijaniu kompetencji kluczowych. 5. Dobór i układ treści nauczania. 6. Sposoby realizacji programu: metody, formy, środki dydaktyczne. 7. Ocena skuteczności programu.	1. Przydatność treści nauczania. 2. Adekwatność do potrzeb uczniów. 3. Zgodność z podstawą programową. 4. Spójność z projektem Szkoła Kluczowych Kompetencji, 5. Atrakcyjność metod i form pracy.	Analiza danych z arkusza oceny programu.
W czasie realizacji programu	Skuteczność programu	1. Organizacja i przebieg procesu nauczania. 2. Zastosowanie zdobywanej wiedzy w praktyce.	Rozwinięcie kompetencji kluczowych w zakresie wiedzy, umiejętności i postaw.	1. Obserwacja. 2. Test sprawdzający wiedzę i umiejętności uczniów.
Na zakończenie realizacji programu	Skuteczność programu	1. Wzrost kompetencji kluczowych. 2. Wielostronny rozwój ucznia. 3. Trafność działań wychowawczych.	1. Stosowanie metod aktywizujących. 2. Dobór zadań.	1. Ankieta dla uczniów. 2. Ankieta dla rodziców. 3. Test



				sprawdzający wiedzę i umiejętności. 4. Analiza dokumentacji
Po pewnym czasie	Skuteczność programu	Na ile trwała są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?	Wykorzystanie zdobytej wiedzy na egzaminach zewnętrznych.	Analiza wyników egzaminu maturalnego i zawodowego.

Bibliografia

- [1] Grabowski P.: *Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym*. Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2008.
- [2] Krygowska Z.: *Zarys dydaktyki matematyki*. WSiP, Warszawa 1977
- [3] Niemierko B.: *Między oceną szkolną a dydaktyką. Bliżej dydaktyki*. WSiP, Warszawa 1997
- [4] Sobczak M.: *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształcenia kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Lublin 2009
- [5] Zespół Szkół Nr 1 im. M. Skłodowskiej-Curie w Wyszakowie: *Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty I rynku pracy w województwie mazowieckim*, Lublin 2009
- [6] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 26 lutego 2002 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. Nr 51, poz. 458, z późn. zm.)
- [7] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 roku zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz. U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102).
- [8] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 roku w sprawie dopuszczania do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczenia do użytku szkolnego podręczników (Dz. U. Nr 89, poz. 730)
- [9] Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 roku w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (2006/962/WE).

Autor
Sylwia Hajduła

MATEMATYKA

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

**I Technikum
w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych Nr 1
w Pionkach**

*Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

O autorze.....	5
Wprowadzenie	7
1 Szczegółowe cele kształcenia i wychowania.....	13
1.1 Cele nauczania wynikające z MKKE	13
1.2 Cele wynikające z potrzeb rynku pracy.....	16
1.3 Cele wynikające z profilu zawodowego.....	16
1.4 Cele wynikające z podstaw programowych	17
2 Materiał nauczania i oczekiwane osiągnięcia uczniów	19
3 Procedury osiągania celów	46
3.1 Podział godzin lekcyjnych.....	46
3.2 Formy pracy.....	47
3.3 Metody pracy	48
3.4 Środki dydaktyczne	53
4 Opis założonych osiągnięć ucznia	54
4.1 Ogólne kryteria oceny osiągnięć uczniów	54
4.2 Główne narzędzia kontroli	55
5 Ewaluacja programu nauczania.....	59
6 Warunki realizacji programu	61
Bibliografia.....	62





O autorze

Sylwia Hajduła – mianowany nauczyciel Zespołu Szkół Ponadgimnazjalnych Nr 1 w Pionkach, absolwentka Wydziału Matematyki i Fizyki, Uniwersytetu Marii Curie–Skłodowskiej w Lublinie, autorka programu kształtowania kluczowych kompetencji w technikum mechanicznym w ramach projektu Szkoła Kluczowych Kompetencji, nauczycielka z kilkuletnim doświadczeniem zawodowym w pracy dydaktyczno–wychowawczej.



Wprowadzenie

*Matematyka - to jest to,
co przez to rozumieją ludzie kompetentni.*

D. Gilbert

Współczesne społeczeństwo stawia przed szkołą ważne zadania, między innymi wszechstronne wykształcenie młodego człowieka. Należy przygotować go do życia tak, aby osiągał sukcesy nie tylko te indywidualne, ale również społeczne, bo to właśnie one umożliwiają ludziom włączanie się w życie zawodowe.

W dzisiejszych czasach rynek w Polsce, a także w całej Europie przechodzi przez szczególny okres. Okres, w którym współpraca państw należących do Unii Europejskiej pociąga za sobą przemieszczanie się ludzi, a co za tym idzie konieczność podejmowania pracy w różnych krajach, nie zawsze w tych, w których uzyskuje się kwalifikacje zawodowe.

Szkoła, wychodząc naprzeciw problemom rynkowym, powinna kreować ludzi zaradnych, którzy z lepszym zrozumieniem i korzyścią będą włączali się do gospodarczego świata. Dlatego też bardzo ważne jest, aby rozbieżności między współczesnym poziomem kształcenia, a poziomem umiejętności wymaganym w nowopowstających miejscach pracy były minimalne.

Parlament Europejski i Rada Europy zaleciły krajom członkowskim rozwijanie **kluczowych kompetencji**, których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji, rozwoju osobistego, jak również integracji społecznej i zatrudnienia.

Zalecono wprowadzenie pewnych ujednoliczeń w systemach edukacyjnych krajów UE oraz przygotowanie obywateli do konieczności uczenia się przez całe życie. Pierwsze ustalenia dotyczące tych zagadnień poczyniono na posiedzeniu Rady Europy, w marcu 2000 roku w Lizbonie. Podczas kolejnych posiedzeń RE zainicjowano program roboczy „Edukacja i szkolenia 2010”, który określał przyszłe cele europejskiej edukacji. Dotyczyły one konieczności rozwijania umiejętności przydatnych w społeczeństwie, m.in. promowania uczenia się języków, rozwijania przedsiębiorczości, doskonalenia umiejętności przystosowywania się do zmian. Podkreślały też potrzebę zwiększenia europejskiego wymiaru edukacji, w czym kluczową rolę ma pełnić uczenie się przez całe życie.

Według badań dotyczących edukacji i szkolenia, których wyniki opublikowano w Maastricht w 2004 r., ponad 1/3 pracowników w Europie (ok. 80 mln ludzi) stanowią osoby o niskich umiejętnościach.

Tymczasem badania europejskiego rynku pracy wykazywały iż do 2010 roku:

- prawie 50% nowych miejsc pracy będzie wymagało wykształcenia wyższego,
- blisko 40% wykształcenia średniego drugiego stopnia,
- zaledwie 15% będzie odpowiednich dla osób z wykształceniem podstawowym.

Natomiast kierownictwo resortu nauki i szkolnictwa wyższego oraz prowadzący badania potrzeb rynku w Polsce doszli do wniosku, że istnieje pilna potrzeba kształcenia w zawodach technicznych, w tym inżynierów.

Dlatego jednym z kierunków intensywnych działań w projekcie Szkoła Kluczowych Kompetencji (SKK) jest **kompetencja matematyczna**.

Duży nacisk należy położyć na:

- możliwość zrozumienia i stosowania języka matematycznego jako języka opisu rzeczywistości,
- kształtowanie myślenia matematycznego,
- rozwijanie wyobraźni geometrycznej,
- nabycie umiejętności rozwiązywania różnych problemów teoretycznych i praktycznych,
- kreowanie postaw pożądanych z punktu widzenia społecznego, m. in. wytrwałości w pokonywaniu trudności, systematyczności, dokładności, porządku, nawyku planowania i przewidywania skutków własnych działań.

Kompetencje matematyczne określone w dokumencie „**Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia**” (MKKE)¹ obejmują **umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji.**

Kompetencje matematyczne to **zdolność i chęć wykorzystywania** matematycznych sposobów myślenia oraz prezentacji (wzory, modele, schematy, wykresy, tabele).

Kluczowe kompetencje są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji. W matematyce przedstawia się to następująco:

WIEDZA

W1: *rozumienie terminów i pojęć matematycznych*

W2: *dobrze opanowana umiejętność liczenia*

W3: *znajomość miar i struktur*

W4: *znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej*

W5: *świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź*

UMIEJĘTNOŚCI

U1: *stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny)*

U2: *śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny)*

U3: *przekazywać komunikaty stosując język matematyczny*

U4: *korzystać z tekstu matematycznego*

POSTAWY

P1: *przejawiać szacunek dla prawdy*

P2: *dążyć do szukania przyczyn*

P3: *oceniać zasadność wnioskowań i działań*

Porównując **MKKE** i obecnie obowiązującą w polskim systemie edukacji **Podstawę Programową**² z matematyki dla szkoły ponadgimnazjalnej (Tabela 1.), stwierdza się niemal pełną zgodność celów.

Tabela 1. Podstawa programowa (PP) uwzględniająca MKKE.

1. Przygotowanie do świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne odgrywają kluczową rolę	U1
2. Przyswojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym	W1,U1

¹ Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady z dn. 18.12.2006 r.

² Rozp. MENiS z dn. 23.08.2007 r.



rozpoznawanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych, w szczególności:	
a. usystematyzowanie wiedzy o liczbach rzeczywistych oraz nabycie sprawności wykonywania obliczeń,	W2, W3
b. opanowanie reguł rachunku algebraicznego,	W2
c. wdrożenie do opisywania oraz analizy zależności i zmienności za pomocą elementarnych funkcji;	W4
d. poznanie struktury otaczającej nas przestrzeni poprzez własności klasycznych obiektów geometrycznych, rozwój wyobraźni przestrzennej,	W3
e. poznanie elementarnych metod analizy zjawisk statystycznych losowych oraz najprostszych opisów kombinatorycznych.	W4
3. Przyzwyczajanie do typowych elementów rozumowań matematycznych, w szczególności do stosowania pojęć takich jak: założenie, wniosek, dowód (także nie wprost), przykład i kontrprzykład.	U1, U2
4. Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń.	P1, P3
5. Wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji, stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji.	W5, U4, P2
6. Kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania.	U3

Natomiast w **Standardach Wymagań Egzaminacyjnych**³ (Tabela 2), **MKKE** nie są w pełni reprezentowane. Między innymi **P1** i **P2**, a to dlatego, że nie wszystkie wiadomości i umiejętności da się sprawdzić podczas egzaminu maturalnego.

Tabela 2. Standardy Wymagań Egzaminacyjnych (ST_WYM)

POZIOM PODSTAWOWY	POZIOM ROZSZERZONY
1. Wykorzystanie i tworzenie informacji:	
interpretuje tekst matematyczny i formułuje uzyskane wyniki	używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników
2. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji:	
używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych	rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi
3. Modelowanie matematyczne:	
dobiera model matematyczny do prostej sytuacji	buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia
4. Użycie i tworzenie strategii:	
stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania	tworzy strategię rozwiązania problemu
5. Rozumowanie i argumentacja:	
prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków.	tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.

W obecnie realizowanym „Programie nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum” (W. Babiański, K. Hall, D. Ponczek), wyd. Nowa Era, nr dopuszczenia DKOS-5002-79/07 największy nacisk położony jest na wyposażenie przyszłego absolwenta w umiejętności matematyczne, niezbędne do sprostania wymogom egzaminu maturalnego z matematyki na wybranym przez niego poziomie. W zakresie podstawowym realizacja programu umożliwi zdobycie umiejętności przydatnych w codziennym życiu, a zakres rozszerzony stwarza fundament do kontynuowania nauki na studiach wyższych. Jednak w niewielkim stopniu kształci u uczniów **postawy**. Jedynie **P3** da się zauważyć, a to jest niewiele do uzyskania satysfakcji osobistej i sprawnego funkcjonowania w życiu zawodowym.

³ Rozp. MEN z dn. 28. 08. 2007 r.

Program nie zawiera w płaszczyźnie celów oraz treści nauczania ważnej umiejętności, zawartej w kluczowych kompetencjach matematycznych: „śledzić i oceniać ciągi argumentów – rozumieć dowód matematyczny - U2”, chociaż podręcznik zalecany do realizacji tego programu zawiera proste dowody niektórych twierdzeń i tożsamości oraz ćwiczenia, w których poleca się przeprowadzenie prostych dowodów przez analogię.

Niestety, nie rozwija on również samodzielności i kreatywności ucznia, nie stwarza możliwości regularnej samooceny postępów w nauce, przez co nie zachęca zbyt do systematycznej pracy.

Biorąc powyższe analizy pod uwagę, postanowiłam zmodyfikować dotychczasowy program nauczania i wyeksponować cele kształcące oraz metody pracy z uczniem i z grupą. Konstruowane lekcje będą łączyły bezpośrednio treści przedmiotowe z umiejętnościami.

Wychodząc naprzeciw oczekiwaniom uczniów, nauczycieli przedmiotów mechanicznych jak również lokalnemu rynkowi pracy, autorski program z matematyki rozszerza tematykę i przeznaczają więcej jednostek lekcyjnych na zagadnienia związane z **mechaniką i MKKE** (rozdział 3, **zagadnienia wytłuszczoną czcionką**), m.in.:

- podstawowe działania w zbiorze liczb rzeczywistych i szacowanie wyników,
- procenty (w tym: ustalanie wielkości bazowej, szacowanie % z wielkości),
- odczytywanie własności funkcji z jej wykresu (analiza wykresów),
- przekształcanie wzorów mechanicznych,
- rozwiązywanie nierówności wielomianowych,
- rozwiązywanie układów równań liniowych prowadzących do rozwiązania równania wielomianowego,
- obliczanie pola powierzchni przekrojów poprzecznych,
- wyznaczanie środków ciężkości dla danych przekrojów poprzecznych,
- trójosiowy układ współrzędnych,
- obliczanie objętości brył w celu wyznaczenia masy detali,
- tworzenie proporcji i obliczanie z niej wskazanej wielkości,
- działania na wektorach,
- wielomiany, funkcja homograficzna
- funkcje trygonometryczne dowolnego kąta.

Planowane działania spowodują pełniejsze realizowanie celów kształcenia pod względem emocjonalno-motywacyjnym, poznawczym, światopoglądowym, a przede wszystkim praktycznym. Uczniowie będą zmagali się z różnymi problemami, tym samym będą popełniali błędy i na koniec zrozumieją, że popełnianie błędów jest nie uniknione. Uczniowie nauczą się przyjmować odpowiedzialność za swoją naukę i wykształtują odpowiednie **postawy** niezbędne w **MKKE**.

Uczniowie, którzy nie opanowali podstawowych umiejętności matematycznych lub mają poważne braki w określonych dziedzinach z podstawy programowej gimnazjum, będą zobligowani do systematycznego uczestnictwa w zajęciach zespołu wyrównawczego z matematyki, który będzie prowadzony przez nauczyciela uczącego w trakcie klasy pierwszej (praca z uczniem słabym).

Głównym oprzyrządowaniem zmodyfikowanego programu jest seria podręczników „**MATEMATYKA**” Wojciecha Babińskiego, Lecha Chańko i in., wyd. Nowa Era, przeznaczona do realizacji w zakresie podstawowym.



Modyfikacja programu, jak i podręcznik są zgodne z zadaniami i celami edukacyjnymi szkoły, wytyczanymi przez obowiązującą podstawę programową oraz zakładają przygotowanie uczniów do matury na poziomie podstawowym.

Układ zmodyfikowanego programu jest **układem liniowym**, w którym niektóre treści zorganizowane są tak, aby poprzez dobór zadań wracać do nich wielokrotnie. Taki układ przyczyni się do pełniejszej realizacji celów kształcenia oraz zapewni korelację czasową i tematyczną z przedmiotami kształcącymi w odpowiednim zawodzie.

Istotnym elementem modyfikacji jest także ocena postępów pracy uczniów, co daje nauczycielowi informację zwrotną dotyczącą przebiegu kształcenia.



1 Szczegółowe cele kształcenia i wychowania

Mając na uwadze wszechstronny rozwój ucznia, na lekcjach matematyki należy nie tylko koncentrować się na przyswajaniu i odtwarzaniu wiedzy przez uczniów, ale przede wszystkim poprzez stosowanie odpowiednich metod, należy wyposażyć uczniów w **kluczowe kompetencje** - umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji.

Zmodyfikowany program nauczania łączy w sobie cele wynikające z **MKKE**, podstawy programowej (**PP**), standardów wymagań egzaminacyjnych (**ST_WYM**), jak również z profilu zawodowego (**M**) oraz lokalnych potrzeb rynku pracy.

1.1 Cele nauczania wynikające z MKKE

W1: rozumienie terminów i pojęć matematycznych

W2: dobrze opanowana umiejętność liczenia

W3. znajomość miar i struktur

1. rozumie pojęcia: odległość punktów, odległość punktu od prostej, odległość punktu od płaszczyzny, długość, obwód, pole, objętość, miara kąta;
2. rozumie pojęcia: figura płaska, figura przestrzenna;
3. odczytuje i oszacowuje odległości;
4. „wymierza” dane wielkości znanymi jednostkami miary (długości, pola, objętości, masy, czasu, prędkości);
5. przelicza (zamienia) jednostki miar;
6. zna własności miar;
7. zna twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych;
8. oblicza obwody i pola figur płaskich stosując wzory i/lub własności tych miar;
9. oblicza pola powierzchni i objętości brył stosując wzory i/lub własności tych miar;
10. stosuje własności miar w prostych zadaniach i rozumowaniach;
11. wykonuje działania na wektorach.

W4 : znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,

1. zna pojęcie zbioru i podzbioru i odnosi je do zbiorów liczbowych, zbiorów punktów, zbiorów wyników pomiaru, zbiorów wyników doświadczeń;
2. wykonuje działania na zbiorach z wykorzystaniem własności działań;
3. rozumie pojęcie zmiennej;
4. rozumie pojęcie funkcji i ich własności, proporcjonalność;
5. opisuje zbiory punktów płaszczyzny za pomocą równań i nierówności;
6. opisuje zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji;
7. wykorzystuje przekształcenia geometryczne do badania zależności (podobieństwo i przystawanie figur) pomiędzy zbiorami punktów (figurami geometrycznymi);

W5: świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.

1. rozumie, że algorytm to niezawodny przepis postępowania;
2. wie, że rozumowanie przez analogię oraz rozumowanie indukcyjne (indukcja skończona) są czasem zawodne;
3. rozpoznaje sytuację, w której twierdzenia nie można zastosować;

4. wysnuwa proste wnioski z danego twierdzenia w konkretnej sytuacji;
5. rozumie rolę matematyzacji, uogólniania i specyfikacji;
6. wskaże sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej:
 - obliczanie podatków,
 - zyski z lokat,
 - kredyty bankowe,
 - zakupy – szacowanie kosztów – budżet domowy,
 - analiza techniczna – giełda,
 - obliczanie niezbędnej ilości materiałów, wykorzystując pola powierzchni lub objętość, przeliczanie jednostek, itp.
 - zużycie paliwa,
 - planowanie podróży,
 - gry losowe, hazard, sport,
 - statystyka,
 - logika wypowiedzi,
 - proporcjonalność prosta – np. mechanika,
 - projektowanie przestrzeni,
 - zadania optymalizacyjne – mechanika, budownictwo, największy zysk, koszt, strata.

U1: stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),

1. grupuje i porządkuje dane empiryczne;
2. wyznacza stosunki wielkości i opisuje je z użyciem liczb wymiernych, rzeczywistych;
3. szacuje wielkości, posługuje się procentami;
4. posługuje się liczbami i działaniami do modelowania stosunków wielkościowych;
5. posługuje się własnościami figur oraz wyobraźnią do modelowania stosunków geometrycznych, konstruowania graficznego schematu danego układu stosunków przestrzennych;
6. dostrzega regularności w prostych sytuacjach;
7. stosuje algorytmy;
8. stosuje równania, nierówności, układy równań w rozwiązywaniu problemów;
9. ustala związki między danymi, wydziela związki znaczące;
10. wykorzystuje funkcje do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych;
11. przeprowadza uogólnianie i specyfikację;
12. rozumuje przez analogię;
13. redaguje definicje nowych pojęć;
14. korzysta z gotowych definicji i twierdzeń;
15. klasyfikuje obiekty;
16. rozwiązuje zadania schematyczne;
17. planuje, zapisuje plan rozwiązania i rozwiązuje zadania nieschematyczne;

U2: śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny)

1. odróżnia założenie i tezę w twierdzeniu;
2. zaprzecza twierdzenie;
3. obala tezę podając kontrprzykład;
4. stosuje prawa logiczne: podwójnego przeczenia, de Morgana, przechodności implikacji;

5. ocenia poprawność doboru argumentów oraz sposobów wnioskowania;
6. ocenia poprawność przekształceń algebraicznych;
7. rozumie, różnicę między dowodem twierdzenia a przykładem potwierdzającym jego prawdziwość,
8. buduje zaprzeczenie definicji rozpoznając uprzednio jej strukturę logiczną;
9. rozumie różnice pomiędzy różnymi metodami dowodzenia;
10. podąża za tokiem rozumowania autora dowodu;
11. dostrzega luki bądź błędy w rozumowaniu;
12. sprawdza zasadność uogólnień;

U3: przekazywać komunikaty stosując język matematyczny

1. kojarzy zwroty języka naturalnego z odpowiednimi terminami matematycznymi, czynności konkretne z operacjami abstrakcyjnymi, wielkości z liczbami;
2. wyraża w języku matematyki informacje podane werbalnie, rysunkiem, schematem, tabelą, diagramem oraz zaobserwowane w rzeczywistości;
3. przedstawia werbalnie, za pomocą zwrotów języka naturalnego, informacje zapisane w języku matematyki;
4. przedstawia werbalnie informacje zapisane rysunkiem, grafem, schematem, wykresem, tabelą, diagramem;
5. zapisuje symbolicznie definicje pojęć;
6. formułuje twierdzenia w postaci implikacji;
7. zapisuje symbolicznie dowody twierdzeń;
8. przedstawia dane za pomocą tabel, diagramów, grafów, wzorów;
8. zapisuje wzory, zależności matematyczne stosując symbolikę matematyczną, podaje opis zależności w postaci funkcji;
9. opisuje zbiory za pomocą układów nierówności i równań;
10. prezentuje wyniki badań używając terminologii z zakresu języka matematycznego, używa przybliżeń;
11. tworzy wypowiedzi matematyczne i wartościuje je;
12. buduje wypowiedzi poprawne pod względem pojęciowym i logicznym;
13. przygotowuje i wygłasza krótki referat na wybrany temat matematyczny;

U4: korzystać z tekstu matematycznego

1. wyszukuje w tekście definicje i twierdzenia;
2. analizuje przedstawione rozwiązania zadań, obliczenia, wnioskowania, dane;
3. wydziela fragmenty tekstu, dotyczące określonych kwestii;
4. przekształca informacje z tekstu zapisując je w formie dogodnej do dalszych działań;
5. odczytuje własności funkcji z wykresu;
6. odczytuje informacje przedstawione za pomocą rysunków pomocniczych;
7. interpretuje dane przedstawione za pomocą diagramów i tabel;
8. ustala relacje między wskazanymi w tekście obiektami;
9. uzupełnia luki w tekście;
10. poszukuje w innych źródłach wyjaśnienia napotkanych w tekście terminów i pojęć;
11. stosuje podane w tekście definicje i twierdzenia;
12. naśladuje przedstawione rozwiązania w analogicznych sytuacjach;

P1: przejawiać szacunek dla prawdy

1. rozumie potrzebę dowodzenia;
2. weryfikuje zgromadzone dane;
3. nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy;
4. protestuje w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi;

5. wytrwale poszukuje informacji;
6. jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych;
7. nie uogólnia bez uprzedniego upewnienia się co do prawdziwości przesłanek;
8. podejmuje decyzje na podstawie sprawdzonych informacji;

P2: dążyć do szukania przyczyn

1. rozumie potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach;
2. przewiduje skutki planowanych działań;
3. rozważa różne przypadki nie ograniczając się do przypadków szczególnych;
4. wnikliwie analizuje problem;

P3: oceniać zasadność wnioskowań i działań

1. ocenia poprawność rozwiązania zadania;
2. wartościuje rozwiązanie tego samego zadania różnymi sposobami;
3. dostrzega sprzeczne informacje lub błędy w rozumowaniach;
4. ocenia dobór argumentów uzasadniających tezę (stanowisko);

1.2 Cele wynikające z potrzeb rynku pracy

1. Przestrzega zasad etyki – **P1**.
2. Podejmuje działania związane z poszukiwaniem pracy.
3. Komunikuje się z uczestnikami procesu pracy – **P1**.
4. Prowadzi negocjacje – **P1, P3**.
5. Rozwiązuje problemy i wyciąga wnioski – **P3**.
6. Samodzielnie podejmuje decyzje i uzasadnia je – **P1**.
7. Określa wpływ zmęczenia fizycznego i psychicznego na efektywność pracy – **P1, P2**.
8. Skutecznie i konsekwentnie realizuje powierzone zadania – **P1, P2, P3**.
9. Umiejętnie organizuje miejsce swojej pracy poprzez systematyczność, staranność, dokładność oraz uporządkowanie w działaniu.
10. Umiejętnie porusza się na dzisiejszym rynku pracy.
11. Umiejętnie korzysta ze swoich praw.
12. Posługuje się komputerem.
13. Przyjmuje odpowiedzialność za siebie – **P1**.
14. Prezentuje własne zdanie i broni go – **P3**.

1.3 Cele wynikające z profilu zawodowego

1. Sprawnie liczy w pamięci – **W2**.
2. Mierzy podstawowe wielkości fizyczne i geometryczne – **W5**.
3. Kształtuje wyobraźnię przestrzenną – **W3, U1**.
4. Wyznacza wypadkowe działania sił z wykorzystaniem wektorów – **W3**.
5. Oblicza objętość brył w celu wyznaczenia masy detali – **U2, U1, W3**.
6. Wykorzystuje ciąg arytmetyczny do obliczania prędkości stopniowanych wrzecion (arytmetyczny ciąg prędkości) – **W3, W5**.
7. Wykorzystuje ciąg geometryczny do stopniowania prędkości obrotowych wrzecion – **W1, W3**.
8. Wykorzystuje obwód koła przy obliczeniach prędkości obwodowych – **W4**.
9. Wykorzystuje logarytmy i ich własności do obliczania stopniowych wartości prędkości obrotowych wrzecion obrabiarek ogólnego przeznaczenia – **W1, W5**.

10. Wykorzystuje układy równań liniowych do obliczania wartości reakcji w podporach w płaskich zbieżnych układach sił – **U1**.
11. Określa pole powierzchni przekrojów poprzecznych belek, kształtowników, łączników do obliczeń wytrzymałościowych części maszyn – **W3**.
12. Wyznacza środek ciężkości dla danych przekrojów poprzecznych elementów – **W3**.
13. Opracowuje i interpretuje wyniki pomiarów (szacownie wyników – obliczanie błędów pomiarów) – **P1, P2, P3, U1, U3**.
14. Sporządza harmonogramy prac, oblicza ich pracochłonność oraz koszty - **U1, U3, W5**.
15. Posługuje się narzędziami i oprzyrządowaniem technicznym.
16. Sprawnie przelicza jednostki długości, pól powierzchni i objętości – **W3**.
17. Czyta ze zrozumieniem informacje przedstawione w formie opisów, instrukcji, rysunków, szkiców, wykresów, dokumentacji technicznej i technologicznej – **U3**.
18. Sporządza przekroje prostych obiektów mechanicznych i oblicza ich pola powierzchni – **U1**.
19. Sporządza rzuty równoległe brył – **U1**.
20. Rozwiązuje problemy w sposób twórczy:
 - stosuje nowatorskie metody rozwiązywania zadań (wskazuje kilka sposobów na rozwiązanie problemu) – **P1, P2, P3**
 - wykorzystuje informacje z różnych źródeł (Internet, media, czasopisma w celu wykonania własnych opracowań – referaty) – **P1**.

1.4 Cele wynikające z podstaw programowych

1. Umiejętnie operuje najprostszymi obiektami abstrakcyjnymi: liczbami, zmiennymi i zbudowanymi z nich wyrażeniami algebraicznymi, zbiorami (liczb, punktów, zdarzeń elementarnych) oraz funkcjami – **W2**.
2. Buduje modele matematyczne dla różnych sytuacji z życia codziennego i wykorzystuje je do rozwiązywania problemów praktycznych – **W3, U1**.
3. Projektuje i wykonuje obliczenia posługując się własnościami działań, przybliżeniami, jednostkami miar, procentami – **U3, W1**.
4. Rozwija wyobraźnię przestrzenną – dostrzega kształty figur geometrycznych w otaczającym nas świecie, oblicza miary figur płaskich i przestrzennych, wykorzystuje własności miar – **W3, U1**.
5. Rozwija logiczne myślenie i wyciąga wnioski – **P3, U3**.
6. Wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych – **W1, U1, U2**.
7. Kształcenie umiejętności prowadzenia prostego rozumowania dedukcyjnego i rozumienia dowodu matematycznego – **U2**.
8. Doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym- szczególnie czytania ze zrozumieniem, w tym podręcznika- oraz innymi źródłami informacji matematycznej (zwłaszcza nowoczesnych technologii) – **U3**.
9. Wyrabianie nawyku samodzielnego zdobywania wiedzy i nabywania umiejętności oraz przygotowanie do samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi – umiejętność stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych, konstruowania własnych strategii postępowania, poszukiwania dróg ich weryfikacji) – **P1, P2, P3**.
10. Wyrabianie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń – **P1, P3**.
11. Kształcenie umiejętności stosowania języka symbolicznego – **U2**.
12. Kształcenie umiejętności precyzyjnego formułowania myśli w mowie i piśmie – **U3**.



13. Kształcenie umiejętności przedstawiania i odczytywania danych w formie symbolicznej, graficznej i za pomocą wzorów – **U3**.
14. Wykorzystuje przekształcenia geometryczne do badania zależności pomiędzy zbiorami – **W4**.
15. Rozumie rolę matematyki, uogólniania i specyfikacji – **W5**.
16. Poszukuje informacji na temat różnych terminów – **U4**.



2 Materiał nauczania i oczekiwane osiągnięcia uczniów

I LICZBY RZECZYWISTE 25 h				
L.p.	Temat lekcji	h	Umiejętności podstawowe:	Umiejętności ponadpodstawowe:
1.	Przedstawienie zakresu treści programowych realizowanych na lekcjach matematyki oraz zapoznanie z PSO.	1	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie PSO;• zna i umie korzystać z podręcznika;	<ul style="list-style-type: none">• rozpoznaje treści zawarte w podręczniku;
2.	Badanie poziomu wiedzy i umiejętności matematycznych	2		
1.	Działania w zbiorze liczb naturalnych.	1	<ul style="list-style-type: none">• podaje przykłady liczb naturalnych;• zna zbiór liczb naturalnych oraz jego oznaczenie;• zna cechy podzielności liczb;• zna i rozumie cechy podzielności;• zna pojęcie i podaje przykłady liczb pierwszych i złożonych;• rozkłada liczbę na czynniki pierwsze;• oblicza odległość na osi liczbowej między punktami o danych współrzędnych;• sprawnie wykonuje działania na liczbach naturalnych;• planuje i wykonuje obliczenia na liczbach naturalnych;	<ul style="list-style-type: none">• zapisuje ogólną postać liczby będącej wielokrotnością 2, 3, 5 itd.;• zapisuje ogólną postać liczby dającej w wyniku dzielenia przez 2, 3, 5 itd. daną resztę;• oblicza NWD, NWW;• stosuje twierdzenie o rozkładzie liczby naturalnej na czynniki pierwsze;• wyznacza największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność pary liczb naturalnych;
2.	Działania w zbiorze liczb całkowitych.	1	<ul style="list-style-type: none">• podaje przykłady liczb całkowitych;• zna zbiór liczb całkowitych oraz jego oznaczenie;• zaznacza liczby całkowite na osi liczbowej;• sprawnie wykonuje działania na liczbach całkowitych;• planuje i wykonuje obliczenia na liczbach całkowitych;	<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje zadania typu: uzasadnij, że suma kolejnych liczb nieparzystych jest parzysta;
3.	Zbiór liczb wymiernych	2	<ul style="list-style-type: none">• podaje przykłady liczb wymiernych;• zna zbiór liczb wymiernych oraz jego	<ul style="list-style-type: none">• zamienia ułamki okresowy na zwykły;



			<p>oznaczenie;</p> <ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie pełną definicję liczb wymiernych;• potrafi przedstawić liczbę wymierną w różnych postaciach (ułamek zwykły, liczba dziesiętna);• zaznacza liczby wymierne na osi liczbowej;• porównuje liczby wymierne;• sprawnie wykonuje działania na liczbach wymiernych;• zna i rozumie pojęcie ułamka okresowego;• planuje i wykonuje obliczenia na liczbach wymiernych;• bada czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną;• wyznacza rozwinięcie dziesiętne;	
4.	Przekształcanie wyrażeń algebraicznych.	2	<ul style="list-style-type: none">• wykonuje działania na wyrażeniach algebraicznych;• <i>zna i stosuje wzory skróconego mnożenia $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, a^2-b^2;</i>	<ul style="list-style-type: none">• zna i stosuje wzory skróconego mnożenia: $(a + b)^3$, $(a - b)^3$, $a^3 + b^3$, $a^3 - b^3$;
5.	Definicja pierwiastka kwadratowego i sześciennego. Pierwiastek arytmetyczny i algebraiczny.	1	<ul style="list-style-type: none">• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego i sześciennego;• <i>oblicza pierwiastki (w tym pierwiastki, nieparzystego stopnia z liczb ujemnych);</i>• zaznacza pierwiastki na osi liczbowej;• posługuje się pojęciem osi liczbowej;	<ul style="list-style-type: none">• wprowadza liczbę pod znak pierwiastka kwadratowego i sześciennego;
6.	Działania w zbiorze liczb $a + b\sqrt{c}$, $c > 0$. (bez potęgowania)	1	<ul style="list-style-type: none">• podaje przykłady liczb niewymiernych;• zna podzbiory zbioru liczb rzeczywistych: zbiór liczb niewymiernych oraz ich oznaczenia;• zaznacza liczby niewymierne na osi liczbowej;• potrafi planować i wykonywać obliczenia;	<ul style="list-style-type: none">• porównuje liczby rzeczywiste (również niewymierne);• usuwa niewymierności z mianownika;
7.	Posługiwanie się przybliżeniami liczb rzeczywistych. Błąd przybliżenia.	2	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie rozwinięcie dziesiętne liczb rzeczywistych;• umie szacować wartości liczbowe;• znajduje przybliżenia liczb;• wykorzystuje pojęcie błędu przybliżenia	<ul style="list-style-type: none">• szacuje wartości liczb rzeczywistych (również niewymiernych);• potrafi szacować wyniki obliczeń zadaną dokładnością;



			<ul style="list-style-type: none">• przybliża liczby z zadaną dokładnością;• wykorzystuje przybliżenia dziesiętne do zaokrąglania liczb;• oblicza błąd względny i bezwzględny przybliżenia;• znajduje przybliżenia liczb;• wykorzystuje pojęcie błędu przybliżenia;	
8.	Potęga o wykładniku naturalnym	1	<ul style="list-style-type: none">• formułuje prawa działań na potęgach;• wykonuje działania na potęgach o wykładnikach naturalnych;	
9.	Potęga o wykładniku całkowitym.	2	<ul style="list-style-type: none">• wykonuje działania na potęgach o wykładnikach całkowitych;	
10.	Przedstawianie liczb w notacji wykładniczej.	1	<ul style="list-style-type: none">• zapisuje liczby w postaci $k \cdot 10^c$, gdzie $c \in \mathbb{C}$;	
11.	Rozwiązywanie zadań z wykorzystaniem pojęcia procentu.	4	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie co to jest procent, punkt procentowy i jak wykonuje się obliczenia procentowe;• oblicza procent danej liczby,• oblicza liczbę, gdy dany jest jej procent;• oblicza, jakim procentem danej liczby jest druga liczba;• dzieli cenę towaru na cenę netto i podatek;• oblicza zyski z lokaty na podstawie informacji o oprocentowaniu przy rocznej kapitalizacji odsetek;• oblicza nową i starą cenę po zmianie o dany procent;• oblicza podatek dochodowy od dowolnych zarobków, korzystając z tabeli;• stosuje pojęcie procentu i punktu procentowego w obliczeniach;	<ul style="list-style-type: none">• wybiera korzystniejszą ofertę kredytową na podstawie informacji o planie spłat;• posługuje się procentem w rozwiązywaniu zadań;
12.	Rozwiązywanie zadań dotyczących podatku. Rozwiązywanie zadań dotyczących rabatu i inflacji	2	<ul style="list-style-type: none">• odczytuje informacje zawarte w diagramie kołowym i słupkowym,• rozumie pojęcie rabatu,• rozumie pojęcie inflacji• przedstawia dane z tabeli na diagramie kołowym i słupkowym;	<ul style="list-style-type: none">• rozumie w jaki sposób koszt kredytu zależy od inflacji.;



13.	Praca klasowa i omówienie jej wyników.	2	<ul style="list-style-type: none">● wykorzystuje swoją wiedzę i umiejętności w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji● ocenia swoje osiągnięcia i braki
II JĘZYK MATEMATYKI 21 h			
14.	Podstawowe pojęcia rachunku zdań: negacja, koniunkcja, alternatywa, implikacji i równoważności.	1	<ul style="list-style-type: none">● ocenia prawdziwość zdań prostych;● zamienia wyrażenie $a \cdot b = 0$ na alternatywę równości;● formułuje zaprzeczenia zdań prostych;● rozpoznaje zdania w postaci koniunkcji i alternatywy;● formułuje zdania złożone w postaci alternatywy i koniunkcji z danych zdań prostych;● ocenia prawdziwość koniunkcji i alternatywy; <ul style="list-style-type: none">● rozpoznaje zdania w postaci implikacji i równoważności;● formułuje zdania złożone w postaci implikacji i równoważności z danych zdań prostych;
15.	Rodzaje zbiorów.	2	<ul style="list-style-type: none">● zna i rozumie definicję zbiorów rozłącznych;● rozpoznaje zbiory rozłączne zdefiniowane przez podanie elementów;● wyznacza podzbiory danego zbioru;● rozpoznaje zbiory równe;● podaje przykłady zbiorów;● rozróżnia zbiory skończone i nieskończone;● zna symbole używane do oznaczenia zbioru, zbioru pustego, równości zbiorów, relacji należenia i nienależenia do zbioru, relacji zawierania;● określa relację między elementem, a zbiorem;● rozpoznaje zbiory rozłączne na diagramie Venna;● określa, który diagram ilustruje zawieranie się zbiorów;● zna i rozumie pojęcia: zbiór, zbiór pusty, zbiory równe, podzbiór, dopełnienie zbioru; <ul style="list-style-type: none">● stosuje elementy języka matematycznego, prawo de Morgana;
16.	Działania na zbiorach	2	<ul style="list-style-type: none">● zna i rozumie definicję różnicy zbiorów;● wyznacza iloczyn danych zbiorów;● wyznacza sumę danych zbiorów;● zaznacza iloczyn i sumę zbiorów na diagramach Venna; <ul style="list-style-type: none">● przedstawia zależności między zbiorami na diagramach Venna;● wyznacza liczbę elementów sumy zbiorów;



			<ul style="list-style-type: none">• wie, jakie elementy należą do sumy zbiorów;• wie, jakie elementy należą do iloczynu zbiorów;	
17.	Przedziały jako podzbiory zbioru liczb rzeczywistych i ich interpretacja geometryczna. Działania na przedziałach.	2	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie definicję przedziału liczbowego na osi oraz definicję sumy, iloczynu i różnicy przedziałów;• zaznacza przedziały na osi liczbowej;• ustala, czy dana liczba wymierna należy do danego przedziału;• wyznacza część wspólną i sumę przedziałów;• posługuje się pojęciem osi liczbowej;• posługuje się pojęciem przedziału liczbowego;• zaznacza przedziały na osi liczbowej;	<ul style="list-style-type: none">• ustala czy dana liczba niewymierna należy do danego przedziału;• wyznacza na osi liczbowej współrzędne punktu odległego od punktu o danej współrzędnej o daną wartość;• wyznacza różnicę przedziałów i zaznacza na osi liczbowej;• wyznacza dopełnienie przedziału liczbowego w przestrzeni R,;
18.	Równania liniowe z jedną niewiadomą. Nierówności liniowe z jedną niewiadomą. Układy nierówności liniowych z jedną niewiadomą.	2	<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje równanie liniowe z jedną niewiadomą;• rozwiązuje nierówność liniową z jedną niewiadomą;• zaznacza zbiór rozwiązań nierówności liniowej na osi liczbowej;• potrafi określać liczbę rozwiązań równania liniowego;	<ul style="list-style-type: none">• potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą;• układa równanie lub nierówność do zadania tekstowego;• wyznacza dziedzinę równania lub nierówności ułożonej do zadania tekstowego;
19.	Rozwiązywanie zadań tekstowych z wykorzystaniem równań liniowych	2		<ul style="list-style-type: none">• potrafi rozwiązywać zadania tekstowe• potrafi układać zadania tekstowe do podanych równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą
20.	Równania liniowe z parametrem	2	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie różnicę między zmienną i parametrem	<ul style="list-style-type: none">• potrafi określać liczbę rozwiązań równania liniowego w zależności od parametru; przeprowadza dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem
21.	Definicja wartości bezwzględnej. Interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej, Rozwiązywanie równań z wartością bezwzględną. Rozwiązywanie nierówności z wartością bezwzględną.	4	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną;• zaznacza na osi liczbowej liczby o danej wartości bezwzględnej,• określa wartość bezwzględną danej liczby;• wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej;	<ul style="list-style-type: none">• stosuje wzór $\sqrt{x^2} = x$ do upraszczania wyrażeń;• wyznacza zbiory zdefiniowane przez warunek z wartością bezwzględną;• wyznacza zbiór rozwiązań równania postaci $x - a = b$;• zaznacza na osi liczbowej



			<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej; 	<p>zbiory opisane przez warunki:</p> $ x < a$, $ x > a$, $ x \leq a$, $ x \geq a$; <ul style="list-style-type: none"> zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu: $x - a = b$, $x - a > b$, $x - a < b$. zamienia nierówność $x - a < b$ na koniunkcję nierówności bez wartości bezwzględnej; zamienia nierówność $x - a > b$ na alternatywę nierówności bez wartości bezwzględnej.
22.	Powtórzenie wiadomości z zakresu zbiorów	2	<ul style="list-style-type: none"> potrafi posługiwać się umiejętnościami podstawowymi z całego działu; 	<ul style="list-style-type: none"> potrafi posługiwać się umiejętnościami ponadpodstawowymi z całego działu;
23.	Praca klasowa i omówienie jej wyników	2	<ul style="list-style-type: none"> potrafi posługiwać się umiejętnościami ponadpodstawowymi z całego działu; 	
III FUNKCJE 20 h				
24.	Pojęcie funkcji i sposoby jej opisu. Przykłady wykresów funkcji liczbowych	2	<ul style="list-style-type: none"> odróżnia przyporządkowania będące funkcjami od takich, które nimi nie są; sporządza graf ilustrujący funkcję; określa funkcję za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego; zna różne sposoby przedstawiania funkcji; rozpoznaje na rysunku wykresy funkcji $f(x) = x^2$, $f(x) = \frac{1}{x}$, $f(x) = x$, $f(x) = \sqrt{x}$; rozdziela krzywe mogące być wykresami funkcji od tych, które nimi być nie mogą; oblicza brakujące współrzędne punktów należących do wykresu danej funkcji; 	<ul style="list-style-type: none"> podaje przykłady przyporządkowań będących funkcjami oraz takich, które nimi nie są; sprawdza, czy dana wielkość jest wartością danej funkcji; podaje zależności funkcyjne w otaczającej nas rzeczywistości;
25.	Definicja miejsca zerowego funkcji. Definicja dziedziny funkcji.	2	<ul style="list-style-type: none"> wie, co to jest dziedzina wyrażenia zawierającego zmienną; zna i rozumie pojęcie dziedziny funkcji; wyznacza dziedzinę funkcji danej wzorem; zna i rozumie pojęcie miejsca zerowego funkcji; 	<ul style="list-style-type: none"> wyznacza dziedzinę funkcji, uwzględniając ograniczenia inne niż wynikające ze wzoru; wyznacza dziedzinę wyrażenia zawierającego zmienną będącego postaci



			<ul style="list-style-type: none"> • formułuje ograniczenia na dziedzinę wyrażenia zawierającego zmienną, gdy zmienna występuje w mianowniku ułamka lub pod pierwiastkiem stopnia drugiego; • wyznacza dziedzinę wyrażenia zawierającego zmienną, będącego w postaci $\sqrt{x-a}$, $\frac{1}{x-a}$, • oblicza wartość wyrażenia dla danego elementu z dziedziny, 	$\frac{\sqrt{x+a}}{\sqrt{x-b}}, \frac{1}{x^2-a},$ <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza dziedzinę funkcji wynikającą z koniunkcji warunków; • wyznacza dziedzinę funkcji postaci $y = \frac{1}{ax^2+bx+c}$, $y = \sqrt{ax^2+bx+c}$;
26.	Ćwiczenia w rysowaniu wykresu funkcji określonej przedziałami. (kawałkami liniowej)	2	<ul style="list-style-type: none"> • sporządza wykresy funkcji określonych wzorami: $f(x)=x^2$, $f(x)=\frac{1}{x}$, $f(x)= x$; • zna pojęcie funkcji kawałkami liniowej; • rysuje wykres funkcji kawałkami liniowej; • odczytuje z wykresu, kiedy funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie, a kiedy ujemne; • sporządza wykres funkcji spełniającej podane warunki; 	<ul style="list-style-type: none"> • rysuje wykresy funkcji określonej przedziałami; • wyznacza miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej; • oblicza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji kawałkami liniowej z osiami układu współrzędnych; • ustala metodami rachunkowymi kiedy, funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości ujemne, a kiedy dodatnie; • wyznacza zbiór wartości funkcji kawałkami liniowej;
27.	Odczytywanie własności funkcji z jej wykresu.	2	<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznaje funkcje różnowartościowe i nieróżnowartościowe na podstawie wykresu; • odczytuje z wykresu miejsca zerowe funkcji; • odczytuje z wykresu wartość najmniejszą i największą funkcji w danym zbiorze; • wyznacza zbiór wartości funkcji na podstawie wykresu; • odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę i zbiór wartości, miejsca zerowe, • odczytuje z wykresu funkcji: maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie, maleje, ma stały znak; 	<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznaje funkcje różnowartościowe i nieróżnowartościowe na podstawie wykresu; • odczytuje z wykresu miejsca zerowe funkcji; • odczytuje z wykresu wartość najmniejszą i największą funkcji w danym zbiorze; • wyznacza zbiór wartości funkcji na podstawie wykresu; • <i>odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę i zbiór wartości, miejsca zerowe,</i> • <i>odczytuje z wykresu funkcji: maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie, maleje, ma stały znak;</i>



28.	Przesuwanie wykresu funkcji wzdłuż osi układu współrzędnych.	1	<ul style="list-style-type: none">• przesuwają wykresy funkcji wzdłuż osi układu współrzędnych;• <i>potrafi na podstawie wykresu funkcji $y=f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y=f(x-a)$, $y=f(x)+b$</i>	<ul style="list-style-type: none">• określa przesunięcia wykresu na podstawie wzoru funkcji;• ustala kolejność przekształceń wykresu na podstawie wzoru;
29.	Wektory w układzie współrzędnych. Długość wektora. Równość wektorów	2	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie pojęcie wektora;• wyznacza współrzędne wektora;• oblicza długość wektora;• potrafi porównywać wektory;	<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje zadania z wykorzystaniem wektorów• interpretuje geometrycznie działania na wektorach• oblicza współrzędne oraz długość wektora;
30.	Działania na wektorach	2	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie sposób wykonywania działań na wektorach;	<ul style="list-style-type: none">• wykonuje podstawowe działania na wektorach.• dodaje i odejmuje wektory oraz mnoży je przez liczbę• interpretuje geometrycznie działania na wektorach;
31.	Przesuwanie wykresu funkcji o wektor	2	<ul style="list-style-type: none">• potrafi przesuwać wykresy funkcji o wektor;	<ul style="list-style-type: none">• ustala wzór funkcji na podstawie przesuniętego wykresu,• potrafi sporządzić wykres funkcji $y = f(x - a) + b$;• stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji;
32.	Przekształcanie wykresu funkcji przez symetrię względem osi układu współrzędnych i względem początku układu symetrii	1	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie zasady symetrii w układzie współrzędnych;• <i>potrafi na podstawie wykresu funkcji $y=f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(-x)$, $y = -f(x)$</i>	<ul style="list-style-type: none">• potrafi sporządzać wykresy funkcji: $y = -f(-x)$ na podstawie danego wykresu funkcji $y = f(x)$;
33.	Inne przekształcenia wykresów	1	<ul style="list-style-type: none">• potrafi zaznaczać punkty w układzie współrzędnych przy wykorzystaniu wartości bezwzględnej;	<ul style="list-style-type: none">• rysuje wykresy funkcji $y = f(x)$, $y = f(x)$;
34.	Powtórzenie wiadomości z zakresu funkcji.	1	<ul style="list-style-type: none">• potrafi posługiwać się umiejętnościami podstawowymi z całego działu;	<ul style="list-style-type: none">• potrafi posługiwać się umiejętnościami ponadpodstawowymi z całego działu;
35.	Praca klasowa i omówienie jej wyników.	2	<ul style="list-style-type: none">• wykorzystuje swoją wiedzę i umiejętności w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji• ocenia swoje osiągnięcia i braki;	
IV FUNKCJA LINIOWA 16 h				
36.	Funkcja liniowa i jej własności.	2	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie definicję i własności funkcji liniowej;• wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej;• zna interpretację	<ul style="list-style-type: none">• ustala dziedzinę i zbiór wartości zależności liniowej opisanej słownie;• odróżnia zależność liniową między zmiennymi



			<p>parametrów a i b we wzorze $f(x)=ax+b$;</p> <ul style="list-style-type: none">• rozpoznaje wykres funkcji liniowej;• rysuje wykres funkcji liniowej na podstawie informacji o dwóch punktach, które do niego należą;• określa na podstawie wzoru monotoniczność funkcji liniowej;• oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu;• sprawdza, czy do wykresu funkcji liniowej należy punkt o danych współrzędnych;• ustala, kiedy funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie oraz kiedy przyjmuje wartości ujemne;• ustala na podstawie wzoru, czy funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, czy stała;• oblicza brakującą współrzędną punktu należącego do wykresu danej funkcji liniowej;• rozpoznaje na podstawie wzoru, czy wykres funkcji liniowej przechodzi przez początek układu współrzędnych;• podaje przykłady wzorów opisujących funkcje liniowe rosnące oraz wzorów opisujących funkcje liniowe malejące;	<p>od innych zależności;</p> <ul style="list-style-type: none">• sporządza wykres funkcji liniowych;• wyznacza wzór funkcji liniowej;
37.	Równanie prostej na płaszczyźnie. Współczynnik kierunkowy prostej	2	<ul style="list-style-type: none">• potrafi przedstawić graficznie równanie liniowe z dwiema niewiadomymi;• zna i rozumie wzór na współczynnik kierunkowy prostej;• wykorzystuje pojęcie układu współrzędnych na płaszczyźnie;• podaje równanie prostej w postaci $Ax+By+C=0$ lub $y=ax+b$ mając dane dwa jej punkty lub punkt i współczynnik kierunkowy	<ul style="list-style-type: none">• potrafi wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty;
38.	Warunek prostopadłości i równoległości prostych.	2	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie warunek prostopadłości prostych• bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie warunek prostopadłości prostych• bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;

39.	Równanie prostej zawierającej środkową trójkąta.	2	<ul style="list-style-type: none"> • posługuje się własnościami środkowych boku trójkąta; • zna i rozumie wzór na środek odcinka w układzie współrzędnych; • zna pojęcie środka ciężkości trójkąta; • zna twierdzenie o środkowych w trójkącie, 	<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć równanie prostej zawierającej środkową trójkąta; • wyznacza współrzędne środka odcinka
40.	Równanie prostej zawierającej symetralną odcinka (boku trójkąta)	2	<ul style="list-style-type: none"> • posługuje się własnościami symetralnej odcinka; 	<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć równanie prostej zawierającej symetralną odcinka;
41.	Układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi.	2	<ul style="list-style-type: none"> • metodami algebraicznymi rozwiązuje układy równań liniowych, • interpretuje geometrycznie układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi; 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje układy równań liniowych metodą graficzną; • potrafi rozwiązać zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi; • potrafi układać zadania tekstowe do podanych układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
42.	Rozwiązywanie układów równań metoda wyznaczników.	1	<ul style="list-style-type: none"> • zna metodę wyznaczników do rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi; 	<ul style="list-style-type: none"> • stosuje metodę wyznaczników do rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
43.	Powtórzenie wiadomości z działu „funkcja liniowa”.	1	<ul style="list-style-type: none"> • potrafi posługiwać się umiejętnościami podstawowymi z całego działu; 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania i nierówności liniowe z parametrem; • potrafi posługiwać się umiejętnościami ponadpodstawowymi z całego działu;
44.	Praca klasowa i omówienie jej wyników	2	<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje swoją wiedzę i umiejętności w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji • ocenia swoje osiągnięcia i braki; 	
V FUNKCJA KWADRATOWA 23 h				
45.	Wykres funkcji $f(x) = ax^2$. Przesuwanie wykresu funkcji kwadratowej o wektor	1	<ul style="list-style-type: none"> • zna i rozumie definicję i własności funkcji kwadratowej oraz jej wykres; • rozpoznaje jednomian stopnia drugiego na podstawie wzoru; • rozpoznaje trójmian kwadratowy na podstawie wzoru; • zna nazwy związane z wykresem trójmianu kwadratowego (parabola, wierzchołek, ramiona); • ustala położenie wykresu 	<ul style="list-style-type: none"> • ustala wzór funkcji kwadratowej, której wykres jest symetryczny do wykresu danej funkcji kwadratowej względem osi x; • ustala własności funkcji kwadratowej (wartość najmniejszą lub największą, monotoniczność) na podstawie postaci kanonicznej; • ustala wzór funkcji kwadratowej mającej wykres symetryczny do



			<p>jednomianu stopnia drugiego na podstawie informacji o znaku współczynnika a we wzorze $f(x)=ax^2$;</p> <ul style="list-style-type: none">• rysuje wykres funkcji kwadratowej na podstawie jej postaci kanonicznej;• sprawdza czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej;• opisuje własności funkcji kwadratowej na podstawie jej wykresu;• wyznacza zbiór wartości funkcji kwadratowej;• ustala jaką jest postać kanoniczna funkcji kwadratowej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu;• określa przesunięcia wykresu na podstawie postaci kanonicznej funkcji kwadratowej;	<p>danego względem osi y;</p> <ul style="list-style-type: none">• sporządza wykresy funkcji kwadratowej;
46.	Postać ogólna i kanoniczna funkcji kwadratowej	2	<ul style="list-style-type: none">• zamienia postać kanoniczną lub iloczynową na postać ogólną;• rozpoznaje postaci trójmianu kwadratowego – ogólną, kanoniczną, iloczynową;• interpretuje wielkości p i q we wzorze $f(x)=a(x-p)^2+q$;• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli będącej wykresem funkcji $f(x)=ax^2+bx+c$;	<ul style="list-style-type: none">• zamienia postać ogólną na postać kanoniczną lub iloczynową;• wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli;
47.	Rozwiązywanie równań kwadratowych niepełnych	2	<ul style="list-style-type: none">• potrafi rozkładać na czynniki trójmian kwadratowy, gdy $b = 0$ lub $c = 0$• rozwiązuje równania kwadratowe;	<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje równania kwadratowe niepełne bez użycia wzorów na pierwiastki;
48.	Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.	2	<ul style="list-style-type: none">• zna wzór na wyróżnik trójmianu kwadratowego;• wie, w jaki sposób liczba pierwiastków zależy od wyróżnika trójmianu kwadratowego;• zna wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego;• odczytuje wartości pierwiastków na podstawie postaci iloczynowej;• potrafi wyznaczać miejsce zerowe funkcji kwadratowej;	<ul style="list-style-type: none">• wyprowadza wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego;• wyznacza miejsce zerowe funkcji kwadratowej
49.	Rozwiązywanie równań kwadratowych.	2	<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje równanie kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki;	<ul style="list-style-type: none">• potrafi graficznie rozwiązywać równania kwadratowe z jedną



			<ul style="list-style-type: none">• ustala liczbę rozwiązań równania kwadratowego;• rozwiązuje równania kwadratowe;	niewiadomą;
50.	Rozwiązywanie nierówności kwadratowych.	3	<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje nierówność kwadratową, jeśli $\Delta > 0$;• <i>rozwiązuje nierówności kwadratowe;</i>• <i>zapisuje rozwiązania w postaci sumy przedziałów;</i>	<ul style="list-style-type: none">• wyznacza zbiór rozwiązań nierówności kwadratowej, jeśli $\Delta \leq 0$;• rozwiązuje układy równań złożone z równania kwadratowego i liniowego;
51.	Rozwiązywanie równań sprowadzanych do równań kwadratowych.	2	<ul style="list-style-type: none">• wie, że w rozwiązywaniu niektórych równań można stosować zmienną pomocniczą;• <i>rozwiązuje równania kwadratowe;</i>	<ul style="list-style-type: none">• potrafi stosować zmienną pomocniczą do rozwiązywania równań;
52.	Zastosowanie funkcji kwadratowej do rozwiązywania różnorodnych problemów optymalizacyjnych	4	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie własności funkcji kwadratowej;• wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;	<ul style="list-style-type: none">• potrafi wykorzystać własności funkcji kwadratowej i jej wykresu do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych;• rozwiązuje zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do równań lub nierówności kwadratowych;• rozwiązuje zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym, prowadzące do badania funkcji kwadratowej;
53.	Układy równań prowadzące do równań kwadratowych	2		<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje układy równań prowadzące do równań kwadratowych
54.	Powtórzenie wiadomości działu dotyczącego funkcji kwadratowej.	1	<ul style="list-style-type: none">• potrafi posługiwać się umiejętnościami podstawowymi z całego działu;	<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje równania kwadratowe z wartością bezwzględną;• potrafi posługiwać się umiejętnościami ponadpodstawowymi z całego działu;
55.	Praca klasowa i omówienie jej wyników.	2	<ul style="list-style-type: none">• wykorzystuje swoją wiedzę i umiejętności w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji• ocenia swoje osiągnięcia i braki;	
VI. PLANIMETRIA 25 h				
56.	Miara kątów w trójkącie.	1	<ul style="list-style-type: none">• zna i stosuje twierdzenie o sumie miar kątów trójkąta;• sprawnie operuje pojęciami: kąt ostry, kąt prosty, kąt rozwarty, kąt półpełny, kąt pełny, kąty środkowe i naprzemianległe;• zna i rozumie pojęcie kąta przyległego, wierzchołkowego, naprzemianległego,	<ul style="list-style-type: none">• rysować przy pomocy cyrkla i linijki: proste prostopadłe, proste równoległe;



			odpowiadającego; • zna twierdzenie o sumie miar kątów czworokąta; • zna twierdzenie o sumie kątów trójkąta i wykorzystuje je do rozwiązywania zadań;	
57.	Cechy przystawiania trójkątów	1	• zna i rozumie cechy przystawiania trójkątów.	
58.	Cechy podobieństwa trójkątów.	1	• zna i rozumie cechy podobieństwa trójkątów;	• rozwiązuje zadania z treścią z wykorzystaniem podobieństwa trójkątów;
59.	Wykorzystywanie własności wielokątów podobnych.	2	• rozpoznaje na rysunku pary figur podobnych; • zna zależność między polami figur podobnych; • oblicza długości boków trójkątów podobnych na podstawie różnych danych; • wyznacza długości odpowiadających sobie odcinków figur podobnych;	• stosuje własności podobieństwa w rozwiązywaniu zadań; • wykorzystanie własności figur podobnych w zadaniach, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym;
60.	Twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem	1	• zna i rozumie twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem; • wskazuje odcinki proporcjonalne na ramionach kąta przeciętych prostymi równoległymi; • formułuje twierdzenie Talesa; • dzieli odcinek na daną liczbę równych części;	• potrafi budować odcinki długości x^2 , $\frac{1}{x}$ przy danym x ; • dzieli odcinek w zadanym stosunku; • rozwiązuje zadania z treścią z wykorzystaniem twierdzenia Talesa;
61.	Rozwiązywanie zadań z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa	2	• rozwiązuje trójkąty prostokątne przy różnych danych, z nich,	• rozwiązuje zadania z treścią z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa; • potrafi budować odcinki długości $\sqrt{x^2 + 1}$ przy danym x ,
62.	Funkcje trygonometryczne kąta ostrego.	2	• zna i rozumie definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym; • zna wartości funkcji trygonometrycznych katów 30° , 45° , 60° ; • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych bokach; • konstruuje kąty o zadanej wartości funkcji trygonometrycznej.	• wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla katów ostrych
63.	Równania trygonometryczne kąta	1	• <i>rozwiązuje równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\tan x = a$, dla $0^\circ < x < 90^\circ$</i>	



64.	Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych.	2	<ul style="list-style-type: none">znajduje w tablicach kąt o danej wartości funkcji trygonometrycznej;odczytuje z tablic przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta;	<ul style="list-style-type: none">zna i rozumie związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem funkcji trygonometrii;
65.	Związki między funkcjami trygonometrycznymi	2	<ul style="list-style-type: none">wie co to są tożsamości trygonometryczne;stosuje proste związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego;znając wartość jednej z funkcji trygonometrycznych, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego;	<ul style="list-style-type: none">wykorzystuje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta do rozwiązywania zadań;
66.	Zastosowanie funkcji trygonometrycznych	2	<ul style="list-style-type: none">potrafi stosować funkcje trygonometryczne przy obliczaniu długości boków figur płaskich;	<ul style="list-style-type: none">zna i rozumie związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem funkcji trygonometrii;znajduje związki miarowe w figurach płaskich, w tym z zastosowaniem trygonometrii, również w zadaniach umieszczonych w kontekście praktycznym;
67.	Metody obliczania pola trójkąta.	2	<ul style="list-style-type: none">rozdziela trójkąty równoboczne i równoramienne wśród różnych trójkątów;zna i stosuje wzory na pole trójkąta;	
68.	Obliczanie pola i obwodu czworokąta.	2	<ul style="list-style-type: none">zna i rozumie pojęcie kwadratu, prostokąta, równoległoboku, rombu, trapezu, deltoidu;oblicza pola wyżej wymienionych czworokątów;stosuje podział na trójkąty i czworokąty przy obliczaniu pól figur;	<ul style="list-style-type: none">uzasadnia wzór na liczbę przekątnych wielokąta wypukłego,
69.	Obliczanie pola koła i długości łuku.	2	<ul style="list-style-type: none">odróżnia na rysunku wycinek kołowy, odcinek kołowy;nazywa i wskazuje średnicę, cięciwę i promień na rysunku koła;rozumie różnicę między okręgiem a kołem;	<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje różne zadania wykorzystując wzory na pola i obwody figur;



70.	Sprawdzian wiadomości	2	<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje swoją wiedzę i umiejętności w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji • ocenia swoje osiągnięcia i braki; 	
VII WIELOMIANY 14 h				
71.	Definicja jednomianu i wielomianu. Dodawanie i odejmowanie wielomianów. Działania na wielomianach. Ćwiczenia w wykonywaniu działań na wielomianach i jednomianach.	2	<ul style="list-style-type: none"> • zna i rozumie definicję: jednomian, wielomian, wielomian jednej zmiennej x; • ustala, czy dane wyrażenie jest jednomianem; • ustala, czy dane jednomiany są podobne; • porządkuje wielomian; • oblicza wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej; • określa stopień jednomianu jednej zmiennej oraz wielu zmiennych; • określa stopień wielomianu; • zna i rozumie definicję pierwiastka wielomianu; • sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem danego wielomianu; • ustala, czy wielomiany są równe; • • dodaje odejmuje i mnoży wielomiany 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza stopień wielomianu w zależności od parametru • oblicza współczynniki mając dane jego wartości
72.	Zastosowanie wzorów skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych.	1	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Postuguje się wzorami skróconego mnożenia</i> $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, a^2-b^2, $(a \pm b)^3$, $a^3 \pm b^3$; 	<ul style="list-style-type: none"> • potrafi stosować wzory skróconego mnożenia sześciennie;
73.	Działania na wyrażeniach algebraicznych – wyłączanie czynnika przed nawias. Metody rozkładu wielomianów na czynniki.	2	<ul style="list-style-type: none"> • rozkłada wielomian na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia, • rozkłada wielomian na czynniki stosując grupowanie wyrazów; • rozkłada wielomian na czynniki stosując wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias 	<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory $k^3 - s^3 = (k - s)(k^2 + ks + s^2)$, $k^3 + s^3 = (k + s)(k^2 - ks + s^2)$ do rozkładania wielomianu na czynniki; • potrafi stosować wzory skróconego mnożenia sześciennie do rozkładu wielomianu na czynniki;
74.	Rozwiązywanie równań wielomianowych. Pojęcie pierwiastka wielomianu. Obliczanie pierwiastków wielomianu.	2	<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać równania stopnia trzeciego z jedną niewiadomą poprzez rozkład na czynniki stosując: wyłączanie przed nawias wspólnego czynnika, grupowanie wyrazów i wzory skróconego mnożenia; • sprowadza równanie wielomianowe do postaci $W(x) = 0$; • zna i rozumie sposoby 	



			rozwiązywania równań wielomianowych; <ul style="list-style-type: none"> • ustala krotność pierwiastka wielomianu danego w postaci iloczynowej; • rozwiązuje równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki; 	
75.	Dzielenie wielomianów przez dwumian.	1		<ul style="list-style-type: none"> • wykonuje dzielenie wielomianu przez dwumian $x - a$; • stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian
76.	Rozkładanie wielomianów na czynniki z wykorzystaniem twierdzenia Bézouta.	1	<ul style="list-style-type: none"> • zna i rozumie twierdzenie Bézouta; 	<ul style="list-style-type: none"> • zna i stosuje twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu; • wykorzystuje twierdzenie Bézouta do rozkładania wielomianu na czynniki;
77.	Przykłady wykresów funkcji wielomianowych.	1	<ul style="list-style-type: none"> • potrafi szkicować wykres funkcji wielomianowej; 	
78.	Równania i nierówności wielomianowe.	1	<ul style="list-style-type: none"> • zna i rozumie sposoby rozwiązywania równań i nierówności wielomianowych • rozwiązuje nierówności wielomianowe wykorzystując tw. Bézouta. 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania wielomianowe, w tym równania dwukwadratowe; • stosuje twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych;
79.	Podsumowanie wiadomości o wielomianach.	1	<ul style="list-style-type: none"> • potrafi posługiwać się umiejętnościami podstawowymi z całego działu; 	<ul style="list-style-type: none"> • potrafi posługiwać się umiejętnościami ponadpodstawowymi z całego działu;
80.	Praca klasowa i omówienie jej wyników.	2	<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje swoją wiedzę i umiejętności w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji • ocenia swoje osiągnięcia i braki; 	
VIII FUNKCJE WYMIERNE 17h				
81.	Wielkości proporcjonalne Proporcjonalność odwrotna.	2	<ul style="list-style-type: none"> • sporządza wykres proporcjonalności prostej i odwrotnej; 	<ul style="list-style-type: none"> • potrafi zastosować proporcjonalność prostą i odwrotną w rozwiązywaniu zadań; • ustala, które zmienne we wzorze są wprost proporcjonalne, a które odwrotnie proporcjonalne;
82.	Wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ i jej własności	1	<ul style="list-style-type: none"> • odróżnia wyrażenia wymierne od innych wyrażeń algebraicznych; • wyznacza dziedzinę funkcji wymiernej z jedną niewiadomą; • oblicza wartość danego wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej; 	<ul style="list-style-type: none"> • rozumie różnicę między funkcjami $f(x) = \frac{x}{x}, a g(x) = 1,$



			<ul style="list-style-type: none"> • zna nazwy związane z wykresem funkcji wymiernej (hiperbola, asymptoty); • oblicza wartość danej funkcji wymiernej dla danego argumentu; • odczytuje własności proporcjonalności odwrotnej; 	
83.	Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ o wektor.	1	<ul style="list-style-type: none"> • zna i rozumie zasadę przesuwania wykresu funkcji o wektor; 	<ul style="list-style-type: none"> • potrafi przesuwać wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ o wektor
84.	Definicja funkcji homograficznej.	2	<ul style="list-style-type: none"> • zna i rozumie definicję funkcji homograficznej i jej własności; • określa przesunięcia wykresu funkcji homograficznej na podstawie kanonicznej postaci wzoru; • przekształca wzór $f(x) = \frac{k}{x-p} + q$ do postaci $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ dla danych wartości k, p i q; • szkicuje wykres funkcji homograficznej określonej wzorem $f(x) = \frac{k}{x-p} + q$; • wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji homograficznej z osiami układu współrzędnych; • ustala wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu; 	<ul style="list-style-type: none"> • przekształca wzór $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ do postaci $f(x) = \frac{k}{x-p} + q$ dla danych wartości a, b, c, d; • wyznacza zbiór wartości funkcji homograficznej określonej wzorem $f(x) = \frac{k}{x-p} + q$; • wyznacza zbiór, w którym funkcja homograficzna przyjmuje wartości dodatnie i zbiór, w którym przyjmuje ona wartości ujemne; • wyznacza zbiór wartości funkcji homograficznej metodami rachunkowymi;
85.	Dziedzina wyrażeń wymiernych. Obliczanie wartości wyrażenia wymiernego.	2	<ul style="list-style-type: none"> • skraca i rozszerza wyrażenia wymierne • oblicza wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej • wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzać do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych za pomocą znanych przekształceń; 	<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, czy wyrażenia wymierne zależne od tej samej zmiennej są równe; • wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego, stosując wzory $k^3 - s^3 = (k-s)(k^2 + ks + s^2)$, $k^3 + s^3 = (k+s)(k^2 - ks + s^2)$ oraz rozkład wielomianu na czynniki,



86.	Przekształcanie wyrażeń wymiernych.	3	<ul style="list-style-type: none">● sprowadza dane wyrażenie wymierne do wspólnego mianownika będącego iloczynem mianowników;● wykorzystuje wzór $k^2 - s^2 = (k - s)(k + s)$ do wyznaczania dziedziny wyrażenia wymiernego;● mnoży i dzieli wyrażenia wymierne i wynik sprowadza do najprostszej postaci;● ustala najprostszy wspólny mianownik dla wyrażeń wymiernych z jedną niewiadomą (w prostych przypadkach);● zna i rozumie zasady wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych;	<ul style="list-style-type: none">● dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne wynik sprowadza do najprostszej postaci;● wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego z dwiema niewiadomymi,
87.	Rozwiązywanie równań wymiernych.	2	<ul style="list-style-type: none">● zna i rozumie zasadę rozwiązywania równań wymiernych;● rozwiązuje równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych np. $(x+1)/(x-3)=2$; $(x-1)/x=2x$;	<ul style="list-style-type: none">● zna i rozumie sposoby rozwiązywania równań i nierówności z funkcją homograficzną;● rozwiązuje równanie postaci $f(x) = m$, gdzie f jest funkcją homograficzną,● zna i rozumie metody rozwiązywania równań wymiernych.
88.	Rozwiązywanie nierówności wymiernych.	2	<ul style="list-style-type: none">● zna i rozumie zasadę rozwiązywania nierówności wymiernych;	<ul style="list-style-type: none">● zna i rozumie metody rozwiązywania nierówności wymiernych;● zna i rozumie sposoby rozwiązywania nierówności z funkcją homograficzną;
89.	Rozwiązywanie zadań tekstowych prowadzących do równań i nierówności wymiernych.	3	<ul style="list-style-type: none">● zna przykłady zastosowania wyrażeń wymiernych w zadaniach;● rozwiązuje zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych.● rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym związane z proporcjonalnością odwrotną;	<ul style="list-style-type: none">● stosuje proporcjonalność prostą i odwrotną w zadaniach tekstowych,● układa równanie lub nierówność do zadania tekstowego,● wyznacza dziedzinę równania lub nierówności ułożonej do zadania tekstowego,
90.	Powtórzenie wiadomości.	1	<ul style="list-style-type: none">● potrafi posługiwać się umiejętnościami podstawowymi z całego działu;	<ul style="list-style-type: none">● potrafi posługiwać się umiejętnościami ponadpodstawowymi z całego działu;
91.	Praca klasowa i omówienie jej wyników.	2	<ul style="list-style-type: none">● wykorzystuje swoją wiedzę i umiejętności w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji● ocenia swoje osiągnięcia i braki;	



IX FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE 7h			
92.	Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta	2	Potrafi wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta dowolnego na podstawie definicji.
93.	Kąt obrotu i miara łukowa kąta	1	Zna i rozumie co nazywamy kątem obrotu i miarą łukową kąta. Potrafi wyznaczyć kąt w mierze łukowej Zamienia z miary łukowej na miarę stopniową i na odwrót.
94.	Wzory redukcyjne.	1	Potrafi wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta dowolnego na wzorów.
95.	Wykresy funkcji sinus i cosinus	1	Potrafi naszkicować wykresy funkcji sinus i cosinus Odczytuje własności funkcji z wykresu.
96.	Wykresy funkcji tangens i cotangens	1	Potrafi naszkicować wykresy funkcji sinus i cosinus Odczytuje własności funkcji z wykresu
97.	Sprawdzian wiadomości.	1	<ul style="list-style-type: none">• wykorzystuje swoją wiedzę i umiejętności w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji• ocenia swoje osiągnięcia i braki;
X FUNKCJA WYKŁADNICZA I LOGARYTMY 15 h			
98.	Potęga o wykładniku naturalnym.	1	<ul style="list-style-type: none">• formułuje prawa działań na potęgach;• wykonuje działania na potęgach o wykładnikach naturalnych <ul style="list-style-type: none">• stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych
99.	Potęga o wykładniku całkowitym.	1	<ul style="list-style-type: none">• wykonuje działania na potęgach o wykładnikach całkowitych; <ul style="list-style-type: none">• stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach całkowitych
100.	Potęga o wykładniku wymiernym.	2	<ul style="list-style-type: none">• formułuje i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernym;• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych. <ul style="list-style-type: none">• wykonuje działania na potęgach o wykładnikach wymiernych;• uzasadnia prawa działań na potęgach;• zapisuje potęgę o wykładniku wymiernym za pomocą symbolu pierwiastka;• zna i rozumie definicję potęg o wykładniku wymiernym;• stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i rzeczywistych
101.	Wykresy funkcji wykładniczych.	2	<ul style="list-style-type: none">• sporządza wykres funkcji wykładniczych dla różnych podstaw rozwiązuje <ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym;
102.	Pojęcie logarytmu.	3	<ul style="list-style-type: none">• zna definicję logarytmu• stosuje w obliczeniach wzory na:• logarytm iloczynu,• logarytm ilorazu• logarytm potęgi o wykładniku naturalnym. <ul style="list-style-type: none">• stosuje wzór na logarytm potęgi• wzór na zamianę podstawy logarytmu.



103.	Własności logarytmu.	3	<ul style="list-style-type: none">• stosuje w obliczeniach wzory na: logarytm iloczynu, logarytm ilorazu logarytm potęgi o wykładniku naturalnym	
104.	Powtórzenie wiadomości.	1	<ul style="list-style-type: none">• potrafi posługiwać się umiejętnościami podstawowymi z całego działu;	<ul style="list-style-type: none">• potrafi posługiwać się umiejętnościami ponadpodstawowymi z całego działu;• rozwiązuje zadania wymagające łączenia wielu elementów wiedzy;
105.	Praca klasowa i omówienie jej wyników.	2	<ul style="list-style-type: none">• wykorzystuje swoją wiedzę i umiejętności w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji• ocenia swoje osiągnięcia i braki;	
XI CIĄGI 24 h				
106.	Pojęcie ciągu liczbowego.	1	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie definicję ciągu liczbowego;• określa ciąg wzorem ogólnym;• wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;• sprawdza, czy dana wielkość jest wartością wyrazu danego ciągu;	<ul style="list-style-type: none">• potrafi wyznaczyć wzór ogólny ciągu na podstawie kilku kolejnych liczb;
107.	Metody określania ciągu.	1	<ul style="list-style-type: none">• potrafi zauważyć zależności rekurencyjne danego ciągu	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie przykłady ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie;
108.	Badanie monotoniczności ciągu	2	<ul style="list-style-type: none">• potrafi podać własności ciągu na podstawie jego wykresu;• zaznacza w układzie współrzędnych punkty należące do wykresu ciągu;• rozpoznaje ciągi rosnące, malejące, nierosnące, niemalejące, nie monotoniczne na podstawie wykresu;	<ul style="list-style-type: none">• potrafi badać monotoniczność ciągu z definicji.;• podaje przykłady ciągów rosnących, malejących, nie monotonicznych;
109.	Definicja ciągu arytmetycznego.	3	<ul style="list-style-type: none">• rozpoznaje ciągi arytmetyczne na podstawie wykresu;• wyznacza różnicę danego ciągu arytmetycznego;• potrafi zbadać, czy dany wzorem ciąg jest arytmetyczny;• zna wzór na wyraz ogólny ciągu arytmetycznego;• oblicza wartość wyrazu środkowego, wykorzystując średnią arytmetyczną;• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego na podstawie wzoru,	<ul style="list-style-type: none">• ustala wzór na wyraz ogólny ciągu arytmetycznego na podstawie informacji o wartościach dwóch jego wyrazów,• bada czy dany ciąg jest arytmetyczny;• stosuje wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego;



			<ul style="list-style-type: none">• bada monotoniczność ciągu przez analizę różnicy $a_{n+1} - a_n$;	
110.	Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.	3	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;• stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;	
111.	Definicja ciągu geometrycznego.	3	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie wzór na wyraz ogólny ciągu geometrycznego;• potrafi zbadać, czy dany wzorem ciąg jest geometryczny;• wyznacza iloraz danego wzorem ciągu geometrycznego;• stosuje wzór na n-ty wyraz ciągu	<ul style="list-style-type: none">• stosuje wzór na sumę n wyrazów ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań;• wykorzystuje średnią geometryczną do obliczania wyrazu środkowego;• sprawdza monotoniczność ciągu geometrycznego przez badanie ilorazu $\frac{a_{n+1}}{a_n}$;• rozpoznaje ciągi geometryczne na podstawie wzoru;• ustala wzór ciągu geometrycznego na podstawie np. wartości dwóch jego wyrazów lub wartości jednego wyrazu i ilorazu;• rozwiązuje zadania tekstowe, w których występują jednocześnie ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne;• określa monotoniczność ciągu geometrycznego;• bada czy dany ciąg jest geometryczny;
112.	Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	2	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie wzór na sumę n wyrazów ciągu geometrycznego;	<ul style="list-style-type: none">• stosuje wzór na sumę n wyrazów ciągu geometrycznego w prostych przypadkach;
113.	Zastosowanie własności ciągów do rozwiązywania zadań.	3		<ul style="list-style-type: none">• stosuje wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego lub geometrycznego oraz na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego lub geometrycznego umieszczone w kontekście praktycznym;
114.	Zastosowanie procentu składanego.	2	<ul style="list-style-type: none">• wie co to jest procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów;• oblicza zysk z lokaty przy rocznej kapitalizacji odsetek	<ul style="list-style-type: none">• oblicza podatek od zysków z oszczędności na podstawie informacji o stopie procentowej i okresach kapitalizacji



			<p>i danej, stałej stopie procentowej;</p> <ul style="list-style-type: none"> rozumie ideę funkcjonowania banku; oblicza zyski z lokaty na podstawie informacji o oprocentowaniu i okresach kapitalizacji odsetek; 	<p>odsetek;</p> <ul style="list-style-type: none"> ustala, jakie jest oprocentowanie lokaty na podstawie informacji o okresach kapitalizacji oraz odsetkach; stosować procent składany w zadaniach i pojąć decyzję na podstawie obliczeń; dostrzega związek wzoru na procent składany z ciągiem geometrycznym; oblicza koszt kredytu na podstawie informacji o planie spłat;
115.	Powtórzenie materiału.	2	<ul style="list-style-type: none"> dostrzega ciągi arytmetyczne i geometryczne w otaczającej rzeczywistości; 	<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, które wyrazy danego ciągu należą do danego przedziału; dostrzega ciąg arytmetyczny lub geometryczny w zadaniach tekstowych;
116.	Praca klasowa i omówienie jej wyników.	2	<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje swoją wiedzę i umiejętności w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji ocenia swoje osiągnięcia i braki; 	
XII PLANIMETRIA 27 h				
117.	Odległość punktów w układzie współrzędnych.	3	<ul style="list-style-type: none"> oblicza odległość punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej; oblicza obwody wielokątów o danych wierzchołkach; sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt; 	<ul style="list-style-type: none"> stosuje wektory do rozwiązywania zadań, a także do dowodzenia własności figur;
118.	Związek między współczynnikiem kierunkowym prostej, a kątem nachylenia prostej do osi OX.	2	<ul style="list-style-type: none"> rysuje wykres funkcji liniowej na podstawie informacji o kącie nachylenia wykresu do osi x i współrzędnych jednego punktu należącego do wykresu; zna interpretację współczynnika kierunkowego w równaniu prostej; wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dany punkt, nachylonej do osi x pod danym kątem; 	<ul style="list-style-type: none"> rozdziela na podstawie równania proste nachylone pod kątem prostym i proste nachylone pod kątem rozwartym do osi x; wyznacza kąt nachylenia prostej o danym równaniu do dodatniej półosi x;
119.	Odległość punktu od prostej.	2	<ul style="list-style-type: none"> zna i rozumie wzór na odległość punktu od prostej; 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza odległość punktu od prostej w układzie współrzędnych;
120.	Odległość dwóch prostych równoległych.	2	<ul style="list-style-type: none"> zna i rozumie sposób obliczania odległości między punktami; 	<ul style="list-style-type: none"> wyznacza odległość prostych równoległych;
121.	Okrąg w układzie współrzędnych.	3	<ul style="list-style-type: none"> wyznacza równanie okręgu o danym środku i promieniu <i>posługuje się równaniem okręgu $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$</i> 	<ul style="list-style-type: none"> interpretuje parametry występujące w kanonicznej postaci równania okręgu; wyznacza równanie okręgu o danym środku stycznego do wyznaczonej osi układu współrzędnych;



122.	Wzajemne położenie prostej i okręgu oraz dwóch okręgów.	3	<ul style="list-style-type: none">• rozpoznaje prostą sieczną, styczną oraz zewnętrzną względem okręgu;• określa wzajemne położenie prostej i okręgu oraz dwóch okręgów;• ustala metodami rachunkowymi, jakie jest wzajemne położenie okręgów o danych równaniach	<ul style="list-style-type: none">• potrafi rysować przy pomocy cyrkla i linijki styczną do okręgu oraz okręgi styczne zewnętrznie lub wewnętrznie do danego okręgu;• potrafi rysować przy pomocy cyrkla i linijki styczną do dwóch okręgów;• rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia prostej i okręgu oraz dwóch okręgów;
123.	Kąty w okręgu.	2	<ul style="list-style-type: none">• zna pojęcia: kąt wpisany w okrąg, kąt środkowy w okręgu;• rozpoznaje kąt wpisany i kąt środkowy na rysunku;• zna zależność między miarą kąta wpisanego a miarą kąta środkowego opartego na tym samym łuku;	<ul style="list-style-type: none">• korzysta ze związków między kątem środkowym, kątem wpisanym i kątem między styczną a cięciwą okręgu;
124.	Okrąg wpisany w trójkąt..	3	<ul style="list-style-type: none">• zna pojęcie dwusiecznej kąta;• zna pojęcie okręgu wpisanego w wielokąt;• konstruuje dwusieczną kąta;• wyznacza środek okręgu wpisanego w trójkąt;• posługuje się własnościami dwusiecznej kąta;	<ul style="list-style-type: none">• wykorzystuje własność dwusiecznej kąta do rozwiązywania zadań; wyznacza środek ciężkości
125.	Okrąg opisany na trójkącie.	2	<ul style="list-style-type: none">• zna pojęcie okręgu opisanego na wielokącie;• wyznacza środek okręgu opisanego na trójkącie;	<ul style="list-style-type: none">• wykorzystuje własność symetralnej odcinka do rozwiązywania zadań;
126.	Czworokąty wypukłe.	3	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie pojęcia kąt wklęsły, kąt wypukły;• zna i rozumie własności czworokątów wypukłych;• zna i rozumie pojęcia kąt wklęsły, kąt wypukły;• wskazuje wierzchołki, boki, przekątne na rysunku wielokąta;• rozpoznaje wielokąty wypukłe i niewypukłe na rysunku;	<ul style="list-style-type: none">• formułuje definicje czworokątów;• znajduje związki miarowe w figurach płaskich, w tym z zastosowaniem trygonometrii, również w zadaniach umieszczonych w kontekście praktycznym;
127.	Powtórzenie wiadomości.	2	<ul style="list-style-type: none">• potrafi posługiwać się umiejętnościami podstawowymi z całego działu;	<ul style="list-style-type: none">• potrafi posługiwać się umiejętnościami ponadpodstawowymi z całego działu;• rozwiązuje zadania wymagające łączenia wielu elementów wiedzy;
128.	Praca klasowa i omówienie jej wyników.	2	<ul style="list-style-type: none">• potrafi wykorzystać swoją wiedzę i umiejętności z całego działu;• potrafi ocenić swoje osiągnięcia i braki;	
XIII RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA 16 h				
129.	Reguła mnożenia.	1	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie regułę mnożenia;• zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych;• stosuje regułę mnożenia;	<ul style="list-style-type: none">• potrafi obliczyć ilość możliwych wyników doświadczenia losowego stosując regułę mnożenia;



130.	Permutacje. Definicja symbolu $n!$.	2	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie definicję permutacji;• wie jak obliczać liczbę permutacji;• zna i rozumie definicję symbolu $n!$;• zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych;• stosuje regułę mnożenia;	<ul style="list-style-type: none">• potrafi obliczać liczbę permutacji zbioru n-elementowego;• tworzy informację na podstawie analizy problemu
131.	Wariacje bez powtórzeń.	2	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie definicję wariacji bez powtórzeń;• zna i rozumie twierdzenie dotyczące obliczania liczby wariacji bez powtórzeń;• zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych;• stosuje regułę mnożenia;	<ul style="list-style-type: none">• potrafi obliczać liczbę wariacji bez powtórzeń;• tworzy informację na podstawie analizy problemu
132.	Wariacje z powtórzeniami.	2	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie definicję wariacji z powtórzeniami;• zna i rozumie twierdzenie dotyczące obliczania liczby wariacji z powtórzeniami;• zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych;• stosuje regułę mnożenia;	<ul style="list-style-type: none">• potrafi obliczać liczbę wariacji z powtórzeniami;• tworzy informację na podstawie analizy problemu
133.	Kombinacje. Symbol Newtona.	3	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie definicję kombinacji;• zna i rozumie twierdzenie dotyczące obliczania liczby kombinacji;• zna i rozumie symbol Newtona;• zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych;	<ul style="list-style-type: none">• potrafi obliczać liczbę kombinacji;• tworzy informację na podstawie analizy problemu
134.	Rozwiązywanie zadań z kombinatoryki.	1	<ul style="list-style-type: none">• potrafi rozróżniać wzory na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji;	<ul style="list-style-type: none">• potrafi argumentować i prowadzić rozumowania typu matematycznego przy rozwiązywaniu zadań z kombinatoryki;• tworzy informację na podstawie analizy problemu
135.	Sprawdzian wiadomości	2	<ul style="list-style-type: none">• wykorzystuje swoją wiedzę i umiejętności w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji• ocenia swoje osiągnięcia i braki;	
136.	Zdarzenia losowe.	1	<ul style="list-style-type: none">• zna i rozumie definicję zdarzenia losowego;• zna i rozumie pojęcie przestrzeni zdarzeń elementarnych;	<ul style="list-style-type: none">• potrafi określać zbiór zdarzeń elementarnych;• wykonuje działania na zdarzeniach;• zna i rozumie pojęcie częstości zdarzeń;• tworzy informację na podstawie analizy problemu



137.	Prawdopodobieństwo klasyczne.	3	<ul style="list-style-type: none"> zna i rozumie klasyczną definicję prawdopodobieństwa; wykorzystuje własności prawdopodobieństwa i stosuje twierdzenie znane jako „klasyczna definicja prawdopodobieństwa” do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń; 	<ul style="list-style-type: none"> stosuje definicję prawdopodobieństwa do rozwiązywania problemu matematycznego; tworzy informację na podstawie analizy problemu
138.	Rozkład prawdopodobieństwa.	1	<ul style="list-style-type: none"> zna i rozumie definicję rozkładu prawdopodobieństwa; zna i rozumie określenie zdarzenia jednakowo prawdopodobne; 	<ul style="list-style-type: none"> stosuje definicję prawdopodobieństwa do rozwiązywania problemu matematycznego; potrafi przedstawiać rozkład prawdopodobieństwa; tworzy informację na podstawie analizy problemu
139.	Własności prawdopodobieństwa.	2	<ul style="list-style-type: none"> zna i rozumie własności prawdopodobieństwa; wykorzystuje sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa; 	<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań; tworzy informację na podstawie analizy problemu wykorzystując własności prawdopodobieństwa;
140.	Doświadczenia wieloetapowe.	2	<ul style="list-style-type: none"> zna i rozumie metodę „Drzewek” 	<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje metodę „Drzewek” do obliczania prawdopodobieństwa; tworzy informację na podstawie analizy problemu przy wykorzystaniu metody „Drzewek”;
141.	Powtórzenie wiadomości .	1	<ul style="list-style-type: none"> potrafi posługiwać się umiejętnościami podstawowymi z całego działu; 	<ul style="list-style-type: none"> potrafi posługiwać się umiejętnościami ponadpodstawowymi z całego działu;
142.	Praca klasowa i omówienie jej wyników.	2	<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje swoją wiedzę i umiejętności w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji ocenia swoje osiągnięcia i braki; 	
XIV ELEMENTY STATYSTYKI OPISOWEJ 8 h				
143.	Średnia arytmetyczna.	1	<ul style="list-style-type: none"> zna „rozumie i stosuje definicję średniej arytmetycznej; oblicza średnią arytmetyczną danych; 	<ul style="list-style-type: none"> tworzy informację na podstawie analizy problemu posługując się definicją średniej arytmetycznej; interpretuje te parametry dla danych empirycznych
144.	Mediana i dominanta.	1	<ul style="list-style-type: none"> zna, rozumie i stosuje pojęcie mediany i dominanty; oblicza medianę danych; 	<ul style="list-style-type: none"> tworzy informację na podstawie analizy problemu posługując się pojęciem mediana i dominanta; interpretuje te parametry dla danych empirycznych
145.	Wariancja i jej odchylenie standardowe.	2	<ul style="list-style-type: none"> zna, rozumie i stosuje definicję wariancji i odchylenia standardowego; oblicza odchylenie standardowe danych; 	<ul style="list-style-type: none"> tworzy informację na podstawie analizy problemu posługując definicją wariancji i odchylenia standardowego; interpretuje te parametry dla danych empirycznych;
146.	Definicja średniej ważonej.	1	<ul style="list-style-type: none"> zna, rozumie i stosuje definicję średniej ważonej; oblicza średnią ważoną danych; 	<ul style="list-style-type: none"> tworzy informację na podstawie analizy problemu posługując się definicją średniej ważonej; interpretuje te parametry dla danych empirycznych;



147.	Powtórzenie wiadomości.	1	<ul style="list-style-type: none">● potrafi posługiwać się umiejętnościami podstawowymi z całego działu;	<ul style="list-style-type: none">● potrafi posługiwać się umiejętnościami ponadpodstawowymi z całego działu;
148.	Praca klasowa i omówienie jej wyników.	2	<ul style="list-style-type: none">● wykorzystuje swoją wiedzę i umiejętności w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji● ocenia swoje osiągnięcia i braki;	
XV STEREOMETRIA 21 h				
149.	Graniastoslupy. Proste i płaski w przestrzeni.	2	<ul style="list-style-type: none">● rozdziła graniastoslupy;● potrafi określić wzajemne połozenie dwóch prostych w przestrzeni;● potrafi określić wzajemne połozenie prostej i płaski w przestrzeni; zna, rozumie i stosuje wzór na pole powierzchni całkowitej	<ul style="list-style-type: none">● potrafi rysować siatki graniastoslupów; sporządza rzut równoległy brył
150.	Odcinki w graniastoslupach.	2	<ul style="list-style-type: none">● potrafi zaznaczać przekątne w różnych graniastoslupach;	<ul style="list-style-type: none">● tworzy informację na podstawie analizy problemu posługując informacją o połozeniu odcinków w graniastoslupie;
151.	Pole powierzchni i objętość graniastoslupa.	2	<ul style="list-style-type: none">● zna, rozumie i stosuje wzór na pole powierzchni i objętość graniastoslupa;	<ul style="list-style-type: none">● tworzy informację na podstawie analizy problemu posługując się wzorem na objętość graniastoslupa i pole powierzchni;
152.	Ostrosłupy.	2	<ul style="list-style-type: none">● rozdziła ostrosłupy;● potrafi opisywać wzajemne połozenie krawędzi ścian ostrosłupa;● zna i rozumie pojęcie ostrosłupa prawidłowego;	<ul style="list-style-type: none">● tworzy siatki ostrosłupów
153.	Pole powierzchni całkowitej i objętość ostrosłupa.	2	<ul style="list-style-type: none">● zna, rozumie i stosuje wzór na pole powierzchni i objętość ostrosłupa;	<ul style="list-style-type: none">● tworzy informację na podstawie analizy problemu posługując się wzorem na pole powierzchni i objętość ostrosłupa;
154.	Kąt między prostą a płaski . Kąt dwuścienny.	2	<ul style="list-style-type: none">● zna i rozumie pojęcie kąta między prostą, a płaski;● wskazuje i oblicza kąty między ścianami i odcinkami takimi jak krawędzie przekątne wysokości;	<ul style="list-style-type: none">● tworzy informację na podstawie analizy problemu posługując pojęciem kąta między prostą a płaski;
155.	Własności walca.	2	<ul style="list-style-type: none">● zna i stosuje wzór na objętość walca i pole powierzchni całkowitej;● zna pojęcia: oś walca, wysokość walca, promień;	<ul style="list-style-type: none">● tworzy informację na podstawie analizy problemu posługując się własnościami walca;● wyznacza związki miarowe w bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii
156.	Własności stożka.	2	<ul style="list-style-type: none">● zna i stosuje wzór na objętość stożka i pole powierzchni całkowitej;● zna pojęcia: oś stożka, tworząca, wysokość stożka;	<ul style="list-style-type: none">● tworzy informację na podstawie analizy problemu posługując się własnościami stożka;● wyznacza związki miarowe w bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii;
157.	Własności kuli i sfery.	1	<ul style="list-style-type: none">● zna i rozumie pojęcia: kula, sfera, koło wielkie;	<ul style="list-style-type: none">● tworzy informację na podstawie analizy problemu posługując się własnościami kuli;



158.	Własności brył podobnych.	1	<ul style="list-style-type: none">• zna własności podobieństwa brył;	<ul style="list-style-type: none">• tworzy informację na podstawie analizy problemu posługując się podobieństwem brył;
159.	Bryły wpisane w kulę i opisane na kuli.	2	<ul style="list-style-type: none">• potrafi opisywać bryły w kulę;• potrafi opisywać kulę na bryłach;	<ul style="list-style-type: none">• tworzy informację na podstawie analizy problemu posługując się własnościami brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli;
160.	Przekroje wielościanów	2	<ul style="list-style-type: none">• potrafi zaznaczać na rysunku płaszczyzny przekroju brył;	<ul style="list-style-type: none">• tworzy informację na podstawie analizy problemu posługując się własnościami przekrojów brył;
161.	Powtórzenie materiału.	1	<ul style="list-style-type: none">• potrafi posługiwać się umiejętnościami podstawowymi z całego działu;	<ul style="list-style-type: none">• potrafi posługiwać się umiejętnościami ponadpodstawowymi z całego działu;
162.	Praca klasowa i omówienie jej wyników.	2	<ul style="list-style-type: none">• wykorzystuje swoją wiedzę i umiejętności w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji• ocenia swoje osiągnięcia i braki;	
163.	POWTÓRZENIE	15	Wykorzystuje zdobytą wiedzę i umiejętności do rozwiązywania zadań maturalnych.	

3 Procedury osiągnięcia celów

Wypracowanie pożądaných postaw edukacyjnych u uczniów jest jednym z najważniejszych zadań współczesnej szkoły. Dlatego, procedury ich osiągnięcia muszą być przejrzyste i realne do zrealizowania. Należy więc dobrać metody i formy pracy do potrzeb uczniów, przeprowadzając na wstępie diagnozę i rozpoznanie potrzeb uczniów.

3.1 Podział godzin lekcyjnych

(zgodny z ramowym planem nauczania w technikum mechanicznym)

Klasa I –zakres podstawowy

35 tygodni nauki (105 godzin) – 3 godziny tygodniowo

- I. Liczby rzeczywiste – 25 h
- II. Język matematyki – 21 h
- III. Funkcje – 20 h
- IV. Funkcja liniowa – 16 h
- V. Funkcja kwadratowa – 23 h

Klasa II – zakres podstawowy

35 tygodni nauki (72 godzin w tym 7 h do powtórzeń wybranych partii materiału) – 2 godziny tygodniowo

- VI. Planimetria – 25 h
- VII. Wielomiany – 14 h
- VIII. Funkcje wymierne – 17 h
- IX. Funkcje trygonometryczne – 7 h

Klasa III – zakres podstawowy

35 tygodni nauki (70 godzin w tym 5 h do powtórzeń wybranych partii materiału) – 2 godziny tygodniowo

- X. Funkcja wykładnicza i logarytmy – 14 h
- XI. Ciągi – 24 h
- XII. Planimetria – 27 h

Klasa IV – zakres podstawowy

26 tygodni nauki (52 godzin w tym 4 h do powtórzeń wybranych partii materiału) – 2 godziny tygodniowo

- XIII. Rachunek prawdopodobieństwa -25 h
- XIV. Elementy statystyki – 8h
- XV. Stereometria – 25 h
- XVI. Powtórzenie – 15 h



3.2 Formy pracy

Tabela 4. Formy pracy na lekcjach.

Formy pracy	Opis formy	
Praca zbiorowa	Nauczyciel pracuje z całą klasą „równym frontem”	
Praca indywidualna	Praca indywidualna jednolita	Takie samo zadanie wykonują wszyscy uczniowie.
	Praca indywidualna zróżnicowana	Uczniowie wykonują zadania specjalnie dla nich przeznaczone.
Praca grupowa	Praca grupowa jednolita	Wszystkie grupy uczniów realizują takie same zadania, a następnie porównuje się ich wyniki.
	Praca grupowa zróżnicowana	Grupy realizują różne zadania stanowiące pewną całość, a uzyskane wyniki prezentowane są na forum całej klasy.

Każda z wyżej przedstawionych form pracy odgrywa pozytywną rolę w kształceniu, pod warunkiem że jest planowana w zależności od celów, które chcemy osiągnąć. Jednak należy pamiętać, że nadużywanie pracy zbiorowej, powoduje spadek samodzielności i aktywności uczniów, a nadmiar pracy indywidualnej zwiększa różnice osiągnięć między uczniami. Najkorzystniejsza zatem jest praca w grupach, która rozwija umiejętność komunikowania się, a także wpływa korzystnie na aktywność uczniów. W efekcie wzrasta poziom kształcenia i osiągnięć.

Kształtowanie **kluczowych kompetencji** pociąga za sobą zmodyfikowanie tradycyjnej struktury lekcji.

Aby angażować uczniów w zdobywanie wiedzy, należy dokonać podziału lekcji na pięć etapów.

Celem **pierwszego** jest stworzenie sytuacji, w której temat zajęć jest przedstawiony w sposób jasny i aktywizujący. Aktywny udział nauczyciela pozwala na precyzyjne formułowanie celów, poleceń, tworzenie ram organizacyjnych (podział na grupy). Uczniowie angażują się w rozwiązywanie problemów.

Na **drugim** etapie uczniowie samodzielnie analizują otrzymane zadania. Dyskutują, analizują, negocjują, odnosząc się do wcześniej zdobytej wiedzy i doświadczeń. Stawiają hipotezy i analizują wątpliwości – badają. Nauczyciel na tym etapie pełni rolę obserwatora i słuchacza.

W **trzeciej** części zdobyta na drugim etapie wiedza zostaje uporządkowana i wykorzystana w sposób twórczy. Uczniowie przedstawiają własne propozycje rozwiązań. Ten etap zależy od współpracy uczniów, ich pomysłowości i zaangażowania. Następuje pogłębienie rozumienia problemu.

Następnym etapem, **czwartym**, jest prezentacja wyników pracy grupy. Uczniowie mają możliwość porównania sposobów rozwiązania problemu i rezultatów osiągniętych przez inne zespoły. Do prezentacji wybieramy przedstawicieli grup, może to być cała grupa.

Faza zamykająca lekcję jest fazą refleksji (**piątą**). Uczniowie dokonują samooceny. Określają czego i jak nauczyli się, czemu służyły przyjęte metody pracy oraz jak dalej pracować i wykorzystywać zdobyte doświadczenie. Uczniowie i nauczyciele próbują odpowiedzieć sobie na pytania: co zrobiliśmy? Dokąd doszliśmy? Dokąd mogliśmy dojść? Jakie były zasady rządzące moim i naszym uczeniem się? Jak to wykorzystamy?

W ten sposób realizowana lekcja pozwoli uczniom popełniać błędy i wykazać się cierpliwością, nie poddając się presji tempa realizacji programu. Rola nauczyciela polega

na prawidłowym postawieniu zadania i nakłonieniu uczniów do refleksji po jego wykonaniu.

Cele emocjonalno – motywacyjne prowadzące do kształtowania postaw i zachowań związanych z uczestnictwem w działaniu i podejmowaniem działania będą rozwijane wówczas, gdy rozbudzimy zainteresowanie ucznia przedmiotem, m. in. stosując indywidualizację nauczania, poprzez dostosowanie zadań do możliwości ucznia oraz wskazując praktyczne zastosowania matematyki. Należy uświadamiać uczniom, że ich zdolności rozwijają się dzięki pracy intelektualnej. Jeśli uczeń nie pracuje, tracą one nawet jego przeciętne zdolności. Uczeń nie zawsze musi osiągnąć wyższą umiejętność; wystarczy, że opanuje lub utrwali sobie część umiejętności prostych, z których składa się umiejętność wyższa.

Równie użyteczne jest stosowanie metod aktywizujących do uczestnictwa w działaniu i podejmowaniu działań.

Metody aktywizujące przyczynią się do doskonalenia umiejętności:

- planowania, organizowania i oceniania własnego uczenia się,
- skutecznego komunikowania się w różnych sytuacjach,
- efektywnego działania w zespole,
- rozwiązywania problemów w sposób twórczy,
- posługiwania się technologią informacyjną.

Tym samym wykształtują samodzielność i kreatywność u uczniów, a co za tym idzie zwiększą szanse pracownika wobec pracodawcy, podniosą **kluczowe kompetencje** pracownika oraz skuteczność radzenia sobie w różnych sytuacjach życiowych albo zawodowych. Dobierając różne metody nauczania należy pamiętać, że to właśnie od nich zależy zdolność zapamiętywania (tabela 5.).

Tabela 5. Piramida zapamiętywania sporządzona na podstawie badań.

	Metoda	Procent przyswajanej wiedzy
1.	Uczenie innych (<i>przy wykorzystaniu zdobytej wiedzy</i>)	90 %
2.	Praktyka poprzez działanie	75 %
3.	Dyskusja w grupie	50 %
4.	Demonstracje	30 %
5.	Metoda audiowizualna	20 %
6.	Czytanie	10 %
7.	Wykład	5 %

3.3 Metody pracy

Metody aktywizujące przyczyniają się do pozytywnego stosunku do pracy, pozytywnie wpływają na kształtowanie zachowań, postaw ucznia, a co za tym idzie wpływają na rozwijanie **MKKE** (tabela 6.).



Tabela 6. Metody nauczania przydatne w rozwijaniu MKKE.

Metody i techniki nauczania	Charakterystyka	Wartość metody	Zastosowanie (dla rozwoju MKKE)
Mapa mentalna	Wizualne przedstawienie skojarzeń, symboli, haseł. Celem tej metody jest usystematyzowanie zdobytej wiedzy lub wizualizacja posiadanych wiadomości.	Dogłębna analiza zawartości tekstu	Wizualizacja treści tekstu (W4, U4)
Sieć	Technika stosowana przy utrwalaniu wiadomości. Polega na budowaniu sieci połączeń między pojęciami, prawami, twierdzeniami.	Porządkowanie, odkrywanie powiązań strukturalnych i uogólnianie	Usystematyzowanie wiadomości (W1, W3, W4, U2)
Portfolio	Gromadzenie prac wykonanych w dłuższym okresie czasu indywidualnie lub w zespołach. Pozwala śledzić przebieg uczenia się, postępy, twórczość i zaangażowanie uczniów.	Rozwija zainteresowania i motywuje do uczenia się z własnej inicjatywy	Dokumentowanie pozalekcyjnej pracy uczniów (W4, U3, U4, P2)
Pogadanka	Służy wytworzeniu sytuacji problemowej lub sprawdzeniu efektów zajęć.	Uwidocznia konstrukcję logiczną zajęć, ożywia lekcję, mobilizuje uczniów	Wprowadzenie do tematu lub podsumowanie lekcji (W1, U1)
Projekt edukacyjny	Wykorzystywanie zdobytej wiedzy do rozwiązania rzeczywistych problemów praktycznych.	Podnosi samoocenę i buduje poczucie własnej wartości	Przedsięwzięcie na rzecz środowiska (W2, W3, U1)
Projekt badawczy	Kształci i doskonali wiele umiejętności, pozwala na opanowanie metod poznania wykraczających poza program kształcenia szkolnego.	Autentyzm poznania naukowego	Samodzielne pozyskanie dodatkowych wiadomości i umiejętności (W4, W5, P1, P2, P3)
Śnieżna kula	Dyskusja pozwalająca przechodzić od pracy indywidualnej do pracy w grupach, a kończy się pracą zbiorową. Angażuje przez cały czas wszystkich uczestników.	Możliwość dokonania oceny różnych pomysłów	Negocjowanie i ustalanie stanowiska (U1, P2, P3)
Dyskusja	Rozwija umiejętności komunikacyjne, umiejętności dobierania argumentacji, jasnego wypowiedzenia swoich sądów, umiejętność podejmowania decyzji, jednakże angażuje tylko część uczniów.	Różnorodność wiedzy i poglądów, możliwość prezentacji swojego zdania	Np. ustalanie planu rozwiązania problemu (U1, P2, P3)
„dywanik” albo „ściana pomysłów”	Może stanowić zakończenie „burzy mózgów”. Uczniowie przygotowują indywidualnie pomysły rozwiązania problemu i umieszczają je na zawieszonym arkuszu. Następnie uczniowie dokonują wyboru najlepszego pomysłu poprzez głosowanie.	Konieczność prezentacji swojego stanowiska przez każdego ucznia	Wybór najlepszego rozwiązania (U2, P1, P3)
Burza mózgów	Brak wartościowania pomysłów. Uczniowie zgłaszają własne propozycje rozwiązania	Wytworzenie w krótkim czasie wielu pomysłów	Rozgrzewka umysłowa (P1, P2, P3)



	problemu. Zakończona jest dyskusją z uzasadniającą argumentacją.		
Gra dydaktyczna	Występujący element zabawy i rywalizacji, który angażuje uczestników, rozwija umiejętność przewidywania i myślenie strategiczne.	Autentyzm reguł działania	Doskonalenie umiejętności (W2, W5, P3)
Obserwacja	Rejestrowanie wyników obliczeń wykonanych na papierze lub kalkulatorze. Dostrzeganie zastosowań matematyki w sytuacjach życia codziennego oraz przyszłym działaniu zawodowym.	Budowanie hipotez na podstawie obserwacji wyników uzyskanych za pomocą kalkulatora i komputera	Gromadzenie spostrzeżeń i obserwacji nt. obiektów matematycznych (W3, W4, U3, U1)
Wykład problemowy ilustrowany	Prezentacja wzorów analitycznego i syntetycznego myślenia nauczyciela, wzorów formułowania problemów, prezentacja wzorcowych sposobów rozwiązań, powiązana z wizualizacją odwołującą się do różnych typów sensomotorycznych, z możliwością zadania pytań.	Konstrukcja logiczna, jasność wywodu	Wprowadzanie trudnych wiadomości, nauka notowania (W1, U2)
Praca z tekstem	Rozwija aktywność twórczą, samodzielność i wytrwałość w zdobywaniu nowej wiedzy pod warunkiem dobrania tekstów odpowiednio do możliwości uczniów.	Rozwój krytycznego myślenia	Wdrażanie do samokształcenia (U3, U4)
Ćwiczenia	Wyzwała aktywność odtwórczą i twórczą uczniów w sytuacji odpowiednio dobranych i uporządkowanych zadań do rozwiązania przez uczniów. Pozwala dostrzegać różnorodne zastosowania nabywanej wiedzy i budować przekonanie o jej użyteczności. Układ zadań organizuje lekcję problemową, pozwala też obserwować określone prawidłowości prowadzące do sformułowania hipotezy.	Budowanie przekonań o celowości systematycznej nauki	Doskonalenie umiejętności (W2), konstruowanie lub odkrywanie nowych informacji (W3, U3, U4)

Na szczególną uwagę zasługują następujące metody:

Projekt badawczy – kształtuje wiele umiejętności oraz integruje wiedzę z różnych dziedzin (np. współpraca z nauczycielami przedmiotów zawodowych).

Ze względu na tematykę pracy, projekt może:

- być badawczy, czyli polegający na zebraniu i usystematyzowaniu informacji,
- dotyczyć działania lokalnego, który jest przedsięwzięciem konkretnym na rzecz własnego środowiska,
- dotyczyć działania związanego z zawodem.

Projekt ten może dotyczyć działań uczniów zarówno w grupach, jak i w zespołach, bądź indywidualnych, związanych z realizacją podstaw programowych. Pozwala uczniom rozwijać i prezentować następujące umiejętności:

- komunikowania się
- negocjowania
- twórczego myślenia
- pracy w zespole
- rozwiązywania problemów
- korzystania z informacji
- radzenia sobie w sytuacjach nowych i nietypowych
- prezentowania własnej pracy i obrony swojego zdania.

Etap pracy projektowej:

- wybór przez nauczyciela zagadnień do realizacji
- wprowadzenia uczniów w zagadnienie
- dobór grup do realizacji zadań metodą projektów
- przygotowanie opisu projektu
- planowanie pracy w zespole
- realizacja prac projektowych
- ocena projektu

W trakcie realizacji uczniowie są monitorowani i oceniana jest ich praca podczas realizacji projektu. Ostateczna ocena jest wystawiana po upływie wyznaczonego terminu. Na ocenę końcową składają się oceny (punkty) otrzymane przez grupę:

1. za pracę podczas wykonywania projektu
2. za sprawozdanie z projektu
3. za prezentację projektu

Śnieżna kula – (dyskusja piramidalna) – polega na przechodzeniu od pracy indywidualnej do pracy w grupie. Kształci umiejętności uzgadniania stanowiska, negocjowania i formułowania myśli.

Fazy kuli śnieżnej:

I – postawienie problemu przez nauczyciela lub ucznia

II – rozwiązywanie problemów przez uczniów:

- w pojedynkę
- w dwójkach
- w czwórkach
- w ósemkach itd.

III – opracowanie wspólnego rozwiązania problemu przez całą klasę.

Dyskusja i jej odmiany – metoda ta uczy kulturalnego prowadzenia dyskusji, a jednocześnie przy różnych propozycjach uczy podejmowania decyzji w zespole, argumentowania „za i przeciw”, podawania przykładów i kontrprzykładów. Kształcimy w ten sposób umiejętności komunikacji uczeń – nauczyciel, uczeń – uczeń. Umiejętnie kierowana dyskusja angażuje wszystkich uczniów, uczy kulturalnego wypowiadania swoich myśli, krytycznego stosunku do własnych poglądów i ich zmiany pod wpływem racjonalnych argumentów. Można stosować tę metodę na każdej lekcji, głównie jednak wtedy, gdy uczniowie pracują w grupach.

Komputer – na lekcjach matematyki odgrywa bardzo ważną rolę:

- dzięki jego użyciu uczniowie mogą przeanalizować więcej przykładów w krótkim czasie, przy czym zapewniona jest dokładność obliczeń i rysunków,
- można dokonać wizualizacji treści, które jej wymagają, np. zagadnienia z rachunku prawdopodobieństwa,
- uczeń może wystąpić w roli badacza wyciągającego wnioski i stawiającego hipotezy, np. przy badaniu warunków prostokątności bądź równoległości prostych w układzie współrzędnych,
- można wykonać symulację przebiegu szeroko pojętego zjawiska – od analizy zagadnień z parametrem po opracowywanie danych.

Rozwijanie samodzielnej pracy przy komputerze sprzyja aktywizacji ucznia, ponad to uatrakcyjnia proces dydaktyczny wywołując pozytywną motywację do nauki. Praca przy komputerze oddziałuje na wiele zmysłów i tym samym umożliwia polisensoryczność technik kształcenia. Uzyskiwanie informacji i przetwarzanie ich, badanie wielu przypadków rozwija myślenie dywergencyjne. Wykorzystując na lekcjach komputer umożliwiamy w ten sposób każdemu uczniowi, nawet takiemu, któremu nauka matematyki przychodzi z trudnością, odniesienie sukcesu powodującego satysfakcję i dowartościowanie.

Każdą z wymienionych metod trzeba dobierać do odpowiednich warunków jakie wynikają z celów i danej sytuacji dydaktycznej (tabela 7).

METODY	PODAJACE	POSZUKUJACE	EKSPONUJACE	PRAKTYCZNE
wyjaśnianie opowiadanie wykład (nauczyciel)	ustne podanie materiału przez nauczyciela wykład	wykład problemowy (dialog nauczyciela rozwijającego problem przed uczniem)	wykład ukazujący piękno matematyki, interesujące problemy i zastosowania	w połączeniu z poleceniem samodzielnego zapisu i rozwiązaniem zadania według instrukcji
pogadanka dyskusja (doświadczenie własne ucznia)	objaśnienie nowego materiału za pomocą pytań z wykorzystaniem doświadczenia uczniów	pogadanka heurystyczna poprzedzona postawieniem problemu do rozwiązania	dyskusja na temat rozwiązania interesujących problemów z literatury uzupełniającej	pogadanka powtórzeniowa prowadząca do rozwiązania zadań
praca z podręcznikiem	czytanie podręcznika jako źródła wiedzy, zadania nowego materiału z podręcznika	rozwiązanie problemu w oparciu o podręcznik	sprawozdanie z literatury uzupełniającej, referaty ucznia uwzględniające ciekawostki matematyczne	notowanie treści podstawowych, zapis symboliczny, rozwiązywanie zadań z podręcznika
pokaz obserwacja (środki dydaktyczne)	pokaz przezroczy, filmu, modeli itp. z podanym komentarzem	pokaz połączony z obserwacją ucznia ukierunkowany na rozwiązanie danego problemu	pokaz ukazujący piękno matematyki, interesujące problemy i zastosowania	pokaz połączony z konkretnym zadaniem (życia) do rozwiązania
prace laboratoryjne (eksperymenty)	przedstawienie przez nauczyciela wyników doświadczeń bez ich wykonania przez uczniów	wykonywanie doświadczeń dla dokonania uogólnień (tok indukcyjny)	konkurs na wykonanie ćwiczeń w grupach	ćwiczenia w terenie na zastosowanie teorii, ćwiczenia w pracowni dla sprawdzenia słuszności uogólnień
ćwiczenia (zastosowania)	objaśnienie przez nauczyciela sposobów rozwiązywania zadań, dowodzenia twierdzeń	rozwiązywanie zadań problemowych	zawody matematyczne, rozwiązywanie atrakcyjnych zadań, np. historycznych	ćwiczenia na zastosowanie teorii, rozwiązywanie ćwiczeń utrwalających

W ramach korelacji międzyprzedmiotowej będą powstawały materiały dydaktyczne zawierające autentyczne dane z pomiarów towarzyszących doświadczeniom z różnych dziedzin życia (w szczególności z mechaniki), umożliwiającym rozwiązywanie problemów interdyscyplinarnych.

3.4 Środki dydaktyczne

Pomocną rolę w nauczaniu matematyki pełnią środki dydaktyczne. Są to wszelkiego rodzaju przedmioty oddziałujące na zmysły uczniów, których zadaniem jest ułatwienie poznawania rzeczywistości. Skracają i urozmaicają proces nauczania, wywołując wrażenia i spostrzeżenia, będące tworzywem pozwalającym w krótszym czasie przekazać więcej wiadomości. Najstarszym i najczęściej używanym środkiem dydaktycznym jest tablica szkolna i kreda, ale nie można poprzestać na nich chcąc wspomagać i usprawniać pracę uczniów i nauczycieli, jak również rozwijać **MKKE**.

Wybierając środki dydaktyczne należy się kierować poziomem rozwoju uczniów, ich potrzebami i zainteresowaniami, a także atrakcyjnością, która znacząco wpływa na rozwijanie motywacji do uczenia się.

Biorąc pod uwagę funkcję, jakie pełni wyposażenie można je podzielić na dwie grupy:

1. **pasywne** – *wyposażenie ułatwiające odbiór informacji*
podręcznik, zbiór zadań, tablice ze wzorami, kalkulatory, kalkulatory graficzne, modele figur, plansze, foliogramy i rzutnik, komputer (Internet), wizualizer przenośny, informatory naturalne;
2. **interaktywne** – *ułatwia pozyskiwanie informacji i stwarza okazję do podejmowania decyzji*
karty pracy, zestawy ćwiczeń, gry dydaktyczne, edukacyjne programy komputerowe.

Należałoby unowocześnić sale lekcyjne w komputer, wizualizer, kalkulatory, nowoczesne programy komputerowe, ponieważ wyposażenie dydaktyczne znacząco wspomaga i usprawnia pracę uczniów i nauczycieli, a tym samym rozwija **MKKE**.

Do realizacji tego programu nauczania niezbędne są też materiały i przybory, które pozwolą na prezentację wyników pracy pojedynczych uczniów grup. Będą to m. in. arkusze kolorowego i białego papieru, kolorowe pisaki, kreda kolorowa, klej, nożyce, plastyczna guma do przyklejania arkuszy, folia, pręty i złącza, zestawy kolorowych kulek do losowania, koski do gry.

Spis wykorzystywanej literatury.

1. Chańko L., Janik J., *Poradnik metodyczny do klasy II liceum ogólnokształcącego. liceum profilowanego i technikum*, Nowa Era, 2003.
2. Cewe A., *Informator maturalny*, wyd. Podkowa.
3. Miesięcznik „Matematyka” – czasopismo dla nauczycieli, red. eduPress, Wrocław.

4 Opis założonych osiągnięć ucznia

Podstawą do określenia wymagań programowych są standardy edukacyjne uwzględniające cele kształcenia, strukturę materiału, oczekiwania wobec matematyki jako przedmiotu nauczania i możliwości intelektualne uczniów.

Wymagania programowe są jakościowymi normami wymagań i są zgodne z przedmiotowym systemem oceniania obowiązującym w ZSP Nr 1 w Pionkach.

4.1 Ogólne kryteria oceny osiągnięć uczniów

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- ⇒ Intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- ⇒ Rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- ⇒ Rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- ⇒ Potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- ⇒ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- ⇒ Podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ Podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- ⇒ Wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- ⇒ Zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- ⇒ Sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- ⇒ Korzysta z kalkulatora;
- ⇒ Zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- ⇒ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- ⇒ Naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- ⇒ Samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- ⇒ Sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- ⇒ Przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ Zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;



- ⇒ Intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- ⇒ Wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- ⇒ Zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- ⇒ Rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- ⇒ Rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- ⇒ Ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- ⇒ Zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- ⇒ Posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- ⇒ Samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- ⇒ Przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- ⇒ Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- ⇒ Korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- ⇒ Stosuje nowe twierdzenia;
- ⇒ Ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);
- ⇒ Zna dowody twierdzeń objętych programem;
- ⇒ Rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- ⇒ Skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- ⇒ Analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- ⇒ Rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych;

Stopień celujący:

Uczeń:

- ⇒ Analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- ⇒ Zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- ⇒ Potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- ⇒ Zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- ⇒ Buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- ⇒ Stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- ⇒ Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- ⇒ Uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

Wymagania na poziomie podstawowym i ponadpodstawowym przedstawiono w rozdziale 3.

4.2 Główne narzędzia kontroli

Stopień semestralny i roczny ustala się na podstawie stopni częściowych za:

1. prace pisemne;

2. odpowiedzi ustne i kartkówki;
3. aktywny udział na lekcji, zdolność szybkiego zapamiętywania, pracę w grupach;
4. systematyczność i rzetelność w odrabianiu prac domowych, zadania dodatkowe;
5. prowadzenie zeszytu.

Podstawą oceny pracy ucznia są prace pisemne.

Prace pisemne – prace klasowe (kartkówki) lub sprawdziany trwające jedną jednostkę lekcyjną lub dłużej. Są zbudowane z zadań o różnym stopniu trudności, w których punktowane są kolejne etapy rozwiązania. Praca klasowa obejmuje cały dział programowy lub całe półrocze, natomiast sprawdzian obejmuje kilka tematów lekcyjnych, które nie obejmują całego działu. Informacja o pracy klasowej musi pojawić się w dzienniku tygodz przed terminem pisania.

W pracach pisemnych punktowanych stopnie są limitowane liczbą punktów według zasady:

- 0 % - 29 % ogólnej liczby punktów – stopień ndst.,
- 30 % - 49 % ogólnej liczby punktów – stopień dop.,
- 50 % - 74 % ogólnej liczby punktów - stopień dst.,
- 75 % - 90 % ogólnej liczby punktów – stopień db,
- 91 % - 100 % ogólnej liczby punktów – stopień bdb.

Kartkówka – krótka pisemna forma oceniania obejmująca jeden temat lekcyjny. Czas trwania kartkówki nie powinien przekraczać 20 min. Uczeń może być informowany o planowanej kartkówce ustnie z jednodniowym wyprzedzeniem bez konieczności zapisywania w dzienniku

Stopień z kartkówki jest traktowany na równi ze stopniem z odpowiedzi ustnej. Ocenę kartkówki dokonuje się na podstawie ustalonej punktacji z zachowaniem proporcji stosowanych przy pracach pisemnych.

Każdy uczeń ma obowiązek zaliczyć każdą pracę pisemną i kartkówkę w wyznaczonym terminie.

Nie zaliczenie pracy klasowej lub kartkówki w wyznaczonym terminie równoważne jest ze stopniem niedostatecznym.

Gdy uczeń nie zjawił się na pracy pisemnej lub kartkówce z ważnych uzasadnionych przyczyn prosi nauczyciela o wyznaczenie terminu dodatkowego.

Taki uczeń traci możliwość poprawienia oceny.

Stopień za odpowiedź może być ustalony na podstawie indywidualnej odpowiedzi ucznia. Uczeń ma obowiązek być przygotowanym do odpowiedzi ustnej na każdej lekcji.

Odpowiedź ustna - obejmuje treści ostatnich trzech lekcji. Jeśli uczeń odpowiada na lekcji powtórzeniowej zakres sprawdzanej wiedzy i umiejętności obejmuje treści całego działu.

Wiadomości oceniane przy pomocy odpowiedzi ustnej podzielone są na poziomy wymagań:

- konieczny,
- podstawowy
- rozszerzający
- dopełniający
- wykraczający

Uczeń przed udzielaniem odpowiedzi jest informowany o poziomie trudności pytania, na które odpowiada.

W ocenie za odpowiedź ustną bierze się pod uwagę: tempo odpowiedzi, liczbę i rodzaj popełnianych błędów oraz umiejętność radzenia sobie w trudnej sytuacji.

Każdego ucznia obowiązuje bieżąca znajomość treści trzech ostatnich lekcji, a nauczyciel ma prawo sprawdzić stopień ich opanowania.

Aktywność – ocenia nauczyciel w formie adekwatnej do możliwości uczniów, rodzaju treści i warunków pracy. Oceniać aktywność można na postawie:

1. Obserwacji – nauczyciel dokonuje podsumowania aktywności poszczególnych uczniów po lekcji lub po kilku lekcjach. Stopień:
 - a. **celujący** otrzymuje uczeń, który spełnia wymagania na ocenę bdb oraz rozwiązuje zadania z poziomu wykraczającego;
 - b. **bdb** otrzymuje uczeń, który wielokrotnie w ciągu lekcji zgłasza się do odpowiedzi, rozwiązuje zadania z poziomu dopełniającego, prowadzi wyczerpujące notatki z lekcji;
 - c. **db** otrzymuje uczeń, który systematycznie bierze udział w lekcji, poprawnie odpowiada na pytania dotyczące bieżącej lekcji z poziomu rozszerzającego, zapisuje wszystkie informacje w zeszytce zgodnie z zaleceniami nauczyciela
 - d. **dst** otrzymuje uczeń, który sporadycznie bierze udział w lekcji poprawnie odpowiada na pytania z poziomu koniecznego lub podstawowego dotyczące bieżącej lekcji;
 - e. **dop** otrzymuje uczeń, który bierze udział w lekcji za namową nauczyciela, odpowiada na pytania z pomocą nauczyciela lub zeszytu, pracuje mało wydajnie i chaotycznie.

2. Limitu plusów i minusów.

Ustalenie limitu plusów musi odbywać się na początku roku szkolnego i nie można go zmieniać przez cały rok.

Opis przykładowego oceniania aktywności na podstawie limitu plusów.

Jeśli uczeń zgłasza się w czasie lekcji do rozwiązania zadań przy tablicy to za rozwiązanie przykładu (bez względu na to czy rozwiązał go samodzielnie czy wspólnie z nauczycielem lub kolegami z klasy, gdyż liczy się jego aktywność, a nie wiedzę i umiejętności) otrzymuje plusa.

Plusa można również otrzymać za poprawne rozwiązanie przykładu w zeszytce (szybciej niż rozwiązują go uczniowie przy tablicy).

Nauczyciel może skreślić plusa jeśli uczeń nie uważa, nie robi notatek lub nie rozwiązuje zadań. Przy stawianiu plusów obowiązuje zasada, że 1 plus na jednej lekcji dla jednego ucznia. Jeśli uczeń zbierze maksymalną liczbę plusów przed końcem semestru dostaje ocenę bdb i rozpoczyna gromadzenie plusów od zera.

W takiej sytuacji sam decyduje przy końcu semestru czy chce otrzymać kolejną ocenę z aktywności. Pozostali uczniowie otrzymują stopień zgodny z podanym kluczem:

- 6, 7 plusów – bdb
- 4, 5 plusów - db
- 2,3 plusy – dst
- 1 plus – dop
- 0 plusów – ndst..

Na koniec semestru każdy uczeń jest oceniony z aktywności. Każdy semestr uczniowie rozpoczynają jednakowo z zerową ilością plusów. Plusy są zapisywane w osobnym

zeszycie i uczeń ma prawo uzyskiwać o ich stanie. (Limit może wyznaczać liczba plusów uzyskana przez najbardziej aktywnego ucznia.)

3. Na podstawie punktów uzyskanych podczas pracy w grupach.

Uczniowie powinni być zapoznani z wybraną formą oceniania aktywności na początku okresu.

Zeszyt – oceniany może być całościowo lub wyrywkowo na podstawie kilku lekcji. Przy ocenianiu zeszytu brane są pod uwagę: estetyka, kompletność notatek oraz prac domowych.

Każdy uczeń jest zobowiązany do prowadzenia zeszytu na lekcji.

Prace domowe – mają na celu wyćwiczenie i utrwalenie umiejętności i wiadomości zdobytych na lekcji. Są elementem uzupełniającym lekcję. Praca domowa spełnia swoje edukacyjne zadanie, jeśli uczeń wykonuje ją samodzielnie w domu. Nauczyciel może sprawdzić samodzielność wykonania pracy domowej poprzez odpowiedź ustną.

Uczeń ma obowiązek odrabiać pracę domową.

Praca domowa może mieć formę pisemną lub ustną. Poziom trudności i ilości zadań powinny być dostosowane do możliwości klasy. Praca domowa w formie pisemnej winna być odrobiona w całości w zeszycie przedmiotowym (o ile nauczyciel nie określi innego sposobu). Uczniowie mogą w domu rozwiązywać zadania dodatkowe o zwiększonej trudności wskazane przez nauczyciela. Wówczas nauczyciel może osobno ocenić taką pracę domową.

Uczeń zawsze ma zadaną pracę domową w formie: „Nauczyć się ostatniej lekcji”

Szeroko pojmowana praca domowa obejmuje również przygotowanie do lekcji. Uczeń jest przygotowany do lekcji, gdy posiada wszystkie przybory do rysowania, uzupełniony zeszyt, podręcznik oraz opanował wymagane umiejętności i wiadomości z trzech ostatnich lekcji. Jeśli uczeń zaniedbał wypełnienie któregokolwiek z powyższych elementów przygotowania powinien zgłosić to nauczycielowi na początku lekcji. Brak pracy domowej, brak zeszytu oraz nieprzygotowanie do lekcji są odnotowywane w dzienniku. Uczeń ma prawo **dwa razy w ciągu okresu** zgłosić którykolwiek z wyżej podanych braków lub nieprzygotowanie bez wyciągania konsekwencji. Każde następne zgłoszenie ocenione będzie stopniem ndst.

Uczeń ma obowiązek na bieżąco oraz we własnym zakresie uzupełnić braki w umiejętnościach i wiadomościach wynikające z nieobecności na lekcjach.

Ogólna liczba stopni na podstawie, których oceniany jest przeciętny uczeń na koniec okresu zależy od tygodniowej liczby godzin danego przedmiotu:

przy 2 godz. tygodniowo --- 4 stopnie,

przy 3 godz. tygodniowo --- 5 stopni.

W ostatnim okresie klasy maturalnej oraz w okresach, w których odbywają się praktyki zawodowe klas technicznych minimalna liczba stopni może być mniejsza. Uczniowie, którzy w pierwszym semestrze otrzymali stopień ndst. zobowiązani są do uzupełnienia wiadomości i zaliczenia ich przed nauczycielem w wyznaczonym przez niego terminie. Uczeń powinien być zapoznany z wymaganiami zaliczenia.

Aby określić poziom klasy dla ustalenia stopnia intensywności powtórek oraz dla zaplanowania procesu nauczania uczniowie klas pierwszych są poddawani ocenie wstępnej wiedzy i umiejętności matematycznych. Stopień z tego sprawdzianu będzie wpisywany do dziennik, ale nie będzie wpływał na wynik klasyfikacji śródrocznej.

Uczniowie z dysfunkcjami powinni mieć stworzone sprzyjające warunki pracy. Zakres i forma pracy z nimi powinna być określona przy konsultacji z pedagogiem szkolnym i wychowawcą klasy oraz dyrektorem szkoły.



5 Ewaluacja programu nauczania

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacje danych / raport
Przed rozpoczęciem realizacji programu	Projekt autorskiego programu nauczania	Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia: 1.zasoby realizatora 2.potrzeby i ograniczenia odbiorców 3.możliwości rozwijania MKKE 4.poprawność konstrukcyjną? 5. Czy projekt zawiera propozycję oceny jego skuteczności? 6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu jego oceny?	Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny(Aneks V, publikacji dr Marii Sobczak, SKK) j. w. j. w. Odpowiedź „tak” Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny (Aneks V)	Studium przypadku; analiza wyników diagnozy zawartości KK oraz danych z arkusza oceny programu.	Szkoła uczestnicząca w Projekcie.	Raport ewaluacyjny
W czasie realizacji programu	Skuteczność programu	1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu? 2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych? 3. Na ile realizacja projektu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły? 4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas. Zakupienie min. dwóch rodzajów pomocy dydaktycznych. Udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym, organizowanie lekcji koleżeńskich Przewaga metod aktywizujących nad podającymi	Analiza dokumentów j. w. Analiza dokumentów m.in. wyników monitoringu Analiza dokumentów. Obserwacja.		Raport ewaluacyjny j. w. j. w. Raport ewaluacyjny



Na koniec realizacji programu	Skuteczność programu	5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt? 6. W jakim stopniu w wyniku realizacji programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?	Co najmniej przeciętne wyniki w skalach KI(kontakty interpersonalne) i JK(jakość nauczania) arkusza, Aneks VI. Wzrósł o min. 0,10 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE.	Wywiad wśród uczniów Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”.	Losowo wybrani uczestnicy j. w.	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu. j. w. oraz promocja szkoły w środowisku
Po pewnym czasie od realizacji programu (min. po roku)	Skuteczność programu	7. Na ile trwały są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?	Wzrost min. o 10% średniego wyniku matury z matematyki.	Analiza dokumentów (z wynikami egzaminu maturalnego)	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu - konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie.

6 Warunki realizacji programu

Przyczyną zmodyfikowania programu nauczania z matematyki są potrzeby uczniów kształcących się w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych Nr 1 w Pionkach biorących udział w **Programie rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej, SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI**”, finansowanego ze środków Unii Europejskiej. Trzeba wyposażyć w kluczowe kompetencje i tym samym przyczynić się do wzrostu gospodarczego i zatrudnienia.

Jest to młodzież ucząca się w zawodzie **technik mechanik**, w znacznej części pochodząca z terenów o dużym bezrobociu (powiat radomski, miasto Pionki), przede wszystkim z terenów wiejskich.

Uczniowie Ci prezentują niższy poziom osiągnięć edukacyjnych i niższy poziom rozwoju kulturalnego niż ich rówieśnicy ze szkół miejskich. Znaczące różnice widoczne są przede wszystkim w zakresie nabycia **kluczowych kompetencji**. Charakteryzują się niską sprawnością liczenia i spostrzegawczością będącą wynikiem zaległości edukacyjnych na poziomie gimnazjalnym oraz brakiem motywacji do pracy, w szczególności wśród uczniów z rodzin patologicznych.

ZSP Nr 1 w Pionkach dysponuje 2. salami matematycznymi wyposażonymi standardowo w tablice, kredę, przyrządy geometryczne (ekierka, cyrkiel), tablice ściennie z podstawowymi wzorami i twierdzeniami, które zostały wykonane jako praca dyplomowa uczniów, jak również w modele przedstawiające figury przestrzenne. Poza tym brak jest podręczników, zbiorów zadań, jak również nowoczesnego wyposażenia:

- komputera, który staje się narzędziem codziennym i umiejętność korzystania z niego jest koniecznością (Internet)
- kalkulatorów, w tym także kalkulatorów graficznych prezentujących wykresy, które pozwalają gromadzić spostrzeżenia, szukać odpowiedzi na pojawiające się pytania oraz stawiać hipotezy.
- foliogramów oraz rzutnika do ich prezentacji.

Realizatorem głównym programu będzie jego autor, który odznacza się dużą komunikatywnością i umiejętnościami interpersonalnymi w kontaktach z uczniami i innymi nauczycielami.

Program może być również realizowany przez innych w klasach technicznych, ze szczególnym wskazaniem ZSP Nr 1 w Pionkach.

Bibliografia

- [1] Sobczak Maria, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształcenia kompetencji kluczowych w zakresie przedsiębiorczości*, Lublin 2009.
- [2] Babiański W., Hall K., Ponczek D.: *Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum*, Nowa ERA,
- [3] Brophy J.: *Motywowanie uczniów do nauki*, PWN, Warszawa 2007
- [4] Cewe A. i in.: *Matematyka w otaczającym nas świecie - poradnik dla nauczycieli, Podkowa Bis*, Gdańsk 2004
- [5] Dąbrowski M.: *Jak budować własny program nauczania?*. W: Projektowanie. Materiały dla trenerów Programu NOWA SZKOŁA, CODN, Warszawa 1998
- [6] Niemiecko B.: Cele kształcenia. W:Kruszewski K. (red.):. *Sztuka nauczania: czynności nauczyciela*, WSiP, Warszawa 1999