

**Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji
w Lublinie**

**Autorskie programy rozwijania
kompetencji kluczowych w zakresie**

MATEMATYKI

WOJEWÓDZTWO PODKARPCKIE

Koordynator merytoryczny kompetencji kluczowej w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009

Projekt: SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI. Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej” jest finansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego i Budżetu Państwa w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki: Priorytet II. Wysoka jakość systemu oświaty: Działanie 3.3 Poprawa jakości kształcenia: Poddziałanie 3.3.4 Modernizacja treści i metod kształcenia.

Biuro Projektu:

Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie, ul. Mełgiewska 7-9, 20-209 Lublin

Filie Biura Projektu:

Podkarpackie Centrum Edukacji Nauczycieli w Rzeszowie, ul. Partyzantów 10a, 35-234 Rzeszów

Wyższa Szkoła Biznesu im. bp. Jana Chrapka w Radomiu, ul. Kolejowa 22, 26-600 Radom

Wyższa Szkoła Humanistyczno-Przyrodnicza w Sandomierzu, ul. Krakowska 26, 27-600 Sandomierz

Wyższa Szkoła Administracji Publicznej im. Stanisława Staszica w Białymstoku, ul. Dojlidy Fabryczne 26, 15-555 Białystok

© Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie

Koordynator merytoryczny kompetencji kluczowej w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Wydawca:

Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie

20-209 Lublin, ul. Mełgiewska 7-9

Tel./fax +48817491777

e-mail: sekretariat@wsei.lublin.pl

Publikacja dystrybuowana bezpłatnie

Człowiek – najlepsza inwestycja



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY





Wykaz Autorskich programów rozwijania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki

Województwo podkarpackie

- I. Technikum Nr 3 w Jarosławiu
Autor: Dorota Balicka
- II. Technikum Nr 9 w Rzeszowie
Autor: Iwona Dworak
- III. Technikum Ekonomiczne w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych w Nr 1 Krośnie
Autor: Anna Finfa
- IV. Technikum Informatyczne w Zespole Szkół w Sokołowie Młp.
Autor: Krzysztof Frączek
- V. Technikum w Zespole Szkół Nr 2 im. Tadeusza Kościuszki w Stalowej Woli
Autor: Małgorzata Jaklińska
- VI. Technikum w Zespole Szkół Nr 4 im. Płk Stanisława Dąbka w Stalowej Woli
(dla Zawodu: Technik Mechanik)
Autor: Joanna Kuziora
- VII. Zespół Szkół Technicznych Nr 3 w Łąncucie
Autor: Joanna Kuźniar
- VIII. Technikum Nr 7 w Rzeszowie
Autor: Beata Ostasz
- IX. W Technikum Nr 3 w Zawodzie Technik Informatyk w Zespole Szkół Technicznych
w Mielcu
Autor: Anna Śliwińska
- X. Technikum Nr 1 w Zespole Szkół Zawodowych Nr 1 im. Jana Pawła II w Dębicy
(w Zawodzie Technik Budownictwa)
Autor: Grażyna Waśko



Autor
Dorota Balicka

MATEMATYKA
ZAKRES PODSTAWOWY

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

Technikum Nr 3
w Jarosławiu

Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Autoprezentacja	5
Wprowadzenie	6
1 Realizacja Programu	9
1.1 Charakterystyka Szkoły	9
1.2 Indywidualizacja nauczania	9
1.3 Warunki realizacji	10
2 Cele pracy wychowawczej	11
3 Cele ogólne:	12
3.1 Cele edukacyjne	12
3.2 Zadania szkoły	12
3.3 Treści kształcenia	13
3.4 Osiągnięcia	14
4 Ramowy rozkład materiału	15
5 Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne i przewidywane osiągnięcia uczniów	16
5.1 Liczby Rzeczywiste	16
5.1.1 Treści kształcenia	16
5.1.2 Cele szczegółowe	16
5.2 Język matematyki	17
5.2.1 Treści kształcenia	17
5.2.2 Cele szczegółowe	17
5.3 Funkcje	18
5.3.1 Treści kształcenia	18
5.3.2 Cele Szczegółowe	18
5.4 Funkcja liniowa	18
5.4.1 Treści kształcenia	18
5.4.2 Cele szczegółowe	19
5.5 Funkcja kwadratowa	19
5.5.1 Treści kształcenia	19
5.5.2 Cele szczegółowe	19
5.6 Planimetria cz. I	20
5.6.1 Treści kształcenia	20
5.6.2 Cele szczegółowe	20
5.7 Wielomiany	20
5.7.1 Treści kształcenia	20
5.7.2 Cele szczegółowe	21
5.8 Wyrażenia wymierne	21
5.8.1 Treści kształcenia	21
5.8.2 Cele szczegółowe	21
5.9 Funkcje wykładnicze i logarytmiczne	21
5.9.1 Treści kształcenia	21
5.9.2 Cele szczegółowe	22
5.10 Ciągi liczbowe	22



5.10.1	Treści kształcenia	22
5.10.2	Cele szczegółowe	22
5.11	Planimetria cz.II	23
5.11.1	Treści kształcenia	23
5.11.2	Cele szczegółowe	23
5.12	Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka.....	23
5.12.1	Treści kształcenia	23
5.12.2	Cele szczegółowe	23
5.13	Elementy statystyki opisowej	24
5.13.1	Treści Kształcenia	24
5.13.2	Cele szczegółowe	24
5.14	Stereometria	24
5.14.1	Treści kształcenia	24
5.14.2	Cele szczegółowe	24
6	Procedury osiągania celów.....	26
6.1	Metody jakie będą zastosowane na lekcjach matematyki:	26
6.1.1	Metoda podająca	26
6.1.2	Metody aktywizujące uczniów:.....	26
6.2	Formy pracy:.....	27
6.2.1	Praca z całą klasą.....	27
6.2.2	Praca w grupach	27
6.2.3	Praca indywidualna	28
6.3	Ocenianie osiągnięć uczniów	28
7	Spis wykorzystywanej literatury do potrzeb programu	30
8	Ewaluacji programu nauczania rozwijania MKKE.....	31
	Bibliografia.....	33



Autoprezentacja

Jestem magistrem matematyki z przygotowaniem pedagogicznym. W Zespole Szkół Ekonomicznych uczę sześć lat. Wcześniej pracowałam w szkole podstawowej i gimnazjum, więc przeszłam wszystkie etapy kształcenia. Dzięki temu wiem jaką wiedzę i umiejętności powinni posiadać uczniowie rozpoczynający naukę w Naszej Szkole.

Swoją wiedzę staram się poszerzać i udoskonalać warsztat nauczycielski uczestnicząc w konferencjach matematycznych, warsztatach przedmiotowych, czytając literaturę fachową. Poszukuję ciekawych zadań i gier w internecie i pismach matematycznych. Prowadzę lekcje w sposób „luźny”, aby uczniowie mogli czuć się swobodnie i „chcieli” brać czynny udział w zajęciach. Staram się, aby moi uczniowie sami dochodzili do ciekawych rozwiązań zadań lub problemów, które przed nimi stawiam. Dużo pracują w grupach, co umożliwia im lepsze poznanie się, możliwość współpracy i wzajemna pomoc w rozwiązywaniu problemów.

Wprowadzenie

"Matematyka jest drzwiami i kluczem do nauki."

Roger Bacon

Autorski program z matematyki przeznaczony jest dla uczniów 4 – letniego technikum ekonomicznego. Umożliwia on realizację celów edukacyjnych, zadań szkoły i treści w zakresie kształcenia podstawowego. Niniejszy program jest zgodny z:

- Podstawą Programową Kształcenia Ogólnego dla liceów ogólnokształcących, liceów profilowanych, techników, uzupełniających liceów ogólnokształcących i techników uzupełniających z dnia 23 sierpnia 2007 r.;
- Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz. U. Nr 157, poz. 1102);
- Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 29 maja 2009 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie warunków i sposobu oceniania, klasyfikowania i promowania uczniów i słuchaczy oraz przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów w szkołach publicznych (Dz. U. nr 83, poz. 694);
- Matematycznymi Kompetencjami Kluczowymi w ujęciu Europejskim (MKKE).

Program:

- ma charakter liniowo-spiralny; umożliwi uczniowi powrót do treści poznanych wcześniej, aby mógł pogłębić wiedzę, spojrzeć na te same zagadnienia z innej perspektywy i dokonać analizy;
- umożliwi sprostanie standardom wymagań egzaminu maturalnego;
- zawiera taki układ treści kształcenia, które pomogą w uczeniu się przedmiotów ekonomicznych (podstawy ekonomii, ekonomika itp.) i ogólnokształcących (fizyka, chemia);
- pomoże uczniom wykorzystać wiedzę matematyczną i sprawność liczenia na zajęciach z przedmiotów zawodowych..

Program powstał po konsultacjach i rozmowach z nauczycielami uczącymi w szkole, a przede wszystkim z uczącymi przedmiotów zawodowych. W programie uwzględniono korelację z przedmiotami zawodowymi. Większy nacisk położono na realizację treści, które są niezbędne w uczeniu się przedmiotów zawodowych.

Powyższy program jest poprawny koncepcyjnie. Ujęto w nim cele ogólne, cele szczegółowe, treści kształcenia (w podziale na działy programowe) i wychowania, metody i formy pracy oraz określa formy oceniania uczniów i środki dydaktyczne wykorzystywane na lekcjach, aby zrealizować program.

Do oceny skuteczności programu będą wykorzystywane wyniki pomiaru osiągnięć uczniów. Będą one przeprowadzane „na wejściu” - na początku roku szkolnego i na zakończenie całego cyklu kształcenia. Badania takie pozwolą na ocenę programu i na poprawność jego realizacji. Po całym etapie kształcenia będzie możliwość oceny osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju matematycznych kompetencji kluczowych. Wyznacznikiem ostatecznym oceny będzie matura w 2013 r.



Kompetencje matematyczne obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji.

Cele zapisane jako MKKE

✓ wiedza:

- W1 dobrze opanowana umiejętność liczenia;
- W2 rozumienie terminów i pojęć matematycznych;
- W3 znajomość miar i struktur;
- W4 znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej;
- W5 świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.

✓ umiejętności:

- U1 stosowania głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumowanie w sposób matematyczny);
- U2 śledzenia i oceniania ciągów argumentów (rozumienie dowodów matematycznych);
- U3 korzystania z tekstu matematycznego;
- U4 stosowania języka matematycznego.

✓ postawy:

- P1 przejawiania szacunku dla prawdy;
- P2 dążenia do szukania przyczyn;
- P3 oceniania zasadności wnioskowań i działań.

Powyższe cele są w pełni zgodne z podstawą programową, natomiast nie są w pełni zgodne z zapisami standardów wymagań egzaminacyjnych – nie uwzględniają W5, P1, P2. Jest to oczywiste, ponieważ nie wszystkie wiadomości i postawy objęte programami nauczania można sprawdzić podczas egzaminu pisemnego. Mimo tego, iż nie ma pełnej zgodności to jednak nie ma sprzeczności, gdyż wszystkie standardy mają odniesienia w MKKE.



1 Realizacja Programu

1.1 Charakterystyka Szkoły

Program będzie realizowany w Zespole Szkół Ekonomicznych w Jarosławiu, w Technikum Ekonomicznym. Szkoła ma 85 -letnią tradycję i mocną pozycję w regionie. o czym świadczy fakt, że przychodzą do nas również uczniowie z powiatów ościennych. Technikum Ekonomiczne jest szkołą często wybieraną przez absolwentów gimnazjów. Duży wpływ na wybór Technikum Ekonomicznego przez uczniów mają też ich rodzice, którzy kończyli tutejszą szkołę. Uważają, że ukończenie tej szkoły ułatwi zdobycie pracy w zawodzie.

Szkoła, w której pracuję ma dość trudne warunki lokalowe. Praca odbywa się na dwie zmiany. Pracujemy od 8⁰⁰-19⁵⁰. Jest trudno znaleźć wolną salę na dodatkowe zajęcia po lekcjach pierwszej zmiany, ponieważ zaczynają się lekcje drugiej zmiany (i odwrotnie). Mimo to młodzież chętnie, jeżeli tylko jest to możliwe, uczestniczy w dodatkowych zajęciach wyrównawczych, kołach zainteresowań i zajęciach artystycznych. Miła atmosfera i życzliwość ze strony dyrekcji i nauczycieli przyciąga uczniów i rodziców. Uczniowie czują się bezpiecznie i zawsze mogą liczyć na wszechstronną pomoc.

1.2 Indywidualizacja nauczania

Analizując swój sześciolatek staż w szkole, stwierdzam, że wybierają ją uczniowie o coraz niższym poziomie uzdolnień, którzy osiągają niezadowalające wyniki z części matematyczno-przyrodniczej na egzaminie gimnazjalnym. Wielu uczniów ma olbrzymie problemy przede wszystkim w liczeniu oraz konstruowaniu i analizowaniu modeli matematycznych. Nie „używają” i nie rozumieją języka matematycznego, o czym świadczą wyniki testu „na wejściu”, wykazują duże braki w ważnych dla przedmiotów zawodowych a wywodzących się z matematyki umiejętnościach, jak: obliczenia procentowe, odczytywanie diagramów i wykresów. W związku z tym została zwiększona w planie nauczania liczba godzin do 3 w tygodniu.

Dodatkowa godzina ułatwi indywidualizację nauczania, wprowadzenie zadań o zróżnicowanym poziomie: złożonych dla uczniów, którzy nie mają większych trudności matematycznych, aby mogli rozwijać umiejętności i poszerzać wiedzę, a łatwych-dla uczniów mających nieutrwaloną wiedzę i niewystarczające umiejętności, a także mających trudności w uczeniu się.

Bardzo ważnym celem dydaktycznym jest dla mnie przygotowanie uczniów do obowiązkowej matury z matematyki. Chciałabym, aby wszyscy uczniowie mogli ją zdać. Mam nadzieję, że znacznie przyczynią się do tego dodatkowe godziny matematyki.

Z moich doświadczeń wynika, że starania w tym kierunku sprawdzają się, ponieważ w ciągu sześciu lat udało mi się pomóc wielu uczniom. Wszyscy uczniowie, których przygotowywałam do matury w ramach lekcji i dodatkowych zajęć pozalekcyjnych, zdali ją pozytywnie i kontynuują naukę na wyższych uczelniach. Dwie osoby wybrały nawet



jako kierunek studiów – matematykę, kilkoro studiuje na uczelniach technicznych i ekonomicznych.

1.3 Warunki realizacji

Ważnym celem (oprócz celów dydaktycznych), jaki postawiłam przed sobą na nadchodzący rok szkolny jest stworzenie pracowni matematycznej. Szkoła nie dysponuje odpowiednimi pomocami dydaktycznymi niezbędnymi na lekcjach matematyki. Chciałabym, aby nowy rok szkolny uczniowie rozpoczęli w nowej pracowni, wyposażonej w niezbędne pomoce i materiały, aby dzięki nim praca na lekcjach była ciekawsza.

Chcę, aby młodzież nie bała się kolejnych „wyzwań matematycznych”, aby z chęcią uczyła się i pogłębiała wiedzę oraz doskonaliła swoje umiejętności, dlatego bardzo ucieszył mnie fakt, że Dyrekcja Szkoły do realizacji Kluczowych Kompetencji Matematycznych wybrała właśnie mnie, że będę mogła rozwijać te kompetencje wśród moich uczniów

2 Cele pracy wychowawczej

Wychowanie to jedno z najważniejszych zadań szkoły. Na działalność wychowawczą składa się wiele zabiegów i procesów, mających na celu wpływanie na fizyczny, umysłowy i moralny rozwój młodych ludzi, przekazywanie im doświadczeń społeczeństwa zarówno z zakresu wytwórczości jak i dorobku kulturowego, przygotowywanie do twórczego rozwoju tego dorobku, a tym samym zapewnienie ciągłości życia społecznego między pokoleniami.

Wychowanie-to całość zamierzonych oddziaływań środowiska społecznego, przyrodniczego na jednostkę, trwające całe życie. Mówimy o:

- ✓ wychowaniu naturalnym pod wpływem środowiska, w którym młody człowiek funkcjonuje-rodzina, kontakty społeczne, obyczaje, religia
- ✓ wychowaniu instytucjonalnym-celowe, planowe oddziaływanie instytucji wychowujących czyli: przedszkola, szkoły, internaty i domy dziecka.

Oddziaływanie to ma wpływ na stosunek młodego człowieka do otaczającego świata, kształtowanie się systemu wartości, norm, celu życia. Wychowanie przekazuje dzieciom i młodzieży dziedzictwo kulturowe, wzory zachowań-utrzymuje ciągłość kulturową społeczeństw, a jednocześnie przygotowuje do uczestnictwa i przekształcania rzeczywistości społecznej. Naczelnym celem wychowania jest ukształtowanie osobowości, która kierując się własną wolą, dokonywać będzie wyborów zgodnych z moralnymi zasadami oraz funkcjonować w środowisku, którego jest ogniwem.

Cele wychowawcze powinny być realizowane przez wszystkich nauczycieli i na każdej lekcji.

Program ten został tak opracowany, aby można było osiągnąć cele wychowawcze, które najczęściej występują na lekcjach matematyki:

- przygotowanie do życia we współczesnym świecie (w rodzinie i społeczeństwie);
- rozwijanie umiejętności logicznego myślenia i wnioskowania;
- wdrażanie do uzasadnień;
- dbałość o kulturę i precyzję wypowiedzi;
- wytrwałość w zdobywaniu wiedzy matematycznej;
- umiejętność pracy w zespole i wzajemna komunikacja;
- dbanie o estetykę (staranne pisanie, przejrzysty rysunek itp.);
- systematyczność i dobra organizacja w pracy;
- pozytywne postawy etyczne.

3 Cele ogólne:

3.1 Cele edukacyjne

1. Przygotowanie do świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne odgrywają kluczową rolę.
2. Przyswojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych, w szczególności:
 - usystematyzowanie wiedzy o liczbach rzeczywistych oraz nabycie sprawności wykonywania obliczeń;
 - opanowanie reguł rachunku algebraicznego;
 - wdrożenie do opisywania oraz analizy zależności i zmienności za pomocą elementarnych funkcji;
 - poznanie struktury otaczającej nas przestrzeni poprzez własności klasycznych obiektów geometrycznych; rozwój wyobraźni przestrzennej;
 - poznanie elementarnych metod analizy zjawisk statystycznych i losowych oraz ich najprostszych opisów kombinatorycznych.
3. Przyzwyczajenie do typowych elementów rozumowań matematycznych, w szczególności do stosowania pojęć takich, jak: założenie, wniosek, dowód (także nie wprost), przykład i kontrprzykład.
4. WYROBIENIE umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania bądź otrzymanego wyniku obliczeń.
5. WYROBIENIE nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji; stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji.
6. Kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania.

3.2 Zadania szkoły

1. Zapewnienie kształcenia promującego samodzielne, krytyczne i twórcze myślenie; ograniczenie do minimum działań schematycznych i odtwórczych.
2. Zapewnienie każdemu uczniowi warunków do rozwoju zdolności matematycznych na miarę jego możliwości poznawczych.
3. Przygotowanie uczniów do samodzielnego zdobywania wiedzy na dalszych etapach edukacji oraz w pracy zawodowej.
4. Wdrożenie uczniów do korzystania z nowoczesnych narzędzi (kalkulatory, komputery, multimedia) i źródeł informacji (podręczniki, słowniki, atlasy, encyklopedie, zasoby sieciowe).



3.3 Treści kształcenia

1. Liczby rzeczywiste:

- liczby naturalne i całkowite;
- liczby wymierne; rozwinięcia dziesiętne;
- liczby niewymierne;
- oś liczbowa; przedziały osi liczbowej;
- wartość bezwzględna;
- procenty i punkty procentowe; lokaty i kredyty;
- błąd przybliżenia; szacowanie wartości liczbowych;
- pierwiastki (w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych);
- potęgi liczb nieujemnych o wykładniku wymiernym i ich własności. Informacja o własnościach potęg o wykładniku rzeczywistym;
- logarytmy; podstawowe własności logarytmów.

2. Wyrażenia algebraiczne:

- wzory skróconego mnożenia, w tym $(a \pm b)^3$ oraz $a^3 \pm b^3$;
- wielomiany; dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów;
- wyrażenia wymierne;
- dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych.

3. Równania i nierówności:

- równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;
- proste równania wielomianowe;
- proste równania wymierne.

4. Funkcje:

- różne sposoby określania funkcji;
- odczytywanie własności funkcji z wykresu;
- proste przekształcenia wykresów funkcji liczbowych;
- funkcja liniowa;
- funkcja kwadratowa;
- funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$;
- funkcja wykładnicza.

5. Ciągi:

- przykłady ciągów;
- ciąg arytmetyczny;
- ciąg geometryczny.

6. Trygonometria:

- funkcje sinus, cosinus i tangens kąta ostrego;
- proste związki między funkcjami trygonometrycznymi.

7. Planimetria:

- kąty w okręgu;
- figury podobne;
- zastosowania trygonometrii w planimetrii.

8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej:

- równanie prostej na płaszczyźnie;
- interpretacja geometryczna układu równań liniowych;
- odległość punktów w układzie współrzędnych; równanie okręgu.



9. Stereometria:
 - równoległość i prostopadłość w przestrzeni;
 - kąt między prostą i płaszczyzną; kąt dwuścienny;
 - zastosowania trygonometrii w stereometrii.
10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka:
 - średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, odchylenie standardowe;
 - zliczanie przypadków w prostych sytuacjach kombinatorycznych; zasada mnożenia;
 - obliczanie prawdopodobieństwa w przypadku skończonej liczby zdarzeń elementarnych.

3.4 Osiągnięcia

1. Umiejętność budowania modeli matematycznych zjawisk z różnych dziedzin życia i ich stosowania:
 - ✓ opisywanie związków pomiędzy wielkościami liczbowymi za pomocą równań i nierówności;
 - ✓ wyznaczanie zależności funkcyjnych między wielkościami liczbowymi;
 - ✓ wyznaczanie związków metrycznych i miarowych w otaczającej przestrzeni;
 - ✓ budowanie modeli zjawisk losowych.
2. Umiejętność wykorzystania podstawowych narzędzi i technik matematycznych:
 - ✓ przeprowadzanie obliczeń dokładnych i przybliżonych (w tym procentowych), także z wykorzystaniem kalkulatora;
 - ✓ opisywanie zbiorów za pomocą równań, nierówności i ich układów;
 - ✓ rozwiązywanie pewnych typów równań oraz ich układów;
 - ✓ sporządzanie wykresów funkcji oraz odczytywanie własności funkcji z wykresu;
 - ✓ wyznaczanie związków miarowych dla figur płaskich i brył;
 - ✓ obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń.
3. Umiejętność przeprowadzenia prostego rozumowania dedukcyjnego.
4. Umiejętność zdobywania i krytycznego analizowania informacji, formułowania hipotez oraz ich weryfikacji.



4 Ramowy rozkład materiału

Propozycja przydziału godzin do kształcenia w zakresie podstawowym:

L.P.	TREŚCI NAUCZANIA	LICZBA GODZIN
<u>KLASA 1 3H X 35 TYGODNI</u>		
1.	Liczby rzeczywiste	20
2.	Język matematyki	10
3.	Funkcje	15
4.	Funkcja liniowa	15
5.	Funkcja kwadratowa	20
6.	Planimetria	15
7.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	10
<u>KLASA 2 2H X 31 TYGODNI (4 TYGODNIE - PRAKTYKA ZAWODOWA)</u>		
8.	Wielomiany	15
9.	Wyrażenia wymierne	15
10.	Funkcje wykładnicze i logarytmy	20
11.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	12
<u>KLASA 3 2H X 31 TYGODNI (4 TYGODNIE - PRAKTYKA ZAWODOWA)</u>		
12.	Ciągi liczbowe	20
17.	Planimetria	15
18.	Rachunek prawdopodobieństwa	15
19.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	12
<u>KLASA 4 3H X 28 TYGODNI</u>		
20.	Elementy statystyki opisowej	20
21.	Stereometria	24
22.	Powtórzenie przed maturą	40

Rozbieżności w ilości tygodni zaplanowane na poszczególne lata związane są z praktyką zawodową jaką uczniowie odbywają w klasie drugiej i trzeciej.

5 Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne i przewidywane osiągnięcia uczniów

Treści zamieszczone w programie oparte zostały na obowiązującej podstawie programowej dla czwartego etapu nauczania matematyki (PP), standardach wymagań maturalnych (ST_WYM) oraz kompetencjach matematycznych określonych w dokumencie, jako „Kompetencje kluczowe w ujęciu Europejskim” (MKKE).

Zawiera on dodatkowo treści istotne dla kształcenia w zawodzie. Są to zarówno treści z wcześniejszych etapów kształcenia, jak też wybrane zagadnienia z zakresu rozszerzonego czwartego etapu nauczania matematyki (zaznaczone **pogrubioną czcionką**).

Niektóre treści z zakresu rozszerzonego, zostały zawarte w programie ze względu na korelację nauczania matematyki z innymi przedmiotami ogólnokształcącymi (np. wektory na płaszczyźnie-na lekcjach fizyki) i faktem, że uczniowie podejmują studia na uczelniach technicznych i ekonomicznych.

Szczegółowe treści kształcenia oraz odpowiadające im cele edukacyjne i osiągnięcia uczniów zostały oznaczone w następujący sposób.

Symbol:

- ❖ znajduje się w PP, ST WYM i MKKE oraz jest istotny dla kształcenia w zawodzie;
- ♣ nie występuje w PP i ST WYM, ale jest ważny dla MKKE;
- ♥ nie występuje w PP i ST WYM, ale jest ważny dla kształcenia w zawodzie;
- ♦ występuje w PP dla wcześniejszych etapów kształcenia i jest ważny dla MKKE i kształcenia w zawodzie.

5.1 Liczby Rzeczywiste

5.1.1 Treści kształcenia

- ✓ zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory: liczby naturalne, liczby całkowite, liczby wymierne (porównywanie i przedstawianie w różnych postaciach – ułamek zwykły, ułamek dziesiętny), liczby niewymierne (rozpoznawanie liczb niewymiernych, usuwanie niewymierności z mianownika);
- ✓ pierwiastki, w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych;
- ✓ obliczenia procentowe. posługiwanie się pojęciem procentu i punktu procentowego w rozwiązywaniu zadań praktycznych;
- ✓ pojęcie względnego i bezwzględnego błędu przybliżenia.

5.1.2 Cele szczegółowe

Uczeń potrafi:

- ♦ podawać przykłady liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych;
- ♦ rozróżniać i kwalifikować przynależność liczb do danego zbioru (N , C , W , R , $R \setminus W$);
- ❖ wykonywać działania na zbiorach N , C , W , R , $R \setminus W$;
- ♦ stosować kolejność wykonywania działań do obliczeń;



- ❖ przedstawiać liczby wymierne w różnych postaciach;
- ❖ stosować cechy podzielności liczb naturalnych;
- ❖ wykonywać działania na potęgach, stosując definicje potęgi oraz twierdzenia dotyczące działań na potęgach;
- ◆ zapisywać liczby w notacji wykładniczej i odwrotnie;
- ❖ wykonywać działania na wyrażeniach zawierających potęgi o wykładniku wymiernym i pierwiastki;
- ❖ wykonywać działania na pierwiastkach, stosując twierdzenia dotyczące działań na pierwiastkach;
- ❖ wykonywać działania na wyrażeniach algebraicznych [w tym stosować wzory skróconego mnożenia];
- ❖ wykonywać działania na liczbach postaci $a = b\sqrt{c}$, $a \in W, b \in W, \sqrt{c} \in N/W$;
- ❖ rozkładać wyrażenia algebraiczne na czynniki, stosując: wzory skróconego mnożenia;
- ❖ wykonywać obliczenia procentowe, posługiwać się procentem i promilem w rozwiązywaniu zadań;
- ❖ odczytywać dane podane w procentach z tabeli i diagramów;
- ❖ przedstawiać dane procentowe w postaci tabel i diagramów;
- ❖ obliczyć błąd względny i bezwzględny;
- ♣ **wykorzystać znajomość NWW i NWD.**

5.2 Język matematyki

5.2.1 Treści kształcenia

- ✓ zbiory;
- ✓ oś liczbowa. przedziały na osi liczbowej;
- ✓ wartość bezwzględna liczby rzeczywistej;
- ✓ interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej.

5.2.2 Cele szczegółowe

Uczeń potrafi:

- ❖ zna pojęcie zbioru i podzbioru i odnosi je do zbiorów liczbowych, zbiorów punktów ;
- ❖ wykonuje działania na zbiorach z wykorzystaniem własności działań ;
- ❖ wskazuje sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej;
- ❖ zaznaczać położenia punktu i przedziału na osi;
- ❖ odczytywać przedziały zaznaczone na osi;
- ❖ wyznaczać sumę, część wspólną i różnicę przedziałów liczbowych;
- ❖ obliczać odległość punktów na osi;
- ❖ obliczać wartość bezwzględną liczby;
- ❖ **stosować definicję wartości bezwzględnej w rozwiązywaniu prostych równań**
- ♣ **zastosować podstawowe prawa działań;**
- ♣ zastosować elementy języka matematycznego.

5.3 Funkcje

5.3.1 Treści kształcenia

- ✓ pojęcie funkcji;
- ✓ określanie funkcji (wzorem, tabela, wykresem, opisem słownym);
- ✓ odczytywanie z wykresu funkcji jej dziedziny, miejsc zerowych, zbioru wartości, wartości największej i wartości najmniejszej w danym przedziale, przedziałów monotoniczności;
- ✓ przesuwanie wykresu wzdłuż osi ox i osi oy ;
- ✓ przekształcenia wykresu funkcji przez symetrię względem osi układu współrzędnych;
- ✓ zastosowanie funkcji do opisu zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym;
- ✓ **wektory.**

5.3.2 Cele Szczegółowe

Uczeń potrafi:

- ❖ podać przykłady funkcji;
- ❖ określać funkcje za pomocą tabelki, grafu, wzoru i wykresu;
- ❖ wyznaczać wartość funkcji dla danego argumentu;
- ❖ szkicować wykres funkcji;
- ❖ wyznaczać: dziedzinę funkcji, zbiór wartości funkcji i miejsca zerowe funkcji, określonej za pomocą wzoru lub wykresu;
- ❖ ustalać znak funkcji w przedziałach;
- ❖ wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji;
- ❖ opisywać własności funkcji danej wykresem;
- ❖ odczytywać z wykresu największą i najmniejszą wartość funkcji w przedziale;
- ❖ opisywać za pomocą funkcji zależności występujące w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym;
- ❖ odczytywać z wykresu funkcji liczbę rozwiązań równania (nierówności);
- ❖ **posługiwać się pojęciem wektora, wektora przeciwnego, zwrotu, kierunku i długości wektora;**
- ❖ **opisać wektory przy użyciu współrzędnych. Porównać dwa wektory.**

5.4 Funkcja liniowa

5.4.1 Treści kształcenia

- ✓ uporządkowanie informacji o funkcji liniowej: sporządzanie wykresu, wyznaczenie wzoru funkcji na podstawie jej wykresu, interpretacja współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego wzoru funkcji liniowej;
- ✓ równanie prostej na płaszczyźnie;
- ✓ warunek równoległości i warunek prostokątności prostych dla równań w postaci kierunkowej;
- ✓ interpretacja geometryczna układu dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi.



5.4.2 Cele szczegółowe

Uczeń potrafi:

- ◆ rozwiązać zadania z zastosowaniem proporcjonalności prostej;
- ◆ podać pojęcie funkcji liniowej i jej własności;
- ❖ sporządzać wykres funkcji liniowej;
- ❖ opisywać własności funkcji liniowej;
- ❖ podawać wzory funkcji liniowych o zadanych własnościach;
- ❖ wykorzystać interpretację współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego wzoru funkcji liniowej;
- ❖ rysować wykres funkcji przedziałami (i fragmentami) liniowej;
- ❖ opisywać własności funkcji przedziałami (i fragmentami) liniowej oraz zapisywać je wzorem;
- ❖ stosować własności funkcji liniowej do rozwiązywania zadań problemowych, wymagających tworzenia modeli matematycznych;
- ◆ rozwiązać równania i nierówności liniowe;
- ◆ zastosować metody rozwiązywania układów równań i-szego stopnia z dwiema niewiadomymi.

5.5 Funkcja kwadratowa

5.5.1 Treści kształcenia

- ✓ sporządzanie wykresu funkcji kwadratowej,
- ✓ odczytywanie własności z wykresu;
- ✓ wyznaczanie miejsc zerowych funkcji kwadratowej;
- ✓ wyznaczanie wartości najmniejszej i wartości największej funkcji kwadratowej w przedziale;
- ✓ wykorzystanie tych wartości do rozwiązywania praktycznych zadań optymalizacyjnych;
- ✓ równania i nierówności stopnia drugiego;
- ✓ rozwiązywanie zadań o kontekście praktycznym, prowadzących do równań i nierówności stopnia drugiego.

5.5.2 Cele szczegółowe

Uczeń potrafi:

- ❖ sporządzać wykresy i zapisywać wzorem funkcje kwadratowe przesunięte równoległe do osi ox lub osi oy i odwrotnie;
- ❖ wyznaczać miejsca zerowe funkcji kwadratowej;
- ❖ przedstawiać funkcję kwadratową w postaci ogólnej, iloczynowej, kanonicznej;
- ❖ określać przedziały monotoniczności funkcji kwadratowej;
- ❖ odczytywać własności funkcji kwadratowych z jej wykresów;
- ❖ wyznaczać najmniejszą wartość i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale;
- ❖ wykorzystywać własności i wykres funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych;
- ❖ rozwiązywać nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;
- ❖ podawać graficzną ilustrację równań i nierówności kwadratowych z jedną niewiadomą;

- ❖ rozwiązywać problemy teoretyczne i praktyczne, których rozwiązanie prowadzi do rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych lub ich układów.

5.6 Planimetria cz. I

5.6.1 Treści kształcenia

- ✓ twierdzenie taleasa i jego związek z podobieństwem;
- ✓ cechy podobieństwa i przystawania trójkątów;
- ✓ funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;
- ✓ wyznaczanie związków miarowych w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii, także w sytuacjach praktycznych.

5.6.2 Cele szczegółowe

Uczeń potrafi:

- ❖ stosować proporcję do przekształcania wzorów;
- ❖ wyznaczać wskazaną zmienną z danego wzoru, korzystając z własności proporcji;
- ❖ rozpoznawać trójkąty podobne na podstawie cech podobieństwa trójkątów;
- ❖ stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązywania problemów teoretycznych lub praktycznych;
- ❖ wskazywać odcinki proporcjonalne w figurach podobnych;
- ❖ sprawdzać równoległość prostych (odcinków), stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia taleasa;
- ❖ zastosować twierdzenie taleasa do rozwiązywania problemów teoretycznych lub praktycznych;
- ❖ określać wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego przy dowolnych oznaczeniach boków trójkąta prostokątnego;
- ❖ obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;
- ❖ wyznaczać miarę kąta, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej;
- ❖ odczytywać wartości funkcji trygonometrycznych z tablic;
- ❖ zastosować funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów prostokątnych oraz w zagadnieniach praktycznych;
- ❖ rozwiązywać zadania geometryczne z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym i twierdzenia pitagorasa;
- ❖ sprawdzać prawdziwość prostych tożsamości trygonometrycznych.

5.7 Wielomiany

5.7.1 Treści kształcenia

- ✓ wielomiany;
- ✓ działania na wielomianach: dodawanie, odejmowanie i mnożenie;
- ✓ rozwiązywanie równań wielomianowych z jedną niewiadomą poprzez rozkład na czynniki, stosując: wyłączanie wspólnego czynnika, grupowanie wyrazów oraz wzory skróconego mnożenia;



5.7.2 Cele szczegółowe

Uczeń potrafi:

- ❖ podawać przykłady wielomianów jednej zmiennej, określać ich stopień i porządkować je;
- ❖ sprawdzać i określać warunki równości wielomianów;
- ❖ wykonywać działania: dodawanie, odejmowanie, mnożenie wielomianów jednej zmiennej;
- ❖ sprawdzać, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;
- ❖ rozkładać wielomian na czynniki przez wyłączenie wspólnego czynnika przed nawias grupowanie wyrazów z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia;
- ❖ rozwiązywać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki;

5.8 Wyrażenia wymierne

5.8.1 Treści kształcenia

- ✓ proporcjonalność odwrotna, jej wykres i własności;
- ✓ rozwiązywanie zadań praktycznych związanych z proporcjonalnością odwrotną;
- ✓ wyrażenia wymierne i ich dziedzina;
- ✓ wyznaczanie wartości liczbowej wyrażenia wymiernego;
- ✓ działania na wyrażeniach wymiernych;
- ✓ rozwiązywanie prostych równań wymiernych, np. $\frac{x+1}{x+2} = 4$, $\frac{x+2}{x} = 1$;
- ✓ rozwiązywanie zadań o kontekście praktycznym, prowadzących do rozwiązywania prostych równań wymiernych.

5.8.2 Cele szczegółowe

Uczeń potrafi:

- ◆ proporcjonalność odwrotną i jej własności;
- ❖ wyznaczać dziedzinę wyrażenia wymiernego z jedną zmienną;
- ❖ obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- ❖ wykonywać działania na wyrażeniach wymiernych;
- ❖ rozwiązywać proste równania wymierne;
- ❖ obliczać wartość wyrażenia trygonometrycznych i wykazywać, że równość trygonometryczna jest tożsamością.

5.9 Funkcje wykładnicze i logarytmiczne

5.9.1 Treści kształcenia

- ✓ potęga o wykładniku rzeczywistym i jej własności;
- ✓ pojęcie i własności logarytmu;
- ✓ definicja i wykresy funkcji wykładniczych;
- ✓ rozwiązywanie zadań o kontekście praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczych.

5.9.2 Cele szczegółowe

Uczeń potrafi:

- ❖ wyznaczać przybliżoną wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym;
- ❖ porównywać potęgi o wykładnikach rzeczywistych;
- ❖ stosować własności potęgi do przekształcania wyrażeń zawierających potęgę o wykładniku rzeczywistym;
- ❖ wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- ❖ szkicować wykresy funkcji wykładniczych i opisywać ich własności;
- ❖ napisać wzór funkcji, której wykres jest obrazem wykresu funkcji wykładniczej w określonym przekształceniu geometrycznym;
- ❖ obliczać logarytmy liczb;
- ❖ określać dziedzinę i obliczać wartości wyrażenia zawierającego logarytmy;
- ❖ stosować podstawowe twierdzenia dotyczące działań na logarytmach.

5.10 Ciągi liczbowe

5.10.1 Treści kształcenia

- ✓ definicja i przykłady ciągów liczbowych;
- ✓ ciąg arytmetyczny i geometryczny;
- ✓ wzór na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego;
- ✓ wzór na sumę n początkowych wyrazów tych ciągów;
- ✓ procent składany;
- ✓ oprocentowanie lokat i kredytów.

5.10.2 Cele szczegółowe

Uczeń potrafi:

- ❖ określać ciąg liczbowy i podawać jego przykłady;
- ❖ sporządzać wykres danego ciągu i odróżniać wykres ciągu od wykresów innych funkcji;
- ❖ obliczać dowolne wyrazy ciągu;
- ❖ podawać przykłady ciągów arytmetycznych i geometrycznych;
- ❖ obliczać n -ty wyraz ciągu arytmetycznego i geometrycznego;
- ❖ wyznaczać ciąg arytmetyczny i geometryczny na podstawie danych;
- ❖ stosować definicje i własności ciągów do rozwiązywania zadań, w tym również zadań praktycznych;
- ❖ obliczać sumę kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego;
- ❖ obliczać oprocentowanie lokat i kredytów z zastosowaniem procentu prostego i składanego z uwzględnieniem podatku od oszczędności;
- ❖ wybierać najkorzystniejsze oferty banków i instytucji finansowych dotyczące lokat i kredytów.



5.11 Planimetria cz.II

5.11.1 Treści kształcenia

- ✓ zastosowanie własności kątów środkowych, kątów wpisanych oraz kąta między styczną a cięciwą;
- ✓ odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej;
- ✓ współrzędne środka odcinka;
- ✓ równanie okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.

5.11.2 Cele szczegółowe

Uczeń potrafi:

- ❖ rozróżniać figury: wypukłe i wklęsłe, ograniczone i nieograniczone;
- ❖ zastosować zależności między kątami wpisanymi i środkowymi do rozwiązywania zadań;
- ❖ stosować twierdzenie o związkach miarowych między odcinkami stycznymi i siecznymi;
- ❖ obliczać, na podstawie danych, promień okręgu wpisanego w trójkąt oraz promień okręgu opisanego na trójkącie;
- ❖ rozwiązywać zadania, stosując związki między polem trójkąta a długością jego boków oraz promieniem okręgu wpisanego lub promieniem okręgu opisanego na trójkącie;
- ❖ wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu mając dane jego równanie;
- ❖ zapisać równanie okręgu mając dane współrzędne jego środka i promień;
- ❖ określać wzajemne położenie okręgu i prostej;
- ❖ określać wzajemne położenie dwóch okręgów;
- ❖ wyznaczyć środek odcinka;
- ❖ obliczyć odległość między dwoma punktami w płaszczyźnie kartezjańskiej.

5.12 Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka

5.12.1 Treści kształcenia

- ✓ elementy kombinatoryki: zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych;
- ✓ reguła mnożenia;
- ✓ definicja klasyczna prawdopodobieństwa i jej zastosowanie do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych.

5.12.2 Cele szczegółowe

Uczeń potrafi:

- ❖ opisywać przestrzeń zdarzeń elementarnych;
- ❖ opisywać zdarzenie losowe;
- ❖ wykonywać działania na zdarzeniach losowych;
- ❖ obliczać liczbę zdarzeń przestrzeni zdarzeń elementarnych oraz liczbę zdarzeń sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu;
- ❖ obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych;

- ❖ rozwiązywać zadania o tematyce praktycznej.

5.13 Elementy statystyki opisowej

5.13.1 Treści Kształcenia

- ✓ odczytywanie i interpretowanie danych statystycznych z tabel, diagramów i wykresów;
- ✓ przedstawianie danych empirycznych w postaci tabel, diagramów i wykresów;
- ✓ obliczanie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany i odchylenia standardowego interpretacja tych parametrów.

5.13.2 Cele szczegółowe

Uczeń potrafi:

- ❖ posługiwać się pojęciami: populacja, próba, dane statystyczne;
- ❖ budować tabelę częstości i tabelę częstości względnych;
- ❖ odczytywać i interpretować informacje z tabel, diagramów, histogramów i wykresów;
- ❖ zbierać, porządkować, klasyfikować i prezentować dane;
- ❖ obliczać i interpretować średnią arytmetyczną danych statystycznych;
- ❖ wyznaczać oraz interpretować modę i medianę dla sklasyfikowanych danych;
- ❖ obliczać wariancje i odchylenie standardowe liczone z próby oraz podawać ich interpretację.

5.14 Stereometria

5.14.1 Treści kształcenia

- ✓ własności podstawowych figur przestrzennych: graniastosłupów (prostych, prawidłowych) i ostrosłupów;
- ✓ wzajemne położenie krawędzi i ścian brył; kat nachylenia prostej do płaszczyzny i kat dwuścienny;
- ✓ własności brył obrotowych: kuli, walca, stożka;
- ✓ wyznaczanie związków miarowych w bryłach z zastosowaniem trygonometrii.

5.14.2 Cele szczegółowe

Uczeń potrafi:

- ❖ określać wzajemne położenie prostych w przestrzeni;
- ❖ określać wzajemne położenie płaszczyzn w przestrzeni;
- ❖ wskazać kąty dwuścienne między ścianami w ostrosłupie i graniastosłupie oraz kąty nachylenia krawędzi do ścian na modelach budowli;
- ❖ określić wzajemne położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni;
- ❖ wskazać i obliczyć miarę kąta nachylenia prostej z płaszczyzną;
- ❖ rozróżnić i klasyfikować graniastosłupy i ostrosłupy;
- ❖ wskazywać i nazywać kąty dwuścienne w ostrosłupie i graniastosłupie;
- ❖ opisywać i nazywać podstawowe przekroje graniastosłupów i ostrosłupów;



- ❖ stosować poznane pojęcia i wzory do rozwiązywania zadań praktycznych i teoretycznych w tym optymalizacyjnych;
- ❖ obliczać pola powierzchni i objętość ostrosłupów oraz graniastosłupów z zastosowaniem trygonometrii;
- ❖ rozwiązywać zadania dotyczące pól i objętości wielościanów, wymagające tworzenia prostych modeli matematycznych;
- ❖ rozpoznać bryły obrotowe;
- ❖ opisać walec, stożek i kulę;
- ❖ narysować przekroje walca, stożka, kuli i opisać je;
- ❖ stosować poznane pojęcia i wzory dotyczące brył obrotowych w rozwiązywaniu zadań;
- ❖ obliczać pole powierzchni oraz objętość walca, stożka i kuli, w tym z zastosowaniem trygonometrii;
- ❖ stosować poznane pojęcia i wzory do rozwiązywania zadań praktycznych i teoretycznych w tym optymalizacyjnych;
- ❖ rozwiązywać zadania dotyczące pól i objętości brył obrotowych, które wymagają tworzenia prostych modeli matematycznych.

6 Procedury osiągnięcia celów

Wszyscy wiedzą, że rozwijanie umiejętności matematycznych wpływa na rozwój intelektualny człowieka. Na lekcjach matematyki uczeń uczy się logicznego myślenia i wnioskowania. Nabywa umiejętności poprawnego i precyzyjnego wysławiania się, co w znacznym stopniu pomaga mu w komunikowaniu się z innymi ludźmi. Różnorodne formy prowadzenia zajęć służą głównie temu, by uczeń nie poczuł znużenia przedmiotem. Warto przy okazji zwrócić uwagę, że stopień przyswajalności wiedzy uzależniony jest od zastosowanej przez nauczyciela metody zgodnie z zasadą: im bardziej angażujemy uczniów w proces dydaktyczny, tym lepszych efektów możemy się spodziewać.

Podmiotowość ucznia, jego potrzeby i preferencje są podstawą organizacji procesu kształcenia i zaplanowania w czasie poszczególnych treści przewidzianych programem. Planowanie takie rozpoczynamy od przeprowadzenia diagnozy i rozpoznaniem potrzeb uczniów. Aby prawidłowo zaplanować strategię i metody nauczania rozpoczynamy od tego jakie cele chcemy osiągnąć. Do osiągnięcia sukcesu musimy stosować różne metody. Metody będą skuteczne, kiedy są różnorodne, stosowane naprzemiennie odwołują się do różnych stylów nauczania i uczenia się.

6.1 Metody jakie będą zastosowane na lekcjach matematyki:

6.1.1 Metoda podająca

Wykład

W tej metodzie nauczania główną rolę odgrywa nauczyciel. Dobre przygotowanie merytoryczne prowadzącego zajęcia jest podstawą rzetelnego przekazania wiedzy uczniom. To on formułuje problem, analizuje go, wskazuje drogi i sposoby rozwiązania. Uczniowie sporządzają notatki, zapamiętują fakty, zdobywają wiedzę i umiejętności poprzez naśladowanie.

Ta metoda ważna jest dla ucznia szkoły ponadgimnazjalnej, który podejmie dalszą naukę. Metoda ta stosowana jest bowiem często na wyższych uczelniach, więc uczeń powinien być na nią przygotowany.

6.1.2 Metody aktywizujące uczniów:

Pogadanka, dyskusja

Metoda dyskusji uczy kulturalnego prowadzenia dyskusji, a jednocześnie przy różnych propozycjach uczy podejmowania decyzji w zespole, argumentowania „za i przeciw”, podawania przykładów i kontrprzykładów. W tej metodzie nauczyciel kieruje rozmową, prowadzi dyskusję umiejętnie i porządkuje jej przebieg. Zadaje pytania, naprowadza na prawidłowe odpowiedzi, rozjaśnia wątpliwości, rozstrzyga spory.

Metoda problemowa

W tej metodzie nauczyciel stawia problem matematyczny, który uczniowie rozwiązują samodzielnie. Zmusza w ten sposób uczniów do wysiłku intelektualnego, analizy problemu



i formułowania hipotez. Weryfikują swoje przypuszczenia z innymi lub nauczycielem wyjaśniają wątpliwości, budują model rozwiązania, dokonują korekty, podsumowują swoje spostrzeżenia i wnioski, sprawdzają obliczenia i udzielają odpowiedzi. Metoda ta kształtuje umiejętność rozwiązywania problemów, aktywizuje uczniów i wzbogaca ich wiedzę.

Praca z tekstem matematycznym:

Praca z podręcznikiem, wykorzystaniem encyklopedii, słowników, czasopism popularnonaukowych, roczników statystycznych i innymi materiałami źródłowymi służy wyrabianiu samodzielności i wytrwałości w zdobywaniu wiedzy i selektywności w doborze treści potrzebnych do rozwiązywania problemów oraz zmusza uczniów do samokształcenia. Dzięki tej metodzie uczeń uświadamia sobie, jaką rolę pełni matematyka w otaczającej go rzeczywistości.

Metoda ta, właściwie zastosowana, pozwala wykształcić umiejętność czytania ze zrozumieniem i właściwej interpretacji tekstu matematycznego.

Ważnym elementem, jaki stawia przed nami współczesny świat jest korzystanie z komputera. Praca z komputerem na lekcjach matematyki pokaże uczniowi jak zbierać informacji z internetu, dotyczących różnych zagadnień matematycznych, samodzielne przygotowanie tekstów na podstawie zebranych informacji i przedstawienie ich, po odpowiednim opracowaniu, pozostałym uczniom. Metoda pozwala kształtować postawy poszukiwania i dociekliwości.

Gry dydaktyczne

W grze dydaktycznej występuje element zabawy, w której przestrzega się ściśle określonych reguł i zasad. Rozwija ona twórcze myślenie i działanie, współpracę, współodpowiedzialność i rywalizację oraz myślenie strategiczne i przewidywanie dalszych konsekwencji wynikających z podejmowanych decyzji. Rezultatem gry musi być grupowe podjęcie decyzji dotyczącej danego problemu. Gry dydaktyczne powinny być stosowane jako element lekcji powtórzeniowej, utrwalającej wiadomości i umiejętności uczniów.

6.2 Formy pracy:

Na każdej lekcji oprócz stosowania odpowiednich metod trzeba zastosować właściwe formy organizacji lekcji. Wśród wielu form najczęściej stosowane to:

6.2.1 Praca z całą klasą

Forma ta polega na pracy z całą klasą. Angażujemy wszystkich uczniów w rozwiązywanie problemów sformułowanych przez nauczyciela.

Nauczyciel realizuje ze wszystkimi uczniami te same treści. Wszyscy uczniowie rozwiązują te same zadania, dyskutują na ten sam temat, analizują ten sam problem matematyczny. Dzięki tej formie pracy uczniowie uczą się współpracować i nawiązują więzi.

6.2.2 Praca w grupach

Praca w grupach polega na podziale klasy na kilkuosobowe zespoły i przydziale zadań do wykonania. Forma ta kształci w młodzieży umiejętność współpracy z innymi ludźmi w rozwiązywaniu problemów. Praca w grupach rozwija umiejętność organizacji pracy, odpowiedniego komunikowania się z innymi, pozwala poznać zasady partnerskiej współpracy. Ta forma powinna być stosowana jak najczęściej podczas lekcji matematyki. Praca w grupach przebiega w różny sposób, w zależności od wyboru przez nauczyciela

metody pracy. Forma ta polega na rozwiązywaniu zadań przez wszystkich członków zespołu. Uczniowie dzielą się swoimi spostrzeżeniami, wiedzą i umiejętnościami z innymi członkami grupy. W grupie uczniowie wybierają lidera i sprawozdawcę. Lider czuwa nad pracą całego zespołu, sprawozdawca referuje rozwiązanie problemu bądź zadania przed całą klasą.

6.2.3 Praca indywidualna

Praca ucznia odbywa się samodzielnie w domu lub w szkole. Forma ta pozwala uczniowi na samodzielne poszukiwanie rozwiązań, odpowiedzi na problemowe pytania, zmusza do refleksji i samodzielnego poszukiwania. Uczeń utrwala nabytą wiedzę, a także kształtuje umiejętność uczenia się. Uczeń pracując indywidualnie może uczyć się, rozwiązywać zadania i problemy nie spiesząc się - pracować własnym tempem.

6.3 Ocenianie osiągnięć uczniów

Ocenianie uczniów powinno być systematyczne i spójne z tym co było przedmiotem nauczania. Przy ocenie osiągnięć ucznia uwzględniamy:

- ✓ jego zaangażowanie i organizację pracy (praca samodzielna i praca w grupach);
- ✓ rodzaj wykonywanej pracy (sprawdziany, kartkówki, prace dodatkowe zlecone przez nauczyciela, odpowiedzi ustne itp.);
- ✓ wiedzę zdobytą przez ucznia;
- ✓ umiejętności społeczne i komunikacyjne (współpraca w mniejszych zespołach, prace indywidualne podejmowane przez pojedynczych uczniów);
- ✓ postawę ucznia na lekcjach (wypowiadanie się, argumentowanie).

Nauczyciel powinien dostrzegać nie tylko pracę ucznia na lekcji, jego zaangażowanie ale premiować prace domowe. Ważne jest to, aby ocenianie odbywało się systematycznie co zachęci uczniów do pracy przez cały rok. Niezwykle ważne jest, aby system oceniania był jasny i czytelny dla uczniów i ich rodziców. Aby wnikliwie ocenić edukacyjne osiągnięcia ucznia należy posługiwać się różnorodnymi środkami i metodami oceniania, takimi jak: sprawdziany pisemne (prace klasowe, testy, kartkówki), odpowiedzi ustne (referaty, odpowiedzi z kilku ostatnich zajęć, prezentacja rozwiązania zadania, dyskusja nad rozwiązaniem problemu itp.), praca w grupach, prace domowe oraz aktywność na zajęciach. Poszczególnym formom oceniania powinno się nadać różną wagę.

Ponieważ egzamin maturalny jest egzaminem pisemnym, więc dużą wagę należy przywiązywać do prac pisemnych.

Nauczyciel określa jasno wiadomości i umiejętności jakie uczeń ma posiadać, aby otrzymać odpowiednią ocenę.

Według profesora Niemierki wymagania programowe są sformułowane na następujących poziomach:

KONIECZNY (K) - obejmuje niezbędne umiejętności, które umożliwiają korzystanie z nauczania na minimalnym poziomie

PODSTAWOWY (P) - dotyczy treści najbardziej przystępnych, najprostszych, użytecznych w życiu codziennym, oczywistych naukowo;

ROZSZERZAJĄCY (R) - dotyczy wiadomości i umiejętności umiarkowanie przystępnych, mniej typowych, które nie są niezbędne do kontynuowania dalszej nauki;



DOPEŁNIAJĄCY (D) - obejmuje treści trudne do opanowania, bardziej złożone ale nie wykraczające poza obowiązujący program nauczania,

OCENA SZKOLNA		POZIOM WYMAGAŃ
dopuszczający	2	Konieczny
dostateczny	3	konieczny podstawowy
Dobry	4	konieczny podstawowy rozszerzający
bardzo dobry	5	konieczny podstawowy rozszerzający dopełniający



7 Spis wykorzystywanej literatury do potrzeb programu

1. *MATeMATyka* Podręczniki + CD - ROM dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym. Autorzy W. Babiński, L. Chańko, D. Ponczek
2. *MATeMATyka* Ćwiczenia i zadania dla liceum profilowanego i technikum. Kształcenie w zakresie podstawowym i rozszerzonym. Autorzy W. Babiński, L. Chańko, J. Czarnowska
3. Czasopismo „Matematyka”
4. Zbiory zadań i ćwiczeń innych wydawnictw (w zależności od potrzeb)



8 Ewaluacji programu nauczania rozwijania MKKE

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Metody badawcze	Prezentacja danych/raport
Przed rozpoczęciem realizacji programu	a) Projekt autorskiego programu nauczania	1. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia zasoby realizatora? 2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców? 3. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania MKKE? 4. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie? 5. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności? 6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu oceny programu?	Studium przypadku; Analiza wyników diagnozy implementacji KK oraz danych z arkusza oceny programu.	Raport ewaluacyjny.
W czasie realizacji programu.	b) Skuteczność programu	1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu? 2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw	Analiza dokumentów. Analiza dokumentów.	Raport ewaluacyjny Raport ewaluacyjny



<p>Na koniec realizacji programu.</p> <p>Po pewnym czasie od realizacji programu.</p>		<p>pomocy dydaktycznych?</p> <p>3. Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczycieli i szkoły?</p> <p>4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?</p> <p>5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu?</p> <p>6. Jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?</p> <p>7. Na ile trwałe są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE.</p>	<p>Analiza dokumentów m.in. wyników monitoringu.</p> <p>Analiza dokumentów. Obserwacja.</p> <p>Ankietowanie uczniów.</p> <p>Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”.</p> <p>Analiza dokumentów (z wynikami egzaminu maturalnego).</p>	<p>Raport ewaluacyjny</p> <p>Raport ewaluacyjny</p> <p>Raport ewaluacyjny. Promocja projektu.</p> <p>Raport ewaluacyjny. Promocja projektu. Promocja szkoły w środowisku.</p> <p>Raport ewaluacyjny. Promocja projektu – konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie.</p>
---	--	---	--	--

Bibliografia

- [1] W. Babiański, K. Hall, D. Ponczek, *Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym*, Nowa Era, Warszawa 2007.
- [2] A. Komosa, J. Musiałkiewicz, *Statystyka*, EKONOMIK, Warszawa 2003.
- [3] M. Sobczak, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, WSEI, Lublin 2009.
- [4] *Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynku pracy w województwie podkarpackim*, Zespole Szkół Ekonomicznych w Jarosławiu, Szkoła Kluczowych Kompetencji, Lublin 2009.
- [5] *Podstawa Programowa Kształcenia Ogólnego dla liceów ogólnokształcących, liceów profilowanych, techników, uzupełniających liceów ogólnokształcących i techników uzupełniających z dnia 23 sierpnia 2007 r.* (Dz. U. Nr 157, poz. 1100 z 2009 r.).
- [6] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów* (Dz. U. Nr 157, poz. 1102 z 2007 r.).
- [7] *Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 29 maja 2009 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie warunków i sposobu oceniania, klasyfikowania i promowania uczniów i słuchaczy oraz przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów w szkołach publicznych* (Dz. U. nr 83, poz. 694).



Autor

Iwona Dworak

**MATEMATYKA
ZAKRES ROZSZERZONY**

**AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH**

**Technikum Nr 9
w Rzeszowie**

*Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*

Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Nota o autorze programu	5
Wprowadzenie	5
1 Uwarunkowanie realizacji programu	8
2 Założenia dydaktyczno-wychowawcze	10
3 Cele ogólne	11
4 Ramowy rozkład materiału.	13
5 Uszczegółowiony rozkład materiału powiązany ze szczegółowymi celami kształcenia.	15
5.1 KLASA I	15
5.2 KLASA II	20
5.3 KLASA III	24
5.4 KLASA IV	27
6 Procedury osiągania szczegółowych celów edukacyjnych.	30
7 Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycje metod ich oceny	33
8 Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia:	35
8.1 Założone osiągnięcia uczniów	36
8.2 KLASA I	36
8.3 KLASA II	39
8.4 KLASA III	41
8.5 KLASA IV	42
9 Oprzyrządowanie programu	44
10 Projekt ewaluacji autorskiego programu	46
Bibliografia	49



Nota o autorze programu

mgr Iwona Dworak – absolwentka kierunku matematyka na Akademii Pedagogicznej w Krakowie, nauczycielka matematyki w Zespole Szkół Technicznych w Rzeszowie z dwuletnim stażem pracy.

Wprowadzenie

W związku z obowiązkiem zdawania egzaminu maturalnego z matematyki (od roku 2010) nastąpiła zmiana dwóch podstawowych aktów prawnych mających wpływ na kształcenie matematyczne w polskich szkołach. Są to: podstawa programowa (rozporządzenie z dnia 23 sierpnia 2007 r.) oraz standardy wymagań egzaminacyjnych (wg rozporządzenia MEN z dnia 28 sierpnia 2007 r.). Mój program autorski nauczania matematyki – kierowany do **technikum o kierunku mechanicznym** – jest zgodny z tymi dokumentami, jak również z kluczowymi kompetencjami, a zwłaszcza matematycznymi, o których mowa będzie później.

Pierwszą fazą opracowywania tego programu było uświadomienie potrzeby dokonania zmiany, która ma doprowadzić do zaspokojenia nowych potrzeb lub poprawić jakość dotychczas prowadzonych działań.

W związku z postępującą globalizacją Unia Europejska staje przed coraz to nowymi wyzwaniami, dlatego też każdy obywatel będzie potrzebował szerokiego wachlarza kompetencji kluczowych, czyli połączenia wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji, by łatwo przystosować się do szybko zmieniającego się świata, w którym zachodzą rozliczne wzajemne powiązania. W szczególności, opierając się na wielorakich kompetencjach indywidualnych, należy sprostać zróżnicowanym potrzebom osób uczących się poprzez zapewnienie równości i dostępu dla tych grup, które ze względu na trudności edukacyjne, spowodowane okolicznościami osobistymi, społecznymi, kulturowymi lub ekonomicznymi, wymagają szczególnego wsparcia w realizacji swojego potencjału edukacyjnego. Ponadto wzrasta popyt na kształcenie zawodowe przygotowujące młodego człowieka do wymogów nowoczesnego rynku pracy.

Kompetencje kluczowe to te, których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, do bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia. Stanowią one podstawę kształcenia. Wśród nich wyróżniono między innymi kompetencje matematyczne. Obejmują one umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Istotne są zarówno proces i czynność, jak i wiedza, przy czym podstawę stanowi należyte opanowanie umiejętności liczenia. Kompetencje matematyczne obejmują w różnym stopniu-zdolność i chęć wykorzystywania matematycznych sposobów myślenia (myślenie logiczne i przestrzenne) oraz prezentacji (wzory, modele, wykresy, tabele).

Konieczna wiedza w dziedzinie matematyki obejmuje solidną umiejętność liczenia, znajomość miar i struktur, głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej, rozumienia terminów i pojęć matematycznych, a także świadomość pytań, na które

matematyka może dać odpowiedź. Osoba powinna posiadać umiejętność stosowania głównych zasad i procesów matematycznych w życiu codziennym a także śledzenia i oceniania ciągów argumentów. Powinna rozumować w sposób matematyczny i komunikować się w języku matematyki.

Kompetencje matematyczne określone w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie - Europejskie ramy odniesienia” (MKKE) będą często przytaczane w pracy, zatem, wprowadziłam następujące **oznaczenia ściśle związane z kluczowymi kompetencjami matematycznymi**, które mają służyć ułatwieniu komunikacji z czytelnikiem:

➤ **Wiedza:**

- W1. rozumienie terminów i pojęć matematycznych;
- W2. dobrze opanowana umiejętność liczenia;
- W3. znajomość miar i struktur;
- W4. znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej;
- W5. świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.

➤ **Umiejętności:**

- U1. stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny);
- U2. śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny);
- U3. przekazywać komunikaty stosując język matematyczny;
- U4. korzystać z tekstu matematycznego.

➤ **Postawy:**

- P1. przejawiać szacunek dla prawdy;
- P2. dążyć do szukania przyczyn;
- P3. oceniać zasadność wnioskowań i działań.

Realizacja opracowanego przeze mnie programu autorskiego:

- umożliwia zdobycie wiadomości i umiejętności opisanych w podstawie programowej, w standardach wymagań egzaminacyjnych i w kompetencjach matematycznych, w tym między innymi:
 - umiejętności budowania modeli matematycznych zjawisk z różnych dziedzin życia i ich stosowania;
 - umiejętności wykorzystywania podstawowych narzędzi i technik matematycznych;
 - umiejętności zdobywania i krytycznego analizowania informacji, formułowania hipotez oraz ich weryfikacji;
 - umiejętności liczenia, znajomości miar i struktur, głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej;
 - umiejętności rozumienia terminów i pojęć matematycznych, a także świadomość pytań, na które matematyka może odpowiedzieć;
 - umiejętności stosowania głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych;
 - umiejętności śledzenia i oceniania ciągów argumentów;
 - umiejętności rozumowania matematycznego (rozumieć dowód matematyczny i komunikować się językiem matematycznym oraz korzystać z odpowiednich pomocy).



- daje matematyczne podstawy do uczenia się przedmiotów zawodowych a przede wszystkim kształcenia na kierunku mechanika; pewne treści zostały dodane lub znacznie rozszerzone wyłącznie ze względu na kształcenie w zawodzie;
- daje matematyczne podstawy do uczenia się przedmiotów przyrodniczych, przede wszystkim: fizyki, chemii, biologii;
- zapewnia dużą efektywność kształcenia;
- umożliwia powtórzenie najważniejszych zagadnień występujących w podstawie programowej z matematyki na niższych etapach kształcenia.

Szczegółowe treści kształcenia oraz odpowiadające im cele edukacyjne i osiągnięcia uczniów zostały oznaczone w następujący sposób:

Symbol:

- ✓ oznacza treści kształcenia i umiejętności zawarte w podstawie programowej z matematyki dla szkół ponadgimnazjalnych (PP), standardach wymagań egzaminacyjnych dla tych szkół (ST_WYM), kompetencjach kluczowych (MKKE), oraz są istotne dla kształcenia w zawodzie;
- oznacza treści kształcenia i umiejętności, które nie występują w PP i w ST_WYM, ale są ważne dla kształcenia w zawodzie;
- ⇒ oznacza treści kształcenia i umiejętności zawarte w PP z matematyki na niższych etapach kształcenia, a zatem takich, które podlegają sprawdzeniu na egzaminie maturalnym i są ważne dla MKKE i kształcenia w zawodzie;
- oznacza treści kształcenia i umiejętności, które nie występują w PP i w ST_WYM, ale są ważne dla MKKE.

Na realizację programu w zakresie rozszerzonym zgodnie z rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej w sprawie ramowych planów nauczania – przeznaczony jest 12 godzin łącznie – w ciągu 4 lat. Zatem na każdy rok nauki przypadają 3 godziny tygodniowo.

W programie przedstawione jest uwarunkowanie realizacji projektu, założenia dydaktyczne i wychowawcze, cele ogólne, szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania, ramowy rozkład materiału, szczegółowe treści kształcenia, wraz z zakresem przewidywanych osiągnięć ucznia. Dalej omówione są procedury osiągania celów kształcenia i procedury oceniania osiągnięć uczniów, oprzyrządowanie programu i projekt ewaluacji.

1 Uwarunkowanie realizacji programu

Zespół Szkół Technicznych usytuowany jest w Rzeszowie, przy ul. Matuszczaka 7. W roku 2009 placówka będzie obchodzić Jubileusz pięćdziesięciolecia działalności. ZST jest szkołą usytuowaną na obrzeżach Rzeszowa, co pozytywnie wpływa na atmosferę szkoły. Sąsiaduje z dwoma potentatami przemysłu lotniczego i metalurgicznego, dzięki temu ma możliwość realizacji praktyk przez uczniów, jak również zajęć praktycznych w sąsiedztwie szkoły.

ZST posiada bogato wyposażone pracownie specjalistyczne: elektryczną, elektroniki analogowej i cyfrowej, mikroprocesorową, urządzeń elektronicznych, gdzie zajęcia realizowane są w ramach zawodu technik elektronik. Pracownie urządzeń techniki komputerowej, programowania strukturalnego i obiektowego, internetowo-multimedialne, sieci komputerowych, to pracownie gdzie realizowane są zajęcia głównie w ramach zawodu technik informatyk, ale też zajęcia z zakresu wspomagania komputerowego w innych zawodach. W szkole znajduje się kawiarenka internetowa, szkolne studio TV, biblioteka z zapleczem multimedialnym.

Uczniowie ZST doskonalą swoje umiejętności w zakresie edukacji przydatnej do sprawnego funkcjonowania w społeczeństwie opartym na wiedzy. Mają możliwość osiągnięcia pozytywnych wyników na egzaminach maturalnym i potwierdzającym kwalifikacje zawodowe. W ramach projektu Edugeneracja mają możliwość pracy na nowoczesnej platformie edukacyjnej Edusquare. Kładąc nacisk na doskonalenie edukacji zawodowej uczniowie uczestniczą w praktykach i stażach zagranicznych w ramach programów Leonardo da Vinci i Socrates Comenius. Konsekwentnie kształtują postawę samodzielności w działaniu i operatywności realizując się w Programie Młodzież w Działaniu, jak również uczestnicząc aktywnie w olimpiadach, konkursach. W ten sposób wzbogacając swoją wiedzę o tematy aktualne i znaczące na ich poziomie kształcenia. Pełni zaangażowania uczestniczą w zajęciach pozalekcyjnych: Klub Europejski, Klub Turystyczny, Drużyna Harcerska, Kabaret Szkolny No Name. Podejmowane przez nich przedsięwzięcia skutecznie wpływają na ich dalszy rozwój jako jednostek przedsiębiorczych, dynamicznych i zaangażowanych w podejmowane zadania.

Jednym z kierunków, w których kształci ZST, a zarazem kierunkiem, dla którego przeznaczony jest dany program jest technik mechanik. Ponadto uczniowie mogą wybrać następujące kierunki kształcenia budowa silników spalinowych z mechatroniką lub programowanie obrabiarek sterowanych numerycznie. Absolwenci tego zawodu są bardzo poszukiwani na rynku pracy. Ich kompetencje to: projektowanie, konstruowanie, budowa, eksploatacja i naprawa maszyn, urządzeń i mechanizmów. Zakres prac, jakie może wykonywać absolwent technikum w zawodzie mechanika jest, więc olbrzymi. Absolwent zna nowoczesne metody wytwarzania z zastosowaniem obrabiarek sterowanych numerycznie, posiada umiejętność obsługi linii produkcyjnych i montażowych, zna narzędzia kontroli jakości z wykorzystaniem nowoczesnych urządzeń pomiarowych i diagnostycznych, umie projektować proste elementy mechaniczne z zastosowaniem programów komputerowych, ma wiedzę na temat technologicznego przygotowania produkcji, posiada umiejętność instalacji i obsługi współczesnych urządzeń mechanicznych.



Absolwent ma szanse zatrudnienia w:

- firmach zajmujących się produkcją urządzeń technicznych;
- zakładach usługowo-naprawczych silników spalinowych;
- nadzorze przebiegu procesów wytwarzania maszyn i urządzeń;
- w stacjach obsługi pojazdów samochodowych;
- w zakładach produkujących samochody.

Zespół Szkół Technicznych jest szkołą techniczną, kształcąca w zawodach poszukiwanych na rynku pracy. Wpisuje się w oczekiwania oraz strategię rozwoju regionu zdeterminowanych rozwojem nowoczesnych technologii. Główne kierunki rozwoju województwa podkarpackiego zapisane w Strategii Województwa Podkarpackiego to kluczowe branże: lotnicza, informatyczna i turystyczna. Zawody, w których kształci ZST to zawody poszukiwane tj. informatycy, elektrycy, mechanicy.

2 Założenia dydaktyczno-wychowawcze

Pierwszym etapem konstrukcji programu jest przyjęcie założeń dydaktyczno-wychowawczych. Są one następujące:

- opracowany program ma charakter liniowy, ponieważ obejmuje tylko jeden etap edukacyjny. Czas jego realizacji jest, więc zbyt krótki na to, aby zakładać nawet dwukrotny powrót do tych samych zagadnień. Jednak opanowanie szczególnie ważnej treści można zorganizować w ten sposób, by poprzez dobór zadań wracać do niej wielokrotnie;
- termin „treść nauczania” będzie używany zgodnie z objaśnieniem:
 - **Treść nauczania**-system nauczanych czynności, określonych pod względem celów, materiału i wymagań programowych. W toku nauczania jest przetwarzana z postaci zaplanowanej na poznawaną, a następnie opanowaną przez uczniów;
 - Zakres treści nauczania jest rozszerzony, w porównaniu do treści w PP, o te elementy, które są niezbędne do rozwijania MKKE oraz do kształcenia w określonym zawodzie.
- układ materiału zapewnia realizację założonych celów oraz korelację czasową i tematyczną z innymi przedmiotami;
- realizacja danego programu zakłada współpracę z nauczycielami innych przedmiotów a zwłaszcza z nauczycielami kształcącymi na przedmiotach mechanicznych.
- struktura jest zgodna z rozporządzeniem MEN;
- zakłada się wskazanie podstawowego oprzyrządowania programu w postaci podręcznika dla ucznia, zbiorów zadań, zestawów prac klasowych i testów, podręcznika metodyki dla nauczyciela.

3 Cele ogólne

Napisany przeze mnie program nauczania został tak skonstruowany, aby umożliwić uczniom osiągnięcie określonych w *Podstawie programowej* celów edukacyjnych a także wykształcić odpowiednie umiejętności potrzebne w kształceniu na kierunku **technik mechanik**. Nauczyciel ma za zadanie pokazać uczniom, że umiejętności matematyczne są niezbędne do funkcjonowania człowieka w społeczeństwie i służą do rozwiązywania problemów praktycznych, napotkanych w życiu codziennym. Uczeń, który zrealizuje program pozna podstawowe elementy myślenia matematycznego i nabeździe umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej. Ponadto jednym z głównych celów jest przygotowanie uczniów do obowiązkowej matury z matematyki, a zrealizowanie programu ma im to zapewnić. Z analizy ofert pracy wynika, że rynek pracy jest otwarty na fachowców w dziedzinie mechaniki. Szczególnie potrzebni są pracownicy z wykształceniem technicznym na poziomie średnim i wyższym.

Oprócz korzyści płynących z precyzyjnego określenia wiadomości i umiejętności, które uczeń zdobywa na każdym etapie kształcenia, celem programu jest także poprawa jakości edukacji, osiągnięcie spójnego programowo procesu kształcenia, dostosowanego do możliwości i indywidualnych potrzeb uczniów oraz uwzględniającego zwiększone aspiracje edukacyjne uczniów. Celem zmian jest również zwiększenie możliwości indywidualizacji nauki poprzez pewne zróżnicowanie programu w zależności od zainteresowań uczniów. Aby młody człowiek w tym wszystkim się nie zagubił, potrzebna jest między innymi nowoczesna i przyjazna szkoła, ale nie tylko ogólnie zreformowana, lecz oparta na autentycznym dialogu i ciągłym towarzyszeniu uczniowi w jego świadomym, indywidualnym rozwoju. Właśnie rozwój konkretnego młodego człowieka powinien być celem nadrzędnym, a nie programy i egzaminacyjne standardy. Jeżeli nowa podstawa programowa każe planować z przyszłości, patrzeć na cele i umiejętności na końcu danego etapu edukacyjnego, to jednocześnie zwraca uwagę, aby nie zapominać o pomocy w wyznaczaniu niepowtarzalnej, indywidualnej drogi każdemu uczniowi, któremu należy dostosować formy pracy do jego szczególnych potrzeb, talentów i zainteresowań. Dopiero taka zindywidualizowana edukacja wzmocni w uczniu poczucie własnej wartości, doda pewności siebie, pomoże bardziej świadomie planować swoją karierę i rozwijać się w sposób zintegrowany. Zadaniem szkoły nie jest już tylko przekazywanie informacji, lecz raczej wzmocnienie poczucia własnej wartości i utwierdzenie w przekonaniu, że on może wnieść coś swojego, że jego rolą nie jest wiecznie słyszeć rzeczy, które musi przyjąć, ale które sam może odkryć. Przecież dzięki aktywności i umiejętności samodzielnego poszukiwania informacji, ich analizowania i interpretowania uczeń szybciej odnajdzie się we współczesnym świecie. Potrzebę indywidualizacji drogi edukacyjnej wymuszają przemiany cywilizacyjne. Szybkość i zakres komunikacji społeczeństwa informacyjnego, wsparte nowoczesnymi technologiami, proces globalizacji, ekspresowość przemian społecznych i gospodarczych - to wszystko wpływa na nieuchronność zmian celów życiowych, miejsc pracy czy zawodu.

Realizacja mojego programu umożliwi osiągnięcie następujących celów:

Tabela 1. Cele nauczania matematyki. Profil zawodowy technik mechanik

Lp.	Cele nauczania matematyki	Uwagi
1.	Stworzenie podstaw wiedzy matematycznej w zakresie znajomości i rozumienia terminów i pojęć matematycznych.	W1
2.	Doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie technik mechanik.	W2
3.	Wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego, innych dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie technik mechanik.	W3, W4
4.	Wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych.	U1
5.	Wykształcenie umiejętności i nawyku uzasadniania swoich sądów (istota sądów matematycznych, kategoryczność twierdzeń, jednoznaczność i precyzja definicji).	U2, P1
6.	Rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin wiedzy.	U3
7.	Doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym-w tym podręcznikiem-oraz innymi źródłami informacji matematycznej.	U4
8.	Wykształcenie umiejętności samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi-umiejętność stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych, poszukiwania dróg ich weryfikacji).	W5, P1, P2
9.	Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń.	U1, P1, P2, P3
10.	Kształcenie wyobraźni matematycznej (intuicja w zakresie obiektów abstrakcyjnych, wyobraźnia geometryczna dotycząca obiektów płaskich i przestrzennych) oraz przewidywania skutków podejmowanych działań (głównie podczas rozwiązywania problemów matematycznych).	U2, U3, P2

4 Ramowy rozkład materiału

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowej na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację. Propozycja rozkładu materiału przeznaczona jest dla techników pracujących w systemie:

- klasa 1. – 3 godz.
- klasa 2. – 3 godz.
- klasa 3. – 3 godz.
- klasa 4. – 3 godz.

Rok szkolny liczy około 37 tygodni. Zakładając, że w każdym tygodniu uczeń ma 3 godziny lekcji matematyki, nauczyciel otrzymuje do dyspozycji około 111 godzin. Należy wziąć pod uwagę fakt, iż w trzeciej klasie odbywa się czterotygodniowa praktyka zawodowa, zatem rok szkolny liczy 33 tygodnie, co daje 95 godzin nauki. Ponadto zdający maturę zakończą zajęcia z końcem kwietnia. Dla nich rok szkolny trwa, zatem około 29 tygodni, co daje około 87 godzin lekcji matematyki.

KLASA I – 111 godzin; (104 godziny lekcyjne, 7 godzin do realizacji i powtórzenia wybranych partii materiału):

1. Zbiory. Zbiory liczbowe(9 godz.);
2. Działania w zbiorach liczbowych (21 godz.);
3. Wyrażenia algebraiczne(13 godz.);
4. Wektory (9 godz.);
5. Geometria płaska – pojęcia wstępne i trójkąty ;(17 godz.)
6. Trygonometria (17godz.);
7. Funkcja i jej własności (18 godz.).

KLASA II – 111 godzin; (101 godzin lekcyjnych, 10 godzin do realizacji i powtórzenia wybranych partii materiału):

1. Przekształcanie wykresów funkcji (11 godz.);
2. Funkcja liniowa (20 godz.);
3. Geometria płaska – okrąg, koło, czworokąty (12 godz.);
4. Funkcja kwadratowa (25 godz.);
5. Elementy geometrii analitycznej (11 godz.);
6. Wielomiany (22 godz.).

KLASA III – 95 godzin; (73 godziny lekcyjne, 22 godzin do realizacji i powtórzenia wybranych partii materiału):

1. Funkcje wymierna. (16 godz.);
2. Ciągi. (17 godz.);
3. Twierdzenie sinusów i cosinusów. Pola figur. Twierdzenie Talesa.
4. Podobieństwo figur.(19 godz.);
5. Funkcja wykładnicza i logarytmiczna. (21 godz.).

KLASA IV – 87 godzin (82 godzin lekcyjnych, 5 godzin do realizacji i powtórzenia wybranych partii materiału):

1. Stereometria (22 godz.);
2. Elementy statystyki (11 godz.);
3. Elementy kombinatoryki (18 godz.);
4. Rachunek prawdopodobieństwa (14 godz.);
5. Powtórzenie wiadomości (15 godz.).



5 Uszczegółowiony rozkład materiału powiązany ze szczegółowymi celami kształcenia

5.1 KLASA I

1. Zbiory. Zbiory liczbowe.

Lp.		Tematyka	Liczba godzin
1	✓	Definicja, twierdzenie, twierdzenie odwrotne.	2
2	✓	Zbiór. Działania na zbiorach.	2
3	✓	Zbiory liczbowe. Oś liczbowa.	1
4	✓	Przedziały liczbowe i działania na przedziałach.	2
5	✓	Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			9

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ✓ pozna, co to jest definicja i czym różni się od twierdzenia;
- ✓ dowie się, co to jest twierdzenie odwrotne;
- ✓ pozna takie pojęcia jak: zbiór pusty, zbiór skończony (nieskończony), element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru;
- ✓ zapozna się z symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów (\in , \notin , \cup , \cap , $/$, $'$);
- ✓ pozna pojęcie sumy, różnicy, iloczynu i dopełnienia zbiorów;
- ✓ przypomni sobie wiadomości dotyczące liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych;
- ✓ pozna relacje, jakie zachodzą między podzbiarami zbioru liczb rzeczywistych;
- ✓ przypomni sobie, czym jest oś liczbowa;
- ✓ pozna pojęcie przedziału (ograniczonego, nieograniczonego, otwartego, domkniętego, jednostronnie otwartego);
- ✓ nauczy się wykonywać działania na przedziałach (znajdować sumę, iloczyn, różnicę przedziałów, dopełnienie przedziału).

2. Działania w zbiorach liczbowych.

Lp.		Tematyka	Liczba godzin
1	✓	Zbiór liczb naturalnych, zbiór liczb całkowitych (liczby pierwsze, liczby złożone, największy wspólny dzielnik, najmniejsza wspólna wielokrotność , cechy podzielności).	2
2	✓	Zbiór liczb wymiernych, zbiór liczb niewymiernych (liczby przeciwne, liczby odwrotne).	1
3	✓	Relacje zachodzące pomiędzy podzbiarami zbioru liczb rzeczywistych.	1
4	\Rightarrow	Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych.	2
5	\Rightarrow	Porównywanie liczb w zbiorze R . Przypomnienie wiadomości o równaniach i nierównościach.	2
6	✓	Obliczenia procentowe.	2

7	✓	Punkty procentowe.	1
8	✓	Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej i jej interpretacja geometryczna.	2
9	✓	Równania i nierówności z wartością bezwzględną.	3
10	✓	Przybliżenia.	1
11	✓	Błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia, szacowanie wartości liczbowych.	2
12		Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			21

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ⇒ przypomni sobie pojęcie liczb pierwszych i złożonych;
- ⇒ przypomni sobie cechy podzielności liczb naturalnych;
- **przypomni sobie rozkład liczby na czynniki pierwsze;**
- **przypomni sobie jak znajduje się NWD i NWW liczb naturalnych;**
- ⇒ przypomni sobie, jak wykonuje się działania na ułamkach;
- ⇒ przypomni sobie prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;
- ⇒ przypomni sobie własności równości i nierówności w zbiorze \mathbf{R} ;
- ✓ przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami;
- ✓ pozna pojęcie punktu procentowego;
- ✓ pozna pojęcie wartości bezwzględnej;
- ✓ pozna pojęcie błędu bezwzględnego i względnego;
- ✓ nauczy się szacować wyrażenia liczbowe.

3. Wyrażenia algebraiczne.

Lp.		Tematyka	Liczba godzin
1	✓	Potęga o wykładniku naturalnym.	2
2	✓	Pierwiastek arytmetyczny.	1
3	✓	Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej.	1
4	✓	Wzory skróconego mnożenia.	2
5	✓	Potęga o wykładniku całkowitym.	1
6	✓	Potęga o wykładniku wymiernym.	1
7	✓	Informacja o potędze o wykładniku rzeczywistym.	1
8	⇒	Przekształcanie wzorów.	1
9	✓	Średnia arytmetyczna, średnia geometryczna, średnia ważona.	1
10		Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			13

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ✓ przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym;
- ✓ przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych;
- ✓ pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej;
- ⇒ przypomni sobie jak zapisywać liczby w postaci wykładniczej $a \cdot 10^k$, gdzie $a \in \langle 1,10 \rangle$ i $k \in \mathbf{C}$;
- ✓ pozna wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$;
- ✓ przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym;
- ✓ pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym i własności działań na takich potęgach;
- ✓ pozna, jak konstruuje się potęgę o wykładniku niewymiernym;



- ✓ pozna prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- ✓ przypomni sobie jak usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka;
- ✓ nauczy się przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii;
- ✓ przypomni sobie pojęcie średniej arytmetycznej oraz pozna pojęcie średniej geometrycznej i średniej ważonej.

4. Wektory.

Lp.		Tematyka	Liczba godzin
1	•	Wektor w prostokątnym układzie współrzędnych, współrzędne wektora.	1
2	•	Długość wektora. Wektory równe i przeciwne. Współrzędne środka odcinka.	2
3	•	Działania na wektorach.	2
4	•	Wektory – zadania.	2
5		Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			9

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna pojęcie wektora;
- nauczy się obliczać współrzędne wektora na płaszczyźnie;
- nauczy się dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę (syntetycznie i analitycznie);
- pozna pojęcie wektorów równych i przeciwnych;
- nauczy się obliczać długość wektora.

5. Geometria płaska – pojęcia wstępne.

Lp.		Tematyka	Liczba godzin
1	⇒	Punkt, prosta, odcinek, półprosta, figury wypukłe i wklęsłe, figury ograniczone i nieograniczone.	1
2	⇒	Pojęcie kąta. Kąt pełny, półpełny, zerowy, prosty, ostry i rozwarty; kąty wypukłe i wklęsłe. Kąty wierzchołkowe i kąty przyległe.	1
3	⇒	Położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta.	1
4	⇒	Dwie proste przecięte trzecią prostą.	1
5	⇒	Podział trójkątów.	2
6	⇒	Suma kątów w trójkącie.	1
7	⇒	Nierówność trójkąta.	1
8	⇒	Odcinek łączący środki boków w trójkącie.	1
9	⇒	Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.	1
10	✓	Środkowe w trójkącie. Symetralne boków trójkąta. Dwusieczne kątów trójkąta.	1
11	⇒	Przystawianie trójkątów.	2
12	⇒	Rozwiązywanie zadań różnych dotyczących trójkątów.	2
13		Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			17

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ⇒ przypomni sobie podstawowe pojęcia geometrii (punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt);

- **pozna pojęcie figury wklęsłej i figury wypukłej;**
- **pozna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej;**
- ⇒ przypomni sobie wiadomości o kątach (kąt prosty, ostry, rozwarty, kąty przyległe, kąty wierzchołkowe);
- ⇒ przypomni sobie położenie prostych na płaszczyźnie, pojęcie odległości punktu od prostej i pojęcie odległości między prostymi równoległymi;
- ⇒ przypomni sobie pojęcie symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta oraz jaką własność ma dowolny punkt leżący na symetralnej odcinka (dwusiecznej kąta);
- ⇒ przypomni sobie twierdzenie o dwóch prostych równoległych, przeciętych trzecią prostą;
- ⇒ przypomni sobie podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
- ⇒ przypomni sobie twierdzenie o sumie kątów w trójkącie;
- ⇒ przypomni sobie, na czym polega nierówność trójkąta;
- ⇒ przypomni sobie twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta;
- ⇒ przypomni sobie twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;
- ✓ pozna twierdzenie o wysokościach w trójkącie;
- ✓ pozna twierdzenie o środkowych w trójkącie;
- ⇒ przypomni sobie twierdzenie o symetralnych boków trójkąta;
- ⇒ przypomni sobie twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta;
- ⇒ przypomni sobie pojęcie trójkątów przystających oraz cechy przystawiania trójkątów.

6 Trygonometria.

Lp.		Tematyka	Liczba godzin
1	✓	Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym.	1
2	✓	Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla 30° , 45° , 60° .	1
3	✓	Rozwiązywanie zadań z geometrii płaskiej z zastosowaniem trygonometrii.	3
4	✓	Rozwiązywanie równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, dla $0^{\circ} < x < 90^{\circ}$,	1
5	•	Miara łukowa kąta.	1
6	•	Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta, znaki funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach układu współrzędnych. Obliczanie wartości funkcji trygonometrycznych niektórych kątów.	2
7	✓	Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.	2
8	✓	Tożsamości trygonometryczne.	2
8	•	Wykresy funkcji trygonometrycznych.	2
9		Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			17

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ✓ pozna określenie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;
- ✓ nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° ;
- ✓ nauczy się stosować funkcje trygonometryczne kąta ostrego w zadaniach z geometrii płaskiej;
- ✓ pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;
- **pozna pojęcie miary łukowej kąta i przypomni sobie wiadomości o mierze stopniowej kąta;**
- **pozna definicję funkcji trygonometrycznej dowolnego kąta;**
- **nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów;**

- ✓ rozwiązać równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, gdzie $0^\circ < x < 90^\circ$, korzystając z kalkulatora, tablic lub posługując się wartościami funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów;
- ✓ znając wartości jednej funkcji potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego;
- **nauczy się rysować wykresy funkcji trygonometrycznych.**

7 Funkcja i jej własności.

Lp.		Tematyka	Liczba godzin
1	✓	Pojęcie funkcji, funkcja liczbowa. Dziedzina, zbiór wartości funkcji, przeciwdziedzina.	1
2	✓	Różne sposoby opisywania funkcji.	2
3	✓	Wyznaczanie dziedziny funkcji oraz zbioru wartości funkcji danej wzorem.	3
4	✓	Wykres funkcji.	1
5	✓	Miejsce zerowe funkcji.	2
6	✓	Monotoniczność funkcji.	1
7	•	Różnowartościowość funkcji.	1
8	✓	Najmniejsza i największa wartość funkcji.	1
9	•	Funkcje parzyste i funkcje nieparzyste.	1
10	✓	Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu oraz rysowanie wykresów funkcji o zadanych własnościach.	2
11	✓	Zastosowanie wiadomości o funkcjach do opisywania oraz interpretowania i przetwarzania informacji wyrażonych w postaci wykresu.	1
12		Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			18

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ✓ przypomni sobie pojęcie funkcji;
- ✓ pozna różne sposoby opisywania funkcji (graf, wzór, tabela, wykres, opis słowny);
- ✓ przypomni sobie takie pojęcia jak: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej;
- ✓ nauczy się wyznaczać dziedzinę i miejsca zerowe funkcji na podstawie wzoru funkcji;
- ✓ pozna pojęcie monotoniczności funkcji;
- ✓ nauczy się odczytywać z wykresu funkcji: dziedzinę i zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie, maleje, ma stały znak, oraz zbiory, w których funkcja, przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);
- **pozna pojęcie różnowartościowości funkcji;**
- ✓ pozna wykresy niektórych funkcji jak np. $y = x$, $y =$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = 1/x$;
- ✓ pozna pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji;
- **pozna pojęcie parzystości i nieparzystości funkcji;**
- ✓ nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- ✓ nauczy się sporządzać wykresy funkcji o podanych własnościach;
- ✓ nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji;
- ✓ odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji, dotyczące różnych zjawisk, np. przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych, chemicznych.

5.2 KLASA II

1. Przekształcanie wykresów funkcji.

Lp.		Tematyka	Liczba godzin
1	✓	Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX .	1
2	✓	Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY .	1
3	•	Przesunięcie równoległe o wektor $\vec{w} = [p, q]$	1
4	✓	Symetria osiowa. Symetria osiowa względem osi OX .	2
5	✓	Symetria osiowa względem osi OY .	1
6	•	Symetria środkowa. Symetria środkowa względem początku układu współrzędnych.	2
7	✓	Przekształcanie wykresów funkcji.	1
8		Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			11

Cele edukacyjne

Uczeń:

- **pozna pojęcie przesunięcia równoległego;**
 - ✓ nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OX ;
 - ✓ nauczy się na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a)$;
 - ✓ nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OY ;
 - ✓ nauczy się na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x) + b$;
- **nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji o dowolny wektor;**
- **nauczy się na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a) + b$;**
- **pozna pojęcie symetrii osiowej;**
 - ✓ nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX ;
 - ✓ nauczy się na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(x)$;
 - ✓ nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OY ;
 - ✓ nauczy się na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(-x)$;
- **pozna pojęcie symetrii środkowej;**
- **nauczy się przekształcać wykres funkcji względem początku układu współrzędnych;**
- **nauczy się na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(-x)$.**

2. Funkcja liniowa.

Lp.		Tematyka	Liczba godzin
1	\Rightarrow	Proporcjonalność prosta. Zastosowanie wiadomości o proporcjonalności prostej w zadaniach z życia codziennego.	1
2	✓	Funkcja liniowa. Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej.	1
3	✓	Własności funkcji liniowej	1
4	✓	Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych.	2
5	•	Rysowanie wykresów funkcji kawałkami liniowej.	1



6	✓	Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego.	2
7	⇒	Równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.	1
8	⇒	Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.	2
9	✓	Interpretacja geometryczna układów równań.	1
10	•	Metoda wyznaczkowa rozwiązywania układów równań.	1
11	•	Nierówność pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.	1
12	•	Układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi.	2
13	⇒	Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych.	2
14		Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			20

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ⇒ przypomni sobie informacje o proporcjonalności prostej;
- ⇒ nauczy się stosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań;
- ✓ przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej;
- ✓ nauczy się sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- ✓ pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej;
- ✓ przypomni sobie własności funkcji liniowej;
- ✓ nauczy się znajdować równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe lub prostopadłe do danej funkcji liniowej;
- **nauczy się rysować wykresy funkcji kawałkami liniowych;**
- ✓ nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;
- ⇒ przypomni sobie, jak się rozwiązuje równania i nierówności liniowe;
- ⇒ przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- ⇒ przypomni sobie metodę graficzną rozwiązywania układów równań;
- **pozna pojęcia układów oznaczonych, nieoznaczonych, sprzecznych;**
- **nauczy się rozwiązywać układy równań z dwiema niewiadomymi metodą wyznaczkową;**
- **nauczy się graficznie przedstawiać nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi oraz opisywać podane zbiory za pomocą układów równań;**
- **i nierówności z dwiema niewiadomymi.**

3. Geometria płaska – okrąg, koło, czworokąt.

Lp.		Tematyka	Liczba godzin
1	✓	Pojęcie koła i okręgu.	1
2	✓	Kąty w kole i ich własności.	2
3	✓	Twierdzenie o związkach miarowych między odcinkami stycznych i siecznych.	1
4	⇒	Czworokąty i ich klasyfikacja. Własności trapezów i równoległoboków.	2
5	✓	Trójkąty wpisane w okrąg i trójkąty opisane na okręgu.	1
6	•	Czworokąt opisany na okręgu.	1
7	•	Czworokąt wpisany w okrąg.	1
8	✓	Rozwiązywanie zadań z geometrii.	1
9		Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			12

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ✓ przypomni sobie wiadomości o kole i okręgu;
- ✓ przypomni sobie pojęcia kąta wpisanego, środkowego i dopisanego oraz twierdzenia o kątach w kole;
- ✓ pozna związki między kątem środkowym, kątem wpisanym i kątem między styczną a cięciwą okręgu;
- ✓ pozna twierdzenie o związkach miarowych między odcinkami stycznymi i siecznymi;
- ✓ przypomni sobie klasyfikację czworokątów;
- ⇒ przypomni sobie niektóre własności czworokątów;
- ✓ pozna twierdzenie odcinka łączącym środki ramion trapezu;
- **pozna twierdzenie o okręgu opisanym i wpisanym w trójkąt;**
- **pozna twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt.**

4. Funkcja kwadratowa.

Lp.		Tematyka	Liczba godzin
1	✓	Jednomian kwadratowy, trójmian kwadratowy.	1
2	✓	Przekształcenia wykresów funkcji kwadratowych.	1
3	✓	Postać ogólna i postać kanoniczna funkcji kwadratowej.	2
4	✓	Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.	2
5	✓	Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.	1
6	•	Wzory Viete'a i ich zastosowanie.	2
7	✓	Badanie trójmianu kwadratowego.	2
8	✓	Zadania optymalizacyjne	3
9	✓	Równania kwadratowe.	2
10	•	Równania kwadratowe z parametrem.	2
11	✓	Nierówności kwadratowe.	3
12	✓	Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych.	2
13		Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			25

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ✓ pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności;
- ✓ nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej;
- ✓ nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych;
- ✓ nauczy się przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;
- ✓ pozna metodę rozwiązywania równań kwadratowych;
- **Nauczy się rozwiązywać równania kwadratowe z parametrem;**
- ✓ pozna metodę rozwiązywania nierówności kwadratowych;
- ✓ nauczy się znajdować największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- **pozna wzory Viete'a i ich zastosowanie;**
- ✓ nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych;
- ✓ nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązania zadań (w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym).



5. Elementy geometrii analitycznej na płaszczyźnie.

Lp.		Tematyka	Liczba godzin
1	✓	Odległość punktów w układzie współrzędnych. Współrzędne środka odcinka.	1
2	✓	Równanie kierunkowe prostej. Równanie ogólne prostej.	1
3	●	Odległość punktu od prostej.	1
4	✓	Równanie okręgu i nierówność koła. Okrąg i koło w układzie współrzędnych.	2
5	✓	Wzajemne położenie prostej i okręgu.	2
6	✓	Wzajemne położenie dwóch okręgów. Styczna do okręgu.	2
7		Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			11

Cele edukacyjne

Uczeń:

- **przypomni sobie podstawowe informacje o wektorze w układzie współrzędnych;**
- ✓ przypomni sobie, jak oblicza się odległość punktów w układzie współrzędnych;
- ✓ przypomni metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka;
- ✓ przypomni sobie informacje o równaniu kierunkowym prostej;
- ✓ nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej;
- ✓ nauczy się znajdować równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym;
- ✓ przypomni sobie warunki na równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych;
- **pozna wzór na obliczanie odległości punktu od prostej;**
- ✓ nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej;
- ✓ nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu;
- ✓ nauczy się zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach (np. stycznego do jednej z osi układu);
- ✓ nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;
- **nauczy się określać wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami;**
- **wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów.**

6. Wielomiany.

Lp.		Tematyka	Liczba godzin
1	✓	Wielomian jednej zmiennej stopnia n ($n \geq 1$) jednej zmiennej rzeczywistej.	1
2	✓	Równość wielomianów.	1
3	✓	Dodawanie odejmowanie, mnożenie wielomianów.	2
4	●	Dzielenie wielomianów (w tym za pomocą schematu Hornera).	2
5	✓	Zadania dotyczące działań na wielomianach.	1
6	✓	Pierwiastek wielomianu, pierwiastek wielokrotny..	2
7	✓	Twierdzenie Bezouta.	1
8	✓	Rozkład wielomianów na czynniki.	3
9	✓	Równania wielomianowe.	2
10	●	Nierówności wielomianowe.	3
11	✓	Zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.	2
12		Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			22

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ✓ pozna definicję wielomianu stopnia n ($n \geq 1$) jednej zmiennej;
- ✓ pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować;
- ✓ nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany;
- **nauczy się dzielić wielomian przez wielomian;**
- ✓ pozna pojęcie pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu;
- **pozna twierdzenie Bezouta i nauczy się je stosować;**
- **pozna twierdzenie o reszcie i nauczy się je stosować;**
- ✓ pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki (wyłączanie czynnika poza nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów);
- ✓ nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe;
- **nauczy się rozwiązywać nierówności wielomianowe.**
- ✓ nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.

5.3 KLASA III

1. Funkcje wymierne.

Lp.		Tematyka	Liczba godzin
1	✓	Definicja funkcji wymiernej, dziedzin funkcji wymiernej. Równość funkcji wymiernych.	2
2	✓	Działania na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie).	3
3	✓	Proporcjonalność odwrotna i jej własności.	1
4	•	Funkcja homograficzna i jej własności.	2
5	✓	Proste równania wymierne.	3
6	•	Proste nierówności wymierne.	3
7		Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			16

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ✓ pozna definicję funkcji wymiernej;
- ✓ nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- ✓ nauczy się skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- ✓ nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- ✓ nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej;
- ✓ nauczy się szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;
- ✓ nauczy się rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną;
- **nauczy się rysować wykresy funkcji homograficznych;**
- **nauczy się opisywać własności funkcji homograficznej na podstawie jej wykresu;**
- **nauczy się rozwiązywać zadania z wykorzystaniem własności funkcji homograficznej;**
- ✓ nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne;



- **nauczy się rozwiązywać proste nierówności wymierne (dające się sprowadzić do nierówności stopnia, co najwyżej drugiego).**

2. Ciągi.

Lp.		Tematyka	Liczba godzin
1	✓	Określenie ciągu, ciąg liczbowy.	1
2	✓	Sposoby opisywania ciągów.	1
3	•	Ciągi zdefiniowane rekurencyjnie.	1
4	✓	Monotoniczność ciągu.	2
5	✓	Ciąg arytmetyczny i jego własności.	3
6	✓	Ciąg geometryczny i jego własności.	3
7	✓	Ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny – zadania łączne.	2
8	✓	Oprocentowanie lokat i kredytów (procent prosty i procent składany).	2
9		Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			17

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ✓ pozna definicję ciągu;
- ✓ pozna sposoby opisywania ciągów (wzór ogólny, wykres);
- **pozna ciągi zapisane rekurencyjnie;**
- ✓ pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu;
- ✓ pozna definicję ciągu arytmetycznego;
- ✓ pozna własności ciągu arytmetycznego;
- ✓ nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego (n -ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów tego ciągu, średnia arytmetyczna);
- ✓ pozna definicję ciągu geometrycznego;
- ✓ pozna własności ciągu geometrycznego;
- **pozna pojęcie szeregu geometrycznego;**
- **nauczy się zamieniać ułamki nieskończone okresowe na zwykłe korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego;**
- ✓ nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego (n -ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna);
- ✓ pozna pojęcie procentu prostego i składanego;
- ✓ nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów.

3. Pola figur. Twierdzenie Talesa. Podobieństwo figur.

Lp.		Tematyka	Liczba godzin
1	•	Twierdzenie sinusów.	1
2	•	Twierdzenie cosinusów.	1
3	•	Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem twierdzenia sinusów i cosinusów.	2
4	✓	Pole trójkąta.	2
5	✓	Pole czworokąta.	2
6	✓	Pole koła, wycinek koła, długość okręgu, długość łuku okręgu.	2
7	✓	Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa.	4
8	✓	Podobieństwo. Cechy podobieństwa trójkątów.	2
9	✓	Pola figur podobnych.	1
10		Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			19

Cele edukacyjne

Uczeń:

- **pozna twierdzenie sinusów;**
- **pozna twierdzenie cosinusów;**
- **nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów;**
- ✓ zapozna się z pojęciem pola figury;
- ✓ przypomni sobie wzory na pole trójkąta i pozna nowe wzory na pola trójkąta;
- ✓ przypomni sobie wzory na pole czworokąta;
- ✓ przypomni sobie wzory na pole koła, wycinka koła, długość okręgu i długość łuku okręgu;
- ✓ pozna twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa oraz zastosowanie tych twierdzeń;
- ✓ nauczy się stosować poznane twierdzenia do wyznaczania własności miarowych figur na płaszczyźnie;
- ✓ pozna pojęcie podobieństwa i jego własności;
- ✓ przypomni sobie cechy podobieństwa trójkątów;
- ✓ pozna związek pomiędzy polami figur podobnych;
- ✓ będzie doskonalił umiejętności rozwiązywania zadań geometrycznych.

4. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna.

		Tematyka	Liczba godzin
1	✓	Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie.	2
2	✓	Funkcja wykładnicza i jej własności. Przekształcanie wykresów funkcji wykładniczej.	2
3	•	Proste równania wykładnicze.	2
4	•	Proste nierówności wykładnicze.	2
5	✓	Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym.	1
6	✓	Pojęcie logarytmu.	1
7	✓	Własności logarytmów.	2
8	•	Funkcja logarytmiczna i jej własności.	2
9	•	Proste równania logarytmiczne.	2
10	•	Proste nierówności logarytmiczne.	2
11	✓	Zastosowanie logarytmów w naukach matematyczno – przyrodniczych.	1
12		Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			21

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ✓ przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- ✓ będzie doskonalił umiejętności wykonywania działań na potęgach;
- ✓ pozna pojęcie funkcji wykładniczej;
- ✓ pozna własności funkcji wykładniczej;
- ✓ nauczy się przekształcać wykresy funkcji wykładniczej;
- **nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;**
- ✓ nauczy się stosować własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań;
- ✓ pozna pojęcie logarytmu;



- ✓ pozna własności logarytmów i ich zastosowanie w rozwiązywaniu zadań;
- **pozna pojęcie funkcji logarytmicznej;**
- **pozna własności funkcji logarytmicznej;**
- **nauczy się stosować wzór na logarytm potęgi i wzór na zamianę podstawy logarytmu;**
- **nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności logarytmiczne;**
- **nauczy się stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań.**

5.4 KLASA IV

1. Stereometria.

Lp.		Tematyka	Liczba godzin
1	✓	Płaszczyzny i proste w przestrzeni.	1
2	•	Rzut równoległy na płaszczyznę.	1
3	✓	Rzut prostokątny na płaszczyznę, kąt między prostą i płaszczyzną.	1
4	✓	Kąt dwuścienny, kąt liniowy kąta dwuściennego.	1
5	•	Wielościany, pole powierzchni wielościanu, objętość wielościanu.	1
6	⇒	Graniastopy – podział, pole powierzchni, objętość.	3
7	⇒	Ostrosłupy – podział, pole powierzchni, objętość.	4
8	•	Wielościany foremne.	1
9	⇒	Bryły obrotowe – walec, stożek, kula; pole powierzchni i objętość brył obrotowych.	5
10	✓	Rozwiązywanie zadań ze stereometrii.	2
11		Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			22

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ✓ pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
- **nauczy się rysować figury w rzucie równoległym na płaszczyznę;**
- ✓ pozna wzajemne położenie prostej i płaszczyzny;
- ✓ nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną;
- ✓ pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego;
- ⇒ przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastopach;
- ⇒ przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach;
- ⇒ przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych;
- ✓ nauczy się poprawnie narysować wielościany (graniastopy, ostrosłupy) i bryły obrotowe;
- ✓ nauczy się wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości;
- ⇒ nauczy się rysować siatki figur przestrzennych.

2. Elementy statystyki opisowej.

Lp.		Tematyka	Liczba godzin
1	✓	Zbieranie i prezentowanie danych.	2
2	✓	Średnia arytmetyczna, średnia ważona. Mediana. Dominanta.	3
3	✓	Wariancja i odchylenie standardowe.	2
4	✓	Zastosowanie poznanych wiadomości do rozwiązywania zadań	3

		statystycznych.	
5		Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			11

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ✓ dowie się, na czym polega klasyfikacja danych statystycznych;
- ✓ nauczy się obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, dominantę i odchylenie standardowe;
- ✓ nauczy się interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne.
- ✓ nauczy się odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów;
- ✓ nauczy się przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;
- ✓ nauczy się przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych;
- ✓ nauczy się porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi.

3. Elementy kombinatoryki.

Lp.		Tematyka	Liczba godzin
1	✓	Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych.	1
2	✓	Zasada mnożenia	2
3	✓	Drzewa stochastyczne.	2
4	✓	Symbol silni i jego własności.	1
5	•	Symbol Newtona i jego własności.	2
6	•	Permutacje.	1
7	•	Wariacje z powtórzeniami.	1
8	•	Wariacje bez powtórzeń.	1
9	•	Kombinacje.	2
10	•	Zastosowanie wzorów kombinatorycznych do rozwiązywania zadań tekstowych.	3
11		Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			18

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ✓ nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- ✓ pozna zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować;
- ✓ nauczy się przedstawiać pewne sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań;
- ✓ pozna symbol silni i nauczy się go stosować;
- **pozna pojęcie symbolu Newtona;**
- **pozna pojęcie permutacji, wariacji z powtórzeniami i wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji;**
- **nauczy się obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji;**
- ✓ nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne.

4. Rachunek prawdopodobieństwa.

Lp.		Tematyka	Liczba godzin
1	✓	Doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, zdarzenie, działania na zdarzeniach.	2



2	✓	Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa.	1
3	✓	Własności prawdopodobieństwa..	2
4	✓	Klasyczna definicja prawdopodobieństwa.	1
5	✓	Obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie klasycznej definicji prawdopodobieństwa z zastosowaniem własności prawdopodobieństwa.	6
6		Praca klasowa. Omówienie i poprawa pracy klasowej.	2
Razem			14

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ✓ pozna takie pojęcia, jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe;
- ✓ nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu;
- ✓ nauczy się znajdować sumę zdarzeń, różnicę zdarzeń, iloczyn zdarzeń oraz zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia;
- ✓ pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa;
- ✓ pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować w rozwiązywaniu zadań;
- ✓ pozna „klasyczną definicję prawdopodobieństwa”;
- ✓ nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”.

6 Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych

Osiągnięcie założonych celów edukacyjnych i wychowawczych jest możliwe dzięki stosowaniu na lekcjach matematyki różnorodnych metod nauczania i odpowiedniego doboru form organizacyjnych lekcji. Ta różnorodność ma nie tylko uatrakcyjnić przedmiot, ale także zaktywizować uczniów w procesie uczenia się, zachęcić do rozwiązywania różnorodnych problemów, spowodować kształtowanie i doskonalenie umiejętności oraz postaw składających się na kompetencje kluczowe.

Poniższa tabela to krótki przegląd metod i form pracy, który ma na celu zwrócenie uwagi na takie, które powszechnie uważa się za najbardziej odpowiednie w nauczaniu matematyki, a także w rozwijaniu MKKE.

TABELA 2. Przegląd najczęściej stosowanych metod nauczania matematyki przydatnych w rozwijaniu MMKE

Metody i techniki nauczania	Charakterystyka	Wartość metody	Zastosowanie (dla rozwoju MKKE)
ćwiczenia	Wyzwała aktywność odtwórczą i twórczą uczniów w sytuacji odpowiednio dobranych i uporządkowanych zadań do rozwiązywania przez uczniów. Pozwala dostrzegać różnorodne zastosowanie nabywanej wiedzy i budować przekonanie o jej użyteczności. Odpowiednio dobrany układ zadań może organizować lekcję problemową, albo pozwala obserwować określone prawidłowości prowadzące do sformułowania hipotezy.	budowanie przekonań o celowości systematycznej nauki	doskonalenie umiejętności (W2);konstruowanie lub odkrywanie nowych informacji (W3, U3, U4)
praca z tekstem	Rozwija aktywność twórczą, samodzielność i wytrwałość w zdobywaniu nowej wiedzy pod warunkiem dobrania tekstów odpowiednio do możliwości uczniów.	rozwój krytycznego myślenia	wdrażanie do samokształcenia (U3, U4)
wykład problemowy ilustrowany	Prezentacja wzorów analitycznego i syntetycznego myślenia nauczyciela, wzorów formułowania problemów, prezentacja wzorcowych sposobów rozwiązań, powiązana z wizualizacją odwołującą się do różnych typów sensomotorycznych, z możliwością zadania pytań.	konstrukcja logiczna, jasność wywodu	wprowadzanie nowych trudnych wiadomości, nauka notowania (W1, U2)



obserwacja	Rejestrowanie wyników obliczeń wykonywanych na papierze lub kalkulatorze czy efektów „eksperymentów” przeprowadzanych za pomocą kalkulatora graficznego lub komputera oraz redagowanie wniosków dotyczących wyników tych działań. Dostrzeganie zastosowań matematyki w sytuacjach życia codziennego oraz przyszłym działaniu zawodowym.	budowanie hipotez na podstawie obserwacji wyników uzyskanych za pomocą kalkulatora i komputera	gromadzenie spostrzeżeń i obserwacji nt. obiektów matematycznych (W3, W4, U3, U1)
gra dydaktyczna	Występujący element zabawy i rywalizacji w naturalny sposób angażuje uczestników, rozwija umiejętność przewidywania i myślenie strategiczne. Gry mogą wykorzystywać własności struktur matematycznych.	autentyzm reguł działania	doskonalenie umiejętności (W2, W5, P3)
burza mózgów	Brak wartościowania pomysłów jest zachętą dla uczestników do zgłaszania własnych propozycji rozwiązania problemów. Powinna być zakończona dyskusją wartościująca te pomysły, z argumentacją uzasadniającą ich wartość.	wytworzenie w krótkim czasie wielu pomysłów	„rozgrzewka” umysłowa (P1, P2, P3)
„dywanik albo ściana pomysłów”	Może stanowić zakończenie „burzy mózgów”. Uczniowie przygotowują indywidualnie pomysły rozwiązania problemu i umieszczają je na zawieszonym arkuszu. Następnie uczniowie dokonują wyboru najlepszego pomysłu poprzez „głosowanie” (każdy uczeń dysponuje jednym punktem).	konieczność prezentacji swojego stanowiska przez każdego ucznia	wyбір najlepszego rozwiązania (U2, P1, P3)
dyskusja	Rozwija umiejętności komunikacyjne, umiejętności doboru argumentacji, jasnego wypowiedzenia swoich sądów, umiejętność podejmowania decyzji, jednak angażuje tylko część uczniów.	różnorodność wiedzy i poglądów, możliwość prezentacji swojego zdania	np. ustalenie planu rozwiązania problemu (U1, P2, P3)
„śnieżna kula”	Odmiana dyskusji pozwalająca przechodzić od pracy indywidualnej do pracy w grupach, a kończy się pracą zbiorową. Angażuje przez cały czas wszystkich uczestników zarówno w wytworzeniu pomysłów, jak i ocenie stanowiska.	możliwość dokonania oceny różnych pomysłów	negocjowanie i uzgadnianie stanowiska (U1, P2, P3)



projekt badawczy	Kształci i doskonali wiele umiejętności, a zwłaszcza pozwala na opanowanie metod poznania wykraczających poza program kształcenia szkolnego. Może być adresowany do pojedynczych uczniów szczególnie zainteresowanych i uzdolnionych w danej dziedzinie.	autentyzm poznania naukowego	samodzielne pozyskanie dodatkowych wiadomości i umiejętności (W4, W5, P1, P2, P3)
projekt edukacyjny	Pozwala na wykorzystanie zdobytej wiedzy do rozwiązania rzeczywistych problemów praktycznych przez grupę uczniów o różnym poziomie osiągnięć matematycznych z wykorzystaniem talentów i uzdolnień poszczególnych członków zespołu.	podnosi samoocenę i buduje poczucie własnej wartości	przedsięwzięcie na rzecz środowiska (W2, W3, U1)
pogadanka	Dobrze przygotowana może służyć wytworzeniu sytuacji problemowej lub sprawdzeniu efektów zajęć. Jej skutki mogą być ograniczone dominacją nauczyciela albo stosowaniem przez niego heurystyki pozornej.	uwidacznia konstrukcję logiczną zajęć, ożywia lekcję, mobilizuje uczniów	wprowadzenie do tematu lub podsumowanie zajęć (W1, U1)
mapa mentalna	Technika pozwalająca na wizualne przedstawienie treści wybranego zakresu, działu lub tematu. Może być wykorzystana podczas pracy z tekstem. Przydatna w matematyzowaniu sytuacji rzeczywistych.	dogłębna analiza zawartości tekstu	wizualizacja treści tekstu (W4, U4)
sieć	Technika pozwalająca na zbudowanie sieci połączeń pomiędzy pojęciami, prawami, twierdzeniami, w pracy zespołowej. Umożliwia odkrycie struktury danej dyscypliny, np. dedukcyjnego charakteru matematyki.	porządkowanie, odkrywanie powiązań strukturalnych i uogólnienie	usystematyzowanie wiadomości (W1, W3, W4, U2)
portfolio	Gromadzenie nadobowiązkowych prac wykonanych w dłuższym okresie czasu indywidualnie lub w zespołach. Pozwala śledzić przebieg uczenia się, postępy, twórczość i zaangażowanie uczniów.	rozwija zainteresowania i motywuje do uczenia się z własnej inicjatywy	dokumentowanie pozalekcyjnej pracy uczniów (W4, U3, U4, P2)

7 Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycje metod ich oceny

Kontrolowanie i ocenianie uczniów powinno być spójne z tym, co było przedmiotem nauczania. Przedmiotem oceny jest postęp ucznia w procesie kształcenia. Głównymi obszarami oceniania powinny być: wiedza zdobyta przez ucznia, umiejętności pozwalające uczniowi na gromadzenie i pogłębianie wiedzy, umiejętności społeczne i komunikacyjne, a także postawa młodego człowieka, wyrażająca się w dążeniu do samorealizacji. Najłatwiej ocenić wiedzę, jaką posiada uczeń, trudniej-pozostałe obszary. Aby móc to uczynić, należy stosować aktywne metody nauczania. Taką umiejętnością jak komunikacja, która wyraża się w wypowiedzianiu, argumentowaniu, najlepiej można ocenić podczas dyskusji, pracy w grupach czy autoprezentacji. Z kolei umiejętności społeczne ujawnia współpraca w mniejszych zespołach, prace projektowe oraz zadania indywidualne, podejmowane przez pojedynczych uczniów. Ocenie podlega wówczas zaangażowanie w realizację zadań, odpowiedzialność za pracę, a także umiejętność współpracy między uczniami.

Ocenianie ma sprawdzać postępy ucznia, uświadamiać mu braki, w porę wykrywać kłopoty i trudności w nabywaniu różnych umiejętności, ale także zachęcać go do dalszej pracy i pokonywania trudności. Regularność oceniania zachęca uczniów do systematycznej pracy. Ważne jest, aby dostrzec nie tylko zaangażowanie uczniów podczas lekcji, ale także premiować wszelkie prace domowe.

Niezwykle istotne jest, aby system oceniania był jasny i czytelny dla uczniów i ich rodziców. Aby wnikliwie ocenić edukacyjne osiągnięcia ucznia należy posługiwać się różnorodnymi środkami i metodami oceniania, takimi jak: sprawdziany pisemne (prace klasowe, testy, kartkówki), odpowiedzi ustne (referaty, odpowiedzi z kilku ostatnich zajęć, prezentacja rozwiązania zadania, dyskusja nad rozwiązaniem problemu itp.), praca w grupach, prace domowe oraz aktywność na zajęciach. Poszczególnym formom oceniania można nadać różną wagę. Ponieważ egzamin maturalny jest egzaminem pisemnym, więc dużą wagę należy przywiązywać do prac pisemnych.

Sprawdzanie i ocenianie osiągnięć uczniów przeprowadzane metodą pomiaru dydaktycznego jest procesem złożonym. Wymaga ono przemyślanych i starannie zaplanowanych i skonstruowanych narzędzi. Rozpoczyna go wytworzenie koncepcji testu (sprawdzianu) (Niemiecko 1999). Na tym etapie należy wykonać i opisać następujące ustalenia:

1. Określenie celu testowania (diagnoza dydaktyczna, ewaluacja wstępna, kształtująca, selekcja uczniów, inne). Zredagowanie pytań, na które chcemy uzyskać odpowiedź w wyniku przeprowadzenia sprawdzianu.
2. Ustalenie nazwy testu (przedmiot, główna umiejętność, klasa, typ szkoły).
3. Określenie rodzaju testu (sprawdzający, różnicujący, pisemny, ustny, praktyczny).
4. Charakterystyka programowa testu (min., jaki program jest realizowany, w jakim zakresie i wymiarze godzin).
5. Wybór formy zadań (otwarte, zamknięte, symulacja pracy).
6. Zbudowanie ilościowego planu testu (w formie tabelarycznej lub graficznej).
7. Skonstruowanie kartoteki testu, wybór czynności ucznia, których opanowanie będziemy sprawdzać. Należy wykonać tabelę prezentującą plan wynikowy.

8. Ustalenie warunków testowania, redakcja instrukcji dla ucznia.
9. Zaplanowanie sposobu analizy wyników.

Kolejną czynnością jest wybór bądź konstrukcja zadań sprawdzających, po dwa równoważne zadania do każdej czynności, po to, by siedzący obok siebie uczniowie mogli pracować samodzielnie. Następnie edytuje się obie wersje testu i przygotowuje arkusze dla uczniów. Przeprowadzenie testowania przebiega w trybie ustalonym przez szkolny regulamin oceniania.

Warto zwrócić uwagę na sposób przeliczania wyników punktowych na stopnie szkolne. Jednym ze sposobów są widełki procentowe. Proponuję następujący system oceniania w skali 1 – 6 wg skali procentowej

Ocena:

niedostateczny	0% – 40%
dopuszczający	41% – 50%
dostateczny	51% – 75%
dobry	76% – 90%
bardzo dobry	91% – 100%
celujący	ocena bardzo dobry + zadanie dodatkowe.

Drugi sposób nie jest określony procentowo, ale ściśle powiązany z jakościowym opisem wymagań. Granice punktowe dla stopni wynikają z tego, ile punktów można uzyskać za rozwiązanie reprezentujących odpowiedni poziom wymagań. Przykładowy sposób oceniania prezentuje następująca tabela:

TABELA 3. Przeliczanie wyników punktowych na stopnie szkolne.

Poziom wymagań	Liczba punktów	Uproszczony sposób przeliczania wyników punktowych na stopnie
ŁATWE	9	0-4 niedostateczny
ŚREDNIO TRUDNE	3	5-7 dopuszczający
TRUDNE	3	8-10 dostateczny
Razem	15	11-13 dobry 14-15 bardzo dobry

Obok pisemnej formy sprawdzania należy stosować inne formy. Ocena rozwiązań wykonanych indywidualnie podczas lekcji. Ocena wypowiedzi ucznia w czasie dyskusji czy burzy mózgów. Ocena wynikająca z obserwacji pracy ucznia, jego aktywności, dojrzałości, samodzielności w uczeniu się matematyki.

W mniejszym stopniu należy zwracać uwagę na zapamiętywanie, ale ciągle sprawdzać rozumienie pojęć, procedur poznanych na lekcjach, na umiejętności ich użycia w różnych sytuacjach.

Należy pamiętać również, że każde źródło informacji o osiągnięciach uczniów ma swoje zalety i ograniczenia. Im więcej źródeł informacji wykorzystamy, tym dokładniejsza będzie nasza wiedza o tym, co rzeczywiście uczniowie umieją.

Stale należy również komunikować uczniom wyniki oceniania i opatrywać je komentarzem, który będzie informował o sukcesach ucznia w uczeniu się oraz stanowił wskazówkę dla ucznia, jak powinien pracować, aby uzyskać jeszcze lepsze efekty.

8 Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- korzysta z kalkulatora;
- zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- wyjaśnia, w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;

- ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- stosuje nowe twierdzenia;
- ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);
- zna dowody twierdzeń objętych programem;
- rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych.

Stopień celujący:

Uczeń:

- analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

8.1 Założone osiągnięcia uczniów

8.2 KLASA I

1. Zbiory. Zbiory liczbowe.

Uczeń potrafi:

- ✓ odróżnić definicję od twierdzenia;
- ✓ mając dane twierdzenie w postaci implikacji zbudować twierdzenie odwrotne do danego twierdzenia;
- ✓ wyznaczać część wspólną, sumę i różnicę zbiorów oraz dopełnienie zbioru;
- wskazać w podanym zbiorze liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne;
- ✓ posługiwać się pojęciem osi liczbowej;
- ✓ zaznaczyć przedziały na osi liczbowej;
- ✓ wykonywać działania na przedziałach;
- ✓ wykorzystywać język matematyki w komunikowaniu się.



2. Działania w zbiorach liczbowych.

Uczeń potrafi:

- ⇒ stosować cechy podzielności liczb naturalnych do znajdowania NW i NWD (w tym również w celu rozwiązywania zagadnień praktycznych);
- ⇒ sprawnie wykonywać działania na ułamkach;
- ✓ zaplanować i wykonać obliczenia na liczbach rzeczywistych (w tym z wykorzystaniem praw działań);
- ⇒ stosować własności równości i nierówności w zbiorze \mathbf{R} oraz rozwiązywać proste równania i nierówności;
- ✓ stosować pojęcie procentu w obliczeniach;
- ✓ posługiwać się pojęciem punktu procentowego;
- ✓ obliczyć wartość bezwzględną danej liczby;
- ✓ zastosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej;
- ✓ stosować reguły zaokrąglania liczb;
- ✓ stosować pojęcie błędu bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia;
- ✓ oszacować wartość wyrażenia liczbowego.

3. Wyrażenia algebraiczne.

Uczeń potrafi:

- ✓ sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym całkowitym;
- ⇒ zapisywać liczby w postaci wykładniczej $a \cdot 10^k$, gdzie $a \in [1, 10)$ i $k \in \mathbf{Z}$
- ✓ sprawnie wykonywać działania na pierwiastkach;
- ✓ sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia (w tym do rozkładania sum algebraicznych na czynniki);
- ✓ usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka;
- ✓ wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym (wymiernym i niewymiernym);
- ✓ obliczyć logarytm danej liczby przy danej podstawie;
- ✓ sprawnie przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii;
- ✓ obliczać średnią arytmetyczną, geometryczną, ważoną.

4. Wektory.

Uczeń potrafi:

- obliczyć współrzędne wektora i długość wektora;
- dodać i odjąć wektory, pomnożyć wektor przez liczbę;
- stosować pojęcie wektorów równych i przeciwnych w rozwiązaniach prostych zadań.

5. Geometria płaska – pojęcia wstępne.

Uczeń potrafi:

- ✓ określać własności poznanych figur geometrycznych i posługiwać się tymi własnościami;
- ⇒ wyznaczać odległość: dwóch punktów, punktu od prostej, dwóch prostych równoległych;
- ⇒ konstruować: proste prostopadłe, proste równoległe, symetralną odcinka, dwusieczną kąta;
- ⇒ stosować w rozwiązywaniu zadań poznane twierdzenia (m.in. twierdzenie o dwóch prostych przeciętych trzecią prostą);
- ⇒ stosować własności kątów w rozwiązywaniu zadań;

- ✓ stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań (w tym m.in. twierdzenie o sumie kątów trójkąta, twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta, twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa, twierdzenia o wysokościach w trójkącie, twierdzenie o środkowych w trójkącie);
 - ✓ określić – znając długości boków trójkąta – czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny czy rozwartokątny
 - ✓ opisać okrąg na trójkącie, wpisać okrąg w trójkąt, wyznaczać promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny i w trójkąt równoramienny, wyznaczać promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym i na trójkącie równoramiennym – znając długości boków trójkąta;
- ⇒ rozpoznawać trójkąty przystające;
- ⇒ stosować cechy przystawiania trójkątów w rozwiązywaniu zadań.

6. Trygonometria

Uczeń potrafi:

- ✓ wyznaczyć funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;
- ✓ rozwiązać równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, gdzie $0^\circ < x < 90^\circ$, korzystając z kalkulatora, tablic lub posługując się wartościami funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów;
- ✓ stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w rozwiązywaniu zadań;
- ✓ znając wartości jednej funkcji potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego;
- narysować wykresy funkcji trygonometrycznych i je przekształcać;
- obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;
- sprawnie zamienia miarę łukową na stopniową i na odwrót;
- sprawdzić, czy dana równość jest tożsamością trygonometryczną.

7. Funkcja i jej własności

Uczeń potrafi:

- ✓ odróżniać przyporządkowanie, które jest funkcją, od przyporządkowania, które funkcją nie jest;
- ✓ opisywać funkcje na różne sposoby (grafem, wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym);
- ✓ wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej;
- ✓ obliczyć miejsca zerowe funkcji;
- ✓ określić na podstawie wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartość największą i najmniejszą funkcji, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie (maleje, jest stała) oraz zbiory, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);
- określić na podstawie wykresu, czy funkcja jest różnowartościowa, parzysta (nieparzysta);
- ✓ sporządzić wykres funkcji spełniającej podane warunki;
- ✓ odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji, dotyczące różnych zjawisk, np. przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych, chemicznych;
- ✓ przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru funkcji lub wykresu.

8.3 KLASA II

1. Przekształcenia wykresów funkcji

Uczeń potrafi:

- ✓ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a)$;
- ✓ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x) + b$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a) + b$;
- ✓ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(x)$;
- ✓ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(-x)$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(-x)$.

2. Funkcja liniowa

Uczeń potrafi:

- ⇒ sporządzić wykres proporcjonalności prostej oraz podać jej własności;
- ⇒ zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań;
- ✓ sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- ✓ znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;
- ✓ wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań;
- ✓ wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostokątny) do danej funkcji liniowej;
- ✓ stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego;
- ⇒ rozwiązywać równania oraz nierówności liniowe z jedną niewiadomą oraz interpretować je graficznie;
- ⇒ rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą;
- ⇒ stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
- graficznie przedstawiać nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi oraz opisywać podane zbiory za pomocą układów równań i nierówności z dwiema niewiadomymi;
- sporządzać wykres funkcji kawałkami liniowej.

3. Geometria płaska – okrąg, koło, czworokąt

Uczeń potrafi:

- ⇒ obliczyć miary kątów w kole;
- ⇒ posługiwać się własnościami czworokątów w rozwiązywaniu zadań;
- ✓ stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących wielokątów;
- ✓ stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych.

4. Funkcja kwadratowa

Uczeń potrafi:

- ✓ odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji;
- ✓ sporządzić wykres funkcji kwadratowej i zbadać jej własności na podstawie wykresu;

- ✓ wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji kwadratowej;
- ✓ przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;
- ✓ wyznaczyć wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu;
- ✓ wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej i postać iloczynową funkcji kwadratowej;
- ✓ sprawnie zamieniać jedną postać funkcji kwadratowej na inną (postać kanoniczna, iloczynowa, ogólna);
- ✓ sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie, zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów;
- ✓ rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych;
 - stosować wzory Viete'a;
 - rozwiązać równania kwadratowe z parametrem;
- ✓ wyznaczyć wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- ✓ rozwiązywać zadania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne);
- ✓ rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych;
- ✓ przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej;
- ✓ opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej.

5. Elementy geometrii analitycznej

Uczeń potrafi:

- ✓ obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych;
- ✓ wyznaczyć współrzędne środka odcinka;
- ✓ znaleźć równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym;
- ✓ zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;
 - stosować wzór na obliczanie odległości punktu od prostej w zadaniach;
- ✓ posługiwać się równaniem okręgu;
- ✓ przekształcić równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytać współrzędne środka i promień okręgu;
- ✓ wyznaczyć równanie okręgu o zadanych własnościach;
- ✓ wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;
 - określić wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami;
 - wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów.

6. Wielomiany

Uczeń potrafi:

- ✓ odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem;
- ✓ dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany;
 - podzielić wielomiany;
- ✓ rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias;



- ✓ rozwiązać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki;
- ✓ rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;
- ✓ rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, stosując poznane definicje i twierdzenia.

8.4 KLASA III

1. Funkcje wymierne

Uczeń potrafi:

- ✓ odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji;
- ✓ wyznaczać dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych lub kwadratowych za pomocą grupowania wyrazów, stosowania wzorów skróconego mnożenia, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias;
- ✓ obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- ✓ skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- ✓ dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- rysować wykresy i określać własności funkcji homograficznych;
- rozwiązywać zadania dotyczące funkcji homograficznych;
- ✓ rozwiązywać proste równania wymierne;
- rozwiązywać proste nierówności wymierne prowadzące do nierówności liniowych lub nierówności kwadratowych;
- ✓ rozwiązywać zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych.

2. Ciągi

Uczeń potrafi:

- ✓ określać ciąg wzorem ogólnym;
- ✓ wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- ✓ narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu;
- ✓ zbadać monotoniczność ciągu;
- ✓ zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym;
- ✓ wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych;
- ✓ wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- ✓ rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego;
- ✓ zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym;
- ✓ wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych;
- ✓ wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- ✓ rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego;
- ✓ rozwiązywać zadania stosując wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym;
- ✓ stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;
- wyznaczyć wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie;
- zamieniać ułamki o rozwinięciu nieskończonym okresowym na ułamki zwykłe.

3. Pola figur

Uczeń potrafi:

- ✓ stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów i czworokątów;
- ✓ zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań;
- stosować twierdzenie sinusów i cosinusów w rozwiązywaniu zadań;
- ✓ stosować twierdzenie Talesa w rozwiązywaniu zadań;
- ✓ stosować cechy podobieństwa trójkątów w rozwiązywaniu zadań;
- ✓ stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych.

4. Funkcja wykładnicza i logarytmiczna

Uczeń potrafi:

- ✓ sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- ✓ stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań;
- ✓ odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;
- ✓ sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;
- przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;
- ✓ opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów;
- rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;
- ✓ rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym;
- ✓ obliczać logarytm liczby dodatniej;
- ✓ stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań;
- odróżnić funkcję logarytmiczną od innych funkcji;
- sporządzać wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;
- przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych;
- opisywać własności funkcji logarytmicznych na podstawie ich wykresów;
- rozwiązywać proste równania i nierówności logarytmiczne;
- rozwiązywać zadania dotyczące funkcji logarytmicznych, umieszczone w kontekście praktycznym.

8.5 KLASA IV

1. Stereometria

Uczeń potrafi:

- ✓ badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
 - ✓ poprawnie narysować wielościany (graniastosłupy, ostrosłupy) i bryły obrotowe;
 - ✓ wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości;
 - ✓ podać własności figur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy czy bryły obrotowe;
- ⇒ rysować siatki figur przestrzennych.

2. Elementy statystyki opisowej

Uczeń potrafi:



- ✓ obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, dominantę, odchylenie standardowe, wariancję;
- ✓ interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne;
- ✓ odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów;
- ✓ przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;
- ✓ przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych;
- ✓ porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi.

3. Elementy kombinatoryki

Uczeń potrafi:

- ✓ zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych;
- ✓ stosować zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań;
- ✓ rozwiązywać pewne zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa;
- ✓ stosować symbol silni;
- obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń i kombinacji;
- ✓ rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki.

4. Rachunek prawdopodobieństwa

Uczeń potrafi:

- ✓ określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc;
- ✓ wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu;
- ✓ obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”;
- ✓ stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań;
- ✓ wykorzystywać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa;
- ✓ obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa.

5. Powtórzenie wiadomości (godziny do dyspozycji nauczyciela)

9 Oprzyrządowanie programu

Wyposażenie dydaktyczne może znacząco wspomagać i usprawniać pracę uczniów i nauczycieli. Zwłaszcza rozwijanie MKKE, wymagające kontaktu z najnowszymi osiągnięciami TI nie może poprzestać na korzystaniu z przysłowiowej kredy i tablicy. Biorąc pod uwagę funkcje, jakie pełni wyposażenie można je podzielić na dwie grupy; wyposażenie ułatwiające odbiór informacji – pasywne oraz wyposażenie, które ułatwia pozyskiwanie informacji i stwarza okazję, a nawet w pewien sposób wymusza wytwarzanie nowych informacji albo choćby tylko podejmowanie decyzji - interaktywne.

Wyposażenie pasywne:

- podręczniki:
 - a. „**Matematyka. Podręcznik do liceów i techników. Zakres podstawowy i rozszerzony. Klasa I**”, autorzy: *Kłaczek Krzysztof, Kurczab Marcin, Świda Elżbieta*, wydawca: **PAZDRO**;
 - b. „**Matematyka. Podręcznik do liceów i techników. Zakres podstawowy i rozszerzony. Klasa II**”, autorzy: *Kłaczek Krzysztof, Kurczab Marcin, Świda Elżbieta*, wydawca: **PAZDRO**;
 - c. „**Matematyka. Podręcznik do liceów i techników. Zakres podstawowy i rozszerzony. Klasa III**”, autorzy: *Kłaczek Krzysztof, Kurczab Marcin, Świda Elżbieta*, wydawca: **PAZDRO**.

- lokal: sala lekcyjna;
- tablica suchościeralna;
- tablica w kratkę;
- tablica z naniesionym układem współrzędnych;
- tablice ze wzorami, plansze;
- wizualizer
- laptop
- zestawy foliogramów i rzutniki do ich prezentacji;
- modele brył przestrzennych;
- filmy edukacyjne;
- kalkulatory czterodziałaniowe.

Wyposażenie interaktywne:

- zbiory zadań :
 - a. „**Matematyka (Pazdro). Zbiór zadań. Zakres podstawowy i rozszerzony. Klasa 1**”, Wydawnictwo: autorzy: *Kłaczek Krzysztof, Kurczab Marcin, Świda Elżbieta*, wydawca: **PAZDRO**;
 - b. „**Matematyka (Pazdro). Zbiór zadań. Zakres podstawowy i rozszerzony. Klasa 2**”, Wydawnictwo: autorzy: *Kłaczek Krzysztof, Kurczab Marcin, Świda Elżbieta*, wydawca: **PAZDRO**;
 - c. „**Matematyka (Pazdro). Zbiór zadań. Zakres podstawowy i rozszerzony. Klasa 3**”, Wydawnictwo: autorzy: *Kłaczek Krzysztof, Kurczab Marcin, Świda Elżbieta*, wydawca: **PAZDRO**.
- zbiór zadań z testami przygotowującymi do nowej matury - „**Matura 2010. Testy maturalne matematyka poziom podstawowy poziom rozszerzony**”



Wydawnictwo: autorzy: *Kłaczko Krzysztof, Kurczab Marcin, Świda Elżbieta*,
wydawca: **PAZDRO**:

- maturalne tablice matematyczne;
- informator maturalny 2010;
- zestawy ćwiczeń;
- karty pracy;
- edukacyjne programy komputerowe;
- gry dydaktyczne;
- wykonanie siatek i modeli brył przestrzennych;
- analiza informacji z prasy i Internetu np. danych giełdowych, kursu walut, zmian cen towarów na rynku itp.

10 Projekt ewaluacji autorskiego programu

Ewaluacja programu to systematyczny proces obejmujący zbieranie informacji oraz zdawanie relacji (w postaci raportu) z tego, „jak się rzeczy mają”, z intencją dostarczenia danych ułatwiających podejmowanie decyzji.

Funkcje ewaluacji:

- ocena autorskiego programu nauczania – ewaluatorzy zbierają informacje od podmiotów zainteresowanych, czyli od uczniów, innych nauczycieli, rodziców, władz szkolnych, pracodawców, w celu uwzględnienia ich opinii we wszechstronnej ocenie skuteczności tego programu;
- sprawozdanie z działalności danej szkoły, danego nauczyciela - ewaluacja analizuje i ocenia jakość osiągniętych wyników. Dzięki ewaluacji można uświadomić sobie i innym osiągnięte rezultaty, sukcesy i porażki;
- rozpoznanie, potwierdzenie oraz zbadanie potrzeb i problemów związanych z jakością pracy danej szkoły, danego nauczyciela. Dzięki ewaluacji można zdać sobie sprawę z istniejących deficytów i poprzez odpowiednie decyzje doprowadzić do ich likwidacji.

Poniżej przedstawiam tabelę zbiorczą dotyczącą ewaluacji.

TABELA 3. Projekt ewaluacji autorskiego programu nauczania rozwijania MKKE.

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych/raport
Przed rozpoczęciem realizacji programu	a) Projekt autorskiego programu nauczania	1. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia zasoby realizatora? 2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców? 3. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia	Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny, Aneks 1.5. j.w. j.w.	Studium przypadku; analiza wyników diagnozy implementacji KK oraz danych z arkusza oceny programy.	Szkoła uczestnicząca w Projekcie.	Raport ewaluacyjny



		możliwości rozwijania MKKE? 4. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie? 5. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności? 6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu oceny programu?	j.w. Odpowiedź „Tak”. Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny, Aneks 1.5.			
W czasie realizacji programu.	b) Skuteczność programu	1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu?	Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas.	Analiza dokumentów.		Raport ewaluacyjny
W czasie realizacji programu.		2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy dydaktycznych.	Analiza dokumentów.		Raport ewaluacyjny
W czasie realizacji programu.		3. Na ile realizacji projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły?	Hospitacje dyrektora; udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym.	Analiza dokumentów m.in. wyników monitoringu.		Raport ewaluacyjny



W czasie realizacji programu.		4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	Przewaga metod aktywizujących nad podającymi.	Analiza dokumentów. Obserwacja.		Raport ewaluacyjny
Na koniec realizacji programu.		5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu?	Co najmniej przeciętne wyniki w skalach KI i JK arkusza, Aneks VI.	Ankietowanie uczniów.	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny Promocja projektu.
Na koniec realizacji programu.		6. W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?	Wzrost o min. 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE.	Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”.	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny Promocja projektu. Promocja szkoły w środowisku .
Po pewnym czasie od realizacji programu.		7. Na ile trwałe są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?	Wzrost o minimum 20% średniego wyniku matury z matematyki	Analiza dokumentów (z wynikami egzaminu maturalnego).	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny Promocja projektu – konferencja ogólnopolska Promocja szkoły w regionie.

Bibliografia

- [1]. E. Bury, *Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświatowych oraz rynku pracy w województwie podkarpackim. Diagnoza implementacji Kluczowych Kompetencji w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy. ZST im. E. Kwiatkowskiego w Rzeszowie*. Lublin 2009.
- [2]. M. Kurczab, E. Kurczak, E. Świda,; *Matematyka. Program Nauczania w liceach i technikum*; Oficyna wydawnicza Krzysztof PAZDRO Warszawa 2008.
- [3]. M.Sobczak, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Lublin 2009.
- [4]. Ustawa z dnia 7 września 1991 r. o systemie oświaty (Dz. U. z 2004 r. Nr 256, poz. 2572, z późn. zm.).
- [5]. Ustawa z dnia 19 marca 2009 r. o zmianie ustawy o systemie oświaty oraz o zmianie niektórych innych ustaw (Dz. U. nr 56, poz. 458).
- [6]. Ustawa z dnia 26 stycznia 1982 r. - Karta Nauczyciela (Dz. U. z 2006 r. Nr 97, poz. 674, z późn. zm.).
- [7]. Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 26 lutego 2002 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. Nr 51, poz. 458, z późn. zm.).
- [8]. Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 10 sierpnia 2001 r. w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz. U. Nr 92, poz. 1020 oraz z 2003 r. Nr 90, poz. 846).
- [9]. Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102).
- [10]. Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 r. w sprawie dopuszczania do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczania do użytku szkolnego podręczników (Dz.U. Nr 89, poz. 730).
- [11]. Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 12 lutego 2002 r. w sprawie ramowych planów nauczania w szkołach publicznych (Dz. U. Nr 15, poz. 142, z późn. zm.3).
- [12]. Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 marca 2009 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie ramowych planów nauczania w szkołach publicznych.



Autor
Anna Finfa

MATEMATYKA

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

**Technikum Ekonomiczne
w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych
w Nr 1 Krośnie**

*Koordynator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Notka o autorce.....	5
Wstęp.....	5
1. Warunki realizacji programu.....	9
2. Ogólne cele kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne i wychowawcze.....	11
3. Treści nauczania.....	13
4. Materiał nauczania powiązany ze szczegółowymi celami kształcenia.....	17
5. Procedury osiągania szczegółowych celów edukacyjnych.....	23
6. Opis założonych osiągnięć ucznia.....	25
7. Oprzyrządowanie programu.....	27
8. Autoewaluacja programu.....	28
Bibliografia.....	29



Notka o autorce

Jestem nauczycielem dyplomowanym z 18 letnim stażem pracy. Od początku swojej kariery zawodowej jestem związana ze szkołą, w której pracuję. Razem ze szkołą przeżywałam jej zmiany organizacyjne. Praca w zespole szkół, w którym młodzież uczy się w liceum ogólnokształcącym, technikum a wcześniej w szkole zawodowej wymagała ode mnie dostosowania poziomu wymagań do poziomu uczniów oraz zróżnicowania metod i form pracy. Podejmowałam różne formy doskonalenia zawodowego, celem podniesienia swoich kwalifikacji metodycznych i pedagogicznych oraz zwiększenia efektywności pracy. Ukończyłam studia podyplomowe „Informatyka w kształceniu” oraz uczestniczyłam w wielu kursach i warsztatach m.in. „Pomiar dydaktyczny w matematyce”, „Metody aktywizujące w nauczaniu i wychowaniu”, „Ocenianie kształtujące”, „Ocenianie w zreformowanej szkole”. W 2001 r. zdobyłam uprawnienia egzaminatora egzaminu maturalnego z matematyki i od 2005 r. współpracuję z Okręgową Komisją Egzaminacyjną w Krakowie oceniając prace uczniów. Ciekawym doświadczeniem w mojej pracy było pełnienie w latach 1995-2003 funkcji opiekuna samorządu uczniowskiego.

Wstęp

Parlament Europejski i Rada Europy zaleciły państwom członkowskim uwzględnienie w obecnych programach nauczania rozwijania kompetencji kluczowych, czyli takich, które wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, integracji społecznej i zatrudnienia. Wśród pożądanych kompetencji, w jakie powinien być wyposażony „współczesny Europejczyk” znajdują się między innymi kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo-techniczne. Wychodząc naprzeciw tym zaleceniom i oczekiwaniom społecznym wykształcenia „obywatela Europy” szkoła, w której pracuje przystąpiła do projektu „Szkoła Kluczowych Kompetencji” realizowanego we współpracy z Wyższą Szkołą Ekonomii i Innowacji w Lublinie. Celem projektu jest zwiększenie dostępności do rozwoju kompetencji kluczowych uczniów szkół ponadgimnazjalnych o profilu zawodowym, w Polsce Wschodniej.

Przystąpienie szkoły do tego projektu spowodowało potrzebę opracowania programu nauczania matematyki w taki sposób, aby spełniał warunki zawarte w Podstawie programowej kształcenia ogólnego z dnia 23.08.2007r., Standardach wymagań egzaminu maturalnego z matematyki, ale także umożliwiał kształcenie matematycznych kompetencji kluczowych w ujęciu dokumentów Parlamentu Europejskiego.

Kompetencje matematyczne w ujęciu europejskim są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

W zakresie **wiedzy**:

- **W1 – rozumienie terminów i pojęć matematycznych** (m.in.: uczeń rozumie pojęcia i terminy matematyczne i sprawnie posługuje się nimi),

- **W2 – dobrze opanowana umiejętność liczenia** (m.in.: uczeń sprawnie wykonuje obliczenia na liczbach, wyrażeniach; przekształca wzory; rozwiązuje równania i nierówności; sprawnie korzysta z kalkulatorów),
- **W3 – znajomość miar i struktur** (m.in.: uczeń rozumie pojęcie odległości, pola, objętości; zna jednostki i własności miar; przelicza jednostki; stosuje związki miarowe do obliczania pól, obwodów i objętości figur płaskich i przestrzennych),
- **W4 – znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej** (m.in.: uczeń zna pojęcie zbioru i podzbioru i odnosi je do zbiorów liczbowych, zbiorów punktów, zbiorów wyników pomiaru, zbiorów wyników doświadczeń; rozumie pojęcie zmiennej, pojęcie funkcji i ich własności; opisuje zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji),
- **W5 – świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź** (m.in.: uczeń rozumie algorytm; umie rozumować przez analogię; wysnuwa proste wnioski z danego twierdzenia w konkretnej sytuacji; rozumie rolę matematyzacji, uogólniania i specyfikacji; wskazuje sytuacje praktyczne, w których można zastosować wiedzę matematyczną).

W zakresie **umiejętności**:

- **U1 – stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych** (m.in.: uczeń grupuje i porządkuje dane empiryczne; wyznacza stosunki wielkości i opisuje je z użyciem liczb; szacuje wielkości, posługuje się procentami; posługuje się liczbami i działaniami do modelowania stosunków wielkościowych; posługuje się własnościami figur oraz wyobraźnią do modelowania stosunków geometrycznych; stosuje równania, nierówności, układy równań w rozwiązywaniu problemów; przeprowadza uogólnianie i specyfikację; rozumuje przez analogię; korzysta z gotowych definicji i twierdzeń; rozwiązuje zadania schematyczne i nieschematyczne),
- **U2 – śledzić i oceniać ciągi argumentów** (m.in.: uczeń odróżnia założenie i tezę w twierdzeniu; ocenia poprawność doboru argumentów oraz sposobów wnioskowania; rozumie różnicę między dowodem twierdzenia a przykładem potwierdzającym jego prawdziwość; rozumie różnice pomiędzy różnymi metodami dowodzenia; podąża za tokiem rozumowania autora dowodu),
- **U3 – przekazywać komunikaty stosując język matematyczny** (m.in.: uczeń wyraża w języku matematyki informacje podane werbalnie, rysunkiem, schematem, tabelą, diagramem oraz zaobserwowane w rzeczywistości; zapisuje symbolicznie definicje pojęć; przedstawia dane za pomocą tabel, diagramów, grafów, wzorów; zapisuje wzory, zależności matematyczne stosując symbolikę matematyczną, podaje opis zależności w postaci funkcji; tworzy wypowiedzi matematyczne i wartościuje je),
- **U4 – korzystać z tekstu matematycznego** (m.in.: uczeń wyszukuje w tekście definicje i twierdzenia; analizuje przedstawione rozwiązania zadań, obliczenia, wnioskowania; przekształca informacje z tekstu zapisując je w formie dogodnej do dalszych działań; odczytuje informacje przedstawione za pomocą rysunków, diagramów i tabel; uzupełnia luki w tekście).

W zakresie **postaw**:

- **P1 – przejawiać szacunek do prawdy** (m.in.: uczeń weryfikuje zgromadzone dane; protestuje w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi; jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych; nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy),
- **P2 – dążyć do szukania przyczyn** (m.in.: uczeń przewiduje skutki planowanych działań; rozumie potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach; wnikliwie



analizuje problem; rozważa różne przypadki nie ograniczając się do przypadków szczególnych),

- **P3 – oceniać zasadność wnioskowań i działań** (m.in.: ocenia poprawność rozwiązania; wartościuje rozwiązania tego samego zadania różnymi sposobami; dostrzega sprzeczne informacje lub błędy w rozumowaniach).

Porównując cele zapisane w Podstawie programowej oraz matematyczne kluczowe kompetencje europejskie dla wszystkich trzech obszarów wiedzy, umiejętności i postaw można stwierdzić niemal pełną zgodność. Podobnie jest przy porównaniu kompetencji kluczowych i Standardów wymagań egzaminacyjnych.

Przy opracowaniu niniejszego programu wzięłam pod uwagę diagnozę szkoły oraz środowiska lokalnego, a także starałam się uwzględnić potrzeby nauczycieli przedmiotów zawodowych. Program ukierunkowany na kształcenie kluczowych kompetencji matematycznych będzie realizowany w klasie technikum o profilu ekonomicznym.

Program zawiera treści realizowane w zakresie podstawowym.



1. Warunki realizacji programu

Szkoła, w której pracuję jest najstarszą szkołą średnią w Krośnie i najstarszą szkołą zawodową w regionie krośnieńskim. Jest szkołą o 120 letniej tradycji. Zaspokaja ona potrzeby edukacyjne młodzieży głównie z Krosna, powiatu krośnieńskiego, a także w mniejszym stopniu z innych ościennych powiatów. W skład zespołu szkół wchodzi aktualnie: V Liceum Ogólnokształcące i Technikum Nr 1. W placówce w bieżącym roku szkolnym kształcą się 968 uczniów w 32 oddziałach. Szkoła dysponuje 19 dużymi salami lekcyjnymi, 11 małymi salami na zajęcia w grupach, 4 pracowniami zajęć praktycznych, 3 pracowniami komputerowymi i 3 salami do wychowania fizycznego. Ze względu na dużą liczbę oddziałów nauka w szkole odbywa się na dwie zmiany. Zajęcia lekcyjne trwają od 7⁰⁰ do 18¹⁰. W naszej szkole znajdują się dwie klasopracownie matematyki. Sala, której jestem opiekunem i w której będą odbywać się zajęcia lekcyjne w ramach programu „Szkoła kluczowych kompetencji” nie jest wyposażona w sprzęt pozwalający prowadzić zajęcia z wykorzystaniem technologii informacyjnej. Przydałoby się lepsze wyposażenie sali w pomoce dydaktyczne, aby nie prowadzić zajęć tylko przy pomocy „kredy i tablicy”. O potrzebnym oprzyrządowaniu do realizacji programu, które ułatwi pracę nauczyciela oraz pozwoli prowadzić zajęcia ciekawie i atrakcyjnie dla uczniów, piszę w rozdziale 9.

Większość naszych uczniów pochodzi z małych miejscowości, ze wsi. Spośród uczniów technikum tylko 21% stanowią uczniowie mieszkający w mieście, pozostali dojeżdżają do szkoły. Wśród klas technikum największym zainteresowaniem cieszy się nauka w Technikum Ekonomicznym. Program, który opracowałam będzie wdrażany właśnie w technikum kształcącym w zawodzie technik ekonomista. Na podstawie diagnozy szkolnej można stwierdzić, że kandydaci do nauki w technikum w naszej szkole nie wykazują szczególnego zainteresowania przedmiotami ścisłymi. Prezentują słabą umiejętność liczenia, duże trudności przysparza uczniom konstruowanie i analizowanie modeli matematycznych oraz porozumiewanie się w języku matematyki. Wiele problemów sprawia również interpretowanie stosunków przestrzennych. Należy wzmocnić działania ukierunkowane na wykształcenie umiejętności odnalezienia się w środowisku, do którego uczniowie są kształceni. Trzeba zwiększyć wysiłki, aby uświadomić uczniom, że nauka w szkole ponadgimnazjalnej to zdobywanie wiedzy i umiejętności potrzebnych w dalszym życiu, inwestycja w siebie. W kształceniu w zawodzie ekonomicznym należy zwrócić szczególną uwagę na działania pozwalające wzmocnić kompetencje matematyczne uczniów, gdyż te umiejętności i wiedza na pewno będą pomocne absolwentom w pracy zawodowej lub dalszym kształceniu. Absolwenci szkoły kształcącej się w zawodzie technik ekonomista najczęściej mogą podjąć pracę w instytucjach związanych z bankowością, ubezpieczeniami, podatkami, w obrocie i zarządzaniu nieruchomościami oraz wszelkich podmiotach gospodarczych, w których jest potrzebna wiedza i umiejętności z zakresu finansów i rachunkowości. Szerokie spektrum zatrudnienia oraz ambicje i aspiracje absolwentów do dalszej nauki sprawiają, że nie mają oni dużych problemów na lokalnym rynku pracy. Wielu z naszych absolwentów Technikum Ekonomicznego podejmuje dalszą naukę na studiach wyższych.

W szkole, w której pracuję, obecnie jest zatrudnionych 91 nauczycieli. Prawie wszyscy posiadają wykształcenie wyższe magisterskie, 42% zatrudnionych nauczycieli to nauczyciele dyplomowani. Średni staż pracy wynosi w szkole 15 lat. Uważam, że w naszej

szkole pracuje dobrze wykształcona, kompetentna kadra pedagogiczna, która gwarantuje powodzenie projektu.

Opracowany przeze mnie program nauczania jest programem liniowym, obejmuje on 4 letni cykl kształcenia w szkole ponadgimnazjalnej w klasie technikum w zakresie podstawowym. Zbyt mała liczba godzin matematyki w cyklu kształcenia nie daje możliwości powrotu do tych samych zagadnień. Program jest dostosowany do realizacji przy 9 godzinach matematyki w całym cyklu kształcenia.

Treści zawarte w programie są zgodne z obowiązującą Podstawą programową nauczania matematyki, Standardami wymagań egzaminu maturalnego, a także uwzględniają rozwijanie matematycznych kompetencji kluczowych oraz potrzeby kształcenia w zawodzie. Układ i zakres materiału zapewni realizację założonych celów oraz uwzględni korelację z przedmiotami zawodowymi np. dział statystyka na wniosek nauczycieli przedmiotów zawodowych został przesunięty do realizacji na początku klasy II, więcej czasu poświęci się na omawianie obliczeń procentowych oraz rozwiązywanie zadań o charakterze ekonomicznym. W dziale „język matematyki” realizowanym w klasie I kilka godzin poświęci się na podstawy logiki matematycznej i metody dowodzenia twierdzeń, mimo braku tych zagadnień w Podstawie programowej. Umiejętności i wiedza z tym związane są potrzebne do kształcenia kompetencji.

Należy podkreślić również potrzebę propagowanie wśród uczniów i nauczycieli celowości kształcenia kompetencji kluczowych.

2. Ogólne cele kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne i wychowawcze

Matematyka jest jednym z głównych przedmiotów nauczanych w szkole ponadgimnazjalnej. Nauka tego przedmiotu powinna realizować następujące cele:

- opanowanie przez uczniów wiadomości i umiejętności użytecznych w życiu codziennym i pracy zawodowej,
- rozwijanie myślenia abstrakcyjnego i rozumowania,
- opanowanie umiejętności uczenia się z wykorzystaniem różnych źródeł informacji,
- rozwijanie aktywnej i twórczej postawy wobec problemów teoretycznych, w szczególności problemów sformułowanych z użyciem języka matematyki,
- kształcenie umiejętności matematyzowania, tj. schematyzowania i idealizowania rzeczywistości.

Formułując szczegółowe cele edukacyjne i wychowawcze odwołano się do matematycznych kompetencji kluczowych w ujęciu Parlamentu Europejskiego.

Cele edukacyjne:

- wykształcenie umiejętności wykonywania działań na liczbach, wyrażeniach i podstawowych obiektach abstrakcyjnych (W2),
- opanowanie umiejętności potrzebnych do ilościowej oceny zjawisk (W4),
- kształcenie umiejętności definiowania pojęć oraz posługiwania się definicją (W1,U3),
- opanowanie umiejętności uogólniania przykładów, podawania kontrprzykładów (U1),
- rozwijanie zdolności śledzenia i oceniania ciągu argumentów, prowadzenia prostych dowodów matematycznych (U2),
- kształcenie zdolności stawiania hipotez, oceniania zasadności wnioskowań i działań (P3),
- wykształcenie umiejętności tworzenia modeli matematycznych do różnych sytuacji z życia codziennego (W5, U1),
- wykształcenie wyobraźni przestrzennej przez wyznaczanie związków metrycznych i miarowych, obliczanie miar figur geometrycznych (W3),
- opanowanie umiejętności wykrywania związków między liczbowymi parametrami zjawisk (U1),
- rozwijanie umiejętności czytania ze zrozumieniem i korzystania z tekstu matematycznego (U4),
- kształcenie umiejętności używania symboli matematycznych, schematów, rysunków i wykresów oraz przekazywania komunikatów stosując język matematyki (U3).

Cele wychowawcze:

- wyrabianie samodzielności, dociekliwości, krytycyzmu i umiejętności argumentowania (P1),
- rozwijanie umiejętności prezentowania własnej pracy, dowodzenia racji z wykorzystaniem precyzyjnego języka matematycznego (P2),



- kształcenie szacunku do poglądów innych i umiejętności obrony własnych poglądów (P1),
- kształcenie umiejętności planowania pracy i współpracy w zespole,
- wykształcenie umiejętności samodzielnego zdobywania informacji i samokształcenia (P2, P3).



3. Treści nauczania

Klasa I – kształcenie ogólne w zakresie podstawowym – 2 godziny tygodniowo

Treści nauczania	Zagadnienia
1. Liczby rzeczywiste	<ul style="list-style-type: none">• Liczby pierwsze i złożone,• Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory,• Wzory skróconego mnożenia,• Pierwiastki, w tym nieparzystego stopnia z liczb ujemnych,• Potęga o wykładniku całkowitym,• Obliczenia procentowe. Zastosowanie pojęcia procentu i punktu procentowego w zadaniach praktycznych,• Szacowanie i przybliżenia, błąd przybliżenia,• Notacja wykładnicza.
2. Język matematyki	<ul style="list-style-type: none">• Zdanie logiczne, budowanie zdań,• Twierdzenia, dowodzenie twierdzeń,• Zbiory i działania na zbiorach,• Przedziały liczbowe i działania na nich,• Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej, jej własności i interpretacja geometryczna.
3. Funkcje	<ul style="list-style-type: none">• Pojęcie funkcji i sposoby jej opisu,• Obliczanie miejsc zerowych i wyznaczanie dziedziny funkcji,• Odczytywanie własności funkcji z jej wykresu,• Przesuwanie wykresu funkcji wzdłuż osi układu.• Przekształcanie wykresu funkcji przez symetrię względem osi układu współrzędnych,• Zastosowanie funkcji do opisu różnorodnych zależności w życiu codziennym.
4. Funkcja liniowa	<ul style="list-style-type: none">• Wykres i własności funkcji liniowej,• Równanie prostej na płaszczyźnie,• Warunek równoległości i prostokątności prostych,• Układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi.

Klasa II – 2 godziny tygodniowo

Treści nauczania	Zagadnienia
1. Elementy statystyki opisowej	<ul style="list-style-type: none">• Odczytywanie i interpretowanie danych statystycznych,• Przedstawianie danych empirycznych w postaci tabel, wykresów i diagramów,• Obliczanie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany i odchylenia standardowego i interpretacja tych parametrów.
2. Funkcja kwadratowa	<ul style="list-style-type: none">• Różne postacie funkcji kwadratowej,• Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowej,

	<ul style="list-style-type: none"> • Wyznaczanie miejsc zerowych, współrzędnych wierzchołka paraboli, • Wyznaczanie wartości największej i wartości najmniejszej funkcji, • Rozwiązywanie praktycznych zadań optymalizacyjnych, • Rozwiązywanie równań i nierówności drugiego stopnia oraz ich zastosowanie w zadaniach.
3. Planimetria	<ul style="list-style-type: none"> • Podobieństwo, cechy podobieństwa trójkątów, • Twierdzenie Talesa, • Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, • Zastosowanie trygonometrii do zadań praktycznych oraz obliczania pól i obwodów oraz związków miarowych, • Podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego.
4. Wielomiany	<ul style="list-style-type: none"> • Jednomiany i wielomiany stopnia n z jedną niewiadomą, • Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów, • Rozkład wielomianu na czynniki (wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, grupowanie, wzory skróconego mnożenia), • Rozwiązywanie prostych równań wielomianowych.

Klasa III – 3 godziny tygodniowo

Treści nauczania	Zagadnienia
1. Wyrażenia wymierne	<ul style="list-style-type: none"> • Proporcjonalność odwrotna, jej wykres i własności, • Wyznaczanie dziedziny wyrażenia wymiernego, • Działania na wyrażeniach wymiernych, • Rozwiązywanie prostych równań wymiernych, • Rozwiązywanie zadań praktycznych, prowadzących do równań wymiernych.
2. Funkcja wykładnicza i logarytmiczna	<ul style="list-style-type: none"> • Potęga o wykładniku wymiernym, • Potęga o wykładniku rzeczywistym i jej własności, • Funkcja wykładnicza jej wykres i własności, • Określenie logarytmu, własności logarytmów (logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi).
3. Ciągi liczbowe	<ul style="list-style-type: none"> • Definicja i przykłady ciągów liczbowych, • Ciąg arytmetyczny, wzór na n-ty wyraz oraz sumę n początkowych wyrazów, monotoniczność ciągu, • Ciąg geometryczny, wzór na n-ty wyraz oraz sumę n początkowych wyrazów, • Procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów bankowych, sprzedaż ratalnej.
4. Planimetria	<ul style="list-style-type: none"> • Zastosowanie własności kątów środkowych i kątów wpisanych oraz kąta między styczną a cięciwą, • Czworokąty – własności, pola i obwody, • Odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej,



	<ul style="list-style-type: none">• Współrzędne środka odcinka,• Równanie okręgu.
5. Rachunek prawdopodobieństwa.	<ul style="list-style-type: none">• Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych,• Reguła mnożenia,• Doświadczenie losowe, zdarzenie losowe, zbiór zdarzeń elementarnych,• Działania na zdarzeniach,• Klasyczna definicja prawdopodobieństwa i jej własności,• Obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń w skończonych przestrzeniach probabilistycznych, zastosowanie własności prawdopodobieństwa.

Klasa IV – 2 godziny tygodniowo

Treści nauczania	Zagadnienia
1. Stereometria.	<ul style="list-style-type: none">• Równoległość i prostopadłość w przestrzeni,• Kąt nachylenia prostej do płaszczyzny,• Kąt dwuścienny,• Własności graniastosłupów (prostych i prawidłowych) i ostrosłupów,• Własności brył obrotowych: walca, stożka i kuli,• Obliczanie pól powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych.
2. Powtórzenie przed maturą.	

Klasa I: (2 godz.)

1. Liczby rzeczywiste – 20
2. Język matematyki – 14
3. Funkcje – 16
4. Funkcja liniowa – 12
5. Do dyspozycji nauczyciela – 8

Razem: 70 godzin

Klasa II: (2 godz.)

1. Elementy statystyki opisowej – 10
2. Funkcja kwadratowa – 17
3. Planimetria – 18
4. Wielomiany – 15
5. Do dyspozycji nauczyciela – 4

Razem: 64 godziny

Klasa III: (3 godz.)

1. Wyrażenia wymierne – 15
2. Funkcja wykładnicza i logarytmiczna – 20
3. Ciągi liczbowe – 20
4. Planimetria – 15
5. Rachunek prawdopodobieństwa – 20



6. Do dyspozycji nauczyciela - 10
Razem: 100 godzin

Klasa IV: (2 godz.)

1. Stereometria – 22
 2. Powtórzenie przed maturą - 34
- Razem:** 56 godzin



4. Materiał nauczania powiązany ze szczegółowymi celami kształcenia

Szczegółowe treści kształcenia oraz odpowiadające im cele edukacyjne i osiągnięcia uczniów zostały oznaczone w następujący sposób:

- znajduje się w Podstawie Programowej, Standardach wymagań egzam. i MKKE (MKKE – matematyczne kompetencje kluczowe) oraz jest istotny dla kształcenia w zawodzie;
- ♦ nie występuje w Podstawie Programowej i Standardach wymagań egzam., ale jest ważny dla MKKE;
- ❖ występuje w Podstawie Programowej dla wcześniejszych etapów kształcenia i jest ważny dla MKKE i kształcenia w zawodzie.

I. Liczby rzeczywiste.	
Treści	Uczeń potrafi:
1. Liczby pierwsze i złożone.	<ul style="list-style-type: none">❖ Posługiwać się podzielnością liczb naturalnych oraz własnościami liczb pierwszych i złożonych,❖ Rozłożyć liczbę naturalną na czynniki pierwsze, znaleźć NWW i NWD.
2. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory,	<ul style="list-style-type: none">• Wykonywać działania na liczbach rzeczywistych,• Określić zależności między zbiorami liczbowymi,• Zastosować w obliczeniach własności działań,• Wyznaczać rozwinięcie dziesiętne liczby wymiernej,• Podawać własności rozwinięcia dziesiętnej liczby niewymiernej.
3. Wzory skróconego mnożenia.	<ul style="list-style-type: none">❖ Zastosować wzory skróconego mnożenia w obliczeniach.
4. Pierwiastki, w tym nieparzystego stopnia z liczb ujemnych.	<ul style="list-style-type: none">• Obliczać wartość pierwiastków, również nieparzystego stopnia z liczb ujemnych,• Wykonywać działania na pierwiastkach, w tym na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$,• Usuwać niewymierność z mianownika.
5. Potęga o wykładniku całkowitym.	<ul style="list-style-type: none">• Obliczać wartość potęgi o wykładniku całkowitym,• Wykonywać działania na potęgach o wykładniku całkowitym,• Posługiwać się kalkulatorem w obliczaniu przybliżonych wartości potęg i pierwiastków,• Sprawnie przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii.
6. Obliczenia procentowe.	<ul style="list-style-type: none">• Stosować pojęcie procentu w obliczeniach,• Posługiwać się pojęciem punktu procentowego,• Zastosować procenty w obliczeniach praktycznych niezbędnych w życiu z uwzględnieniem potrzeb zawodowych.
7. Szacowanie i przybliżenia.	<ul style="list-style-type: none">• Oszacować wartość liczbową. Porównywać wielkości liczbowe,• Wyznaczać błąd względny i bezwzględny,• Szacować wyniki obliczeń z zadaną dokładnością.
8. Notacja wykładnicza.	<ul style="list-style-type: none">❖ Zapisać i odczytać liczby w notacji wykładniczej,• Posługiwać się w obliczeniach notacją wykładniczą.



II. Język matematyki i zbiory.	
Treści	Uczeń potrafi:
1. Zdanie logiczne, budowanie zdań.	<ul style="list-style-type: none">◆ Odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi i ocenić jego wartość logiczną,◆ Stosować symbole spójników do budowania zdań złożonych,◆ Ocenić prawdziwość zdania złożonego.
2. Twierdzenia, dowodzenie twierdzeń.	<ul style="list-style-type: none">◆ Odróżnić założenie i tezę w twierdzeniu,◆ Wskazać różnicę między dowodem twierdzenia a przykładem potwierdzającym jego prawdziwość,◆ Stosować różne metody dowodzenia w prostych przypadkach,◆ Ocenić poprawność doboru argumentów.
3. Zbiory i działania na zbiorach.	<ul style="list-style-type: none">• Podać przykład zbioru i wskazać jego podzbiór,• Wyznaczyć sumę, iloczyn i różnicę danych zbiorów,• Określać relacje równości i zawierania się zbiorów.
4. Przedziały liczbowe i działania na nich.	<ul style="list-style-type: none">• zilustrować na osi liczbowej przedział,• Wykonywać działania na przedziałach,• Zaznaczyć na osi liczbowej przedziały zapisane za pomocą nierówności.
5. Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej.	<ul style="list-style-type: none">• Obliczać wartość bezwzględną liczby,• Zaznaczać na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną typu: $x - a = b$, $x - a < b$, $x - a > b$.
III. Funkcje.	
Treści	Uczeń potrafi:
1. Pojęcie funkcji i sposoby jej opisu.	<ul style="list-style-type: none">• Przedstawiać zależność funkcyjną tabelką, grafem, wzorem, wykresem, opisem słownym,• Podać różne przykłady funkcji,• Rozpoznać funkcje wśród przyporządkowań.
2. Obliczanie miejsc zerowych i wyznaczanie dziedziny funkcji.	<ul style="list-style-type: none">• Określić dziedzinę funkcji,• Obliczyć miejsca zerowe funkcji,• Obliczyć wartość funkcji dla różnych argumentów.
3. Wykres funkcji.	<ul style="list-style-type: none">• Rozpoznać funkcję wśród wykresów,• Sporządzić wykresy funkcji o kilkuelementowej dziedzinie,• Sporządzać wykresy funkcji kawałkami liniowych,• Sporządzić wykres funkcji spełniającej podane warunki,• Na podstawie wykresu odczytać dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, wskazać wartość najmniejszą, największą itp.
4. Przekształcenia wykresów funkcji.	<ul style="list-style-type: none">◆ Wektor w układzie współrzędnych,◆ Obliczyć współrzędne wektora i długość wektora,◆ Dodać i odjąć wektory, pomnożyć wektor przez liczbę,• Przesuwać wykres funkcji wzdłuż osi układu współrzędnych,• Przekształcić wykres funkcji przez symetrię względem osi układu,◆ Na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a) + b$,• Zapisać wzory funkcji po przesunięciu lub po symetrycznym przekształceniu.



IV. Funkcja liniowa.	
Treści	Uczeń potrafi:
1. Wykres i własności funkcji liniowej.	<ul style="list-style-type: none">❖ Sporządzić wykres proporcjonalności prostej oraz podać jej własności,• Sporządzać wykres funkcji liniowej,• Zbadać monotoniczność funkcji liniowej,• Wyznaczać wartość funkcji, gdy dany jest jej argument,• Wyznaczać argument, gdy dana jest wartość funkcji jemu odpowiadająca,• Wyznaczać miejsca zerowe funkcji określonej wzorem,• Wyznaczyć zbiór argumentów spełniających określone warunki.
2. Równanie prostej na płaszczyźnie.	<ul style="list-style-type: none">• Rozpoznać równanie prostej w postaci ogólnej i kierunkowej,• Przekształcać równanie prostej z postaci ogólnej do kierunkowej i na odwrot,• Interpretować współczynniki w równaniu kierunkowym prostej,• Wykreślać prostą daną równaniem,• Sprawdzać, czy punkt o danych współrzędnych należy do prostej danej równaniem,• Napisać równanie prostej wyznaczonej przez dwa punkty o danych współrzędnych,• Obliczać współrzędne punktu przecięcia się prostych o danych równaniach,• Wyznaczać równanie prostej równoległej (prostopadłej) do prostej danej równaniem i przechodzącej przez dany punkt.
3. Układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi.	<ul style="list-style-type: none">❖ Rozwiązać układ równań metodą algebraiczną i przedstawić jego interpretację graficzną,❖ Wskazać układ równań zależnych, niezależnych i sprzecznych,• Rozwiązać problem teoretyczny lub praktyczny przy pomocy układu równań liniowych.
V. Elementy statystyki opisowej.	
Treści	Uczeń potrafi:
1. Zbieranie, porządkowanie i przestawianie danych statystycznych oraz odczytywanie danych zaprezentowanych w postaci graficznej i tabelarycznej.	<ul style="list-style-type: none">• Zbierać i porządkować dane statystyczne,• Przedstawiać dane diagramem słupkowym, kołowym, histogramem oraz wykresem punktowym lub liniowym,• Odczytywać dane z diagramów i wykresów.
2. Średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana i dominanta danych statystycznych.	<ul style="list-style-type: none">• Obliczać średnią arytmetyczną danych,• Obliczać średnią arytmetyczną szeregu statystycznego pogrupowanego na klasy przy pomocy przedziałów,• Obliczać średnią ważoną danych statystycznych,• Wyznaczać medianę i dominantę danych statystycznych,• Zinterpretować średnią arytmetyczną, medianę i dominantę danych statystycznych.
3. Rozstęp, wariancja i odchylenie standardowe z próby.	<ul style="list-style-type: none">• Obliczać wariancję i odchylenie standardowe danych statystycznych,• Zastosować poznane pojęcia statystyczne do opisu i interpretacji danych statystycznych.
VI. Funkcja kwadratowa.	
Treści	Uczeń potrafi:
1. Różne postacie funkcji kwadratowej.	<ul style="list-style-type: none">• Zapisać trójmian kwadratowy w różnych postaciach,• Obliczać pierwiastki trójmianu kwadratowego,• Rozkładać trójmian kwadratowy na czynniki liniowe,• Sporządzać wykres funkcji kwadratowej,• Wyznaczać wartość funkcji, gdy dany jest jej argument,• Wyznaczać argument, gdy dana jest wartość funkcji jemu odpowiadająca,• Wykorzystywać własności funkcji kwadratowej i jej wykresu do



	rozwiązywania zadań optymalizacyjnych, <ul style="list-style-type: none">• Odczytać z wykresu funkcji: dziedzinę, miejsca zerowe, największą i najmniejszą wartość w przedziale oraz zbiór wartości.
2. Równania i nierówności kwadratowe.	<ul style="list-style-type: none">• Rozwiązać równanie i nierówność drugiego stopnia,• Rozwiązać problem teoretyczny lub praktyczny przy pomocy równania kwadratowego lub nierówności drugiego stopnia.

VII. Planimetria.	
Treści	Uczeń potrafi:
1. Cechy podobieństwa trójkątów. Figury podobne.	<ul style="list-style-type: none">• Rozpoznawać trójkąty podobne na podstawie cech podobieństwa trójkątów,• Wskazywać odcinki proporcjonalne w trójkątach podobnych,• Zastosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązywania zadań,• Zastosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania problemu teoretycznego lub praktycznego.
2. Twierdzenie Talesa.	<ul style="list-style-type: none">• Rozpoznać odcinki proporcjonalne,• Wykorzystać twierdzenie Talesa do obliczenia długości odcinków.
3. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.	<ul style="list-style-type: none">• Określać sinus, kosinus, tangens i kotangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym,• Posługiwać się kalkulatorem w obliczaniu wartości funkcji trygonometrycznej danego kąta i miary kąta, gdy dana jest wartość funkcji trygonometrycznej,• Obliczać długość dowolnego boku lub miarę kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.
4. Zastosowanie funkcji trygonometrycznych kąta ostrego do obliczania pól oraz wyznaczania związków miarowych w figurach geometrycznych.	<ul style="list-style-type: none">• Zastosować funkcje trygonometryczne do wyznaczenia długości odcinków i miar kątów w figurach geometrycznych,• Obliczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, gdy dana jest wartość jednej z nich,• Uzasadnić prostą tożsamość trygonometryczną.

VIII. Wielomiany.	
Treści	Uczeń potrafi:
1. Wielomiany. Działania na wielomianach.	<ul style="list-style-type: none">• Uporządkować wielomian oraz określić jego współczynniki i stopień,• Sprawdzać i określać warunki równości wielomianów,• Wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów.
2. Rozkład wielomianu na czynniki.	<ul style="list-style-type: none">• Korzystać ze wzorów skróconego mnożenia,• Rozkładać wielomian na czynniki,
3. Rozwiązywanie prostych równań wielomianowych.	<ul style="list-style-type: none">• Wyznaczać pierwiastki wielomianu,• Rozwiązać równanie wielomianowe metodą rozkładu na czynniki.

IX. Wyrażenia wymierne.	
Treści	Uczeń potrafi:
1. Wyrażenia wymierne, działania na wyrażeniach. Proporcjonalność prosta.	<ul style="list-style-type: none">• Rozpoznać wyrażenie wymierne,• Określić dziedzinę wyrażenia wymiernego,• Obliczać wartość wyrażenia wymiernego dla danych wartości jego zmiennej,• Skrócić lub rozszerzyć wyrażenie wymierne,• Wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wyrażeń wymiernych,• Szkicować wykresy funkcji $y = \frac{a}{x}$ i określać jej własności.
2. Równania wymierne.	<ul style="list-style-type: none">• Określić dziedzinę równania,• Rozwiązać równanie wymierne,• Rozwiązać zadania praktyczne, prowadzące do równań wymiernych.



X. Funkcja wykładnicza i logarymiczna.	
Treści	Uczeń potrafi:
1. Potęga o wykładniku rzeczywistym i jej własności.	<ul style="list-style-type: none">• Obliczać wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym,• Wykonywać działania na potęgach o wykładnikach rzeczywistych,• Stosować prawa działań na potęgach.
2. Funkcja wykładnicza jej wykres i własności.	<ul style="list-style-type: none">• Określić warunki istnienia funkcji wykładniczej,• Naszkicować wykres funkcji wykładniczej,• Odczytać własności funkcji wykładniczej z wykresu,• Przekształcać wykresy funkcji wykładniczych.
3. Logarytm i jego własności.	<ul style="list-style-type: none">• Potrafi zapisać logarytm w postaci potęgi,• Obliczyć wartość logarytmu na podstawie definicji logarytmu,• Zastosować własności logarytmów w obliczeniach.
XI. Ciągi liczbowe.	
Treści	Uczeń potrafi:
1. Definicja i przykłady ciągów liczbowych. Sposoby określania ciągów.	<ul style="list-style-type: none">• Zdefiniować ciąg jako funkcję określoną w zbiorze liczb naturalnych,• Naszkicować wykres ciągu,• Określać ciąg wzorem ogólnym,• Obliczać dowolny wyraz ciągu,• Zbadać monotoniczność ciągu liczbowego.
2. Ciąg arytmetyczny i jego własności.	<ul style="list-style-type: none">• Rozpoznawać ciąg arytmetyczny,• Zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym,• Wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych,• Posługiwać się wzorem na ogólny wyraz ciągu arytmetycznego,• Posługiwać się wzorem na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego.
3. Ciąg geometryczny i jego własności.	<ul style="list-style-type: none">• Rozpoznawać ciąg geometryczny,• Zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym,• Wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych,• Posługiwać się wzorem na ogólny wyraz ciągu geometrycznego,• Posługiwać się wzorem na sumę wyrazów ciągu geometrycznego.
4. Procent składany.	<ul style="list-style-type: none">• Zastosować wzór na procent składany do obliczenia odsetek od lokat kapitału lub udzielonych kredytów,• Zastosować ciąg w badaniu problemu praktycznego lub teoretycznego.
XII. Planimetria.	
Treści	Uczeń potrafi:
1. Kąty w okręgu.	<ul style="list-style-type: none">• Określić wzajemne położenie prostej i okręgu na płaszczyźnie,• Stosować w zadaniach zależności między kątem wpisanym i kątem środkowym opartym na tym samym łuku,• Zastosować w zadaniach własność kąta między styczną a cięciwą.
2. Czworokąty.	<ul style="list-style-type: none">• ✦ Skorzystać z własności prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu i trapezu do rozwiązywania prostych zadań,• Rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych,• Obliczyć pole prostokąta, trójkąta, równoległoboku, trapezu i koła.
3. Odległość na płaszczyźnie.	<ul style="list-style-type: none">• Obliczać odległość dwóch punktów o danych współrzędnych,• Wyznaczyć współrzędne środka odcinka,
4. Równanie okręgu.	<ul style="list-style-type: none">• Napisać równanie okręgu mając współrzędne środka i promień okręgu,• Wyznaczać współrzędne środka okręgu i długość promienia okręgu określonego równaniem w postaci ogólnej.
XIII. Rachunek prawdopodobieństwa.	
Treści	Uczeń potrafi:
1. Doświadczenie losowe. Zbiór zdarzeń elementarnych.	<ul style="list-style-type: none">• Zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych,• Stosować zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań,• Określić zbiór zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i podać ich liczbę,

	<ul style="list-style-type: none"> Opisać zdarzenie losowe, Ustalić zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu i wyznaczyć ich liczbę.
2. Działania na zdarzeniach.	<ul style="list-style-type: none"> Określić sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń.
3. Pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności.	<ul style="list-style-type: none"> Sformułować klasyczną definicję prawdopodobieństwa, Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia w modelu klasycznym oraz za pomocą drzewa stochastycznego, Posłużyć się regułą mnożenia i własnościami prawdopodobieństwa w obliczeniu prawdopodobieństwa zdarzeń.
XIV. Stereometria.	
Treści	Uczeń potrafi:
1. Równoległość i prostopadłość w przestrzeni. Kąt prostej z płaszczyzną, kąt dwuścienny.	<ul style="list-style-type: none"> Omówić wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni, Wyznaczać kąt nachylenia prostej do płaszczyzny, Wyznaczać kąt liniowy kąta dwuściennego.
2. Graniastosłup i ostrosłup.	<ul style="list-style-type: none"> Zaprezentować własności oraz rodzaje graniastosłupów i ostrosłupów, ❖ Rysować siatki figur przestrzennych, Obliczyć pole i objętość graniastosłupa i ostrosłupa, Zastosować funkcje trygonometryczne kąta ostrego do obliczania długości odcinków i miar kątów w graniastosłupach i ostrosłupach, Wyznaczać przekroje.
3. Bryły obrotowe	<ul style="list-style-type: none"> Obliczać pole powierzchni i objętość walca, stożka i kuli, Zastosować funkcje trygonometryczne do obliczenia długości odcinków i miar kątów w bryłach obrotowych.

5. Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych

Matematyka jest nauką, która ma pomóc uczniowi w poznawaniu i zrozumieniu świata. Na lekcjach matematyki uczeń ma zostać wyposażony w narzędzia potrzebne do zrozumienia i przewidywania zjawisk przyrodniczych, technicznych, ekonomicznych i społecznych. Formułując cele kształcenia, dobierając metody i formy pracy należy brać pod uwagę przede wszystkim możliwości intelektualne uczniów oraz wyposażenie szkoły w środki dydaktyczne.

Metody i formy pracy powinny być tak dobrane, aby pozwoliły na zdobycie przez uczniów umiejętności w zakresie operowania obiektami matematycznymi, używania modelowania matematycznego, prowadzenia składających się z niewielkiej liczby kroków prostych dowodów matematycznych oraz stosowania strategii prowadzącej do rozwiązania problemu. Nauczyciel powinien tak prowadzić zajęcia, aby pomóc uczniom doskonalić swoje umiejętności, pokazywać im możliwości praktycznego wykorzystania matematyki, rozwijać zdolności poznawcze oraz wzbudzać ich zainteresowanie przedmiotem. Zmiany w polskiej szkole kładą nacisk na nauczanie problemowe. Trzeba tak dobierać materiał nauczania, formułować zadania, aby stawiać ucznia wobec trudności, które zachęcą go do poszukiwania rozwiązania. Zalecana jest różnorodność stosowania metod nauczania. Nawet w trakcie jednej lekcji, stosownie do sytuacji dydaktycznej można elastycznie zmieniać metody. Warto stosować jak najczęściej metody, które wymagają aktywnej postawy uczniów. Ta różnorodność ma nie tylko uatrakcyjnić przedmiot, ale także zaktywizować uczniów w procesie uczenia się, zachęcić do rozwiązywania różnorodnych problemów, spowodować kształcenie odpowiednich postaw.

Metody nauczania przydatne do rozwijania matematycznych kompetencji kluczowych.

1. **wykład** – dominująca rola nauczyciela. Nauczyciel formułuje problem, analizuje go, prezentuje wzorcowe sposoby rozwiązania. Stosowany szczególnie przy wprowadzaniu nowych, trudnych wiadomości. Metoda ta nie powinna być często stosowana.
2. **pogadanka, dyskusja** – nauczyciel kieruje rozmową i porządkuje jej przebieg, zadaje pytania i naprowadza na prawidłowe odpowiedzi. Metoda ta rozwija umiejętność argumentowania, wnioskowania, podejmowania decyzji.
3. **metoda problemowa** – nauczyciel stawia problem, który uczniowie rozwiązują samodzielnie. Budują model rozwiązania, stawiają hipotezy i weryfikują je, formułują wnioski. Metoda kształci umiejętność rozwiązywania problemów, aktywizuje uczniów.
4. **praca z tekstem** – polega na samodzielnym przeczytaniu fragmentów podręcznika lub wykorzystaniu encyklopedii, słowników, roczników statystycznych. Metoda wdraża do samokształcenia, rozwija krytyczne myślenie ucznia.
5. **rozwiązywanie ciągu zadań** (metoda ćwiczeniowa) – polega na rozwiązywaniu przez ucznia zestawu odpowiednio dobranych i uporządkowanych zadań. Zadania należy tak dobrać, aby rozwiązywanie kolejnych zadań pogłębiało wiedzę i umiejętności ucznia. Metoda pozwala odkrywać nowe informacje i doskonalić umiejętności uczniów.

6. **gra dydaktyczna** – metoda polegająca na rozwijaniu myślenia strategicznego, rozwijająca umiejętność przewidywania. Stosowana jest szczególnie na lekcjach powtórzeniowych.
7. **śnieżna kula** – metoda, która jest odmianą dyskusji. Polega na planowaniu i podejmowaniu indywidualnych i grupowych decyzji. Uczniowie pracują pojedynczo, potem uzgadniają stanowisko w parach, następnie w czwórkach itd. Na koniec wypracowują wspólne klasowe rozwiązanie problemu. Metoda kształci umiejętność negocjacji, uzgadniania wspólnego stanowiska.
8. **metaplan** – metoda stosowana przy rozwiązywaniu zagadnień problemowych, może dotyczyć np. poprawy prac klasowych z uwzględnieniem popełnianych błędów (jak jest, a jak powinno być poprawnie). Metoda pozwala rozwijać współpracę uczniów i komunikowanie się w grupie, kształci umiejętność wyszukiwania błędów w rozwiązaniach oraz wyciągania poprawnych wniosków.

Odpowiednio do metody należy dobrać formę pracy na lekcji:

- praca zbiorowa — z całą klasą,
- praca w grupach,
- praca indywidualna.

Każda z tych form może odegrać pozytywną rolę w kształceniu, jeśli będzie planowana w zależności od celów, jakie chcemy osiągnąć.

Wybrane metody i formy pracy nauczyciela z uczniem powinny uwzględniać również korzystanie z nowoczesnych środków dydaktycznych, komputera i programów multimedialnych. Zwłaszcza w nauczaniu matematyki istnieje wiele problemów, w których rozwiązywaniu użyteczne jest używanie kalkulatorów graficznych, programów komputerowych. Warto wskazywać zastosowania matematyki w rozwiązywaniu problemów praktycznych z użyciem istniejących programów komputerowych, np. arkuszy kalkulacyjnych lub baz danych.



6. Opis założonych osiągnięć ucznia

Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia z uwzględnieniem matematycznych kompetencji kluczowych.

Ocena	Kryteria
dopuszczający	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">• ma braki w opanowaniu wiadomości i umiejętności określonych w podstawie programowej matematyki dla danej klasy, ale braki nie przekreślają możliwości uzyskania podstawowej wiedzy w ciągu dalszej nauki;• rozwiązuje zadania typowe o niewielkim stopniu trudności, posługując się metodami typowymi i algorytmami;• sprawnie wykonuje działania na liczbach i przekształca proste (na danym etapie nauki) wyrażenia algebraiczne;• intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady• rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
dostateczny	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">• opanował wiadomości i umiejętności na poziomie nieprzekraczającym wymagań zawartych w podstawie programowej matematyki dla danej klasy;• rozwiązuje typowe zadania o średnim stopniu trudności;• podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;• podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;• wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;• cechuje się sprawnością rachunkową i umiejętnością przekształcania wyrażeń algebraicznych;• zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych,• zna symbole matematyczne i zasady ich używania;• stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;• naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
dobry	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">• opanował wiadomości i umiejętności zawarte w podstawie programowej danej klasy;• przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;• zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;• intuicyjnie rozumie konieczność dowodu,• poprawnie stosuje wiadomości i samodzielnie rozwiązuje zadania;• zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;• umie skomentować etapy rozwiązane zadania;• sprawnie korzysta z tablic i poradników;• rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;• ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.



bardzo dobry	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">• opanował pełny zakres wiedzy i umiejętności określonych programem nauczania matematyki dla danej klasy;• bezbłędnie rozwiązuje problemy (zadania);• sprawnie posługuje się zdobytymi wiadomościami oraz umie je wykorzystać w innych dziedzinach;• potrafi zastosować wiedzę do rozwiązywania zadań i problemów w sytuacjach nietypowych;• umiejętnie posługuje się językiem matematycznym w komunikowaniu i tworzeniu informacji;• samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;• przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;• zna dowody twierdzeń objętych programem;• umiejętnie analizuje problemy i prawidłowo wnioskuje.
celujący	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">• uczeń posiada wiedzę i umiejętności znacznie wykraczające poza program nauczania matematyki dla danej klasy;• samodzielnie i twórczo rozwija swoje zainteresowania i uzdolnienia matematyczne;• biegle posługuje się zdobytymi wiadomościami, proponuje rozwiązania nietypowe;• rozwiązuje zadania wykraczające poza program nauczania;• osiąga sukcesy w konkursach matematycznych;• zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;• Potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;• Zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć.

Ocena ma sprawdzać postępy ucznia, uświadamiać mu braki, wykrywać kłopoty i trudności w nabywaniu różnych umiejętności. Ocenianie ma na celu motywowanie ucznia do dalszego kształcenia, przyzwyczajając go do systematycznej pracy, samokontroli.

Uczeń powinien być oceniany systematycznie. Wszystkie oceny winny być jawne dla uczniów i jego opiekunów. Aby wnikliwie ocenić edukacyjne osiągnięcia ucznia należy posługiwać się różnorodnymi środkami i metodami oceniania.

Obszary aktywności ucznia podlegające ocenianiu:

1. Kontrolne sprawdziany pisemne (kartkówki, prace klasowe).
2. Standaryzowane testy osiągnięć szkolnych.
3. Odpowiedzi ustne.
4. Praca domowa.
5. Referaty, projekty.
6. Praca grupowa.
7. Aktywny udział w zajęciach (postawa, zachowanie).

Tym formom można przypisać różne wagi. Najwyższą wagę należy przypisać pracom pisemnym.

7. Oprzyrządowanie programu.

Właściwe oprzyrządowanie programu nauczania jest jednym z niezbędnych warunków powodzenia jego realizacji. Decydując się na dobór wyposażenia dydaktycznego należy brać pod uwagę poziom rozwoju uczniów, ich potrzeby i zainteresowania. Odpowiednio dobrane środki dydaktyczne usprawniają pracę nauczyciela, ułatwiają zrozumienie oraz uatrakcyjniają zajęcia.

Podstawowym środkiem dydaktycznym, z którego korzystać będziemy prawie na każdym zajęciach jest podręcznik. Na naszym rynku jest wiele podręczników do nauczania matematyki w szkole ponadgimnazjalnej. Do realizacji tego programu wybrałam podręcznik autorstwa W. Babiński, L. Chańko, D. Ponczek – *Matematyka* wydawnictwa Nowa Era (nowe wydanie). Podręcznik ten został dostosowany do nowej Podstawy programowej oraz do nowego Standardu wymagań maturalnych. Treści w nim zawarte pozwolą na kształcenie matematycznych kompetencji kluczowych. Wadą tego podręcznika jest niewielka ilość zadań o charakterze praktycznym. Do podręcznika jest dołączona płyta CD z ćwiczeniami do wykorzystania na lekcjach oraz do indywidualnej pracy ucznia. Uzupełnieniem podręcznika są zeszyty ćwiczeń i zbiory zadań dla ucznia oraz poradniki metodyczne dla nauczyciela przygotowane przez to samo wydawnictwo.

Rozwijanie matematycznych kompetencji kluczowych wymaga zapoznania się z nowoczesną technologią informacji i stosowania jej na lekcjach. Pomocnym urządzeniem będzie komputer z projektorem oraz programy multimedialne. Wykorzystanie komputerów, filmów, programów edukacyjnych daje możliwość prezentowania różnych modeli matematycznych oraz zwiększa atrakcyjność prezentowanych materiałów. Do realizacji niektórych zagadnień np.: dotyczących wykresów funkcji, można wykorzystać kalkulatory graficzne.

Niezbędnymi środkami dydaktycznymi w wyposażeniu każdej pracowni matematycznej są: plansze, tablice ze wzorami, kalkulatory, modele figur przestrzennych.

8. Autoewaluacja programu

Program został napisany z uwzględnieniem zasobów realizatora i potrzeb uczniów. Potrzeby określono na podstawie diagnozy implementacji Kompetencji Kluczowych przygotowanej przez szkołę. Powstał on po konsultacjach z nauczycielami przedmiotów zawodowych i przedmiotów ogólnokształcących oraz po analizie dotychczas stosowanych programów. Program został opracowany zgodnie z Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej. Precyzuje on typ szkoły, do której został przygotowany, uwzględnia lokalne uwarunkowania. Dokument obejmuje w całości obowiązującą Podstawę Programową nauczania matematyki i problematykę Kompetencji Kluczowych w zakresie tego przedmiotu. Określono w nim cele edukacyjne i cele wychowawcze, dokonano powiązania treści nauczania ze szczegółowymi celami edukacyjnymi. Zawiera opis metod i form nauczania oraz określa środki dydaktyczne potrzebne do realizacji programu. W programie podano także informacje o autorze i jego doświadczeniu zawodowym.

Do oceny skuteczności programu będą pomocne wyniki pomiaru osiągnięć uczniów. Badania takie należy przeprowadzić, co najmniej dwukrotnie: przed i po realizacji programu. Wyniki powinny dać odpowiedź na pytanie: „W jakim stopniu w wyniku realizacji programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju matematycznych kompetencji kluczowych w ujęciu europejskim?”.

Ważnym elementem ewaluacji programu będą ankiety dla ucznia. Ankieta może zawierać pytania dotyczące opinii ucznia na temat sposobu prowadzenia zajęć oraz pytania sprawdzające jego umiejętności i wiedzę. W czasie realizacji programu będą prowadzone notatki z uwagami dotyczącymi przebiegu zajęć. Wyniki ankiet oraz wnioski z notatek należy wziąć pod uwagę przy ewentualnej modyfikacji programu.



9. Bibliografia

- [1] Antek Maciej, Grabowski Piotr, *Matematyka 1. Poradnik metodyczny, liceum ogólnokształcące, liceum profilowane i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym*, Nowa Era 2007.
- [2] Grabowski Piotr, *Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym*, Nowa Era 2008.
- [3] Sobczak Maria, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Lublin 2009.
- [4] *Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynku pracy w województwie podlaskim*. Lublin 2009.



Autor
Krzysztof Frączek

MATEMATYKA
ZAKRES PODSTAWOWY

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

Technikum Informatyczne
w Zespole Szkół w Sokołowie Młp.

Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Notka o autorze.....	5
Wstęp.....	5
1. Ogólne cele edukacyjne i wychowawcze	9
2. Ramowy rozkład materiału.....	11
3. Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia uczniów	13
4. Procedury osiągania celów kształcenia i procedury oceniania osiągnięć uczniów	32
4.1 Metody nauczania.....	33
4.2 Formy pracy.....	34
4.3 Metody kontroli i oceny	35
4.4 Środki dydaktyczne	36
4.5 Propozycja kryteriów oceniania	36
5. Ewaluacja programu	38
6. Bibliografia.....	41



Notka o autorze

dr Krzysztof Frączek jest nauczycielem dyplomowanym w Zespole Szkół w Sokołowie Małopolskim z osiemnastoletnim stażem pracy. Jest również egzaminatorem maturalnym i wykładowcą na Wyższej Szkole Informatyki i Zarządzania w Rzeszowie.

Wstęp

W chwili obecnej kształcenie zawodowe wymaga osiągnięcia przez uczniów określonych kompetencji i umiejętności oraz określonych postaw. Obecnie realizowane programy nauczania nie zawsze spełniają te wymagania – najczęściej są pisane na potrzeby uczniów szkół ogólnokształcących i nie są dostosowane do specyficznych potrzeb szkół kształcących w określonym zawodzie. Dlatego też powstał projekt programu nauczania matematyki dostosowanego do określonego zawodu i spełniającego wszystkie wymagane standardy egzaminacyjne i podstawy programowe.

Po analizie potrzeb nauczania w zawodzie technik informatyk, po konsultacjach z nauczycielami przedmiotów zawodowych ustalono jakie dodatkowe treści programowe oraz jakie umiejętności będą przydatne w nauce zawodu i zostaną ujęte w niniejszym programie. Uwzględniono również specyfikę szkoły oraz możliwości korzystania ze środków dydaktycznych (pracowni przedmiotowych wraz z wyposażeniem, pracowni multimedialnych i komputerowych oraz zwykłych pracowni przedmiotowych)

W programie uwzględniono również wytyczne dotyczące kluczowych kompetencji, zalecone przez Parlament Europejski i Radę Europy w grudniu 2006 roku. Jeżeli chodzi o kompetencje matematyczne to zalecenia te można ująć w trzech kategoriach: wiedzy, umiejętności i postaw, a dokładniej:

Wiedza

- W1. Rozumienie terminów i pojęć matematycznych
- W2. Dobrze opanowana umiejętność liczenia
- W3. Znajomość miar i struktur
- W4. Znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej
- W5. Świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź

Umiejętności

- U1. Stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny)
- U2. Śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny)
- U3. Przekazywać komunikaty stosując język matematyczny
- U4. Korzystać z tekstu matematycznego

Postawy

- P1. Przejawiać szacunek do prawdy
- P2. Dążyć do szukania przyczyn
- P3. Oceniać zasadność wnioskowań i działań.

Wprowadzone oznaczenia W1-W5, U1-U4 i P1-P3 zostaną zaznaczone przy formułowaniu celów ogólnych tego programu.

Niniejszy program nauczania został stworzony na potrzeby programu **Szkoła Kluczowych Kompetencji** współfinansowanego przez **Europejski Fundusz Socjalny**, realizowanego przez **Wyższą Szkołę Ekonomii i Innowacji w Lublinie** wraz z innymi partnerami (PCEN w Rzeszowie, Wyższa Szkoła Administracji Publicznej im. Stanisława Staszica w Białymstoku, Wyższa Szkoła Humanistyczno-Przyrodnicza w Sandomierzu, Wyższa Szkoła Biznesu im. Bp. Jana Chrapka w Radomiu).

Wprowadzenie, od 2010 roku, obowiązku zdawania egzaminu maturalnego z matematyki spowodowało zmianę dwóch podstawowych aktów prawnych, mających wpływ na kształcenie matematyczne w polskich szkołach: podstawy programowej i standardów wymagań egzaminacyjnych. W dniu 23 sierpnia 2007 roku Minister Edukacji Narodowej podpisał rozporządzenie wprowadzające nową podstawę kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół, w tym nową podstawę programową z matematyki. Zmiana standardów wymagań, będących podstawą przeprowadzania m.in. egzaminu maturalnego z matematyki od roku 2010, nastąpiła po podpisaniu przez Ministra Edukacji Narodowej rozporządzenia z dnia 28 sierpnia 2007 roku. Ten program nauczania w pełni spełnia te wymogi i jest zgodny z tymi dokumentami.

Realizacja tego programu:

- ✘ umożliwi zdobycie wiadomości i umiejętności opisanych w podstawie programowej i w standardach wymagań egzaminacyjnych, w tym m.in.:
 - umiejętności budowania modeli matematycznych zjawisk z różnych dziedzin życia i ich stosowania;
 - umiejętności wykorzystywania podstawowych narzędzi i technik matematycznych;
 - umiejętności przeprowadzania prostego rozumowania dedukcyjnego;
 - umiejętności zdobywania i krytycznego analizowania informacji, formułowania hipotez oraz ich weryfikacji;
- ✘ daje matematyczne podstawy do uczenia się przedmiotów przyrodniczych, przede wszystkim fizyki, chemii, biologii a także informatyki, dla której wprowadzono do programu dodatkowe treści;
- ✘ zapewnia dużą efektywność kształcenia; program ma charakter spiralny, zdecydowana większość nowych zagadnień pojawi się w trakcie realizacji programu co najmniej dwukrotnie;
- ✘ umożliwi powtórzenie najważniejszych zagadnień występujących w podstawie programowej z matematyki na niższych etapach kształcenia.

Szczegółowe treści kształcenia oraz odpowiadające im cele edukacyjne i osiągnięcia uczniów zostały oznaczone w następujący sposób. Symbol:

- oznacza treści kształcenia i umiejętności zawarte w podstawie programowej z matematyki dla szkół ponadgimnazjalnych lub w standardach wymagań egzaminacyjnych dla tych szkół oraz treści i umiejętności bezpośrednio z nimi związane;
- ◆ oznacza treści kształcenia i umiejętności zawarte w podstawie programowej z matematyki na niższych etapach kształcenia, a zatem takich, które podlegają sprawdzeniu również na egzaminie maturalnym;
- ◇ oznacza treści kształcenia i umiejętności, które nie występują w podstawie programowej ani w standardach wymagań egzaminacyjnych dla zakresu podstawowego. Ich wprowadzenie było spowodowane tym, że ułatwiają zrozumienie

zagadnień występujących w podstawie programowej (standardach wymagań egzaminacyjnych) lub są związane z zagadnieniami z podstawy programowej (standardów wymagań egzaminacyjnych), lub odgrywają istotną rolę w uczeniu się przedmiotów przyrodniczych. Decyzję o zakresie realizacji tych treści podejmie nauczyciel pracujący z uczniami według tego programu.

I oznacza treści kształcenia i umiejętności specyficzne dla zawodu technik informatyk, które zostały dołączone do podstaw programowych.

Na realizację programu w zakresie podstawowym – zgodnie z rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej w sprawie ramowych planów nauczania – przeznaczony jest 9 godzin tygodniowo – w ciągu 3 lat. Zatem na każdy rok nauki przypadają 3 godziny tygodniowo.

W szkole, w której będzie realizowany ten program, na nauczanie matematyki przeznaczonych jest dla klasy technikum informatycznego $4 \times 3 = 12$ godzin w cyklu kształcenia, co daje możliwość dołączenia treści niezbędnych i przydatnych w kształceniu zawodowym, nie zmniejszając liczby godzin przeznaczonych na powtórzenie materiału przed egzaminem maturalnym.

W tym programie zostaną przedstawione ogólne cele edukacyjne i wychowawcze, ramowy rozkład materiału, szczegółowe treści kształcenia, wraz z zakresem przewidywanych osiągnięć ucznia. Dalej omówiono procedury osiągania celów kształcenia oraz procedury oceniania osiągnięć uczniów.

Program nauczania będzie realizowany na bazie podręczników i zbiorów zadań Marcina Kurczaba, Elżbiety Kurczab i Elżbiety Świdy, wydanych przez Oficynę Wydawniczą – Krzyszto Pazdro i jest modyfikacją programu dopuszczonego do użytku szkolnego przez Ministra Edukacji Narodowej, na podstawie opinii rzeczoznawców: dr. hab. Jacka Jędrzejewskiego i mgr. Marka Sadowskiego.

Numer dopuszczenia modyfikowanego programu: DKOS-5002-05/08



1. Ogólne cele edukacyjne i wychowawcze

Matematyka to nauka rozwijająca się od czasów starożytności po czasy współczesne. Dostarcza narzędzi badań dla nauk przyrodniczych, technicznych, ekonomicznych i społecznych. Nic więc dziwnego, że jest jednym z głównych składników wykształcenia współczesnego człowieka. Matematyka stymuluje rozwój intelektualny młodego człowieka, pobudza jego aktywność umysłową, rozwija zdolności poznawcze, a także uczy dobrej organizacji pracy, wyrabia dociekliwość i krytycyzm.

Rola nauczyciela polega na pokazywaniu uczniom, że umiejętności matematyczne są niezbędne do funkcjonowania człowieka, zarówno w rodzinie (np. planowanie wydatków), jak i w społeczeństwie (np. orientacja w systemie podatkowym i budżecie państwa), czy w dziedzinie sztuki (np. kanon w rzeźbie i architekturze klasycznej).

Opracowany przeze mnie program ma służyć osiągnięciu następujących celów:

w zakresie rozwoju intelektualnego ucznia (cele związane z kształceniem):

- rozwijaniu umiejętności zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji (U3, U4);
- opanowaniu umiejętności potrzebnych do oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia (W4, U1);
- wykształceniu umiejętności budowania modeli matematycznych w odniesieniu do różnych sytuacji życiowych i stosowaniu metod matematycznych w rozwiązywaniu problemów praktycznych (W5, U1);
- rozwijaniu umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem (U4);
- rozwinięciu wyobraźni przestrzennej (W1, W3);
- nabyciu umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej (U4);
- rozwijaniu zdolności i zainteresowań matematycznych (P2);
- rozwijaniu pamięci;
- rozwijaniu logicznego myślenia (P3);
- nabyciu umiejętności poprawnego analizowania, wnioskowania i uzasadniania (U2, P3);
- wykształceniu umiejętności operowania obiektami abstrakcyjnymi (W1, W2, W3);
- precyzyjnemu formułowaniu wypowiedzi (U3);
- pobudzeniu aktywności umysłowej uczniów (P1);

w zakresie kształtowania postaw (cele związane z wychowaniem):

- kształtowaniu wytrwałości w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych;
- wyrabianiu systematyczności w pracy;
- kształtowaniu pozytywnych postaw etycznych (piętnowanie nieuczciwości wyrażającej się w ściąganiu, podpowiadaniu itp.) (P1);
- nabyciu umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki;
- rozwijaniu umiejętności pracy w zespole;
- kształtowaniu postaw dociekliwych, poszukujących i krytycznych (P2);



- kształtowaniu odpowiedzialności za powierzone zadania;
- kształtowaniu postawy dialogu i kultury dyskusji (komunikacja);
- dbaniu o estetykę (czytelny rysunek, jasne i przejrzyste rozwiązanie zadań itp.).



2. Ramowy rozkład materiału

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację.

Rok szkolny liczy ok. 37 tygodni. Zakładając, że w każdym tygodniu uczeń ma 3 godziny lekcji matematyki, otrzymujemy do dyspozycji ok. 111 godzin. W klasie trzeciej uczniowie odbywają czterotygodniową praktykę poza szkołą, co powoduje zmniejszenie liczby godzin o 12 godzin. Zdający maturę zakończą zajęcia z końcem kwietnia. Dla nich rok szkolny trwa zatem ok. 29 tygodni, co daje ok. 87 godzin lekcji matematyki.

Klasa I – 111 godzin [103 godz. + 8 godz. do dyspozycji nauczyciela]

Elementy logiki matematycznej. Zbiory. Zbiory liczbowe	10
Działania w zbiorach liczbowych	12
Wyrażenia algebraiczne	14
Geometria płaska – pojęcia wstępne	7
Geometria płaska – trójkąty	10
Trygonometria kąta ostrego	7
Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta	8
Funkcja i jej własności	12
Przekształcanie wykresów funkcji	9
Funkcja liniowa	14

Klasa II – 111 godzin [103 godz. + 8 godz. do dyspozycji nauczyciela]

Geometria płaska – czworokąty	10
Geometria płaska – pole czworokąta	10
Funkcja kwadratowa	18
Elementy geometrii analitycznej	12
Wielomiany	18
Funkcje wymierne	17
Ciągi	18

Klasa III – 99 godzin [91 godz. + 8 godz. do dyspozycji nauczyciela]

Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna	16
Elementy kombinatoryki	14
Rachunek prawdopodobieństwa	12
Elementy statystyki	14
Geometria przestrzenna	18



Klasa IV – 87 godzin [73 godz. + 14 godz. do dyspozycji nauczyciela]

Logika, zbiory i funkcje - powtórzenie	12
Geometria na płaszczyźnie – powtórzenie	14
Wielomiany i funkcje wymierne – powtórzenie	12
Ciągi – powtórzenie	10
Statystyka, kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa	13
Geometria przestrzenna – powtórzenie	12

3. Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia uczniów

KLASA I

1. Elementy logiki. Zbiory. Zbiory liczbowe (10 godzin)

Tematyka

- ◇ Pojęcie zdania w logice, zaprzeczenie zdania.
- ◇ Koniunkcja zdań, alternatywa zdań.
- ◇ Implikacja, równoważność zdań.
- Definicja, twierdzenie, twierdzenie odwrotne.
- ◇ *i* Prawa logiczne, prawa De Morgana.
- Zbiór, działania na zbiorach.
- Zbiory liczbowe, oś liczbowa.
- Przedziały.
- ◇ Forma zdaniowa jednej zmiennej.
- ◇ Kwantyfikator ogólny, kwantyfikator szczegółowy.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ◇ pozna zdania proste i złożone;
- ◇ pozna spójniki logiczne;
- pozna, co to jest definicja i czym różni się od twierdzenia;
- dowie się, co to jest twierdzenie odwrotne;
- ◇ pozna podstawowe prawa logiki, takie jak negacja alternatywy i negacja koniunkcji;
- pozna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiór skończony (nieskończony), element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru;
- zapozna się z symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów (\emptyset , \mathbf{c} , \cap , \cup , $-$, $'$);
- pozna pojęcie sumy, różnicy, iloczynu i dopełnienia zbiorów;
- przypomni sobie wiadomości dotyczące liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych;
- pozna relacje jakie zachodzą między podzbiórami zbioru liczb rzeczywistych;
- przypomni sobie, czym jest oś liczbowa;
- pozna pojęcie przedziału (ograniczonego, nieograniczonego, otwartego, domkniętego, jednostronnie otwartego);
- nauczy się wykonywać działania na przedziałach (znajdować sumę, iloczyn, różnicę przedziałów, dopełnienie przedziału);
- ◇ pozna kwantyfikator ogólny i szczegółowy oraz nauczy się zaprzeczać zdania z kwantyfikatorem.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- ◇ odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi i ocenić jego wartość logiczną;
- posługiwać się spójnikami logicznymi i rozumie, że potoczne rozumienie spójników „i” oraz „lub” może być inne niż znaczenie spójników logicznych \wedge \vee

- ◇ zaprzeczać zdanie;
- ◇ budować zdania złożone i oceniać ich wartość logiczną;
 - odróżnić definicję od twierdzenia;
 - mając dane twierdzenie w postaci implikacji zbudować twierdzenie odwrotne do danego twierdzenia;
- ◇ stosować poznane prawa logiczne;
 - wyznaczać część wspólną, sumę i różnicę zbiorów oraz dopełnienie zbioru;
 - wskazać w podanym zbiorze liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne;
 - posługiwać się pojęciem osi liczbowej;
 - zaznaczyć przedziały na osi liczbowej;
 - wykonywać działania na przedziałach;
- ◇ odróżnić zadanie od formy zdaniowej stosować określenia „dla każdego”, „dla pewnego”, „istnieje”, „dla dowolnego”;
 - wykorzystywać język matematyki w komunikowaniu się.

2. Działania w zbiorach liczbowych (12 godzin)

Tematyka

- Zbiór liczb naturalnych, zbiór liczb całkowitych.
- Zbiór liczb wymiernych, zbiór liczb niewymiernych.
- Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych.
- Porównywanie liczb w zbiorze \mathbf{R} . Przypomnienie wiadomości o równaniach i nierównościach.
- Procenty.
- Punkty procentowe.
- Wartość bezwzględna.
- i Przybliżenia.
- Błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia, szacowanie.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie pojęcie liczb pierwszych i złożonych;
- przypomni sobie cechy podzielności liczb naturalnych oraz jak znajduje się NWD i NWW liczb naturalnych;
- przypomni sobie, jak wykonuje się działania na ułamkach;
- ◇ pozna pojęcie części całkowitej i ułamkowej;
- przypomni sobie prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;
- przypomni sobie własności równości i nierówności w zbiorze \mathbf{R} ;
- przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami;
- pozna pojęcie punktu procentowego;
- pozna pojęcie wartości bezwzględnej;
- pozna pojęcie błędu bezwzględnego i względnego;
- nauczy się szacować wyrażenia liczbowe.

Założone osiągnięcia ucznia:

Uczeń potrafi:

- stosować cechy podzielności liczb naturalnych do znajdowania NWW i NWD (w tym również w celu rozwiązania zagadnień praktycznych);
- sprawnie wykonywać działania na ułamkach;
- ◇ wyznaczyć część całkowitą i część ułamkową liczby;
- zaplanować i wykonać obliczenia na liczbach rzeczywistych (w tym z wykorzystaniem praw działań);



- stwierdzić, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną czy niewymierną;
- wyznaczać rozwinięcia dziesiętne liczb;
- zapisać liczbę wymierną (w tym mającą rozwinięcie dziesiętne okresowe) w postaci ilorazu liczb całkowitych;
- stosować własności równości i nierówności w zbiorze \mathbf{R} oraz rozwiązywać proste równania i nierówności;
- stosować pojęcie procentu w obliczeniach;
- odczytywać dane z tabel i diagramów;
- wykorzystywać tabele i diagramy do przedstawiania danych;
- posługiwać się pojęciem punktu procentowego;
- obliczyć wartość bezwzględną danej liczby;
- zastosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej;
- zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu $|x - a| = b$, $|x - a| \geq b$
- zapisać nierówność (równanie) z wartością bezwzględną, znając zbiór rozwiązań tej nierówności (tego równania);
- znaleźć przybliżenie liczby z zadaną dokładnością;
- stosować reguły zaokrąglania liczb;
- stosować pojęcie błędu bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia;
- oszacować wartość wyrażenia liczbowego.

3. Wyrażenia algebraiczne (14 godzin)

Tematyka

- Potęga o wykładniku naturalnym.
- Pierwiastek arytmetyczny.
- Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej.
- Wzory skróconego mnożenia.
- Potęga o wykładniku całkowitym.
- Potęga o wykładniku wymiernym.
- Informacja o potędze o wykładniku rzeczywistym.
- Pojęcie logarytmu, własności logarytmów.
- Przekształcanie wzorów.
- Średnia arytmetyczna, średnia geometryczna, średnia ważona.
- I* Część całkowita i ułamkowa liczby, cecha i mantysa

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym;
- przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych;
- pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej;
- pozna wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$
- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym;
- pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym i własności działań na takich potęgach;
- pozna, jak konstruuje się potęgę o wykładniku niewymiernym;
- pozna prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- pozna pojęcie logarytmu;
- pozna podstawowe własności logarytmu (wzór na logarytm ilorazu, iloczynu, potęgi);
- ◇ pozna wzór na zamianę podstaw logarytmu;

- ◇ pozna przykładowe zastosowanie logarytmów;
- nauczy się przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii;
- przypomni sobie pojęcie średniej arytmetycznej oraz pozna pojęcie średniej geometrycznej i średniej ważonej.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym i całkowitym;
- zapisywać liczby w postaci wykładniczej $a \cdot 10^k$, gdzie $a \in [1,10)$, $k \in \mathbb{C}$
- sprawnie wykonywać działania na pierwiastkach;
- sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia (w tym do rozkładania sum algebraicznych na czynniki);
- usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka;
- wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym (wymiernym i niewymiernym);
- obliczyć logarytm danej liczby przy danej podstawie;
- stosować w obliczeniach podstawowe własności logarytmu;
- ◇ znaleźć przybliżenie liczby zapisanej przy użyciu potęgi i przedstawić je (używając kalkulatora) w notacji wykładniczej;
- sprawnie przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii;
- obliczać średnią arytmetyczną, geometryczną, ważoną.

4. Geometria płaska – pojęcia wstępne (7 godzin)

Tematyka

- Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt.
- ◇ Figura wypukła, figura ograniczona.
- Położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta.
- Dwie proste przecięte trzecią prostą.
- Twierdzenie Talesa.
- Okrąg i koło.
- Kąty i koła.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie podstawowe pojęcia geometryczne (punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt);
- ◇ pozna pojęcie figury wklęsłej i wypukłej;
- ◇ pozna pojęcie figury ograniczonej i nieograniczonej;
- przypomni sobie wiadomości o kątach (kąt prosty, ostry, rozwarty, kąty przyległe, kąty wierzchołkowe);
- przypomni sobie położenie prostych na płaszczyźnie, pojęcie odległości punktu od prostej i pojęcie odległości między prostymi równoległymi;
- przypomni sobie pojęcie symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta oraz jaką własność ma dowolny punkt leżący na symetralnej odcinka (dwusiecznej kąta);
- przypomni sobie twierdzenie o dwóch prostych równoległych, przeciętych trzecią prostą;
- przypomni sobie twierdzenie Talesa;
- przypomni sobie pojęcie koła i okręgu;

- pozna określenie kąta środkowego w kole, wpisanego w koło i kąta dopisanego oraz własności tych kątów.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- określać własności poznanych figur geometrycznych i posługiwać się tymi własnościami;
- wyznaczać odległość: dwóch punktów, punktu od prostej, dwóch prostych równoległych;
- konstruować: proste prostopadłe, proste równoległe, symetralną odcinka, dwusieczną kąta;
- określić wzajemne położenie prostej i okręgu;
- ◇ określić wzajemne położenie dwóch okręgów;
- stosować w rozwiązywaniu zadań poznane twierdzenia (m.in. twierdzenie o dwóch prostych przeciętych trzecią prostą, twierdzenie Talesa, twierdzenia dotyczące kątów środkowych, wpisanych w okrąg, dopisanych do okręgu).

5. Geometria płaska – trójkąty (10 godzin)

Tematyka

- Podział trójkątów.
- Suma kątów w trójkącie.
- Nierówność trójkąta.
- Odcinek łączący środki boków w trójkącie.
- Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.
- Wysokości w trójkącie.
- Środki w trójkącie.
- Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie.
- Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt.
- Przystawanie trójkątów.
- Podobieństwo trójkątów.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
- przypomni sobie twierdzenie o sumie kątów w trójkącie;
- przypomni sobie, na czym polega nierówność trójkąta;
- przypomni sobie twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta;
- przypomni sobie twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;
- pozna twierdzenie o wysokościach w trójkącie;
- pozna twierdzenie o środkowych w trójkącie;
- przypomni sobie twierdzenie o symetralnych boków trójkąta;
- przypomni sobie twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta;
- przypomni sobie pojęcie trójkątów przystających oraz cechy przystawania trójkątów;
- przypomni sobie pojęcie trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań (w tym m.in. twierdzenie o sumie kątów trójkąta, twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta, twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa,

- twierdzenie o wysokościach w trójkącie, twierdzenie o środkowych w trójkącie);
- określić – znając długości boków trójkąta – czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny czy rozwartokątny;
 - opisać okrąg na trójkącie, wpisać okrąg w trójkąt, wyznaczać promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny i w trójkąt równoramienny, wyznaczać promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym i na trójkącie równoramiennym – znając długości boków trójkąta;
 - rozpoznawać trójkąty przystające;
 - stosować cechy przystawiania trójkątów w rozwiązywaniu zadań;
 - rozpoznawać trójkąty podobne;
 - stosować cechy podobieństwa trójkątów w rozwiązywaniu zadań (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym).

6. Trygonometria kąta ostrego (7 godzin)

Tematyka

- Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym.
- Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla 30° , 45° , 60° .
- Podstawowe tożsamości trygonometryczne.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna określenie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;
- nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° ;
- pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- wyznaczyć funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;
- rozwiązać równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, gdzie $0^\circ < x < 90^\circ$, korzystając z kalkulatora, tablic lub posługując się wartościami funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów;
- stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w rozwiązywaniu zadań;
- znając wartości jednej funkcji potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego.

7. Geometria płaska - pole koła, pole trójkąta (8 godzin)

Tematyka

- Pole figury geometrycznej.
 - Pole trójkąta.
- Pola trójkątów podobnych.
 - Pole koła, pole wycinka koła.
- i Wzór Herona, twierdzenia sinusów i cosinusów

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna pojęcie pola figury;
- przypomni sobie stosowane wcześniej wzory na pole trójkąta (np. $P = \frac{1}{2}ah$)
- pozna nowe wzory na pole trójkąta (np. $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$)
- pozna twierdzenie dotyczące pól trójkątów podobnych;
- przypomni sobie wzór na pole koła i długość okręgu;



- pozna wzór na pole wycinka koła i wzór na długość łuku okręgu.
- i* pozna wzór Herona
- i* pozna twierdzenia sinusów i cosinusów

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- obliczyć pole figury, wykorzystując podział tej figury na rozłączne części;
- stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów;
- stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach (np. długość wysokości, długość promienia koła wpisanego w trójkąt);
- zastosować twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu zadań;
- zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań.

8. Funkcja i jej własności (12 godzin)

Tematyka

- Pojęcie funkcji, funkcja liczbowa.
- Dziedzina i zbiór wartości funkcji.
- Sposoby opisywania funkcji.
- Wykres funkcji.
- Miejsce zerowe funkcji.
- Monotoniczność funkcji.
- ◇ Różnowartościowość funkcji.
- Najmniejsza i największa wartość funkcji.
- Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu.
- i* Rysowanie wykresów funkcji przy pomocy komputera

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie pojęcie funkcji;
- pozna różne sposoby opisywania funkcji (graf, wzór, tabela, wykres, opis słowny);
- przypomni sobie takie pojęcia jak: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej;
- pozna pojęcie monotoniczności funkcji;
- ◇ pozna pojęcie różnowartościowości funkcji;
- pozna wykresy niektórych funkcji jak np. $y = \sqrt{x}$, $y = 1/x$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = |x|$
- pozna pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji.
- nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- nauczy się szkicować wykres funkcji o podanych własnościach;
- nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji;

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić przyporządkowanie, które jest funkcją, od przyporządkowania, które funkcją nie jest;
- opisywać funkcje na różne sposoby (grafem, wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym);
- wskazać wykres funkcji liczbowej;
- wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej;
- określić zbiór wartości funkcji (proste przykłady);
- obliczyć miejsca zerowe funkcji;
- określić na podstawie wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe,

wartość największą i najmniejszą funkcji, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie (maleje, jest stała) oraz zbiory, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);

- ◇ określić na podstawie wykresu, czy dana funkcja jest różnowartościowa;
- sporządzić wykres funkcji spełniającej podane warunki;
- podać opis matematyczny zależności dwóch zmiennych w postaci funkcji;
- odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji, dotyczące różnych zjawisk, np. przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych, chemicznych;
- przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru funkcji lub wykresu funkcji.

9. Przekształcenia wykresów funkcji (9 godzin)

Tematyka

- ◇ Wektor w układzie współrzędnych.
 - Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX .
 - Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY .
- ◇ Przesunięcie równoległe o wektor $w = [p, q]$.
 - Symetria osiowa względem osi OX .
 - Symetria osiowa względem osi OY .
- ◇ Symetria środkowa względem początku układu współrzędnych.
- i* Przekształcanie wykresów funkcji przy pomocy programów komputerowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ◇ pozna pojęcie wektora w układzie współrzędnych;
- ◇ nauczy się dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę;
- ◇ pozna pojęcie wektorów przeciwnych;
- ◇ pozna pojęcie przesunięcia równoległego;
 - nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OX ;
 - nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OY ;
- ◇ nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji o dowolny wektor;
- ◇ pozna pojęcie symetrii osiowej;
 - nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX ;
 - nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OY ;
- ◇ pozna pojęcie symetrii środkowej;
- ◇ nauczy się przekształcać wykres funkcji względem początku układu współrzędnych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- ◇ obliczyć współrzędne wektora i długość wektora;
- ◇ dodać i odjąć wektory, pomnożyć wektor przez liczbę;
- ◇ stosować pojęcie wektorów równych i przeciwnych w rozwiązaniach prostych zadań;
 - na podstawie wykresu funkcji $y=f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y=f(x+a)$
 - na podstawie wykresu funkcji $y=f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y=f(x)+b$
- ◇ na podstawie wykresu funkcji $y=f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y=f(x+a)+b$
- na podstawie wykresu funkcji $y=f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y=-f(x)$
- ◇ na podstawie wykresu funkcji $y=f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y=|f(x)|$
- na podstawie wykresu funkcji $y=f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y=f(-x)$
- ◇ na podstawie wykresu funkcji $y=f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y=-f(-x)$

10. Funkcja liniowa (14 godzin)

Tematyka

- Proporcjonalność prosta.
- Funkcja liniowa. Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej.
- Własności funkcji liniowej.
- Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych.
- Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego.
- ◇ Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- ◇ Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- ◇ Nierówność pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- ◇ Układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi.
- Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych.
- i* Najprostsze przypadki rachunku macierzowego, wyznaczniki drugiego i trzeciego stopnia.
- i* Rozwiązywanie układów dwóch i trzech równań liniowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie informacje o proporcjonalności prostej;
- przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej;
- pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej;
- przypomni sobie własności funkcji liniowej;
- nauczy się znajdować równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe lub prostopadłe do danej funkcji liniowej;
- nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;
- przypomni sobie, jak się rozwiązuje równania i nierówności liniowe;
- przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- ◇ nauczy się opisywać zbiory za pomocą układów nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- sporządzić wykres proporcjonalności prostej oraz podać jej własności;
- zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań;
- sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;
- wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań;
- wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danej funkcji liniowej;
- stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego;
- rozwiązywać równania oraz nierówności liniowe z jedną niewiadomą oraz interpretować je graficznie;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą;
- stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi;

- ◇ graficznie przedstawiać nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi oraz opisywać podane zbiory za pomocą układów równań i nierówności z dwiema niewiadomymi.

KLASA II

1. Geometria płaska – czworokąty (10 godzin)

Tematyka

- Podział czworokątów.
- Trapezy.
- Równoległoboki.
- Trapezoidy.
- ◇ Okrąg opisany na czworokącie.
- ◇ Okrąg wpisany w czworokąt.
- Podobieństwo. Podobieństwo czworokątów.
- Skala i plan.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie podział czworokątów;
- przypomni sobie niektóre własności czworokątów;
- pozna twierdzenie o linii łączącej środki ramion trapezu;
- ◇ pozna twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt;
- pozna pojęcie podobieństwa i jego własności;
- nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące mapy, planu, skali mapy.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- posługiwać się własnościami czworokątów w rozwiązywaniu zadań;
- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących wielokątów;
- stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
- stosować własności podobieństwa w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali).

2. Geometria płaska – pole czworokąta (10 godzin)

Tematyka

- Pole równoległoboku.
- Pole trapezu.
- Pola figur podobnych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie wzory na pola czworokątów (kwadratu, prostokąta, równoległoboku, rombu, trapezu);
- pozna nowe wzory na pole czworokąta;
- pozna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów;
- stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali)

mapy);

- rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.

3. Funkcja kwadratowa (18 godzin)

Tematyka

- Jednomian kwadratowy, trójmian kwadratowy.
- Przekształcenia wykresów funkcji kwadratowych.
- Postać ogólna i postać kanoniczna funkcji kwadratowej.
- Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.
- Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.
- Badanie trójmianu kwadratowego, zadania optymalizacyjne.
- Równania kwadratowe.
- Nierówności kwadratowe.
- Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności;
- nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej;
- nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych;
- nauczy się przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;
- pozna metodę rozwiązywania równań kwadratowych;
- pozna metodę rozwiązywania nierówności kwadratowych;
- nauczy się znajdować największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych;
- nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań (w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym).

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji;
- sporządzić wykres funkcji kwadratowej i zbadać jej własności na podstawie wykresu;
- wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji kwadratowej;
- przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;
- wyznaczyć wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu;
- wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej i postać iloczynową funkcji kwadratowej;
- sprawnie zamieniać jedną postać funkcji kwadratowej na inną (postać kanoniczna, iloczynowa, ogólna);
- sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie, zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności

kwadratowych;

- wyznaczyć wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- rozwiązywać zadania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne);
- rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych;
- przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej;
- opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej.

4. Elementy geometrii analitycznej (12 godzin)

Tematyka

- ◇ Wektor w układzie współrzędnych – powtórzenie wiadomości.
 - Odległość punktów w układzie współrzędnych.
 - Współrzędne środka odcinka.
 - Równanie kierunkowe prostej.
 - Równanie ogólne prostej.
 - Równoległość prostych.
 - Prostopadłość prostych.
- ◇ Odległość punktu od prostej.
 - Równanie okręgu.

Cele edukacyjne ucznia

Uczeń:

- ◇ przypomni sobie podstawowe informacje o wektorze w układzie współrzędnych;
 - przypomni sobie, jak oblicza się odległość punktów w układzie współrzędnych;
 - pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka;
 - przypomni sobie informacje o równaniu kierunkowym prostej;
 - nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej;
 - przypomni sobie warunki na równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych;
- ◇ pozna wzór na obliczanie odległości punktu od prostej;
 - nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej;
 - nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu;
 - nauczy się zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach (np. stycznego do jednej z osi układu);
 - nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;
- ◇ nauczy się określać wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych;
- wyznaczyć współrzędne środka odcinka;
- ◇ zastosować informacje o wektorze w układzie współrzędnych do rozwiązywania prostych zadań;
 - znaleźć równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym;
 - zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;
- ◇ stosować wzór na obliczanie odległości punktu od prostej w zadaniach;
 - posługiwać się równaniem okręgu;

- przekształcić równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytać współrzędne środka i promień okręgu;
- wyznaczyć równanie okręgu o zadanych własnościach;
- wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;
- ◇ określić wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami;
- ◇ wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów.

5. Wielomiany (18 godzin)

Tematyka

- Wielomian jednej zmiennej stopnia n ($n \geq 1$).
- Równość wielomianów.
- Dodawanie odejmowanie, mnożenie wielomianów.
- ◇ Dzielenie wielomianów.
- Pierwiastek wielomianu, pierwiastek wielokrotny.
- ◇ Twierdzenie Bezouta.
- Rozkład wielomianów na czynniki.
- Równania wielomianowe.
- Zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.
- i Schemat Hornera

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję wielomianu stopnia n ($n \geq 1$) jednej zmiennej;
- pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować;
- nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany;
- ◇ nauczy się dzielić wielomian przez wielomian;
- pozna pojęcie pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu;
- ◇ pozna twierdzenie Bezouta i nauczy się je stosować;
- ◇ pozna twierdzenie o reszcie i nauczy się je stosować;
- pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki (wyłączanie czynnika poza nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów);
- nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe;
- nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem;
- dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany;
- ◇ podzielić wielomiany;
- ◇ zastosować twierdzenie Bezouta i twierdzenie o reszcie w rozwiązaniach zadań;
- rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias;
- rozwiązać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;
- rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, stosując poznane definicje i twierdzenia.

6. Funkcje wymierne (17 godzin)

Tematyka

- Definicja funkcji wymiernej, dziedzina funkcji wymiernej.

- Działania na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie).
- Proporcjonalność odwrotna i jej własności.
- ◇ Funkcja homograficzna i jej własności.
- Proste równania wymierne.
- ◇ Proste nierówności wymierne.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję funkcji wymiernej;
- nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- nauczy się skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej;
- nauczy się szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;
- nauczy się rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną;
- ◇ nauczy się rysować wykresy funkcji homograficznych;
- ◇ nauczy się opisywać własności funkcji homograficznej na podstawie jej wykresu;
- ◇ nauczy się rozwiązywać zadania z wykorzystaniem własności funkcji homograficznej;
- nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne;
- ◇ nauczy się rozwiązywać proste nierówności wymierne (dające się sprowadzić do nierówności stopnia co najwyżej drugiego).

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji;
- wyznaczać dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych lub kwadratowych za pomocą grupowania wyrazów, stosowania wzorów skróconego mnożenia, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias;
- obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;
- rozwiązywać zadania z proporcjonalnością odwrotną;
- ◇ rysować wykresy i określać własności funkcji homograficznych;
- ◇ rozwiązywać zadania dotyczące funkcji homograficznych;
- rozwiązywać proste równania wymierne;
- ◇ rozwiązywać proste nierówności wymierne prowadzące do nierówności liniowych lub nierówności kwadratowych;
- rozwiązywać zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych.

7. Ciągi (18 godzin)

Tematyka

- Określenie ciągu, ciąg liczbowy.



- Sposoby opisywania ciągów.
- Monotoniczność ciągu.
- Ciąg arytmetyczny.
- Ciąg geometryczny.
- Oprocentowanie lokat i kredytów (procent prosty i procent składany).
- i Ciągi określone rekurencyjnie

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję ciągu;
- pozna sposoby opisywania ciągów (wzór ogólny, wykres);
- pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu;
- pozna definicję ciągu arytmetycznego;
- pozna własności ciągu arytmetycznego;
- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego (n -ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów tego ciągu, średnia arytmetyczna);
- pozna definicję ciągu geometrycznego;
- pozna własności ciągu geometrycznego;
- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego (n -ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna);
- pozna pojęcie procentu prostego i składanego;
- nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- określać ciąg wzorem ogólnym;
- wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu;
- zbadać monotoniczność ciągu;
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym;
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych;
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego;
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym;
- wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych;
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego;
- rozwiązywać zadania stosując wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym;
- stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów.

KLASA III

1. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna (16 godzin)

Tematyka

- Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie.
- Funkcja wykładnicza i jej własności.

- ◇ Proste równania i nierówności wykładnicze.
- Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym.
- Logarytm – powtórzenie wiadomości.
- ◇ Funkcja logarytmiczna i jej własności.
- ◇ Proste równania i nierówności logarytmiczne.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- będzie doskonalił umiejętności wykonywania działań na potęgach;
- pozna pojęcie funkcji wykładniczej;
- pozna własności funkcji wykładniczej;
- ◇ nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;
- nauczy się stosować własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań;
- przypomni sobie pojęcie logarytmu;
- przypomni sobie własności logarytmów i ich zastosowanie w rozwiązywaniu zadań;
- ◇ pozna pojęcie funkcji logarytmicznej;
- ◇ pozna własności funkcji logarytmicznej;
- ◇ nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności logarytmiczne;
- ◇ nauczy się stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań;
- odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;
- sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;
- przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;
- opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów;
- ◇ rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;
- rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym;
- obliczać logarytm liczby dodatniej;
- stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań;
- ◇ odróżnić funkcję logarytmiczną od innych funkcji;
- ◇ sporządzać wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;
- ◇ przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych;
- ◇ opisywać własności funkcji logarytmicznych na podstawie ich wykresów;
- ◇ rozwiązywać proste równania i nierówności logarytmiczne;
- ◇ rozwiązywać zadania dotyczące funkcji logarytmicznych, umieszczone w kontekście praktycznym.

2. Elementy kombinatoryki (10 godzin)

Tematyka

- Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych.
- Zasada mnożenia.
- Drzewa stochastyczne.
- Symbol silni.
- ◇ Permutacje.

- ◇ Wariacje z powtórzeniami.
- ◇ Wariacje bez powtórzeń.
- ◇ Kombinacje.
- i* Silnia jako procedura rekurencyjna

Cele edukacyjne

Uczeń:

- nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- pozna zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować;
- nauczy się przedstawiać pewne sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań;
- pozna symbol silni i nauczy się go stosować;
- ◇ pozna pojęcie permutacji, wariacji z powtórzeniami i wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji;
- ◇ nauczy się obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji;
- nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych;
- stosować zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań;
- rozwiązywać pewne zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa;
- stosować symbol silni;
- ◇ obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń i kombinacji;
- rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki.

3. Rachunek prawdopodobieństwa (12 godzin)

Tematyka

- Doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, zdarzenie, działania na zdarzeniach.
- Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa.
- Własności prawdopodobieństwa.
- „Klasyczna definicja prawdopodobieństwa”.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna takie pojęcia, jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe;
- nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu;
- nauczy się znajdować sumę zdarzeń, różnicę zdarzeń, iloczyn zdarzeń oraz zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia;
- pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa;
- pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować w rozwiązywaniu zadań;
- pozna „klasyczną definicję prawdopodobieństwa”;

- nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc;
- wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu;
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”;
- stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań;
- wykorzystywać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa;
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa.

4. Elementy statystyki opisowej (9 godzin)

Tematyka

- Dane statystyczne i ich klasyfikacja.
- Średnia z próby.
- Mediana z próby.
- Odchylenie standardowe z próby.
- i* Wykorzystanie programów komputerowych do analizy statystycznej

Cele edukacyjne

Uczeń:

- dowie się, na czym polega klasyfikacja danych statystycznych;
- nauczy się obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby;
- nauczy się interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, odchylenie standardowe z próby;
- interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne;
- odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów;
- przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;
- przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych;
- porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi.

5. Geometria przestrzenna (18 godzin)

Tematyka

- Płaszczyzny i proste w przestrzeni.
- ◇ Rzut równoległy na płaszczyznę.
- Rzut prostokątny na płaszczyznę, kąt między prostą i płaszczyzną.
- Kąt dwuścienny, kąt liniowy kąta dwuściennego.
- ◇ Wielościany, pole powierzchni wielościanu, objętość wielościanu.
- Graniastosłupy – podział, pole powierzchni, objętość.
- Ostrosłupy – podział, pole powierzchni, objętość.
- Bryły obrotowe – walec, stożek, kula; pole powierzchni i objętość brył obrotowych.

i Wykorzystanie oprogramowania 3D do wizualizacji problemów geometrycznych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
- ◇ nauczy się rysować figury w rzucie równoległym na płaszczyznę;
- pozna wzajemne położenie prostej i płaszczyzny;
- nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną;
- pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
- poprawnie narysować wielościany (graniastosłupy, ostrosłupy) i bryły obrotowe;
- wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości;
- podać własności figur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy czy bryły obrotowe;
- rysować siatki figur przestrzennych;
- wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych;
- wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii.

4. Procedury osiągnięcia celów kształcenia i procedury oceniania osiągnięć uczniów

Nikogo nie trzeba przekonywać, że rozwijanie umiejętności matematycznych wpływa na rozwój intelektualny człowieka. Matematyka uczy logicznego myślenia i wnioskowania. Na lekcjach matematyki uczeń nabywa umiejętności precyzyjnego wysławiania się, co pomaga mu w komunikowaniu się z innymi.

Edukację w liceum rozpoczynamy od elementów logiki matematycznej. Realizacja tej tematyki pozwoli na zrozumienie budowy definicji i twierdzenia matematycznego (założenie, teza) oraz umożliwi kształcenie umiejętności logicznego wnioskowania. Umożliwi kształcenie precyzyjnego zapisu matematycznego, co wpłynie na kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi.

Realizacja naszego programu w oparciu o przygotowane przez nas podręczniki i zbiory zadań umożliwi rozwiązywanie ciekawych problemów zarówno z algebry, jak i z geometrii. Zadania rozwiązywane na każdym etapie edukacji pozwolą na zdobycie umiejętności w zakresie: interpretowania tekstu matematycznego, używania prostych obiektów matematycznych, prostego modelowania matematycznego, stosowania strategii wynikającej z treści zadania, jak również prowadzenia prostych rozumowań, składających się z niewielkiej liczby kroków. Przykłady zaczerpnięte z życia codziennego pozwolą dostrzec uczniowi prawidłowości matematyczne w otaczającym go świecie i wpłyną na rozwijanie jego praktycznych umiejętności.

We współczesnym świecie niezbędna jest umiejętność posługiwania się różnymi tabelami, wykresami i diagramami. Kształtowanie tych umiejętności umożliwi realizacja naszego programu w każdym dziale matematyki, w szczególności przy omawianiu takiej tematyki jak zbiory, elementy statystyki, czy własności funkcji. Na tych lekcjach uczeń nabyte umiejętności zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji. Opanuje umiejętność oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia. Lekcje rachunku prawdopodobieństwa ułatwią uczniowi dokonanie wyboru strategii w przypadkach doświadczeń losowych (np. gry losowe).

Nie mniej ważne jest kształtowanie postaw młodego pokolenia. Te cele należy kształtować na każdej lekcji matematyki. Trzeba wymagać od uczniów samodzielności w rozwiązywaniu problemów, piętnować nieuczciwość, wyrażającą się w podpowiadaniu czy w ściąganiu. Każdy uczeń powinien czuć się odpowiedzialny za powierzone mu zadania.

Na lekcjach matematyki mamy doskonałe warunki do tego, by uczyć kultury dyskusji. Bardzo często uczniowie przedstawiają różne metody rozwiązania tego samego problemu, a naszym obowiązkiem jest wysłuchać wszystkich propozycji i wspólnie z zespołem podjąć decyzję, w jaki sposób dany problem ostatecznie rozwiązać. Zwracamy też uwagę na język matematyczny, precyzyjne formułowanie myśli, logiczną konstrukcję wypowiedzi. Kształcimy w ten sposób umiejętność komunikacji uczeń–nauczyciel, uczeń–uczeń.

Osiągnięcie założonych celów edukacyjnych i wychowawczych jest możliwe dzięki stosowaniu na lekcjach matematyki różnorodnych metod nauczania i odpowiedniego doboru form organizacyjnych lekcji. Ta różnorodność ma nie tylko uatrakcyjnić przedmiot,

ale także zaktywizować uczniów w procesie uczenia się, zachęcić do rozwiązywania różnorodnych problemów, spowodować kształtowanie odpowiednich postaw.

4.1 Metody nauczania

Wśród najczęściej stosowanych metod pracy na uwagę zasługują:

a) **Metoda podająca:**

Wykład – w tej metodzie nauczania główną rolę odgrywa nauczyciel. Dobre przygotowanie merytoryczne prowadzącego zajęcia jest podstawą rzetelnego przekazania wiedzy uczniom. To on formułuje problem, analizuje go, wskazuje drogi i sposoby rozwiązania. Uczniowie sporządzają notatki, zapamiętują fakty, zdobywają wiedzę i umiejętności poprzez naśladowanie. Ta metoda jest ważna z punktu widzenia dalszej nauki. Na uczelniach jest stosowana powszechnie, zatem uczeń powinien być przygotowany do korzystania z wykładu. W szkole średniej nie powinna być jednak stosowana zbyt często.

b) **Metody aktywizujące uczniów:**

Pogadanka, dyskusja – w tej metodzie nauczyciel kieruje rozmową, prowadzi dyskusję umiejętnie i porządkuje jej przebieg. Zadaje pytania, naprowadza na prawidłowe odpowiedzi, rozjaśnia wątpliwości, rozstrzyga spory. Uczniowie dyskutują, formułują spostrzeżenia, wymieniają się doświadczeniami, argumentują, spierają się, wyciągają wnioski.

Metoda problemowa – w tej metodzie nauczyciel stawia przed uczniami pewien problem matematyczny (zadanie problemowe), który uczniowie rozwiązują samodzielnie. Uczniowie zmuszeni są dużego wysiłku intelektualnego. Analizują problem, formułują hipotezy, weryfikują je, w razie potrzeby wyjaśniają wątpliwości z nauczycielem, budują model rozwiązania problemu, dokonują korekt, podsumowują swoje spostrzeżenia i wnioski, sprawdzają obliczenia, formułują odpowiedź. Ta metoda kształci umiejętność rozwiązywania problemów, wzbogaca wiedzę uczniów i aktywizuje ich postawy w procesie kształcenia.

Praca z tekstem matematycznym:

- 1) *Praca z podręcznikiem* – polega na samodzielnym przeczytaniu fragmentu podręcznika, zapoznaniu się z definicjami i twierdzeniami oraz ze sposobami rozwiązywania zadań. Kształci umiejętność czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego, analizowania definicji i twierdzeń oraz śledzeniu algorytmów rozwiązania niektórych zadań.
- 2) *Praca z wykorzystaniem encyklopedii, słowników, czasopism popularnonaukowych, roczników statystycznych itp.* – przyzwyczajają uczniów do zbierania informacji z różnych źródeł, analizowania ich i przetwarzania, a także uświadomienia sobie, jaką rolę pełni matematyka w otaczającej ich rzeczywistości.
- 3) *Praca z komputerem* – zbieranie informacji z Internetu, dotyczących różnych zagadnień matematycznych, samodzielne przygotowanie referatów na podstawie zebranych informacji i przedstawienie ich, po odpowiednim opracowaniu, pozostałym uczniom. Metoda pozwala kształtować postawy poszukiwania i dociekliwości, daje szansę rozwoju i głębszego poznania matematyki oraz możliwość autoprezentacji.

Rozwiązywanie ciągu zadań – metoda ta polega na rozwiązywaniu przez uczniów zestawu zadań (ze zbioru zadań, bądź przygotowanych przez nauczyciela). Ważne

jest, aby zadania ułożone były w takiej kolejności, żeby rozwiązanie każdego następnego zadania pogłębiało wiedzę i umiejętności ucznia. Dobrze byłoby, aby wśród zadań pojawiły się też takie, które mają ciekawą nietypową treść lub zaskakujące rozwiązanie. Takiego rodzaju zadania i ćwiczenia w naturalny sposób pobudzają ciekawość i aktywność umysłową uczniów.

4.2 Formy pracy

Z wyborem metod nauczania ściśle wiąże się odpowiedni dobór form organizacyjnych lekcji. Wśród nich można wyróżnić następujące:

Praca z całą klasą – polega na zaangażowaniu całej społeczności klasowej w rozwiązywanie problemów sformułowanych przez nauczyciela.

- 1) Nauczyciel realizuje ze wszystkimi uczniami te same treści (np. uczniowie rozwiązują te same zadania, analizują ten sam problem matematyczny, dyskutują na ten sam temat, nauczyciel prowadzi wykład). Ta forma pracy sprzyja nawiązywaniu więzi uczniowskich.
- 2) Wzajemne odpytywanie się (uczeń zadaje pytanie i wskazuje tego, który ma na nie odpowiedzieć; uczeń który odpowiedział na postawione pytanie zadaje swoje pytanie następnemu uczniowi itd.). Taka metoda pracy angażuje wszystkich uczniów. Pozwala na sprawne powtórzenie materiału. Uczniowie kształcą umiejętność porządkowania informacji, formułowania i zadawania pytań.

Praca w grupach – polega na podziale klasy na kilkuosobowe zespoły i przydzieleniu im problemu do rozwiązania. Taka forma pracy przebiega w różny sposób, w zależności od wyboru metody pracy, np.:

- 1) Każda grupa dostaje do rozwiązania zadanie lub zadania; wszyscy członkowie grupy uczestniczą w rozwiązywaniu problemu, dzieląc się własnymi spostrzeżeniami, umiejętnościami i wiedzą; nad pracą grupy pieczę sprawuje wcześniej wybrany lider grupy. Sprawozdawca grupy referuje rozwiązanie problemu przed całą klasą.
- 2) Metoda układanki „puzzle” – każdy członek grupy otrzymuje część informacji potrzebnej do wykonania zadania grupowego; poszczególni członkowie grupy są odpowiedzialni za przygotowanie swojej porcji informacji, przekazanie jej kolegom i przyswojenie informacji prezentowanych przez nich.
- 3) Metoda „drzewa decyzyjnego” – nauczyciel określa problem będący przedmiotem analizy; dzieli uczniów na grupy. Uczniowie wybierają różne możliwości rozwiązania zadania, wypisują zalety i wady każdej z metod rozwiązania, oceniają je z punktu widzenia wartości i celów, podejmują grupową decyzję o wyborze metody rozwiązania problemu.

Praca w grupach uczy organizacji pracy, podziału obowiązków pomiędzy członków grupy, odpowiedzialności za powierzone zadania. Uczy komunikacji między członkami grupy, zasad współpracy partnerskiej. Ma ogromne walory kształcące i wychowawcze.

Praca indywidualna – każdy uczeń pracuje samodzielnie, pod kierunkiem nauczyciela (jeśli praca odbywa się na lekcji) lub samodzielnie (jeśli praca odbywa się w domu). Praca indywidualna pozwala uczniowi na samodzielne poszukiwanie odpowiedzi na postawione pytania, zmusza do własnych przemyśleń, zastanowienia się nad problemem i sposobem jego rozwiązania, utwaleniem już

zdobytej wiedzy, a także nad kształceniem umiejętności uczenia się. Uczeń pracuje we właściwym dla siebie tempie. Praca indywidualna wyrabia też nawyk porządnego wykonania powierzonego zadania, odpowiedzialności za siebie, za swoją wiedzę i umiejętności.

4.3 Metody kontroli i oceny

Kontrolowanie i ocenianie uczniów powinno być spójne z tym, co było przedmiotem nauczania. Przedmiotem oceny nie może być relacja między wiedzą ucznia i nauczyciela, lecz postęp ucznia w procesie kształcenia. Głównymi obszarami oceniania powinny być: wiedza zdobyta przez ucznia, umiejętności pozwalające uczniowi na gromadzenie i pogłębianie wiedzy, umiejętności społeczne i komunikacyjne, a także postawa młodego człowieka, wyrażająca się w dążeniu do samorealizacji. Najłatwiej ocenić wiedzę, jaką posiada uczeń, trudniej – pozostałe obszary. Aby móc to uczynić, należy stosować aktywne metody nauczania. Tak ważną umiejętność jak komunikacja, która wyraża się w wypowiedaniu, argumentowaniu, najlepiej można ocenić podczas dyskusji, pracy w grupach czy autoprezentacji. Z kolei umiejętności społeczne ujawnia współpraca w mniejszych zespołach, prace projektowe oraz zadania indywidualne, podejmowane przez pojedynczych uczniów. Ocenie podlega wówczas zaangażowanie w realizację zadań, odpowiedzialność za pracę, a także umiejętność współpracy między uczniami. Ważne jest to, aby nauczyciel miał świadomość, że ocenianie nie służy tylko gromadzeniu ocen. Ma sprawdzać postępy ucznia, uświadamiać mu braki, w porę wykrywać kłopoty i trudności w nabywaniu różnych umiejętności, ale także zachęcać go do dalszej pracy i pokonywania trudności. Regularność oceniania zachęca uczniów do systematycznej pracy. Ważne jest, abyśmy dostrzegali nie tylko zaangażowanie uczniów podczas lekcji, ale także premiowali wszelkie prace domowe. Niezwykle ważne jest, aby system oceniania był jasny i czytelny dla uczniów i ich rodziców. Aby wnikliwie ocenić edukacyjne osiągnięcia ucznia należy posługiwać się różnorodnymi środkami i metodami oceniania, takimi jak: sprawdziany pisemne (prace klasowe, testy, kartkówki), odpowiedzi ustne (referaty, odpowiedzi z kilku ostatnich zajęć, prezentacja rozwiązania zadania, dyskusja nad rozwiązaniem problemu itp.), praca w grupach, prace domowe oraz aktywność na zajęciach. Poszczególnym formom oceniania można nadać różną wagę. Ponieważ egzamin maturalny jest egzaminem pisemnym, więc dużą wagę należy przywiązywać do prac pisemnych. Proponujemy następujący system oceniania:

Prace klasowe oraz **testy** oceniane są w skali 1 - 6 wg skali procentowej

ocena:	niedostateczny	0% - 45%
	dopuszczający	46% - 59%
	dostateczny	60% - 79%
	dobry	80% - 91%
	bardzo dobry	92% - 100%
	celujący	ocena bardzo dobry + zadanie dodatkowe.

W szczególnych przypadkach (np. słaba klasa) można proponowaną skalę obniżyć do 40%, zmieniając odpowiednio przedziały procentowe.

Kartkówki: proponuję, aby maksymalna liczba punktów, jaką może otrzymać uczeń, była wielokrotnością liczby 6, np. 6 lub 12 pkt. Wówczas ocenę z kartkówki można obliczyć według zasady: $ocena = (liczba\ punktów) / k - 1$, gdzie $k=1$ dla kartkówki 6 punktowej lub $k=2$ dla kartkówki 12 punktowej.

Praca w grupach: tę formę pracy jest dość trudno ocenić. Zdarza się bowiem, że nie wszystkie osoby w grupie wkładają odpowiedni wysiłek w wykonanie zadania, niektóre w ogóle nie pracują, oczekując na wyniki pracy pozostałych. Osoby nieaktywne nie korzystają z lekcji. Jeśli praca w grupach ma charakter ćwiczeniowy (grupa otrzymuje jedno lub kilka zadań do rozwiązania), to proponujemy następujący system ocenienia jej pracy: nauczyciel informuje grupy, że ocena ich pracy to średnia dwóch ocen – pracy pisemnej i odpowiedzi ustnej. Każda grupa ma sekretarza, który na koniec zajęć przedstawia w pisemnej formie efekty pracy grupy, nauczyciel sprawdza i ocenia pracę pisemną. Następnie wybiera z każdej grupy jedną osobę, która na tablicy rozwiązuje zadanie wskazane przez nauczyciela. Odpowiedź ucznia podlega ocenie. Każdy członek danej grupy otrzymuje ocenę, która jest średnią ocen z pracy pisemnej i odpowiedzi ustnej ucznia danej grupy. Taki system oceny pracy grupowej powoduje, że wszyscy członkowie grupy czują się współodpowiedzialni za powierzone zadanie. Chętnie pomagają sobie nawzajem, wyjaśniają wątpliwości. Chcą, aby każdy uczeń z grupy był gotowy do prezentacji problemu.

4.4 Środki dydaktyczne

- a) Wykonywanie siatek i modeli figur przestrzennych – w ten sposób rozwijana jest wyobraźnia przestrzenna uczniów.
- b) Wykorzystanie telewizji edukacyjnej, filmów edukacyjnych, komputerów – jest elementem edukacji medialnej; daje możliwość prezentowania różnych modeli matematycznych; zwiększa atrakcyjność prezentowanego materiału.
- c) Analizowanie informacji z prasy, np.: danych giełdowych, kursu walut, zmian cen różnych towarów na rynku itp.
- d) Wykorzystanie środków mnemotechnicznych.
- e) Osiąganie zamierzonych celów kształcenia może odbywać się również przez uczestnictwo uczniów w kołach matematycznych, kołach interdyscyplinarnych, a także w konkursach matematycznych i w olimpiadzie matematycznej.

4.5 Propozycja kryteriów oceniania

Ocenę **celującą** otrzymuje uczeń, który:

- wykazuje się wiedzą wykraczającą poza program nauczania,
- zna, analizuje i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu,
- zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć,
- potrafi rozwiązywać problemy nietypowe,
- jest twórczy, rozwija swoje uzdolnienia,
- biegle posługuje się zdobytymi wiadomościami,
- stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych,
- bierze aktywny udział w zajęciach pozalekcyjnych,
- osiąga sukcesy w konkursach.

Ocenę **bardzo dobrą** otrzymuje uczeń, który:

- sprawnie posługuje się zdobytą wiedzą w samodzielnym rozwiązywaniu problemów,

- wykazuje się znajomością definicji i twierdzeń oraz umiejętnością ich stosowania w zadaniach,
- korzystając z analogii i uogólnień formułuje i stosuje nowe twierdzenia,
- ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego,
- posługuje się poprawnym językiem matematycznym w komunikowaniu i tworzeniu informacji,
- samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego,
- potrafi rozwiązać zadania innego typu niż występujące na lekcjach,
- rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych.

Ocenę **dobrą** otrzymuje uczeń, który:

- wykazuje się znajomością i rozumieniem poznanych pojęć i twierdzeń,
- przytacza definicje większości pojęć, zapisuje je symbolicznie,
- rozumie konieczność dowodu, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą,
- poprawnie rozwiązuje typowe zadania,
- dzięki swoim wiadomościom rozumie większość materiału.

Ocenę **dostateczną** otrzymuje uczeń, który:

- wykazuje się znajomością i rozumieniem podstawowych pojęć,
- podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego,
- zna i potrafi zastosować algorytmy,
- sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach,
- zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych,
- naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji,
- samodzielnie rozwiązuje typowe zadania.

Ocenę **dopuszczającą** otrzymuje uczeń, który:

- wykazuje się znajomością i rozumieniem najprostszych pojęć,
- rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji,
- samodzielnie rozwiązuje zadania o niewielkim stopniu trudności posługując się typowymi metodami i algorytmami.

Ocenę **niedostateczną** otrzymuje uczeń, który:

- nie opanował podstawowych wiadomości i umiejętności, a braki w wiadomościach uniemożliwiają dalsze zdobywanie wiedzy,
- nie radzi sobie ze zrozumieniem najprostszych pojęć i twierdzeń,
- popełnia rażące błędy w rachunkach,
- nie potrafi rozwiązywać prostych zadań.



5. Ewaluacja programu

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe badawcze	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych / raport
Przed rozpoczęciem realizacji programu	a) Projekt autorskiego programu nauczania	1. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia zasoby realizatora?	Co najmniej 50% punktów wg. arkusza oceny programu autorskiego.	Studium przypadku; Analiza wyników diagnozy implementacji i KK oraz danych z arkusza oceny programu.	Szkoła uczestnicząca w Projekcie.	Raport ewaluacyjny.
		2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców?	j.w.			j.w.
		3. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania MKKE?	j.w.			j.w.
		4. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie?	j.w.			j.w.
		5. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności?	Odpowiedź „Tak”	Analiza dokumentów.		j.w.
W czasie realizacji programu.	b) Skuteczność programu	6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej	Co najmniej 50% punktów wg. arkusza oceny.	Analiza dokumentów.		j.w.



		w projekcie programu oceny programu?				
		1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu?	Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas.	Analiza dokumentów m.in. wyników monitoringu.		j.w.
		2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy dydaktycznych.	Analiza dokumentów. Obserwacja.		j.w.
		3. Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczycieli i szkół?	Wzrost o 20% liczby hospitacji dyrektora; udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym.			j.w.
Na koniec realizacji programu.		4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	Przewaga metod aktywizujących nad podającymi.	Ankietowanie uczniów.	Wszyscy uczestnicy.	j.w.
		5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu?	Co najmniej przeciętne wyniki w skalach KI i JK arkusza.	Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”.		Raport ewaluacyjny. Promocja projektu.
Po pewnym czasie od realizacji programu.		6. Jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju	Wzrost o min. 0,30 łatwości grup sprawdzających opanowanie MKKE.	Analiza dokumentów(z wynikami egzaminu maturalnego).		Raport ewaluacyjny. Promocja projektu. Promocja szkoły w środowisku .



		MKKE? 7. Na ile trwałę są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE.	Wzrost minimum o 20% średniego wyniku matury z matematyki.			Raport ewaluacyjny. Promocja projektu – konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie.
--	--	--	--	--	--	---



Bibliografia

- [1] Kurczab M., Kurczab E., Świda E., *Matematyka. Program nauczania w liceach i w technikach*, Oficyna Edukacyjna – Krzysztof Pazdro, Warszawa 2008.
- [2] Krygowska Z., *Zarys dydaktyki matematyki*, WSiP, Warszawa 1977.
- [3] Niemierko B., *Kształcenie szkolne. Podręcznik skutecznej dydaktyki*, WAiP,
- [4] Sobczak M., *Założenia programowe, zasady opracowywania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, WSEI, Lublin 2009.



Autor
Małgorzata Jaklińska

MATEMATYKA
ZAKRES ROZSZERZONY

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

Technikum w Zespole Szkół Nr 2
im. Tadeusza Kościuszki w Stalowej Woli

Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Informacja o autorze	5
Wstęp	5
1. Uwarunkowania realizacji programu	7
2. Cele ogólne	9
3. Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania	11
4. Materiał nauczania	14
5. Uszczegółowiony materiał nauczania	16
6. Procedury osiągania szczegółowych celów edukacyjnych	26
7. Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycje metod ich oceny	28
8. Oprzyrządowanie programu	37
9. Projekt ewaluacji programu	38
Bibliografia	41



Informacja o autorze

Małgorzata Jaklińska

- absolwentka studiów wyższych magisterskich na kierunku matematyka na Akademii Pedagogicznej w Krakowie,
- absolwentka studiów fakultatywnych z zakresu informatyki prowadzonych przez Instytut Fizyki i Informatyki Akademii Pedagogicznej w Krakowie,
- nauczyciel matematyki z 8-letnim stażem (3 lata w gimnazjum i 5 lat w szkole ponadgimnazjalnej),
- przewodnicząca Komisji Nauczycieli Matematyki w Zespole Szkół Nr 2 w Stalowej Woli,
- nauczyciel mianowany,
- egzaminator egzaminu maturalnego z matematyki,
- członek Stowarzyszenia Oświatowego Przyjaciół Szkoły Kościuszkowskiej w Stalowej Woli.

Wstęp

Autorski program nauczania matematyki w zakresie rozszerzonym jest przeznaczony dla uczniów i nauczycieli w czteroletnim Technikum w Zespole Szkół Nr 2 w Stalowej Woli dla zawodu: technik budownictwa w ramach projektu „Szkoła kluczowych kompetencji”.

Nowy zreformowany system szkolny oraz sytuacja na rynku pracy preferują wszechstronny rozwój młodego człowieka (m.in. rozwijanie twórczego myślenia, inteligencji emocjonalnej oraz kompetencji kluczowych).

Program oparty jest na:

- Podstawie programowej matematyki dla liceum i technikum (zakres rozszerzony), podpisanej przez ministra Edukacji Narodowej dnia 23 sierpnia 2007r.
- Standardach wymagań maturalnych z matematyki obowiązujących na egzaminie maturalnym od 2010,
- kompetencjach matematycznych określonych w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” (oznaczanych dalej MKKE).

W konstruowaniu programu wzięto także pod uwagę Standardy wymagań egzaminacyjnych dla zawodu: technik budownictwa, których część jest kształcona m.in. na lekcjach matematyki. Należą do nich:

- umiejętność czytania ze zrozumieniem informacji przedstawionych w formie opisów, instrukcji, tabel, wykresów,
- umiejętność przetwarzania danych liczbowych.

Program umożliwia kształcenie kompetencji kluczowych, uwzględniając równocześnie potrzeby kształcenia w zawodzie technik budownictwa oraz przygotowanie uczniów do

egzaminu maturalnego. Od roku 2010, zgodnie z rozporządzeniem MEN z dnia 25 września 2008r., egzamin maturalny będzie obejmował obowiązkowo także matematykę.

W założeniach programu wzięto pod uwagę średni poziom umiejętności matematycznych uczniów rozpoczynających naukę w technikum. W ostatnich pięciu latach wyniki uczniów przyjętych do Technikum w ZS Nr 2 plasowały się w 4, 5 i 6 stopniu (stopień 4 – niżej średni, stopień 5 – średni, stopień 6 – wyżej średni). W kolejnych latach widać u uczniów kończących gimnazjum coraz większe problemy z podstawowymi umiejętnościami matematycznymi i spadek zasobu wiedzy matematycznej. Do zasadniczych problemów zaliczyć można trudności w sprawnym wykonywaniu obliczeń i opanowaniu reguł rachunku algebraicznego. Program zakłada większą liczbę godzin, w stosunku do programów istniejących na rynku, przeznaczoną na kształcenie w/w umiejętności.

Projekt „Szkoła kluczowych kompetencji” zakłada, że na lekcjach matematyki będą kształcone matematyczne umiejętności kluczowe. W MKKE zawarte są treści z Podstawy programowej i wszystkie standardy maturalne mają swoje odniesienia. Zauważa się jednak, że obecne na rynku programy duży nacisk kładą na wiedzę i umiejętności, a mniejszy na postawy. W związku z tym w programie uwzględniono treści i zagadnienia, które pozwolą uczniowi szukać przyczyn, oceniać zasadność wnioskowań, wyrobić nawyk argumentowania.

Obowiązująca Podstawa programowa w stosunku do poprzednich została okrojona z części treści, w szczególności logiki i analizy matematycznej. Część z tych zagadnień jest potrzebna jednak do kształtowania kompetencji kluczowych (elementy logiki) oraz do nauki przedmiotów zawodowych (granice funkcji, pochodne funkcji), dlatego zostały umieszczone w tym programie.

Ponieważ kształcone na lekcjach matematyki umiejętności są konieczne do prawidłowego funkcjonowania we współczesnym świecie, duży nacisk został położony na rozwiązywanie problemów praktycznych i treści potrzebnych w kształceniu technicznym.

Uwarunkowania realizacji programu

Przedstawiony program jest programem liniowym. Realizowany jest na poziomie rozszerzonym w Technikum w ZS Nr 2 w Stalowej Woli w następującym wymiarze godzin tygodniowo:

- klasa I 3 godziny,
- klasa II 4 godziny,
- klasa III 3 godziny,
- klasa IV 4 godziny.

W realizacji programu uwzględniono miesięczne praktyki uczniów w klasie II i III.

Zakres materiału jest ściśle dobrany do potrzeb kształcenia matematyki w szkole średniej, rozwijania umiejętności kluczowych oraz dostosowany do kształcenia umiejętności matematycznych potrzebnych do nauki przedmiotów zawodowych w zawodzie: technik budownictwa. Układ materiału zapewnia realizację przyjętych celów. Program jest dostosowany do kształcenia w/w umiejętności poprzez dobór odpowiednich podręczników, form i metod pracy, środków dydaktycznych, dokładnie opisanych w kolejnych rozdziałach.

Ponieważ nowoczesna szkoła ma za zadanie kształcić człowieka przygotowanego do życia w społeczeństwie oraz podejmującego odpowiedzialne decyzje dotyczące wyboru dalszej drogi edukacyjnej lub podjęcia pracy, ważne jest, aby kształcenie odbywało się przy doborze odpowiednich środków dydaktycznych, z zastosowaniem technologii multimedialnej, niezbędnej w dzisiejszych czasach. Do pełnej realizacji programu brakuje komputera o odpowiednich parametrach. Na wyposażeniu pracowni jest stary komputer, który jest połączony z telewizorem, na ekranie którego uczniowie mogą oglądać prezentacje multimedialne, filmy edukacyjne, itp. Problemem jest jednak możliwość odtworzenia materiałów na DVD, gdyż komputer nie spełnia odpowiednich parametrów sprzętowych.

W wyposażeniu pracowni w ogóle nie ma pakietów filmów edukacyjnych, które na pewno przyczyniłyby się do atrakcyjności prowadzonych lekcji. Dlatego odpowiedni komputer oraz pakiety płyt DVD dotyczących treści matematycznych, realizowanych w szkole średniej byłyby bardzo przydatnym narzędziem w realizacji programu.

Ważnym elementem w rozwijaniu umiejętności kluczowych jest kształtowanie wyobraźni przestrzennej. Szkoła dysponuje szkieletami brył wykonanymi przez uczniów ZSZ. Brakuje natomiast przezroczystych modeli brył z zaznaczonymi wysokościami, przekątnymi, itp.

W pracowni znajdują się powieszona na ścianie plansze z wzorami dotyczącymi figur płaskich. Wywieszona plansze przyczyniają się do zapamiętywania wzorów matematycznych.

Istnieje więc konieczność rozszerzenia istniejącego zbioru plansz.

Ponieważ, jak zamieszczono we wstępie, młodzież rozpoczynająca naukę w Technikum reprezentuje średni poziom opanowania wiedzy i umiejętności matematycznych, więc lekcje należy prowadzić wykorzystując różne środki dydaktyczne. Odpowiedni dobór metod i form prowadzenia lekcji wpływa na skuteczność nauczania, rozwój umiejętności kluczowych uczniów oraz spojrzenie na matematykę jako narzędzia wykorzystywanego do nauki innych przedmiotów ścisłych oraz zawodowych. Takie

kompleksowe spojrzenie uczniów na naukę pozwoli im dokonywać odpowiednich wyborów w życiu na ścieżce zawodowej. A tego czynnika pominąć nie można ze względu na specyficzne potrzeby i uwarunkowania lokalnego i regionalnego rynku pracy. Uczniowie kończący gimnazjum bardzo chętnie wybierają Technikum, ponieważ w tej branży widzą swoją przyszłość i możliwość rozwoju.

W sytuacji kryzysu gospodarczego i dużego wskaźnika bezrobocia ważne jest, aby absolwent Technikum o kierunku budowlanym był konkurencyjny na rynku pracy.

W podejmowaniu decyzji szkoła pomaga uczniom współpracując m.in. z uczelniami wyższymi, firmami, przedsiębiorstwami, PUP.

Również wykwalifikowana kadra nauczycielska zaangażowana w sukces ucznia i szkoły, stale podnosząca swoje kwalifikacje, pobudza aspiracje i zainteresowania uczniów. Uczniowie Technikum ZS Nr 2 corocznie uczestniczą z sukcesami w Olimpiadzie Wiedzy i Umiejętności Budowlanych, rozwijając przez to swoje kompetencje zawodowe.

Na konkurencyjność absolwenta mogą mieć wpływ wykształcone w toku nauki umiejętności kluczowe, co pociąga za sobą umiejętność podejmowania decyzji, oceny ryzyka, argumentowania, prezentowania swoich osiągnięć, stosowania technologii informacyjnej, wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji oraz odpowiednia organizacja stanowiska pracy, systematyczność, odpowiedzialność, a także umiejętność pracy w zespole.

Program ten powstał właśnie w oparciu o:

- 1) diagnozy potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy,
- 2) potrzeby nauczycieli przedmiotów zawodowych w stosunku do treści matematycznych,
- 3) rozwój matematycznych kompetencji kluczowych,
- 4) treści matematyczne ujęte w Podstawie programowej matematyki oraz w Standardach wymagań egzaminacyjnych matury z matematyki.

1 Cele ogólne

Proces nauczania matematyki zmusza nas do sformułowania celów kształcenia. Cele te możemy podzielić na dwie płaszczyzny: rozwój intelektualny i wychowanie.

Rozwój intelektualny:

- rozwijanie umiejętności twórczego myślenia,
- kształcenie logicznego myślenia, w tym rozumowania przez analogię, dostrzegania różnych aspektów tej samej sytuacji,
- nabycie umiejętności poprawnego analizowania, wnioskowania oraz uzasadniania,
- wyrabianie nawyku stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji,
- kształtowanie umiejętności stosowania elementów rozumowań matematycznych,
- precyzyjne formułowanie wypowiedzi na tematy matematyczne i pozamatematyczne,
- kształtowanie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń,
- kształcenie sprawności rachunkowej,
- kształcenie umiejętności wykonywania działań na liczbach, wyrażeniach algebraicznych oraz innych podstawowych obiektach abstrakcyjnych,
- rozwijanie wiedzy matematycznej w zakresie rozumienia pojęć i metod matematycznych,
- budowanie modeli matematycznych,
- kształcenie umiejętności algorytmizacji,
- rozwijanie umiejętności stosowania symboli, schematów, wykresów i rysunków,
- kształcenie umiejętności wykonywania planu rozwiązania problemu matematycznego i realizacji tego planu,
- kształcenie umiejętności dostrzegania i opisywania zależności między różnymi wielkościami,
- rozwijanie wyobraźni przestrzennej,
- doskonalenie umiejętności odczytywania oraz przedstawiania danych w różnych formach (symbolicznej, graficznej, za pomocą wzorów, wykresów, diagramów, tabel, itp.),
- kształcenie umiejętności zbierania i porządkowania danych oraz prawidłowej interpretacji tekstów zawierających dane statystyczne,
- kształcenie umiejętności posługiwania się technologią informacyjną do rozwiązywania problemów matematycznych,
- rozwijanie postaw matematycznych do rozumienia zjawisk z różnych dziedzin życia,
- kształcenie umiejętności posługiwania się jednostkami i ich zamianą w życiu codziennym.

Wychowanie:

- kształtowanie cech osobowości takich jak: systematyczność, dokładność, pracowitość,
- budowanie klimatu życzliwości i akceptacji w celu rozwijania aktywności intelektualnej,
- kształcenie umiejętności pracy w grupie,



- kształcenie odpowiedzialności za powierzone zadania,
- rozwijanie umiejętności planowania pracy,
- kształcenie umiejętności prowadzenia dyskusji i argumentowania swoich racji,
- kształtowanie szacunku dla poglądów innych oraz akceptacji różnic indywidualnych ludzi,
- doskonalenie umiejętności samodzielnego zdobywania informacji,
- przygotowanie do odbierania przekazów informacyjnych zawierających elementy matematyczne,
- doskonalenie umiejętności precyzyjnego i zrozumiałego przekazu informacji,
- umożliwienie podejmowania świadomych decyzji dotyczących życia społecznego.

2 Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania

Przy budowaniu programu uwzględniono cele edukacyjne wymienione w Podstawie programowej i przyjęto następujące oznaczenia:

- √ znajduje się w Podstawie programowej, Standardach wymagań maturalnych z matematyki i MKKE oraz jest istotny dla kształcenia w zawodzie,
- ◆ nie występuje w Podstawie programowej, Standardach wymagań maturalnych z matematyki, ale jest ważny dla MKKE;
- nie występuje w Podstawie programowej, Standardach wymagań maturalnych z matematyki, ale jest ważny dla kształcenia w zawodzie;
- ⇒ występuje w Podstawie programowej dla wcześniejszych etapów kształcenia, ale jest ważny dla MKKE i kształcenia w zawodzie.

1. Przygotowanie do świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne odgrywają kluczową rolę.

- Zapoznanie z zastosowaniem obliczeń procentowych do rozwiązywania problemów praktycznych (√).
- Zapoznanie z zastosowaniem równań, nierówności i układów równań liniowych do rozwiązywania zadań praktycznych (√).
- Zapoznanie z zastosowaniem równań i nierówności kwadratowych w zadaniach tekstowych oraz w zadaniach prowadzących do poszukiwania ekstremum funkcji kwadratowej (√).
- Wykształcenie umiejętności posługiwania się pojęciami i twierdzeniami geometrii płaszczyzny i przestrzeni do rozwiązywania różnorodnych problemów (√).
- Pokazanie zastosowania funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w zadaniach praktycznych (√).
- Zapoznanie ze stosowaniem logarytmów do opisu sytuacji praktycznych (√).
- Zapoznanie z zastosowaniem ciągów do opisu różnorodnych zjawisk (√).
- Zapoznanie z zastosowaniem pojęć i wzorów dotyczących procentu prostego i składanego (√).
- Wykształcenie umiejętności czytania ze zrozumieniem informacji zawierających dane statystyczne zapisane w różny sposób (√).
- Zapoznanie z podstawowymi pojęciami kombinatoryki oraz rachunku prawdopodobieństwa i umiejętnym ich wykorzystaniem (√).
- Zapoznanie z pojęciem granicy i pochodnej oraz ich zastosowaniem w problemach praktycznych (•).

2. Przyswojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych.

- Usystematyzowanie i uzupełnienie wiadomości dotyczących działań na liczbach rzeczywistych oraz nabycie sprawności rachunkowej (\checkmark).
- Poszerzenie działań na potęgach o potęgę o wykładniku wymiernym (\checkmark).
- Powtórzenie i uzupełnienie umiejętności działań na procentach i ich stosowanie do rozwiązywania różnorodnych problemów (\checkmark).
- Wykształcenie umiejętności szacowania liczb niewymiernych (\checkmark).
- Powtórzenie i uzupełnienie wiadomości dotyczących zamiany jednostek (\Rightarrow).
- Uzupełnienie wiadomości dotyczących działań na wyrażeniach algebraicznych oraz opanowanie reguł rachunku algebraicznego (\checkmark).
- Wprowadzenie podstawowych pojęć dotyczących zbiorów i działań na zbiorach (\blacklozenge).
- Powtórzenie i uzupełnienie wiadomości dotyczących zastosowania równań, nierówności i układów równań liniowych do rozwiązywania zadań praktycznych (\checkmark).
- Wdrożenie do opisywania otaczających nas zjawisk za pomocą funkcji liniowej i proporcjonalności odwrotnej (\checkmark).
- Wykształcenie umiejętności rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych oraz ich stosowania w zadaniach tekstowych (\checkmark).
- Wykształcenie umiejętności rozwiązywania zadań prowadzących do poszukiwania ekstremum funkcji kwadratowej (\checkmark).
- Wykształcenie umiejętności posługiwania się pojęciami i twierdzeniami geometrii płaszczyzny i przestrzeni do rozwiązywania różnorodnych problemów (\checkmark).
- Wykształcenie umiejętności rozwiązywania zadań w ujęciu analitycznym.
- Wykształcenie umiejętności stosowania funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w zadaniach praktycznych (\checkmark).
- Wykształcenie umiejętności stosowania twierdzenia Talesa i podobieństwa figur (\checkmark).
- Wykształcenie umiejętności stosowania twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów (\checkmark).
- Wykształcenie umiejętności wykonywania działań na wielomianach (\checkmark).
- Wykształcenie umiejętności przekształcania wyrażeń wymiernych (\checkmark).
- Wykształcenie umiejętności stosowania ciągu arytmetycznego i geometrycznego do rozwiązywania różnorodnych problemów (\checkmark).
- Wykształcenie umiejętności stosowania pojęć i wzorów dotyczących procentu prostego i składanego (\checkmark).
- Wykształcenie umiejętności stosowania elementarnych metod analizy danych statystycznych (\checkmark).
- Wykształcenie umiejętności zastosowania podstawowych pojęć statystyki do opisu różnych sytuacji (\checkmark).
- Wykształcenie umiejętności rozwiązywania problemów kombinatorycznych korzystając z zasady mnożenia oraz permutacji, wariacji i kombinacji (\checkmark).
- Wykształcenie umiejętności wykonywania obliczeń dotyczących prawdopodobieństwa, stosując także kombinatorykę (\checkmark).
- Wykształcenie umiejętności wykorzystania pochodnej do badania monotoniczności i ekstremum funkcji oraz rozwiązywania zadań optymalizacyjnych (\bullet).

3. Przyzwyczajenie do typowych elementów rozumowań matematycznych, w szczególności do stosowania takich pojęć jak założenie, wniosek, dowód (także nie wprost), przykład i kontrprzykład.

- Wprowadzenie podstawowych pojęć dotyczących logiki i budowy zdań logicznych (♦).
- Wykształcenie umiejętności podawania przykładów i kontrprzykładów (♦).
- Zapoznanie z prostymi dowodami twierdzeń geometrii elementarnej i dotyczących działań na liczbach rzeczywistych (♦).
- Wykształcenie umiejętności samodzielnego dowodzenia prostych twierdzeń (♦).
- Wykształcenie umiejętności uzasadniania tożsamości trygonometrycznych (√).
- Wykształcenie nawyku uzasadniania celowości wyboru metody rozwiązania zadania (√).

4. WYROBIENIE UMIEJĘTNOŚCI I POTRZEBY KRYTYCZNEJ OCENY PRZEPROWADZONEGO ROZUMOWANIA BĄDŹ OTRZYMANEGO WYNIKU OBLICZEŃ.

- Wykształcenie umiejętności analizowania i interpretowania danych, z uwzględnieniem założeń (√).
- Wykształcenie umiejętności rozwiązywania zagadnień prostych i złożonych, wymagających doboru właściwego algorytmu i oceny przydatności wyników (√).
- Wykształcenie umiejętności wyciągania ogólnych wniosków na podstawie zależności (√).
- Wykształcenie nawyku uzasadniania przeprowadzonego przez siebie rozumowania (√).

5. WYROBIENIE NAWYKU SAMODZIELNEGO ZDOBYWANIA, ANALIZOWANIA I KLASYFIKOWANIA INFORMACJI; STAWIANIA HIPOTEZ I POSZUKIWANIA METOD ICH WERYFIKACJI.

- Wykształcenie umiejętności czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego zapisanego z użyciem symboli (√).
- Wykształcenie umiejętności zapisywania danych z użyciem symboli (√).
- Wdrażanie umiejętności samodzielnego wyszukiwania informacji w podręczniku, tablicach matematycznych, itp. (√).
- Wykształcenie umiejętności rozumowania przez analogię i stosowania przyswojonego schematu do rozwiązywania problemu wymagającego podobnego rozumowania (√).

6. KSZTAŁTOWANIE UMIEJĘTNOŚCI JASNEGO I PRECYZYJNEGO FORMUŁOWANIA WYPOWIEDZI ORAZ ARGUMENTOWANIA.

- Kształcenie ścisłości języka matematyki (√).
- Kształcenie umiejętności używania języka matematyki do opisu rozumowania i uzyskanych wyników (√).
- Wdrażanie umiejętności właściwej argumentacji wygłaszanych wniosków i stwierdzeń (√).

3 Materiał nauczania

Na realizację zajęć z matematyki na poziomie rozszerzonym w Technikum dla zawodu: technik budownictwa przydzielono następującą liczbę godzin tygodniowo:

klasa I - 3 godziny,

klasa II - 4 godziny,

klasa III - 3 godziny,

klasa IV - 4 godziny.

Rok szkolny liczy 38 tygodni. W związku z tym w klasie I zaplanowano 114 godzin.

W klasie II i III uczniowie odbywają miesięczne praktyki zawodowe, co wiąże się ze zmniejszeniem ilości godzin o 4 tygodnie. Zatem w klasie II planuje się 136 godzin, a w klasie III - 102 godziny. W klasie maturalnej rok szkolny trwa 29 tygodni, więc zaplanowano 116 godzin.

Treści nauczania zostały podzielone na poniższe etapy. Proponowany przydział godzin przedstawia się następująco:

Klasa I (3godziny · 38tygodni = 114godzin)

1. Lekcja organizacyjna: 1 godz.
2. Badanie startowe i jego omówienie: 2 godz.
3. Liczby i działania: 27 godz.
4. Zdania i zbiory: 16 godz.
5. Równania i nierówności: 23 godz.
6. Figury geometryczne: 19 godz.
7. Funkcje i ich własności: 15 godz.
8. Sprawdzian wiadomości po klasie I i jego omówienie: 2 godz.
9. Godziny do dyspozycji nauczyciela: 9 godz.

Klasa II (4godziny · 34tygodni = 136)

1. Lekcja organizacyjna: 1 godz.
2. Funkcja kwadratowa: 34 godz.
3. Wielomiany: 29 godz.
4. Trygonometria: 33 godz.
5. Figury i wektory: 29 godz.
6. Sprawdzian wiadomości po klasie II i jego omówienie: 2 godz.
7. Godziny do dyspozycji nauczyciela: 8 godz.

Klasa III (3godziny · 34tygodni = 102)

1. Lekcja organizacyjna: 1 godz.
2. Ciągi: 23 godz.
3. Funkcja wykładnicza i logarytmiczna: 16 godz.
4. Figury podobne: 17 godz.
5. Statystyka: 9 godz.
6. Stereometria: 25 godz.



7. Sprawdzian wiadomości po klasie II i jego omówienie: 2 godz.
8. Godziny do dyspozycji nauczyciela: 9 godz.

Klasa IV ($4 \text{ godziny} \cdot 29 \text{ tygodni} = 116$)

1. Lekcja organizacyjna: 1 godz.
2. Wyrażenia wymierne: 18 godz.
3. Kombinatoryka: 10 godz.
4. Rachunek prawdopodobieństwa: 16 godz.
5. Granice funkcji: 11 godz.
6. Pochodne funkcji: 14 godz.
7. Powtórzenie wiadomości z zakresu matematyki szkoły średniej: 38 godz.
8. Godziny do dyspozycji nauczyciela: 8 godz.

4 Uszczegółowiony materiał nauczania

W rozdziale tym stosujemy w odniesieniu do celów kształcenia symbolikę przyjętą w poprzednim rozdziale.

KLASA I

3 GODZINY W TYGODNIU

38 tygodni

Zaplanowano 114 godzin, w tym 9 godzin do dyspozycji nauczyciela:
 (3godziny · 38tygodni = 114).

Dział	Jednostka tematyczna	Godz.	Cele kształcenia
	Lekcja organizacyjna. Zapoznanie z programem nauczania matematyki w klasie I technikum, PSO oraz BHP pracowni matematycznej. Zapoznanie ze standardami wymagań egzaminu maturalnego z matematyki	1	
	Badanie startowe z matematyki i jego omówienie.	2	
Liczby i działania (27 godz.)	Liczby wymierne i liczby niewymierne	3	√ Przedstawianie liczby wymiernej w różnych postaciach
	Wartość bezwzględna liczby i jej własności. Interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej	1	√ Zamiana ułamków zwykłych na dziesiętne i odwrotnie √ Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych
	Działania w zbiorze liczb rzeczywistych	2	√ Sprawne wykonywanie działań na potęgach, pierwiastkach, liczbach postaci
	Rozwiązywanie zadań uwzględniających zamianę jednostek	2	$a + b\sqrt{c}$ √ Wykształcenie umiejętności usuwania niewymierności z mianownika.
	Obliczenia procentowe	1	√ Sprawne wykonywanie działań w zbiorze R
	Procenty w zadaniach tekstowych	3	⇒ Utrwalenie wiadomości dotyczących jednostek i ich zamiany jednostek
	Przybliżenia liczbowe	1	√ Obliczanie wartości bezwzględnej liczby i zastosowanie jej własności do rozwiązywania prostych równań i nierówności
	Potęga o wykładniku całkowitym. Notacja wykładnicza	3	√ Wykorzystanie przybliżeń dziesiętnych do zaokrąglania liczb
	Pierwiastki n-tego stopnia	1	√ Wykorzystanie pojęcie błędu przybliżenia
	Działania na pierwiastkach	2	√ Utrwalenie poznanych wiadomości o procentach, stosowanie ich w zadaniach dotyczących problematyki codziennego życia, stężeń procentowych, podatku VAT, procentu składanego i procentu prostego
	Działania na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$	2	√ Odróżnianie procentów i punktów procentowych
	Potęga o wykładniku wymiernym	1	
	Obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych	2	
	Powtórzenie wiadomości	1	
	Sprawdzian wiadomości	1	
	Omówienie i poprawa sprawdzianu	1	



Zdania i zbiory (16 godz.)	Zdanie logiczne. Wartość logiczna zdania. Zaprzeczenie zdania.	1	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Ocenianie wartości logicznej zdania ◆ Budowanie zdań w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności ◆ Rozumienie dowodu wprost i nie wprost ◆ Rozumienie analizowanych dowodów ◆ Wykonywanie ćwiczeń na dowodzenie twierdzeń ◆ Poprawne posługiwanie się pojęciami zbiór, element zbioru, podzbiór, dopełnienie ◆ Wyznaczanie sum, różnic, iloczynów danych zbiorów √ Wyznaczanie NWD i NWW √ Zaznaczanie przedziałów na osi liczbowej, wykonywanie działań na przedziałach
	Budowanie zdań: koniunkcja i alternatywa.	1	
	Budowanie zdań: implikacja i równoważność.	1	
	Twierdzenia. Dowodzenie twierdzeń.	2	
	Pojęcie zbioru (zbiory skończone, nieskończone, puste, równe, podzbiory)	1	
	Działania na zbiorach	2	
	Podzbiory zbioru liczb rzeczywistych	1	
	Rozkład liczby naturalnej na czynniki pierwsze. NWD i NWW.	1	
	Oś liczbową. Przedziały.	1	
	Działania na przedziałach	2	
	Powtórzenie wiadomości	1	
	Sprawdzian wiadomości	1	
	Omówienie i poprawa sprawdzianu	1	
Równania i nierówności (23 godz.)	Zapisywanie i przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Wzory skróconego mnożenia	4	<ul style="list-style-type: none"> √ Stosowanie zasady redukcji wyrazów podobnych √ Przekształcanie wyrażeń algebraicznych √ Stosowanie wzorów skróconego mnożenia √ Rozwiązywanie równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą √ Zapisywanie zbioru rozwiązań nierówności w postaci przedziału √ Rozwiązywanie układów równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi √ Wykształcenie umiejętności matematyzacji problemu i stosowanie równań i układów do rozwiązywania zadań tekstowych √ Rozwiązywanie równań i nierówności z wartością bezwzględną √ Zaznaczanie na osi liczbowej zbiorów: $x - a = b, x - a > b, x - a < b$ √ Sprawne rozwiązywanie równań kwadratowych
	Równania liniowe z jedną niewiadomą	2	
	Nierówności liniowe z jedną niewiadomą	2	
	Układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi	2	
	Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań z treścią	3	
	Wartość bezwzględna w równaniach i nierównościach	4	
	Równania kwadratowe	3	
	Powtórzenie wiadomości	1	
	Sprawdzian wiadomości	1	
	Omówienie i poprawa sprawdzianu	1	
Figury geometryczne (19 godz.)	Odcinek, półprosta, kąt, wzajemne położenie prostych	2	<ul style="list-style-type: none"> √ Rozpoznawanie pojęć pierwotnych, definicji, poznanie własności figur √ Obliczanie długości odcinka (odległości punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej) √ Rozpoznawanie różnych rodzajów kątów √ Stosowanie twierdzeń dotyczących własności kątów w trapezach i równoległobokach, √ Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem twierdzenia Pitagorasa √ Obliczanie pól trójkątów √ Stosowanie własności czworokątów w zadaniach
	Kąty (podział kątów)	2	
	Kąty przyległe, wierzchołkowe, odpowiadające, naprzemianległe		
	Kąty w trójkątach i czworokątach	1	
	Trójkąty. Twierdzenie Pitagorasa i tw. odwrotne do tw. Pitagorasa.	3	
	Czworokąty, ich podział i własności	3	
	Wielokąty, wielokąty foremne	1	
	Koła i okręgi. Kąty w kole	2	
	Okręgi i proste	2	



	Powtórzenie wiadomości	1	<ul style="list-style-type: none"> √ Obliczanie pól i obwodów czworokątów ⇒ Zamiana jednostek pola √ Stosowanie wzorów na liczbę przekątnych i sumę miar kątów wewnętrznych n-kąta wypukłego √ Obliczanie pola i obwodu koła √ Obliczanie długości łuku i pola wycinka koła √ Stosowanie twierdzeń dotyczących kątów wpisanych i środkowych oraz twierdzenia dotyczącego kąta między styczną a cięciwą √ Rozstrzyganie, kiedy prosta jest styczna do okręgu, przecina go lub leży poza nim √ Stosowanie twierdzenia o związkach miarowych między odcinkami stycznymi i siecznymi √ Rozstrzyganie, kiedy dwa okręgi są do siebie styczne, przecinają się lub są rozłączne
	Sprawdzian wiadomości	1	
	Omówienie i poprawa sprawdzianu	1	
Funkcje i ich własności (15 godz.)	Pojęcie funkcji, sposoby przedstawiania i zapisywania funkcji	1	<ul style="list-style-type: none"> √ Utrwalenie pojęcia funkcji, poznanie różnych sposobów opisu funkcji, wykształcenie umiejętności opisu przy pomocy funkcji zależności z różnych dziedzin życia. √ Wyznaczanie ważnych dla funkcji punktów √ Szkicowanie wykresów funkcji, spełniających podane warunki √ Wykształcenie umiejętności odczytywania własności funkcji na podstawie jej wykresu √ Sporządzanie wykresów funkcji $y = f(x) + q$, $y = f(x - p)$, $y = f(x - p) + q$, mając dany wykres funkcji $y = f(x)$. √ Określanie sposobu przesunięcia wykresu jednej funkcji tak, aby otrzymać wykres drugiej funkcji
	Wzory i wykresy funkcji	2	
	Podstawowe własności funkcji: dziedzina, przeciwdziedzina, miejsca zerowe, znaki funkcji, monotoniczność, najmniejsza i największa wartość funkcji	3	
	Odczytywanie własności funkcji z wykresu	3	
	Przesuwanie wykresów funkcji	2	
	Zastosowanie funkcji do opisu zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym	1	
	Powtórzenie wiadomości	1	
	Sprawdzian wiadomości	1	
	Omówienie i poprawa sprawdzianu	1	
	Sprawdzian wiedzy i umiejętności uczniów z zakresu materiału matematyki klasy I i omówienie jego wyników	2	



KLASA II

4 GODZINY W TYGODNIU

34 tygodnie

[38 tygodni- 4 tygodnie praktyki zawodowej= 34 tygodnie]

Zaplanowano 136 godzin, w tym 8 godzin do dyspozycji nauczyciela:
(4 godziny · 34 tygodni = 136).

Dział	Jednostka tematyczna	Godz.	Cele kształcenia
	Lekcja organizacyjna. Zapoznanie z programem nauczania matematyki w klasie II technikum. Zapoznanie ze standardami wymagań egzaminu maturalnego z matematyki	1	
Funkcja kwadratowa (34 godz.)	Wykres funkcji $y = ax^2$.	1	√ Rozpoznawanie na podstawie wzoru funkcji kwadratowej
	Przesuwanie paraboli	1	√ Umiejętność przedstawienia trójmianu kwadratowego w postaci iloczynowej i kanonicznej, sprawne przejście z jednej postaci do drugiej
	Postać ogólna i postać kanoniczna funkcji kwadratowej	3	√ Sporządzanie wykresu oraz odczytywanie na jego podstawie własności funkcji kwadratowej
	Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.	2	√ Określenie warunków istnienia miejsc zerowych funkcji kwadratowej
	Wykres funkcji $y = ax^2 + bx + c$ i jej własności	2	√ Wyznaczanie wartości najmniejszej i największej funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
	Najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej	2	√ Sprawne rozwiązywanie równania kwadratowego zupełnego i niezupełnego
	Własności funkcji kwadratowej w zadaniach	2	√ Umiejętność zastosowania równania kwadratowego do rozwiązywania zadań tekstowych
	Równania kwadratowe – powtórzenie z klasy I.	2	√ Rozwiązywanie nierówności kwadratowych
	Nierówności kwadratowe	2	√ Umiejętność rozwiązywania graficznego i algebraicznego układu równań, z których przynajmniej jedno jest stopnia drugiego
	Zastosowanie funkcji kwadratowej	1	
	Zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych	2	
	Wzory Viete'a i ich zastosowanie.	2	
	Równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną	3	
	Równania i nierówności kwadratowe z parametrem.	3	
	Układy równań, z których przynajmniej jedno jest stopnia drugiego.	2	
	Powtórzenie wiadomości	2	
	Sprawdzian wiadomości	1	
Omówienie i poprawa sprawdzianu	1		
Wielomiany (29 godz.)	Określenie wielomianu. Równość wielomianów.	2	√ Wykształcenie umiejętności rozpoznawania wielomianu, jego stopnia
	Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów	2	√ Wykształcenie umiejętności działań na wielomianach
	Dzielenie wielomianów.	2	√ Wykształcenie umiejętności dzielenia wielomianów, zapoznanie się z pojęciem pierwiastków wielomianu
	Schemat Hornera.	1	
	Pierwiastek wielomianu, twierdzenie Bezoute'a	4	
	Rozkład wielomianu na czynniki,	4	√ Umiejętność zastosowania



	obliczanie pierwiastków wielomianu.		twierdzenia Bezoute'a
	Pojęcie funkcji wielomianowej i przykłady szkicowania wykresów niektórych funkcji wielomianowych	2	√ Umiejętność zastosowania twierdzenia o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$
	Równania wielomianowe	3	√ Wykształcenie umiejętności odnajdywania pierwiastków całkowitych i wymiernych
	Nierówności wielomianowe	3	√ Rozkłady wielomianów na czynniki z zastosowaniem różnych metod
	Równania i nierówności wielomianowe z wartością bezwzględną.	3	√ Rozpoznawanie funkcji wielomianowej, podawanie jej przykładów
	Powtórzenie wiadomości	1	√ Rozwiązywanie równań i nierówności wielomianowych
	Sprawdzian wiadomości	1	
	Omówienie i poprawa sprawdzianu	1	
Trygonometria (33 godz.)	Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym	3	√ Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem wiadomości o funkcjach trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym
	Funkcje trygonometryczne kątów 30° , 45° , 60°	2	√ Umiejętne posługiwanie się tablicami wartości funkcji trygonometrycznych
	Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych	4	√ Stosowanie w zadaniach definicji funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta
	Kąt płaski i kąt skierowany. Kąty o miarach dodatnich i ujemnych	1	√ Zamiana miary stopniowej na łukową i odwrotnie
	Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta	2	√ Stosowanie związków między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
	Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta	3	√ Szkicowanie wykresów funkcji trygonometrycznych
	Tożsamości trygonometryczne	2	√ Rozwiązywanie równań trygonometrycznych, np.
	Zastosowanie wzorów na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów w dowodach tożsamości trygonometrycznych	2	$\sin 2x = \frac{1}{2}$, $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.
	Miara łukowa kąta	1	√ Rozwiązywanie nierówności trygonometrycznych typu:
	Funkcje trygonometryczne	1	$\sin x > a$, $\cos x > a$, $\operatorname{tg} x > a$.
	Wykresy funkcji trygonometrycznych	3	
	Równania trygonometryczne	3	
	Nierówności trygonometryczne	3	
	Powtórzenie wiadomości	1	
	Sprawdzian wiadomości	1	
Omówienie i poprawa sprawdzianu	1		
Figury i wektory (29 godz.)	Działania na wektorach	1	√ Wykonywanie działań na wektorach i ich interpretacja geometryczna
	Wektory w układzie współrzędnych	1	√ Szkicowanie wykresów funkcji :
	Działania na wektorach (analitycznie)	3	$y = f(x - a) + b$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = f(x) $ korzystając z wykresu funkcji $y = f(x)$
	Szkicowanie wykresów funkcji : $y = f(x - a) + b$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = f(x) $	3	√ Sporządzanie wykresów funkcji liniowej,
	Równanie prostej na płaszczyźnie, postać kierunkowa (tangens kąta nachylenia prostej do osi x) i ogólna	3	√ Rozpoznawanie różnych równań prostych
	Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty	2	√ Kształtowanie umiejętności wyznaczania równań prostej
	Warunek prostokątności	3	√ Określanie warunków prostokątności i równoległości prostych na



	i równoległości prostych		płaszczyźnie
	Rozwiązywanie zadań z geometrii analitycznej	2	√ Stosowanie własności figur płaskich w kontekście zadań z geometrii analitycznej
	Odległość punktu od prostej	1	
	Odległość dwóch prostych równoległych	1	√ Wyznaczanie odległości punktów na osi i płaszczyźnie, odległość punktu od prostej
	Figury w układzie współrzędnych	2	
	Równanie okręgu, nierówność opisująca koło	2	√ Wyznaczanie równania okręgu spełniającego określone warunki i nierówności opisującej koło
	Proste i okręgi	2	
	Powtórzenie wiadomości	1	√ Wyznaczanie równania stycznych do danych okręgów
	Sprawdzian wiadomości	1	
	Omówienie i poprawa sprawdzianu	1	√ Rozwiązywanie zadań dotyczących wzajemnego położenia prostej i okręgu w ujęciu analitycznym √ Przedstawianie interpretacji geometrycznej układu równań i układu nierówności liniowych
	Sprawdzian wiedzy i umiejętności uczniów z zakresu materiału matematyki klasy II i omówienie jego wyników	2	

KLASA III

3 GODZINY W TYGODNIU

34 tygodnie [38 tygodni- 4 tygodnie praktyki zawodowej= 34 tygodnie]

Zaplanowano 102 godziny, w tym 9 godzin do dyspozycji nauczyciela:
(3godziny · 34tygodnie = 102)

Dział	Jednostka tematyczna	Godz.	Cele kształcenia
	Lekcja organizacyjna. Zapoznanie z programem nauczania matematyki w klasie III technikum. Zapoznanie ze standardami wymagań egzaminu maturalnego z matematyki	1	
Ciągi (23 godz.)	Pojęcie ciągu i jego wykres	1	√ Określanie ciągu i podawanie przykładów ciągów
	Monotoniczność ciągu	3	
	Badanie monotoniczności ciągów określonych rekurencyjnie	1	√ Obliczanie kolejnych wyrazów ciągu √ Stosowanie algorytmu wyznaczania n-tego wyrazu ciągu
	Ciąg arytmetyczny	4	
	Ciąg geometryczny	4	√ Sporządzanie wykresu ciągu
	Zastosowanie własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach	4	√ Badanie monotoniczności ciągu √ Badanie, czy dany ciąg jest arytmetyczny, czy geometryczny
	Procent prosty i procent składany	3	√ Obliczanie wyrazu ogólnego i sumy kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego
	Powtórzenie wiadomości	1	
	Sprawdzian wiadomości	1	
	Omówienie i poprawa sprawdzianu	1	√ Stosowanie własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach tekstowych √ Obliczanie procentu prostego i składanego, obliczanie oprocentowania lokat i kredytów bankowych



Funkcja wykładnicza i logarytmiczna (16 godz.)	Powtórzenie wiadomości o potęgach	3	<ul style="list-style-type: none"> √ Obliczanie potęgi o wykładnikach wymiernych √ Wykonywanie działań łącznych na potęgach o wykładniku wymiernym √ Sporządzanie wykresu i określanie własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej √ Odczytywanie z wykresu własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej √ Wykazywanie się znajomością pojęcia logarytmu i jego własności √ Stosowanie twierdzenia o logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu i logarytmie potęgi o wykładniku naturalnym
	Logarytmy	2	
	Własności logarytmów	3	
	Funkcje wykładnicze	3	
	Funkcje logarytmiczne	2	
	Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem wiadomości o funkcji logarytmicznej i wykładniczej	1	
	Sprawdzian wiadomości	1	
	Omówienie i poprawa sprawdzianu	1	
Figury podobne (17 godz.)	Okrąg wpisany w czworokąt (czworokąt opisany na okręgu)	1	<ul style="list-style-type: none"> √ Umiejętność sformułowania warunku wpisania okręgu w czworokąt, stosowanie tego warunku w zadaniach √ Umiejętność sformułowania warunku opisania okręgu na czworokącie, stosowanie tego warunku w zadaniach √ Stosowanie warunku wpisania czworokąta w okrąg i opisania czworokąta na okręgu w zadaniach √ Stosowanie twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów w zadaniach tekstowych √ Wykazywanie się znajomością pojęcia jednokładności i własności figur jednokładnych √ Stosowanie twierdzenia Talesa do obliczania długości odcinka, gdy dane są pozostałe długości odcinków √ Stosować twierdzenie Talesa do rozwiązywania zadań realistycznych √ Wykorzystywanie własności figur podobnych w zadaniach tekstowych √ Wypisywanie proporcji długości odcinków wynikające z podobieństwa trójkątów
	Okrąg opisany na czworokącie (czworokąt wpisany w okrąg)	1	
	Rozwiązywanie zadań- okrąg wpisany i opisany na czworokącie	2	
	Twierdzenie sinusów	2	
	Twierdzenie cosinusów	2	
	Zastosowanie twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów w zadaniach	2	
	Jednokładność	1	
	Pojęcie podobieństwa i figur podobnych. Cechy podobieństwa trójkątów	2	
	Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa	2	
	Poła figur podobnych	1	
	Sprawdzian wiadomości	1	
Statystyka (9 godz.)	Podstawowe pojęcia statystyki	1	<ul style="list-style-type: none"> √ Odczytywanie danych z diagramów i wykresów √ Tworzenie diagramów i wykresów √ Obliczanie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany, dominanty i odchylenia standardowego
	Prezentacje danych statystycznych (odczytywanie i zapisywanie danych w tabelach i diagramach)	2	
	Średnia arytmetyczna, mediana, dominanta	2	
	Średnia ważona	1	
	Odchylenie standardowe	1	
	Sprawdzian wiadomości	1	
	Omówienie i poprawa sprawdzianu	1	



Stereometria (25 godz.)	Wielościany, wielościany foremne	2	√ Podawanie jednostek pola i objętości ⇒ Zamiana jednostek pola i objętości √ Analiza treści zadania, zapisanie warunków i zależności między obiektami √ Obliczanie pola powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów √ Stosowanie funkcji trygonometrycznych w obliczaniu pól powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów √ Obliczanie pola powierzchni i objętości walca, stożka i kuli √ Stosować funkcji trygonometrycznych w obliczaniu pól powierzchni i objętości brył obrotowych √ Wyznaczanie przekrojów wielościanów płaszczyzną i obliczanie ich pól.
	Wzajemne położenie krawędzi i ścian brył. Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych	2	
	Jednostki pola i objętości – zamiana jednostek.	1	
	Graniastosłupy	1	
	Pole powierzchni i objętość graniastosłupa.	3	
	Ostrosłupy	1	
	Pole powierzchni i objętość ostrosłupa.	3	
	Pole powierzchni i objętość walca.	2	
	Pole powierzchni i objętość stożka.	2	
	Pole powierzchni i objętość kuli	1	
	Stosunek objętości figur podobnych	1	
	Obliczanie pól przekrojów brył.	3	
	Sprawdzian wiadomości	2	
	Omówienie i poprawa sprawdzianu	1	
	Sprawdzian wiedzy i umiejętności uczniów z zakresu materiału matematyki klasy III i omówienie jego wyników	2	

KLASA IV

4 GODZINY W TYGODNIU

29 tygodni

Zaplanowano 116 godzin, w tym 8 godzin do dyspozycji nauczyciela:
(4godziny · 29tygodni = 116).

Dział	Jednostka tematyczna	Godz.	Cele kształcenia
	Lekcja organizacyjna. Zapoznanie z programem nauczania matematyki w klasie IV technikum. PSO oraz BHP pracowni matematycznej. Zapoznanie ze standardami wymagań maturalnych	1	
Wyrażenia wymierne (18 godz.)	Wyrażenia wymierne	1	√ Wykonywanie działań na wyrażeniach wymiernych √ Sporządzanie wykresów funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ √ Rozwiązywanie prostych równań i nierówności wymiernych √ Rozwiązywanie równań i nierówności wymiernych z wartością bezwzględną √ Rozwiązywanie zadań prowadzących do prostych równań wymiernych
	Działania na wyrażeniach wymiernych	4	
	Funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$.	2	
	Równania wymierne	3	
	Równania wymierne z wartością bezwzględną	1	
	Nierówności wymierne	3	
	Nierówności wymierne z wartością bezwzględną	1	
	Powtórzenie wiadomości	1	
	Sprawdzian wiadomości	1	
	Omówienie i poprawa sprawdzianu	1	



Kombinatoryka (10 godz.)	Silnia. Symbol Newtona.	1	$\sqrt{\text{Obliczanie } n! \text{ oraz } \binom{n}{k}}$ $\sqrt{\text{Rozpoznawanie permutacji, kombinacji i wariacji oraz obliczanie ich liczby}}$ $\sqrt{\text{Stosowanie zasady mnożenia w prostych sytuacjach kombinatorycznych}}$
	Zasada mnożenia	2	
	Permutacje	1	
	Kombinacje	1	
	Wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń	2	
	Kombinatoryka- rozwiązywanie zadań	1	
	Sprawdzian wiadomości	1	
	Omówienie i poprawa sprawdzianu	1	
Rachunek prawdopodobieństwa (16 godz.)	Doświadczenie losowe, częstość zdarzeń. Zbiór zdarzeń elementarnych	2	$\sqrt{\text{Wyznaczanie skończonego zbioru zdarzeń elementarnych danego eksperymentu losowego}}$ $\sqrt{\text{Wykonywanie działań na zdarzeniach}}$ $\sqrt{\text{Podawanie liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu}}$ $\sqrt{\text{Stosowanie klasycznej definicji prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń}}$ $\sqrt{\text{Zilustrowanie problemu przedstawionego w zadaniu za pomocą drzewa}}$
	Działania na zdarzeniach	2	
	Ogólna definicja prawdopodobieństwa i jej własności	2	
	Klasyczna definicja prawdopodobieństwa i jej własności	1	
	Obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń	4	
	Obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń za pomocą drzewa	2	
	Powtórzenie wiadomości	1	
	Sprawdzian wiadomości	1	
Omówienie i poprawa sprawdzianu	1		
Granice funkcji (11 godz.)	Granica funkcji w punkcie	2	<ul style="list-style-type: none"> ● Określanie granic funkcji na podstawie jej wykresu ● Wyznaczanie granic jednostronnych ● Wyznaczanie granicy niewłaściwej funkcji w punkcie ● Obliczanie granic funkcji w nieskończoności ● Obliczanie granic funkcji, gdy mamy do czynienia z symbolami nieoznaczonymi
	Granice jednostronne	1	
	Twierdzenia o granicy funkcji w punkcie	1	
	Obliczanie granic funkcji w punkcie	1	
	Granica niewłaściwa funkcji w punkcie	1	
	Granica funkcji w nieskończoności	1	
	Obliczanie granic funkcji	2	
	Sprawdzian wiadomości	1	
Omówienie i poprawa sprawdzianu	1		



Pochodne funkcji (14 godz.)	Iloraz różnicowy i jego interpretacja geometryczna	1	<ul style="list-style-type: none"> ● Obliczanie pochodnych funkcji wielomianowych i wymiernych ● Określanie monotoniczności funkcji na podstawie jej pochodnej ● Stosowanie warunku koniecznego i wystarczającego do wyznaczania ekstremum funkcji ● Rozwiązywanie problemów podanych w zadaniach przy użyciu pochodnej funkcji ● Rozwiązywanie zadań optymalizacyjnych
	Pochodna funkcji w punkcie	1	
	Wzory i twierdzenia dotyczące pochodnych funkcji	1	
	Obliczanie pochodnych funkcji	2	
	Monotoniczność funkcji	2	
	Ekstrema funkcji	2	
	Zastosowanie pochodnej funkcji do rozwiązywania problemów praktycznych	2	
	Powtórzenie wiadomości	1	
	Sprawdzian wiadomości	1	
	Omówienie i poprawa sprawdzianu	1	
Powtórzenie wiadomości (38 godz.)	Liczby i zbiory	2	√ Powtarzanie materiału pod kątem standardów i wymagań maturalnych
	Obliczenia procentowe	1	
	Obliczenia procentowe w zadaniach tekstowych	1	
	Funkcje i ich własności	1	
	Funkcja liniowa	1	
	Równania i układy równań w zadaniach tekstowych	1	
	Funkcja kwadratowa	2	
	Wielomiany	1	
	Funkcja wymierna	1	
	Ciąg arytmetyczny i geometryczny	2	
	Funkcje wykładnicze i logarytmiczne	2	
	Funkcje trygonometryczne	1	
	Wielokąty i ich własności	2	
	Równanie prostej na płaszczyźnie. Warunek równoległości i prostopadłości prostych. Odległość punktu od prostej	2	
	Rozwiązywanie zadań z geometrii analitycznej	1	
	Rozwiązywanie zadań z planimetrii	2	
	Rozwiązywanie zadań ze stereometrii	2	
	Rachunek prawdopodobieństwa	1	
	Statystyka	1	
	Rozwiązywanie przykładowych arkuszy maturalnych z matematyki	6	

5 Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych

Zadaniem szkoły na płaszczyźnie nauczania matematyki jest wspieranie ucznia w samodzielnym zdobywaniu wiedzy, w projektowaniu i wykonywaniu obliczeń, kształceniu logicznego myślenia, operowaniu obiektami abstrakcyjnymi oraz w stosowaniu matematyki do rozwiązywania problemów praktycznych.

Ponieważ do Technikum przychodzą uczniowie z różnych gimnazjów, bardzo ważne jest rozpoznanie przez nas poziomu ich wiedzy i umiejętności oraz stworzenie takich warunków pracy, aby umożliwić im nadrobienie ewentualnych braków edukacyjnych.

Rola nauczyciela sprowadza się w większości do sterowania umiejętnym zdobywaniem przez uczniów wiedzy matematycznej. W procesie tym zadania szkoły realizujemy poprzez stosowanie następujących metod i form pracy na lekcji:

- krótki wykład (czas: 15-20 minut),
- aktywna praca z tekstem matematycznym, czytanie go ze zrozumieniem,
- dyskusja; argumentowanie, wnioskowanie, podawanie przykładów, kontrprzykładów,
- „burza mózgów” (wspólne rozwiązywanie problemów),
- praca w grupach,
- gry dydaktyczne jako nauczanie matematyki przez zabawę.

Lekcje powtórzeniowo-utrwalające można prowadzić w formie teleturnieju drużynowego z zastosowaniem technologii multimedialnej. Klasa zostaje podzielona na poprzedniej lekcji na grupy 5-osobowe, każda drużyna wybiera kapitana. Poszczególne drużyny otrzymują karty do prezentowania rozwiązań oraz tablice matematyczne. Konkurs prowadzi nauczyciel.

Następnie zostają omówione zasady konkursu, który został podzielony na cztery etapy.

Etap I składa się z 10 pytań krótkiej odpowiedzi ustnej. Jeżeli drużyna odpowie poprawnie na pytanie otrzyma 1 punkt, jeżeli udzieli błędnej odpowiedzi lub nie udzieli odpowiedzi w ogóle pytanie przechodzi na następną drużynę. Za próby kontaktu między drużynami można otrzymać punkty ujemne.

Etap II składa się z 3 zadań krótkiej odpowiedzi pisemnej. Uczniowie wykonują kolejno prezentowane zadania, za których rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 2 punkty. Rozwiązania prezentują na kartach odpowiedzi. Następnie nauczyciel sprawdza i przydziela punkty. Na rozwiązanie każdego zadania uczniowie mają ok. 9 minut.

Etap III składa się z 1 zadania za 3 punkty. Rozwiązuje je kapitan drużyny na karcie odpowiedzi, członkowie mogą pomagać. Następnie nauczyciel przyznaje punkty. Na rozwiązanie tego zadania drużyna ma ok. 6 minut.

Etap IV składał się z jednego zadania, na które grupa odpowiadała ustnie. Za poprawną odpowiedź uzyskuje 1 punkt.

Konkurs prowadzi nauczyciel korzystając z przygotowanej wcześniej prezentacji multimedialnej dotyczącej treści, zagadnień i zadań dotyczących przerobionej partii materiału. Kolejne zadania są wyświetlane dla uczniów na ekranie telewizora, który jest podłączony z komputerem i rozwiązywane zgodnie z ustaleniami.



Na bieżąco na tablicy jest uzupełniana przez nauczyciela tabela wyników:

Etapy	Grupa czerwonych	Grupa zielonych	Grupa żółtych	Grupa niebieskich	Grupa pomarańczowych
I					
II					
III					
IV					
Razem					

Po zakończonym konkursie podsumowuje się wyniki i nagrodzona najlepszych:

I miejsce: członkowie grupy otrzymują ocenę **bdb**

II miejsce: członkowie grupy otrzymują ++

III miejsce: członkowie grupy otrzymują +

Następnie podsumowuje się wyniki konkursu i formułuje wnioski.

Uczniowie otrzymują zadanie domowe przygotowane na bazie zadań konkursowych.

Taka forma zajęć wpływa aktywizująco na wszystkich uczniów, kształci umiejętność współpracy oraz rywalizacji, a także zmniejsza poziom stresu w porównaniu z lekcjami powtórzeniowymi, na których uczniowi są odpytywani przy tablicy.

W dzisiejszych czasach nieodzownym elementem życia, a także procesu nauczania i uczenia się jest właśnie korzystanie z technologii informatycznej. Dlatego w miarę możliwości i warunków należy wykorzystywać na lekcjach matematyki komputer, Internet, tablicę interaktywną, programy komputerowe oraz płyty DVD z prezentacjami multimedialnymi dotyczące realizowanych treści matematycznych.

Ucząc matematyki musimy pamiętać, aby dobierane przez nas metody rozwijały zainteresowania matematyczne uczniów i kształciły zamierzone przez nas umiejętności.

Realizując treści programowe musimy pamiętać o następujących zasadach:

- zasada stopniowania trudności: rozwiązywanie zadań na lekcji zaczynamy od najprostszych, a następnie stopniowo przechodzimy do trudniejszych,
- zasada pogłębliwości: korzystamy z komputera, Internetu, telewizora, modeli brył, plansz, tablic matematycznych, informatorów maturalnych,
- zasada problemowości: rozwiązujemy problemy w zadaniach otwartych,
- zasada trwałości wiedzy: nawiązywanie do znanych wzorów, pojęć, wcześniejszych tematów, powtarzanie i utrwalanie materiału.

Pracując z uczniami musimy kierować ich pracą tak, aby samodzielnie zdobywali wiedzę, odkrywali i formułowali nowe wnioski, dostrzegali związki między obiektami matematycznymi oraz widzieli zastosowania matematyki w otaczającym nas świecie.

6 Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycje metod ich oceny

W rozdziale tym uwzględniono podział umiejętności pomiędzy klasy oraz klasyfikacje ich przyjętą we wcześniejszych rozdziałach, a mianowicie;

- √ znajduje się w Podstawie programowej, Standardach wymagań maturalnych z matematyki i MKKE oraz jest istotny dla kształcenia w zawodzie,
 - ◆ nie występuje w Podstawie programowej, Standardach wymagań maturalnych z matematyki, ale jest ważny dla MKKE;
 - nie występuje w Podstawie programowej, Standardach wymagań maturalnych z matematyki, ale jest ważny dla kształcenia w zawodzie;
- ⇒ występuje w Podstawie programowej dla wcześniejszych etapów kształcenia, ale jest ważny dla MKKE i kształcenia w zawodzie.

WYMAGANIA	KLASA			
	I	II	III	IV
LICZBY RZECZYWISTE				
Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none"> • podać przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych, • zamieniać skończone rozwinięcie na ułamek zwykły i odwrotnie, • wyznaczać rozwinięcia dziesiętne liczb, • wykonywać działania w zbiorze R, w tym na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$, • usuwać niewymierność z mianownika ułamka, • stosować kolejność wykonywania działań do obliczania wartości wyrażeń arytmetycznych, • rozkładać liczby naturalne na czynniki pierwsze, odróżniać liczby pierwsze od złożonych, • stosować cechy podzielności liczb, • wyznaczać NWD i NWW, • zamieniać jednostki, • znaleźć wartość bezwzględną liczby, • wykonywać obliczenia procentowe, • odróżniać procenty i punkty procentowe, • rozwiązywać zadania z procentami dotyczące płac, cen, podatków, stężeń procentowych roztworów i innych, także z wykorzystaniem równań i układów równań, • wykonywać działania na potęgach, • obliczać potęgi o wykładnikach wymiernych i pierwiastki, • wykonywać działania na pierwiastkach, • zapisywać liczby w postaci notacji wykładniczej, • wyznaczać przybliżenia dziesiętne liczb i błędy przybliżenia, • obliczać wartość logarytmu, • stosować wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym. 	√ √ √ √ √ √ √ √ √ √ ⇒ √ √ √ √ √ √ √ √ √ √ √ √ √			



LOGIKA I ZBIORY				
<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • oceniać wartości logiczne zdania, • budować zdania złożone w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności, • analizować ze zrozumieniem dowód wprost i nie wprost, • wykonać prosty dowód, • posługiwać się pojęciami: zbiór, element zbioru, podzbiór, dopełnienie zbioru, suma i część wspólna zbiorów, • zapisywać i zaznaczać przedziały na osi liczbowej, • wyznaczać sumę i iloczyn przedziałów liczbowych i zaznaczać je na osi liczbowej. 	♦ ♦ ♦ ♦ ♦	√ √		
WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE				
<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • obliczać wartość liczbową wyrażenia algebraicznego, • wykonywać działania na wyrażeniach algebraicznych, w tym stosować wzory skróconego mnożenia: $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $a^2 - b^2$, $a^3 - b^3$, $a^3 + b^3$, $(a-1)(1+a+\dots+a^{n-1}) = a^n - 1$. • podawać przykłady wielomianów, określać ich stopień i porządkować je, • określać warunki równości wielomianów sprawdzając je, • dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany, • dzielić wielomiany z resztą przez dwumian $x - a$, • stosować twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$, • rozkładać wielomian na czynniki przez wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias, grupowanie wyrazów z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia, stosując twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych, • wyznaczać dziedzinę wyrażenia wymiernego, • obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego, • dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne • skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne. 	√ √	√ √ √ √ √ √	√	√ √ √ √
RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI				
<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać równania i nierówności liniowe oraz układy równań, • stwierdzać, czy równanie liniowe ma jedno rozwiązanie, jest sprzeczne, czy tożsamościowe, • rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań, nierówności i układów równań, • zaznaczać na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności, • rozwiązywać równania kwadratowe zupełne i niezupełne, • rozwiązywać nierówności kwadratowe i zapisywać rozwiązanie w postaci przedziału lub sumy przedziałów, • rozwiązywać problemy praktyczne i teoretyczne, których rozwiązanie prowadzi do rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych, • rozwiązywać układy równań, prowadzące do równań kwadratowych, • stosować wzory Viete'a, • rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z parametrem, • rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe, • rozwiązywać równania i nierówności wymierne typu: $\frac{x+1}{x+3} = 2$, • $\frac{x+1}{x} = 2x$, $\frac{x+1}{x+3} > 2$, $\frac{x+1}{x} < 3$, • rozwiązywać zadania prowadzące do prostych równań wymiernych, 	√ √ √ √ √	√ √ √ √ √ √ √ √ √ √ √	√	√



<ul style="list-style-type: none"> wskazywać kąty dwuścienne między ścianami w ostrosłupie i graniastosłupie, wskazywać kąty nachylenia krawędzi i ścian ostrosłupów do podstawy, zamieniać jednostki pola i objętości, wskazywać i obliczać kąty między odcinkami takimi, jak krawędzi, wysokości, przekątne brył, wyznaczać przekroje wielościanów płaszczyzną, wyznaczać związki miarowe w graniastosłupach, ostrosłupach i bryłach obrotowych, również z zastosowaniem trygonometrii, obliczać pola i objętości graniastosłupów, ostrosłupów i brył obrotowych, obliczać pola przekrojów graniastosłupów, ostrosłupów i brył obrotowych. 			<ul style="list-style-type: none"> ✓ ⇒ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ 	
ELEMENTY STATYSTYKI OPISOWEJ				
<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> odczytywać informacje z tabel, wykresów, diagramów kołowych i słupkowych, tworzyć diagramy kołowe i słupkowe dla danych empirycznych, porządkować, klasyfikować i prezentować dane, obliczać oraz interpretować średnią arytmetyczną, medianę, dominantę, wariancję i odchylenie standardowe, opracować postawiony przez siebie problem statystyczny. 			<ul style="list-style-type: none"> ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ 	
PRAWDOPODOBIENSTWO I KOMBINATORYKA				
<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> obliczyć wartość $n!$ oraz $\binom{n}{k}$, obliczać liczbę możliwości z zasady mnożenia, rozpoznawać permutacje, wariacje, kombinacje oraz obliczać ich liczbę, wyznaczać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego i podawać ich liczbę, wykonywać działania na zdarzeniach, określać, czy zdarzenie jest niemożliwe, pewne, czy przeciwne do danego zdarzenia, obliczać prawdopodobieństwo zdarzeń stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa, wykorzystywać kombinatorykę do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń, sporządzać drzewo danego doświadczenia losowego i obliczać na jego podstawie prawdopodobieństwo zdarzeń losowych. 			<ul style="list-style-type: none"> ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ 	
GRANICE FUNKCJI				
<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> odczytywać granice funkcji z jej wykresu, obliczać granice jednostronne i dwustronne funkcji w punkcie, obliczać granicę niewłaściwą funkcji w punkcie, obliczać granice funkcji w nieskończoności, obliczać granice funkcji, gdy mamy do czynienia z symbolami nieoznaczonymi. 			<ul style="list-style-type: none"> • • • • • 	
POCHODNE FUNKCJI				
<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> obliczać pochodne funkcji wielomianowych i wymiernych, określać monotoniczność funkcji na podstawie jej pochodnej, stosować warunek konieczny i wystarczający do wyznaczania ekstremum funkcji, rozwiązywać zadania optymalizacyjne. 			<ul style="list-style-type: none"> • • • • 	

Proces oceniania postępów uczniów jest jednym z aspektów funkcjonowania szkoły. Aby proces ten był twórczy oraz aktywizujący dla uczniów, musi być sprawiedliwy i ocenie muszą podlegać różne formy aktywności uczniów, do których zaliczamy;

- **sprawdziany** (całogodzinne): zapowiadane prace pisemne przeprowadzane po każdym zrealizowanym dziale w formie przygotowującej uczniów do obowiązkowej matury z matematyki, czyli zawierające zadania zamknięte oraz zadania otwarte krótkiej i rozszerzonej odpowiedzi pisemnej,
- **kartkówki** (15-20 minut): zapowiadane lub nie zapowiadane prace pisemne sprawdzające wiadomości z niewielkiej ilości materiału (2-3 ostatnie lekcje), mogą być w formie testowej lub zadań otwartych,
- **odpowiedzi ustne**: forma kształtująca umiejętność argumentowania, prezentowania rozwiązań danego problemu, sprawdzająca posługiwanie się językiem i symboliką matematyki, sprawdzająca opanowanie materiału z 2-3 ostatnich lekcji,
- **prace domowe obowiązkowe i dodatkowe**: umożliwiają sprawdzenie poziomu opanowania zdobytej na lekcjach wiedzy i umiejętności,
- **aktywność na lekcji**: forma pozwalająca oceniać zaangażowanie uczniów w proces uczenia się, sprawność rozwiązywania problemów umiejętność przyswajania treści matematycznych.

Aby trafnie ocenić ucznia musimy gromadzić informacje we wszystkich obszarach aktywności. Oceniamy wiedzę, ale przede wszystkim umiejętności i postawy uczniów. Oceniamy umiejętności zastosowania przez uczniów zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań praktycznych i teoretycznych oraz premiuje postawy uczniów charakteryzujące się poszukiwaniem rozwiązań nietypowych, umiejętnością argumentowania i uzasadniania.

Dokładne kryteria oceniania znajdują się w Przedmiotowym Systemie Oceniania z Matematyki w ZS Nr2 w Stalowej Woli.

Niżej przedstawiono umiejętności na poszczególne stopnie szkolne:

Stopień niedostateczny:

Uczeń nie spełnia podanych niżej kryteriów ocen pozytywnych.

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady,
- rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji,
- rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami,
- potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania,
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady,
- podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego,



- wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia,
- zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania,
- sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach,
- korzysta z kalkulatora,
- zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych,
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych,
- naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji,
- samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne,
- sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady,
- zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować,
- intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą,
- wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia,
- zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych,
- rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania,
- rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów,
- ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi,
- posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji,
- samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego,
- przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki,
- potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie,
- korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy),
- stosuje nowe twierdzenia,
- ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia),
- zna dowody twierdzeń objętych programem,
- rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody,
- skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania,
- analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań,
- rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych.

Stopień celujący:

Uczeń:

- analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji,
- zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu,
- potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia,
- zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć,
- buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych,
- stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych,
- poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania,
- uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu wojewódzkim.

7 Oprzyrządowanie programu

Do niniejszego programu autorskiego skierowanego na rozwój matematycznych kompetencji kluczowych uczniów oraz zastosowania matematyki w przedmiotach zawodowych w Technikum wybrano pakiet podręczników Gdańskiego Wydawnictwa Oświatowego *„Matematyka z plusem*”, w skład którego wchodzi:

- Podręcznik. Zakres podstawowy z rozszerzeniem.
- Zbiór zadań.
- Ćwiczenia.
- Podręcznik. Wersja dla nauczyciela. Część 1 i 2.
- Sprawdziany (dla nauczyciela).

Wybór tego wydawnictwa był spowodowany wcześniejszymi doświadczeniami w pracy, zarówno w gimnazjum jak i szkole ponadgimnazjalnej, z podręcznikami GWO. Podręczniki tego wydawnictwa na bieżąco są aktualizowane pod kątem zmian w Podstawie programowej matematyki oraz w Standardach wymagań egzaminacyjnych matury z matematyki. Zadania zamieszczone w podręczniku, zbiorze zadań oraz ćwiczeniach są tak dobrane, aby umożliwić efektywną pracę uczniom o różnym poziomie umiejętności matematycznych oraz zdobywanie wiedzy poprzez rozwiązywanie ciekawych problemów, także praktycznych.

Bardzo ważnym narzędziem w realizacji tego programu jest komputer z odpowiednim oprogramowaniem mającym zastosowanie na lekcjach matematyki oraz pakiet filmów DVD dotyczących treści matematycznych realizowanych w ramach tego programu.

W kształceniu wyobraźni przestrzennej wykorzystuje się m.in. modele brył, a w nauce wzorów plansze z wzorami matematycznymi.

8 Projekt ewaluacji programu

Ewaluacja programu składa się z trzech części:

- refleksyjnej (przed rozpoczęciem realizacji),
- kształtującej (w trakcie realizacji programu),
- podsumowującej (na koniec realizacji programu oraz po pewnym czasie od realizacji programu).

Do opisu projektu ewaluacji programu zastosujemy następującą tabelę:

ETAP EWALUACJI	OBIEKT EWALUACJI	PYTANIA KLUCZOWE (BADAWCZE)	KRYTERIA EWALUACJI	METODY BADAWCZE	PRÓBA BADAWCZA	PREZENTACJA DANYCH
Przed rozpoczęciem realizacji programu	Projekt autorskiego programu nauczania	1. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia zasoby realizatora?	Co najmniej 50% wg arkusza oceny	Analiza: -wyników diagnozy implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście oświaty oraz rynku pracy w woj. Podkarpackim, -wyników naboru uczniów do Technikum w ZS Nr2 w Stalowej Woli w ciągu 5 ostatnich lat, -danych z arkusza oceny programu	Zespół Szkół Nr 2 w Stalowej Woli	Raport ewaluacyjny
		2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców?	Co najmniej 50% wg arkusza oceny			
		3. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania MKKE?	Co najmniej 50% wg arkusza oceny			
		4. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie?	Co najmniej 50% wg arkusza oceny			
		5. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności?	Tak			
		6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu oceny programu?	Co najmniej 50% wg arkusza oceny			



W czasie realizacji programu	Skuteczność programu	1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu?	Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas	Analiza dokumentów		Raport ewaluacyjny
		2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy dydaktycznych	Analiza dokumentów		Raport ewaluacyjny
		3. Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły?	Wzrost o 20% liczby hospitacji dyrektora, udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym	Analiza dokumentów, m.in. monitoringu		Raport ewaluacyjny
		4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	Przewaga metod aktywizujących nad podającymi	Analiza dokumentów, obserwacja		Raport ewaluacyjny
		5. Jaki poziom wiedzy i umiejętności matematycznych w zakresie MKKE prezentują uczniowie rozpoczynający naukę, a w jakim stopniu wzrasta ich poziom w tym kierunku po I i II roku nauki?	Wzrost o min. 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE	Pomiar dydaktyczny „na wejściu” oraz pod koniec I i II klasy	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny
W czasie realizacji programu	Skuteczność programu					



Na koniec realizacji projektu	Skuteczność programu	6. W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?	Wzrost o min. 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE	Pomiar dydaktyczny „na wyjściu” pod koniec klasy III	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny Promocja projektu. Promocja szkoły w środowisku.
		7. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu?	Co najmniej przeciętne wyniki przeprowadzonej ankiety.	Ankietowa nie uczniów.	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny Promocja projektu.
Po pewnym czasie od realizacji projektu	Skuteczność programu	8. Na ile trwale są zmiany w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?	Wzrost minimum o 20% średniego wyniku matury z matematyki	Analiza dokumentów (z wynikami egzaminu maturalnego)	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny Promocja projektu. Promocja szkoły w środowisku.

Bibliografia

- [1] Cewe A., Krawczyk M., Kruk M., Nahorska H., Pancer I., Ropela R., Program nauczania: liceum ogólnokształcące, liceum profilowane, technikum, *Matematyka w otaczającym nas świecie*. Wydawnictwo PODKOWA, Gdańsk 2008.
- [2] Cewe A., Krawczyk M., Kruk M., Nahorska H., Program nauczania matematyki dla absolwentów ZSZ, *Matematyka w otaczającym nas świecie*. Wydawnictwo PODKOWA, Gdańsk 2008.
- [3] Dobrowolska M., *Informator dla nauczycieli. Matematyka*, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2002.
- [4] Figura D., Sawicka-Patrzałek U., Plan nauczania matematyki w klasie I liceum i technikum do programu *Matematyka z plusem*, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2002.
- [5] Figura D., Sawicka-Patrzałek U., Plan nauczania matematyki w klasie II liceum i technikum do programu *Matematyka z plusem*, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2002.
- [6] Figura D., Sawicka-Patrzałek U., Plan nauczania matematyki w klasie III liceum i technikum do programu *Matematyka z plusem*, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2002.
- [7] Jankowska M., Trzeciak M., *Matematyka. Klasa 1. Poradnik dla nauczyciela i program nauczania w liceum ogólnokształcącym, liceum profilowanym i technikum*, Wydawnictwo Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 2002.
- [8] Jakubas E., Nodzyński P., Szuty J., Program nauczania – zakres podstawowy. *Matematyka przyjemna i pożyteczna*, Wydawnictwo Szkolne PWN, Warszawa 2002.
- [9] Kalina R., Szamański T., Wodniak M., Program nauczania matematyki w liceum ogólnokształcącym (podstawowy i rozszerzony), profilowanym, technikum. *Matematyka z sensem*, Wydawnictwo sens, Poznań 2002.
- [10] Kłaczek K., Kurczab M., Świda E., *Program nauczania. Matematyka dla gimnazjalistów*, Oficyna Edukacyjna * Krzysztof Pazdro, Warszawa 1999.
- [11] Sobczak M.: *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie, Lublin 2009.



Autor

Joanna Kuziora

MATEMATYKA
zakres podstawowy

**AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH**

**Technikum w Zespole Szkół Nr 4
im. Płk Stanisława Dąbka
w Stalowej Woli
Dla Zawodu: Technik Mechanik**

*Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Informacja o autorze programu	5
Wstęp	5
Uwarunkowania realizacji programu	6
1. Cele ogólne programu	9
2. Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania	10
3. Materiał nauczania	16
4. Uszczegółowiony materiał nauczania	17
5. Procedury osiągania szczegółowych celów edukacyjnych	22
6. Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycja ich oceny	23
7. Oprzyrządowanie programu	31
8. Projekt ewaluacji programu	32
Bibliografia	35



Informacja o autorze programu

Pracuję od 2000 roku w Zespole Szkół Nr 4 im. płk Stanisława Dąbka w Stalowej Woli, jako nauczyciel matematyki i przedmiotów informatycznych. W 2008 roku uzyskałam stopień awansu nauczyciela dyplomowanego, współpracuję z nauczycielami matematyki i innych przedmiotów ścisłych ZS Nr 4 pełniąc funkcje przewodniczącej Komisji Przedmiotów Ścisłych. Jestem czynnym egzaminatorem egzaminu maturalnego z matematyki, uczestnicząc w ocenianiu prac maturalnych arkusza AI (2005) i arkusza AII (2006, 2007, 2008, 2009). Otrzymałam wpis do ewidencji egzaminatorów Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej w Krakowie jako egzaminator egzaminu z zakresu przedmiotów matematyczno-przyrodniczych w gimnazjum. Jestem współautorem dydaktycznej obudowy zestawu do nauki matematyki dla szkół gimnazjalnych wydawnictwa OPERON.

Wstęp

W 2009 roku szkoła w której pracuję przystąpiła do programu „SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI”. Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej i ma za zadanie:

- umożliwić kształcenie kluczowych kompetencji,
- uwzględnić potrzebę kształcenia w zawodzie,
- przygotować uczniów objętych programem do egzaminu maturalnego.

Wśród kluczowych kompetencji zdefiniowanych przez Parlament Europejski nieprzypadkowo znalazła się matematyka. Jako „królowa nauk” powraca do kanonu obowiązkowych przedmiotów maturalnych i jest tym przedmiotem, bez którego nie da się kształcić młodzieży na uczelniach technicznych. Badania dydaktyczne permanentnie informują nas o niskim poziomie osiągnięć matematycznych uczniów oraz o przekonaniu, że matematyka jest przedmiotem dla szczególnie uzdolnionych uczniów. Wejście do Unii Europejskiej i rozwój techniki wymagają zaś znajomości tego przedmiotu od każdego obywatela.

Jako nauczyciel matematyki podjęłam się napisania autorskiego programu kształtowania kompetencji kluczowych w technikum mechanicznym w Zespole Szkół Nr 4 im. płk Stanisława Dąbka w Stalowej Woli, który oparty jest na:

- Podstawie programowej matematyki dla liceum i technikum (zakres rozszerzony), podpisanej przez ministra Edukacji Narodowej dnia 23 sierpnia 2007r.
- Standardach wymagań maturalnych z matematyki –matura 2010,
- kompetencjach matematycznych określonych w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” (oznaczanych dalej MKKE).

W założeniach programu wzięto pod uwagę fakt, że klasa technik mechanicznych gromadzi w naszej szkole młodzież ze średnią liczbą punktów, ustalonych za wyniki egzaminu gimnazjalnego i oceny na świadectwie. Z roku na rok zauważa się u uczniów przychodzących do naszej szkoły coraz większe problemy z podstawowymi umiejętnościami matematycznymi. Trudność sprawia im sprawne wykonywanie obliczeń i opanowanie reguł rachunku algebraicznego. Program zakłada więc większą liczbę godzin, która pozwoli na kształcenie tych umiejętności.

Główne zadania programu to:

- a) wzbogacanie zakresu wiedzy poprzez:
 - rozumienie terminów i pojęć matematycznych,
 - dobre opanowanie umiejętności liczenia,
 - znajomość miar i struktur,
 - znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,
 - świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź,
- b) kształcenie i doskonalenie umiejętności:
 - stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych,
 - śledzenia i oceniania ciągów argumentów,
 - przekazywania komunikatów stosując język matematyczny,
 - korzystania z tekstu matematycznego,
- c) rozwijanie postaw:
 - przejawiania szacunku dla prawdy,
 - dążenia do szukania przyczyn,
 - oceniania zdolności wnioskowania i działań.

Uwarunkowania realizacji programu

Program napisany został dla klasy technikum mechanicznego, w którym matematyka jest realizowana przez 4 lata w wymiarze jedenastu godzin w cyklu nauczania (4+2+3+2) i kończy się obowiązkową maturą i egzaminem z przygotowania zawodowego. Program jest zgodny z podstawą programową i standardami wymagań będących podstawą do przeprowadzania egzaminu maturalnego z matematyki. Zakres materiału uwzględnia kluczowe kompetencje w ujęciu europejskim, jest dostosowany do kształcenia umiejętności potrzebnych do nauki przedmiotów zawodowych w technikum mechanicznym. Jego realizacja, ze względu na zawartość wszelkich niezbędnych treści wymagań egzaminacyjnych, umożliwi sprostanie standardom wymagań egzaminu maturalnego i podjęcie dalszej nauki na wyższym poziomie edukacji. W programie położono nacisk na zastosowanie wiedzy i umiejętności w praktyce.

Jak wspomniano w rozdziale poprzednim, młodzież rozpoczynająca naukę w technikum reprezentuje średni poziom opanowania wiedzy i umiejętności matematycznych. Jednymi z głównych problemów edukacyjnych ZS Nr 4 jest słabe wykształcenie umiejętności uczniów w zakresie nauk ścisłych oraz niedostateczne wyposażenie pracowni w nowoczesne środki dydaktyczne. Celem poprawy tego stanu proponuje się prowadzenie lekcji z wykorzystaniem różnych środków dydaktycznych i nowoczesnych środków dydaktycznych. Odpowiedni dobór metod i form prowadzenia



lekcji wpływa na skuteczność nauczania i rozwój umiejętności kluczowych uczniów, nowe środki dydaktyczne urozmaicają lekcję i czynią ją bardziej atrakcyjną, przez co uczniowie szybciej przyswajają nowe treści.

Poprzez uczestnictwo w projekcie chcemy stworzyć uczniom lepsze warunki kształtowania kluczowych kompetencji przygotowujących do wejścia na rynek pracy według standardów europejskich, podjąć działania, które przyczynią się do poprawienia jakości nauczania. Mając na uwadze korzyści płynące z nabywania przez uczniów kluczowych kompetencji oczekuję wsparcia metodycznego i finansowego przy realizacji programu. Wsparcie to pomoże doposażyć mój warsztat pracy.

Pracownia w której prowadzę lekcje matematyki wyposażona jest w: tablice, tablice poglądowe, przybory kreślarskie. Do realizacji programu należy doposażyć ją w:

- przenośny komputer z dołączonym rzutnikiem multimedialnym i ekranem,
- oprogramowanie do komputera: system operacyjny Windows, pakiet Office, przeglądarkę internetową, program EDU ROM Matematyka,
- zestaw brył geometrycznych.





1. Cele ogólne programu

Dążenie do wszechstronnego rozwoju ucznia to nadrzędny cel każdego nauczyciela. Członkostwo w Unii Europejskiej zmusza nas do tego abyśmy posiadali szeroki zasób kompetencji, które pozwolą łatwo przystosować się nam do zmieniającego się świata. Kompetencje matematyczne kształtują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Nauczyciel powinien realizować następujące cele:

- zdolność i chęć wykorzystywania matematycznych sposobów myślenia oraz prezentacji,
- zdolność i chęć wykorzystywania istniejącego zasobu wiedzy i metodologii do wyjaśniania świata przyrody, w celu formułowania pytań i wyciągania wniosków opartych na dowodach,
- wykształcenie umiejętności i nabycie sprawności wykonywania działań na liczbach, wyrażeniach algebraicznych i podstawowych obiektach abstrakcyjnych,
- uzmysłowienie roli matematyki w otaczającej nas rzeczywistości i jej ważnej roli w rozwiązywaniu problemów z życia codziennego,
- dostrzeganie związków matematyki z innymi dziedzinami życia,
- poznanie struktury otaczającej nas przestrzeni poprzez właściwości klasycznych obiektów geometrycznych,
- kształtowanie wyobraźni przestrzennej,
- kształcenie porządku i elegancji w wyrażaniu myśli,
- nauczanie dobrej organizacji pracy, systematyczności i pracowitości,
- wyszukiwanie, przetwarzanie i posługiwanie się technologią informacyjną,
- wyrobienie umiejętności i potrzeby oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku,
- kształcenie postawy szacunku dla prawdy i chęci poszukiwania przyczyn i oceniania ich zasadności.

2. Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania

Oprócz wyżej wymienionych celów ogólnych, zawartych w podstawie programowej, należy dążyć także do rozwijania celów kształcenia i wychowania uczniów.

MKKE są zgodne z zapisami celów kształcenia zawartymi w Podstawie programowej oraz z celami kształcenia matematycznego opracowanymi przez prof. Zofię Krygowską. Są również spójne z zapisami Standardów wymagań maturalnych. MKKE odnoszą się do trzech obszarów nauczania: wiedzy (W), umiejętności (U) i postaw (P).

Niniejszy program ma za zadanie kształcić u uczniów:

W1. rozumienie terminów i pojęć matematycznych, które odbywa się poprzez:

- poznanie podstawowych pojęć logiki,
- poznanie pojęcia i symboliki dotyczącej zbiorów,
- poznanie pojęcia sumy, iloczynu, różnicy i dopełnienia zbiorów,
- przypomnienie wiadomości dotyczących podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych,
- poznanie pojęcia przedziału (ograniczonego, nieograniczonego, otwartego, domkniętego),
- nauczenie się wykonywania działań na przedziałach liczbowych,
- przypomnienie cech podzielności liczb naturalnych,
- przypomnienie wykonywania działań na ułamkach zwykłych i dziesiętnych,
- poznanie pojęcia punktu procentowego, wartości bezwzględnej, błędu bezwzględnego, względnego,
- nauczenie się szacowania wyrażenia liczbowego,
- przypomnienie własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym, prawa działań na pierwiastkach kwadratowych,
- poznanie pojęcie pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby ujemnej,
- poznanie wzorów skróconego mnożenia,
- poznanie pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym i własności działań na potęgach,
- poznanie pojęcia logarytmu i podstawowe własności logarytmu,
- przekształcanie wzorów stosowanych w matematyce, fizyce, chemii, mechanice,
- przypomnienie pojęcia średniej arytmetycznej oraz poznanie pojęcie średniej geometrycznej i średniej ważonej,
- przypomnienie podstawowych pojęć geometrycznych (punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt) oraz wiadomości o kątach,
- przypomni sobie położenie prostych na płaszczyźnie, pojęcie odległości punktu od prostej i pojęcie odległości między prostymi,
- przypomnienie pojęcia symetralnej odcinka, dwusiecznej kąta i ich własności,
- przypomnienie twierdzenie Talesa, i twierdzenia o dwóch prostych równoległych przeciętych trzecią prostą,
- przypomnienie pojęcia koła i okręgu,



- poznanie pojęcia i własności kąta środkowego, wpisanego w koło oraz kąta dopisanego,
- przypomnienie podziału trójkątów ze względu na boki i kąty oraz twierdzenie o sumie kątów w trójkącie,
- przypomnienie twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotne do niego,
- poznanie twierdzenia o wysokościach i środkowych w trójkącie,
- przypomnienie pojęcia trójkątów przystających oraz cech przystawiania trójkątów,
- przypomnienie pojęcia trójkątów podobnych i cech podobieństwa trójkątów,
- poznanie określenie funkcji trygonometrycznych kąta w trójkącie prostokątnym,
- poznanie wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa kątów 30° , 45° i 60° ,
- poznanie podstawowych tożsamości trygonometrycznych;
- zapoznanie się ze sposobem szukania w tablicach wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego,
- poznanie pojęcie pola figury,
- przypomnienie wzoru na pole koła i długość okręgu,
- poznanie wzór na pole wycinka koła i wzoru na długość łuku,
- przypomnienie pojęć: funkcji, dziedziny, zbioru wartości, miejsc zerowych funkcji,
- poznanie różnych sposobów określania funkcji,
- poznanie pojęcia monotoniczności funkcji,
- poznanie pojęcia najmniejszej i największej wartości funkcji,
- poznanie pojęcie wektora w układzie współrzędnych,
- przypomnienie wiadomości o proporcjonalności prostej,
- przypomnienie pojęcie i własności funkcji liniowej,
- przypomnienie twierdzenia o równaniach i nierównościach liniowych,
- przypomnienie metod rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi,
- przypomnienie podziału i niektórych własności czworokątów,
- poznanie pojęcia podobieństwa i jego własności,
- przypomnienie wzorów na pola czworokątów,
- poznanie definicji trójkątnu kwadratowego w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej oraz jego własności,
- poznanie metod rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych,
- przypomnienie, sposobu obliczania odległości w układzie współrzędnych,
- poznanie metody wyznaczania współrzędnych środka odcinka,
- przypomnienie postaci kierunkowej prostej,
- przypomnienie warunków równoległości i prostopadłości prostych,
- poznanie definicji wielomianu n-tego stopnia zmiennej rzeczywistej;
- poznanie twierdzenie o równości wielomianów,
- poznanie definicji pierwiastka wielomianu,
- poznanie metody rozkładania wielomianu na czynniki (wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów);
- poznanie definicji funkcji wymiernej,
- poznanie definicji i sposobów opisywania ciągów,
- poznanie definicji ciągu monotonicznego,
- poznanie definicji i własności ciągu arytmetycznego,
- poznanie definicję i własności ciągu geometrycznego,

- poznanie pojęcia procentu prostego i składanego,
- przypomnienie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym,
- poznanie pojęcia i własności funkcji wykładniczej,
- poznanie zasady mnożenia w prostych sytuacjach kombinatorycznych,
- poznanie symbolu silni,
- poznanie pojęć: doświadczenia losowego, zdarzenia elementarnego, zdarzenia losowego, zbioru zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenia pewnego i niemożliwego,
- poznanie aksjomatycznej definicji prawdopodobieństwa,
- poznanie własności prawdopodobieństwa,
- poznanie klasycznej definicji prawdopodobieństwa,
- poznanie wzajemnego położenia prostych i płaszczyzn w przestrzeni,
- poznanie pojęcia kąta dwuściennego,
- przypomnienie i uzupełnienie wiadomości o graniastosłupach,
- przypomnienie i uzupełnienie wiadomości o ostrosłupach,
- przypomnienie i uzupełnienie wiadomości o bryłach obrotowych,

W2. dobre opanowanie umiejętności liczenia, utrwalane przez:

- stosowanie tabliczki mnożenia i praw działań w zbiorze liczb rzeczywistych,
- wykonywanie działań na liczbach rzeczywistych metodą pisemną,
- obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych wymagających zastosowania kolejności działań
- przybliżanie liczb dziesiętnych, szacowanie wyników,
- wyznaczanie błędu bezwzględnego, względnego przybliżenia,
- obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych z ustaloną dokładnością,
- obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych z nawiasami za pomocą programu komputerowego,
- wykonywanie czterech podstawowe działania na ułamkach zwykłych,
- wykonywanie obliczeń procentowych,
- sprawdzanie poprawności obliczeń m.in. poprzez wykonywanie działań odwrotnych,
- stosowanie twierdzeń dotyczących działań na potęgach,
- wykonywanie działań na pierwiastkach kwadratowych,

W3. znajomość miar i struktur, przejawiająca się przez:

- rozumienie pojęcia: odległości punktów, odległości punktu od prostej, odległości punktu od płaszczyzny, długości, obwodu, pola, objętości, miary kąta,
- rozumienie pojęcia: figury płaskiej, figury przestrzennej,
- odczytywanie i oszacowanie odległości,
- przeliczanie (zamienia) jednostek miar,
- znajomość własności miar,
- znajomość twierdzenia dotyczącego związków miarowych w figurach geometrycznych,
- obliczanie obwodów i pól figur płaskich,
- obliczanie pól powierzchni i objętości brył,
- stosowanie własności miar w prostych zadaniach i rozumowaniach,



W4. znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej, wyrażająca się w:

- znajomości pojęcia zbioru i podzbioru,
- wykonywaniu działań na zbiorach z wykorzystaniem własności działań,
- rozumieniu pojęcia zmiennej,
- rozumieniu pojęcia funkcji i ich własności,
- znajomości proporcjonalności prostej i odwrotnej,
- opisywaniu zbioru punktów płaszczyzny za pomocą równań i nierówności,
- opisywaniu zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji,
- wykorzystywaniu przekształceń geometrycznych do badania zależności (podobieństwa i przystawania figur) pomiędzy zbiorami punktów (figurami geometrycznymi).

W5. świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź, ujawniająca się w:

- rozumieniu, że algorytm to niezawodny przepis postępowania,
- świadomości, że rozumowanie przez analogię jest czasem zawodne,
- rozpoznawaniu sytuacji, w której twierdzenia nie można zastosować,
- stawianiu prostych wniosków z danego twierdzenia w konkretnej sytuacji,
- rozumieniu roli matematyzacji, uogólniania i specyfikacji,
- wskazywaniu sytuacji praktycznych, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej,

U1. stosowanie głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych, które u ucznia przejawia się poprzez:

- grupowanie i porządkowanie danych empirycznych,
- wyznaczanie i opisywanie stosunku wielkości,
- szacowanie wielkości, posługiwanie się procentami,
- posługiwanie się liczbami i działaniami do modelowania stosunków wielkościowych,
- posługiwanie się własnościami figur oraz wyobraźnią do modelowania stosunków geometrycznych,
- dostrzeganie regularności w prostych sytuacjach,
- stosowanie algorytmów,
- stosowanie równań, nierówności i układów równań do rozwiązywania problemów,
- ustalanie związków między danymi,
- wykorzystywanie funkcji kwadratowej do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych,
- przeprowadzanie uogólniania i specyfikacji,
- rozumowanie przez analogię,
- redagowanie definicji nowych pojęć,
- korzystanie z gotowych definicji i twierdzeń,
- klasyfikowanie obiektów;
- rozwiązywanie zadań w sposób schematyczny,

U2. śledzenie i ocenianie ciągu argumentów (rozumienie dowodu matematycznego) objawiające się poprzez:

- wskazywanie założenia i tezy w twierdzeniu,
- zaprzeczanie twierdzeniu,

- obalanie tezy poprzez podanie kontrprzykładu,
- ocenianie poprawności doboru argumentów oraz sposobów wnioskowania,
- ocenianie poprawność przekształceń algebraicznych,
- rozumienie, różnicy między dowodem twierdzenia, a przykładem potwierdzającym jego prawdziwość,
- śledzenie toku rozumowania autora dowodu,
- dostrzeganie luki bądź błędów w rozumowaniu,

U3. przekazywanie komunikatów stosując język matematyczny, poprzez:

- kojarzenie języka naturalnego z odpowiednimi terminami matematycznymi,
- wyrażanie w języku matematyki informacji podanych słownie, rysunkiem, schematem, tabelą, diagramem,
- werbalne przedstawianie informacji zapisanych w języku matematyki,
- werbalne przedstawianie informacji zapisanych rysunkiem, grafem, schematem, wykresem, tabelą, diagramem,
- symbolicznie zapisywanie definicje pojęć,
- formułowanie twierdzenia w postaci implikacji,
- przedstawianie danych za pomocą tabel, diagramów, grafów, wzorów,
- zapisywanie wzorów i zależności matematycznych z zastosowaniem symboliki matematycznej,
- podawanie opisu zależności w postaci funkcji,
- opisywanie zbioru za pomocą układów nierówności i równań,
- prezentowanie wyników badań z użyciem terminologii z zakresu języka matematycznego,
- tworzenie wypowiedzi matematyczne,
- budowanie wypowiedzi poprawnych pod względem pojęciowym i logicznym,
- przygotowywanie i wygłaszanie krótkich referatów na wybrany temat matematyczny,

U4. korzystanie z tekstu matematycznego, doskonalone przez:

- wyszukiwanie w tekście definicji i twierdzeń,
- analizowanie przedstawionego rozwiązania zadania,
- wydzielanie fragmentu tekstu, dotyczące określonych kwestii,
- przekształcani informacji z tekstu zapisując je w formie dogodnej do dalszych działań,
- odczytywanie własności funkcji z wykresu,
- odczytywanie informacji przedstawionych za pomocą rysunków pomocniczych,
- interpretowanie danych przedstawionych za pomocą diagramów i tabel,
- ustalanie relacji między wskazanymi w tekście obiektami,
- uzupełnianie luk w tekście,
- stosowanie podanej w tekście definicje czy twierdzeń,
- naśladowanie przedstawionego rozwiązania w analogicznych sytuacjach,

Wychowanie ucznia odbywa się poprzez:

P1. przejawianie szacunku dla prawdy, a konkretnie:

- rozumienie potrzeby dowodzenia,
- weryfikowanie zgromadzonych danych,



- nie korzystanie z cudzej pracy (piętnowanie nieuczciwości wyrażającej się w odpisywaniu, podpowiadaniu itp.),
- protestowanie w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi,
- wytrwale poszukiwanie informacji,
- krytyczne podejście do wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych,
- nie uogólnia bez uprzedniego upewnienia się co do prawdziwości przesłanek,
- podejmowanie decyzji na podstawie sprawdzonych informacji,

P2. dążenie do szukania przyczyn:

- rozumienie potrzeby ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach;
- przewidywanie skutków planowanych działań,
- rozważanie różnych przypadków nie ograniczając się do przypadków szczególnych,
- wnikliwie analizowanie problemów,

P3. ocenianie zasadności wnioskowań i działań:

- ocenianie poprawności rozwiązania zadania,
- wartościowanie rozwiązania tego samego zadania różnymi sposobami,
- dostrzeganie sprzecznych informacji lub błędów w rozumowaniach,
- ocenianie doboru argumentów uzasadniających tezę,
- umiejętność poprawnego analizowania, wnioskowania i uzasadniania,



3. Materiał nauczania

Na realizację zajęć z matematyki na poziomie podstawowym w technikum mechanicznym przydzielono następującą liczbę godzin:

Klasa	tygodniowa liczba godzin	liczba tygodni	roczna liczba godzin
I	4	36	144
II	2	36	72
III	3	32	96
IV	2	29	58

Klasy III odbywają miesięczną praktykę zawodową, co wiąże się ze zmniejszeniem czasu nauki o 4 tygodnie. W klasie maturalnej rok szkolny trwa tylko 29 tygodni.

Proponowany przydział godzin przedstawia się następująco:

Klasa I

1. Powtórzenie i przypomnienie wiadomości z gimnazjum (15)
2. Logika i zbiory (10)
3. Liczby rzeczywiste (20)
4. Algebra (37)
 - wzory skróconego mnożenia,
 - wyrażenia algebraiczne,
 - równania i nierówności liniowe,
 - układy równań,
 - równania kwadratowe,
5. Funkcje (38)
 - pojęcie i własności funkcji,
 - zadania optymalizacyjne,
 - funkcja kwadratowa,
 - nierówności kwadratowe,
6. Planimetria (18)
7. Trygonometria kąta prostego(6)

Klasa II

1. Wielomiany (23)
2. Trygonometria (15)
3. Geometria w układzie współrzędnych (24)
4. Statystyka (10)

Klasa III

1. Ciągi (21)
2. Funkcja wykładnicza i logarytmiczna (20)
3. Wyrażenia wymierne (15)
4. Stereometria (40)

Klasa IV

1. Rachunek prawdopodobieństwa (22)
2. Powtórzenie (36)



4. Uszczegółowiony materiał nauczania

Poniżej przedstawiono materiał nauczania z poszczególnych działów matematyki, z którym uczniowie spotykają się w szkole ponadgimnazjalnej. Uwzględniono następującą klasyfikację osiągnięć:

- ✓ znajduje się w Podstawie programowej, Standardach wymagań maturalnych z matematyki i MKKE oraz jest istotny dla kształcenia w zawodzie,
 - ◆ nie występuje w Podstawie programowej, Standardach wymagań maturalnych z matematyki, ale jest ważny dla MKKE;
 - nie występuje w Podstawie programowej, Standardach wymagań maturalnych z matematyki, ale jest ważny dla kształcenia w zawodzie;
- ⇒ występuje w Podstawie programowej dla wcześniejszych etapów kształcenia, ale jest ważny dla MKKE i kształcenia w zawodzie.

LOGIKA I ZBIORY

- ◆ stosowanie spójników logicznych i kwantyfikatorów,
 - ◆ zapisywanie zależności przy pomocy kwantyfikatora i symboli matematycznych,
- ⇒ precyzyjne formułowanie wypowiedzi,
⇒ sprawne komunikowanie się,
- ✓ posługiwanie się symboliką matematyczną dotyczącą działań na przedziałach,
 - ✓ wykonywanie działań na przedziałach, zaznaczanie przedziałów na osi liczbowej,
- ⇒ znajomość podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych,
⇒ podać przykład zbiorów skończonych, nieskończonych, pustych,

LICZBY RZECZYWISTE I WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

- ⇒ sprawne wykonywanie działań na liczbach rzeczywistych bez użycia kalkulatora,
⇒ umiejętne wykonywanie obliczeń pisemnych,
⇒ wyznaczanie rozwinięcia dziesiętnego liczby,
⇒ sprawne dodawanie i odejmowanie liczb,
⇒ wykonywanie działań na potęgach, pierwiastkach,
⇒ sprawne operowanie na ułamkach zwykłych i dziesiętnych,
- ✓ podawanie rozwinięcia dziesiętnego liczby rzeczywistej,
- ⇒ zapisywanie liczb w notacji wykładniczej,
- ✓ szacowanie i porównywanie wartości liczbowych,
- ⇒ sprawne przeprowadzanie zamiany jednostek,
- ✓ stosować interpretację geometryczną rozwiązań równań i nierówności z wartością bezwzględną,
 - ✓ przedstawianie rozwiązania nierówności z wartością bezwzględną na osi liczbowej i zapisywanie zbioru rozwiązań za pomocą przedziału liczbowego,
 - ✓ określanie przybliżeń i błędu przybliżenia,
 - ✓ wykonywanie działań na procentach,
 - ✓ wyjaśnianie podstawowych terminów związanych z lokatą pieniędzy w banku oraz braniem kredytu,



- ✓ obliczanie podwyżki, obniżki, rabatu,
- ✓ stosowanie obliczeń procentowych w zadaniach życia codziennego,
- ✓ wykonanie porównań procentowych kilku wartości,
- ✓ obliczanie procentu prostego i składanego,
- ✓ wyciąganie wniosków wynikających z obliczeń procentowych,
- ✓ analizowanie kredytów oferowanych przez banki i argumentacja ich opłacalności,
- ✓ stosowanie równań i proporcji do rozwiązywania zagadnień z procentami,
- ⇒ wykonanie obliczeń rachunkowych na kalkulatorze,
- ✓ wykonanie działań na potęgach o wykładnikach wymiernych,
- ✓ usuwanie niewymierność z mianownika,
- ⇒ wykonanie działań w zbiorze R ,
- ✓ stosowanie definicji logarytmu,
- ✓ wykonywanie podstawowych działań z użyciem logarytmów,

ALGEBRA

- ✓ stosowanie wzorów skróconego mnożenia,
- ⇒ przekształcanie wyrażeń algebraicznych,
- ✓ wyznaczanie niewiadomej z podanej wzorem zależności,
- ✓ budowanie modelu matematycznego dla sytuacji z życia codziennego,
- ⇒ umiejętne rozwiązywanie równań i nierówności liniowych,
- ⇒ rozwiązywanie układu równań i nierówności I-go stopnia z dwiema niewiadomymi,
- ✓ przedstawianie trójmianu kwadratowego w postaci iloczynowej i kanonicznej,
- ✓ rozwiązywanie równań kwadratowych zupełnych i niezupełnych,
- ✓ szkicowanie wykresu funkcji kwadratowej i odczytywanie z wykresu jej własności,
- ✓ podać algorytm rozwiązania równania kwadratowego
- ✓ umiejętne rozwiązywanie zadań tekstowych powiązanych z funkcją kwadratową,
- ✓ rozwiązywanie układów równań, z których przynajmniej jedno jest stopnia drugiego,
- ✓ rozpoznawanie wielomianów, określanie stopnia wielomianu,
- ✓ wykonywanie działań na wielomianach (porządkowanie, dodawanie, mnożenie, porównywanie),
- ✓ dzielenie wielomianów,
- ✓ rozkładanie wielomianu na czynniki,
- ✓ rozwiązywanie równań i nierówności wielomianowych,
- ✓ wykorzystywanie analogii w rozwiązywaniu równań i nierówności liniowych, kwadratowych i wielomianowych,
- ✓ dodawanie, odejmowanie mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych,
- ✓ wyznaczanie dziedziny,

FUNKCJE

- ✓ znajomość pojęcia funkcji,
- ✓ rozstrzyganie czy dane przyporządkowanie jest funkcją,
- ✓ wyznaczanie dziedziny, zbioru wartości, miejsc zerowych funkcji,
- ✓ szkicowanie wykresu funkcji wykres funkcji o podanych własnościach,
- ✓ odczytywanie wartości dla danego argumentu,
- ✓ podawanie argumentu dla którego jest podana wartość,
- ✓ badanie monotoniczności funkcji,
- ✓ odczytywanie własności funkcji na podstawie wykresów, tabel, diagramów,
- ✓ odczytywanie z wykresu największej i najmniejszej wartości funkcji w przedziale,
- ✓ czytanie potrzebnych własności funkcji z wykresu,



- ✓ konstruowanie schematu opisującego zależności w sytuacji z życia codziennego,
- ✓ przesuwanie wykresu funkcji wzdłuż osi x i osi y ,
- ✓ rozpoznawanie zależności funkcyjnych w otaczającym nas świecie,
- ⇒ sporządzanie wykresu funkcji liniowej i odczytywanie jej własności,
- ✓ interpretowanie współczynników wzoru funkcji liniowej,
- ✓ dostrzeganie związku między współczynnikiem kierunkowym funkcji liniowej a kątem z osią OX ,
- ✓ wyznaczanie wzoru funkcji liniowej o podanych własnościach,
- ⇒ rozwiązywanie układów równań metodą graficzną,
- ✓ zapisywanie trójmianu kwadratowego w postaci iloczynowej i kanonicznej,
- ✓ szkicowanie wykresu funkcji kwadratowej i odczytywanie z wykresu własności funkcji,
- ✓ wyznaczanie miejsc zerowych funkcji kwadratowej,
- ✓ wyznaczanie współrzędnych wierzchołka funkcji kwadratowej,
- ✓ sporządzanie wykresów funkcji wykładniczych dla różnych podstaw,
- ✓ opisywanie własności funkcji wykładniczych,
- ✓ wykorzystywać własności funkcji wykładniczej do rozwiązywania problemów opisanych za pomocą funkcji wykładniczej,
- ✓ rozwiązywanie prostych równań wykładniczych,

RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI

- ⇒ wykazywanie się umiejętnością rozwiązania równań i nierówności liniowych,
- ✓ rozwiązywanie układu równań i nierówności I-go stopnia z dwiema niewiadomymi,
- ✓ rozwiązywanie zadań tekstowych z różnych dziedzin z wykorzystaniem układów równań,
- ✓ rozwiązywanie równań i nierówności z wartością bezwzględną,
- ✓ rozwiązywanie równań kwadratowych zupełne i niezupełnych,
- ✓ stosowanie algorytmu rozwiązania równania kwadratowego,
- ✓ rozwiązywanie zadań tekstowych powiązanych z funkcją kwadratową,
- ✓ rozwiązywanie układów równań metodami algebraicznymi,
- ✓ rozwiązywanie układów równań, z których przynajmniej jedno jest stopnia drugiego,
- ✓ rozwiązywanie zadań optymalizacyjnych z funkcji kwadratowej,
- ✓ dostrzeganie związków matematyki z różnymi dziedzinami życia,
- ✓ budowanie modeli matematycznych dla sytuacji z życia codziennego,
- ✓ rozwiązywanie prostych równań wielomianowych

TRYGONOMETRIA

- ✓ poznanie definicji funkcji trygonometrycznych kąta ostrego,
- ✓ obliczanie funkcji trygonometrycznych kąta ostrego,
- ✓ znajomość wartości funkcji trygonometrycznych charakterystycznych kątów: 30° , 60° , 45° ,
- ✓ odczytywanie wartości funkcji trygonometrycznych z tablic matematycznych,
- ✓ rozwiązywanie zadań tekstowych z wykorzystaniem poznanych wiadomości,
- ✓ stosowanie trygonometrii w miernictwie,
- analizowanie zjawiska związanego z funkcjami trygonometrycznymi jakim jest rozkład sił,
- ✓ udowadnianie prawdziwości prostych tożsamości trygonometrycznych,
- ✓ stosowanie trygonometrii w planimetrii i stereometrii,

CIĄGI

- ✓ określanie ciągu i podawanie przykładów ciągów,
- ✓ obliczanie kolejnych wyrazów ciągu określonego wzorem, badanie monotoniczności ciągu,
- ✓ badanie, czy dany ciąg jest arytmetyczny czy geometryczny,
- ✓ wyznaczanie a_n i S_n ciągu arytmetycznego i geometrycznego,
- ✓ stosowanie własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach tekstowych,
- ✓ obliczanie procentu składanego dla oszczędności bankowych,
- ✓ obliczanie oprocentowania lokat i kredytów bankowych,
- ✓ umiejętny wybór optymalnego wariantu kredytu,
- ✓ porównywanie ofert banków i instytucji finansowych,
- ✓ badanie zjawisk opisanych za pomocą ciągów,

PLANIMETRIA

- ⇒ klasyfikowanie czworokątów i podawanie ich własności,
- ✓ wyznaczanie najkrótszej drogi między dwoma punktami (trasa podróży),
- ✓ formułowanie warunku opisanego okręgu na czworokącie i wpisania okręgu w czworokąt,
- ✓ podział odcinka w danym stosunku,
- ✓ skonstruować odcinki o żądanej długości,
- ⇒ stosowanie twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia do niego odwrotnego,
- ✓ stosowanie twierdzenia Talesa i twierdzenia do niego odwrotnego,
- ✓ wypisywanie proporcji wynikających z podobieństwa trójkątów,
- ✓ wyprowadzanie i stosowanie wzorów do obliczania pól wielokątów,
- ✓ obliczanie liczby przekątnych i sumę miar kątów wewnętrznych n-kąta wypukłego,
- ✓ wykorzystywanie związków miarowych w trójkącie prostokątnym w rozwiązywaniu zadań,
- ✓ stosowanie, w zależności od typów zadań, odpowiednich twierdzeń i wzorów do rozwiązywania trójkątów
- ✓ wykorzystywanie związków miarowych w trapezie w rozwiązywaniu zadań,
- ✓ stosowanie w rozwiązywaniu zadań twierdzeń dotyczących kątów środkowych i wpisanych w koło,
- ✓ stosowanie zależności dotyczących liczby punktów wspólnej prostej i okręgu czy dwóch okręgów,
- ✓ rozpoznawanie wielokątów foremnych,
- ✓ obliczanie kątów wielokątów foremnych,
- ✓ stosowanie trygonometrii do rozwiązywania zadań z planimetrii,

GEOMETRIA W UKŁADZIE WSPÓLRZĘDNYCH

- ✓ wyznaczanie równania prostej na płaszczyźnie,
- ✓ badanie wzajemnego położenia prostych,
- ✓ stosowanie warunków równoległości i prostopadłości w zadaniach,
- ✓ wyznaczanie prostej równoległej przechodzącej przez punkt,
- ✓ obliczanie odległości punktów na płaszczyźnie,
- ✓ wyznaczanie odległości punktów na mapie,
- ✓ obliczanie odległości punktu od prostej,
- ✓ graficzne rozwiązywanie układów równań,
- ✓ opisywanie zbioru punktów płaszczyzny za pomocą układu nierówności,

- ✓ wyznaczanie z równania okręgu (koła), współrzędne jego środka i długość promienia,
- ✓ staranne wykonywanie rysunków,

STEREOMETRIA

- ✓ określanie wzajemnego położenia: prostych w przestrzeni, prostej i płaszczyzny, płaszczyzn,
- ✓ określanie wzajemnego położenia krawędzi bryły względem jej ścian,
- ⇒ dokonywanie klasyfikacji brył,
- ✓ nazywanie i opisywanie danego wielościanu, bryły obrotowej,
- ⇒ projektowanie siatek wielościanu,
- ⇒ budowanie modeli brył,
- ✓ kształtowanie wyobraźni przestrzennej,
- ✓ wskazywanie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny,
- ✓ rysowanie kąta między płaszczyznami,
- ✓ dokładne i staranne wykonywanie rysunków brył,
- ✓ podawanie i zamiana jednostek pól i objętości brył,
- ✓ obliczanie pól i objętości brył,
- ✓ dokonywanie analizy treści zadania, zapisywanie warunków i zależności między obiektami,
- ✓ dostrzeganie związków między bryłami a otaczającą nas rzeczywistością,
- ✓ stosowanie trygonometrii do wyznaczania wielkości miarowych brył, obliczania pól i objętości,

ELEMENTY STATYSTYKI I PRAWDOPODOBIENSTWA

- ✓ wyznaczanie średniej arytmetycznej zestawu danych,
- ✓ obliczanie średniej ważonej, wskazywanie mediany i dominanty zestawu danych,
- ✓ odczytywanie i przedstawianie danych z tabel, diagramów, wykresów,
- ✓ dokonywanie analizy danych statystycznych,
- ✓ uzasadnianie wniosków wynikających z przeprowadzonej analizy,
- ✓ stosowanie reguły mnożenia w kombinatoryce,
- ✓ rozwiązywanie praktycznych problemów z wykorzystaniem kombinatoryki,
- ✓ rozumienie pojęć częstości i prawdopodobieństwa zdarzenia w modelu klasycznym,
- ✓ stosowanie klasycznej definicji prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzenia,
- ✓ obliczanie prawdopodobieństwa za pomocą drzewa stochastycznego
- ✓ stosowanie własności prawdopodobieństwa w zadaniach tekstowych,

POWTÓRZENIE

- ✓ rozwiązywanie przykładowych arkuszy maturalnych celem powtórzenia kolejnych działów,

5. Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych

Praca nauczyciela z klasą powinna przybierać różne formy: wykład, rozmowa, praca samodzielna, praca w grupach, praca równym frontem. Taka różnorodność pozwala na uniknięcie znużenia przedmiotem, powoduje, że lekcja staje się bardziej atrakcyjna, zaś nauczyciel nie popada w rutynę.

Praca nauczyciela na początku roku rozpoczyna się ułożeniem planu pracy na cały rok, co może ułatwić zamieszczona w niniejszym programie propozycja orientacyjnego przydziału godzin. Nie podaje się podziału na klasy gdyż w szkołach są różnie sporządzone siatki godzin. Nauczyciel tworzący plan samodzielnie wybiera materiał, który będzie mógł zrealizować w ciągu danego roku szkolnego wiedząc ile godzin ma przeznaczonych na dany etap kształcenia.

Planując cykl lekcji z konkretnego działu należy przeznaczyć czas na powtórzenie i utrwalenie omawianego wcześniej materiału, dotyczącego konkretnego hasła programowego. Przy powtarzaniu poszczególnych zagadnień ważne jest stopniowanie trudności. Zaczynamy od najprostszych przykładów, by przejść do coraz bardziej skomplikowanych. Warto pamiętać, że ciągle powtarzanie tych samych czynności niszczy zainteresowanie matematyką i chęć uczenia się.

Przy wprowadzaniu nowych pojęć matematycznych warto zwracać uwagę na ich powiązanie z życiem codziennym, tak by tematyka ukazywała zastosowanie matematyki w różnych dziedzinach życia. Warto też aby uczniowie w procesie uczenia się matematyki stosowali technologię informacyjną. Komputer i Internet są doskonale znanym im narzędziem, z którego chętnie korzystają.

Na lekcjach proponuje się korzystanie z komputera w celu wykonywania długich i nudnych czasem czynności, które za pomocą odpowiedniego oprogramowania mogą być wykonane znacznie szybciej. Stosowanie tego narzędzia pomoże szybciej zauważyć i odkryć rzeczy, na które chcemy zwrócić uwagę.

Oczywistym jest, że nie każda lekcja matematyki może odbywać się w pracowni komputerowej, stąd też do realizacji programu przewiduje się posiadanie w stanowiska komputerowego (najlepiej laptop) i rzutnika multimedialnego, za pomocą którego możemy wyświetlić efekty pracy na dużym ekranie. Korzystanie na lekcji z zasobów Internetu uczyni matematykę bardziej praktyczną, a tym samym mniej abstrakcyjną.

Poza wymienionymi formami pracy warto jeszcze korzystać z metod aktywizujących. Jedną z takich metod jest praca w grupach. Wspólne zmaganie się z problemem jest bardziej owocne i lepiej wpływa na ucznia, bo mniej go stresuje. Rozwija umiejętność komunikowania się, która jest bardzo ważna dla MKKE i uczy współodpowiedzialności.

W procesie nauczania nie może się obejść bez sprawdzania zdobytej wiedzy i umiejętności. Odbywać się to może poprzez odpytywanie ustne uczniów oraz pisemne prace klasowe, testy.



6. Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycja ich oceny

Klasa I (4 godziny w ciągu tygodnia). Zaplanowano 144 godziny (36 tygodni)

Na początku w ramach przypomnienia wiadomości z gimnazjum proponuje się dział powtórzeniowy, na realizację którego zaplanowano 15 godzin.

Dział	Jednostka tematyczna	Godz.	Wymagania programowe
Powtórzenie (15)	Działania na liczbach	1	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none"> • wykonać działania na liczbach rzeczywistych (potęgi, pierwiastki, ułamki zwykłe i dziesiętne) • wykonywać obliczenia procentowe • stosować wzory skróconego mnożenia • przekształcać wzory i wyrażenia algebraiczne • rozwiązywać równania i nierówności liniowe oraz układy równań I-go stopnia z dwiema niewiadomymi
	Obliczenia procentowe	3	
	Równania i nierówności liniowe	2	
	Układy równań	2	
	Wprowadzenie funkcji trygonometrycznych	5	
	Sprawdzian umiejętności i jego omówienie	2	
Logika i zbiory (10)	Pojęcie zbioru i budowa zdań	2	<ul style="list-style-type: none"> • podawać zbiory skończone, nieskończone, puste, • wymienić podzbiory danego zbioru • wykonać działania na zbiorach • podać przykłady koniunkcji, alternatywy, implikacji, równoważności, negacji • sformułować twierdzenie odwrotne do danego • wymienić i zdefiniować podzbiory zbioru R
	Działania na przedziałach.	2	
	Elementy rachunku zdań	3	
	Podzbiory zbioru liczb rzeczywistych.	3	
Liczby rzeczywiste (20)	Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej.	1	<ul style="list-style-type: none"> • podać rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej • wykonać działania na przedziałach • sprawnie dodawać i odejmować liczby, ułamki dziesiętne, • wykonać obliczenia rachunkowe na kalkulatorze • dokonać oszacowań wartości liczbowych • wykonać działania na potęgach o wykładnikach wymiernych • usunąć niewymierność z mianownika, • wykonywać działania na liczbach z użyciem komputera z odpowiednim oprogramowaniem • wykonać działania w zbiorze R • rozwiązać w oparciu o definicję równanie i nierówność z wartością bezwzględną • przedstawić rozwiązanie nierówności z wartością bezwzględną na osi liczbowej i zapisać zbiór rozwiązań za pomocą przedziału liczbowego • wyznaczyć przybliżenie liczbowe i błąd przybliżenia • wyjaśnić podstawowe terminy związane z lokatą pieniędzy w banku oraz braniem kredytu • obliczyć podwyżkę, obniżkę, rabat • stosować obliczenia procentowe w zadaniach • obliczyć procent prosty i składany • wyciągać wnioski z obliczeń procentowych
	Oś liczbowa. Przedziały.	2	
	Sprawnych wykonywanie obliczeń na liczbach	1	
	Szacowanie wartości liczbowych	2	
	Działania na potęgach o wykładniku wymiernym.	2	
	Działania na pierwiastkach arytmetycznych.	1	
	Usuwanie niewymierności z mianownika.	2	
	Wykonywanie działań na liczbach z użyciem komputera z odpowiednim oprogramowaniem.	1	
	Działania w zbiorze liczb rzeczywistych.	1	
	Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej	1	
	Przybliżenia liczbowe – błąd przybliżenia.	1	
	Działania na procentach	2	
	Notacja wykładnicza liczby	1	
	Powtórzenie wiadomości	1	



	Sprawdzian umiejętności i jego omówienie.	1	<ul style="list-style-type: none"> • zanalizować kredyty oferowane przez banki i podać argumentację ich opłacalności • stosować równania oraz proporcje do rozwiązywania zagadnień z procentami • zapisać liczbę w notacji wykładniczej
Algebra (37)	Wzory skróconego mnożenia.	3	<ul style="list-style-type: none"> • przekształcać wyrażenia algebraiczne, • stosować wzory skróconego mnożenia, • przekształcać wzory, • rozwiązać równanie kwadratowe zupełne i niezupełne • obliczać wyróżnik równania kwadratowego, • wyznaczać pierwiastki równań kwadratowych, • wykazać się umiejętnością rozwiązywania równania i nierówności liniowej, • rozwiązywać równania liniowe za pomocą komputera, • dokonać interpretacji wartości bezwzględnej, • zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności $x - a = <> b$ • rozwiązać układ równań i nierówności I-go stopnia z dwiema niewiadomymi • rozwiązywać proste równania wymierne, • wykorzystywać komputer do rozwiązywania równań i nierówności,
	Przekształcanie wyrażeń algebraicznych.	3	
	Przekształcanie wzorów	3	
	Równania i nierówności pierwszego stopnia	3	
	Rozwiązywanie równań liniowych za pomocą komputera.	2	
	Graficzna interpretacja wartości bezwzględnej	2	
	Układy równań	3	
	Równania kwadratowe	3	
	Wyróżnik równania kwadratowego.	2	
	Pierwiastki równania kwadratowego	2	
	Równania kwadratowe niezupełne	2	
	Równania wymierne prowadzące do równań kwadratowych	3	
	Powtórzenie wiadomości	2	
	Rozwiązywanie równań i nierówności za pomocą komputera	2	
Sprawdzian umiejętności i jego omówienie.	2		
Funkcje (38)	Pojęcie funkcji, sposoby przedstawiania i zapisywania funkcji	1	<ul style="list-style-type: none"> • wykazać się znajomością pojęcia funkcji • rozstrzygnąć czy dane przyporządkowanie jest funkcją • wyznaczyć dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe funkcji • wykonać wykres funkcji • wykonać wykres funkcji na komputerze, • zbadać monotoniczność funkcji • odczytać na podstawie wykresów, tabel, diagramów własności funkcji • odczytać z wykresu największą i najmniejszą wartość funkcji w przedziale • skonstruować schemat opisu zależności w sytuacji z życia codziennego • przesunąć wykres funkcji wzdłuż osi x i osi y • przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX i OY • wykazać się umiejętnością stosowania symboli matematycznych • wykazać się znajomością pojęcia funkcji wielomianowej • wykonać wykres funkcji liniowej i odczytać jej własności • przedstawić trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej i kanonicznej • wykonać wykres funkcji kwadratowej i odczytać
	Dziedzina, zbiór wartości, miejsca zerowe funkcji	2	
	Wykres funkcji	1	
	Sporządzanie wykresów funkcji z użyciem komputera.	2	
	Monotoniczność funkcji	2	
	Odczytywanie własności funkcji z wykresu (największa i najmniejsza wartość funkcji w przedziale)	2	
	Opisywanie zależności w życiu codziennym, przyrodzie, gospodarce za pomocą funkcji	2	
	Przekształcania wykresu funkcji.	2	
	Funkcja liniowa, wykres i własności	1	
	Powtórzenie wiadomości. Zadania optymalizacyjne	1	
	Sprawdzian umiejętności i jego omówienie.	2	
	Trójmian kwadratowy i jego pierwiastki	2	
	Postać kanoniczna trójmianu kwadratowego	2	



	Postać iloczynowa trójkąta kwadratowego	2	<ul style="list-style-type: none"> z wykresu jej własności • podać algorytm rozwiązania równania kwadratowego • wykazać się umiejętnością rozwiązania zadania tekstowego powiązanego z funkcją kwadratową • rozwiązać układ równań, z których przynajmniej jedno jest stopnia drugiego, • wykorzystywać arkusz kalkulacyjny do sporządzania przekształceń wykresów funkcji,
	Wykres funkcji kwadratowej, najmniejsza i największa własność funkcji, odczytywanie własności z wykresu	2	
	Zadania tekstowe prowadzące do rozwiązywania równań kwadratowych	2	
	Nierówności kwadratowe	3	
	Równania i nierówności z parametrem	2	
	Wykonywanie przekształceń wykresu funkcji kwadratowej w arkuszu kalkulacyjnym.	2	
	Powtórzenie wiadomości	1	
	Sprawdzian umiejętności i jego omówienie.	2	
Planimetria (18)	Odcinek, półprosta, kąt, wzajemne położenie prostych	1	<ul style="list-style-type: none"> • sklasyfikować czworokąty i podać ich własności • sformułować warunki opisanie okręgu na czworokącie i wpisania okręgu w czworokąt • wskazać oś symetrii i środek symetrii figury • wyznaczyć z równania okręgu (koła) współrzędne jego środka i długość promienia • klasyfikować czworokąty i podać ich własności, • dokonać podziału odcinka w danym stosunku, • skonstruować odcinki o żądanej długości, • stosować twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie do niego odwrotne, • wypisywać proporcje wynikające z podobieństwa trójkątów, • wyprowadzanie i stosowanie wzorów do obliczania pól wielokątów, • obliczać liczbę przekątnych i sumę miar kątów wewnętrznych n-kąta wypukłego, • rozwiązywać trójkąty • wykorzystywanie związków w trapezie, • stosować w rozwiązywaniu zadań twierdzenia dotyczące kątów środkowych i wpisanych w koło, • korzystać ze związków między styczną a cięciwą okręgu • rozpoznawać wielokąty foremne, • obliczać kąty wielokątów foremnych, • stosować trygonometrię do rozwiązywania zadań z planimetrii,
	Kąty. Podział kątów.	2	
	Kąty w trójkątach i czworokątach	1	
	Trójkąty. Twierdzenie Pitagorasa	2	
	Czworokąty, ich podział i własności	2	
	Wielokąty	1	
	Wielokąty foremne	1	
	Koła i okręgi.	1	
	Kąt między styczną a cięciwą okręgu	2	
	Kąty w kole	2	
	Okręgi i proste	1	
Powtórzenie wiadomości. Sprawdzian.	2		
Trygonometria (6)	Tangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym	4	<ul style="list-style-type: none"> • stosować definicji funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, • obliczać funkcje trygonometrycznych kąta ostrego, • odczytywać wartości funkcji trygonometrycznych z tablic matematycznych, • rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem poznanych wiadomości, • stosować trygonometrię w miernictwie, • stosować trygonometrię w planimetrii i stereometrii,
	Powtórzenie, sprawdzian i jego omówienie	2	



Klasa II (2 godziny w ciągu tygodnia). Zaplanowano 72 godziny (36 tygodni)

	Jednostka tematyczna	Godz.	Wymagania programowe
Wielomiany (23)	Przykłady wielomianów	1	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none"> rozpoznawać wielomiany, określać stopień, wykonywać działania na wielomianach (porządkowanie, dodawanie, mnożenie, porównywanie), wykonać dzielenie wielomianów, rozkładać wielomiany na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie czynnika przed nawias, rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe, wykonywać dodawanie, odejmowanie mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych wykorzystywać program Derive do przekształcania wyrażeń algebraicznych, wyznaczać dziedzinę wyrażenia wymiernego, rozwiązywać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki,
	Stopień wielomianu	1	
	Działania na wielomianach	1	
	Dzielenie wielomianów	3	
	Rozkładanie wielomianu na czynniki	3	
	Przykłady prostych równań i nierówności wielomianowych	3	
	Wyrażenia wymierne. Działania na wyrażeniach wymiernych.	3	
	Przekształcania wyrażeń algebraicznych w programie komputerowym Derive.	1	
	Dziedzina wyrażenia wymiernego	2	
	Rozwiązywanie równań wielomianowych	3	
	Powtórzenie, sprawdzian umiejętności.	2	
	Trygonometria (15)	Funkcje trygonometryczne kąta ostrego.	
Kąty o miarach ujemnych i dodatnich.		1	
Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.		3	
Dowodzenie prostych tożsamości trygonometrycznych.		3	
Równania trygonometryczne.		3	
Powtórzenie, sprawdzian umiejętności i jego omówienie.		3	
Geometria w układzie współrzędnych (24)	Punkty na płaszczyźnie	2	<ul style="list-style-type: none"> obliczać odległości punktów na płaszczyźnie, wyznaczać z równania okręgu (koła), współrzędne jego środka i długość promienia, wyznaczać równanie prostej badać wzajemnego położenia prostych, stosować warunki równoległości i prostopadłości w zadaniach, wyznaczać równanie prostej równoległej przechodzącej przez punkt, obliczać odległość punktu od prostej, wykonywać działania na wektorach obliczać współrzędne i długość wektora określać liczbę rozwiązań układu równań sprawdzać czy punkty są współliniowe zaznaczać w układzie współrzędnych zbiory punktów, które spełniają określone warunki, opisywać zaznaczone zbiory punktów wypisywać proporcje wynikające z podobieństwa wyznaczanie odległości punktów na mapie, opisywać zbiór punktów płaszczyzny za pomocą układu nierówności, starannie wykonywać rysunki,
	Wektory w układzie współrzędnych.	3	
	Równanie prostej.	4	
	Równoległość i prostopadłość prostych.	5	
	Graficzna interpretacja rozwiązania układu równań	2	
	Figury podobne	5	
	Figury w układzie współrzędnych	5	
	Powtórzenie, sprawdzian umiejętności i jego omówienie.	4	



Statystyka (10)	Przedstawianie danych statystycznych w różnej postaci.	2	<ul style="list-style-type: none"> wyznaczać średnią arytmetyczną zestawu danych, obliczać średnią ważoną zestawu danych, wskazywać medianę i dominantę zestawu danych, odczytywać dane z tabel, diagramów, wykresów, przedstawiać dane w postaci tabel, diagramów, wykresów, dokonywać analizy danych statystycznych, uzasadniać wnioski wynikające z przeprowadzonej analizy,
	Analiza danych statystycznych	1	
	Średnia arytmetyczna i geometryczna.	1	
	Średnia ważona.	2	
	Mediana i dominanta zestawu danych.	2	
	Powtórzenie wiadomości	1	
	Sprawdzian umiejętności i jego omówienie.	1	

Klasa III (3 godziny w ciągu tygodnia). Zaplanowano 96 godziny (32 tygodni w związku z miesięczną praktyką)

Dział	Jednostka tematyczna	Godz.	Wymagania programowe
Ciągi (21)	Pojęcie ciągu liczbowego. Podstawowe metody określania ciągów.	2	<ul style="list-style-type: none"> określić ciąg i podać przykłady ciągów, z badać czy ciąg jest arytmetyczny czy geometryczny,
	Monotoniczność ciągu.	2	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć kolejne wyrazy ciągu
	Określenie ciągu arytmetycznego, wzór ogólny.	2	<ul style="list-style-type: none"> z badać monotoniczność ciągu z badać, czy dany ciąg jest arytmetyczny czy geometryczny
	Suma częściowa ciągu arytmetycznego. Procent prosty.	2	<ul style="list-style-type: none"> wskazać algorytm wyznaczania n-tego wyrazu ciągu
	Określenie ciągu geometrycznego.	2	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć a_n i S_n dla ciągu arytmetycznego i geometrycznego
	Suma częściowa ciągu geometrycznego.	2	<ul style="list-style-type: none"> zastosować własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach tekstowych
	Zastosowanie własności ciągów w zadaniach.	5	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć procent składany dla oszczędności bankowych
	Procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów.	2	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć oprocentowanie lokat i kredytów bankowych
	Sprawdzian umiejętności i jego omówienie.	2	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć oprocentowanie lokat i kredytów bankowych
Funkcja wykładnicza i logarytmiczna (20)	Definicja logarytmu.	2	<ul style="list-style-type: none"> stosować definicje logarytmu, stosować wzory na logarytm iloczynu, ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym stosuje proporcjonalność odwrotną w zadaniach, sporządzanie wykresów funkcji wykładniczych dla różnych podstaw, opisywanie własności funkcji wykładniczych, wykorzystywać własności funkcji wykładniczej do rozwiązywania problemów opisanych za pomocą funkcji wykładniczej, rozwiązywanie prostych równań wykładniczych
	Podstawowe własności logarytmów	4	
	Proporcjonalność odwrotna.	3	
	Funkcja wykładnicza	4	
	Wykres funkcji wykładniczej	2	
	Powtórzenie wiadomości	2	
	Sprawdzian umiejętności i jego omówienie	3	
Wyrażenia wymierne (15)	Wyrażenia wymierne	2	<ul style="list-style-type: none"> przekształcać wyrażenia wymierne, rozwiązywać proste równania wymierne, szkicować wykres funkcji homograficznej, rozpoznawać przykłady funkcji wymiernych, tworzyć przy użyciu komputera wykresy funkcji wymiernych, sporządzać przy użyciu komputera wykres dowolnej funkcji,
	Równania wymierne	2	
	Funkcja homograficzna	2	
	Przykłady funkcji wymiernych	3	
	Wykresy przykładowych funkcji wymiernych	2	
	Powtórzenie wiadomości	2	
	Sprawdzian wiadomości	2	



Stereometria (40)	Proste i płaszczyzny w przestrzeni	2	<ul style="list-style-type: none"> określanie wzajemne położenie: prostych w przestrzeni, prostej i płaszczyzny, płaszczyzn, określać wzajemne położenie krawędzi bryły względem jej ścian, dokonywać klasyfikacji brył, nazywać i opisywać dany wielościan, bryłę obrotową, zamieniać jednostki pól i objętości brył, projektować siatki wielościanu, budować modele brył, rysować przekroje brył, wskazywać kąt nachylenia prostej do płaszczyzny, rysować kąt między płaszczyznami, dokładne i staranne wykonywać rysunki brył, obliczać pola i objętości brył, dokonywać analizy treści zadania, zapisywać warunki i zależności między obiektami, dostrzegać związki między bryłami a otaczającą nas rzeczywistością, zanalizować treść zadania, zapisać warunki i zależności między obiektami, obliczyć pole i objętość bryły stosowanie trygonometrii do wyznaczania wielkości miarowych brył, obliczania pól i objętości,
	Pojęcie bryły i wielościanu	1	
	Przypomnienie pojęcia pola powierzchni i objętości brył – podstawowe wzory	3	
	Jednostki pola i objętości brył – zamiana jednostek	2	
	Wielościany foremne. Siatki wielościanów	2	
	Przekroje brył.	2	
	Graniastosłupy	4	
	Ostrosłupy	4	
	Związki miarowe w graniastosłupach i ostrosłupach z zastosowaniem trygonometrii	5	
	Związki miarowe w bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii	4	
	Obliczanie pola powierzchni i objętości brył	5	
	Powtórzenie wiadomości.	3	
	Sprawdzian umiejętności i jego omówienie.	3	

Klasa IV (2 godziny w ciągu tygodnia). W klasie maturalnej rok szkolny trwa tylko 29 tygodni. Zaplanowano 58 godzin.

Rachunek prawdopodobieństwa (22)	Zdarzenie elementarne, zbiór zdarzeń elementarnych i sposoby ich przedstawiania	1	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> wyznaczyć skończony zbiór zdarzeń elementarnych danego eksperymentu losowego wykonać działania na zdarzeniach podać liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu zastosować klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzenia zastosować własności prawdopodobieństwa w zadaniach tekstowych obliczać prawdopodobieństwo zdarzenia za pomocą drzewa stosować regułę mnożenia w kombinatoryce, rozwiązywanie praktycznych problemów z wykorzystaniem kombinatoryki, obliczać częstość zdarzenia stosować klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzenia, stosować własności prawdopodobieństwa w zadaniach tekstowych,
	Relacje między zdarzeniami	1	
	Własności prawdopodobieństwa.	2	
	Reguła mnożenia.	1	
	Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń	4	
	Zastosowanie kombinatoryki do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń	2	
	Metoda drzew w obliczaniu prawdopodobieństw zdarzeń	5	
	Częstość zdarzenia. Aksjomatyka definicja prawdopodobieństwa	2	
	Własności prawdopodobieństwa	2	
	Sprawdzian umiejętności i jego omówienie	2	



Powtórzenie (36)	Liczby i zbiory	1	• rozwiązywać przykładowe arkusze maturalne z matematyki
	Obliczenia procentowe	2	
	Obliczenia procentowe w zadaniach tekstowych	1	
	Funkcje i ich własności	2	
	Funkcja liniowa	1	
	Równania i układy równań w zadaniach tekstowych	1	
	Funkcja kwadratowa	2	
	Wielomiany	2	
	Funkcja wymierna	2	
	Ciąg arytmetyczny i geometryczny	3	
	Funkcje wykładnicze i logarytmiczne	1	
	Funkcje trygonometryczne	2	
	Wielokąty i ich własności	1	
	Równanie prostej na płaszczyźnie. Warunek równoległości i prostopadłości prostych. Odległość punktu od prostej	2	
	Rozwiązywanie zadań z geometrii analitycznej	3	
	Rozwiązywanie zadań z planimetrii	2	
	Rozwiązywanie zadań ze stereometrii	5	
	Rachunek prawdopodobieństwa	2	
	Statystyka	1	

Przestrzegając Wewnętrzny Przedmiotowy System Oceniania ustala się następujące zasady kontroli i oceny przebiegu uczenia się uczniów:

- stosuje się ocenianie bieżące i okresowe,
- ocenianie prowadzone jest systematycznie,
- ocenianie bieżące to ocenianie odpowiedzi ustnych (1), zadań domowych (1), sprawdzianów (1), testów (1), klasówek (2) i ocen z aktywności (1),
- ocena końcowa jest średnią ważoną ocen cząstkowych, przy ustalonych wagach (wagi są podane w nawiasach),
- nagradza się udział w konkursach i inne działania związane tematycznie z matematyką,

W ocenianiu bieżącym uczeń otrzymuje ocenę:

- a) **celujący** – jeśli swą wiedzą i umiejętnościami wykracza poza obowiązujący program, uczestniczy w działaniach związanych tematycznie z matematyką, uzyskuje znaczące wyniki w konkursach matematycznych, poszukuje i buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań, wykazuje zainteresowanie przedmiotem, z prac pisemnych osiąga bardzo dobre stopnie,
- b) **bardzo dobry** – jeśli opanował w pełni obowiązujący program, sprawnie i samodzielnie rozwiązuje zadania, z prac pisemnych osiąga bardzo dobre stopnie, ma wyobraźnię geometryczną, poprawnie posługuje się językiem matematycznym, stosuje matematykę w sytuacjach praktycznych,



- c) **dobry** jeśli opanował podstawę programową, sprawnie przeprowadza obliczenia rachunkowe, zdobywa oceny dobre z prac klasowych, samodzielnie rozwiązuje typowe zadania, potrafi łączyć wiadomości z różnych działów, ocenia poprawność rozwiązania zadania przedstawionego przez innego ucznia,
- d) **dostateczny** z niewielką pomocą nauczyciela rozwiązuje typowe zadania, zna i potrafi stosować algorytmy prowadzące do rozwiązania zadania, sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, na klasówce samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne, rozwiązuje typowe zadania złożone, zdobywa oceny dostateczne z prac klasowych,
- e) **dopuszczający** wykonuje obliczenia rachunkowe, zna podstawowe pojęcia i twierdzenia matematyczne, wykazuje chęć współpracy w celu nadrobienia braków, zdobywa oceny dopuszczające z prac klasowych, zna najprostsze pojęcia matematyczne, potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania, samodzielnie lub z pomocą rozwiązuje niezbyt trudne zadania,
- f) **niedostateczny** nie spełnia kryteriów na ocenę dopuszczającą.

7. Oprzyrządowanie programu

Do realizacji programu wybrano pakiet Gdańskiego Wydawnictwa Oświatowego *Matematyka z plusem*. W skład tego pakietu wchodzi:

- *Matematyka I. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres podstawowy*, M. Karpiński, M. Dobrowolska, M. Braun, J. Lech
- *Matematyka I. Zbiór zadań*, M. Karpiński, M. Dobrowolska, M. Braun, J. Lech
- *Matematyka I. Ćwiczenia*, M. Karpiński, M. Dobrowolska, J. Lech
- *Matematyka I. Sprawdziany*, U. Sawicka-Patrzałek, B. Jeleńska, D. Figura, W. Urbańczyk
- *Matematyka I. Podręcznik dla liceum i technikum. Wersja dla nauczyciela. Część I i II*, M. Karpiński, M. Dobrowolska, M. Braun, J. Lech
- *Matematyka II. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres podstawowy*, M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech
- *Matematyka II. Ćwiczenia*, M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech
- *Matematyka II. Zbiór zadań*, M. Braun, M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech, E. Zamościńska
- *Matematyka II. Sprawdziany*, U. Sawicka-Patrzałek, D. Figura, B. Jeleńska, A. Wola, W. Urbańczyk
- *Matematyka II. Podręcznik dla liceum i technikum. Wersja dla nauczyciela. Część I i II*, M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech, W. Urbańczyk
- *Matematyka III. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres podstawowy. Nowa wersja*, M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech
- *Matematyka III. Ćwiczenia*, M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech
- *Matematyka III. Zbiór zadań*, M. Braun, M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech, E. Zamościńska
- *Matematyka III. Sprawdziany*, U. Sawicka-Patrzałek, D. Figura, B. Jeleńska, A. Wola, W. Urbańczyk
- *Matematyka III. Podręcznik dla liceum i technikum. Wersja dla nauczyciela. Część I i II*, M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech, W. Urbańczyk

Bardzo ważne na lekcji matematyki są także środki dydaktyczne. Do realizacji tego programu przewidziano wyposażenie pracowni w następujące środki:

- tablice, tablice poglądowe,
- przybory kreślarskie,
- plansze z wzorami matematycznymi,
- przenośny komputer,
- rzutnik multimedialny z ekranem,
- oprogramowanie do komputera: system operacyjny Windows, pakiet Office, przeglądarka internetowa,
- zestaw brył geometrycznych.

Niektóre z realizowanych treści wymagają samodzielnego przygotowania przez nauczyciela.



8. Projekt ewaluacji programu

Wraz z upływem czasu zmieniają się niektóre z priorytetów kształcenia. Dlatego program należy co jakiś czas ewaluować i wprowadzać poprawki i udoskonalenia. Do opisu procedury ewaluacji programu przedstawiam tabelę przedstawioną w opracowaniu dr Marii Sobczak *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki.*

PREZENTACJA DANYCH	Raport ewaluacyjny					
PRÓBA BADAWCZA	ZS Nr 4 w Stalowej Woli					
METODY BADAWCZE	Analiza: <ul style="list-style-type: none"> – wyników diagnozy implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście oświaty oraz rynku pracy w woj. podkarpackim, – wyników naboru uczniów do technikum mechanicznego w ZS Nr 4 w Stalowej Woli w ciągu kilku ostatnich lat, – danych z arkusza oceny programu, 					
KRYTERIA EWALUACJI	Co najmniej 50% wg arkusza oceny	Co najmniej 50% wg arkusza oceny	Co najmniej 50% wg arkusza oceny	Co najmniej 50% wg arkusza oceny	Tak	Co najmniej 50% wg arkusza oceny
PYTANIA KLUCZOWE (BADAWCZE)	1. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia zasoby realizatora?	2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców?	3. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania MKKE?	4. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie?	5. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności?	6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu oceny programu?
OBIEKT	Projekt autorskiego programu nauczania					
ETAP	Przed rozpoczęciem realizacji programu					



PREZENTACJA DANYCH	Raport ewaluacyjny			
PRÓBA BADAWCZA	Wszyscy uczestnicy			
METODY BADAWCZE	Analiza dokumentów	Analiza dokumentów”	Analiza dokumentów, dokumentów, m.in. monitoringu	Analiza dokumentów, obserwacja
KRYTERIA EWALUACJI	Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas	Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy dydaktycznych	Wzrost o 20% liczby hospitacji dyrektora, udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym	Przewaga metod aktywizujących nad podającymi.
PYTANIA KLUCZOWE (BADAWCZE)	1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu?	2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	3. Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły?	4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?
OBIEKT	Skuteczność programu			
ETAP	W czasie realizacji programu			



PREZENTACJA DANYCH	Raport ewaluacyjny Promocja projektu. Promocja szkoły w środowisku.			Raport ewaluacyjny Promocja projektu. Promocja szkoły w środowisku.
PRÓBA BADAWCZA	Wszyscy uczestnicy			Wszyscy uczestnicy
METODY BADAWCZE	Ankietowanie uczniów.	Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i na „wyjściu”	Ankietowanie uczniów	Analiza dokumentów (z wynikami egzaminu maturalnego)
KRYTERIA EWALUACJI	Wzrost o min. 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE	Wzrost o min. 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE	Co najmniej przeciętne wyniki przeprowadzonej ankiety	Wzrost minimum o 20% średniego wyniku matury z matematyki
PYTANIA KLUCZOWE (BADAWCZE)	1. Jaki poziom wiedzy i umiejętności matematycznych w zakresie MKKE prezentują uczniowie rozpoczynający naukę, a w jakim stopniu wzrasta ich poziom w tym kierunku po I i II roku nauki?	2. W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?	3. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu?	4. Na ile trwałe są zmiany w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?
OBIEKT	Skuteczność programu			Skuteczność programu
ETAP	Na koniec realizacji programu			Po pewnym czasie od realizacji projektu

Bibliografia

- [1] Dobrowolska M., Karpiński M., Lech J., *Matematyka II. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres podstawowy*, GWO, Gdańsk 2003.
- [2] Dobrowolska M., Karpiński M., Lech J., *Matematyka III. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres podstawowy*, GWO, Gdańsk 2003.
- [3] Karpiński M., Dobrowolska M., Braun M., Lech J., *Matematyka I. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres podstawowy*, GWO, Gdańsk 2003.
- [4] Pyrdoł P., Jatczak A., Ciołkosz A., Ciołkosz P., *Matematyka. Program nauczania dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Zakres podstawowy*, Operon, Gdynia 2007.
- [5] Sobczak M., *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, WSEI w Lublinie, Lublin 2009.
- [6] Treliński G., *Program nauczania dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum w zakresie podstawowym i rozszerzonym*, Kleks, Bielsko-Biała 2002.
- [7] *Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynku pracy w województwie podkarpackim*, WSIE, Lublin 2009.
- [8] *Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty oraz rynku pracy. Zespół Szkół Nr 4 im. płk. Stanisława Dąbka w Stalowej Woli*, WSIE, Lublin 2009.
- [9] *Informator dla nauczycieli. Matematyka*, GWO, Gdańsk 2002.



Autor

Joanna Kuźniar

PRZEDMIOT

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

**Zespół Szkół Technicznych Nr 3
w Łąncucie**

*Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*

Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Notka o autorze.....	5
Wstęp.....	5
Uwarunkowania realizacji programu.....	6
1. Cele ogólne kształcenia	9
2. Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania	10
2.1. Cele edukacyjne.....	10
2.2. Uszczegółowione cele MKKE	10
2.3. Cele wychowawcze	11
2.4. Cele nauczania wynikające z profilu zawodowego.....	11
3. Procedury osiągania celów	12
4. Procedury osiągania celów	22
5. Propozycje metod oceny osiągnięć uczniów	24
5.1. Metody nauczania.....	25
5.2. Metody kontroli i oceny	27
5.3. Środki dydaktyczne	30
6. Wymagania programowe i ewaluacja programu	31
6.1. Ogólne kryteria oceny osiągnięć ucznia.....	31
6.2. Ewaluacja.....	32
Bibliografia.....	35



Notka o autorze

Doświadczenie zawodowe Joanny Kuźniar rozpoczęło się od pracy z uczniami w szkole podstawowej, a następnie gimnazjum, aż do szkoły ponadgimnazjalnej. Jest nauczycielem kontraktowym. Posiada dodatkowe kwalifikacje z zakresu nauczania informatyki, oraz pedagogiki opiekuńczo wychowawczej. Z obu tych kierunków ukończyła studia podyplomowe.

Wstęp

Między duchem a materią pośredniczy matematyka
Hugo Steinhaus

Zmodyfikowany program nauczania matematyki w zakresie podstawowym dla technikum (mechanik pojazdów samochodowych) powstał w oparciu o program nauczania matematyki wydawnictwa Nowa Era o numerze dopuszczenia DKOS – 5002 - 19/07 w ramach projektu „SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI. Program rozwijania umiejętności uczniów Polski Wschodniej”. Celem jest zwiększenie dostępności do rozwoju kompetencji kluczowych uczniów szkół ponadgimnazjalnych o profilu zawodowym, w Polsce Wschodniej.

Matematyka – jako przedmiot obowiązkowy na maturze - przez każdego ucznia powinna być opanowana w stopniu dostatecznym. Duży nacisk należy kłaść na zainteresowanie młodzieży edukacją matematyczną, przełamaniem uprzedzeń w tym zakresie i na skuteczniejsze kształcenie. Ponadto za wykorzystaniem kształcenia matematycznego do podnoszenia atrakcyjności i skuteczności kształcenia zawodowego przemawiają wyjątkowe walory matematyczne. Są to między innymi możliwość zrozumienia i stosowania języka matematyki, jako języka opisu rzeczywistości, rozwijania myślenia matematycznego i wyobraźni geometrycznej, nabycie umiejętności rozwiązywania różnorodnych problemów teoretycznych i praktycznych w twórczy sposób. Program zakłada uczestnictwo uczniów w nieco inaczej zaplanowanych i poprowadzonych lekcjach matematyki, dzięki którym uczniowie udoskonalą umiejętności intelektualne, niezbędne do uczenia się przedmiotów zawodowych, uzyskując szanse dalszego kształcenia albo bycia bardzo wartościowym pracownikiem. Wysiłek ucznia i nauczyciela zakłada bycie bardziej racjonalnym i twórczym, a nie mechanicznym.

Niniejsza pozycja składa się z kilku części. Na początku wymieniam najważniejsze cele edukacyjne i wychowawcze kształcenia w zakresie matematyki z uwzględnieniem matematycznych kompetencji kluczowych w ujęciu dokumentów Parlamentu Europejskiego (MKKE). Kolejna część programu zawiera materiał nauczania wraz z przewidywanymi umiejętnościami uczniów. W następnej części przedstawiona została procedura osiągania celów oraz metody sprawdzania i oceny osiągnięć uczniów. Na końcu zamieszczono wymagania programowe i ewaluacją osiągnięć uczniów.

Realizacja tego programu umożliwi zdobycie wiadomości i umiejętności opisanych w podstawie programowej i w standardach wymagań egzaminacyjnych. Program jest liniowy z powtarzającymi partiami materiału.

Do programu wykorzystywane będą podręczniki z wydawnictwa Nowa Era autorów: W. Babiński, L. Chańko, D. Ponczek oraz dodatkowe materiały: ćwiczenia, zbiory zadań, poradniki metodyczne i sprawdziany.

Uwarunkowania realizacji programu

Młodzież uczęszczająca do szkoły to większości uczniowie mieszkający na wsi. Główną ich motywacją wyboru szkoły jest zdobycie zawodu, jest to młodzież o słabych wynikach na świadectwie i egzaminie gimnazjalnym - głównie w staninie 3 i 4. Biorąc pod uwagę wyniki matury to w porównaniu z wynikiem w szkołach, których młodzież na wejściu znajduje się w staninie 4, wynik jest dobry:

- szkoła – wynik ogólny – 65,5%
- OKE Kraków (technika „podobne”, stanin 4) – 62,6%
- technika w Powiecie Łańcuckim – 60,48%

Szkoła kształci w następujących kierunkach kształcenia: technik mechanik, technik mechanizacji rolnictwa, technik architektury krajobrazu, mechanik pojazdów samochodowych oraz od najbliższego roku szkolnego – 2009/2010 technik geodeta. W większości uczniowie nie przejawiają zdolności matematycznych, są natomiast dobrymi uczniami w przedmiotach zawodowych. Dlatego też program zakłada, iż nie kształcimy matematyków, ale uczniów którzy mają jak najwięcej wynieść ze szkoły takich wiadomości i umiejętności z zakresu matematyki, które przydadzą im się w życiu codziennym i umożliwią dalsze kształcenie.

Główne problemy nauczycieli w kształtowaniu KK i zawodowych:

- Duża ilość godzin opuszczonych i nieusprawiedliwionych przez uczniów zarówno klas Technikum i ZSZ.
- Do klas pierwszych Technikum trafia młodzież, która na egzaminie gimnazjalnym osiągnęła wyniki niżej średniej, najczęściej z trzeciego i czwartego staninu.
- Uczniowie nie mają wygórowanych ambicji, panuje moda na przeciętność.
- Znaczna część uczniów pochodzi z rodzin niezamożnych, rozbitych, dotkniętych bezrobociem, co stanowi o ograniczeniu środków materialnych na cele edukacyjne.
- Duża liczba uczniów wychowuje się w rodzinach wielodzietnych co powoduje, że indywidualna kontrola wychowawcza rodziców nad każdym dzieckiem jest osłabiona.
- Około 10% uczniów w szkole posiada opinię Poradni Psychologiczno Pedagogicznej o dostosowaniu wymagań edukacyjnych ze względu na zaburzenia rozwojowe lub specyficzne trudności w uczeniu, co wpływa na proces kształcenia.

Regionalny i lokalny rynek pracy w aspekcie specjalności zawodowych placówki

W oparciu o diagnozę regionalną implementacji Kompetencji Kluczowych zauważamy, że około 30% – 40% absolwentów Zespołu Szkół Technicznych w Łańcucie corocznie kontynuuje naukę na wyższych uczelniach. Wybierają głównie te uczelnie wyższe, na których mogą kontynuować naukę w wyuczonym lub bliskim wyuczonemu zawodowi. Najważniejsze z nich to Politechnika Rzeszowska, Uniwersytet Rzeszowski, Wyższa Szkoła Zawodowa w Jarosławiu, Wyższa Szkoła Zarządzania i Informatyki w Rzeszowie i inne.

Pozostali absolwenci starają się podjąć pracę. Charakter zatrudnienia zależy od wyuczonego zawodu i tak absolwenci w zawodzie – uczniowie kończący kierunki mechaniczne (zawód – technik mechanik) i samochodowych (zawód – mechanik pojazdów samochodowych) znajdują zatrudnienie w wielu branżach od mechanicznej poprzez transport, przemysł lotniczy (WSK Rzeszów), budowlany i usługi. Wielu absolwentów trafia do serwisów samochodowych, gdzie nietrudno o pracę, ponieważ w ostatnich latach wielu pracowników wyjechało za granicę. Absolwenci kierunków samochodowych stosunkowo łatwo znajdują zatrudnienie jako kierowcy. W ostatnim roku, w związku z rozwojem usług budowlanych, wielu absolwentów trafiło do przedsiębiorstw branży budowlanej, gdzie ze względu na dobre zarobki podejmują zatrudnienie nie mając odpowiednich kwalifikacji.

Obserwując uczniów na poszczególnych etapach kształcenia dostrzegam iż matematyka jest dla nich przedmiotem przysparzającym trudności. I dlatego mocno trzeba się starać, aby ją uprzystępnąć. Konieczne jest tworzenie pomostów między abstrakcyjnymi pojęciami i operacjami matematycznymi a konkretnym wyobrażeniem i działaniem ucznia. Chcę też wykorzystać okazje, którą daje matematyka i rozwijać intelekt uczniów. Aby rozwijać kompetencje kluczowe wśród uczniów do dyspozycji mam następującą bazę lokalową: salę matematyczną ze standardowym wyposażeniem (duże tablice, plansze matematyczne, bryły, przybory geometryczne). Sala jest przestronna, z podstawowym wyposażeniem. Na bieżąco podlega drobnym modernizacjom, co poprawia jej walory estetyczne. W dobie ówczesnych zmian, uważam że niezbędny jest zakup nowoczesnych środków przekazu takich jak: projektor, laptop czy przenośny wizualizer. Te elementy są konieczne aby stworzyć możliwość kształcenia logicznego myślenia: kojarzenia, wyciągania wniosków, uzasadniania lub obalania poglądów, uogólniania, znajdowania analogii i dostrzegania sprzeczności. W celu podniesienia atrakcyjności zajęć na lekcji wykorzystywane są pomoce w formie foliogramów, tablic plansz, oraz w miarę możliwości mogą być prowadzone zajęcia w pracowni komputerowej. Jednakże aby nauczanie było skuteczne musi być dostosowane do możliwości uczniów.



1. Cele ogólne kształcenia

Podstawa programowa określa następujące cele kształcenia:

- Przygotowanie do świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne odgrywają kluczową rolę.
- Przystwojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych, w szczególności:
 - usystematyzowanie wiedzy o liczbach rzeczywistych oraz nabycie sprawności wykonywania obliczeń
 - opanowanie reguł rachunku algebraicznego
 - wdrożenie do opisywania oraz analizy zależności i zmienności za pomocą elementarnych funkcji
 - poznanie struktury otaczającej nas przestrzeni poprzez własności klasycznych obiektów geometrycznych; rozwój wyobraźni przestrzennej
 - poznanie elementarnych metod analizy zjawisk statystycznych i losowych oraz ich najprostszych opisów kombinatorycznych.
- Przyzwyczajenie do typowych elementów rozumowań matematycznych, w szczególności do stosowania pojęć takich jak: założenie, wniosek, dowód (także nie wprost), przykład i kontrprzykład.
- Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń.
- Wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji, stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji.
- Kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania.

Zadania szkoły

- Zapewnienie kształcenia promującego samodzielne, krytyczne i twórcze myślenie, ograniczenie do minimum działań schematycznych i odtwórczych.
- Zapewnienie każdemu uczniowi warunków do rozwoju zdolności matematycznych na miarę jego możliwości poznawczych.
- Przygotowanie uczniów do samodzielnego zdobywania wiedzy na dalszych etapach edukacji oraz w pracy zawodowej.
- Wdrożenie uczniów do korzystania z nowoczesnych narzędzi (kalkulatory, komputery, multimedia) i źródeł informacji (podręczniki, słowniki, atlasy, encyklopedie, zasoby sieciowe).

2. Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania

Nauka matematyki powinna wspomagać rozwój intelektualny ucznia, przygotowywać go do działań zespołowych, przyczyniać się do wszechstronnego kształtowania jego osobowości oraz pomóc mu w poznawaniu i rozumieniu problematyki rozwoju kraju i Świata. Zakładane cele znajdują się w podstawie programowej, standardach wymagań egzaminacyjnych i MKKE oraz są istotne dla kształcenia w zawodzie technik pojazdów samochodowych.

2.1. Cele edukacyjne

- stworzenie podstaw wiedzy matematycznej w zakresie znajomości i rozumienia terminów i pojęć matematycznych
- doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie mechanik pojazdów samochodowych
- wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych
- rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin wiedzy
- doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym – w tym podręcznikiem – oraz innymi źródłami informacji matematycznej
- wykształcenie umiejętności samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi – umiejętność stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych, poszukiwania dróg ich weryfikacji)
- wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń
- kształcenie wyobraźni matematycznej (intuicja w zakresie obiektów abstrakcyjnych, wyobraźnia geometryczna dotycząca obiektów płaskich i przestrzennych) oraz przewidywania skutków podejmowanych działań (głównie podczas rozwiązywania problemów matematycznych)
- wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego, innych dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie technik pojazdów samochodowych.

2.2. Uszczegółowione cele MKKE

Z zakresu wiedzy:

- rozumienie pojęć i terminów matematycznych – W1
- dobrze opanowana umiejętność liczenia – W2
- znajomość miar i struktur – W3

- znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej – W4
- świadomość pytań na które matematyka może dać odpowiedź – W5

Z zakresu umiejętności:

- stosowanie głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny) – U1
- śledzenie i ocenianie ciągów argumentów (rozumieć dowód matematyczny) – U2
- przekazywanie komunikatów stosując język matematyczny – U3
- korzystanie z tekstu matematycznego – U4

Z zakresu postaw:

- przejawianie szacunku dla prawdy – P1
- dążenie do szukania przyczyn – P2
- ocenianie zasadności wnioskowań i działań – P3

2.3. Cele wychowawcze

- nauka dobrej organizacji pracy, wytrwałości i systematyczności w dążeniu do osiągnięcia zamierzonych wyników
- kształcenie umiejętności logicznego rozumowania
- wyrabianie samodzielności, dociekliwości i krytycyzmu
- rozwijanie zdolności poznawczych
- pobudzanie aktywności umysłowej
- rozwijanie umiejętności prezentowania wyników własnej pracy i dowodzenia racji z wykorzystaniem precyzyjnego języka matematyki
- rozwijanie umiejętności pracy i współpracy w zespole, prowadzenia dyskusji z wykorzystaniem argumentów merytorycznych.

2.4. Cele nauczania wynikające z profilu zawodowego

- mierzenie podstawowych wielkości fizycznych i geometrycznych
- opracowywanie i interpretacja pomiarów
- sporządzanie harmonogramu prac, obliczanie ich pracochłonności oraz kosztów
- konstruowanie obiektów mechanicznych w układzie trójosiowym
- posługiwanie się narzędziami i oprzyrządowaniem technicznym

3. Procedury osiągnięcia celów

Propozycja rozkładu godzin

L.P.	TREŚCI NAUCZANIA	LICZBA GODZIN
KLASA 1 3H X 34 TYGODNIE		
1.	Liczby rzeczywiste	20
2.	Język matematyki	10
3.	Funkcje	15
4.	Wektory	3
5.	Funkcja liniowa	16
6.	Funkcja kwadratowa	15
7.	Planimetria	15
8.	Godziny do powtórzeń wybranej parti materiału	8
KLASA 2 2H X 34 TYGODNIE		
1.	Wielomiany	16
2.	Wyrażenia wymierne	16
3.	Funkcje wykładnicze i logarytmy	20
4.	Godziny do powtórzeń wybranej parti materiału	12
KLASA 3 2H X 30 TYGODNI		
1.	Ciągi liczbowe	20
2.	Planimetria	15
3.	Rachunek prawdopodobieństwa	15
4.	Godziny do powtórzeń wybranej parti materiału	10
KLASA 4 2H X 28 TYGODNI		
1.	Elementy statystyki opisowej	12
2.	Stereometria	24
3.	Powtórzenie przed maturą	20



Ramowy rozkład materiału

Klasa I

Treści	Najważniejsze zagadnienia	Liczba godzin
Liczby rzeczywiste	<ol style="list-style-type: none"> Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory: liczby naturalne, liczby całkowite, liczby wymierne (porównywanie i przedstawianie w różnych postaciach – ułamek zwykły, ułamek dziesiętny), liczby niewymierne (rozpoznawanie liczb niewymiernych, usuwanie niewymierności z mianownika). Twierdzenie o rozkładzie liczby naturalnej na czynniki pierwsze. Pierwiastki, w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych. Obliczenia procentowe. Posługiwanie się pojęciem procentu i punktu procentowego w rozwiązywaniu zadań praktycznych. Pojęcie względnego i bezwzględnego błędu przybliżenia. Wyznaczanie przybliżenia dziesiętnego danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również z użyciem kalkulatora). Szacowanie wyniku obliczeń z zadaną dokładnością. 	20
Język matematyki	<ol style="list-style-type: none"> Zbiory. Oś liczbowa. Przedziały na osi liczbowej. Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej. 	10
Funkcje	<ol style="list-style-type: none"> Pojęcie funkcji. Określanie funkcji (wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym). Odczytywanie z wykresu funkcji jej dziedziny, miejsc zerowych, zbioru wartości, wartości największej i wartości najmniejszej w danym przedziale, przedziałów monotoniczności. Przesuwanie wykresu wzdłuż osi OX i osi OY. Przekształcenia wykresu funkcji przez symetrię względem osi układu współrzędnych. Wykres funkcji $y = f(x)$. Zastosowanie funkcji do opisu zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym. 	15
Wektor	<ol style="list-style-type: none"> Pojęcie wektora, długość, równość, wektory przeciwne. Wektory w prostokątnym układzie współrzędnych. 	3
Funkcja liniowa	<ol style="list-style-type: none"> Uporządkowanie informacji o funkcji liniowej: sporządzanie wykresu, wyznaczanie wzoru funkcji na podstawie jej wykresu, interpretacja współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego wzoru funkcji liniowej. Równanie prostej na płaszczyźnie. Warunek równoległości i warunek prostokątności prostych dla równań w postaci kierunkowej. Interpretacja geometryczna układu dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi. 	16
Funkcja kwadratowa	<ol style="list-style-type: none"> Sporządzanie wykresu funkcji kwadratowej, odczytywanie własności z wykresu. Wyznaczanie miejsc zerowych funkcji kwadratowej. Wyznaczanie wartości najmniejszej i wartości największej funkcji kwadratowej w przedziale, wykorzystanie tego do rozwiązywania praktycznych zadań optymalizacyjnych. Równania i nierówności stopnia drugiego. Rozwiązywanie zadań o kontekście praktycznym, prowadzących do równań i nierówności stopnia drugiego. 	15
Planimetria	<ol style="list-style-type: none"> Twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem. Cechy podobieństwa trójkątów. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym. Wyznaczanie związków miarowych w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii, także w sytuacjach praktycznych. 	15
Godziny do powtórzeń wybranej partii materiału		8

*materiał nauczania wynikający z potrzeb kształcenia w zawodzie mechanik pojazdów samochodowych

Wykaz zakładanych osiągnięć ucznia klasy I

W zakresie liczb rzeczywistych uczeń:

- podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych
- zna pojęcie zbioru i podzbioru i odnosi je do zbiorów liczbowych, zbiorów punktów (W4)
- wykonuje działania na zbiorach z wykorzystaniem własności działań (W4)
- wskazuje sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej (W5)
- wyznacza stosunki wielkości i opisuje je z użyciem liczb wymiernych, rzeczywistych (U1)
- szacuje wielkości, posługuje się procentami (U1)
- posługuje się liczbami i działaniami do modelowania stosunków wielkościowych (U1)
- porównuje liczby wymierne poszukuje w innych źródłach wyjaśnienia napotkanych w tekście terminów i pojęć (U4)
- przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach (ułamek zwykły, dziesiętny)
- wykonuje obliczenia na liczbach wymiernych i rzeczywistych
- wyznacza przybliżenia liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora)
- wykonuje działania na potęgach o wykładnikach całkowitych
- oblicza wartości pierwiastków, w tym również pierwiastków nieparzystego stopnia z liczb ujemnych
- usuwa niewymierność z mianownika ułamka
- szacuje wyniki obliczeń z zadaną dokładnością
- posługuje się pojęciami procentu i punktu procentowego w rozwiązywaniu zadań praktycznych
- wykonuje działania na wyrażeniach algebraicznych (w tym stosuje wzory skróconego mnożenia)
- nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy (P1).

W zakresie języka matematyki uczeń:

- zapisuje przedział liczbowy i przedstawia go na osi liczbowej
- zaznacza na osi liczbowej zbiory określone koniunkcją lub alternatywą równań oraz nierówności
- wyznacza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej oraz stosuje jej interpretację geometryczną
- uzupełnia luki w tekście (U4)
- rozumie, że algorytm to niezawodny przepis postępowania (W5)
- wskazuje sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej (W5)
- rozumie potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach (P2)
- wyznacza błąd bezwzględny oraz błąd względny przybliżenia liczby.

W zakresie funkcji uczeń:

- określa funkcję (wzorem, tabelką, wykresem, grafem, opisem słownym)
- odczytuje własności funkcji z wykresu (U4)
- odczytuje z wykresu: dziedzinę funkcji, zbiór wartości funkcji, miejsca zerowe funkcji, przedziały monotoniczności funkcji, znaki wartości funkcji, wartość największą i najmniejszą funkcji
- ustala relacje między wskazanymi w tekście obiektami (U4)

- stosuje funkcje i ich własności w sytuacjach praktycznych
- wskazuje sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej (W5).

W zakresie wektorów uczeń:

- posługuje się pojęciem wektora, wektora przeciwnego, zwrotu, kierunku i długości wektora
- opisuje wektory przy użyciu współrzędnych
- porównuje dwa wektory
- wyznacza obraz punktu w przesunięciu o dany wektor na płaszczyźnie kartezjańskiej

W zakresie funkcji liniowej uczeń:

- sporządza wykresy funkcji liniowych
- interpretuje współczynniki w równaniu kierunkowym prostej
- wykorzystuje warunek równoległości i prostokątności prostych do rozwiązywania zadań
- wykorzystuje funkcje do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych (U1)
- rozumie pojęcie funkcji i ich własności, proporcjonalność (W4)
- opisuje zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji (W4)
- rozwiązuje algebraicznie oraz interpretuje geometrycznie układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi.

W zakresie funkcji kwadratowej uczeń:

- przedstawia wzór funkcji kwadratowej w różnych postaciach (ogólnej, iloczynowej, kanonicznej)
- sporządza wykresy funkcji kwadratowych
- odczytuje własności funkcji kwadratowej z jej wykresu
- wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
- rozumie przez analogię (U1)
- stosuje podane w tekście definicje i twierdzenia (U4)
- wyznacza miejsca zerowe funkcji kwadratowej
- rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą,
- wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań praktycznych.

W zakresie planimetrii uczeń:

- przelicza (zamienia) jednostki miar (W3)
- zna własności miar (W3)
- rozumie pojęcia: odległość punktów, odległość punktu od prostej, odległość punktu od płaszczyzny, długość, obwód, pole, objętość, miara kąta (W3)
- zna twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych (W3)
- oblicza obwody i pola figur płaskich stosując wzory (W3)
- stosuje własności miar w prostych zadaniach i rozumowaniach (W3)
- wskazuje sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej (W5)
- wykorzystuje własności boków i kątów trójkątów
- stosuje cechy przystawania i podobieństwa trójkątów
- rozumie pojęcia: figura płaska, figura przestrzenna (W3)
- odczytuje i oszacowuje odległości (W3)
- stosuje twierdzenie Talesa
- wykorzystuje własności trójkątów prostokątnych

- wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego oraz miarę kąta, gdy dana jest wartość funkcji trygonometrycznej tego kąta
- znając wartość jednej z funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, wyznacza wartości pozostałych funkcji
- oblicza obwody i pola podstawowych figur płaskich, także z zastosowaniem trygonometrii.

Klasa II

Treści	Najważniejsze zagadnienia	Liczba godzin
Wielomiany	1. Wielomiany. Działania na wielomianach: dodawanie, odejmowanie i mnożenie. 2. Rozwiązywanie równań wielomianowych z jedną niewiadomą poprzez rozkład na czynniki, stosując: wyłączanie wspólnego czynnika, grupowanie wyrazów oraz wzory skróconego mnożenia.	16
Wyrażenia wymierne	1. Proporcjonalność odwrotna, jej wykres i własności. 2. Rozwiązywanie zadań praktycznych związanych z proporcjonalnością odwrotną. 3. Wyrażenia wymierne i ich dziedzina. Wyznaczanie wartości liczbowej wyrażenia wymiernego. 4. Działania na wyrażeniach wymiernych. 5. Rozwiązywanie prostych równań wymiernych 6. Rozwiązywanie zadań o kontekście praktycznym, prowadzących do rozwiązywania prostych równań wymiernych.	16
Funkcje wykładnicze i logarytmu	1. Potęga o wykładniku rzeczywistym i jej własności. 2. Pojęcie i własności logarytmu. 3. Definicja i wykresy funkcji wykładniczych. 4. Rozwiązywanie zadań o kontekście praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczych.	20
Godziny do powtórzeń wybranej partii materiału		12

Wykaz zakładanych osiągnięć ucznia klasy II

W zakresie wielomianów uczeń:

- posługuje się wzorami skróconego mnożenia: $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$,
- rozkłada wielomiany na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias
- dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany,
- rozumie pojęcie zmiennej (W4)
- stosuje równania, nierówności, układy równań w rozwiązywaniu problemów (U1)
- ustala związki między danymi, wydziela związki znaczące (U1)
- stosuje wielomiany w kontekście praktycznym.

W zakresie funkcji wymiernych uczeń:

- szkicuje wykres funkcji $f(x) = a/x$ dla danego a , korzysta ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi
- szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw
- posługuje się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym
- sporządza wykres, odczytuje własności i rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną.



W zakresie funkcji wykładniczych i logarytmicznych uczniów:

- oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych oraz stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i rzeczywistych
- zna definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi
- rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym z wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej.

Klasa III

Treści	Najważniejsze zagadnienia	Liczba godzin
Ciągi liczbowe	1. Definicja i przykłady ciągów liczbowych. 2. Ciąg arytmetyczny i geometryczny. 3. Wzór na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego. Wzór na sumę n początkowych wyrazów tych ciągów. 4. Procent składany. Oprocentowanie lokat i kredytów.	20
Planimetria	1. Zastosowanie własności kątów środkowych, kątów wpisanych oraz kąta między styczną a cięciwą. 2. Odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej. 3. Współrzędne środka odcinka. 4. Równanie okręgu.	15
Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka	1. Elementy kombinatoryki: zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych. 2. Zasada mnożenia. 3. Definicja klasyczna prawdopodobieństwa i jej zastosowanie do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych.	15
Godziny do powtórzeń wybranej partii materiału		10

Wykaz zakładanych osiągnięć ucznia klasy III

W zakresie ciągów liczbowych uczniów:

- wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym
- bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny
- stosuje wzór na n -ty wyraz oraz sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym
- dostrzega regularności w prostych sytuacjach (U1)
- wskazuje sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej (W5)
- ocenia poprawność rozwiązania zadania (P3)
- rozumie potrzebę dowodzenia (P1).

W zakresie planimetrii uczniów:

- wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do 90°
- korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora)
- wskazuje sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej (W5)

- posługuje się własnościami figur oraz wyobraźnią do modelowania stosunków geometrycznych, konstruowania graficznego schematu danego układu stosunków przestrzennych (U1)
- ocenia poprawność rozwiązania zadania (P3)
- wartościuje rozwiązania tego samego zadania różnymi sposobami (P3)
- przewiduje skutki planowanych działań (P2)
- protestuje w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi (P1)
- oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną);
- stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi
- opisuje zbiory punktów płaszczyzny za pomocą równań i nierówności (W4)
- znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego

W zakresie rachunku prawdopodobieństwa uczeń:

- stosuje regułę mnożenia do rozwiązywania zadań
- podaje przykład zdarzenia elementarnego danego doświadczenia losowego
- opisuje zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego
- jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych (P1)
- dostrzega sprzeczne informacje lub błędy w rozumowaniach (P3)
- wnikliwie analizuje problem (P2)
- podaje przykład zdarzenia w danym doświadczeniu losowym
- podaje przykład zdarzenia niemożliwego i zdarzenia pewnego w danym doświadczeniu losowym
- opisuje zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia losowego
- oblicza liczbę zdarzeń sprzyjających zdarzeniu, sumie zdarzeń, różnicy i iloczynowi zdarzeń
- zapisuje zdarzenia, wykorzystując własności działań na zbiorach
- oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa
- rozumie rolę matematyzacji, uogólniania i specyfikacji (W5)
- oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego, znając prawdopodobieństwo zdarzenia.

Klasa IV

Treści	Najważniejsze zagadnienia	Liczba godzin
Elementy statystyki opisowej	1. Odczytywanie i interpretowanie danych statystycznych z tabel, diagramów i wykresów. 2. Przedstawianie danych empirycznych w postaci tabel, diagramów i wykresów. 3. Obliczanie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany i odchylenia standardowego (liczone z próby); interpretacja tych parametrów.	12
Stereometria	1. Własności podstawowych figur przestrzennych: graniastosłupów (prostych, prawidłowych) i ostrosłupów. 2. Wzajemne położenie krawędzi i ścian brył; kąt nachylenia prostej do płaszczyzny i kąt dwuścienny. 1 Własności brył obrotowych: kuli, walca, stożka. 3. Wyznaczanie związków miarowych w bryłach z zastosowaniem trygonometrii.	24
Powtórzenie przed maturą		26

Wykaz zakładanych osiągnięć ucznia klasy IV

W zakresie statystyki opisowej uczeń:

- odczytuje i interpretuje dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów
- przedstawia dane w tabelach, na wykresie w układzie współrzędnych, na diagramach kolumnowym, słupkowym, kołowym
- wskazuje sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej (W5)
- grupuje i porządkuje dane empiryczne (U1)
- nie uogólnia bez uprzedniego upewnienia się co do prawdziwości przesłanek (P1)
- wytrwale poszukuje informacji (P1)
- weryfikuje zgromadzone dane (P1)
- oblicza i interpretować średnią arytmetyczną skończonego zbioru liczb,
- podaje medianę i dominantę skończonego zbioru liczb
- oblicza i interpretuje średnią ważoną skończonego zbioru liczb.

W zakresie stereometrii uczeń:

- oblicza pola powierzchni i objętości brył stosując wzory (W3);
- określa wzajemne położenie prostych zawierających wskazane krawędzie wielościanu
- ocenia dobór argumentów uzasadniających tezę (stanowisko) (P3)
- przewiduje skutki planowanych działań (P2)
- rozważa różne przypadki nie ograniczając się do przypadków szczególnych (P2)
- określa wzajemne położenie płaszczyzn zawierających wskazane ściany wielościanu
- określa wzajemne położenie prostej i płaszczyzny zawierających odpowiednio krawędź i ścianę wielościanu
- rysuje siatkę graniastosłupa
- wskazuje sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej (W5)
- wskazuje wierzchołki, krawędzie boczne i podstawy graniastosłupa
- rysuje przekątne graniastosłupa czworokątnego, sześciokątnego, ośmiokątnego
- zaznaczy wysokość graniastosłupa
- stosuje twierdzenie Pitagorasa, definicje i własności funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym do wyznaczania związków miarowych w graniastosłupie i ostrosłupie
- stosuje i przekształca wzór na pole powierzchni graniastosłupa i ostrosłupa
- stosuje i przekształca wzór na objętość graniastosłupa i ostrosłupa
- rysuje siatkę ostrosłupa graniastosłupa
- ocenia poprawność rozwiązania zadania (P3)
- wartościuje rozwiązania tego samego zadania różnymi sposobami (P3)
- wskazuje wierzchołki ostrosłupa, krawędzie boczne i krawędzie podstawy ostrosłupa
- zaznacza wysokość ostrosłupa
- zaznacza kąt i oblicza jego miarę (np. między krawędziami graniastosłupa lub ostrosłupa zawierającymi wspólny wierzchołek; między dwiema różnymi przecinającymi się prostymi wyznaczony przez dwie różne pary wierzchołków graniastosłupa lub ostrosłupa)
- zaznacza kąt płaski kąta dwuściennego i oblicza jego miarę (np. między ścianami boczną i płaszczyzną podstawy graniastosłupa lub ostrosłupa)

- stosuje twierdzenie Pitagorasa, definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym do wyznaczania związków miarowych w figurach obrotowych
- stosuje i przekształca wzory na pole powierzchni i objętość stożka, walca i kuli
- podejmuje decyzje na podstawie sprawdzonych informacji (P1)
- wysnuwa proste wnioski z danego twierdzenia w konkretnej sytuacji (W5).

Kończąc czteroletnie technikum uczeń :

- przeprowadza uogólnianie i specyfikację (U1)
- redaguje definicje nowych pojęć (U1)
- korzysta z gotowych definicji i twierdzeń (U1)
- klasyfikuje obiekty (U1)
- rozwiązuje zadania schematyczne (U1)
- planuje, zapisuje plan rozwiązania i rozwiązuje zadania nieschematyczne (U1)
- odróżnia założenie i tezę w twierdzeniu (U2)
- zaprzecza twierdzenie (U2)
- obala tezę podając kontrprzykład (U2)
- ocenia poprawność doboru argumentów oraz sposobów wnioskowania (U2)
- ocenia poprawność przekształceń algebraicznych (U2)
- rozumie, różnicę między dowodem twierdzenia a przykładem potwierdzającym jego prawdziwość (U2)
- buduje zaprzeczenie definicji rozpoznając uprzednio jej strukturę logiczną (U2)
- rozumie różnice pomiędzy różnymi metodami dowodzenia (U2)
- podąża za tokiem rozumowania autora dowodu (U2)
- dostrzega luki bądź błędy w rozumowaniu (U2)
- sprawdza zasadność uogólnień (U2)
- kojarzy zwroty języka naturalnego z odpowiednimi terminami matematycznymi, czynności konkretne z operacjami abstrakcyjnymi, wielkości z liczbami (U3)
- wyraża w języku matematyki informacje podane werbalnie, rysunkiem, schematem, tabelą, diagramem oraz zaobserwowane w rzeczywistości (U3)
- przedstawia werbalnie, za pomocą zwrotów języka naturalnego, informacje zapisane w języku matematyki (U3)
- przedstawia werbalnie informacje zapisane rysunkiem, grafem, schematem, wykresem, tabelą, diagramem (U3);
- zapisuje symbolicznie definicje pojęć (U3)
- formułuje twierdzenia w postaci implikacji (U3)
- zapisuje symbolicznie dowody twierdzeń (U3)
- przedstawia dane za pomocą tabel, diagramów, grafów, wzorów (U3)
- zapisuje wzory, zależności matematyczne stosując symbolikę matematyczną, podaje opis zależności w postaci funkcji (U3)
- opisuje zbiory za pomocą układów nierówności i równań (U3)
- prezentuje wyniki badań używając terminologii z zakresu języka matematycznego, używa przybliżeń (U3);
- tworzy wypowiedzi matematyczne i wartościuje je (U3)
- buduje wypowiedzi poprawne pod względem pojęciowym i logicznym (U3)
- przygotowuje i wygłasza krótki referat na wybrany temat matematyczny (U3)
- wyszukuje w tekście definicje i twierdzenia (U4)
- analizuje przedstawione rozwiązania zadań, obliczenia, wnioskowania, dane; (U4)



- wydziela fragmenty tekstu, dotyczące określonych kwestii (U4)
- przekształca informacje z tekstu zapisując je w formie dogodnej do dalszych działań (U4)
- odczytuje informacje przedstawione za pomocą rysunków pomocniczych (U4).

4. Procedury osiągnięcia celów

Do osiągnięcia celów programu najbardziej przydatne są następujące procedury:

- stopniowanie trudności
- indywidualizacja nauczania
- motywowanie uczniów do różnego rodzaju działalności matematycznej
- stwarzanie sytuacji problemowych
- wykorzystywanie urządzeń technicznych typu: kalkulator, kalkulator graficzny, komputer
- odczytywanie i interpretacja informacji z tabel, diagramów i wykresów
- samodzielne sporządzanie tabel, diagramów i wykresów
- utrwalanie i powtarzanie nabytych wiadomości i umiejętności
- organizowanie akcji sprawdzających.

Program zakłada, że klasa 1 jest poświęcona uporządkowaniu wiadomości dotyczących liczb, podstawowych funkcji i figur geometrycznych. Przez kolejne lata kształcenia uczniowie mają nabyć umiejętności rozwijania i myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów z sytuacji codziennych. Kompetencje w dużym stopniu obejmują zdolność i chęć wykorzystywania matematycznych sposobów myślenia oraz prezentacji. Konieczna wiedza w dziedzinie matematyki obejmuje solidną umiejętność liczenia, znajomość miar i struktur, głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej, rozumienie terminów i pojęć matematycznych, a także świadomość pytań na które matematyka może dać odpowiedź. Uczeń powinien posiadać umiejętność stosowania głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych, a także śledzenia i oceniania ciągu argumentów. Powinien być on w stanie rozumować w matematyczny sposób, rozumieć dowód matematyczny i komunikować się językiem matematycznym oraz korzystać z odpowiednich pomocy. Podczas pracy należy duży nacisk kłaść na wnioskowanie oraz znajdowanie zależności pomiędzy podanymi informacjami, zwłaszcza tymi, które bezpośrednio nawiązują do kształconego zawodu.

Program ma na celu wyeksponowanie w szczególności:

- pokazywanie związków życia codziennego z matematyką
- rozwiązywanie zadań o treści związanej ze środowiskiem ucznia
- stosowanie matematyki w sytuacjach praktycznych
- kształtowanie umiejętności krytycznego myślenia.

Podczas pracy dodatkowe godziny, wynikające z Karty Nauczyciela, przeznaczone zostaną na organizowanie zajęć, których celem jest zwiększanie szans edukacyjnych z matematyki.



Każdy uczeń jest oceniany na codzień, w trakcie całego roku szkolnego. Właściwie stosowana bieżąca ocena uzyskiwanych postępów pomaga uczniowi się uczyć, gdyż jest formą informacji zwrotnej przekazywanej mu przez nauczyciela. Powinna ona informować ucznia o tym, co zrobił dobrze, co i w jaki sposób powinien jeszcze poprawić oraz jak ma dalej pracować. Taka informacja zwrotna daje uczniom możliwość racjonalnego kształtowania własnej strategii uczenia się, a zatem także poczucie odpowiedzialności za swoje osiągnięcia. Ocenianie bieżące powinno być poprzedzone przekazaniem uczniowi kryteriów oceniania, czyli informacji, co będzie podlegało ocenie i w jaki sposób ocenianie będzie prowadzone.

5. Propozycje metod oceny osiągnięć uczniów

Wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego, innych dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie mechanik pojazdów samochodowych – wszystkie pojęcia matematyczne poznawane powinny być przedstawione także w zastosowaniach do sytuacji z przyrody, przedsiębiorczości, techniki czy życia codziennego. Dotyczy to w szczególności różnego rodzaju funkcji (w tym ciągów), które przedstawiać należy nie tylko jako przykłady przyporządkowań, ale także opis zależności. W wypadku tego celu szczegółowego bardzo przydatna jest metoda projektu.

Wykształcenie umiejętności projektowania i wykonywania obliczeń – tę umiejętność uczniowie zdobywają przede wszystkim dzięki licznym ćwiczeniom. Powinny to być ćwiczenia zróżnicowane, wykonywane zarówno indywidualnie, jak w grupach. Do rozwiązywania zadań dotyczących sytuacji rzeczywistych (przyroda, technika, ekonomia) uczniowie powinni wykorzystywać kalkulatory a w miarę możliwości technicznych – także komputery i kalkulatory graficzne.

Wykształcenie umiejętności posługiwania się obiektami abstrakcyjnymi - jak najwięcej czasu należy poświęcać na ćwiczenie podstawowych umiejętności. Szczególną uwagę należy zwrócić na umiejętności praktyczne, jak szacowanie, przybliżenia czy obliczenia procentowe.

W kształtowaniu umiejętności posługiwania się obiektami geometrycznymi, zwłaszcza w wypadku stereometrii, należy posługiwać się modelami figur. Nowe pojęcia i fakty warto przynajmniej w części przypadków wprowadzać jako uogólnienie doświadczeń (wykonania obliczeń, rysunków, pomiarów). Dopiero wówczas można – jeśli pozwalają na to możliwości uczniów – dowodzić twierdzeń.

Zapoznanie z elementami myślenia matematycznego – uczniowie powinni umieć zrozumieć prosty dowód twierdzenia zarówno na podstawie tekstu podręcznikowego, jak i wykładu nauczyciela. Dlatego należy stworzyć im możliwość percypowania takich tekstów zarówno w formie pisemnej, jak ustnej. Ważne jest również, aby uczniowie zdobyli umiejętność samokształcenia i samodzielnego poszukiwania informacji. Dlatego nauczanie musi przewidywać wytworzenie sytuacji, w których uczniowie będą ćwiczyć te umiejętności. Do tego celu nadaje się np. metoda projektu. Decydując się na wybór metody czy wyposażenia dydaktycznego, kierując się poziomem rozwoju uczniów, ich potrzebami i zainteresowaniami, atrakcyjnością. Ważnym czynnikiem decydującym o wyborze takiego bądź innego wyposażenia jest charakter realizowanych treści, rodzaj czynności, które powinny być opanowane przez uczniów, użyteczność przy zdobywaniu nowych umiejętności. Wszystkie czynności opanowane przez ucznia na lekcji mają pomóc mu w poznawaniu i zrozumieniu świata oraz w podejmowaniu zadań w różnorodnych dziedzinach działania. Duże znaczenia ma dostrzeganie problemów, dyskusja nad nimi, a co za tym idzie układanie i rozwiązywanie zadań oraz przekazywanie informacji i opisywanie w języku matematyki wyabstrahowanych własności rzeczywistości. Problem to zadanie wymagające pokonania jakiejś trudności teoretycznej lub praktycznej. Trzeba tak konstruować materiał nauczania, aby stawiał ucznia wobec trudności, które zachęcą go do aktywnego uczestniczenia w poszukiwaniu rozwiązania. Rozwiązując problemy, uczniowie jednocześnie poznają pojęcia, definicje, twierdzenia, kształtują nowe

umiejętności oraz uczą się biegłego posługiwania się nimi w nowych sytuacjach i na nowym materiale. Realizacja celów kształcenia dokonuje się w procesie dydaktycznym na lekcjach matematyki. Zależy, więc od organizacji, form pracy, stosowanych technik, metod nauczania, środków dydaktycznych, programu, planowania, podręczników, zbiorów zadań, materiałów pomocniczych i atmosfery w klasie.

5.1. Metody nauczania

Obok treści nauczania matematyki program ten kładzie szczególny nacisk na wyćwiczenie i utrwalenie umiejętności sprawnego liczenia (MKKE), co powinno być realizowane przy każdej nadarzającej się okazji w czasie lekcji, a w przypadku poważniejszych braków – na zajęciach dodatkowych. W zakresie podstawowym program zakłada rozwiązywanie problemów wymagających wyjaśniania i uzasadniania. Zadaniem nauczyciela matematyki jest wprowadzenie ucznia w świat rozumowania, uczenie tworzenia informacji, budowania argumentów, rozwijanie umiejętności definiowania, nabywanie sprawności naukowego myślenia oraz wykorzystywania wiedzy i umiejętności matematycznych.

Realizacja celów założonych w programie nauczania matematyki odbywać się powinna poprzez najważniejsze elementy w nauczaniu matematyki: dużą liczbę ćwiczeń sprawdzających rozumienie treści nauczania, rozwiązywanie problemów „z życia wziętych”, rozwiązywanie zadań o zróżnicowanym stopniu trudności oraz indywidualny kontakt ucznia z nauczycielem m.in. z wykorzystaniem Internetu.

Nauczanie matematyki może być mniej lub bardziej skuteczne w zależności od stosowanych przez nauczyciela sposobów kierowania uczeniem (metod) i form pracy z uczniami. Nie ma jedynej, czy najlepszej metody nauczania. Każda z metod może być najlepsza ze względu na to, na ile jest skuteczna i daje satysfakcję uczniom i nauczycielowi.

W realizacji materiału nauczania, a w szczególności w kształtowaniu MKKE oraz umiejętności ważnych dla kształcenia w zawodzie mechanik pojazdów samochodowych, pomocne mogą być metody tradycyjne (stosowane najczęściej przy wprowadzaniu nowych haseł programowych).

Do podstawowych form kształcenia należą:

- pogadanka
- dyskusja
- praca z tekstem
- ćwiczenia
- wykład
- pokaz, obserwacja
- prace laboratoryjne

Te same metody można wykorzystać w sposób nietypowy, czyniący z nich metody lub wstęp do metod bardziej twórczych, w których udział nauczyciela jest tylko pośredni (kierowanie pracą grupy uczniów), w procesie kształcenia przeważają czynności praktyczne, a cała organizacja kształcenia jest bardziej swobodna (oparta na dobrowolnym podejmowaniu czynności przez ucznia). Przykładem takiej modyfikacji przedstawia tabela **Metody nauczania**. W rozwijaniu kluczowych kompetencji matematycznych przydatne są szczególnie metody aktywizujące uczniów. Takie metody zawiera tabela **Metody aktywizujące**.

Tab. Metody nauczania

METODY	PODAJACE	POSZUKUJACE	EKSPONUJACE	PRAKTYCZNE
wyjaśnianie opowiadanie wykład (nauczyciel)	ustne podanie materiału przez nauczyciela wykład	wykład problemowy (dialog nauczyciela rozwijającego problem przed uczniem)	wykład ukazujący piękno matematyki, interesujące problemy i zastosowania	w połączeniu z poleceniem samodzielnego zapisu i rozwiązaniem zadania według instrukcji
pogadanka dyskusja (doświadczenie własne ucznia)	objaśnienie nowego materiału za pomocą pytań z wykorzystaniem doświadczenia uczniów	pogadanka heurystyczna poprzedzona postawieniem problemu do rozwiązania	dyskusja na temat rozwiązania interesujących problemów z literatury uzupełniającej	pogadanka powtórzeniowa prowadząca do rozwiązania zadań
praca z podręcznikiem	czytanie podręcznika jako źródła wiedzy, zadania nowego materiału z podręcznika	rozwiązanie problemu w oparciu o podręcznik	sprawozdanie z literatury uzupełniającej, referaty ucznia uwzględniające ciekawostki matematyczne	notowanie treści podstawowych, zapis symboliczny, rozwiązywanie zadań z podręcznika
pokaz obserwacja (środki dydaktyczne)	pokaz przezroczy, filmu, modeli itp. Z podanym komentarzem	pokaz połączony z obserwacją ucznia ukierunkowany na rozwiązanie danego problemu	pokaz ukazujący piękno matematyki, interesujące problemy i zastosowania	pokaz połączony z konkretnym zadaniem (życia) do rozwiązania
prace laboratoryjne (eksperymenty)	przedstawienie przez nauczyciela wyników doświadczeń bez ich wykonania przez uczniów	Wykonywanie doświadczeń dla dokonania uogólnień (tok indukcyjny)	konkurs na wykonanie ćwiczeń w grupach	ćwiczenia w terenie na zastosowanie teorii, ćwiczenia w pracowni dla sprawdzenia słuszności uogólnień
ćwiczenia (zastosowania)	objaśnienie przez nauczyciela sposobów rozwiązywania zadań, dowodzenia twierdzeń	rozwiązywanie zadań problemowych	zawody matematyczne, rozwiązywanie atrakcyjnych zadań, np. historycznych	ćwiczenia na zastosowanie teorii, rozwiązywanie ćwiczeń utrwalających

Tab. Metody aktywizujące.

metoda	opis
burza mózgów	umożliwia w krótkim czasie wytworzenie wielu pomysłów, powinna zakończyć się dyskusją wartościującą
dywanik albo ściana pomysłów	może stanowić zakończenie „burzy mózgów”; uczniowie przygotowują indywidualnie pomysły rozwiązania problemu i umieszczają je na zawieszonym arkuszu, następnie dokonują wyboru najlepszego pomysłu przez głosowanie każdy uczeń dysponuje jednym punktem
śnieżna kula	odmiana dyskusji, w której następują przejścia: praca indywidualna; w grupach zbiorowa
sieć	technika pozwalająca na zbudowanie sieci połączeń między pojęciami, prawami, twierdzeniami; umożliwia odkrycie dedukcyjnego charakteru matematyki w pracy grupowej



mapa mentalna	technika pozwalająca na wizualne przedstawienie treści wybranego zakresu, działu lub tematu; może być wykorzystana do pracy z tekstem, szczególnie przydatna w matematyzacji sytuacji rzeczywistych
gra dydaktyczna	autentyzm reguł działania połączony z elementem zabawy i rywalizacji w naturalny sposób angażuje uczestników, rozwija umiejętności przewidywania i myślenie strategiczne
obserwacja	budowanie hipotez na podstawie obserwacji wyników uzyskanych za pomocą kalkulatora lub komputera
projekt badawczy	adresowany jest do uczniów szczególnie zainteresowanych i uzdolnionych w danej dziedzinie; pozwala na opanowanie metod poznania wykraczających poza program kształcenia szkolnego
projekt edukacyjny	pozwala na wykorzystanie zdobytej wiedzy do rozwiązania rzeczywistych problemów praktycznych przez grupę uczniów o różnym poziomie osiągnięć matematycznych, z wykorzystaniem talentów i uzdolnień członków zespołu
portfolio	gromadzenie nadobowiązkowych prac wykonanych w dłuższym okresie czasu indywidualnie lub w zespołach; pozwala śledzić przebieg uczenia się, postępy, twórczość i zaangażowanie uczniów

Dobrym sposobem na uatrakcyjnienie zajęć edukacyjnych jest stosowanie różnych form organizacyjnych lekcji:

- praca samodzielna,
- praca w parach,
- praca w grupach kilkusobowych,
- korzystanie z różnych pomocy dydaktycznych (gry, domina dydaktyczne, film, plakat,
- plansze, modele, siatki brył itp.).

Niezależnie od wybieranych metod i form pracy z uczniem, na pierwszym miejscu w hierarchii celów nauczyciel powinien postawić kształtowanie takich postaw u uczniów, które umożliwiają mu samodzielne i odpowiedzialne uczenie się. W klasie mamy uczniów o różnych predyspozycjach intelektualnych i potrzebach emocjonalnych, dotarcie do każdego jest bardzo trudne. Rolą nauczyciela jest stwarzanie przyjaznego klimatu, budowanie kultury wysiłku intelektualnego i wprowadzanie w świat dyskusji. Uczniowie powinni być świadomi tego, że są współodpowiedzialni za to jaką wiedzę posiadają i jakie umiejętności zdobędą. Nauczyciel, jak dobry przewodnik, powinien uświadamiać uczniom, jak ważne miejsce zajmuje matematyka w problemach życia codziennego i jakie wymagania stawiają przed przyszłymi studentami uczelnie.

5.2. Metody kontroli i oceny

Kontrolowanie i ocenianie uczniów powinno być spójne z tym, co było przedmiotem nauczania. Przedmiotem oceny nie może być relacja między wiedzą ucznia i nauczyciela, lecz postęp ucznia w procesie kształcenia. Głównymi obszarami oceniania powinny być:

- wiedza zdobyta przez ucznia
- umiejętności pozwalające uczniowi na gromadzenie i pogłębianie wiedzy
- umiejętności społeczne i komunikacyjne
- postawa młodego człowieka, wyrażająca się w dążeniu do samorealizacji.

Najłatwiej ocenić wiedzę, jaką posiada uczeń, trudniej – pozostałe obszary. Aby móc to uczynić, należy stosować aktywne metody nauczania. Tak ważną umiejętność jak komunikacja, która wyraża się w wypowiedaniu, argumentowaniu, najlepiej można ocenić podczas dyskusji, pracy w grupach czy autoprezentacji. Z kolei umiejętności społeczne ujawnia współpraca w mniejszych zespołach, prace projektowe oraz zadania indywidualne,

podejmowane przez pojedynczych uczniów. Ocenie podlega wówczas zaangażowanie w realizację zadań, odpowiedzialność za pracę, a także umiejętność współpracy między uczniami. Ocenianie ma sprawdzać postępy ucznia, uświadamiać mu braki, w porę wykrywać kłopoty i trudności w nabywaniu różnych umiejętności, ale także zachęcać go do dalszej pracy i pokonywania trudności. Regularność oceniania zachęca uczniów do systematycznej pracy. Ważne jest, abyśmy dostrzegali nie tylko zaangażowanie uczniów podczas lekcji, ale także premiowali wszelkie prace domowe. Niezwykle ważne jest, aby system oceniania był jasny i czytelny dla uczniów i ich rodziców. Aby wnikliwie ocenić edukacyjne osiągnięcia ucznia należy posługiwać się różnorodnymi środkami i metodami oceniania, takimi jak: sprawdziany pisemne (prace klasowe, testy, kartkówki), odpowiedzi ustne (referaty, odpowiedzi z kilku ostatnich zajęć, prezentacja rozwiązania zadania, dyskusja nad rozwiązaniem problemu itp.), praca w grupach, prace domowe oraz aktywność na zajęciach. Poszczególnym formom oceniania można nadać różną wagę. Ponieważ egzamin maturalny jest egzaminem pisemnym, więc dużą wagę należy przywiązywać do prac pisemnych.

Podczas pracy ocenie podlegają:

- krótkie sprawdziany (kartkówki) – mogą być niezapowiedziane, z 2-3 ostatnich tematów,
- prace klasowe – zapowiedziane, 2-3 prace w semestrze. Oceny niedostateczne z pracy klasowej można poprawić w trakcie konsultacji, w ciągu dwóch tygodni po otrzymaniu stopnia. Jeśli uczeń był na pracy klasowej nieobecny, powinien napisać ją po powrocie do szkoły, w trakcie konsultacji, w ustalonym terminie,
- odpowiedź ustna – z 2-3 ostatnich lekcji,
- prowadzenie zeszytu – zeszyt oceniany 1-2 razy w ciągu roku,
- aktywność – w czasie semestru stawiane będą również plusy i minusy. Trzy plusy dają ocenę bardzo dobrą, trzy minusy ocenę niedostateczną. Plusami i minusami oceniane będą:
 - praca ucznia na lekcji – wypowiedzi ustne, aktywność i zaangażowanie (wyróżniająca się wypowiedź – plus; kompletny brak zaangażowania, niewykonywanie poleceń - minus),
 - prace domowe (wyróżniające się wykonanie zadania domowego – plus; brak pracy domowej – minus),
 - zadania dodatkowe (bardzo dobre wykonanie – plus).

System oceniania:

ocena: niedostateczny: 0 - 29%

dopuszczający: 30 - 49%

dostateczny: 50 - 74%

dobry: 75 - 90%

bardzo dobry: 91 - 100%

celujący ocena bardzo dobry + zadanie dodatkowe.



Ponadto dla każdego ucznia na koniec semestru proponuje przygotować następującą kartę oceny i osiągnięć ucznia.

(Godło lub pieczęć szkoły)

Data

Informacja o osiągnięciach i postępach ucznia z matematyki

Imię i nazwisko:

Rok szkolny:

Ocena:

DZIEDZINY AKTYWNOŚCI IUCZNIA	JAK SĄ POSTRZEGANE PRZEZ NAUCZYCIELA			
	niewystarczająco	słabo	zadowalająco	bardzo dobrze
Wykonywanie działań na liczbach				
Operowanie wyrażeniami algebraicznymi				
Posługiwanie się pojęciem i własnościami funkcji				
Wykonywanie miarowych obliczeń geometrycznych				
Rozwiązywanie zadań tekstowych				

Dodatkowe informacje, wskazówki, uwagi:

Mocne strony ucznia:

Podpis nauczyciela

5.3. Środki dydaktyczne

Podstawowym narzędziem do realizacji zmodyfikowanego programu dla 4-letniego technikum o kierunku mechanik pojazdów samochodowych jest Podręcznik Nowa Era autorów: W. Babiński, L. Chańko, D. Ponczek *MATeMATyka. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym*.

Autorzy podręcznika wskazują na cały pakiet edukacyjny pt. *MATeMATyka*, który będzie zawierał:

- dla uczniów:
 - 3 podręczniki wraz z płytą CD dla klas 1-4 technikum;
 - zbiory zadań dla klas 1-4 technikum;
- dla nauczycieli:
 - rozkład materiału,
 - plan wynikowy,
 - test diagnostyczny,
 - wymagania do prac kontrolnych,
 - generator zadań,
 - obudowę multimedialną (płyty CD-ROM),
 - pomoce dydaktyczne w wersji online.

Nowe wymagania i kształt obowiązkowej matury z matematyki od 2010 roku, a także przystąpienie naszej szkoły do realizacji projektu Szkoła Kluczowych Kompetencji są zgodne z układem podręcznika *MATeMATyka*. Nawiązuje, koreluje on treści matematyki z innymi przedmiotami, zwłaszcza przyrodniczymi. Największym jego plusem jest przygotowanie ucznia do samodzielnego zdobywania wiedzy i nabywania umiejętności samokontroli (po każdym temacie – ćwiczenia, po każdym dziale – dłuższy test) z uwzględnieniem specyfiki egzaminu maturalnego (zadania otwarte – po danym temacie, zadania zamknięte i otwarte – po danym dziale). Podręcznik daje też możliwość konstruowania własnych strategii postępowania poprzez realizację projektów matematycznych. Dużym plusem są też powtórzenia przy każdym dziale, dzięki którym uczeń może uzupełnić braki w wiedzy. Na końcu podręcznika znajdują się zestawy powtórzeniowe, nawiązujące swoją formą do matury, przykłady wykorzystania kalkulatora graficznego, oraz wartości funkcji trygonometrycznych.

W klasie IV, przy realizacji przygotowania do matury, zamierzam korzystać dodatkowo ze zbiorów zadań wydawanych w formie testów zawierających zadania zamknięte i otwarte, w celu lepszej diagnozy stopnia opanowania powtarzanych treści oraz pełniejszego przygotowania uczniów do nowej formy obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki.

Należy też zachęcać uczniów do samodzielnego tworzenia środków dydaktycznych w ramach projektów:

- wykonywanie siatek i modeli figur przestrzennych – w ten sposób rozwijana jest wyobraźnia przestrzenna uczniów,
- wykorzystanie telewizji edukacyjnej, filmów edukacyjnych, komputerów – jest elementem edukacji medialnej; daje możliwość prezentowania różnych modeli matematycznych; zwiększa atrakcyjność prezentowanego materiału,
- analizowanie informacji z prasy,
- wykorzystanie środków mnemotechnicznych.

6. Wymagania programowe i ewaluacja programu

6.1. Ogólne kryteria oceny osiągnięć ucznia

Uczeń otrzymuje stopień dopuszczający, gdy:

- intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady
- rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji
- rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami
- potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Uczeń otrzymuje stopień dostateczny, gdy:

- podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady
- podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego
- wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia
- zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania
- sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach
- korzysta z kalkulatora
- zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych
- naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji
- samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne
- sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Uczeń otrzymuje stopień dobry, gdy:

- przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady
- zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować
- intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą
- wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych
- rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania

- rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów
- ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Uczeń otrzymuje stopień bardzo dobry, gdy:

- zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi
- posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji
 - samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego
 - przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki
 - potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie
 - korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy)
 - stosuje nowe twierdzenia
 - ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia)
 - zna dowody twierdzeń objętych programem
 - rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody
 - skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania
 - analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań
 - rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych.

Uczeń otrzymuje stopień celujący gdy:

- analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji
- zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu
- potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia
- zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć
- buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych
- stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych
- poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania
- uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

6.2. Ewaluacja

Ewaluacja programu odbywać się będzie na bieżąco na podstawie:

- testu diagnozującego wiadomości ucznia „na wejściu”
- wymianie uwag z nauczycielami przedmiotów zawodowych dotyczących umiejętności matematycznych uczniów – w trakcie realizacji programu
- testu diagnozującego wiadomości ucznia „na wyjściu”
- przeprowadzenie wśród uczniów ankiety oceniającej program - na koniec realizacji programu
- analiza dokumentów z wynikami egzaminu maturalnego – w rok po zakończeniu realizacji programu



Tab. Projektowanie ewaluacji programu autorskiego

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych / raport	Uwagi
Przed rozpoczęciem realizacji programu	a) Projekt autorskiego programu nauczania	1. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia zasoby realizatora? 2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców? 3. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania MKKE? 4. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie? 5. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności? 6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu oceny programu?	Co najmniej 50% punktów wg. arkusza oceny programu autorskiego. j.w. j.w. j.w. Odpowiedź „Tak” Co najmniej 50% punktów wg. arkusza oceny.	Studium przypadku; Analiza wyników diagnozy implementacji KK oraz danych z arkusza oceny programu.	Szkoła uczestnicząca w Projekcie.	Raport ewaluacyjny. j.w. j.w. j.w. j.w.	
W czasie realizacji programu.	b) Skuteczność programu	1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu? 2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas. Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy dydaktycznych.	Analiza dokumentów. Analiza dokumentów.		j.w. j.w.	



		3. Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczycieli i szkoły?	Wzrost o 20% liczby hospitacji dyrektora; udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym.	Analiza dokumentów m.in. wyników monitoringu.		j.w.	
		4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	Przewaga metod aktywizujących nad podającymi.	Analiza dokumentów. Obserwacja.		j.w.	
		5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu?	Co najmniej przeciętne wyniki w skalach KI i JK arkusza.	Ankietowanie uczniów.		Raport ewaluacyjny. Promocja projektu.	
Na koniec realizacji programu.		6. Jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?	Wzrost o min. 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE.	Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”.		Raport ewaluacyjny. Promocja projektu. Promocja szkoły w środowisku.	
Po pewnym czasie od realizacji programu.		7. Na ile trwały są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE.	Wzrost minimum o 20% średniego wyniku matury z matematyki.	Analiza dokumentów(z wynikami egzaminu maturalnego).	Wszyscy uczestnicy.	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu – konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie.	

Bibliografia

- [1] Babiański W., Hall K., Ponczek D., *Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym*, Nowa Era, Warszawa 2007.
- [2] Sobczak M., *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, WSEI, Lublin 2009.
- [3] *Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynku pracy w województwie podkarpackim/Zespół Szkół Technicznych w Łańcucie*, Szkoła Kluczowych Kompetencji, Lublin 2009.
- [4] Podstawa programowa – strona internetowa MEN www.men.gov.pl/oswiata/biezace.
- [5] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań b i dące podstawa do przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz. U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102).
- [6] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 r. w sprawie dopuszczania do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczenia do użytku szkolnego podręczników (Dz. U. Nr 89, poz. 730).
- [7] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 12 lutego 2002 r. w sprawie ramowych planów nauczania w szkołach publicznych (Dz. U. Nr 15, poz. 142, z późn. zm.).
- [8] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 marca 2009 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie ramowych planów nauczania w szkołach publicznych.



Autor
Beata Ostasz

MATEMATYKA
ZAKRES PODSTAWOWY

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

Technikum Nr 7
w Rzeszowie

Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Notka o autorce.....	5
Wprowadzenie.....	5
1. Cele nauczania.....	7
2. Treści kształcenia/szczegółowe cele, kompetencje ucznia	9
2.1. Klasa pierwsza.....	9
2.2. Klasa druga.....	12
2.3. Klasa trzecia	15
2.4. Klasa czwarta.....	18
3. Procedury osiągnięcia celów.....	20
3.1. Przydział godzin lekcyjnych.....	20
3.2. Metody nauczania.....	21
3.3. Środki dydaktyczne	23
3.4. Postulowane wyposażenie pracowni przedmiotowej	24
4. Opis założonych osiągnięć ucznia.....	25
5. Ewaluacja programu nauczania.....	28
Bibliografia.....	29
Wykaz aktów prawnych	29



Notka o autorce

Beata Ostasz – absolwentka Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Rzeszowie, dyplomowany nauczyciel matematyki, doświadczony wychowawca młodzieży w Zespole Szkół Nr 2 w Rzeszowie, posiada ukończone studia podyplomowe z zakresu informatyki oraz zarządzania oświatą a także uprawnienia egzaminatora maturalnego, w realizacji zawodowych zamierzeń programu współpracuje z kierunkiem „logistyka” Politechniki Rzeszowskiej.

Wprowadzenie

Zespół Szkół Nr 2 to szkoła o 45 letniej tradycji. Specyficzny profil nauczania szkoły, który na przestrzeni lat poddawano modyfikacjom programowym zawsze był jej atutem. Absolwenci początkowo znajdowali zatrudnienie w spółdzielczości, handlu i zawodach związanych z gospodarką rolną. Obecnie szkoła przygotowuje młodzież w ramach kierunków ogólnokształcących, w zakresie podstaw ekonomii, rachunkowości, finansów. Są to umiejętności wciąż modne a zarazem praktyczne i poszukiwane także na podkarpackim rynku pracy. Dają stosunkowo niezłe perspektywy zatrudnienia, pozwalają na podjęcie studiów wyższych. Dobre perspektywy w tym zakresie stwarza także nowy kierunek – logistyka, wprowadzony by sprostać nowej sytuacji rynkowej. Wynika ona ze specyfiki położenia województwa podkarpackiego oraz dynamicznego rozwoju zarówno lotniska w Jasionce, jak i wielu – także nowopowstałych – przedsiębiorstw i zakładów produkcyjnych. Absolwenci klasy o tym profilu kształcenia będą zatem przygotowani do pracy w centrach logistycznych, przedsiębiorstwach transportowo-spedycyjnych, giełdach towarowych czy terminalach. Mogą także zdobywać kolejne kwalifikacje studiując, np. logistykę na Politechnice Rzeszowskiej.

Technik logistik to zawód podnoszący konkurencyjność i efektywność funkcjonowania przedsiębiorstw, łączący ze sobą umiejętność zarządzania informacją pochodzącą z różnych źródeł z analizą potrzeb rynkowych.

Wielu uczniów technikum logistycznego to młodzież wiejska, dojeżdżająca często z odległych miejscowości, pochodząca z rodzin wielodzietnych, o trudnej sytuacji materialnej. Często są to również uczniowie o niskich kompetencjach, o czym świadczą wyniki ich egzaminów gimnazjalnych – uzyskiwali nieco powyżej 1/3 wszystkich możliwych do zdobycia punktów. Aby tę młodzież odpowiednio przygotować do pracy zawodowej i ewentualnych studiów należy podjąć działania pobudzające jej aktywność intelektualną, wykształcić umiejętność komunikowania się i odpowiednie postawy. Konieczne jest również wzbogacenie bazy dydaktycznej, ponieważ brakuje nowoczesnych pomocy czy sprzętu technicznego. Ich posiadanie uatrakcyjni zarówno zdobywanie wiedzy, jak i sposoby prezentowania efektów zadań domowych oraz projektów wykonanych wspólnie lub indywidualnie, umożliwi wykorzystanie bieżących danych statystycznych zamieszczanych np. w Internecie.

Program nauczania w technikum logistycznym został stworzony w celu:

- dostosowania umiejętności uczniów do kompetencji kluczowych wymaganych przez Parlament Europejski,



- usprawnienia i większej efektywności procesu nauczania w klasach nowego profilu kształcenia w ZSz Nr 2, czyli technikum logistycznego,
- korelacji matematyki z przedmiotami zawodowymi w w/w profilu szkoły,
- przygotowania uczniów do sprawnego i efektywnego funkcjonowania na rynku pracy.

Program jest spójny z dokumentami:

- Podstawa Programowa kształcenia ogólnego dla szkoły ponadgimnazjalnej, rozporządzenie MEN z dnia 26 sierpnia 2007 r.,
- Standardy wymagań egzaminacyjnych, rozporządzenie MEN z dnia 28 sierpnia 2007 r.,
- Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady Europy z dnia 18 grudnia 2006 r.,
- Formalne wymagania dotyczące konstruowania programów nauczania, rozporządzenie MEN z dnia 8 czerwca 2009 r.



1. Cele nauczania

Kompetencje kluczowe obejmują podstawową wiedzę (W), umiejętności (U) i postawy (P), które powinny charakteryzować ucznia po zakończeniu jego nauki w technikum logistycznym. Dotyczą zatem:

W1 – rozumienia terminów i pojęć matematycznych,

W2 – dobrze opanowanej umiejętności liczenia,

W3 – znajomości miar i struktur,

W4 – znajomości głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,

W5 – świadomości pytań na które matematyka może dać odpowiedź,

U1 – umiejętności stosowania głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych, czyli matematycznego sposobu rozumowania,

U2 – umiejętności śledzenia i oceniania ciągu argumentów czyli rozumienia dowodu matematycznego,

U3 – komunikowania się w języku matematycznym,

U4 – umiejętności korzystania z tekstu matematycznego,

P1 – przejawiania szacunku dla prawdy,

P2 – dążenia do szukania przyczyn,

P3 – oceniania zasadności wnioskowań i działań.

Po uwzględnieniu obowiązującej **Podstawy programowej, Standardów wymagań egzaminacyjnych** oraz **potrzeb związanych z kształceniem zawodowym** zostały sformułowane w formie następujących **celów ogólnych**:

Wiedza

- **znajomość języka matematycznego, jego podstawowych symboli i specyfiki** (*rozumienie pojęć i terminów matematycznych*),
- **dobrze opanowana umiejętność liczenia wraz z dostrzeganiem reguł i praw, które rządzą tym procesem** (*dobrze opanowana umiejętność liczenia*),
- **uogólnienie umiejętności wykonywania obliczeń oraz stosowania obowiązujących praw i reguł w przypadku wyrażeń algebraicznych – operowanie obiektami abstrakcyjnymi** (*dobrze opanowana umiejętność liczenia*),
- **znajomość pojęć (np. skala, odległość) i modeli geometrycznych, ich własności oraz sposobów mierzenia i określania ich wielkości dzięki obliczeniom** (*znajomość miar i struktur*),
- **świadomość występowania różnych typów figur na płaszczyźnie i w przestrzeni, tworzenie modeli geometrycznych, zastosowanie miar w określaniu ich wielkości**, (*znajomość miar i struktur*),
- **znajomość podstawowych sposobów określania relacji w formie elementarnych funkcji, zależności statystycznych i opisów kombinatorycznych** (*znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej*),

- **świadomość przydatności matematyki do radzenia sobie z codziennością - precyzja i logika działania, oszacowanie ryzyka, konieczność analizy i syntezy** (*świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź*),
- **świadomość istnienia algorytmów** (*świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź*),

Umiejętności

- **formułowanie logicznego ciągu w rozumowaniu oraz przy opracowaniu strategii działania – analizowanie, wnioskowanie i uzasadnianie** (*rozumowanie w sposób matematyczny*),
- **zdolność do przełożenia matematycznych relacji, zależności, procesów zachodzących w matematyce na język codzienny i typowe sytuacje** (*rozumowanie w sposób matematyczny*),
- **rozumienie dowodzenia, tworzenie prostych dowodów, podawanie przykładów i kontrprzykładów** (*rozumienie dowodu matematycznego*),
- **precyzja i argumentowanie wypowiedzi** (*komunikowanie się w języku matematycznym*),
- **samosdoskonalenie się poprzez analizę tekstu matematycznego, dostrzeganie algorytmów i korzystanie z nich, umiejętność analizowania i odwoływania się do znanych pojęć** (*korzystanie z tekstu matematycznego*),

Postawy

- **rzetelność wykonywania operacji, przekształceń i konstrukcji matematycznych, dokonywanie krytycznej oceny rozumowania, poprawności obliczeń czy estetyki rysunku** (*przejawianie szacunku dla prawdy*),
- **dociekliwość, cierpliwość, konsekwencja, odpowiedzialność oraz dobre planowanie pracy zarówno samodzielnym działaniu jak i w grupie – tu także komunikatywność, współdziałanie** (*dążenie do szukania przyczyn*),
- **świadomość konsekwencji postępowania, zdolność realnej oceny sytuacji i weryfikowanie postępowania** (*ocenie zasadności wnioskowań i działań*).

Celem nadrzędnym jest świadomy i czynny udział w procesie edukacji. W przyszłości pomoże to uczniom w sprawnym podejmowaniu decyzji, efektywnym rozwiązywaniu problemów, skutecznym wyciąganiu wniosków oraz odpowiedzialności za podjęte działania.

2. Treści kształcenia/szczegółowe cele, kompetencje ucznia

Szczegółowe treści kształcenia oraz odpowiadające im cele zostały oznaczone następująco:

- # treści kształcenia i umiejętności występujące w PP dla wcześniejszych etapów kształcenia, ważne dla kształcenia w zawodzie,
- ## treści kształcenia i umiejętności występujące w PP, ST_WYM, MKKE i istotne dla kształcenia w zawodzie
- * treści kształcenia i umiejętności nie występujące w PP ani w ST_WYM ale ważne dla MKKE,
- !!! treści kształcenia i umiejętności związane ściśle z przedmiotem zawodowym,

2.1. Klasa pierwsza

Elementy logiki matematycznej, zbiory, działania na zbiorach

- * pojęcie zadania w logice oraz jego zaprzeczenia (*odróżnienie zdania logicznego od innych zdań, sformułowanie jego zaprzeczenia i określenie wartości logicznej*),
- * alternatywa, koniunkcja, implikacja i równoważność zdań, kwantyfikator ogólny, kwantyfikator szczegółowy (*poznanie podstawowych symboli w matematyce służących do poprawnego i precyzyjnego komunikowania się*),
- ## definicja, twierdzenie, twierdzenie odwrotne (*świadomość specyfiki definicji i twierdzenia, znajomość budowy twierdzenia, umiejętność tworzenia jego zaprzeczenia, poznanie sposobów dowodzenia*),
- * prawa logiczne, prawa de Morgana (*zasadność podstawowych praw, tworzenie ich zaprzeczeń, pierwsze dowodzenie oraz umiejętność formułowania zdań złożonych*),
- ## zbiór, działania na zbiorach (*poznanie podstawowych pojęć – świadomość ich elementarności, określanie działań na zbiorach w odwołaniu do pojęć logiki, prezentowanie znanych zbiorów*),
- ## zbiory liczbowe, oś liczbowa, przedziały liczbowe (*znajomość: charakterystyki zbiorów liczbowych i ich elementów wraz z umiejętnością definiowania i zapisywania, relacji zachodzących między zbiorami oraz sposobów ich prezentowania wraz z działaniami*),

Działania w zbiorach liczbowych

- # zbiory liczbowe: wykonywalność działań, konieczne umiejętności (*sprawne wykonywanie działań na ułamkach, znajomość niezbędnych cech podzielności oraz wyznaczania NWW i NWD*),
- ## działania w zbiorze liczb rzeczywistych (*zaplanowanie i wykonanie, określenie typu wyniku, różne sposobów jego zapisywania*),
- # porównywanie liczb rzeczywistych przypomnienie wiadomości o równaniach i nierównościach (*stosowanie prostych równań i nierówności, znajomość ich własności*),

- ## procenty, punkty procentowe (*utrwalenie pojęcia procentu, sprawne operowanie pojęciem, stosowanie w obliczeniach, interpretowanie danych z tabel i diagramów oraz tworzenie własnych*),
- ## wartość bezwzględna liczby rzeczywistej (*znajomość wartości bezwzględnej, obliczanie z definicji lub wyznaczanie z interpretacji geometrycznej, przedstawianie na osi liczbowej, formułowanie twierdzeń określających rozwiązania równań i nierówności z wartością bezwzględną*),
- ## przybliżenia (*znajomość błędu bezwzględnego i względnego oraz szacowania wyrażeń liczbowych przy zastosowaniu odpowiednich reguł*),

Wyrażenia algebraiczne.

- ## potęga o wykładniku naturalnym (*sprawne wykonywanie działań na potęgach ze świadomym odwoływaniem się do odpowiednich twierdzeń*),
- ## pierwiastek arytmetyczny (*znajomość pojęcia pierwiastka arytmetycznego, sprawne wykonywanie działań ze świadomym odwoływaniem się do odpowiednich twierdzeń, wyłączanie wyrażenia przed znak pierwiastka*),
- ## potęga o wykładniku całkowitym (*poznanie zasady potęgowania, dostosowanie twierdzeń do działań na potęgach o tym wykładniku*),
- !!! zapisywanie liczb w postaci wykładniczej (*umiejętność zamiany jednostek*),
- ## pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej (*znajomość pojęcia i wykorzystania go w obliczeniach*),
- ## potęga o wykładniku wymiernym (*świadomość innego sposobu zapisywania m. in. pierwiastkowania, stosowanie do obliczeń*),
- ## wzory skróconego mnożenia (*umiejętność krótszego zapisania iloczynu tych samych czynników, sprawne przywracanie pierwotnej postaci – rozkład na czynniki, usuwanie niewymierności z licznika i mianownika*),
- ## rozkład iloczynu na czynniki wszystkimi znanymi metodami (*sprawne dostosowanie właściwego prawa działań lub wzoru skróconego mnożenia w rozkładzie na czynniki*),
- # przekształcanie wzorów (*znajomość kolejności wykonywania działań, sprawne przekształcanie równań*),
- ## średnie: arytmetyczna, geometryczna, ważona (*znajomość pojęć, ew. szybkie ich wyszukiwanie np. w tablicach matematycznych oraz sprawne zastosowanie do obliczeń*),

Geometria płaska – pojęcia wstępne

- # punkt, prosta, półprosta, odcinek, łamana, kąt, wielokąt (*znajomość podstawowych pojęć geometrycznych – wynikających z poprzednich, z odwołaniem do zbiorów o pewnych własnościach, znajomość ich symboliki, rodzajów w zależności od kategorii*),
- * figura wypukła, wklęsła, ograniczona i nieograniczona (*umiejętność odwołania się do intuicji i sformułowanie definicji omawianych figur, posługiwanie się tymi pojęciami w odpowiednich sytuacjach*),
- # położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta, dwie proste przecięte trzecią prostą (*znajomość omawianych sytuacji na płaszczyźnie: sprawne rysowanie/konstruowanie, nazewnictwo i symbolika, uzasadnianie własności oraz umiejętność wyznaczania wymienionych odległości*),
- # twierdzenie Talesa (*znajomość, umiejętność zastosowania w praktyce*),
- # okrąg i koło (*znajomość pojęcia koła i okręgu oraz wielkości w nich występujących*),



- ## kąty i koła (*znajomość kątów wpisanych i środkowych w okręgu i ich własności, znajomość kąta dopisanego oraz umiejętność zastosowania w zadaniach*),
- ## wzajemne położenie prostej i okręgu (*umiejętność graficznego przedstawienia położenia – logiczna kolejność rysunków, określenie wzajemnych relacji odpowiednich wielkości obu figur, zastosowanie symboliki do zapisania zależności*),
- * wzajemne położenie okręgów na płaszczyźnie – przydatne w niektórych zadaniach (*umiejętność graficznego przedstawienia – logiczna kolejność rysunków, określenie wzajemnych relacji między wielkościami obu okręgów, zastosowanie symboliki do zapisania zależności*),

Geometria płaska – trójkąty

- # podział trójkątów, własności i wielkości w trójkącie (*znajomość warunku na istnienie trójkąta, posiadanie wiadomości na temat typów trójkątów, sumy kątów, wysokości, środkowych, dwusiecznych kątów w trójkącie i odpowiednich twierdzeń oraz twierdzenia o odcinku łączącym środki boków w trójkącie*),
- ## zastosowanie w/w twierdzeń do zadań (*umiejętność wykorzystania znajomości twierdzeń w praktyce, rozwijanie wyobraźni ucznia – tu także określenie typu trójkąta pod względem kątów z długości boków*),
- # Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie do niego odwrotne (*utrwalenie znajomości twierdzenia i jego praktycznego zastosowania, umiejętność prezentacji graficznej*),
- ## trójkąt wpisany w okrąg, trójkąt opisany na okręgu (*umiejętność zdefiniowania sytuacji i prezentacji graficznej z uzasadnieniem wyboru konstrukcji odnośnie znalezienia środka okręgu – tu także w zależności od typu trójkąta, sprawne wyznaczanie promieni okręgów w obu sytuacjach z gotowych wzorów*),
- # przystawanie trójkątów (*znajomość cech przystawania z uzasadnieniem, rozpoznawanie trójkątów przystających*),
- ## podobieństwo trójkątów (*znajomość cech podobieństwa z uzasadnieniem, rozpoznawanie trójkątów podobnych*),
- ## zastosowanie przystawania i podobieństwa trójkątów do zadań (*umiejętność wykorzystania w/w relacji między trójkątami do zadań, sprawne modyfikowanie rysunków*),

Trygonometria kąta ostrego

- ## sinus, cosinus, tangens i cotangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (*znajomość definicji i sprawne ich zastosowanie w praktyce*),
- ## wartości w/w funkcji dla kątów 30° , 45° , 60° (*umiejętność samodzielnego obliczenia wartości np. tylko po zasugerowaniu przez nauczyciela odpowiednich figur, znajomość metody rozwiązywania najprostszych równań trygonometrycznych*),
- ## podstawowe tożsamości trygonometryczne (*umiejętność samodzielnego wyprowadzenia twierdzeń oraz sprawnego ich zastosowania w typowych zadaniach: np. sprawdzanie tożsamości, obliczanie wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest wartość jednej z nich*),

Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta

- ## pole figury geometrycznej (*poznanie pojęcia pola figury, umiejętność wyprowadzenia wielu wzorów na pola trójkąta, różnych czworokątów i wielokąta foremnego ze wzoru na pole trójkąta, poprawność i świadomość ważności rysunku, korelacji wielu wielkości figury – rozwijanie wyobraźni przestrzennej*),

- ## obliczanie pola trójkąta (*umiejętność podjęcia właściwej decyzji odnośnie typu wzoru – także „gotowego”, np. Herona lub z uwzględnieniem promieni okręgów wpisanego lub opisanego na trójkącie*),
- ## pole koła, długość okręgu (*znajomość wzorów na pole koła i długość okręgu, umiejętność wyprowadzenia wzorów na długość łuku okręgu, pole wycinka i odcinka koła oraz sprawne zastosowanie w zadaniach różnego typu*),
- ## pola trójkątów podobnych (*umiejętne wykorzystanie teorii do określenia stosunku pól figur podobnych, zależności między ich wielkościami oraz sprawnego zastosowania w zadaniach*).

2.2. Klasa druga

Geometria płaska –czworokąty

- # podział czworokątów, własności (*znajomość klasyfikacji czworokątów i ich własności oraz sprawne wykorzystanie w zadaniach*),
- ## oraz * – twierdzenie o czworokątach i okręgu (*znajomość twierdzenia o linii łączącej środki ramion trapezu wraz z wykorzystaniem praktycznym oraz umiejętność wyprowadzenia twierdzeń o okręgu opisanym i wpisanym w czworokąt i wiedza o ich przydatności w wielu zadaniach*),
- ## podobieństwo czworokątów (*umiejętność praktycznego wykorzystania podobieństwa czworokątów w zadaniach*),
- !!! skala i plan (*świadomość praktycznego kontekstu występowania problemu planu, mapy i skali, stosowanie poznanych wiadomości np. podobieństwa figur do rozwiązywania zadań o tej tematyce*),

Geometria płaska –pole czworokąta

- # pola czworokątów (*poznanie nowych wzorów, umiejętność zastosowania trygonometrii, podobieństwa i własności czworokąta wpisanego i opisanego na okręgu do sprawnego obliczania pól wielokątów i zależności z nimi związanych*),
- !!! plan, mapa, skala mapy (*sprawne zastosowanie wszystkich poznanych wiadomości do zadań związanych z praktycznymi obliczeniami*),

Funkcja liniowa

- # proporcjonalność prosta, proporcjonalność odwrotna (*znajomość obu typów proporcji, umiejętność ich odróżnienia – określenie sposobu zmiany lub stałości pewnych wartości, występowanie w praktyce – odwołanie się do rzeczywistych sytuacji w formie zadań*),
- ## funkcja liniowa, znaczenie współczynników w funkcji liniowej (*umiejętność: otrzymania podstawowego równania funkcji linowej z proporcjonalności, nazwania wielkości, podania przykładów i sposobów przedstawienia, rozbudowania równania i nazwania współczynników*),
- ## wykres i własności funkcji liniowej (*umiejętność skonstruowania wykresu, określenie wszystkich istotnych elementów tworzących wykres – stąd własności jako wnioski, zapisanie własności w odpowiedniej kolejności i formie – zwrócenie uwagi na precyzję zapisów*),
- ## równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowej (*wyciągnięcie wniosków z graficznych sytuacji jako dotyczących współczynników w równaniach, umiejętność zastosowania w zadaniach: znajdowanie równań, określanie współczynników*),

- ## zastosowanie funkcji liniowej do opisu zjawisk życia codziennego (*znajomość wspomnianych sytuacji – przykłady, uzasadnianie, stosowanie w praktyce*),
- # równanie (* – nierówność) pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi (*umiejętność sprawnego rozwiązywania tych równań – również nierówności, graficzne interpretowanie rozwiązań, świadomość ilości rozwiązań*),
- #, !!! układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi (*przypomnienie i utrwalenie metod – także graficznej - rozwiązywania układów równań, poznanie metody wyznaczników – tu poznanie pojęcia macierzy!!! – jako sprawnego sposobu rozwiązywania, świadomość ilości rozwiązań*),
- # rozwiązywanie zadań tekstowych (*rozwiązywanie zadań tekstowych prowadzących do równań i nierówności z jedną niewiadomą lub wspomnianych układów równań*),

Funkcje i ich własności

- ## pojęcie funkcji, funkcje liczbowe (*poznanie pojęcia funkcji, sposobu odróżnienia jej od odwzorowań które nie są funkcjami, poznanie nazewnictwa związanego z funkcją oraz podanie przykładów różnych funkcji np. związanych z działaniami w \mathbf{R}*),
- ## dziedzina i zbiór wartości funkcji (*świadomość: ważności dziedziny, określenia argumentów, powiązania dziedziny z możliwością wykonania pewnych działań, sprawne wyznaczanie dziedziny i zbioru wartości (jeśli jest to wskazane) ze zwróceniem uwagi na poprawność zapisów*),
- ## wykres funkcji (*podanie różnych sposobów określania funkcji a następnie określenie wykresu jako tej podstawowej – obok równania, poznanie wykresów różnych funkcji, sporządzanie wykresu funkcji spełniającej pewne warunki*),
- ## miejsce zerowe funkcji (*znajomość pojęcia określonego słownie i graficznie oraz umiejętność obliczania – odwołanie się do typu równania, wyciąganie wniosków np. jeśli funkcja jest przedstawiona ułamkiem*),
- ## monotoniczność, różnowartościowość, przyjmowanie wartości dodatnich lub ujemnych, największa lub najmniejsza wartość funkcji (*umiejętność: odwołania się do matematycznej intuicji, graficznego przedstawienia funkcji o odpowiednich własnościach oraz poprawnej analizy relacji między wartościami i argumentami funkcji – opis słowny a w miarę możliwości zapis symboliczny*),
- ## odczytywanie własności funkcji z wykresu (*praktyczne ćwiczenie poznanej teorii z dbałością o precyzję rysunków, zapisów i wypowiedzi*),

Przekształcanie wykresów funkcji

- * wektor w układzie współrzędnych (*poznanie pojęcia wektora, długości wektora, działań na wektorach oraz wektorów wzajemnie równoległych i prostopadłych – jako odwołanie się do punktu w układzie współrzędnych, zastosowania twierdzenia Pitagorasa, działań na wektorach w fizyce i wniosków oraz wiadomości o prostych prostopadłych i równoległych*),
- ## przesunięcie równoległe wzdłuż obu osi układu współrzędnych (*umiejętność wykonywania omawianego przesunięcia, analiza współrzędnych punktu i jego obrazu – zapisy, sformułowanie odpowiednich wniosków opisujących położenie wykresu i jego obrazu – zapisy oraz ew. złożenie obu przesunięć*),
- ## symetria osiowa względem obu osi układu współrzędnych (*umiejętność wykonywania omawianego przekształcania, analiza współrzędnych punktu i jego obrazu – zapisy, sformułowanie odpowiednich wniosków opisujących położenie wykresu i jego obrazu – zapisy oraz ew. złożenie obu przesunięć w symetrię środkową*),

rozwiązywanie zadań podsumowujących poznane przekształcenia (*umiejętność wykonywania wielu przekształceń w jednym zadaniu – stworzenie porządku wykonywania, dbałość o precyzję prezentacji*),

Funkcja kwadratowa

jednomian kwadratowy, trójmian kwadratowy (*poznanie i odróżnienie kolejnej funkcji jako wyższej stopniem a zatem o zwiększonej ilości współczynników – podanie warunków dla współczynników określających przede wszystkim istnienie tej funkcji, ale także różne jej przypadki, popieranie teorii przykładami*),

pojęcie równania kwadratowego i jego rozwiązywanie znanymi sposobami (*samodzielne podanie definicji równania kwadratowego poprzez odwołanie się do funkcji i jej miejsca zerowego – przypomnienie i zastosowanie metod rozkładu na czynniki w rozwiązywaniu równań zarówno zupełnych jak i niezupełnych*),

postacie trójmianu kwadratowego i ich zastosowanie (*poznanie postaci ogólnej, kanonicznej oraz iloczynowej, ich związków z definiowaniem, konstruowaniem wykresu i własnościami funkcji a także obliczaniem pierwiastków odpowiednich równań oraz sprawne zamienianie jednej postaci w inną – ćwiczenie, utrwalanie tych wiadomości w wielu zadaniach*),

wykres funkcji kwadratowej i jej własności (*sprawne i precyzyjne konstruowanie wykresów, ich wszechstronne przekształcanie oraz odczytywanie własności, umiejętność wyznaczenia ogólnego równania funkcji kwadratowej na podstawie jej własności lub wykresu*),

##, !!! najmniejsza i największa wartość funkcji w przedziale domkniętym (*poznanie sposobu znalezienia tej wartości zarówno ze wzoru jak i własności wraz z porównywaniem wartości – bardzo dobra okazja dla uczniów aby opracować algorytm działania!!!*),

- badanie trójmianu kwadratowego, zadania optymalizacyjne (*poznanie metody korzystania z wykresu do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych, głównie tych o charakterze praktycznym*),

równania kwadratowe (*sprawne rozwiązywanie równań kwadratowych różnymi metodami – w tym najnowszą, zawierającą gotowe wzory, świadomość wyboru tej najkorzystniejszej, zwracanie uwagi na różne typy rozwiązań i analizowanie ich pochodzenia*),

nierówności kwadratowe (*zauważenie podobieństwa i różnic w rozwiązywaniu równań i nierówności kwadratowych – opracowanie metody po odwołaniu się do konkretnej własności funkcji*),

zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych (*umiejętność wyselekcjonowania i wykorzystania wiadomości o funkcji kwadratowej do zadań tekstowych, głównie o praktycznym charakterze, analizowanie i opisywanie zjawisk z życia codziennego związanych z funkcją kwadratową*),

Wielomiany

wielomian jednej zmiennej stopnia n , $n \geq 1$ (*poznanie definicji – uczestniczenie w jej „tworzeniu” – określenie pojęcia stopnia i warunku na jego istnienie, współczynników – także ich oznaczenia, podawanie przykładów*),

równość wielomianów, wielomian stały i zerowy (*stworzenie definicji równości wielomianów na podstawie prostych przykładów oraz zastosowanie do zadań, poznanie charakterystycznych wielomianów i ich występowania*),



- ## działania na wielomianach (*umiejętność dodawania, odejmowania i mnożenia wielomianów – analizowanie ew. zmiany stopnia wielomianów będących wynikiem działań i dodatkowo * - poznanie metody dzielenia wielomianu przez dwumian – jako jednej z metod pozwalających znaleźć pierwiastek/pierwiastki wielomianu*),
- ## znajdowanie pierwiastków wielomianu z postaci iloczynowej (*sprawne znajdowanie/odgadywanie pierwiastków wielomianu z postaci iloczynowej, niekoniecznie czynników stopnia pierwszego, ale łatwych do przekształcenia – stąd wnioski na temat istnienia i wartości pierwiastka oraz informacja na temat twierdzeń Bezoute`a i o reszcie, krotności pierwiastka oraz sposobie na wyszukanie liczb będących pierwiastkami, spośród współczynników wielomianu w postaci definiowanej*),
- ##, !!! schemat Hornera znajdowania pierwiastków jako przykład algorytmu!!! (*sprawne znajdowanie pierwiastków tą nieobowiązkową, ale bardzo przystępną metodą z dbałością o zapisy rozwiązań i postaci końcowej – iloczynowej wielomianu*),
- ## nierówności wielomianowe (*przypomnienie podobieństwa i różnic w rozwiązywaniu równań i nierówności wielomianowych – opracowanie metody po odwołaniu się do konkretnej własności funkcji, zwrócenie uwagi na istotę krotności pierwiastka*),
- ## zadania tekstowe, prowadzące do równań wielomianowych (*bardzo dobra okazja do zestawienia wszystkich wiadomości o wielomianach, przeanalizowania i podjęcia decyzji odnośnie najbardziej odpowiedniej do rozwiązania zadania*),

Elementy funkcji wymiernych

- ## definicja funkcji wymiernej, dziedzina funkcji wymiernej (*nawiązanie do omawianych w klasie pierwszej różnych typów funkcji i pojęcia liczby wymiernej – stąd określenie definicji i podania warunku dla dziedziny poparte przykładami i ćwiczeniami*),
- ## działania na wyrażeniach wymiernych (*ćwiczenie dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia wyrażeń wymiernych ze zwróceniem uwagi na skracanie i rozszerzanie ułamków/wyrażeń oraz ważność dziedziny – dbałość o poprawność zapisów*),
- ## proporcjonalność odwrotna i jej własności (*nawiązanie do typów proporcjonalności, sposobów zapisywania i przedstawiania – tu: równanie i wykres, zarówno funkcji liniowej jak i teraz wymiernej oraz umiejętność rozwiązywania różnych zadań dotyczących proporcjonalności odwrotnej*),
- * przekształcanie wykresu funkcji wymiernej, równanie funkcji homograficznej (*umiejętność przekształcania wykresu według poznanych przekształceń i sposobu prezentowania – precyzja wykonania oraz sprawne przekształcanie wzorów do oczekiwanej postaci*),
- ## proste równania wymierne (*umiejętność skorzystania z bogatego doświadczenia do opracowania metody rozwiązywania równań wymiernych – poprawne analizowanie i wnioskowanie, sprawne rozwiązywanie równań*),
- ## rozwiązywanie zadań – także praktycznych – prowadzących do prostych równań wymiernych (*bardzo dobra okazja do sprawdzenia zasobu wiadomości i umiejętności ucznia z tego działu*).

2.3. Klasa trzecia

Ciągi liczbowe

- ## określenie ciągu, ciąg liczbowy, sposoby opisywania ciągów (*poznanie definicji ciągu, w tym ciągu liczbowego oraz sposobu opisywania i zapisywania symbolicznego – ozn.*

- wyrazu, ciągu, wzór ogólny, rekurencyjny i wykres, umiejętność wyznaczania wyrazów ciągu ze wzoru ogólnego oraz rysowania wykresu wraz z podaniem własności),
- ## monotoniczność ciągu (umiejętność odwołania się do odpowiedniej własności, poparcia przykładami, poznanie lub współtworzenie definicji i twierdzenia wraz z poprawnym badaniem/określanie monotoniczności),
 - ## ciąg arytmetyczny (poznanie lub współtworzenie definicji i twierdzenia, umiejętność poparcia przykładami przy jednoczesnym wskazaniu własności, świadomość pochodzenia wzorów na sumę i średnią arytmetyczną oraz sprawne zastosowanie tych wiadomości w zadaniach badających istnienie ciągu, wyznaczanie go, korzystanie z poznanych wzorów także w zadaniach tekstowych, często w kontekście praktycznym),
 - ## ciąg geometryczny (poznanie lub współtworzenie definicji i twierdzenia, umiejętność poparcia przykładami przy jednoczesnym wskazaniu własności, świadomość pochodzenia wzoru na średnią geometryczną, znajomość wzoru na sumę początkowych wyrazów oraz sprawne zastosowanie tych wiadomości w zadaniach badających istnienie ciągu, wyznaczanie go, korzystanie z poznanych wzorów także w zadaniach tekstowych, często w kontekście praktycznym),
 - ## ciąg arytmetyczny i geometryczny we wspólnych zadaniach (bardzo dobra okazja do zestawienia poznanych wiadomości, uporządkowania, wskazania podobieństw między ciągami i umiejętność wykorzystania w zadaniach, często o charakterze maturalnym),
 - ## oprocentowanie lokat i kredytów (procent prosty, procent składany) (sprawne rozwiązywanie zadań dotyczących tych wiadomości, umiejętność dostrzegania relacji, porządku w tworzeniu procentów – odsetek, świadomość przydatności wiedzy matematycznej),

Elementy geometrii analitycznej

- ## odległość punktów w układzie współrzędnych (umiejętne odwołanie się do pojęcia wektora, twierdzenia Pitagorasa, współtworzenie wzoru określającego odległość oraz praktyczne obliczanie),
- ## współrzędne środka odcinka (poznanie lub współtworzenie metody obliczania współrzędnych środka odcinka oraz umiejętność zastosowanie w kontekście różnych wiadomości z geometrii płaskiej),
- ## równanie kierunkowe i ogólne prostej (znajomość równania funkcji liniowej i jego współczynników – nazwa równania, umiejętność przekształcenia do oczekiwanej postaci przy świadomym zastosowaniu twierdzeń o otrzymywaniu równań równoważnych, zapisanie symboliczne obu typów równań, sprawne ich przekształcanie do dowolnej postaci, wyznaczanie każdego z równań stosownie do poleceń w zadaniu),
- ## równoległość i prostopadłość prostych (umiejętność skorzystania z wiadomości dotyczących równoległości i prostopadłości prostych – wykresów funkcji liniowej do określenia i zapisania warunków dla prostopadłości i równoległości prostych w obu typach równań, sprawne zastosowanie w zadaniach dotyczących określania położenia, wyznaczania równań przy znanym położeniu oraz z wykorzystaniem własności różnych wielokątów),
- ## równanie okręgu (świadomość związku równania okręgu z twierdzeniem Pitagorasa i przekształceniami wykresów, umiejętność przekształcania równania okręgu do postaci kanonicznej, odczytania współrzędnych środka i długości promienia oraz posługiwania się równaniem okręgu w różnych zadaniach z geometrii płaskiej w relacjach między równaniami krzywych),



Funkcja wykładnicza, funkcja logarytmiczna

- ## potęga o wykładniku rzeczywistym (*przypomnienie – umiejętność i doskonalenie wykonywania działań na potęgach o wykładnikach rzeczywistych, sprawne korzystanie w zadaniach z obowiązujących definicji i twierdzeń*),
- ## funkcja wykładnicza i jej własności (*poznanie pojęcia, wykresu i własności funkcji wykładniczej ze świadomością pochodzenia nazwy, sposobu konstruowania i przekształcania wykresu tej funkcji, umiejętność odczytywania własności z wykresów oraz rozwiązywania zadań dotyczących funkcji wykładniczej o praktycznym charakterze*),
- * proste równania (ew. nierówności) wykładnicze (*doskonała okazja do zastosowania wiadomości o metodach rozwiązywania różnych typów równań (ew. nierówności), działań na potęgach i posiadanej intuicji matematycznej – sprawdzanie kompetencji matematycznych: poszukiwanie metody, analizowanie, wyciąganie wniosków, uzasadnianie poprawności wyboru, precyzja w prezentowaniu*),
- ## logarytm (*poznanie pojęcia logarytmu, świadomość jego „opozycyjności” w stosunku do działań wynikających z funkcji wykładniczej – odwołanie się do innych takich sytuacji w matematyce, sprawne obliczanie różnych wielkości wynikających z definicji logarytmu: wartości logarytmu, liczby logarytmowanej, podstawy*),
- * funkcja logarytmiczna, proste równania logarytmiczne (*wprowadzenie pojęcia funkcji logarytmicznej celowe w zestawieniu z funkcją wykładniczą jako funkcją odwrotną – definicja, wykres, własności, tu zwrócenie uwagi na monotoniczność w zależności od podstawy, rozwiązywanie prostych równań logarytmicznych ma pomóc uczniowi: uporządkować i opanować różne metody rozwiązywania równań, zwrócić uwagę na dziedzinę w wielu z nich – w logarytmicznych zawsze, zmusić opornych do precyzji w zapisach*),

Elementy kombinatoryki

- ## zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych (*rozwijanie wyobraźni odnośnie różnych, prostych sytuacji kombinatorycznych, umiejętność zliczania obiektów w tych sytuacjach*),
- ## zasada mnożenia (*umiejętność wyciągania wniosków ze zliczania prostych obiektów kombinatorycznych, zdolność obserwowania w jaki sposób powstają aby „przenieść” tę wiadomość na zasadę mnożenia, sprawne korzystanie z tej metody*),
- ## drzewa stochastyczne (*umiejętność przedstawiania sytuacji kombinatorycznych w postaci grafu – drzewa oraz posługiwanie się nim w sprawnym rozwiązywaniu zadań, rozwijanie wyobraźni przy modelowaniu takiego grafu*),
- ## symbol silni (*poznanie a nawet współtworzenie pojęcia silni przy tworzeniu ciągów złożonych z małej ilości wyrazów i zliczaniu – metodycznym - wszystkich otrzymanych: stąd powstanie reguły związanej z pojęciem silni oraz umiejętność zastosowania pojęcia silni w typowych zadaniach, obliczeniach i przekształceniach np. stosowanych w symbolu Newtona*),
- * permutacje, kombinacje oraz wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń (*doskonała okazja do zastosowania wszystkich wiadomości z tego działu i podstawowych wiadomości o ciągach do rozszerzenia informacji z kombinatoryki dzięki posiadanym przez uczniów wiadomościom, ich matematycznemu doświadczeniu i przy pomocy nauczyciela – tak przy tworzeniu teorii jak i w zadaniach*),
- ## zadania tekstowe z kombinatoryki (*utrwalanie przyswojonych metod rozwiązywania zadań wraz z doskonaleniem tych trudniejszych dla ucznia, rozwijanie jego wyobraźni*

i umiejętności zapisywania pomysłów i obliczeń dotyczących rozwiązywania kombinatorycznych problemów),

Powtórzenie wiadomości o funkcjach *(zestawienie wszystkich poznanych wiadomości w różnych typach zadań, niekoniecznie jednorodnych pod kątem działu, przyzwyczajanie ucznia do analizowania złożonych problemowo treści zadań, wykształcanie cierpliwości, dociekliwości i rzetelności, rozwijanie wyobraźni i elastyczności w stosowaniu metod, rozwiązywanie wielu zadań zarówno pod kątem egzaminu dojrzałości jak i przyszłej pracy).*

2.4. Klasa czwarta

Rachunek prawdopodobieństwa

- ## doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór zdarzeń elementarnych, zdarzenie, działania na zdarzeniach *(poznanie nowych pojęć i przypomnienie wielu związanych z nimi a poznanych wcześniej – element zbioru, zbiór, typy zbiorów, działania, symbolika i jej związek z logiką, umiejętność określania, podawania przykładów w/w wielkości i pojęć, wykonywania działań na zdarzeniach oraz określania liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniom losowym),*
- ## aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa *(poznanie definicji aksjomatycznej, odwołanie się do pojęcia funkcji – argumentu i wartości oraz poparcie przykładami),*
- ## własności prawdopodobieństwa *(określenie własności na podstawie relacji między zdarzeniami, sprawne zapisanie tych własności oraz umiejętność zastosowania w sprawnym rozwiązywaniu zadań),*
- ## klasyczna definicja prawdopodobieństwa *(poznanie definicji prawdopodobieństwa z uzasadnieniem i odwołaniem się do prostych sytuacji kombinatorycznych, umiejętność rozwiązywania zadań z zastosowaniem w/w definicji oraz – dodatkowa umiejętność – wzorów kombinatorycznych),*
- ## rozwiązywanie zadań tekstowych z rachunku prawdopodobieństwa *(zastosowanie wszystkich poznanych wiadomości zarówno z kombinatoryki jak i z rachunku prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań podsumowujących posiadane umiejętności – dowolność wyboru metody, ale dbałość o prezentację rozwiązania),*

Elementy statystyki

- ## dane statystyczne i ich klasyfikacja *(poznanie istoty klasyfikowania danych statystycznych, poparcie odpowiednimi przykładami),*
- ## średnia z próby, mediana z próby i odchylenie standardowe *(umiejętność obliczania omawianych wielkości i ich interpretowania),*
- ## interpretowanie parametrów statystycznych *(umiejętność: analizowania danych z tabel, diagramów, wykresów oraz prezentowania wykresów, tabel, diagramów tworzonych na podstawie danych empirycznych, ponadto umiejętność ilościowego analizowania danych oraz porównywania i określania zależności między nimi),*

Geometria przestrzenna

- ## wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni *(umiejętność wykorzystania wyobraźni i doświadczenia do badania i prezentowania wzajemnego położenia tych figur, uporządkowanie i opisanie – także symboliczne),*



- ## wzajemne położenie prostej i płaszczyzny oraz płaszczyzn w przestrzeni (*poznanie pojęcia kąta między prostą i płaszczyzną oraz między płaszczyznami – kąta dwuściennego oraz ich kątów liniowych, ćwiczenie wyznaczania takich kątów*),
- ## graniastosłupy, ostrosłupy i bryły obrotowe – podział, pole powierzchni, objętość (*poprawne rysowanie rzutu bryły i siatki, zaznaczanie wszystkich, charakterystycznych wielkości w tym w/w kątów, klasyfikowanie, umiejętność obliczania pola powierzchni i objętości z wykorzystaniem odpowiednich zależności między wielkościami, z zastosowaniem trygonometrii*),

Rozwiązywanie zadań problemowych z różnych działów (*zestawienie wszystkich poznanych wiadomości w różnych typach zadań, niekoniecznie jednorodnych pod kątem działu, przyzwyczajanie ucznia do analizowania złożonych problemowo treści zadań, wykształcanie cierpliwości, dociekliwości i rzetelności, rozwijanie wyobraźni i elastyczności w stosowaniu metod, rozwiązywanie wielu zadań zarówno pod kątem egzaminu dojrzałości jak i przyszłej pracy*).

3. Procedury osiągnięcia celów

W pracy z uczniami korzystam z podręcznika do matematyki wydawnictwa Pazdro opracowanego przez autorów: Marcin Kurczab, Krzysztof Kłaczkow i Elżbieta Świada (w klasach drugich i trzecich) oraz Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab i Elżbieta Świada (w klasach pierwszych).

Dostosowanie podręcznika i zbioru do realizowania zamierzeń związanych z KK wymaga jedynie zmian w proponowanej przez autorów kolejności działów – przede wszystkim ze względu na specyfikę klasy – technikum logistycznego i korelację czasową z zawodowymi przedmiotami oraz poświęcenie większej uwagi i czasu niektórym treściom i związanym z nim umiejętnościom według w/w potrzeb.

Uczniowie poznają zatem podstawy języka matematycznego oraz pojęcia stanowiące bazę do zdobywania dalszej wiedzy, nabiorą wprawy w szybkim, pamięciowym wykonywaniu obliczeń, a także śmiałości w formułowaniu wniosków, nauczą się wnikliwie analizować tekst matematyczny i dostrzegać błędy, które popełniają. W dalszym toku edukacji nauczą się jasno i precyzyjnie formułować wypowiedzi, dostrzegą korelację między wieloma pojęciami i łatwiej zastosują posiadaną wiedzę do zadań o charakterze praktycznym i problemowym, posiadą umiejętność prezentowania i modelowania dzięki sprawnemu przetwarzaniu informacji, dzięki posługiwaniu się tabelami, wykresami i diagramami rozwiną wyobraźnię matematyczną. Przyzwyczajają się do cierpliwości i rzetelności w działaniu, do szacowania błędów i przewidywania ewentualnych niepowodzeń, do samodzielności ale i do współdziałania w grupie oraz do uczciwości. Właściwa postawa nauczyciela na pewnym etapie moderatora uczniowskich działań a zawsze osoby cieszącej się uczniowskim zaufaniem i szacunkiem jest tutaj bezcenna.

Dzięki tym umiejętnościom możliwe jest doskonalenie komunikacji zarówno między nauczycielem i uczniem/uczniemi jak i między samymi uczniami – niezmiernie przydatnej w dalszym życiu.

Osiągnięcie założonych celów jest możliwe dzięki stosowaniu różnorodnych metod nauczania i odpowiedniego doboru form organizacyjnych lekcji. Ta różnorodność pomoże uatrakcyjnić przedmiot, zaktywizować uczniów w procesie uczenia się, zachęcić do rozwiązywania różnorodnych problemów oraz spowodować kształtowanie odpowiednich postaw.

3.1. Przydział godzin lekcyjnych

Ze względu na specyfikę klasy, przewidzianą ilość godzin w poszczególnych latach całego cyklu kształcenia, praktyki zawodowe i oraz korelację z przedmiotami zawodowymi został opracowany następująco

RAMOWY ROZKŁAD MATERIAŁU

Klasa pierwsza – 2godz./tyg. czyli 64godziny/32 tygodnie

(wykorzystanie 9 godzin na powtórzenie wiadomości i sprawdziany)



1.	Elementy logiki matematycznej. Zbiory, działania na zbiorach	8
2.	Działania w zbiorach liczbowych	10
3.	Wyrażenia algebraiczne	12
4.	Geometria płaska – pojęcia wstępne	5
5.	Geometria płaska – trójkąty	6
6.	Trygonometria kąta ostrego	6
7.	Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta	8

Klasa druga – 3 godz./tyg. czyli 96godzin/32 tygodnie
(wykorzystanie 7 godzin na powtórzenie wiadomości i sprawdziany)

1.	Geometria płaska – czworokąty	6
2.	Geometria płaska – pole czworokąta	8
3.	Funkcja liniowa	12
4.	Funkcje i ich własności	10
5.	Przekształcanie wykresów funkcji	9
6.	Funkcja kwadratowa	18
7.	Wielomiany	18
8.	Elementy funkcji wymiernych	8

Klasa trzecia - 3 godz./tyg. czyli 84 godziny (praktyka)/28 tygodni
(wykorzystanie 10 godzin na powtórzenie wiadomości i sprawdziany)

1.	Ciągi liczbowe	18
2.	Elementy geometrii analitycznej	12
3.	Funkcja wykładnicza, funkcja logarytmiczna	14
4.	Elementy kombinatoryki	12
5.	Powtórzenie wiadomości o funkcjach	18

Klasa czwarta – 2 godz./tyg. czyli 50 godzin/25 tygodni
(wykorzystanie 6 godzin na powtórzenie wiadomości i sprawdziany)

1.	Rachunek prawdopodobieństwa	10
2.	Elementy statystyki	8
3.	Geometria przestrzenna	16
4.	Rozwiązywanie zadań problemowych z różnych działów	10

3.2. Metody nauczania

Ze względu na przedsięwzięte cele, związane z rozwojem ucznia w trzech obszarach: wiedzy, umiejętności i postaw, konieczna jest różnorodność, niekoniecznie wyszukanych, metod nauczania. Ze względu na charakter matematyki, niezbędne jest **zrozumienie** przez ucznia omawianych treści przede wszystkim przez **współudział w ich tworzeniu**. W tym celu jednak konieczny jest pewien zasób wiedzy, odpowiednie słownictwo i znajomość symboliki oraz... chęci. Treści nauczania są tak ułożone, aby uczeń jak najczęściej mógł odwoływać się do znanych mu wiadomości podczas poznawania nowych, aby miał okazję

do samodzielnego ich analizowania i wyciągania wniosków. Niezbędne jest także związane z tym konstruowanie, projektowanie i modelowanie, jako jedna z końcowych czynności i jako sukces we wspólnym realizowaniu programu. Służy temu **spiralno-liniowy** układ programu oraz zaplanowane

METODY NAUCZANIA

- **wykład (metoda podająca)** wskazana ze względu na rozwijanie umiejętności słuchania, sporządzania krótkich i rzeczowych notatek, służy skupieniu ucznia, precyzyjnemu formułowaniu przez niego wypowiedzi, zarówno pisemnie jak i ustnie np. powtórzenie najistotniejszych wiadomości (10% wszystkich lekcji),
- **pogadanka, dyskusja (metoda aktywizująca)** potrzebna przy wprowadzaniu nowych pojęć dzięki naprowadzającej roli nauczyciela, który czasem jest także mediatorem w dyskusji, pomocnikiem w formułowaniu spostrzeżeń, wyciąganiu wniosków, przyzwyczajają do kulturalnego komunikowania się (30% wszystkich lekcji),
- **metoda problemowa (metoda aktywizująca)** niezbędna w samodzielnej lub grupowej pracy, zmuszająca uczniów do wysiłku intelektualnego podczas analizowania, wnioskowania, weryfikowania pomysłów, budowania modelu rozwiązania, sprawdzania poprawności i podsumowywania, znakomicie wzbogaca wiedzę uczniów, doskonali rozwiązywanie problemów i sprawia wiele satysfakcji – nawet przy popełnianiu błędów – ucząc cierpliwości w dążeniu do celu (30% wszystkich lekcji),
- **praca z tekstem matematycznym (metoda aktywizująca)** jest to zarówno praca z podręcznikiem, wykorzystanie opracowań naukowych i popularnonaukowych jak i praca z komputerem, służy samodzielnemu docieraniu do informacji z różnych źródeł, korzystania z nich ze zrozumieniem i umiejętności krytycznego zweryfikowania ich przydatności oraz kształtowaniu postawy poszukiwania i dociekliwości (10% wszystkich lekcji),
- **rozwiązywanie ciągu zadań (metoda aktywizująca)** czyli kształcącego ciągu zadań, wzbogacanych stopniowo różnorodnością treści, podwyższanym stopniem trudności i skomplikowaniem problematyki czy nietypowością treści bądź rozwiązania, pobudza ciekawość i aktywność umysłową uczniów (20% wszystkich lekcji).

FORMY PRACY

- **z całą klasą**, czyli zaangażowanie całej społeczności uczniowskiej:
 - wspólne realizowanie, pod kierunkiem nauczyciela, tych samych treści, rozwiązywanie tych samych zadań, analizowanie tych samych problemów, dyskusowanie na ten sam temat – sprzyja nawiązywaniu więzi między uczniami, uczy skupienia uwagi,
 - wzajemne odpytywanie się; uczeń zadaje pytanie i wskazuje tego z uczniów, który ma udzielić na nie odpowiedzi – jeśli zrobi to poprawnie, staje się kolejnym zadającym pytanie, metoda aktywizuje całą klasę, uczy formułowania, zadawania pytań,
- **w grupach**, z podziałem klasy na kilkusobowe zespoły, którym przydziela się problem do rozwiązania
 - pracują nad nim wszyscy członkowie grupy, dzieląc się umiejętnościami, spostrzeżeniami i wiedzą, całością kieruje wcześniej wybrany lider a sprawozdawca referuje rozwiązanie problemu przed całą klasą, bardzo dobry sposób na integrację, umiejętność współdziałania,
 - każdy z członków grupy otrzymuje do rozwiązania część składową problemu – fragment informacji potrzebny do rozwiązania problemu, jest odpowiedzialny za

- jego spożytkowanie, przekazanie kolegom i przyswojenie reszty, uczy to wszystkich odpowiedzialności za powierzone zadanie i efekty wspólnej pracy,
- grupy uczniów analizują i rozwiązują problem pod różnym kątem, wypisują wady i zalety każdej z nich a następnie wybierają najkorzystniejszy, pozwala to na ćwiczenie weryfikowania dokonań, zmusza do odpowiedzialnego podjęcia decyzji, elastyczności, uświadamia istnienie różnych dróg do osiągnięcia sukcesu,
 - **indywidualna** praca ucznia na lekcji lub w domu, czyli pod kierunkiem nauczyciela lub samodzielnie, pozwala na indywidualne przemyślenia, poszukiwania a także doskonalenie umiejętności uczenia się, uczy odpowiedzialności za powierzone zadanie, za swoją wiedzę i umiejętności, sprzyja samokształceniu,
 - **wyjścia i wycieczki przedmiotowe** na pokazy zorganizowane dla uczniów przez studentów logistyki Politechniki Reszowskiej wzbudzające zarówno ich ciekawość jak i motywację dzięki możliwości zaobserwowania praktycznego zastosowania matematyki w wielu sytuacjach.

METODY KONTROLI I OCENY

Przedmiotem oceny powinien być postęp ucznia w procesie edukacyjnym. Ocenianiu powinny być poddane: zdobyta wiedza, umiejętności pozwalające na jej gromadzenie i pogłębianie, umiejętności społeczne i komunikacyjne oraz postawa. Zdobytą wiedzę jest obszarem najłatwiejszym do zdiagnozowania, pozostałe przejawiają się w aktywności ucznia np. w dyskusji, autoprezentacji, podczas pracy w zespołach czy przy realizowaniu projektów grupowych i indywidualnych.

Ocenianie ma diagnozować postępy ucznia, motywować do dalszej pracy. Jego regularność wpływa na systematyczność pracy. Powinno być jasne i czytelne zarówno dla ucznia jak i jego rodziców.

Ocenianiu podlegają:

- **sprawdziany pisemne** (*prace klasowe, testy, kartkówki*),
- **odpowiedzi ustne** (*z kilku ostatnich zajęć, referaty, prezentacje zadań domowych oraz aktywność na lekcjach*),
- **praca w grupach.**

Diagnostuje się również zasób wiedzy uczniów **po gimnazjum** oraz w **każdej następnej klasie** tzw. **test na wejście** oraz **badanie wyników nauczania**, które podlegają dokładnej analizie i pozwalają wyciągnąć wnioski do dalszej pracy z młodzieżą.

Waga oceny jest w każdym przypadku inna. Ze względu na formę egzaminu dojrzałości najwyższą cenioną jest ocena prac pisemnych. Nowa forma obowiązkowej matury wymaga od ucznia sprawności zarówno pod kątem rozwiązywania testów, jak i zadań otwartych. Najtrudniej z kolei ocenić pracę w grupach, wkład każdego z jej członków w wypracowany efekt końcowy. Jest to ważne ze względu na zmuszanie wszystkich uczniów do aktywności, więc powinno mobilizować wszystkich do pracy. Nawet jeśli nie wszyscy w jednakowym stopniu tworzyli rozwiązanie zadania, to wszyscy powinni znać jego problematykę i umieć zaprezentować efekt końcowy.

3.3. Środki dydaktyczne

Realizowanie materiału musi być wzbogacone odpowiednimi środkami dydaktycznymi. Są nimi zarówno gotowe pomoce, jak i te wykonane lub wyszukane przez nauczyciela a przede wszystkim przez ucznia. Zapamiętywaniu, zdobywaniu kolejnych umiejętności czy kształtowaniu pożądanych postaw służy nie tylko czytanie ze

zrozumieniem, analizowanie, szukanie korelacji między różnymi wiadomościami i wyciąganie wniosków, ale także różne czynności manualne, zdolności poszukiwawcze doskonalone tak podczas lekcji jak i w trakcie dodatkowych zajęć. Te wszystkie „drogi” i sposoby zwiększają szansę na osiągnięcie sukcesu:

- **podręcznik i zbiór/zbiory zadań,**
- **wykonywanie projektów** w formie tablic zawierających wzory, zależności matematyczne (np. te najtrudniejsze do przyswojenia) oraz modeli siatek i brył o różnych własnościach, zarówno tradycyjnie – z kartonu, jak i dzięki programom komputerowym,
- **analizowanie informacji** z prasy w formie danych giełdowych, zmian cen na rynku i innych danych statystycznych,
- **wykorzystanie** telewizji i filmów edukacyjnych, komputerów jako elementów edukacji multimedialnej.

Z całą pewnością niezbędne są także **dodatkowe zajęcia** – matematyczne i interdyscyplinarne np. w korelacji z przedmiotami zawodowymi, zarówno dla uczniów zdolnych jak i tych mających problemy w nauce. Dzięki nim jedni będą mogli brać udział w konkursach i olimpiadach a inni niwelować zaległości, wszyscy zaś wzbudzać zainteresowanie przedmiotem.

3.4. Postulowane wyposażenie pracowni przedmiotowej

Wyposażenie pracowni matematycznej stanowią obecnie:

- **tablice poglądowe** – zarówno gotowe jak i wykonane przez uczniów,
- **drewniane przybory do kreślenia i konstruowania,**
- **tablice matematyczne** – w starej wersji.

Konieczne:

- **wizualizer** – rzutnik do prezentacji pisma, rysunków, tabel wykonanych na papierze ręcznie lub komputerowo
- **modele brył** zawierające zaznaczone przekroje płaskie, typowe kąty i wielkości charakterystyczne,
- **komplet tablic matematycznych** – w obowiązującej wersji, do korzystania z nich przez uczniów na lekcji.

Brakujące:

- **laptop z oprogramowaniem, rzutnik pisma i pendrive dla każdego z uczniów,**
- **kalkulatory czterodziałaniowe, z obliczaniem pierwiastków,**
- **tablica z zaznaczonym układem współrzędnych.**



4. Opis założonych osiągnięć ucznia

Wszystkie założenia odnośnie osiągnięć ucznia zostały szczegółowo opisane razem z przewidzianymi do realizacji treściami programu. Będą na bieżąco, śródrocznie i rocznie poddawane ocenie według obowiązujących kryteriów, wynikających również z Wewnątrzszkolnego Systemu Oceniania. Przedmiotem oceny powinien być postęp ucznia w procesie edukacyjnym. Ocenianiu powinny być poddane: zdobyta wiedza, umiejętności pozwalające na jej gromadzenie i pogłębianie, umiejętności społeczne i komunikacyjne oraz postawa. Zdobytą wiedza jest obszarem najłatwiejszym do zdiagnozowania, pozostałe przejawiają się w aktywności ucznia np. w dyskusji, autoprezentacji, podczas pracy w zespołach czy przy realizowaniu projektów grupowych i indywidualnych.

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady,
- rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji,
- rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami,
- potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania,
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady,
- podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego,
- wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia,
- zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania,
- sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach,
- korzysta z kalkulatora,
- zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych,
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych,
- naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji,
- samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne,
- sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady,
- zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować,
- intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą,
- wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia,
- zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych,
- rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania,
- rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów,
- ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi,
- posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji,
- samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego,
- przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki,
- potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie,
- korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy),
- stosuje nowe twierdzenia,
- ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia),
- zna dowody twierdzeń objętych programem,
- rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody,
- skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania,
- analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań,
- rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych.

Stopień celujący:

Uczeń:

- analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji,
- zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu,
- potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia,
- zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć,
- buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych,
- stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych,
- poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania,
- uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.



Ocenianie prac pisemnych według Wewnątrzszkolnego Systemu Oceniania, uwzględniające specyfikę klas w naszej szkole, predyspozycje uczniów oraz podstawowe standardy wymagań zawarte w zadaniach, przewiduje poniższą skalę ocen w stosunku do zdobytych przez ucznia punktów, wyrażonych w procentach:

0% - 29% niedostateczny,

30% - 50% dopuszczający,

51% - 75% dostateczny,

76% - 90% dobry,

91% - 100% bardzo dobry.

W przypadku zróżnicowania zadań tak, aby zawarta w nich problematyka obejmowała standardy wymagań zawarte w treściach, np.: **podstawowej – P, rozszerzającej – R i dopełniającej - D** powyższa skala ulegnie modyfikacji zarówno pod względem progów procentowych jak i wymagań związanych z wyczerpującym przedstawieniem rozwiązań pewnej ilości zadań.

Tabela prezentuje przykładowe kryteria w tym wypadku:

Poziom wymagań	Ilość zadań	Liczba pkt./zad.	Norma (konieczny warunek dodatkowy czyli pełne rozwiązanie)	Ocena
P	9	18	0% - 25%	ndst
			26% - 49% (co najmniej 4 zadania P)	dop
R	3	9	50% - 70% (co najmniej 6 zadań P)	dst
			71% - 85% (co najmniej 6 zadań P i 2 zadania R)	db
D	3	12	86% - 94% (co najmniej 8 zadań P lub R i 2 zadania D)	bdb
			95% - 100% (wszystkie P i R oraz co najmniej 4 z D)	cel
Razem	15	39		

5. Ewaluacja programu nauczania

Projekt autorskiego programu nauczania powinien być poddany badaniu jakości podczas wszystkich etapów jego realizacji. Dzięki temu można będzie ocenić jego trafność i skuteczność, określić związek między sposobami i warunkami działania a możliwością rozwijania MKKE, sprawdzić, czy oczekiwania zarówno nauczyciela jak i uczniów mają szansę być spełnione.

Etapy ewaluacji:

- 1) przed rozpoczęciem realizacji,
- 2) w czasie realizacji,
- 3) na koniec realizacji,
- 4) po pewnym czasie od realizacji.

Obiekty podlegające badaniu (*stosowana metoda badawcza*):

- 1) zasoby realizatora, potrzeby i ograniczenia odbiorców, możliwości rozwijania MKKE, poprawność koncepcji, propozycja oceny skuteczności (*analiza szkolnych wyników diagnozy implementacji KK oraz danych ze szkolnego arkusza oceny programu*),
- 2) wykorzystanie przez szkołę nakładów finansowych, wzbogacenie zestawu pomocy dydaktycznych, stopień zaangażowania nauczycieli i szkoły, metody pracy nauczyciela realizującego program i ich ocena ze strony uczniów (*analiza dokumentów, obserwacja, ankietowanie uczniów*),
- 3) wzrost poziomu osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE (*miar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”*),
- 4) trwałość nabytych uczniowskich wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE (*analiza dokumentów łącznie z maturalnymi wynikami*).

W badaniu 2) – 4) biorą udział wszyscy uczestnicy programu.

Kryteria ewaluacji:

- 1) uwzględnienie zasobów szkoły, dostosowanie formy programu do przedstawionych wymagań, propozycje oceny skuteczności programu,
- 2) zwiększenie szkolnych nakładów finansowych, zakup koniecznych pomocy dydaktycznych, zwiększenie liczby dyrektorskich hospitacji, doskonalenie zawodowe nauczyciela/nauczycieli, przewaga stosowania metod aktywizujących nad podającymi i wzrost efektywności działań uczniowskich,
- 3) stopień osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE,
- 4) trwałość zmian w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE.

Dane z ewaluacji zostaną przedstawione w formie raportu lub przygotowane jako promocja programu.

Bibliografia

- [1] Kurczab Marcin, Kurczab Elżbieta, Świda Elżbieta, *Matematyka, program nauczania w liceach i technikach*, Warszawa 2008.
- [2] Majka Elżbieta, Ostasz Beata, *Tradycja i współczesność. Edukacja europejska na przykładzie naszej szkoły*, Rzeszów 2000.
- [3] Rząsa Barbara, *Diagnoza implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy. Zespół Szkół Nr 2 im. Tadeusza Rejtana w Rzeszowie*, Lublin 2009.
- [4] Sobczak Maria, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształcenia kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Lublin 2009.

Wykaz aktów prawnych

- [1] Rozporządzenie MEN z dnia 8 czerwca 2009 r. w sprawie dopuszczenia do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczania do użytku podręczników (Dz. U. Nr 89, poz. 730).
- [2] Rozporządzenie MEN z dnia 23 marca 2009 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie ramowych planów nauczania w szkołach publicznych.
- [3] Ustawa z dnia 19 marca 2009 r. o zmianie ustawy o systemie oświaty oraz o zmianie niektórych innych ustaw (Dz. U. Nr 56, poz. 458).
- [4] Rozporządzenie MEN z dnia 6 stycznia 2009 r., w sprawie dopuszczenia do użytku szkolnego programów wychowania przedszkolnego, programów nauczania i podręczników oraz cofania dopuszczenia.
- [5] Rozporządzenie MEN z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzenia sprawdzianów i egzaminów (Dz. U. z dnia 3 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102).
- [6] Rozporządzenie MEN z dnia 23 sierpnia 2007 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego poszczególnych typach szkół.
- [7] Ustawa z dnia 26 stycznia 1982 r. – Karta Nauczyciela (Dz. U. z 2006 r. Nr 97, poz. 674, z późn. zm.).
- [8] Ustawa z dnia 7 września 1991 r. o systemie oświaty (Dz. U. z 2004 r. Nr 256, poz. 2572, z późn. zm.).



Autor
Anna Śliwińska

MATEMATYKA

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

**W Technikum Nr 3
w Zawodzie Technik Informatyk
w Zespole Szkół Technicznych
w Mielcu**

*Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Notka o autorze.....	5
Wstęp	5
Uwarunkowania realizacji programu – omówienie założeń dydaktycznych i wychowawczych.....	8
1. Cele ogólne	11
2. Uszczegółowione cele ogólne.....	12
3. Materiał nauczania z rozpisaniem liczby godzin na realizację poszczególnych działów.....	16
4. Uszczegółowiona treść nauczania powiązana z przewidywanymi osiągnięciami ucznia.....	17
5. Procedury osiągania szczegółowych celów edukacyjnych.....	26
6. Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycje metod ich oceny.....	30
7. Oprzyrządowanie programu	34
8. Projekt ewaluacji programu.....	35
Bibliografia.....	38



Notka o autorze

Anna Śliwińska, nauczyciel matematyki i przedmiotów informatycznych w Zespole Szkół Technicznych w Mielcu. Nauczyciel dyplomowany, posiada kwalifikacje egzaminatora maturalnego z matematyki. Na lekcjach matematyki wykorzystuje wiedzę informatyczną, stosując następujące środki dydaktyczne: program Cabri II, kalkulatory graficzne, prezentacje, programy do tworzenia wykresów. Współautorka i realizatorka programu nauczania dla kursu „Matematyka stosowana ze wspomaganie komputerowym w przedmiotach ogólnokształcących – Matematyka w technologii informacyjnej”.

Wstęp

Program nauczania matematyki dla technikum informatycznego w Zespole Szkół Technicznych w Mielcu na lata od 2009/2010 do 2012/2013 **został opracowany, aby kształtować u uczniów kompetencje kluczowe**. Program spełnia polskie prawo oświatowe, zawiera treści podstawy programowej z matematyki i spełnia standardy wymagań egzaminacyjnych na poziomie podstawowym. **Innowacja polega na rozszerzeniu i dostosowaniu treści kształcenia do zawodu technik informatyk**. Program uwzględnia także przygotowanie młodzieży do obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki.

Przynależność do Unii Europejskiej zobowiązuje nasz kraj do realizacji programów wspierających edukację i szkolnictwo. Ujednolicony system szkolnictwa zawodowego i przygotowanie uczniów do uczenia się przez całe życie we wszystkich krajach Unii pociągnęło za sobą opracowanie przez Radę Europy programu „Edukacja i szkolenia 2010”. Aby umożliwić pracodawcom przyjmowanie pracowników wysoko wykwalifikowanych, mających odpowiednie wykształcenie, ale i odpowiednie umiejętności 22-23 marca 2005 roku w Brukseli Rada Europy określiła konieczność:

- opracowania wspólnego zestawu podstawowych umiejętności,
- wyposażenia młodych ludzi w kompetencje kluczowe,
- poprawy poziomu osiągnięć edukacyjnych.

Parlament Europejski i Rada Europy, 18 grudnia 2006 roku zaleciły państwom członkowskim rozwijanie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie.

Kompetencje kluczowe zdefiniowane przez Parlament Europejski to te, których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia.

Ustalony w dokumencie wykaz zawiera następujące kompetencje kluczowe:

1. porozumiewanie się w języku ojczystym;
2. porozumiewanie się w językach obcych;
3. **kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo- techniczne;**

4. kompetencje informatyczne;
5. umiejętność uczenia się;
6. kompetencje społeczne i obywatelskie;
7. inicjatywność i przedsiębiorczość;
8. świadomość i ekspresja kulturalna;

Analizując diagnozę regionalną implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynku pracy w województwie podkarpackim opracowaną w I kwartale 2009 roku, kierunkiem przyszłościowym dla województwa podkarpackiego będzie branża lotnicza i turystyczna. Tradycja i doświadczenie w tych branżach pomoże inwestorom na rozbudowę infrastruktury komunikacyjnej i energetycznej oraz szeroko rozumianych usług. Przemysł oparty na nowych technologiach potrzebować będzie specjalistów: informatyków, elektroników, mechatroników. Kształcąc młodzież w tych zawodach, musimy zwrócić szczególną uwagę na nauczanie matematyki na poziomie szkoły średniej technicznej, gdyż wielu absolwentów techników nie kontynuuje nauki na studiach, lecz po szkole podejmie pracę. I Ci z nich, którzy będą: umiejętnie korzystać z wiedzy zdobytej w szkole, posiadać umiejętność wykorzystywania wiedzy w praktyce, posługiwać się językiem ojczystym i obcym, mają szansę na sukces. Kompetencje kluczowe są bowiem elementem wzrostu gospodarczego i wzrostu zatrudnienia.

Rozwijanie wiedzy matematycznej u uczniów techników pomoże im zdać egzamin maturalny z matematyki, który od 2010 roku będzie egzaminem obowiązkowym. Statystyki egzaminu maturalnego wskazują, iż uczniowie techników słabiej zdają egzamin maturalny niż uczniowie liceów, dlatego ważne jest podniesienie jakości nauczania matematyki w technikach. Należy także podkreślić, iż uczniowie techników, mają większe zaległości z gimnazjum, niż ich rówieśnicy z liceów i skróconą edukację o miesięczne praktyki zawodowe.

Rozwijanie zainteresowań uczniów matematyką poprzez podnoszenie atrakcyjności lekcji, wykorzystywanie nowoczesnych metod nauczania i pomocy naukowych, takich jak: kalkulatory graficzne, programy wspomagające naukę geometrii płaskiej i przestrzennej. Wsparcie uczniów, w procesie nauczania, w postaci wskazówek „jak skutecznie uczyć się”, pomoże im rozwijać swoje zainteresowania informatyczne i podnosić wyniki kształcenia z zakresu matematyki.

Potrzeba rozwijania kluczowych kompetencji będzie sprzyjać możliwości rozwijania w szkołach potencjału zawodowego i dostosowania go do potrzeb rynku pracy w przedsiębiorstwach lokalnych i regionalnych. Wybór kompetencji kluczowych pod kątem matematyki jest uzasadniony, gdyż pracodawcy, nauczyciele zawodu i rektorzy wyższych uczelni, podkreślają konieczność kształcenia młodzieży na kierunkach technicznych. Rząd bowiem wspiera młodych ludzi uczących się na politechnikach stypendiami.

Najważniejszym aspektem rozwijania wiedzy matematycznej pod kątem skuteczności kształcenia zawodowego są następujące atrybuty:

- Rozwijanie myślenia matematycznego;
- Możliwość zrozumienia języka matematyki, jako języka opisu rzeczywistości;
- Nabycie umiejętności rozwiązywania różnorodnych problemów teoretycznych i praktycznych w twórczy sposób;
- Ukształtowanie postaw z punktu widzenia społecznego, m.in. wytrwałości w pokonywaniu trudności, systematyczności, dokładności, porządku, nawyku planowania i przewidywania własnych działań.



Kompetencje matematyczne określone w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe Życie - Europejskie ramy odniesienia” (MKKE) obejmują **umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji.**

Kompetencje matematyczne to **zdolność i chęć wykorzystywania** matematycznych sposobów myślenia oraz prezentacji (wzory, modele, schematy, wykresy, tabele).

Kompetencje są definiowane, jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

Wiedza:

W1: Rozumienie terminów i pojęć matematycznych;

W2: Dobrze opanowana umiejętność liczenia;

W3: Znajomość miar i struktur;

W4: Znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej;

W5: Świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź;

Umiejętności:

U1: Stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prawnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),

U2: Śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny);

U3: Przekazywać komunikaty stosując język matematyczny;

U4: Korzystać z tekstu matematycznego;

Postawy:

P1: Przejawiać szacunek do prawdy;

P2: Dążyć do szukania przyczyn;

P3: Oceniać zasadność wnioskowań i działań.

Wyżej wymienione cele MKKE są zgodne z podstawą programową z matematyki dla liceów i techników dla wszystkich trzech obszarów: wiedzy, umiejętności i postaw. (Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 26 lutego 2002 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół: Dz. U. Nr 51, poz. 458, z późn. zm.)

Biorąc pod uwagę poziomy celów nauczania matematyki określone przez Zofię Krygowską możemy stwierdzić, że są one zgodne z MKKE.

Program ten będzie rozszerzał podstawę programową z matematyki o treści niezbędne przy rozwijaniu wiadomości informatycznych. Konieczne jest także sprecyzowanie celów ogólnych i szczegółowych pod kątem spełnienia MKKE.

Najważniejszym zadaniem programu będzie zwiększenie u uczniów motywacji do nauczania matematyki. Radość z odkrywania nowych własności, umiejętność wykorzystania matematyki w życiu codziennym, korelacja matematyki z innymi przedmiotami, a w szczególności przedmiotami informatycznymi pomoże uczniom w przyszłości zdać maturę, realizować się w zawodzie lub pogłębiać wiedzę na studiach.

Uwarunkowania realizacji programu – omówienie założeń dydaktycznych i wychowawczych

Zespół Szkół Technicznych to placówka oświatowa o blisko 100-letniej historii, gdyż jest spadkobiercą chlubnych tradycji m.in. Szkoły Przystosabiająco-Uzupełniającej, która była pierwszą szkołą zawodową na terenie miasta Mielca, powstała w 1911r. Zespół Szkół Technicznych w Mielcu ma do dyspozycji obiekt dydaktyczny o łącznej powierzchni użytkowej około 14 tys. metrów kwadratowych. W obiekcie tym znajduje się pawilon sportowy oraz 60 sal lekcyjnych do prowadzenia zajęć teoretycznych i praktycznych, a wśród nich: 5 pracowni komputerowych, pracownia obrabiarek sterowanych numerycznie, 2 pracownie samochodowe, pracownia żywienia, 2 pracownie do zajęć praktyczno-spożywczych, pracownia podstaw przedsiębiorczości, 8 klasopracowni języków obcych, pracownia elektrotechniki, klasopracownia matematyki wyposażona między innymi w oprogramowanie Cabri II. W szkole znajduje się również aula, na której odbywają się różnego rodzaju spotkania, koncerty, imprezy, uroczystości szkolne i powiatowe, posiedzenia Rady Pedagogicznej. Do dyspozycji młodzieży i pracowników są także 2 gabinety pedagogów szkolnych, 2 gabinety pomocy przedlekarskiej, gabinet stomatologiczny, pomieszczenie świetlicowe oraz barek szkolny. W obiekcie szkoły funkcjonuje centrala telefoniczna (ok. 60 numerów wewnętrznych), radiowęzeł, monitoring i sieć informatyczna z rozbudowanym szkieletem światłowodowym, pozwalająca na podłączenie do Internetu wszystkich szkolnych stanowisk komputerowych.

W Zespole Szkół Technicznych w Mielcu naukę pobiera 2076 uczniów szkół młodzieżowych i słuchaczy szkół dla dorosłych. Zajęcia dydaktyczne odbywają się w 68 oddziałach klasowych w 8 typach szkół: Technikum Nr 3, III Liceum Ogólnokształcące, III Liceum Profilowane, Zasadnicza Szkoła Zawodowa Nr 3, III Uzupełniające Liceum Ogólnokształcące dla Dorosłych, Technikum Uzupełniające Nr 3 dla Dorosłych, Zasadnicza Szkoła Zawodowa Nr 3 dla Dorosłych. W technikach kształci się 718 uczniów i słuchaczy w zawodach: technik mechanik, technik mechanik lotniczy, technik pojazdów samochodowych, technik informatyk, technik żywienia i gospodarstwa domowego.

Kadra pedagogiczna w Zespole Szkół Technicznych to 151 nauczycieli, w tym 91 dyplomowanych, 34 mianowanych, 20 kontraktowych, 7 stażystów. Uprawnienia egzaminatora komisji egzaminacyjnej do przeprowadzania egzaminu maturalnego lub egzaminu potwierdzającego kwalifikacje zawodowe posiada 51 nauczycieli. W szkole pracuje wykwalifikowana kadra, większość nauczycieli matematyki to nauczyciele dyplomowani, posiadający uprawnienia egzaminatora maturalnego. W szkole pracuje także metodyk matematyki, który doradztwem i wsparciem pomaga nauczycielom efektywnie nauczać i doskonalić swój warsztat pracy. Szkoła dysponuje dobrym zapleczem socjalnym, klasy są przestronne i w większości wyremontowane.

Diagnoza przeprowadzona na 650 uczniach klas pierwszych w roku szkolnym 2008/2009 w Zespole Szkół Technicznych wykazała, że mają oni duże braki w kształtowaniu umiejętności matematycznych i słabo opanowaną umiejętność stosowania wiedzy w praktyce. Wielu uczniów klas pierwszych nie rozumie tekstu matematycznego, nie potrafi poprawnie skracać ułamków, szacować wartości, zaokrąglać liczb, wykonywać działań na potęgach, przekształcać wzorów, rachować w pamięci, dobierać jednostek do

odpowiednich wielkości. U większości uczniów można zaobserwować zbyt niską motywację i wiarę we własne siły w kształceniu się w wybranym przez siebie zawodzie. Ta niska motywacja wynika między innymi z braku wsparcia i opieki ze strony rodziny, przypadkowy wybór kierunku kształcenia, czy też szybko zmieniający się rynek pracy. Zbyt wysokie koszty zakupu nowoczesnych pomocy dydaktycznych, głównie do kształcenia zawodowego, ograniczają wzbogacenie bazy szkoły. Wiąże się to z ogromną dywersyfikacją stosowanych w przemyśle urządzeń i oprogramowania a tym, czym dysponuje szkoła.

Program ten będzie realizowany w latach 2009/2010 – 2012/2013 w klasie Technikum Informatycznego w Zespole Szkół Technicznych w Mielcu. Siatka godzin przeznaczona na realizację tego programu przedstawia się następująco $3+2+3+3=11$ godzin (9+2 godz. z puli dyrektora) Dodanie dwóch godzin ułatwi realizację dodatkowych treści, umożliwi lepsze przygotowanie uczniów do zdania egzaminu maturalnego. Uczniowie tej klasy potrafią dobrze obsługiwać sprzęt komputerowy i elektroniczny. Wskazane jest wykorzystanie tych urządzeń na lekcji, aby połączyć wiedzę informatyczną z matematyczną. Pracownia matematyki wymaga jednak modernizacji pod względem wyposażenia. Niezbędny będzie wizualizer, modele brył przestrzennych i kilka kalkulatorów graficznych. Przydałyby się także tablice informacyjne naścienne oraz pomoce piśmiennicze.

Określenie założeń dydaktyczno-wychowawczych kompetencji programu

1. Opracowany program będzie programem liniowym, jednak układ działów będzie tak skonstruowany, aby umożliwić nauczycielom przedmiotów informatycznych wykorzystanie poznanej wiedzy matematycznej na lekcjach: urządzeń technik komputerowych, programowaniu obiektowym i strukturalnym.
2. Program będzie rozszerzeniem podstawy programowej o następujące działy: systemy liczenia stosowane w informatyce, działania modulo, teoria wyznaczników, rozwiązywanie układów równań metodą wyznaczników, metoda przybliżeń szukania rozwiązań równania.
3. Rozszerzenie treści pod względem rozwijania MKKE realizowane będzie przez dobór odpowiednich zadań, szukanie różnych sposobów ich rozwiązywania oraz umiejętność rozumienia tekstu matematycznego i posługiwanie się nim, korelację z innymi przedmiotami. Analiza własności figur i funkcji przeprowadzana będzie z wykorzystaniem programów i kalkulatorów graficznych..
4. Program jest zgodny z Rozporządzeniem MEN z dnia 8 czerwca 2009 w sprawie dopuszczenia do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczenia do użytku szkolnego podręczników (Dz. U. Nr 89, poz. 730)
5. Do realizacji programu uczeń powinien posiadać podręczniki, ćwiczenia i zbiór zadań. W klasie IV pomocna będzie książka z przykładowymi arkuszami egzaminacyjnymi. Dla nauczyciela oprócz zestawu podręczników, poradników metodycznych, wskazane byłyby następujące pomoce: wizualizer, komputer z oprogramowaniem, kilka kalkulatorów graficznych, plansze, modele brył przestrzennych, artykuły piśmiennicze.





1. Cele ogólne

Cele edukacyjne,

Cele ogólne programu, zostały zredagowane na podstawie MKKE z uwzględnieniem celów kształcenia ujętych w podstawie programowej.

Lp.	Cele edukacyjne	MKKE
1	Rozumienie podstawowych terminów i pojęć matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych;	W1
2	Usystematyzowanie wiedzy o liczbach rzeczywistych oraz nabycie sprawności wykonywania obliczeń, opanowanie reguł rachunku algebraicznego;	W2
3	Poznanie miar i struktur otaczającej nas przestrzeni poprzez własności klasycznych obiektów geometrycznych; rozwój wyobraźni przestrzennej;	W3
4	Wdrożenie do opisywania oraz analizy zależności i zmienności za pomocą elementarnych funkcji;	W4
5	Poznanie metod analizy zjawisk statystycznych i losowych oraz ich najprostszyc opisów kombinatorycznych;	W4
6	Wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji; stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji;	W5, U4, P2
7	Przyzwyczajenie do typowych elementów rozumowań matematycznych, w szczególności do stosowania takich pojęć jak założenie, wniosek, dowód (także nie wprost), przykład i kontrprzykład;	U1, U2
8	Udoskonalenie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania;	U3
9	Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania bądź otrzymanego wyniku obliczeń;	P1, P3

Cele wychowawcze

Lp.	Cele edukacyjne	MKKE
1	Nauka dobrej organizacji pracy, wytrwałości, samodzielności i systematyczności w dążeniu do osiągnięcia zamierzonych celów,	P1, P2
2	Nabycie umiejętności logicznego rozumowania, pobudzanie aktywności umysłowej;	W5, U2
3	Udoskonalenie umiejętności prezentowania wyników własnej pracy i dowodzenia racji z wykorzystaniem precyzyjnego języka matematyki;	U3, U4
4	Rozwinięcie umiejętności współpracy w zespole oraz prowadzenia dyskusji z wykorzystaniem argumentów merytorycznych.	U1, P3, P1

2. Uszczegółowione cele ogólne

1. Rozumienie podstawowych terminów i pojęć matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych;

- przypomni sobie własności działań na liczbach: kolejność działań, prawa działań;
- nauczy się stosować obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych;
- pozna pojęcie punktu procentowego;
- nauczy się wykorzystywać proporcjonalność;
- pozna metody opisywania za pomocą funkcji zależności występujących w przyrodzie, informatyce i innych dziedzinach;
- nauczy się rozwiązywać zadania optymalizacyjne wykorzystując wyznaczanie największej i najmniejszej wartości funkcji kwadratowej w przedziale;
- pozna wykorzystywanie trygonometrii w sytuacjach praktycznych (planimetria i stereometria);
- nauczy się wykorzystywać proporcjonalność odwrotną do rozwiązywania zadań z treścią;
- nauczy się wykorzystywać procent składany i oprocentowanie lokat i kredytów;

2. Usystematyzowanie wiedzy o liczbach rzeczywistych oraz nabycie sprawności wykonywania obliczeń, opanowanie reguł rachunku algebraicznego;

- nauczy się wykonywać działania na liczbach rzeczywistych z uwzględnieniem potęgowania, pierwiastkowania i logarytmowania;
- przypomni sobie metody rozpoznawania liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych;
- pozna porównywanie liczb rzeczywistych;
- przypomni sobie stosowanie wzorów skróconego mnożenia;
- nauczy się usuwać niewymierność z mianownika;
- pozna pojęcie błędu względnego i bezwzględnego i zastosowanie przybliżeń dziesiętnych;
- nauczy się obliczać wartość bezwzględną z liczby rzeczywistej;
- nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności z wartością bezwzględną metoda graficzną;
- nauczy się rozwiązywać równania i nierówności liniowe i kwadratowe;
- nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe, wymierne, układy równań liniowych
- pozna metody wykonywania działań na wielomianach: dodawanie, odejmowanie i mnożenie;
- nauczy się obliczać wartość wyrażenia wymiernego i wykonywać działania na wyrażeniach wymiernych;

3. Poznanie miar i struktur otaczającej nas przestrzeni poprzez własności klasycznych obiektów geometrycznych; rozwój wyobraźni przestrzennej;

- przypomni sobie rozumie pojęć: odległość punktów na płaszczyźnie, środek odcinka, długość, obwód, pole, objętość, miara kąta;



- przypomni sobie metody przeliczania jednostki miar;
 - pozna twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych;
 - nauczy się obliczać obwody i pola figur płaskich stosując wzory i/lub własności tych miar;
 - nauczy się obliczać pola powierzchni i objętości brył stosując wzory i/lub własności tych miar;
 - przypomni sobie twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem;
 - nauczy się wykorzystywać cechy podobieństwa trójkątów;
 - pozna zastosowanie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym
 - przypomni sobie twierdzenie o kątach środkowym, wpisanym i pozna twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą;
 - pozna równanie okręgu i potrafi wykorzystać go do określenia wzajemnego położenia okręgu i prostej oraz wzajemnego położenia dwóch okręgów;
- 4. Wdrożenie do opisywania oraz analizy zależności i zmienności za pomocą elementarnych funkcji,**
- przypomni sobie pojęcie zbioru i podzbioru i odnosi je do zbiorów liczbowych, zbiorów punktów, zbiorów wyników pomiaru, zbiorów wyników doświadczeń;
 - przypomni sobie pojęcie zmiennej;
 - przypomni sobie pojęcie funkcji i ich własności;
 - nauczy się opisywać zależności między zmiennymi za pomocą wzoru funkcji, tabelki, wykresu, opisu słownego;
 - nauczy się odczytywać z wykresu: dziedzinę miejsca zerowe, zbiór wartości, wartość największą i najmniejszą w danym przedziale, przedziały monotoniczności;
 - nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi oraz przesuwania wzdłuż osi OX i OY;
 - nauczy się rysować funkcję liniową, kwadratową, proporcjonalność odwrotną, wykładniczą i logarytmiczną oraz wyznaczyć ich wzory;
 - nauczy się interpretować geometrycznie układ równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
 - pozna definicję ciągu liczbowego, arytmetycznego, geometrycznego;
 - nauczy się wykorzystywać wzory na sumę skończonej ilości wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego, na wyrazy ogólne;
- 5. Poznanie metod analizy zjawisk statystycznych i losowych oraz ich najprostszyc opisów kombinatorycznych;**
- nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
 - pozna i będzie stosować regułę mnożenia;
 - pozna klasyczną definicję i jej zastosowanie do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych;
 - nauczy się odczytywać i interpretować dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów;
 - nauczy się przedstawiać dane statystyczne na diagramie w tabeli czy na wykresie;
 - nauczy się obliczać średnią arytmetyczną, ważoną, medianę, i odchylenie standardowe;
- 6. Wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji; stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji;**
- nauczy się wnikliwie analizować problem;
 - nauczy się weryfikować zgromadzone dane;

- nauczy się rozważać różne przypadki nie ograniczając się do przypadków szczególnych;
 - nauczy się przewidywać skutki planowanych działań;
 - nauczy się być krytycznym wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych;
 - zrozumie potrzebę dowodzenia;
 - nauczy się wytrwale poszukiwać informacji;
 - zaprotestuje w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi;
 - nauczy się podejmować decyzje na podstawie sprawdzonych informacji;
 - zrozumie potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach;
 - zaplanuje strategie i rozwiązuje problemy związane z podzielnością liczb naturalnych, wykorzystywać pojęcia NWW, NWD, algorytm Euklidesa;
- 7. Przyzwyczajenie do typowych elementów rozumowań matematycznych, w szczególności do stosowania takich pojęć jak założenie, wniosek, dowód (także nie wprost), przykład i kontrprzykład;**
- nauczy się rozróżniać założenie i tezę w twierdzeniu;
 - nauczy się zaprzeczać twierdzeniu;
 - nauczy się obalać tezę podając kontrprzykład;
 - pozna i potrafi oceniać poprawność doboru argumentów oraz sposobów wnioskowania;
 - nauczy się oceniać poprawność przekształceń algebraicznych;
 - nauczy się rozróżniać dowód twierdzenia od przykładu potwierdzającym jego prawdziwość,
 - nauczy się podążać za tokiem rozumowania autora dowodu;
 - nauczy się dostrzegać luki bądź błędy w rozumowaniu;
 - nauczy się sprawdzać zasadność uogólnień;
 - nauczy się uzasadniać, że dana liczba jest naturalna, całkowita, wymierna lub niewymierna;
 - nauczy się badać równoległość i prostopadłość prostych w przestrzeni i na płaszczyźnie;
 - nauczy się sprawdzać czy dana tożsamość trygonometryczna jest prawdziwa;
 - nauczy się badać równoległość i prostopadłość prostych
 - nauczy się wykorzystywać przekształcenia geometryczne do badania zależności (podobieństwo i przystawanie figur) pomiędzy zbiorami punktów (figurami geometrycznymi);
- 8. Udoskonalenie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania;**
- nauczy się przedstawiać werbalnie, za pomocą zwrotów języka naturalnego, informacje zapisane w języku matematyki: grafem, schematem, wykresem, tabelą, diagramem;
 - pozna metody zapisu symbolicznego definicji;
 - nauczy się formułować twierdzenia w postaci implikacji;
 - nauczy się zapisywać symbolicznie dowody twierdzeń;
 - nauczy się zapisywać wzory, zależności matematyczne stosując symbolikę matematyczną, podaje opis zależności w postaci funkcji;
 - pozna sposoby prezentowania wyników badań używając terminologii z zakresu języka matematycznego, używa przybliżeń;



- nauczy się budować wypowiedzi poprawne pod względem pojęciowym i logicznym;
 - nauczy się wyszukiwać w tekście definicje i twierdzenia;
 - nauczy się odczytywać i interpretować dane przedstawione za pomocą diagramów i tabel;
 - przypomni sobie jak uzupełniać luki w tekście;
 - nauczy się poszukiwać w innych źródłach i wyjaśniać napotkane w tekście terminów i pojęć;
 - nauczy się analizować przedstawione rozwiązania zadań, obliczenia, wnioski, dane;
 - nauczy się naśladować przedstawione rozwiązania zadania w analogicznych sytuacjach;
 - nauczy się przygotowywać i wygłaszać krótki referat na wybrany temat matematyczny;
- 9. WYROBIENIE UMIEJĘTNOŚCI I POTRZEBY KRYTYCZNEJ OCENY PRZEPROWADZONEGO ROZUMOWANIA BĄDŹ OTRZYMANEGO WYNIKU OBLICZEŃ;**
- nauczy się oceniać poprawność rozwiązania zadania;
 - nauczy się rozwiązywać to samo zadanie różnymi sposobami;
 - nauczy się dostrzegać sprzeczne informacje lub błędy w rozumowaniach;
 - nauczy się oceniać dobór argumentów uzasadniających tezę (stanowisko).



3. Materiał nauczania z rozpisaniem liczby godzin na realizację poszczególnych działów

Rozkład materiału dla czteroletniego technikum (3+2+3+3)

KLASA I (3 godz. × 35 tyg. = 105 godzin)

1. Liczby rzeczywiste i ich zbiory 42
2. Funkcje i ich własności 35
3. Funkcja kwadratowa 23
4. Godziny do dyspozycji nauczyciela 5

KLASA II (2 godz. × 35 tyg. = 70 godzin)

1. Planimetria Funkcje trygonometryczne 26
2. Wielomiany 20
3. Funkcje wymierne 20
4. Godziny do dyspozycji nauczyciela 4

KLASA III (3 godz. × 31 tyg. = 93 godzin, miesięczna praktyka)

1. Wykładnicze i logarytmiczne 20
2. Ciągi liczbowe 22
3. Związki miarowe w planimetrii 26
4. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka 20
5. Godziny do dyspozycji nauczyciela 5

KLASA IV (3 godz. × 28 tyg. = 84 godzin)

1. Geometria przestrzeni Objętość, pole powierzchni brył 20
2. Powtórzenie materiału przed maturą 64



4. Uszczegółowiona treść nauczania powiązana z przewidywanymi osiągnięciami ucznia

Szczegółowa treść kształcenia oraz osiągnięcia uczniów zostały oznaczone w następujący sposób.

- ✓ *Znajduje się w PP, ST_WYM i MKKE oraz jest istotny dla kształcenia w zawodzie;*
 - ◆ *Nie występuje w PP i ST_WYM, ale jest ważny dla MKKE;*
 - *Nie występuje w PP i ST_WYM, ale jest ważny dla kształcenia w zawodzie;*
- ⇒ *Występuje w PP dla wcześniejszych etapów kształcenia i jest ważny dla MKKE i kształcenia w zawodzie.*

Systemy liczenia stosowane w matematyce i informatyce, działania w zbiorze liczb rzeczywistych 29 (10)¹

Treść nauczania

- ⇒ Liczby naturalne. Rozkład liczby na czynniki z zastosowaniem cech podzielności
- ✓ Obliczanie największego wspólnego dzielnika dwóch liczb i najmniejszej wspólnej wielokrotności NWW, NWD.
 - Wykorzystanie algorytmu Euklidesa do obliczania NWD.
 - Inne systemy liczenia wykorzystywane w informatyce: dwójkowy, szesnastkowy.
 - Konwersja systemów liczenia: dwójkowy – dziesiętny – szesnastkowy.
 - Podstawowe działania w systemie dwójkowym.
 - Działania modulo i div wykorzystywane w przeliczaniu wartości liczb.
 - ✓ Działania w zbiorach liczb całkowitych i wymiernych.
 - ✓ Podstawowe działania w zbiorze liczb niewymiernych.
 - ✓ Obliczanie pierwiastka kwadratowego, sześciennego z liczby nieujemnej.
 - ✓ Pierwiastek nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej.
 - ✓ Zastosowanie przekształceń algebraicznych – wzory skróconego mnożenia.
 - ✓ Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej i jej przybliżenie.
 - ✓ Wykonywanie działań z wykorzystaniem potęg o wykładniku całkowitym.
 - ✓ Wykorzystanie notacji wykładniczej w zadaniach praktycznych.
 - ✓ Przybliżenia-szacowanie wyników z daną dokładnością
 - ✓ Procenty i punkty procentowe w zadaniach praktycznych.
 - ✓ Obliczenia procentowe w bankowości.

Przewidywane osiągnięcia ucznia

- ⇒ zna własności działań na liczbach: kolejność działań, prawa działań;
- ✓ potrafi stosować obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych;
 - planuje strategie i rozwiązuje problemy związane z podzielnością liczb naturalnych, wykorzystuje pojęcia NWW, NWD, algorytm Euklidesa;
 - ◆ sprawdza zasadność uogólnień;
 - uzasadnia, że dana liczba jest naturalna, całkowita, wymierna lub niewymierna;

¹ W nawiasie poddano ilość godzin rozszerzających treści niezbędne dla kształcenia w zawodzie.

- ✓ poprawnie wykonuje działania na liczbach rzeczywistych z uwzględnieniem potęgowania, pierwiastkowania;
- ✓ rozpoznaje liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne;
- ✓ porównuje liczby rzeczywiste; stosuje wzory skróconego mnożenia;
- ✓ usuwa niewymierność z mianownika;
- ✓ planuje i wykonuje obliczenia na liczbach rzeczywistych; w szczególności oblicza pierwiastki, w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych,
- ✓ bada, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną,
- ✓ wyznacza rozwinięcia dziesiętne; znajduje przybliżenia liczb; wykorzystuje pojęcie błędu przybliżenia,
- ✓ stosuje pojęcie procentu i punktu procentowego w obliczeniach,
- ✓ posługuje się wzorami skróconego mnożenia: $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $(a - b)^3$, $(a + b)^3$, $a^2 - b^2$, $a^3 + b^3$, $a^3 - b^3$.

Działania na zbiorach 13 (3)

Treść nauczania

- ⇒ Zbiory, podzbiory w otaczającym nas świecie.
- ✓ Działania na zbiorach: suma, różnica, iloczyn zbiorów.
- ✓ Przedziały liczbowe, działania na przedziałach.
- ✓ Wartość bezwzględna- interpretacja geometryczna.
- ✓ Błąd bezwzględny i błąd względny w zadaniach praktycznych.
- ◆ Własności wartości bezwzględnej.
- ✓ Równania i nierówności z wartością bezwzględną.

Przewidywane osiągnięcia ucznia

- ✓ wykonuje działania na zbiorach z wykorzystaniem własności działań;
- ✓ zna pojęcie zbioru i podzbioru i odnosi je do zbiorów liczbowych, zbiorów punktów;
- ✓ posługuje się pojęciem osi liczbowej i przedziału liczbowego; zaznacza przedziały na osi liczbowej;
- ✓ wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną, zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu:
 $|x - a| = b$, $|x - a| > b$, $|x + a| < b$,
- ✓ używa przybliżeń dziesiętnych; błędu względnego i bezwzględnego.

Funkcje i jej własności 17 (2)

Treść nauczania

- ⇒ Pojęcie funkcji i sposoby jej opisu.
- ✓ Określenie dziedziny i miejsc zerowych funkcji.
- ◆ Definicja monotoniczności. Analiza monotoniczności funkcji.
- ✓ Odczytywanie własności funkcji z jej wykresu.
- ✓ Przesuwanie wykresu wzdłuż osi układu współrzędnych.
- Wektory w układzie współrzędnych, wektory przeciwne.
- ✓ Przesuwanie wykresu o dany wektor.
- ✓ Przekształcanie wykresu przez symetrię względem osi układu współrzędnych.
- Inne przekształcenia wykresu wykonywane za pomocą kalkulatorów graficznych lub programów do tworzenia wykresów.
- ◆ Zastosowanie pojęcia funkcji w zadaniach praktycznych.

Przewidywane osiągnięcia ucznia

- ◆ potrafi opisać za pomocą funkcji zależności występujące w przyrodzie, informatyce i innych dziedzinach;



- ⇒ wykorzystuje proporcjonalność;
- ⇒ rozumie pojęcie zmiennej;
- ✓ rozumie pojęcie funkcji i ich własności;
- ✓ opisuje zależności między zmiennymi za pomocą wzoru funkcji, tabelki, wykresu, opisu słownego;
- ✓ rozumie potrzebę dowodzenia;
- ✓ weryfikuje zgromadzone dane;
- ◆ nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy;
- ◆ protestuje w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi;
- ◆ wytrwale poszukuje informacji;
- ◆ jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych;
- ◆ nie uogólnia bez uprzedniego upewnienia się, co do prawdziwości przesłanek;
- ◆ podejmuje decyzje na podstawie sprawdzonych informacji;
- ✓ odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę i zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie, maleje, ma stały znak,
- ✓ sporządza wykres funkcji spełniającej podane warunki, przekształca wykres względem osi OX, OY, przesuwając wykres o wzdłuż osi X i osi Y.

Funkcja liniowa 18(4)

Treść nauczania

- ✓ Funkcja liniowa i jej własności związane z współczynnikiem kierunkowym.
- ✓ Monotoniczność funkcji liniowej i jej miejsce zerowe.
- ✓ Wyznaczanie równania prostej na płaszczyźnie.
- ✓ Interpretacja współczynnika kierunkowego prostej.
- ✓ Warunek prostopadłości prostych.
- ✓ Rozwiązywanie układów równań liniowych metodą podstawiania i przeciwnych współczynników.
- ✓ Interpretacja geometryczna układu równań liniowych.
- Rozwiązywanie układów równań metodą wyznaczników. Wyznacznik drugiego stopnia.
- ◆ Funkcja liniowa – zastosowania w praktyce w zadaniach z treścią.

Przewidywane osiągnięcia ucznia

- ⇒ rozwiązuje równania i nierówności liniowe;
- ⇒ sporządza wykresy funkcji liniowych,
- ✓ wyznacza wzór funkcji liniowej,
- ✓ wykorzystuje interpretację współczynników we wzorze funkcji liniowej,
- ✓ rozwiązuje układy równań liniowych;
- ✓ przedstawia dane za pomocą tabel, diagramów, grafów, wzorów;
- ✓ zapisuje wzory, zależności matematyczne stosując symbolikę matematyczną, podaje opis zależności w postaci funkcji;
- ◆ prezentuje wyniki badań używając terminologii z zakresu języka matematycznego, używa przybliżeń;
- ◆ buduje wypowiedzi poprawne pod względem pojęciowym i logicznym
- ✓ bada równoległość i prostopadłość prostych w postaci kierunkowej;
- ⇒ wykorzystuje pojęcie układu współrzędnych na płaszczyźnie,
- ✓ podaje równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym,
- ✓ interpretuje geometrycznie układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi.

Funkcja kwadratowa 23 (2)

Treść nauczania

- ✓ Wykres funkcji $f(x) = ax^2$, omówienie własności funkcji kwadratowej.
- ✓ Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = ax^2$ o wektor.
- ✓ Postać kanoniczna i postać ogólna funkcji kwadratowej.
- ✓ Rozwiązywanie równań kwadratowych przez rozkład na czynniki.
- ✓ Rozwiązywanie równań kwadratowych za pomocą wzorów.
- ✓ Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.
- Rozwiązywanie nierówności kwadratowych, z wykorzystaniem kalkulatorów graficznych.
- ✓ Zastosowanie funkcji kwadratowej w zadaniach optymalizacyjnych.
- Metoda przybliżeń szukania rozwiązań równania kwadratowego.

Przewidywane osiągnięcia ucznia

- ✓ sporządza wykresy funkcji kwadratowych,
- ✓ wyznacza wzór funkcji kwadratowej,
- ✓ wyznacza miejsca zerowe funkcji kwadratowej,
- ✓ wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym,
- ✓ rozwiązuje zadania optymalizacyjne wykorzystując wyznaczenie największej i najmniejszej wartości funkcji kwadratowej w przedziale;
- ✓ odczytuje z wykresu: dziedzinę miejsca zerowe, zbiór wartości, wartość największą i najmniejszą w danym przedziale, przedziały monotoniczności; przekształca wykres funkcji przez symetrię względem osi oraz przesuwę wzdłuż osi OX i OY;
- ✓ rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe; zapisuje rozwiązanie w postaci sumy przedziałów,
- ✓ rozwiązuje zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do równań i nierówności kwadratowych.

Planimetria 26

Treść nauczania

- ◆ Miary kątów w trójkącie, własności i zamiana miary łukowej na stopniową
- ✓ Cechy przystawania trójkątów w zadaniach.
- ✓ Cechy podobieństwa trójkątów w zadaniach praktycznych.
- ✓ Rozwiązywanie zadań z wykorzystaniem podobieństwa wielokątów.
- ✓ Twierdzenie Talesa i twierdzenie do niego odwrotne.
- ✓ Trójkąty prostokątne i twierdzenie Pitagorasa.
- ✓ Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.
- ✓ Zastosowanie trygonometrii w sytuacjach praktycznych.
- ✓ Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych.
- ✓ Związki między funkcjami trygonometrycznymi, tożsamości trygonometryczne.
- ✓ Obliczanie pola trójkąta z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.
- ✓ Własności czworokątów, obliczanie pola czworokątów.
- ✓ Rozwiązywanie zadań praktycznych z zastosowaniem wzorów na długość okręgu i pole koła.

Przewidywane osiągnięcia ucznia

- ✓ stosowanie trygonometrii w sytuacjach praktycznych;
- ✓ rozumie pojęcia: długość, obwód, pole, miara kąta;
- ✓ przelicza (zamienia) jednostki miar, stosuje miarę łukową i miarę stopniową kąta,
- ✓ zna twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych;



- ✓ zna twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem;
- ✓ wykorzystuje przekształcenia geometryczne do badania zależności (podobieństwo i przystawanie figur);
- ✓ stosuje funkcje trygonometryczne w trójkącie prostokątnym rozróżnia założenie i tezę w twierdzeniu; wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego,
- ✓ wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów ostrych,
- ✓ rozwiązuje równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, dla $0 < x < 90$,
- ✓ stosuje proste związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego,
- ✓ znając wartość jednej z funkcji trygonometrycznych, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego,
- ✓ zaprzecza twierdzeniu;
- ◆ obala tezę podając kontrprzykład;
- ◆ ocenia poprawność doboru argumentów oraz sposobów wnioskowania;
- ✓ sprawdza czy dana tożsamość trygonometryczna jest prawdziwa.

Wielomiany 20 (3)

Treść nauczania

- ✓ Jednomian, dwumian, trójmian, wielomian. Stopień i współczynniki wielomianu.
- ✓ Dodawanie i odejmowanie wielomianów, wielomian zerowy.
- ✓ Mnożenie wielomianów, przekształcanie wyrażeń algebraicznych.
- ✓ Działania na wielomianach z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia.
- ✓ Rozkład wielomianu na czynniki.
- ✓ Rozwiązywanie równań wielomianowych metoda grupowania czynników.
- Obliczanie wartości wielomianu ze wzoru Kornera.
- Wykres wielomianu przy użyciu kalkulatorów graficznych.
- Nierówności wielomianowe, rozwiązywanie przy pomocy kalkulatorów graficznych.
- ◆ Zastosowanie teorii wielomianów do zadań z różnych dziedzin wiedzy.

Przewidywane osiągnięcia ucznia

- ✓ wykonuje działania na wielomianach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie;
- ✓ przekazuje za pomocą zwrotów języka naturalnego informacje zapisane w języku matematyki: wzorem, wykresem;
- ✓ rozkłada wielomiany na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias;
- ✓ rozwiązuje równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki,
- ✓ rozwiązuje równania wielomianowe, stosując je w zadaniach z kontekstem praktycznym;
- ◆ formułuje twierdzenia w postaci implikacji;
- ◆ wyszukuje w tekście definicje i twierdzenia.

Funkcje wymierne 20

Treść nauczania

- ✓ Wielkości odwrotnie proporcjonalne..
- ✓ Wykres proporcjonalności odwrotnej i jej własności.
- ✓ Przesunięcie wykresu funkcji wzdłuż osi OX i wzdłuż osi OY .
- ✓ Przesunięcie wykresu funkcji o dany wektor. Jak zmieniają się własności funkcji?
- ✓ Przekształcenia wykresu funkcji w symetrii względem osi OX i OY .
- ✓ Określanie dziedziny wyrażenia wymiernego.

- ✓ Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych.
- ✓ Dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych.
- ✓ Rozwiązywanie równania wymiernych.
- ✓ Wyrażenia wymierne – zastosowania w zadaniach z treścią.

Przewidywane osiągnięcia ucznia

- ✓ stosuje proporcjonalność odwrotna do rozwiązywania zadań z treścią;
- ✓ wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych
- ✓ oblicza wartości liczbowe wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej,
- ✓ dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne; skraca i rozszerza wyrażenia wymierne,
- ✓ ocenia poprawność rozwiązania zadania;
- ✓ rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych,
- ✓ rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym, prowadzące do rozwiązywania prostych równań wymiernych.
- ✓ sporządza wykres, odczytuje własności i rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym,
 - ◆ wartościuje rozwiązania tego samego zadania różnymi sposobami;
 - ◆ dostrzega sprzeczne informacje lub błędy w rozumowaniach;
 - ◆ ocenia dobór argumentów uzasadniających tezę (stanowisko);
 - ◆ rozumie potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach;
 - ◆ przewiduje skutki planowanych działań; wnikliwie analizuje problem;
 - ◆ rozważa różne przypadki nie ograniczając się do przypadków szczególnych.

Funkcje wykładnicze i logarytmiczne 20 (2)

Treść nauczania

- ✓ Potęga o wykładniku wymiernym, własności.
- ✓ Potęga o wykładniku rzeczywistym w zadaniach.
- ✓ Funkcje wykładnicze i ich własności.
- ✓ Przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej.
- ✓ Definicja logarytmu, obliczanie logarytmów.
- ✓ Własności logarytmów, twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi w zadaniach.
- Funkcje logarytmiczne – rysowanie wykresów z wykorzystaniem kalkulatorów graficznych.
- Zastosowania funkcji wykładniczej i logarytmicznej na przedmiotach informatycznych.

Przewidywane osiągnięcia ucznia

- ◆ poszukuje w innych źródłach wyjaśnienia napotkanych w tekście terminów i pojęć;
- ◆ analizuje przedstawione rozwiązania zadań, obliczenia, wnioski, dane;
- ◆ naśladuje przedstawione rozwiązania w analogicznych sytuacjach;
- przygotowuje i wygłasza krótki referat na wybrany temat matematyczny;
- ✓ oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych oraz stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i rzeczywistych,
- ✓ zna definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym,
- ✓ sporządza wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw i rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym,



- sporządza wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw,
- rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym z wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej.

Ciągi 22 (1)

Tematyka

- ✓ Pojęcie ciągu. Różne sposoby opisywania ciągów liczbowych.
- ✓ Sposoby określania ciągu, wyznaczanie dla ciągów liczbowych wyrazu ogólnego.
- ✓ Sprawdzanie monotoniczności ciągu z definicji.
- Ciągi określone rekurencyjnie.
- ✓ Ciąg arytmetyczny – własności. Wyznaczanie wyrazu ogólnego.
- ✓ Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.
- ✓ Ciąg geometryczny – własności. Wyznaczanie wyrazu ogólnego.
- ✓ Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.
- ✓ Procent składany – oprocentowanie lokat i kredytów.
- ✓ Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – rozwiązywanie zadania praktycznych.

Przewidywane osiągnięcia ucznia

- ✓ wykorzystuje procent składany i oprocentowanie lokat i kredytów;
- ✓ zna definicję ciągu liczbowego, arytmetycznego, geometrycznego;
- ✓ wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym,
- ✓ bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny,
- ✓ stosuje wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym,
- potrafi zdefiniować ciągi określone rekurencyjnie;
- ocenia poprawność przekształceń algebraicznych;
- rozumie, różnicę między dowodem twierdzenia a przykładem potwierdzającym jego prawdziwość, podąża za tokiem rozumowania autora dowodu;
- dostrzega luki bądź błędy w rozumowaniu.

Planimetria 26

Treść nauczania

- ✓ Okręgi i proste- wzajemne położenie.
- ✓ Wzajemne położenie okręgów.
- ⇒ Kąty środkowe i wpisane w okręgu.
- ✓ Kąt między stycznymi a cięciwą okręgu.
- ✓ Okrąg wpisany w trójkąt- rozwiązywanie zadań.
- ✓ Okrąg opisany na trójkącie- rozwiązywanie zadań.
- ✓ Czworokąty wypukłe, własności. Obliczanie pól.
- ✓ Odległość między punktami w układzie współrzędnych.
- ✓ Środek odcinka, symetralna odcinka.
- ✓ Okrąg w układzie współrzędnych.
- ✓ Układy równań drugiego stopnia, z których jedno jest stopnia drugiego.

Przewidywane osiągnięcia ucznia

- ✓ oblicza obwody i pola figur płaskich stosując wzory i/lub własności tych miar;
- ✓ stosuje twierdzenia o kątach środkowym, wpisanym i o kącie między stycznymi a cięciwą;
- ✓ posługuje się równaniem okręgu i potrafi je narysować w układzie współrzędnych;
- ✓ znajduje związki miarowe w figurach płaskich, w tym z zastosowaniem trygonometrii, również w zadaniach umieszczonych w kontekście praktycznym,

- ✓ rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia prostej i okręgu oraz dwóch okręgów na płaszczyźnie kartezjańskiej,
- ✓ oblicza odległości punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej,
- ✓ wyznacza współrzędne środka odcinka,
- ✓ posługuje się równaniem okręgu; rozwiązuje układy równań, prowadzące do równań kwadratowych.

Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka 20

Treść nauczania

- ✓ Wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa: zdarzenie, przestrzeń zdarzeń elementarnych.
- ✓ Proste zadania kombinatoryczne uwzględniające losowanie ze zwracaniem.
- ✓ Proste zadania kombinatoryczne uwzględniające losowanie bez zwracania.
- ✓ Zasada mnożenia.
- ✓ Doświadczenia losowe, zdarzenia pewne, niemożliwe, wykluczające się i przeciwne. Suma i iloczyn zdarzeń.
- ✓ Klasyczna definicja prawdopodobieństwa i jej własności.
- ✓ Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń w skończonych przestrzeniach probabilistycznych, zastosowanie własności prawdopodobieństwa.
- ✓ Elementy statystyki opisowej – badanie próby losowej i jej opis za pomocą liczb charakterystycznych, Średnia arytmetyczna, Średnia ważona, mediana, wariancja i odchylenie standardowe, przykłady badań statystycznych GUS.

Przewidywane osiągnięcia ucznia

- ✓ zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych; stosuje zasadę mnożenia,
- ✓ wykorzystuje sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń,
- ✓ wykorzystuje własności prawdopodobieństwa i stosuje twierdzenie znane, jako klasyczna definicja prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń.
- ✓ odczytuje i interpretuje dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów;
- ✓ przedstawia dane statystyczne na diagramie w tabeli czy na wykresie;
- ✓ oblicza średnią arytmetyczną, ważoną, medianę, i odchylenie standardowe oblicza pola powierzchni i objętości brył stosując wzory i/lub własności tych miar.

Stereometria 20

Treść nauczania

- ✓ Równoległość i prostopadłość w przestrzeni.
- ✓ Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych.
- ✓ Kat nachylenia prostej do płaszczyzny.
- ✓ Kat dwuścienny.
- ✓ Graniastosłupy – powtórzenie podstawowych własności, graniastosłupy prawidłowe, proste, prostopadłościąny.
- ✓ Ostrosłupy – powtórzenie podstawowych własności, ostrosłupy prawidłowe, twierdzenie o ostrosłupie, który ma wszystkie krawędzie boczne równej długości.
- ✓ Pola powierzchni i objętości wielościanów – powtórzenie wzorów, obliczenia również z zastosowaniem trygonometrii.
- ✓ Walec, stożek, kula – powtórzenie podstawowych własności, pola powierzchni i objętości, obliczanie również z zastosowaniem trygonometrii.



Przewidywane osiągnięcia ucznia

- ✓ zna własności podstawowych figur przestrzennych: graniastosłupów (prostych, prawidłowych) i ostrosłupów;
- ✓ określa wzajemne położenie krawędzi i ścian brył: kat nachylenia prostej do płaszczyzny i kąt dwuścienny. Potrafi wskazać płaszczyzny równoległe i prostopadłe do danej płaszczyzny, wskazać proste równoległe i prostopadłe do danej płaszczyzny;
- ✓ wskazuje i oblicza kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami takimi jak krawędzie, przekątne, wysokości,
- ✓ wyznacza związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii,
- ✓ opisuje i wykorzystuje własności brył obrotowych: kula, walec, stożek;
- ✓ wyznacza związki miarowe w bryłach z zastosowaniem trygonometrii;
- ✓ wyznacza kąt nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa;
- ✓ stosuje w zadaniach związki między liczbą ścian, krawędzi i wierzchołków graniastosłupów i ostrosłupów wypukłych;
- ✓ oblicza objętość i pole powierzchni graniastosłupa, ostrosłupa, walca, stożka i kuli.

5. Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych

Matematyka to nauka, w której powinniśmy kształtować u uczniów chęć poznania rozwiązań różnych problemów i ciekawość poznania matematyki wyższej. Można tego dokonać poprzez przyjazny klimat na lekcji, kulturę wysiłku intelektualnego oraz wprowadzanie w świat dyskusji.

Metody i formy organizacji zajęć oraz użyte na lekcjach pomoce dydaktyczne mają wpływ na to, w jaki sposób uczniowie zdobędą tą wiedzę. Najważniejsze jest dochodzenie do rozwiązania zadania. Rozmowa na temat różnych rozwiązań tego samego zadania umożliwi u uczniów doskonalenie języka matematyki.

Osiągnięcie założonych celów realizowane będzie poprzez:

- stosowanie metod aktywizujących;
- wykorzystanie kalkulatorów graficznych, modeli brył, i innych pomocy dydaktycznych;
- proponowanie nowych dróg poszukiwań i badań;
- motywowanie ucznia do zdobywania wiedzy;
- rozwiązywanie zadań z kontekstem informatycznym;
- badanie konkretnego zjawiska metodą projektu, w którym opis ilościowy i geometryczny odgrywają ważną rolę w życiu;

Aktywizujące metody nauczania

Metody aktywizujące to wskazówki, sposoby, metody i formy działania, które pomogą uczniom pogłębić zainteresowanie przedmiotem, przyswoić bez trudu nową wiedzę, rozwinąć własne pomysły, komunikować się, dyskutować.

Nauczyciel pracujący metodami aktywizującymi powinien być do dyspozycji, gdy uczniowie mają problem i modyfikować przygotowaną wcześniej lekcję w zależności od sytuacji panującej w klasie, inicjować metody i objaśniać ich znaczenie oraz obserwować uczniów przy pracy.

Aktywizujące metody pracy z uczniami na lekcji, które pomogą w realizacji kluczowych kompetencji przedstawiono w poniższej tabeli.

Wykaz kluczowych kompetencji	Metody
W1. Rozumienie terminów i pojęć matematycznych	<ul style="list-style-type: none"> • wykład problemowy ilustrowany, • pogadanka, • sieć
W2. dobrze opanowana umiejętność liczenia	<ul style="list-style-type: none"> • ćwiczenia • metoda projektu;
W3. Znajomość miar i struktur	<ul style="list-style-type: none"> • ćwiczenia • obserwacja; • metoda projektu; • sieć



W4. Znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej.	<ul style="list-style-type: none">• obserwacja;• metoda projektu;• mapa mentalna;• sieć;• portfolio
W5. Świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.	<ul style="list-style-type: none">• gra dydaktyczna;• metoda projektu;
U1. Stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),	<ul style="list-style-type: none">• obserwacja;• dyskusja;• śnieżna kula;• metoda projektu;• pogadanka;
U2. Śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny)	<ul style="list-style-type: none">• sieć;• ściana pomysłów
U3. Przekazywać komunikaty stosując język matematyczny;	<ul style="list-style-type: none">• ćwiczenia;• praca z tekstem;• obserwacja;• portfolio
U4. Korzystać z tekstu matematycznego.	<ul style="list-style-type: none">• ćwiczenia;• praca z tekstem;• mapa medialna• portfolio
P1. Przejawiać szacunek do prawdy.	<ul style="list-style-type: none">• burza mózgów;• ściana pomysłów;• metoda projektu;
P2. Dążyć do szukania przyczyn.	<ul style="list-style-type: none">• burza mózgów;• dyskusja;• śnieżna kula;• metoda projektu;
P3. Oceniać zasadność wnioskowań i działań.	<ul style="list-style-type: none">• burza mózgów;• ściana pomysłów;• dyskusja;• śnieżna kula;• metoda projektu;

Opis i charakterystyka niektórych metod wykorzystywanych podczas lekcji:

Gra dydaktyczna: angażuje wszystkich uczniów, rozwija umiejętność przewidywania i myślenie strategiczne. Można ją wykorzystywać przy własnościach struktur matematycznych. Do realizacji programu nauczania, szczególnie w dziale statystyka i rachunek prawdopodobieństwa możemy wykorzystać krzyżówki, kostkę sześcienną, szyfry, różnokolorowe kuleczki oraz monety. Uczeń rozwiązuje zadania poprzez wizualizację problemu i jego praktyczne zastosowanie.

Burza mózgów: dyskusja umożliwiająca uczniom szybkie zgromadzenie wielu konkurencyjnych lub uzupełniających się hipotez rozwiązania problemu. Uczniowie dyskutują na temat trafności i uzasadniają wartości rozwiązań.

Ściana pomysłów: uczniowie przedstawiają swoje pomysły rozwiązań na zawieszonym arkuszu, i wspólnie wybierają najlepsze rozwiązanie (pomysł) poprzez głosowanie. Zaletą tej metody jest konieczność zaprezentowania przez uczniów swojego stanowiska.

Śnieżna kula: w dyskusji biorą udział wszyscy uczniowie danej klasy, każdy uczeń przygotowuje pisemnie pomysł rozwiązania danego problemu, następnie dyskutują w parach i przygotowują wspólną propozycję rozwiązania problemu, pary łączą się

w czwórki, następnie w ósemki i tak dalej, aż do opracowania przez klasę jednego stanowiska. Kula śniegowa jest nazywana dyskusją piramidową.

Mapa mentalna: wspiera zarówno proces organizowania, jak i zapamiętywania wiedzy. Rysowanie map mentalnych polega na etykietowaniu fragmentów treści za pomocą uprzednio przyswojonych i łatwo rozpoznawalnych symboli (ikon), a następnie reprezentowaniu relacji między nimi (zarówno rzeczowych, jak i przyczynowo-skutkowych). Czytelność mapy jest tutaj priorytetowa. Mapy mentalne rysować można w kilku technikach: pajęczyny, schematu blokowego, rankingu, łańcucha przyczynowo-skutkowego.

Sieć: technika stosowana w pracy zespołowej, pozwalająca na zbudowaniu sieci połączeń między pojęciami, prawami, twierdzeniami. Umożliwia odkrycie struktury danej dyscypliny.

Portfolio: metoda polegająca na gromadzeniu prac nadobowiązkowych, wykonywanych w dłuższym okresie czasu indywidualnie lub w zespole. Pozwala śledzić przebieg uczenia się, postępy, twórczość i zaangażowanie uczniów.

Metoda projektu: uczniowie opracowują projekt rozwiązania problemu i realizują go, opisują wyniki badań, które następnie przedstawiają innym osobom w grupie lub nauczycielowi. Metoda ta może być realizowana indywidualnie lub zespołowo i zastosowana zarówno w pracy dydaktycznej, jak i wychowawczej.

Celem tej metody jest:

- kształtowanie umiejętności planowania i organizacji pracy własnej uczniów,
- zbieranie i selekcjonowanie informacji,
- rozwiązywanie problemów,
- umiejętność pracy w grupie, podejmowanie decyzji, ocenianie, komunikowanie się.

Metoda projektu wykorzystuje wiedzę do rozwiązywania rzeczywistych problemów praktycznych przez grupę uczniów o różnym poziomie osiągnięć matematycznych z wykorzystaniem zaangażowania i uzdolnień poszczególnych członków zespołu.

Przebieg:

Metoda projektu ma przebieg etapowy. Należy przygotować plan realizacji problemu (algorytm), zastanowić się i dobrze przemyśleć, jakie treści można realizować metodą projektów.

1. Przygotowanie uczniów do pracy metodą projektu poprzez dokładne zapoznanie ich z tą metodą.
2. Wprowadzenie uczniów w tematykę zagadnienia. Zainteresowanie tematem, przedstawienie problemu i możliwości poszukiwania rozwiązań.
3. Formułowanie i wybór tematów projektów oraz tworzenie zespołów.
4. Przygotowanie do realizacji projektu:
 - opracowanie instrukcji do projektu, która ma zawierać cele i standardy, jakie powinien spełniać projekt i informowanie uczniów, co mają do wykonania,
 - ustalenie podziału zadań w poszczególnych zespołach,
 - zawarcie kontraktu z uczniami na wykonanie projektu,
 - ustalenie terminów konsultacji,
 - opracowanie planu sprawozdania z projektu.
5. Realizacja projektu:
 - zbieranie i opracowanie informacji,
 - realizacja zadań cząstkowych wynikających z opracowanego podziału zadań,
 - opracowanie sprawozdania.



6. Prezentacja projektu:
 - uczniowie zgodnie z instrukcją przygotowują prezentację swojej pracy,
 - w prezentacji uczestniczą wszyscy członkowie zespołu,
 - każdy zespół powinien opracować plan prezentacji.
7. Ocena projektu – dokonujemy oceny pracy całego zespołu i jego członków, poszczególnych faz projektu i jego całości. Do oceny należy stosować kryteria zapisane w instrukcji. Elementem oceny powinna być samoocena uczniów i zespołów.

Komputery, jak i kalkulatory, stanowią pomoce dydaktyczne, które pozwalają uczniom wykonywać skomplikowane obliczenia, rysować wykresy funkcji, analizować dane statystyczne, przekształcać wyrażenia algebraiczne. Zaoszczędzony czas można poświęcić na nauczanie logicznego rozumowania oraz wnioskowania. Kalkulatory ułatwiają rozwiązywanie zadań, lecz nie wykonują za ucznia najważniejszej czynności, jaką jest myślenie. Zrozumienie problemu i pytania, dobór odpowiednich procedur, właściwa interpretacja odpowiedzi – to nadal zadania, którym uczeń musi sprostać sam. Zastosowanie kalkulatorów w szkołach oznacza dla uczniów także pracę w grupach, a więc wymianę pomysłów i hipotez. Tak więc właściwe zastosowanie kalkulatorów jest równoznaczne z podniesieniem poziomu nauki, zarówno w sensie jakościowym, jak i ilościowym. Może również pozytywnie wpływać na dobrą samoocenę i wiarę we własne możliwości uczniów.

Ponieważ przygotowanie do egzaminu maturalnego jest jednym z celów tego programu, należy poświęcić odpowiednio dużo czasu na przekazanie uczniom informacji o formie egzaminu i dokładnie zapoznać ich ze standardami egzaminacyjnymi. Nowością jest wprowadzenie na egzaminie maturalnym zadań zamkniętych. Rozwiązywanie tego typu zadań na lekcji, na sprawdzianach pomoże im w lepszym przygotowaniu się do egzaminu.

6. Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycje metod ich oceny

Zakładam, iż uczniowie kończący naukę matematyki w klasie IV technikum będą posiadać wiedzę i umiejętności zawarte w MKKE oraz przystępując do egzaminu maturalnego udowodnią zdobycie wiedzy i umiejętności zawartej w standardach wymagań egzaminacyjnych.

Tabela przedstawia zależność między wymaganiami zawartymi w standardach egzaminacyjnych a kompetencjami kluczowymi MKKE. Korelacja tych dwóch dokumentów wskazuje, iż wynik, jaki uczniowie uzyskają na egzaminie maturalnym będzie odzwierciedleniem opanowania przez nich kluczowych kompetencji.

Standardy wymagań egzaminacyjnych	MKKE
Wykorzystanie i tworzenie informacji: interpretuje tekst matematyczny i formułuje uzyskane wyniki.	U3: Przekazywać komunikaty stosując język matematyczny; U4: Korzystać z tekstu matematycznego;
Wykorzystanie i interpretowania reprezentacji: używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych.	W1: Rozumienie terminów i pojęć matematycznych; W2: Dobrze opanowana umiejętność liczenia; W3: Znajomość miar i struktur;
Modelowanie matematyczne: dobiera model matematyczny do prostej sytuacji.	W4: Znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej;
Użycia i tworzenia strategii: stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania.	U1: Stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prawnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),
Rozumowania i argumentacji: prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków.	U2: Śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny); P3: Oceniać zasadność wnioskowań i działań.

Uczniowie mogą być motywowani nie tylko poprzez nagradzanie i wspieranie, ale także przez stosowanie kar. **Najbardziej skuteczna jest jednak motywacja pozytywna i ona powinna dominować.** Warto wykorzystywać wszelkie pomysły zachęcające uczniów do nauki. Trzeba mieć też świadomość, że poza jasnymi i precyzyjnymi kryteriami, na odbiór oceny mają wpływ jej formy niewerbalne i symboliczne. Sam komunikat słowny, w zależności od tonu głosu, spojrzenia i gestu nauczyciela, może być przez ucznia bardzo różnie odbierany. Nauczyciel musi zwracać uwagę na indywidualną wrażliwość uczniów na ostrzejszy ton czy gest. Uczeń częściej bowiem odbiera nauczyciela poprzez gesty niż słowa i przekazywane uczniom komunikaty mogą czasem osiągnąć skutki odwrotne od zamierzonych.

W każdej szkole bardzo ważną rzeczą jest wyłowienie uczniów o specjalnych potrzebach edukacyjnych (dysleksja, dysgrafia, wady wymowy). Nawet w szkole ponadgimnazjalnej warto rozpocząć terapię u tych dzieci. Celem pracy w szkole jest rozpoznanie potrzeb związanych z uzdolnieniami i dążeniami uczniów. Bardzo ważne jest traktowanie ucznia wybitnie zdolnego i odstającego od przeciętnej jako jednostki o specjalnych potrzebach edukacyjnych. Każdy nauczyciel w ramach swojej pracy jest w stanie i powinien poświęcać uwagę zarówno uczniom mającym trudności, jak

i ponadprzeciętnie uzdolnionym z jego przedmiotu. Dla jednych i drugich można przygotowywać ćwiczenia dodatkowe, wychodzące naprzeciw ich potrzebom. Diagnozowanie tych potrzeb może odbywać się poprzez organizowanie w klasie testy, ankiety.

Praca z uczniem zdolnym powinna polegać na proponowaniu mu indywidualnych projektów, uwzględniających jego zainteresowania. Niezbędne jest również wskazywanie uczniowi literatury matematycznej, w której znajdzie zagadnienia pomocne w rozwiązaniu nurtujących go problemów, rozmowa z uczniem zdolnym w trakcie lekcji wpłynie na większą motywację do samokształcenia, będzie zauważony przez kolegów. Wysoka ocena semestralna lub końcoworoczna będzie zasłużoną nagrodą za ciężką pracę. Uczeń zdolny powinien pomagać słabszym kolegom, zachęcać ich do rzetelnej pracy, systematyczności i umiejętności samokształcenia się.

Praca z uczniem słabym wymaga indywidualizacji nauczania. W matematyce jest to utrudnione, ponieważ większość zadań uczniowie rozwiązują przy tablicy. Warto więc stosować pracę w grupach i metodę projektu. Uczniowie słabi, pracując w grupie ze zdolnymi, będą mieli przydzielone zadanie i będą musieli się z niego wywiązać. Będą czuli się wtedy dowartościowani, koledzy pomogą im w rozwiązaniu zadania, co zaprocentuje pozytywną oceną, i pozwoli uwierzyć im w swoje możliwości. Ocenianie takich uczniów musi być konsekwentne i rzetelne, bo pobłażliwość nie nauczy ich odpowiedzialności, pracy nad sobą, pracy w grupie i samokształcenia. Nauczyciel musi stale czuwać nad uczniami słabymi, pomagać im w rozwiązaniu zadania i mobilizować do pracy. W niektórych wypadkach nauczyciel będzie zmuszony dostosować do uczniów słabych system oceniania, a oprócz wiadomości i umiejętności ocenić również systematyczność i postępy w nauce.

Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia:

We współczesnym podejściu do oceniania, zgodnym z ideą nowych programów popieranych przez Radę Europy i odpowiadających duchowi reformy w Polsce, ocenianiu powinno podlegać przede wszystkim to, jak uczeń posługuje się zdobytą wiedzą i jak wykorzystuje ją w praktyce. Dlatego też, istotne jest stosowanie technik oceniania wiedzy merytorycznej, umiejętności rozwiązywania problemów, sprawności w liczeniu. Warto wyćwiczyć u uczniów nawyki rozwiązywania zadań testowych, które pozwolą im bez większych problemów wykonać zadania maturalne. Testy są pożyteczne zarówno dla nauczyciela, jak i dla ucznia, ponieważ pomagają w zorganizowaniu procesów nauczania. Uczeń może drogą eliminacji rozwiązać zadanie, dąży wówczas do szukania przyczyn, uczy się w sposób, który zwiększa efektywność. Ocena bieżąca daje szybką informację na temat stopnia opanowania aktualnie przerabianego materiału i stanowi podstawę planowania dalszego toku nauczania. Ma ona silne oddziaływanie wychowawcze, gdyż skłania uczniów do aktywnego uczestnictwa w zajęciach i systematycznego przygotowywania się do każdej lekcji. Ocenę bieżącą wystawia nauczyciel wykorzystując metody formalne i nieformalne oceniania. W ocenie formalnej stosowane są różne testy, sprawdziany weryfikujące stopień przyswojenia wiedzy (kilka na semestr) oraz bardzo ważną ocenę ustną, gdzie uczeń omawia metodę rozwiązania zadania, wyciąga wnioski, potrafi obronić swój punkt widzenia. W wyniku kontroli bieżącej uczeń otrzymuje oceny cząstkowe, które są podstawą oceny jego pracy na koniec semestru i roku szkolnego. Ocena nieformalna dotyczy zaangażowania ucznia w procesie uczenia się. Będzie dotyczyło takich objawów zaangażowania, jak systematyczne wykonywanie zadań domowych, aktywne uczestnictwo w pracach grupowych, indywidualna aktywność na lekcji, prace dodatkowe jak wykonywanie: projektów dydaktycznych i badawczych.

Uczniowie powinni być poinformowani o wpływie oceny nieformalnej na ocenę globalną. W przeciwieństwie do oceniania bieżącego, ocenianie okresowe, przeprowadzane w przeważającej mierze w formie pisemnej, choć powinno być też w formie ustnej, nie może dotyczyć wąskiego wycinka materiału. Dokonuje się go dwa, trzy razy w ciągu semestru, najczęściej po opracowaniu danego działu. Jego zadaniem jest sprawdzenie, czy uczeń opanował kluczowy materiał określony w celach szczegółowych.

Kryteria oceniania

Aby ocenianie bieżące i okresowe osiągnięć szkolnych uczniów mogły właściwie spełniać pokładane w nich nadzieje, bardzo istotne jest, aby nauczyciel jasno określił wymagania, jakie stawia swoim uczniom. Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej zobowiązuje nauczycieli do tego, aby poinformowali uczniów o wymaganiach edukacyjnych wynikających z realizowanego programu nauczania oraz o sposobach sprawdzania osiągnięć edukacyjnych uczniów. Kryteria oceniania muszą być zrozumiałe i zaakceptowane przez uczniów i nie mogą podlegać modyfikacji. Jedynie klarowne i sprawiedliwe określenie kryteriów oceniania przed podjęciem zajęć dydaktycznych pozwoli na całkowitą obiektywizację wystawianych ocen.

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- Intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- Rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- Rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- Potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- Podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- Podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- Wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- Zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- Sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- Korzysta z kalkulatora;
- Zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- Naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- Samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- Sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- Przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- Zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- Intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- Wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- Zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- Rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- Rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- Ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- Zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- Posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- Samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- Przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- Korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- Stosuje nowe twierdzenia;
- Ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);
- Zna dowody twierdzeń objętych programem;
- Rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- Skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- Analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- Rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych;

Stopień celujący:

Uczeń:

- Analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- Zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- Potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- Zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- Buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- Stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- Uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.



7. Oprzyrządowanie programu

Uczniowie będą korzystać z następujących podręczników, zbiorów zadań i ćwiczeń:

Klasa I

W. Babiański, L. Chańko, D. Ponczek, *Matematyka, kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym, część 1*, Nowa Era, W-wa 2008

W. Babiański, L. Chańko, J. Czarnowska, *Matematyka, ćwiczenia i zadania dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum, część 1*, Nowa Era, W-wa 2008

Klasa II i III

W. Babiański, L. Chańko, J. Czarnowska, G. Janocha, *Matematyka, kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym, część 2*, Nowa Era, W-wa 2008

W. Babiański, L. Chańko, J. Czarnowska, *Matematyka, ćwiczenia i zadania dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum, część 2*, Nowa Era, W-wa 2008

Klasa III i IV

W. Babiański, L. Chańko, J. Czarnowska, *Matematyka, kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym, część 3*, Nowa Era, W-wa 2008

Zespół redakcyjny, *Testy maturalne. Zbiór zadań i testów maturalnych do obowiązkowej matury z matematyki*, Aksjomat, Toruń 2009

Biorąc pod uwagę wyposażenie pracowni, niezbędne są plansze dydaktyczne, tablice ze wzorami, zestawy foliogramów i rzutnik do ich prezentacji, modele figur przestrzennych, filmy edukacyjne, kalkulatory graficzne, komputer z dostępem do Internetu, wizualizer, edukacyjne programy komputerowe Cabri II, gry dydaktyczne. Ważne jest także wsparcie metodyczne w postaci czasopism matematycznych gdzie zamieszczone są artykuły dotyczące wykorzystania kalkulatorów graficznych na lekcji. Niezbędne na lekcji są także arkusze kolorowego i białego papieru, kolorowe pisaki, klej, nożyce, plastyczna guma do przyklejania arkuszy, folia, pręty i złącza, zestawy kulek do losowania.



8. Projekt ewaluacji programu

Ewaluacja programu polega na uzyskaniu danych niezbędnych do podjęcia decyzji o wartości programu. Grupą badawczą będą uczniowie technikum informatycznego, gdzie będzie realizowany program. Ewaluacja jest procesem trudnym, złożonym i czasochłonnym, lecz bardzo potrzebnym.

Ewaluację programu można podzielić na dwa etapy:

Przed rozpoczęciem realizacji programu:

Ewaluacja wstępna polega na zbadaniu opracowanego programu przed realizacją. Sprawdzamy, czy przy budowaniu programu uwzględnione zostały wszystkie kryteria doboru i układu treści nauczania danego przedmiotu, analizujemy relacje między poszczególnymi elementami i częściami programu, oceniamy trafność doboru treści nauczania, metod, środków dydaktycznych, form organizacyjnych ze względu na przyjęte cele, analizujemy hipotetyczne funkcjonowanie programu z pozycji ucznia, zastanawiamy się czy jego realizacja nie spowoduje negatywnych, ubocznych skutków.

Ocena projektu programu autorskiego zostanie ustalona po udzieleniu odpowiedzi na pytania:

- Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia zasoby potencjalnego realizatora?
- Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia potencjalnych odbiorców?
- Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania MKKE?
- Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie?
- Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności i jaka jest jej poprawność?

Poniżej przedstawiona została tabela według której dokonano samooceny programu.

Arkusz oceny konstruowanego programu kształtowania KK w zakresie matematyki opracowanego przez Annę Śliwińską przed jego zatwierdzeniem	Odpowiedzi	
	TAK	NIE
1. Czy dokument programowy informuje o tym jakiego przedmiotu nauczania lub zakresów przedmiotu dotyczy?		
2. Czy dokument programowy podaje informację o jego autorze i jego doświadczeniu zawodowym?		
3. Czy dokument programowy precyzuje typ szkoły, dla którego jest przeznaczony?		
4. Czy cele programu uwzględniają uwarunkowania lokalne i regionalne (wnioski i rekomendacje diagnoz)?		
5. Czy dokument programowy określa liczbę godzin nauki?		
6. Czy cele określone w programie obejmują w całości Podstawę Programową?		
7. Czy cele edukacyjne określone w programie uwzględniają w całości problematykę Kompetencji Kluczowych?		
8. Czy cele edukacyjne określone w programie uwzględniają kierunek kształcenia zawodowego danej szkoły i klasy?		
9. Czy materiał nauczania jest trafnie dobrany do założonych celów?		
10. Czy materiał nauczania uwzględnia wszystkie treści określone w podstawie		

programowej?		
11. Czy materiał nauczania jest właściwie ustrukturyzowany?		
12. Czy w programie określone zostały procedury osiągania celów szczegółowych?		
13. Czy program określa wyniki kształcenia (osiągnięcia uczniów)?		
14. Czy program określa sposoby oceniania osiągnięć uczniów?		
15. Czy przewidziane osiągnięcia uczniów są adekwatne do założeń Kompetencji Kluczowych?		
16. Czy zaplanowane wyniki kształcenia są zgodne ze standardami wymagań egzaminacyjnych?		
17. Czy w dokumencie określone zostały założenia dydaktyczne koncepcji programu;		
18. Czy w programie określone zostały założenia wychowawcze;		
19. Czy dokument programowy rekomenduje określone metody pracy, zapewniające:		
-osiągnięcia wskazanych celów (w szczególności Kompetencji Kluczowych),		
-motywowanie uczniów,		
-indywidualizację pracy z uczniem		
20. Czy dokument określa niezbędne warunki realizacji programu, to jest:		
-lokal i jego wyposażenie		
-kwalifikacje nauczyciela		
21. Czy dokument programowy wskazuje:		
-podręczniki,		
-książki pomocnicze dla ucznia i nauczyciela;		
-inne materiały, które szczególnie wspomogą pracę nauczyciela i ucznia;		
-środki dydaktyczne		
22. Czy program może zostać zrealizowany w przewidzianym czasie?		
23. Czy dokument zawiera projekt ewaluacji programu?		
24. Czy program spełnia formalne wymagania określone rozporządzeniem MEN z dn. 08.06.2009?		

W trakcie i na koniec realizacji programu:

W trakcie realizacji programu ewaluacji będzie podlegać ocena skuteczności programu dokonana poprzez dostosowywanie metod nauczania do określonych warunków i zadań, wykorzystanie środków dydaktycznych, rozwiązań organizacyjnych i przygotowanie narzędzi pomiaru osiągnięć uczniów.

Ocena skuteczności programu zostanie zaopiniowana na podstawie odpowiedzi na pytania:

- Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystywano w realizacji projektu programu?
- W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?
- Na ile realizacja programu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły?
- Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizującego program?
- Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu?
- W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?
- Na ile trwałe są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?

Ocenę skuteczności programu należy zbadać wykorzystując następujące **metody badawcze**: analizę dokumentów, obserwację, pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”, analizę wyników egzaminu maturalnego, studium przypadku, analizę wyników diagnozy implementacji KK, analizę przeprowadzonych testów osiągnięć szkolnych, samoocenę nauczyciela (realizatora programu) i ocenę innych nauczycieli przedmiotów informatycznych oraz dane z arkusza oceny programu.



Końcowe efekty realizacji programu zostaną ocenione, ewentualne zmiany w programie naniesione a wyniki ewaluacji zostaną przedstawione w raporcie ewaluacyjnym i zaprezentowane w szkole i w regionie. Wyniki ewaluacji wskażą ewentualną potrzebę określonych zmian w programie i wytyczenie kierunków jego modernizacji.

Kryteria ewaluacji programu: zakłada się, że w każdym z wyżej wymienionych punktów oceny skuteczności programu nastąpi wzrost przewidywanych efektów.

Bibliografia

- [1] Babiński Wojciech, Hall Katarzyna, Ponczek Dorota, *Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym*, Nowa Era, Warszawa 2008.
- [2] Krygowska Zofia, *Zarys dydaktyki matematyki*, WSiP, Warszawa 1999.
- [3] Myśliwiec Jan, *Diagnoza implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynku pracy. Zespół Szkół Technicznych*, Lublin 2009.
- [4] Sobczak Maria, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Lublin 2009.
- [5] *Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynku pracy w województwie podkarpackim*, Lublin 2009.
- [6] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 26 lutego 2002 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. Nr 51, poz. 458, z późn. zm.).
- [7] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz. U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102).
- [8] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 w sprawie dopuszczenia do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczenia do użytku szkolnego podręczników (Dz. U. Nr 89, poz. 730)
- [9] Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady Europy z dnia 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie. – Europejskie ramy Odniesienia.

Autor
Grażyna Waśko

MATEMATYKA

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

**W Technikum Nr 1 w Zawodzie
Technik Budownictwa
w Zespole Szkół Zawodowych Nr 1
im. Jana Pawła II w Dębicy**

*Koordynator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*
Maria Sobczak

Lublin 2009



Spis treści

Notka o autorze.....	5
Wstęp.....	5
Uwarunkowania realizacji programu.....	9
1. Cele ogólne.....	13
2. Szczegółowe cele kształcenia i wychowania.....	15
3. Materiał nauczania z rozpisaniem liczby godzin na realizację poszczególnych działów.....	22
4. Uszczegółowiony materiał nauczania powiązany ze szczegółowymi celami kształcenia.....	24
5. Procedury osiągania szczegółowych celów edukacyjnych (metody pracy, scenariusze lekcji, formy pracy).....	45
8.1. Metody nauczania.....	46
8.2. Formy pracy.....	49
8.3. Zasady nauczania.....	50
8.4. Motywacja w uczeniu się i nauczaniu matematyki.....	50
6. Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycje metod ich oceny.....	53
9.1. Poziomy wymagań edukacyjnych.....	54
9.2. Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia.....	55
9.3. Sposoby sprawdzania osiągnięć edukacyjnych z matematyki w klasie technik budownictwa.....	56
9.4. Ocenianie bieżące, klasyfikacja śródroczna i końcoworoczna.....	58
7. Oprzyrządowanie programu.....	61
8. Projekt ewaluacji programu.....	63
Bibliografia.....	70



Notka o autorze

mgr Grażyna Waško – nauczyciel dyplomowany w Zespole Szkół Zawodowych nr 1 im. Jana Pawła II w Dębicy. W 1981 r. ukończyła matematykę nauczycielską w Uniwersytecie Jagiellońskim w Krakowie, a w 1985 r. studia podyplomowe Matematyka z Informatyką w Wyższej Szkole Pedagogicznej w Krakowie. W ciągu swej pracy zawodowej systematycznie podnosiła swoje kwalifikacje poprzez udział w licznych konferencjach i warsztatach przedmiotowo – metodycznych. Ukończyła m.in. warsztaty: „Tworzenie problemów i zadań uwzględniających zastosowanie matematyki do rozwiązywania zagadnień z życia codziennego”, „Zastosowanie komputerów na lekcjach matematyki w szkole średniej”, „Tworzenie narzędzi pomiaru dydaktycznego z matematyki w szkole średniej” oraz cykl szkoleń dotyczących nowej matury z matematyki. W 1999 r. uzyskała specjalizację I stopnia w zakresie nauczania matematyki. Od 2002 r. jest egzaminatorem matury z matematyki. Od czterech lat, pracując w Okręgowej Komisji Oceniającej OKE w Krakowie, ocenia prace maturalne z matematyki (poziom podstawowy). Jest pomysłodawcą, koordynatorem i głównym redaktorem, wydanej z okazji 70-lecia szkoły, „Monografii dębickiego Mechanika”.

Wstęp

Kolejna reforma edukacji sprawiła, że w Polsce utworzone zostały nowe typy szkół (m.in. gimnazja i szkoły ponadgimnazjalne) oraz nowe formy sprawdzania wiadomości i umiejętności na poszczególnych etapach kształcenia – od sprawdzianu po szkole podstawowej poprzez egzamin gimnazjalny do egzaminu maturalnego i z przygotowania zawodowego w szkolnictwie zawodowym. Równocześnie napisano wiele nowych programów nauczania z poszczególnych przedmiotów na poziomie podstawowym i rozszerzonym; każde wydawnictwo opracowało i nadal modyfikuje coraz to nowe podręczniki. Zjawisko to występuje również masowo w matematyce – istnieje kilkadziesiąt różnych programów i podręczników do nauczania tego przedmiotu, ale niestety dotychczas nie powstała ani jedna książka, która w pełni spełniałaby oczekiwania nauczycieli i uczniów technikum.

Zanim przystąpiłam do opracowywania programu autorskiego, zapoznałam się dokładnie z różnymi programami nauczania i zgodnymi z nimi podręcznikami. Niestety w żadnym z nich nie znalazłam zagadnień i zadań związanych z konkretnymi profilami i zawodami występującymi w technikum. Wprawdzie pojawiają się – zgodnie z obowiązującą *Podstawą programową* z dnia 23 sierpnia 2007 r. [Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 sierpnia 2007 r. w sprawie podstawy programowej kształcenia ogólnego dla liceów ogólnokształcących, liceów profilowanych, techników, uzupełniających liceów ogólnokształcących i techników uzupełniających] i *Standardami wymagań egzaminu maturalnego z matematyki* [Dz.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz.1102] – zadania praktyczne, ale są to w większości zagadnienia dotyczące elementów

ekonomii, bankowości, lokat. Tylko sporadycznie można spotkać zadania z zakresu budownictwa.

Następnym bardzo ważnym argumentem przemawiającym za koniecznością wprowadzenia zmian w programie nauczania matematyki w technikum budowlanym jest problem migracji absolwentów szkoły – przede wszystkim do państw Unii Europejskiej i do Stanów Zjednoczonych. Absolwenci często podejmują tam pracę zgodnie z uzyskanym wcześniej wykształceniem. Aby być pełnokwalifikowanymi pracownikami danego kraju brakuje im jednak nie tylko biegłej znajomości języka obcego, ale również uniwersalnych umiejętności przydatnych w pracy zawodowej. Stąd istnieje konieczność rozwijania takich umiejętności, które można wykorzystać w różnych uwarunkowaniach społecznych i gospodarczych. Musimy wyposażyć młodych ludzi w kompetencje kluczowe czyli umiejętności decydujące. Odnoszą się one na ogół do praktycznego kontekstu i są w pewnym stopniu uniwersalne, a zatem mogą być przydatne w różnych sytuacjach. Jak ważne są to zagadnienia, niech świadczy fakt, że Parlament Europejski i Rada Europy zaleciła 18 grudnia 2006 r. [2006/962/WE] państwom członkowskim (a zatem i Polsce) rozwijanie „kompetencji kluczowych dla wszystkich” w ramach strategii uczenia się przez całe życie. Zdaniem członków Rady Europy *każdy obywatel Zjednoczonej Europy będzie w przyszłości potrzebował kompetencji kluczowych, aby łatwo przystosować się do szybko zmieniającego się świata, w którym zachodzą liczne wzajemne powiązania*. Kompetencje są definiowane przez Unię Europejską jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji. Natomiast za kompetencje kluczowe uznano tylko te, których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, do bycia aktywnym obywatelem oraz integracji społecznej i zatrudnienia. Parlament Europejski zdefiniował osiem kluczowych kompetencji, w tym kompetencje matematyczne. *Matematyczne Kluczowe Kompetencje Europejskie (w skrócie MKKE) obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Istotne są zarówno proces i czynność, jak i wiedza, przy czym podstawę stanowi należyte opanowanie umiejętności liczenia. Kompetencje matematyczne obejmują – w różnym stopniu – zdolność i chęć wykorzystania matematycznych sposobów myślenia (myślenie logiczne i przestrzenne) oraz prezentacji (wzory, modele, konstrukty, wykresy i tabele).*

Jak zalecenia z dokumentu Parlamentu Unii Europejskiej mają się do naszej szkolnej rzeczywistości?

Jestem nauczycielem dyplomowanym z niemal 30-letnim stażem pedagogicznym i specjalizacją I stopnia w zakresie nauczania matematyki. W ciągu swej pracy zawodowej systematycznie podnoszę swoje kwalifikacje poprzez udział w licznych konferencjach i warsztatach przedmiotowo – metodycznych organizowanych początkowo przez Wojewódzki Ośrodek Metodyczny w Tarnowie, a następnie przez Wojewódzki Ośrodek Doskonalenia Nauczycieli w Rzeszowie. Ukończyłam m.in. warsztaty: „Tworzenie problemów i zadań uwzględniających zastosowanie matematyki do rozwiązywania zagadnień z życia codziennego”, „Zastosowanie komputerów na lekcjach matematyki w szkole średniej”, „Tworzenie narzędzi pomiaru dydaktycznego z matematyki w szkole średniej” oraz cykl szkoleń dotyczących nowej matury z matematyki. Od 2002 r. jestem czynnym egzaminatorem matury z matematyki – od czterech lat, pracując w Okręgowej Komisji Oceniającej OKE w Krakowie, oceniam prace maturalne z matematyki (poziom podstawowy). Swoją wiedzą i doświadczeniem dzielę się z pozostałymi nauczycielami ZSZ nr 1 poprzez m.in. pełnienie przez 18 lat funkcji przewodniczącej zespołu nauczycieli matematyki, fizyki, chemii i informatyki, opiekę nad studentami matematyki w czasie

praktyk pedagogicznych oraz organizowanie konkursów matematycznych dla uczniów technikum i liceum.

Szkoła, w której pracuję od 1981 r., jest obecnie jedną z największych szkół ponadgimnazjalnych województwa podkarpackiego (w latach 80-tych, gdy uczęszczało do niej ponad 2500 uczniów, była największą szkołą w województwie tarnowskim). W br. szkolnym uczy się w niej 1440 uczniów w 54 oddziałach: technikum, liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego oraz zasadniczej szkoły zawodowej. W Technikum nr1 629 uczniów kształci się w 24 oddziałach w zawodach: technik budownictwa, mechatronik, mechanik, elektryk, teleinformatyk i technik telekomunikacji. W ZSZ nr1 im. Jana Pawła II w Dębicy – oprócz technikum – funkcjonują: I Liceum Uzupełniające, V Liceum Ogólnokształcące, I Liceum Profilowane oraz Zasadnicza Szkoła Zawodowa nr 1. Placówka jest zlokalizowana w centrum osiedla mieszkaniowego przy głównej ulicy miasta. Na terenie szkolnym o powierzchni ponad 6 ha znajdują się: budynek główny, warsztaty, internat oraz dobrze wyposażone zaplecze sportowe (trzy sale gimnastyczne, trybuny wraz z szatniami i salami treningowymi oraz dwa boiska do piłki nożnej, boiska: do piłki siatkowej, koszykowej, ręcznej, dwa korty tenisowe i 400m bieżnia). Nauka odbywa się w 41 klasopracowniach, wśród których znajduje się m.in.: 5 pracowni komputerowych, 6 matematycznych i 9 do nauczania przedmiotów zawodowych. Szkoła ma dobre wyposażenie techniczne; posiada 82 stanowiska komputerowe w salach lekcyjnych i 35 komputerów w gabinetach, urządzenia wielofunkcyjne, drukarki, rzutniki multimedialne itp.

Muszę obiektywnie stwierdzić, że wśród uczniów technikum (stanowiących ok. 44% wszystkich uczniów szkoły) następuje sukcesywny spadek zainteresowań matematycznych; młodzież niechętnie rozwiązuje dodatkowe zadania, bardzo szybko zraża się niepowodzeniami. Około 50% uczniów przyjętych do klas pierwszych legitymowało się przeciętnymi i niższymi wynikami egzaminu gimnazjalnego z części humanistycznej i matematyczno-przyrodniczej. Ponadto spora grupa uczniów klas pierwszych przychodzi do naszej szkoły z gimnazjum z dużymi brakami w opanowaniu podstawowych wiadomości i umiejętności matematycznych (sprawne wykonywanie działań na liczbach rzeczywistych, rozwiązywanie elementarnych równań i nierówności liniowych, obliczenia procentowe, przekształcanie wzorów, znajomość i zastosowanie wzorów skróconego mnożenia, a nawet znajomość tabliczki mnożenia). Niestety, mała liczba godzin przeznaczonych w planie nauczania technikum na matematykę, miesięczne praktyki zawodowe, brak funduszy na prowadzenie zajęć pozalekcyjnych oraz brak możliwości zorganizowania zajęć wyrównawczych nie pozwalają na dogłębne uzupełnienie wspomnianych zaległości. Poza tym, do naszej szkoły uczęszcza młodzież z obszarów wiejskich oraz z rodzin niezamożnych (rodziców nie stać na płatne korepetycje), w większości dojeżdżająca z okolicznych miejscowości. Uczniowie ZSZ nr 1 im. Jana Pawła II w Dębicy muszą niejednokrotnie poświęcić dużo czasu na drogę do i ze szkoły. W wielu przypadkach po zakończonych lekcjach (lub przed, gdyż nauka w szkole odbywa się na dwie zmiany) pomagają rodzicom w pracach gospodarskich lub, ze względu na trudne położenie finansowe rodziny, pracują zarobkowo. Sytuacje takie są dość częste i na pewno nie sprzyjają samokształceniu oraz osiągnięciu dobrych wyników w nauce.

Braki w opanowaniu podstawowych zagadnień z matematyki, szczególnie brak sprawności rachunkowych, umiejętności przekształcania wzorów, rozwiązywania równań itp., sprawiają że absolwenci technikum uzyskują dużo słabsze (w porównaniu np. z uczniami LO) wyniki z egzaminu maturalnego z matematyki, fizyki, chemii oraz z egzaminu z przygotowania zawodowego. Podczas tego ostatniego absolwenci technikum w części pisemnej muszą rozwiązać kilkanaście zadań metodami matematycznymi.

Standardy egzaminu z przygotowania zawodowego dla zawodu technik budownictwa przewidują w I części (zakres wiadomości i umiejętności właściwych dla kwalifikacji w zawodzie), że absolwent powinien umieć czytać ze zrozumieniem informacje przedstawione w formie wykresów i szkiców oraz przetwarzać dane liczbowe i operacyjne, a w szczególności wykonywać podstawowe obliczenia związane z zadaniami zawodowymi: obliczać wielkości obciążeń, wielkości charakteryzujące przekrój, wielkości statyczne w belkach i kratownicach, naprężenia i odkształcenia w prostych elementach, przekroje elementów oraz zbrojenie. Aby sprostać tym wymaganiom, absolwent technikum budowlanego musi mieć dobre przygotowanie matematyczne (wektory, trygonometria, stereometria, rachunek różniczkowy) oraz powinien sprawnie wykonywać obliczenia rachunkowe (cztery podstawowe działania na liczbach rzeczywistych, w tym również posługiwanie się przybliżeniami, stosowanie algorytmów działań metodą pisemną, przekształcanie proporcji, obliczenie procentowe, obliczanie pól i objętości figur itp.). Na liczne braki w tych obszarach zwracają uwagę egzaminatorzy oceniający arkusze z przygotowania zawodowego oraz nauczyciele uczący przedmiotów budowlanych.

W latach 2005 – 2009 zaobserwowałam duży spadek liczby uczniów wybierających matematykę do egzaminu maturalnego. Fakt ten ma niestety ogromny wpływ na dalsze kształcenie się naszych absolwentów, którzy bezpośrednio po ukończeniu szkoły podejmują pracę zawodową (jeżeli ją znajdują) lub wyjeżdżają za granicę. Stosunkowo mało absolwentów kontynuuje naukę na studiach wyższych, a jeszcze mniej na kierunkach technicznych. Mam nadzieję, że sytuacja poprawi się trochę po roku 2010, kiedy to po raz pierwszy uczniowie będą zdawać obowiązkowo egzamin maturalny z matematyki. Ci uczniowie, którzy złożą egzamin z wynikiem pozytywnym, będą mogli podjąć starania o uzyskanie przynajmniej tytułu inżyniera.

Wspominałam już wcześniej, że poziom osiągnięć edukacyjnych można analizować w oparciu o ocenianie bieżące oraz na podstawie wyników egzaminu maturalnego lub z przygotowania zawodowego na poziomie technikum lub zasadniczej szkoły zawodowej. Nie są to jednak jedyne formy sprawdzania efektywności nauczania matematyki i tworzenia rankingu szkół. Chciałabym zwrócić uwagę na istotne – może o mniejszym zasięgu – zagadnienie, jakim są sukcesy uczniów w konkursach i olimpiadach przedmiotowych. W roku szkolnym 1986/87 w Zespole Szkół Zawodowych nr1 w Dębicy została otworzona pierwsza klasa (wtedy) Technikum Zawodowego o specjalności budownictwo ogólne, a już w niespełna siedem lat później uczeń naszej szkoły został finalistą etapu centralnego Olimpiady Wiedzy i Umiejętności Budowlanych w Bydgoszczy. Od 1993 r. po dzień dzisiejszy nasi uczniowie co roku biorą udział w eliminacjach okręgowych OWiUB, a dziewięciu zostało laureatami lub finalistami etapu centralnego. Ich wyniki to nie tylko zasługa nauczycieli przedmiotów zawodowych ale również matematyków. Niestety od kilku lat obserwujemy mniejsze zainteresowanie się uczniów udziałem w OWiUB oraz słabsze wyniki. Można postawić pytanie: Dlaczego tak się dzieje? Na pewno przyczyn tego stanu rzeczy jest wiele – inne zainteresowania młodzieży, szerszy dostęp do Internetu, ale również słabsze podstawy matematyczne (np. „okrojony” program nie przewiduje w technikum działań na wektorach, rachunku pochodnych itp.).

Z „Diagnozy regionalnej implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty i rynku pracy w województwie podkarpackim” jednoznacznie wynika, że *bardzo ważną rolę w okresie funkcjonowania programów unijnych będzie odgrywała branża budowlana i drogowa*. Stąd istnieje potrzeba wykształcenia wielu specjalistów w szkołach budowlanych naszego województwa. Stwierdzenie to pozwala mieć nadzieję, że w przyszłym roku szkolnym

powstanie również w naszej szkole przynajmniej jeden oddział klasy pierwszej w zawodzie technik budownictwa (dotychczas funkcjonują po dwa oddziały klas pierwszych i drugich budowlanych).

Przedstawione powyżej argumenty skłoniły mnie do opracowania autorskiego programu kształtowania kluczowych kompetencji matematycznych w zawodzie technik budownictwa i wdrożenia go od 1 września 2009 r.

Uwarunkowania realizacji programu

Program autorski opracowałam w oparciu o *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 r. w sprawie dopuszczania do użytku szkolnego programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczania do użytku szkolnego podręczników* [Dz. U. Nr 89, poz. 730].

Program przeznaczony jest dla uczniów klas technikum w zawodzie technik budownictwa i zawiera treści głównie z zakresu podstawowego. Opracowałam go zgodnie z obowiązującą *Podstawą programową kształcenia ogólnego, Standardami wymagań egzaminu maturalnego z matematyki* oraz z *Matematycznymi Kluczowymi Kompetencjami Europejskimi (MKKE)*.

Niestety obowiązujące programy nauczania matematyki nie uwzględniają korelacji pomiędzy matematyką a przedmiotami zawodowymi. Przeprowadzona przeze mnie ankieta, wśród nauczycieli przedmiotów budowlanych, dostarczyła mi wielu cennych informacji, które w całości wykorzystałam w trakcie konstruowania programu autorskiego. Uczący przedmiotów zawodowych zwrócili przede wszystkim uwagę na słabe sprawności rachunkowe uczniów – niejednokrotnie mają oni problemy z wykonywaniem działań na liczbach dziesiętnych, szczególnie ujemnych; nie znają algorytmów działań metodą pisemną, co jest szczególnie ważne, gdyż w czasie egzaminu pisemnego z przygotowania zawodowego nie można korzystać z kalkulatora. Poza tym dużym problemem są: działania na wektorach (zagadnienie to jest uczniom znane jedynie z lekcji fizyki), przekształcanie wzorów (tzn. wyliczanie ze wzoru poszczególnych liter), zamiana jednostek, działania na potęgach i pierwiastkach (w tym zapis liczby w notacji wykładniczej), przekształcanie proporcji do postaci równoważnej, rozwiązywanie równań liniowych. W nauczaniu przedmiotów budowlanych często stosowane są również wiadomości z planimetrii (twierdzenie Pitagorasa, Talesa, obliczanie pól powierzchni figur płaskich np. połaci dachowych, powierzchni pomieszczeń) oraz ze stereometrii (szczególnie pola powierzchni i objętości brył, kąty nachylenia ścian i krawędzi oraz rzuty równoległe, prostokątne i przekroje brył). Ważne są również treści kształcenia z trygonometrii wykorzystywane do rozwiązywania wielu problemów związanych z kątem widzenia, depresji itp.

Program ten napisałam, aby zintegrować treści nauczania z przedmiotów ogólnokształcących (matematyka) z planami nauczania przedmiotów zawodowych (konstrukcje budowlane, podstawy projektowania). Niewątpliwie wpłynie to na lepsze przygotowanie uczniów do obowiązkowej matury z matematyki, egzaminu z przygotowania zawodowego oraz do dalszego kształcenia zawodowego na studiach wyższych technicznych. Począwszy już od klasy pierwszej, uczniowie będą mieli możliwość rozwiązywania zadań o tematyce związanej z przyszłym zawodem. Ponadto w klasie pierwszej chciałabym zwrócić szczególną uwagę na gruntowne wyćwiczenie sprawności rachunkowych, tak aby w następnych latach, gdy w planie nauczania pojawiają

się kolejne przedmioty zawodowe, uczniowie nie mieli większych problemów z przekształcaniem wzorów i rozwiązywaniem zadań – głównie z przedmiotu – konstrukcje budowlane.

W przygotowanym programie, po konsultacjach z dyrekcją szkoły i nauczycielami przedmiotów zawodowych, do treści kształcenia na poziomie podstawowym, dołączyłam zagadnienia dotyczące wektorów tzn. pojęcie wektora, wektory równe i przeciwne, działania na wektorach na płaszczyźnie i w układzie współrzędnych, przesunięcie równoległe o wektor. Hasła te nie występują w *Podstawie programowej* a w *Standardach wymagań maturalnych* pojawiają się w zakresie rozszerzonym. Decyzję o wprowadzeniu tych treści kształcenia podjęłam celowo, po dokładnym przeanalizowaniu podręcznika i zbioru zadań do konstrukcji budowlanych. Treści kształcenia z wymienionego przedmiotu są realizowane, począwszy od klasy drugiej przez kolejne trzy lata w wymiarze trzech godzin tygodniowo. Już na początkowych lekcjach konstrukcji budowlanych, uczeń musi umieć rozkładać siły na składowe, obliczać moment statyczny sił, wyznaczać wypadkową dowolnego układu sił metodą analityczną i geometryczną. Są to zagadnienia, których nie da się rozwiązać bez znajomości wektorów oraz trygonometrii.

Opracowany przeze mnie program pomoże uczniom zdobyć nie tylko wiedzę, ale również umiejętności pozwalające na szeroko pojęte zastosowanie matematyki w życiu codziennym. Moim celem było również podkreślenie wyjątkowych walorów matematyki, które powinny wpłynąć na podniesienie atrakcyjności i skuteczności kształcenia zawodowego. Są nimi m.in.: rozwijanie wyobraźni geometrycznej (przestrzennej) i myślenia matematycznego, nabywanie umiejętności rozwiązywania różnorodnych problemów teoretycznych i praktycznych w sposób twórczy oraz przekazywanie komunikatów z zastosowaniem języka matematycznego.

Uczeń, który opanuje ten program, powinien: rozumieć pojęcia i terminy matematyczne, znać miary i struktury, operacje i sposoby prezentacji matematycznej, sprawnie rachować, umieć przeprowadzać proste dowody (wprost i nie wprost), samodzielnie zdobywać wiedzę matematyczną oraz umieć korzystać z tekstu matematycznego. Oprócz wymienionych wiadomości i umiejętności, nie mniej ważne będzie wykształcenie u uczniów właściwych postaw, takich jak: przejawianie szacunku dla prawdy, dążenie do szukania przyczyn oraz ocenianie zasadności wnioskowań i działań.

W czasie realizacji programu będę wraz z uczniami korzystać z następujących publikacji: „Matematyka. Podręcznik dla liceów i techników. Zakres podstawowy” Marcina Kurczaba, Elżbiety Kurczab i Elżbiety Świdry, „Zbiór zadań dla liceów i techników” z Oficyny Edukacyjnej * Krzysztof Pazdro oraz „Próbne arkusze egzaminacyjne”. Na lekcjach matematyki niezbędne będzie wykorzystanie innych pomocy dydaktycznych takich jak: ekran, rzutnik multimedialny, komputer, arkusze egzaminacyjne (maturalne i z przygotowania zawodowego) oraz przyrządy geometryczne. Planuję także włączyć uczniów w poszukiwanie zadań związanych z zawodem i wspólne przygotowanie pakietu zadań tematycznych w formie zbioru zadań. W ten sposób uczniowie będą mieli możliwość rozwijania nie tylko umiejętności matematycznych, ale również informatycznych (np. redagowanie rozwiązań zadań w edytorze równań, przygotowywanie prezentacji multimedialnych). Przedstawianie wyników dodatkowej, samodzielnej lub zespołowej pracy (raz w miesiącu lub po zakończeniu danego działu materiału) uczniów, powinno wpłynąć korzystnie na zwiększenie ich aktywności i właściwie ukierunkowaną rywalizację, a równocześnie przyczyni się większej indywidualizacji pracy.

Na realizację autorskiego programu nauczania matematyki w klasie technikum budowlanego przeznaczam 10 godzin w cyklu kształcenia (tj. 3 w klasie pierwszej,



2 w drugiej, 3 w trzeciej i 2 w klasie czwartej). Jedną dodatkową godzinę na realizację programu otrzymałam w klasie trzeciej z godzin do dyspozycji dyrektora.

Mam nadzieję, że po zrealizowaniu tego programu nauczania, uczniowie zdobędą niezbędne kompetencje, które pozwolą zaistnieć im nie tylko w naszym społeczeństwie, ale również w krajach Unii Europejskiej.



1. Cele ogólne

Matematyka dostarcza narzędzi badań dla nauk technicznych, przyrodniczych, ekonomicznych, społecznych i dlatego jest jednym z głównych składników wykształcenia współczesnego człowieka. Nauczanie matematyki w technikum budowlanym ma celu nie tylko zaznajomienie ucznia z podstawowymi pojęciami matematycznymi, ale przede wszystkim powinno wyposażyć go w takie wiadomości i umiejętności, które będzie mógł w pełni wykorzystać na lekcjach przedmiotów zawodowych oraz w czasie zajęć praktycznych.

Matematyczne Kluczowe Kompetencje Europejskie (MKKE) są zdefiniowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw właściwych dla danej sytuacji szkolnej.

Wiedza:

- W1.** rozumienie terminów i pojęć matematycznych,
- W2.** dobrze opanowana umiejętność liczenia,
- W3.** znajomość miar i struktur,
- W4.** znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,
- W5.** świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź,

Umiejętności:

- U1.** stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),
- U2.** śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny),
- U3.** przekazywać komunikaty stosując język matematyczny,
- U4.** korzystać z tekstu matematycznego,

Postawy:

- P1.** przejawiać szacunek dla prawdy,
- P2.** dążyć do szukania przyczyn,
- P3.** oceniać zasadność wnioskowań i działań.

Związek ogólnych celów edukacyjnych z MKKE przedstawia poniższa tabela:

l.p	Cele nauczania matematyki	Zapisy MKKE
1	Stworzenie podstaw wiedzy matematycznej w zakresie znajomości i rozumienia terminów i pojęć matematycznych	W1
2	Doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie technik budownictwa	W2
3	Wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego, innych dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie technik budownictwa.	W3, W4
4	Wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych	U1
5	Wykształcenie umiejętności i nawyku uzasadniania swoich sądów (istota sądów matematycznych, kategoryczność twierdzeń, jednoznaczność i precyzja definicji)	U2, P1
6	Rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin wiedzy	U3

7	Doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym – w tym podręcznikiem – oraz innymi źródłami informacji matematycznej	U4
8	Wykształcenie umiejętności samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi – umiejętność stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych, poszukiwania dróg ich weryfikacji)	W5, P1, P2
9	Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń	U1, P1, P2, P3
10	Kształcenie wyobraźni matematycznej (intuicja zakresie obiektów abstrakcyjnych, wyobraźnia geometryczna dotycząca obiektów płaskich i przestrzennych) oraz przewidywania skutków podejmowanych działań (głównie podczas rozwiązywania problemów matematycznych)	U2, U3, P2

Należy pamiętać, że ucząc matematyki, powinniśmy ucznia nie tylko kształcić, ale także wychowywać. Moim głównym zadaniem będzie wykształcenie wśród uczniów takich cech, jak: staranność, pracowitość, koleżeństwo, życzliwość, wytrwałość w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych oraz systematyczność w pracy. Będę dbać o kształtowanie pozytywnych postaw poprzez wykorzystanie podstawowych praw etycznych (eliminowanie oszukiwania, odpisywania zadań domowych, sprawdzianów oraz podpowiadanie). Do bardzo ważnych celów wychowawczych należeć będzie: właściwe planowanie nauki i nabywanie umiejętności dobrej organizacji pracy, kształtowanie odpowiedzialności za powierzone zadania, rozwijanie umiejętności pracy w zespole oraz kształtowanie postawy dialogu i kultury dyskusji.

Cele wychowawcze (w zakresie kształtowania postaw)

- kształtowanie wytrwałości w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych;
- kształtowanie systematyczności w pracy;
- kształtowanie pozytywnych postaw etycznych (eliminowanie nieuczciwości wyrażającej się w odpisywaniu zadań domowych, sprawdzianów, podpowiadaniu, itp.);
- kształtowanie umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki;
- rozwijanie umiejętności pracy w zespole;
- kształtowanie postaw dociekliwych, poszukujących, krytycznych;
- kształtowanie odpowiedzialności za powierzone zadania;
- kształtowanie postawy dialogu i kultury dyskusji;
- dbanie o estetykę (czytelny rysunek, jasne przejrzyste rozwiązania zadań, itp.)

2. Szczegółowe cele kształcenia i wychowania

Nauka matematyki powinna wspomagać rozwój intelektualny ucznia, przygotowywać go do działań indywidualnych i zespołowych w różnych sytuacjach oraz skutecznego komunikowania się. Winna przyczyniać się do wszechstronnego kształtowania osobowości oraz pomagać uczniowi w poznawaniu i rozumieniu problematyki rozwoju kraju i świata. Powinna przede wszystkim kształtować kluczowe kompetencje matematyczne, a także rozwijać zainteresowania zawodowe i uzdolnienia uczniów, przygotowujących się m.in. do udziału w olimpiadzie wiedzy i umiejętności budowlanych.

MKKE są zgodne z zapisami celów kształcenia zawartymi w *Podstawie programowej* oraz z celami kształcenia matematycznego opracowanymi przez prof. Zofię Krygowską. Są również spójne z zapisami *Standardów wymagań maturalnych*. MKKE odnoszą się do trzech obszarów nauczania: wiedzy (W), umiejętności (U) i postaw (P). W tych też trzech kategoriach sformułowałam szczegółowe cele kształcenia matematycznego.

W1. Rozumienie terminów i pojęć matematycznych,

Uczeń:

- pozna podstawowe pojęcia logiki (zdanie proste i złożone, spójniki logiczne, definicja, twierdzenie, podstawowe prawa logiki);
- pozna pojęcia i symbolikę dotyczącą zbiorów (zbiór pusty, skończony, nieskończony, element zbioru, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru);
- pozna pojęcie sumy, iloczynu, różnicy i dopełnienia zbiorów;
- przypomni sobie wiadomości dotyczące podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych i relacji pomiędzy nimi;
- pozna pojęcie przedziału (ograniczonego, nieograniczonego, otwartego, domkniętego);
- nauczy się wykonywać działania na przedziałach liczbowych;
- przypomni sobie cechy podzielności liczb naturalnych oraz jak znajduje się NWW i NWP liczb naturalnych;
- przypomni sobie, jak wykonuje się działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych;
- pozna pojęcie punktu procentowego, wartości bezwzględnej, błędu bezwzględnego, względnego i procentowego;
- nauczy się szacować wyrażenia liczbowe;
- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym, prawa działań na pierwiastkach kwadratowych;
- pozna pojęcie pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby ujemnej;
- pozna wzory skróconego mnożenia;
- pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym i własności działań na potęgach;
- pozna pojęcie i podstawowe własności logarytmu;
- nauczy się przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii, konstrukcjach budowlanych;
- przypomni sobie pojęcie średniej arytmetycznej oraz pozna pojęcie średniej geometrycznej i ważonej;
- przypomni sobie podstawowe pojęcia geometryczne (punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt) oraz wiadomości o kątach;

- przypomni sobie położenie prostych na płaszczyźnie, pojęcie odległości punktu od prostej i pojęcie odległości między prostymi;
- przypomni sobie pojęcie symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta i ich własności;
- przypomni sobie twierdzenie Talesa, o dwóch prostych równoległych przeciętych trzecią prostą;
- przypomni sobie pojęcie koła i okręgu;
- pozna pojęcie kąta środkowego w kole, wpisanego w koło i kąta dopisanego oraz własności tych kątów;
- przypomni sobie podział trójkątów ze względu na boki i kąty oraz twierdzenie o sumie kątów w trójkącie;
- przypomni sobie twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do niego;
- pozna twierdzenia o wysokościach i środkowych w trójkącie;
- przypomni sobie pojęcie trójkątów przystających oraz cechy przystawiania trójkątów;
- przypomni sobie pojęcie trójkątów podobnych i cechy podobieństwa trójkątów;
- pozna określenie funkcji trygonometrycznych kąta w trójkącie prostokątnym;
- pozna i zapamięta wartości sinususa, cosinusa, tangensa i cotangensa kątów 30° , 45° i 60° ;
- pozna podstawowe tożsamości trygonometryczne;
- zapozna się ze sposobem szukania w tablicach wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego;
- pozna pojęcie pola figury oraz nowe wzory na pole trójkąta (np. $P = 0,5ab\sin\alpha$, $P = 0,5(a+b+c)r$, $P = abc/4R$)
- pozna twierdzenie dotyczące pól trójkątów podobnych,
- przypomni sobie wzór na pole koła i długość okręgu;
- pozna wzór na pole wycinka koła i wzór na długość łuku okręgu;
- przypomni sobie pojęcia: funkcja, dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej;
- pozna różne sposoby określania funkcji;
- pozna pojęcie monotoniczności funkcji;
- pozna wykresy niektórych funkcji (np. $y = \frac{1}{x}$, $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = |x|$);
- pozna pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji;
- **pozna pojęcie wektora w układzie współrzędnych;**
- **pozna pojęcie wektorów równych, przeciwnych, iloczynu wektora przez liczbę, sumy i różnicy wektorów;**
- **pozna pojęcie przesunięcia równoległego o wektor;**
- przypomni sobie wiadomości o proporcjonalności prostej;
- przypomni sobie pojęcie i własności funkcji liniowej;
- przypomni sobie twierdzenia o równaniach i nierównościach liniowych równoważnych;
- przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- przypomni sobie podział i niektóre własności czworokątów;
- pozna twierdzenie o linii łączącej środki ramion trapezu;
- pozna pojęcie podobieństwa i jego własności;
- przypomni sobie wzory na pola czworokątów (kwadratu, prostokąta, równoległoboku, rombu, trapezu);



- pozna twierdzenie dotyczące pól figur oraz wzory na pola innych czworokątów;
- pozna definicję trójkąta kwadratowego w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej oraz jego własności;
- pozna metody rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych;
- przypomni sobie, jak oblicza się odległość w układzie współrzędnych;
- pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka;
- przypomni sobie informacje o równaniu kierunkowym prostej;
- przypomni sobie warunki na równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych;
- pozna definicję wielomianu n -tego stopnia zmiennej rzeczywistej;
- pozna twierdzenie o równości wielomianów;
- pozna definicję pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu;
- pozna metody rozkładania wielomianu na czynniki (wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów);
- pozna definicję funkcji wymiernej;
- pozna definicję i sposoby opisywania ciągów (wzór ogólny, wykres);
- pozna definicję ciągu monotonicznego;
- pozna definicję i własności ciągu arytmetycznego;
- pozna definicję i własności ciągu geometrycznego;
- pozna pojęcie procentu prostego i składanego;
- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- pozna pojęcie i własności funkcji wykładniczej;
- pozna zasadę mnożenia w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- pozna symbol silni;
- pozna takie pojęcia, jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zdarzenie losowe, zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenie pewne i niemożliwe;
- pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa;
- pozna własności prawdopodobieństwa;
- pozna klasyczną definicję prawdopodobieństwa;
- dowie się, na czym polega klasyfikacja danych statystycznych;
- pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
- pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego kąta dwuściennego;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych;

W2. Dobrze opanowana umiejętność liczenia,

Uczeń:

- zna tabliczkę mnożenia i prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;
- potrafi wykonywać działania na liczbach rzeczywistych metodą pisemną;
- oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych bez nawiasów (oraz z nawiasami), wymagających zastosowania kolejności działań;
- zna zasady przybliżania liczb dziesiętnych, szacowania wyników;
- potrafi wyznaczyć błąd bezwzględny, względny i procentowy przybliżenia;
- oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych z ustaloną dokładnością;
- oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych z nawiasami za pomocą kalkulatora;

- umie wykonywać cztery podstawowe działania na ułamkach zwykłych;
- wykonuje obliczenia procentowe;
- sprawdza poprawność obliczeń m.in. poprzez wykonywanie działań odwrotnych;
- zna twierdzenia dotyczące działań na potęgach i potrafi je zastosować;
- wykonuje działania na pierwiastkach kwadratowych;
- umie operować obiektami abstrakcyjnymi.

W3. Znajomość miar i struktur,

Uczeń:

- rozumie pojęcia: odległość punktów, odległość punktu od prostej, odległość punktu od płaszczyzny, długość, obwód, pole, objętość, miara kąta;
- rozumie pojęcia: figura płaska, figura przestrzenna;
- odczytuje i oszacowuje odległości;
- „wymierza” dane wielkości znanymi jednostkami miary (długości, pola, objętości, masy, czasu, prędkości);
- przelicza (zamienia) jednostki miar;
- zna własności miar;
- zna twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych;
- oblicza obwody i pola figur płaskich stosując wzory lub własności tych miar;
- oblicza pola powierzchni i objętości brył stosując wzory lub własności tych miar;
- stosuje własności miar w prostych zadaniach i rozumowaniach.

W4. Znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,

Uczeń:

- zna pojęcie zbioru i podzbioru i stosuje je do zbiorów liczbowych, zbiorów punktów, zbiorów wyników doświadczeń losowych, zbiorów wyników pomiaru;
- wykonuje działania na zbiorach z wykorzystaniem własności działań;
- rozumie pojęcie zmiennej;
- rozumie pojęcie funkcji i ich własności, zna proporcjonalność prostą i odwrotną;
- opisuje zbiory punktów płaszczyzny za pomocą równań i nierówności;
- opisuje zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji;
- wykorzystuje przekształcenia geometryczne do badania zależności (podobieństwo i przystawanie figur) pomiędzy zbiorami punktów (figurami geometrycznymi).

W5. Świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.,

Uczeń:

- rozumie, że algorytm to niezawodny przepis postępowania;
- wie, że rozumowanie przez analogię jest czasem zawodne;
- rozpoznaje sytuację, w której twierdzenia nie można zastosować;
- wysnuwa proste wnioski z danego twierdzenia w konkretnej sytuacji;
- rozumie rolę matematyzacji, uogólniania i specyfikacji;
- wskaże sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej: (np. obliczanie niezbędnej ilości materiałów budowlanych – proporcjonalność prosta i odwrotna, wykorzystywanie obliczania pola powierzchni pomieszczeń, obiektów, dachów oraz objętość pomieszczeń (kubatura), przeliczanie jednostek, projektowanie przestrzeni, zakupy w tym szacowanie kosztów i opracowywanie budżetu domowego, zadania optymalizacyjne w budownictwie,

największy zysk, koszt, strata, obliczanie podatków, zysków z lokat, wysokości rat kredytów bankowych itp.).

U1. Stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),

Uczeń:

- grupuje i porządkuje dane empiryczne;
- wyznacza stosunki wielkości i opisuje je z użyciem liczb wymiernych, rzeczywistych;
- szacuje wielkości, posługuje się procentami;
- posługuje się liczbami i działaniami do modelowania stosunków wielkościowych;
- posługuje się własnościami figur oraz wyobraźnią do modelowania stosunków geometrycznych, konstruowania graficznego schematu danego układu stosunków przestrzennych;
- dostrzega regularności w prostych sytuacjach;
- stosuje algorytmy;
- stosuje równania, nierówności, układy równań w rozwiązywaniu problemów;
- ustala związki między danymi, wydziela związki znaczące;
- wykorzystuje funkcję kwadratową do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych;
- przeprowadza uogólnianie i specyfikację;
- rozumuje przez analogię;
- redaguje definicje nowych pojęć;
- korzysta z gotowych definicji i twierdzeń;
- klasyfikuje obiekty;
- rozwiązuje zadania schematyczne;
- planuje, zapisuje plan rozwiązania i rozwiązuje zadania nieschematyczne.

U2. Śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny),

Uczeń:

- odróżnia założenie i tezę w twierdzeniu;
- zaprzecza twierdzeniu;
- obala tezę podając kontrprzykład;
- stosuje prawa logiczne: podwójnego przeczenia, de Morgana, przechodności implikacji;
- ocenia poprawność doboru argumentów oraz sposobów wnioskowania;
- ocenia poprawność przekształceń algebraicznych;
- rozumie różnicę między dowodem twierdzenia a przykładem potwierdzającym jego prawdziwość,
- buduje zaprzeczenie definicji rozpoznając uprzednio jej strukturę logiczną;
- rozumie różnice pomiędzy różnymi metodami dowodzenia;
- podąża za tokiem rozumowania autora dowodu;
- dostrzega luki bądź błędy w rozumowaniu;
- sprawdza zasadność uogólnień;

U3. Przekazywać komunikaty stosując język matematyczny,

Uczeń:

- kojarzy zwroty języka naturalnego z odpowiednimi terminami matematycznymi, czynności konkretne z operacjami abstrakcyjnymi, wielkości z liczbami;

- wyraża w języku matematyki informacje podane słownie, rysunkiem, schematem, tabelą, diagramem oraz zaobserwowane w rzeczywistości;
- przedstawia werbalnie, za pomocą zwrotów języka naturalnego, informacje zapisane w języku matematyki;
- przedstawia werbalnie informacje zapisane rysunkiem, grafem, schematem, wykresem, tabelą, diagramem;
- zapisuje symbolicznie definicje pojęć;
- formułuje twierdzenia w postaci implikacji;
- zapisuje symbolicznie dowody twierdzeń;
- przedstawia dane za pomocą tabel, diagramów, grafów, wzorów;
- zapisuje wzory, zależności matematyczne stosując symbolikę matematyczną, podaje opis zależności w postaci funkcji;
- opisuje zbiory za pomocą układów nierówności i równań;
- prezentuje wyniki badań używając terminologii z zakresu języka matematycznego, używa przybliżeń;
- tworzy wypowiedzi matematyczne i wartościuje je;
- buduje wypowiedzi poprawne pod względem pojęciowym i logicznym;
- przygotowuje i wygłasza krótki referat na wybrany temat matematyczny.

U4. Korzystać z tekstu matematycznego,

Uczeń:

- wyszukuje w tekście definicje i twierdzenia;
- analizuje przedstawione rozwiązania zadań, obliczenia, wnioski, dane;
- wydziela fragmenty tekstu, dotyczące określonych kwestii;
- przekształca informacje z tekstu zapisując je w formie dogodnej do dalszych działań;
- odczytuje własności funkcji z wykresu;
- odczytuje informacje przedstawione za pomocą rysunków pomocniczych;
- interpretuje dane przedstawione za pomocą diagramów i tabel;
- ustala relacje między wskazanymi w tekście obiektami;
- uzupełnia luki w tekście;
- poszukuje w innych źródłach wyjaśnienia napotkanych w tekście terminów i pojęć;
- stosuje podane w tekście definicje i twierdzenia;
- naśladuje przedstawione rozwiązania w analogicznych sytuacjach.

P1. Przejawiać szacunek dla prawdy,

Uczeń:

- rozumie potrzebę dowodzenia;
- weryfikuje zgromadzone dane;
- nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy (piętnowanie nieuczciwości wyrażającej się w odpisywaniu, podpowiadaniu itp.);
- protestuje w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi;
- wytrwale poszukuje informacji;
- jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych;
- nie uogólnia bez uprzedniego upewnienia się co do prawdziwości przesłanek;
- podejmuje decyzje na podstawie sprawdzonych informacji.



P2. Dążyć do szukania przyczyn,

Uczeń:

- rozumie potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach;
- przewiduje skutki planowanych działań;
- rozważa różne przypadki nie ograniczając się do przypadków szczególnych;
- wnikliwie analizuje problem.

P3. Oceniać zasadność wnioskowań i działań,

Uczeń:

- ocenia poprawność rozwiązania zadania,
- wartościuje rozwiązanie tego samego zadania różnymi sposobami,
- dostrzega sprzeczne informacje lub błędy w rozumowaniach,
- ocenia dobór argumentów uzasadniających tezę (stanowisko),
- umie poprawnie analizować, wnioskować i uzasadniać.

Będę zwracać uwagę na estetykę i systematyczne prowadzenie zeszytu przedmiotowego; staranność wykresów, rysunków, przejrzystość rozwiązań zadań i dokładność obliczeń będą szczególnie przydatne w realizacji programu z przedmiotów zawodowych (podstawy projektowania, konstrukcje budowlane i kosztorysowanie). Wykształceniu asertywnych zachowań przy prezentowaniu własnych poglądów i wyników pracy indywidualnej oraz kształceniu umiejętności autoprezentacji, będą służyć dodatkowe zadania, polegające na poszukiwaniu lub konstruowaniu zadań o tematyce związanej z budowlanym kierunkiem kształcenia.



3. Materiał nauczania z rozpisaniem liczby godzin na realizację poszczególnych działów

Opracowując ramowy rozkład materiału z matematyki, korzystałam ze *Szkolnego planu nauczania* dla technikum w roku szkolnym 2009/2010 (zawód: technik budownictwa). Plan ten przewiduje, że na lekcje matematyki w cyklu nauczania 4-letniego technikum przeznaczono w poszczególnych klasach odpowiednio: 3, 2, 3 i 2 godziny tygodniowo (w tym jedna z godzin do dyspozycji dyrektora). Ponadto uczniowie tej klasy będą odbywać 3-tygodniową praktykę zawodową w klasie drugiej i trzeciej.

Zakładam, że w roku szkolnym w klasie pierwszej jest 36 tygodni, w klasie drugiej i trzeciej po 33, a w klasie czwartej 27 tygodni efektywnej nauki.

Klasa I (36 tyg. x 3 godz. = 108 godz.)

Lp.	Nazwa działu	Liczba godzin
I	Elementy logiki. Zbiory. Zbiory liczbowe	11
II	Działania w zbiorach liczbowych.	12
III	Wyrażenia algebraiczne	14
IV	Geometria płaska – pojęcia wstępne	8
V	Geometria płaska – trójkąty	11
VI	Trygonometria kąta ostrego	10
VII	Geometria płaska – pole koła, trójkąta	10
VIII	Funkcja i jej własności	14
IX	Wektory i przekształcenia wykresów funkcji	14
	Godziny do dyspozycji nauczyciela	4

Klasa II (33 tyg. x 2 godz. = 66 godz.)

Lp.	Nazwa działu	Liczba godzin
I	Funkcja liniowa	16
II	Geometria płaska – czworokąty	11
III	Geometria płaska – pole czworokąta	12
IV	Funkcja kwadratowa.	22
	Godziny do dyspozycji nauczyciela	5

Klasa III (33 tyg. x 3 godz. = 99 godz.)

Lp.	Nazwa działu	Liczba godzin
I	Wielomiany	18
II	Funkcje wymierne	16
III	Elementy geometrii analitycznej	20
IV	Ciągi	18
V	Geometria przestrzenna	20
	Godziny do dyspozycji nauczyciela	7



Klasa IV (27 tyg. x 2 godz. = 54 godz.)

Lp.	Nazwa działu	Liczba godzin
I	Funkcje wykładnicze	8
II	Elementy kombinatoryki	8
III	Rachunek prawdopodobieństwa	11
IV	Elementy statystyki opisowej	8
V	Powtórzenie wiadomości do matury	16
	Godziny do dyspozycji nauczyciela	3

4. Uszczegółowiony materiał nauczania powiązany ze szczegółowymi celami kształcenia

Realizacja autorskiego programu kształcenia kluczowych kompetencji z matematyki:

- ◆ umożliwia zdobycie wiadomości i umiejętności opisanych w *Podstawie programowej* i *Standardach wymagań egzaminacyjnych*, w tym m.in.:
 - umiejętności budowania modeli matematycznych zjawisk z różnych dziedzin życia i ich stosowania;
 - umiejętności wykorzystywania podstawowych narzędzi i technik matematycznych;
 - umiejętności przeprowadzania prostego rozumowania dedukcyjnego;
 - umiejętności zdobywania i krytycznego analizowania informacji, formułowania hipotez oraz ich weryfikacji;
- ◆ daje matematyczne podstawy do uczenia się przedmiotów przyrodniczych (przede wszystkim fizyki, chemii i biologii) oraz zawodowych (konstrukcje budowlane, projektowanie);
- ◆ zapewnia dużą efektywność kształcenia; program ma charakter spiralny, większość nowych zagadnień pojawia się w czasie realizacji tego programu co najmniej dwa razy;
- ◆ umożliwia powtórzenie najważniejszych zagadnień występujących w *Podstawie programowej* z matematyki na niższych etapach kształcenia.

W celu skutecznego rozwijania MKKE oraz lepszego przygotowania uczniów do uczenia się przedmiotów zawodowych budowlanych, treści kształcenia z matematyki rozszerzyłam o niezbędne hasła, które nie występują w *Podstawie programowej* oraz *Standardach wymagań maturalnych*. Zagadnienia te mają jednak istotny wpływ na możliwość zrealizowania tych założeń, o których pisałam w rozdziale 4.

Dla przejrzystości zapisu materiału nauczania matematyki wprowadziłam następujące oznaczenia:

- **pogrubioną czcionką** zazaczyłam te treści kształcenia i umiejętności, które nie występują w *Podstawie programowej* i w *Standardach wymagań maturalnych* dla zakresu podstawowego, ale wprowadzenie ich jest niezbędne do rozwijania MKKE (hasła te znajdują się w *Standardach* dla zakresu rozszerzonego);
- *kursywą* oznaczyłam treści kształcenia i umiejętności zawarte w *Podstawie programowej* z matematyki na niższych etapach kształcenia (szkoła podstawowa, gimnazjum), ale podlegają również sprawdzeniu na egzaminie maturalnym;
- symbolem (♣) zazaczyłam w programie te treści kształcenia, które szczególnie sprzyjają realizacji MKKE
- symbolem (▼) zazaczyłam w programie te treści kształcenia, które związane są z kształceniem w zawodzie technik budownictwa i tym samym sprzyjają realizacji autorskiego programu.



KLASA. I.

I. Elementy logiki. Zbiory. Zbiory liczbowe

Hasło programowe	Realizowane treści kształcenia	Cele szczegółowe i osiągnięcia ucznia (Wiadomości – Umiejętności – Postawy) UCZEŃ:
Podstawowe pojęcia rachunku zdań (4 godz.)	<p>1. Pojęcie zdania w logice, wartość logiczna i negacja zdania. (♣)</p> <p>2. Koniunkcja i alternatywa zdań. (♣)</p> <p>3. Implikacja i równoważność zdań. (♣)</p> <p>4. Prawa rachunku zdań (prawa de Morgana). (♣)</p>	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje przykłady zdań i sensie logicznym, - zna definicję zdania logicznego prawdziwego i fałszywego, negacji, alternatywy, koniunkcji, implikacji i równoważności zdań, <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi określić wartość logiczną zdania prostego i złożonego - zbuduje negację zadania prostego i złożonego, - potrafi zastosować prawa de Morgana <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none"> - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - precyzyjnie formułuje myśli i wyciąga wnioski, - aktywnie pracuje w grupie
Zbiory i działania na nich. (3godz.)	<p>1. Pojęcie zbioru, przykłady zbiorów, relacje należenia i zawierania. Działania na zbiorach.</p> <p>2. Zbiory liczbowe i oś liczbowa.</p> <p>3. Przedziały liczbowe i działania na nich.</p>	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna pojęcia: podzbiór, suma, różnica, dopełnienie, iloczyn zbiorów, zbiory rozłączne, zawieranie się zbiorów, równość zbiorów; - wykonuje działania na zbiorach z wykorzystaniem własności działań - wskazuje w podanym zbiorze liczby naturalne, całkowite, wymierne i niewymierne; - wie co to jest oś liczbowa, przedział liczbowy <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> - porównuje zbiory, - potrafi wykonać działania na zbiorach, przedziałach liczbowych - zaznacza zbiory i przedziały na osi liczbowej <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none"> - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych (♣)
Definicja, twierdzenie. (1godz.)	<p>1. Definicja, twierdzenie, założenie i teza twierdzenia. Twierdzenie odwrotne. Dowód twierdzenia. (♣)</p>	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> - pozna co to jest definicja i czym różni się od twierdzenia, - wie, co to jest twierdzenie odwrotne, założenie teza, dowód twierdzenia <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> - odróżnia założenie i tezę w twierdzeniu, zaprzecza twierdzenie, - obala tezę podając kontrprzykład, rozumie, różnicę między dowodem twierdzenia a przykładem potwierdzającym jego prawdziwość. (♣) - potrafi odróżnić dowód wprost od dowodu nie wprost, - przeprowadzi prosty dowód wprost i nie wprost <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozumie potrzebę dowodzenia, - dostrzega sprzeczne informacje lub błędy w rozumowaniu (♣)



Formy zdaniowe (1godz.)	1. Forma zdaniowa jednej zmiennej.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna pojęcie formy zdaniowej i jej dziedziny, <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi odróżnić zdanie od formy zdaniowej <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none"> - precyzyjnie formułuje myśli i wyciąga wnioski
Kwantyfikatory	1. Kwantyfikator ogólny i kwantyfikator szczegółowy.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> - pozna kwantyfikatory ogólny i szczegółowy oraz zdania z kwantyfikatorem i ich zaprzeczenia, <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi ocenić wartość logiczną zdania z kwantyfikatorem i utworzyć jego negację, <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none"> - precyzyjnie formułuje myśli i wyciąga wnioski

II. Działania w zbiorach liczbowych

Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory. (4 godz.)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Zbiór liczb naturalnych i całkowitych, działania w nich określone. 2. Zbiór liczb wymiernych i niewymiernych. 3. <i>Działania łączne na ułamkach zwykłych i dziesiętnych (♣)</i> 4. <i>Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych.</i> 	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> - przypomni sobie pojęcie liczb pierwszych i złożonych, cechy podzielności liczb naturalnych oraz szukanie NWW i NWD liczb oraz w jaki sposób wykonuje się działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych, - zna prawa i kolejność wykonywania działań w zbiorze R <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi sprawnie wykonywać działania na liczbach naturalnych (zna tabliczkę mnożenia), całkowitych, wymiernych, - potrafi zamienić ułamek okresowy na zwykły, - stwierdzi, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną czy niewymierną, <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozumie potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach, - przejawia twórczą postawę wobec problemu, rozwiązuje zadania stosując posiadane umiejętności,
Obliczenia procentowe. (3 godz.)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Obliczenia procentowe (zamiana ułamka na procent i odwrotnie, obliczanie % z danej liczby, liczby na podstawie %, stosunku dwóch wielkości w postaci procentu). 2. Zastosowanie procentów do rozwiązywania zadań związanych z zawodem. (▼) 3. Punkty procentowe. 	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna algorytm zamiany ułamka na procent i odwrotnie oraz algorytm wykonywania obliczeń procentowych, - rozumie pojęcie punktu procentowego i widzi różnicę między % a punktem procentowym, <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi sprawnie stosować pojęcie procentu w obliczeniach, - stosuje obliczenia procentowe w zadaniach o tematyce budowlanej (▼) - odczytuje i wykorzystuje dane z tabel, diagramów i wykresów (▼), <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podejmuje decyzje na podstawie przeprowadzonych obliczeń (♣), - prowadzi rozumowanie typu matematycznego.
Wartość bezwzględna liczby. (2 godz.)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Pojęcie i własności wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej, interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej. 2. Proste równania i nierówności z wartością bezwzględną. 	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna definicję i własności wartości bezwzględnej liczby, <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi obliczyć wartość bezwzględną liczby, zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu: $x - a = b$, $x - a > b$, $x - a \leq b$ <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none"> - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - ocenia poprawność rozwiązania zadania.



Błąd przybliżenia. (1 godz.)	1. Pojęcie błędu przybliżenia, reguła zaokrąglania liczb, błąd bezwzględny, względny i procentowy, szacowanie wartości liczbowych.	Wiadomości: - zna zasady przybliżeń z nadmiarem i niedomiarem, - zna wzory na wyznaczanie błędu bezwzględnego, względnego i procentowego, Umiejętności: - stosuje zasady zaokrąglania liczb i potrafi szacować wartości wyrażeń liczbowych, - potrafi wyznaczyć błąd bezwzględny, względny i procentowy przybliżenia; Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego; - pracuje, doskonalić się w precyzji i rzetelności wykonywanych obliczeń.
---------------------------------	--	--

III. Wyrażenia algebraiczne

Potęga o wykładniku całkowitym i wymiernym. (5 godz.)	1. Pojęcie i własności potęg o wykładniku naturalnym. 2. Potęga o wykładniku całkowitym ujemnym. 3. Pierwiastek arytmetyczny, pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej. 4. Potęga o wykładniku wymiernym. 5. Potęga o wykładniku rzeczywistym.	Wiadomości: - zna określenia i własności potęg o wykładniku naturalnym, całkowitym, wymiernym, - zna definicję i własności pierwiastka arytmetycznego, Umiejętności: - wykonuje działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym, wymiernym, sprawnie wykonuje działania na pierwiastkach, - oblicza wartości wyrażenia z zastosowaniem potęg, stosuje notację wykładniczą, Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - pracuje, doskonalić się w precyzji i rzetelności wykonywanych obliczeń
Wzory skróconego mnożenia. (2 godz.)	1. Wzory skróconego mnożenia. 2. Zastosowanie wzorów skróconego mnożenia do rozwiązywania zadań.	Wiadomości: - zna wzory skróconego mnożenia, Umiejętności: - sprawnie posługuje się wzorami skróconego mnożenia, - usuwa niewymierność z mianownika lub licznika ułamka Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy, dokonuje samooceny efektów własnego uczenia się, weryfikuje swoje wyniki z wynikami innych.
Działania na wyrażeniach algebraicznych. (2 godz.)	<i>Przekształcanie wzorów, wyliczanie poszczególnych liter występujących we wzorze. (▼)</i>	Umiejętności: - przekształca wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii, przedmiotach zawodowych budowlanych (▼), - sprawnie stosuje działania odwrotne i kolejność wykonywania działań (♣),
Logarytmy. (2godz.)	Określenie logarytmu liczby dodatniej, własności logarytmów	Wiadomości: - pozna określenie logarytmu, twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi, Umiejętności: - stosuje w obliczeniach podstawowe własności logarytmu - oblicza logarytm danej liczby przy danej podstawie,
Średnie. (1godz.)	Średnia arytmetyczna, geometryczna i ważona	Wiadomości: - pozna pojęcie średniej geometrycznej i ważonej, Umiejętności: - oblicza średnią arytmetyczną, geometryczną i ważoną, - sprawnie posługuje się kalkulatorem dla usprawnienia rachunków,



IV. Geometria płaska – pojęcia wstępne

Podstawowe figury geometryczne. (2 godz.)	1. <i>Punkt, prosta, odcinek, kąt, półprosta.</i> 2. <i>Położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta.</i>	Wiadomości: - zna podstawowe figury geometryczne: prosta, odcinek, półprosta, kąt i ich własności, - zna twierdzenie o dwóch prostych równoległych przeciętych trzecią prostą, Umiejętności: - konstruuje proste prostopadłe, równoległe, symetralną odcinka, dwusieczną kąta - wyznacza odległość: dwóch punktów, punktu od prostej.
Twierdzenie Talesa (2 godz.)	1. <i>Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne. Zastosowanie twierdzenia Talesa w zadaniach rachunkowych.</i>	Wiadomości: - zna twierdzenie Talesa i odwrotne do niego, Umiejętności: - dzieli odcinek na równe części oraz w zadanym stosunku, - stosuje w rozwiązywaniu zadań praktycznych twierdzenie, Postawy: - wykazuje dociekliwość poznawczą, wnikliwie analizuje problem, - ocenia poprawność rozwiązania zadania.
Okrąg i koło. (1 godz.)	1. <i>Okrąg i koło, wzajemne położenie prostej i okręgu.</i>	Wiadomości: - zna pojęcie koła i okręgu, Umiejętności: - określa wzajemne położenie prostej i okręgu.
Kąty w kole (1 godz.)	1. <i>Kąty wpisane w koło i środkowe w kole. Związki między tymi kątami.</i>	Wiadomości: - zna pojęcie kąta wpisanego w koło i środkowego, Umiejętności: - stosuje zależności między kątami w kole do wyznaczania miar kątów,

V. Geometria płaska – trójkąty

Trójkąty. (1 godz.)	1. <i>Podział trójkątów, suma kątów w trójkącie, nierówność trójkąta, odcinek łączący środki boków trójkąta.</i>	Wiadomości: - zna podstawowe własności trójkąta, Umiejętności: - stosuje własności trójkątów w zadaniach, wyznacza kąty w trójkącie, - określa, znając długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny czy rozwartokątny.
Twierdzenie Pitagorasa. (2 godz.)	1. <i>Twierdzenie Pitagorasa i odwrotne do niego.</i> 2. <i>Zastosowanie twierdzenia Pitagorasa w zadaniach.</i>	Wiadomości: - zna twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie odwrotne do niego, Umiejętności: - stosuje poznane twierdzenia w zadaniach, Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego,
Proste charakterystyczne w trójkącie (3 godz.)	1. <i>Wysokości i środkowe w trójkącie.</i> 2. <i>Symetralne boków trójkąta, okrąg opisany na trójkącie.</i> 3. <i>Dwusieczne kątów trójkąta, okrąg wpisany w trójkąt.</i>	Wiadomości: - zna twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie odwrotne do niego, Umiejętności: - wpisuje w trójkąt okrąg i opisuje okrąg na trójkącie, - wyznacza wysokości i środkowe w trójkącie. - wyznacza promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny i równoramienny, znając długości boków tego trójkąta - wyznacza promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym i równoramiennym, znając długości boków



		tego trójkąta Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - dba o staranny i dokładny rysunek,
Figury przystające. (1 godz.)	1. Przystawianie trójkątów.	Wiadomości: - zna cechy przystawiania trójkątów, Umiejętności: - rozpoznaje trójkąty przystające, - stosuje cechy przystawiania trójkątów w rozwiązywaniu zadań
Podobieństwo figur. (2 godz.)	1. Podobieństwo trójkątów. 2. Cechy podobieństwa trójkątów zadania.	Wiadomości: - zna cechy podobieństwa trójkątów, Umiejętności: - rozpoznaje trójkąty przystające, - stosuje cechy podobieństwa trójkątów w rozwiązywaniu zadań praktycznych.

VI. Trygonometria kąta ostrego

Funkcje trygonometryczne w trójkącie prostokątnym. (6 godz.)	1. Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa kąta ostrego. 2. Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla kątów 30° , 45° i 60° . 3. Odczytywanie wartości funkcji trygonometrycznych z tablic. (▼) 4. Zastosowanie funkcji trygonometrycznych do rozwiązywania zadań z budownictwa. (▼)	Wiadomości: - zna określenie funkcji trygonometrycznych kąta w trójkącie prostokątnym, Umiejętności: - wyznacza funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (▼), - rozwiązuje równania typu: $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\tan x = a$ i $\cot x = a$, gdzie $0^\circ < x < 90^\circ$ korzystając z kalkulatora, tablic, lub posługując się wartościami funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów, - posługuje się własnościami figur oraz wyobraźnią do modelowania stosunków geometrycznych, konstruowania graficznego schematu danego układu stosunków przestrzennych, (♣) Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - rozumie potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach (♣), - jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych (♣)
Tożsamości trygonometryczne (2 godz.)	1. Podstawowe tożsamości trygonometryczne.	Wiadomości: - zna związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego, Umiejętności: - stosuje podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w rozwiązywaniu zadań (▼) - wyznacza pozostałe wartości funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego, znając wartości jednej funkcji.

VII. Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta

Pole wielokąta (6 godz.)	1. Pole figury geometrycznej. 2. Pole powierzchni trójkąta. (▼) 3. Pola trójkątów podobnych.	Wiadomości: - zna pojęcie pola figury oraz różne wzory na pole trójkąta, Umiejętności: - stosuje poznane wzory do obliczania pól trójkątów, - oblicza pole figury, wykorzystując podział tej figury na rozłączne części (▼), - stosuje wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach (np. długość wysokości, długość promienia koła wpisanego w trójkąt lub
-----------------------------	--	---



		opisanego na trójkącie), - stosuje twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu zadań.
Pole koła (2 godz.)	1. <i>Pole koła i wycinka koła.</i>	Wiadomości: - zna wzory na długość okręgu, długość łuku okręgu, pole koła i wycinka koła, Umiejętności: - stosuje poznane wzory do obliczania pól kół i wycinków koła (▼), Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - wartościuje rozwiązania tego samego zadania różnymi sposobami (♣).

VIII. Funkcja i jej własności

Pojęcie funkcji i jej własności. (3 godz.)	1. Pojęcie funkcji, funkcja liczbową, 2. Dziedzina i zbiór wartości funkcji.	Wiadomości: - zna podstawowe pojęcia dotyczące funkcji, Umiejętności: - odróżnia przyporządkowanie, które jest funkcją, od przyporządkowania, które nie jest funkcją, - wyznacza dziedzinę funkcji liczbowej, - określa zbiór wartości funkcji (proste przykłady), - podaje opis matematyczny zależności dwóch zmiennych w postaci funkcji, dotyczące różnych zjawisk, np. przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych, chemicznych (♣), Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy (♣).
Sposoby określania funkcji (1 godz.)	1. Sposoby opisywania funkcji.	Umiejętności: - opisuje funkcję na różne sposoby (grafem, wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym),
Wykres i miejsce zerowe funkcji (3 godz.)	1. Wykres funkcji. 2. Miejsce zerowe funkcji. 3. Szkicowanie wykresów funkcji o zadanych własnościach.	Wiadomości: - zna określenie wykresu, miejsca zerowego funkcji, Umiejętności: - wskazuje i sporządza wykres funkcji spełniającej podane warunki, - oblicza miejsca zerowe funkcji, - odczytuje i interpretuje informacje na podstawie wykresów funkcji Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - dba o staranny i dokładny wykres funkcji.
Ogólne własności funkcji (5 godz.)	1. Monotoniczność funkcji. 2. Funkcje różnowartościowe , najmniejsza i największa wartość funkcji. 3. Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu. 4. Zastosowanie wykresów funkcji do rozwiązywania równań i nierówności.	Wiadomości: - zna określenie funkcji rosnącej, malejącej, różnowartościowej, Umiejętności: - rozpoznaje wykres funkcji różnowartościowej, - odczytuje najmniejszą i największą wartość funkcji, - określa na podstawie wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartość największą i najmniejszą funkcji, maksymalne przedziały monotoniczności, zbiory, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne). Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - ocenia poprawność rozwiązania zadania,



	5. Zastosowanie wiadomości o funkcjach do opisywania, interpretowania i przetwarzania informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji	- opisuje, interpretuje i przetwarza informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji
--	---	--

IX. Wektory i przekształcenia wykresów funkcji

Wektory, suma, różnica wektorów i iloczyn wektora przez liczbę. (4 godz.)	<p>1. Określenie wektora zaczepionego, wektor swobodny, wektory przeciwne. (♣)</p> <p>2. Działania na wektorach w ujęciu geometrycznym. (♣)</p>	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna określenie wektora, wektorów równych i przeciwnych, sumy, różnicy wektorów oraz iloczynu wektora przez liczbę, <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje i kreśli wektory równe oraz wektory przeciwne; (▼) - kreśli sumę, różnicę wektorów oraz iloczyn wektora przez liczbę; (▼) <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none"> - kształci w sobie takie cechy jak rzetelność, staranność i dokładność, - rozważa różne przypadki nie ograniczając się do przypadków szczególnych (♣)
Wektor w układzie współrzędnych (3 godz.)	<p>1. Współrzędne i długość wektora w układzie współrzędnych. Równość wektorów w ujęciu analitycznym. (♣)</p> <p>2. Dodawanie, odejmowanie wektorów oraz mnożenie wektora przez liczbę w ujęciu analitycznym. (♣)</p>	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna określenie współrzędne wektora, wzory na długość wektora oraz algorytm wyznaczania współrzędnych sumy, różnicy wektorów oraz iloczynu wektora przez liczbę, (♣) <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza współrzędne i długość wektora, (♣) - wyznacza współrzędne sumy, różnicy i iloczynu wektora przez liczbę; (♣), (▼) <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none"> - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - przejawia twórczą postawę w sytuacji subiektywnie nowej, kształci się w myśleniu refleksyjnym, analizuje rzeczywistość.
Przesunięcie wykresu funkcji. (2 godz.)	<p>1. Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX i OY.</p> <p>2. Przesunięcie równoległe wykresu funkcji o wektor. (▼)</p>	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> - przesuwa wykres funkcji wzdłuż osi układu współrzędnych oraz o wektor, - podaje wzór funkcji otrzymanej w wyniku przesunięcia równoległego, <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none"> - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - kształci w sobie takie cechy jak rzetelność, staranność i dokładność.
Symetria osiowa względem osi układu współrzędnych (2 godz.)	<p>1. Symetria osiowa względem osi OX i OY.</p>	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna pojęcie symetrii osiowej i zasady przekształcania wykresów przez symetrię osiową, <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> - na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ rysuje wykres funkcji $y = -f(x)$, - na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ rysuje wykres funkcji $y = f(-x)$. <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none"> - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - kształci w sobie takie cechy jak rzetelność, staranność i dokładność.



KLASA II

I. Funkcja liniowa

<p>Funkcja liniowa. (4 godz.)</p>	<p>1. <i>Proporcjonalność prosta jako funkcja. Współczynnik proporcjonalności. Wykres proporcjonalności prostej.</i> 2. Funkcja liniowa. Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej. 3. Własności funkcji liniowej. 4. Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego. (♣)</p>	<p>Wiadomości: - zna i rozumie pojęcie proporcjonalności prostej, funkcji liniowej, funkcji przedziałami liniowej, Umiejętności: - sporządza wykres proporcjonalności prostej oraz podaje jej własności, - stosuje proporcjonalność prostą w zadaniach, - sporządza wykres funkcji liniowej i odczytuje własności funkcji na podstawie jej wykresu, - wyznacza wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach, - wykorzystuje interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań, - stosuje pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego, (♣) Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych, (♣) - ocenia poprawność rozwiązania zadania. (♣)</p>
<p>Równanie prostej na płaszczyźnie. (3 godz.)</p>	<p>1. Równanie prostej w postaci kierunkowej i ogólnej. 2. Równoległość i prostopadłość prostych.</p>	<p>Wiadomości: - zna warunki równoległości i prostopadłości prostych, Umiejętności: - potrafi zamienić postać ogólną równania prostej na kierunkową i odwrotnie, - wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danej funkcji liniowej, Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - wnikliwie analizuje problem, - ocenia poprawność rozwiązania zadania</p>
<p>Równania i nierówności liniowe. (3 godz.)</p>	<p>1. <i>Równanie i nierówność liniowa jednej zmiennej.</i> 2. <i>Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych</i></p>	<p>Wiadomości: - zna algorytm rozwiązania równania i nierówności liniowej z jedną niewiadomą, twierdzenia o równaniach i nierównościach równoważnych; Umiejętności: - rozwiązuje równania i nierówności liniowe z jedną niewiadomą oraz interpretuje je graficznie; Postawy: - dba o precyzję i staranność wykonania zadania, - stosuje posiadaną wiedzę w sytuacjach praktycznych.</p>
<p>Układy równań liniowych. (4 godz.)</p>	<p>1. Równanie pierwszego stopnia dwiema niewiadomymi. 2. Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. 3. Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem</p>	<p>Wiadomości: - zna i rozumie pojęcia: układ równań, układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, - zna metody rozwiązywania układów równań, Umiejętności: - stosuje poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi, (▼) - podaje ilustrację geometryczną układu w układzie współrzędnych, - stosuje równania, nierówności, układy równań w rozwiązywaniu problemów związanych z zawodem, (♣) (▼),</p>



	<p>układów równań. 4. Nierówność pierwszego stopnia z dwie-ma niewiadomymi. Układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi.</p>	<p>- opisuje zbiory punktów płaszczyzny za pomocą równań i nierówności, Postawy: - dba o precyzję i staranność wykonania zadania, (▼) - stosuje posiadaną wiedzę w sytuacjach praktycznych, (▼) - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy. (♣)</p>
--	---	--

II. Geometria płaska – czworokąty

<p>Własności czworokątów (5 godz.)</p>	<p>1. <i>Czworokąty i ich klasyfikacja.</i> 2. <i>Własności trapezów. Twierdzenie o linii łączącej środki ramion trapezu.</i> 3. <i>Własności równoległoboków.</i> 4. Trapezoidy.</p>	<p>Wiadomości: - określa własności czworokątów, Umiejętności: - rozróżnia i klasyfikuje czworokąty, - posługuje się własnościami czworokątów w rozwiązywaniu zadań, - stosuje poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących wielokątów, - stosuje funkcję trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych Postawy: - dba o precyzję i estetykę wykonania zadania, - nie uogólnia bez uprzedniego upewnienia się co do prawdziwości przesłanek, (♣) - ocenia poprawność rozwiązania zadania. (♣)</p>
<p>Podobieństwo. (4 godz.)</p>	<p>1. Podobieństwo. Podobieństwo czworokątów. 2. <i>Skala i plan.</i> (♣)</p>	<p>Wiadomości: - zna określenie i własności podobieństwa, - zna twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych, (▼) - wykorzystuje przekształcenia geometryczne do badania zależności (podobieństwo i przystawanie figur) pomiędzy zbiorami punktów (figurami geometrycznymi); Umiejętności: - stosuje własności podobieństwa w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczone w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali), (▼), - odczytuje informacje przedstawione za pomocą rysunków pomocniczych, (▼), Postawy: - jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych, (♣) - przewiduje skutki planowanych działań, (♣) - ocenia dobór argumentów uzasadniających tezę (stanowisko); (♣)</p>

III. Geometria płaska – pole czworokąta

<p>Pole wielokąta. (6 godz.)</p>	<p>1. <i>Pole równoległoboku.</i> 2. <i>Pole trapezu.</i> 3. Zastosowanie wzorów na pole czworokąta w rozwiązywaniu zadań związanych z zawodem. (♣) (▼)</p>	<p>Wiadomości: - zna rozumie własności miarowe poznanych czworokątów, - zna twierdzenia dotyczące związków miarowych w czworokątach, Umiejętności: - przelicza (zamienia) jednostki miar, (▼) - rozwiązuje zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych, (▼) - oblicza obwody i pola figur płaskich stosując wzory i/lub własności tych miar, (▼) - posługuje się własnościami figur oraz wyobraźnią do</p>
----------------------------------	---	--



		modelowania stosunków geometrycznych, konstruowania graficznego schematu danego układu stosunków przestrzennych, (♣) Postawy: - podejmuje decyzje na podstawie sprawdzonych informacji, (♣) - rozważa różne przypadki nie ograniczając się do przypadków szczególnych, (▼) - prowadzi rozumowanie typu matematycznego.
Pola figur podobnych (2 godz.)	1. Twierdzenie o stosunku pól figur podobnych. 2. Zadania praktyczne dotyczące obliczania pól figur podobnych. (▼)	Wiadomości: - zna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, Umiejętności: - stosuje twierdzenia dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy). (▼) Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - wartościuje rozwiązania tego samego zadania różnymi sposobami. (♣)

IV. Funkcja kwadratowa

Postać ogólna i kanoniczna trójmianu kwadratowego (3 godz.)	1. Funkcja $y = ax^2$ i jej własności. 2. Postać ogólna i postać kanoniczna funkcji kwadratowej.	Wiadomości: - zna i rozumie pojęcia: jednomian kwadratowy, trójmian kwadratowy, Umiejętności: - odróżnia wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji, - wyznacza współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji, - sprawnie przedstawia funkcję kwadratową w postaci ogólnej lub kanonicznej, Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych,
Wykres i własności funkcji kwadratowej. (6 godz.)	1. Przekształcanie wykresów funkcji kwadratowych. 2. Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. 3. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej. 4. Najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym. 5. Badanie trójmianu kwadratowego, zadania optymalizacyjne. (♣),(▼)	Wiadomości: - zna algorytm wyznaczania wyróżnika trójmianu, miejsc zerowych funkcji kwadratowej, postaci iloczynowej trójmianu, - opisuje zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji, Umiejętności: - sporządza wykres funkcji kwadratowej i bada jej własności na podstawie wykresu, - przekształca wykresy funkcji kwadratowej, - odczytuje własności funkcji z wykresu, - wyznacza miejsca zerowe i postać iloczynową funkcji kwadratowej, - wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym, - wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu, - ustala związki między danymi, wydziela związki znaczące, (♣), (▼) - rozwiązuje zadania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizujące), (♣) - opisuje dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej, - analizuje zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem



		<p>lub wykresem funkcji kwadratowej, Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - ocenia poprawność rozwiązania zadania, (♣) - nie uogólnia bez uprzedniego upewnienia się co do prawdziwości przesłanek, (♣) - rozumie rolę matematyzacji, uogólniania i specyfikacji, (▼) - dba o precyzję i staranność w wykonywaniu wykresów funkcji kwadratowej.</p>
Równania i nierówności kwadratowe. (6 godz.)	<p>1. Równania kwadratowe. 2. Nierówności kwadratowe. 3. Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych.</p>	<p>Wiadomości: - zna pojęcie równania i nierówności kwadratowej oraz twierdzenia dotyczące istnienia rozwiązania równania i nierówności kwadratowej, - zna algorytm rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych, - wysnuwa proste wnioski z danego twierdzenia w konkretnej sytuacji, Umiejętności: - sprawnie rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe oraz interpretuje je graficznie, zapisuje rozwiązanie odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów, - rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych, - rozwiązuje układy równań prowadzące do równań kwadratowych, - opisuje dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej, - stosuje równania, nierówności, układy równań w rozwiązywaniu problemów; (♣) - ustala związki między danymi, wydziela związki znaczące Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - nie uogólnia bez uprzedniego upewnienia się co do prawdziwości przesłanek, (♣) - nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy.</p>

KLASA III

I. Wielomiany

Wielomiany, działania na wielomianach. (7 godz.)	<p>1. Wielomian jednej zmiennej stopnia n, $n \geq 1$. 2. Równość wielomianów. 3. Dodawanie, odejmowanie, mnożenie wielomianów. 4. Dzielenie wielomianów.</p>	<p>Wiadomości: - zna określenie wielomianu jednej zmiennej rzeczywistej, - zna algorytmy dodawania, odejmowania i mnożenia wielomianów, Umiejętności: - oblicza wartość wielomianu dla podanej wartości zmiennej, - odróżnia wielomian od innej funkcji opisanej wzorem, - dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany, stosuje wzory skróconego mnożenia - stosuje określenie wielomianów równych w zadaniach na wyznaczanie współczynników wielomianu, - dzieli wielomian przez jednomian, Postawy: - wnikliwie analizuje problem, (♣) - jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych, (♣) - prowadzi rozumowanie typu matematycznego.</p>
--	---	---



Pierwiastek wielomianu. (6 godz.)	1. Pierwiastek wielomianu, pierwiastek wielokrotny. 2. Twierdzenie Bezouta i jego zastosowanie. 3. Rozkład wielomianów na czynniki.	Wiadomości: - zna określenie pierwiastka wielomianu oraz pierwiastka wielokrotnego, - zna algorytm wyznaczania pierwiastków wielomianu poprzez rozkład na czynniki z zastosowaniem wyłączania czynnika przed nawias, wzorów skróconego mnożenia, grupowania wyrazów, - zna twierdzenie Bezouta, Umiejętności: - sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, - znajduje pierwiastki wielomianu danego w postaci iloczynu, - wyznacza pierwiastki wielomianu, - rozkłada wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowania wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias, Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - wartościuje rozwiązanie tego samego zadania różnymi sposobami; (♣)
Równania wielomianowe (3 godz.)	1. Równania wielomianowe. 2. Zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.	Wiadomości: - zna metody rozwiązywania równań wielomianowych; Umiejętności: - rozwiązuje proste równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki, - rozwiązuje zadania tekstowe dotyczące wielomianów, stosując poznane definicje i twierdzenia, - rozwiązuje zadania schematyczne, Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - wnikliwie analizuje problem, (♣) - przejawia aktywną i twórczą postawę wobec problemu;

II. Funkcje wymierne

Funkcje wymierne. (2 godz.)	1. Definicja i dziedzina funkcji wymiernej.	Wiadomości: - zna i rozumie pojęcie funkcji wymiernej i jej dziedziny, - odróżnia funkcję wymierną od innej funkcji, Umiejętności: - wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych lub kwadratowych za pomocą grupowania wyrazów, stosowania wzorów skróconego mnożenia, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias. Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych, (♣)
Działania na wyrażeniach wymiernych (4 godz.)	1. Dziedzina, wartość liczbowa, skracanie i rozszerzanie wyrażenia wymiernego. 2. Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych. 3. Dodawanie i odejmowanie wyrażeń	Wiadomości: - zna i rozumie pojęcie wyrażenia wymiernego, jego dziedziny i wartości liczbowej, - zna algorytmy wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych, Umiejętności: - oblicza wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej, - skraca, rozszerza wyrażenia wymierne,



	wymiernych.	- dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne, Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - ocenia poprawność rozwiązania zadania.
Proporcjonalność odwrotna (2 godz.)	1. Proporcjonalność odwrotna i jej własności.	Wiadomości: - zna i rozumie pojęcie proporcjonalności odwrotnej, Umiejętności: - rozpoznaje na podstawie wykresu, tabeli częściowej, informacji podanych słownie proporcjonalność odwrotną, - szkicuje wykres proporcjonalności odwrotnej i określa własności tej funkcji - przekształca informacje z tekstu zapisując je w formie dogodnej do dalszych działań, - stosuje proporcjonalność odwrotną w zadaniach o tematyce praktycznej. Postawy: - samodzielnie zdobywa wiedzę z wykorzystaniem tekstu matematycznego, - podejmuje decyzje na podstawie sprawdzonych informacji.
Funkcja homograficzna (3 godz.)	1. Funkcja homograficzna i jej własności.	Wiadomości: - zna i rozumie funkcję homograficzną w postaci kanonicznej, Umiejętności: - oblicza wartość funkcji homograficznej dla podanych wartości zmiennych, sprawdza czy punkt należy do wykresu funkcji, - szkicuje wykres funkcji homograficznej i określa jej własności, Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - dba o staranność i estetykę wykonywanych wykresów,
Równania wymierne. (4 godz.)	1. Proste równania wymierne.	Wiadomości: - zna algorytm rozwiązywania równań wymiernych, Umiejętności: - rozwiązuje proste równania wymierne, - rozwiązuje zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych, Postawy: - wartościuje rozwiązania tego samego zadania różnymi sposobami, - nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy, - dostrzega sprzeczne informacje lub błędy w rozumowaniach.

III. Elementy geometrii analitycznej

Wektory (1 godz.)	1. Wektor w układzie współrzędnych – powtórzenie wiadomości. (♣), (▼)	Wiadomości: - zna podstawowe wiadomości o wektorach w układzie współrzędnych, Umiejętności: - wyznacza długość wektora, wykonuje analitycznie działania na wektorach, (♣) - porównuje wektory,
Odległość punktów. (2 godz.)	1. Odległość punktów w układzie współrzędnych. (▼)	Wiadomości: - zna wzór na odległość punktów w układzie współrzędnych, Umiejętności: - oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych, (♣) - odczytuje i oszacowuje odległości,



		- rozumie, że algorytm to niezawodny przepis postępowania. (♣)
Środek odcinka. (1 godz.)	1. Współrzędne środka odcinka.	Wiadomości: - zna wzór na współrzędne środka odcinka, Umiejętności: - wyznacza współrzędne środka odcinka,
Równanie prostej. (6 godz.)	1. Równanie kierunkowe prostej. 2. Równanie ogólne prostej. 3. Odległość punktu od prostej. (▼)	Wiadomości: - zna wzór na postać kierunkową i ogólną równania prostej, - zna i rozumie warunki równoległości i prostopadłości prostych, Umiejętności: - znajduje równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym, - bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych, - stosuje równania, nierówności, układy równań w rozwiązywaniu problemów, (♣) - oblicza odległość punktu od prostej, (▼) Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - podejmuje decyzje na podstawie sprawdzonych informacji. (♣)
Równanie okręgu (6 godz.)	1. Równanie okręgu. 2. Wzajemne położenie prostej i okręgu. 3. Wzajemne położenie dwóch okręgów.	Wiadomości: - zna wzór na postać kierunkową i ogólną równania prostej, - zna i rozumie warunki równoległości i prostopadłości prostych, Umiejętności: - posługuje się równaniem okręgu, - wyznacza współrzędne środka i promień okręgu, - przekształca równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytuje współrzędne środka i promienia okręgu, - wyznacza równanie okręgu o zadanych własnościach, - określa analitycznie wzajemne położenie okręgu i prostej oraz wyznacza współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu, Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego - jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych. (♣)

IV. Ciągi

Definicja i przykłady ciągów liczbowych (3 godz.)	1. Określenie ciągu, ciąg liczbowy 2. Sposoby opisywania ciągów. 3. Monotoniczność ciągu liczbowego.	Wiadomości: - zna i rozumie określenie ciągu, ciągu liczbowego, k -tego wyrazu ciągu, - pozna różne sposoby opisywania ciągów, - zna definicję ciągu monotonicznego Umiejętności: - określa ciąg wzorem ogólnym, - rozpoznaje ciągi skończone i nieskończone, - wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym, - rysuje wykres ciągu i podaje własności tego ciągu na podstawie wykresu, - przedstawia dane za pomocą tabel, diagramów, grafów, wzorów, (♣) - bada monotoniczność ciągu. Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - ocenia poprawność rozwiązania zadania. (♣)
--	---	--



<p>Ciąg arytmetyczny. (4 godz.)</p>	<ol style="list-style-type: none">1. Ciąg arytmetyczny i jego własności.2. n-ta suma częściowa ciągu arytmetycznego.3. Średnia arytmetyczna.4. Zadania praktyczne dotyczące ciągu arytmetycznego.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none">- zna definicję ciągu arytmetycznego, różnicy ciągu i sumy częściowej,- zna algorytm wyznaczania n-tego wyrazu i n-tej sumy częściowej ciągu arytmetycznego,- opisuje zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none">- bada, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym,- wyznacza ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych,- wyznacza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego,- ustala związki między danymi, wydziela związki znaczące. (▼) <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none">- prowadzi rozumowanie typu matematycznego,- podejmuje decyzje na podstawie sprawdzonych informacji, (♣)- świadomie posługuje się kalkulatorem w celu usprawnienia obliczeń.
<p>Ciąg geometryczny (6 godz.).</p>	<ol style="list-style-type: none">1. Ciąg geometryczny i jego własności.2. n-ta suma częściowa ciągu arytmetycznego.3. Średnia geometryczna.4. Zadania na zastosowanie ciągu geometrycznego.5. Ciąg arytmetyczny i geometryczny w zadaniach.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none">- zna definicję ciągu geometrycznego, ilorazu ciągu i sumy częściowej,- zna algorytm wyznaczania n-tego wyrazu i n-tej sumy częściowej ciągu geometrycznego,- opisuje zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji (♣) <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none">- bada, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym,- wyznacza ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych,- wyznacza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego,- ustala związki między danymi, wydziela związki znaczące. (♣)- rozwiązuje zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego, (♣) <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none">- prowadzi rozumowanie typu matematycznego,- podejmuje decyzje na podstawie sprawdzonych informacji (♣)
<p>Procent prosty i składany. (3 godz.)</p>	<ol style="list-style-type: none">1. Oprocentowanie lokat i kredytów (procent prosty i składany). (▼)2. Zadania praktyczne na wyznaczenie wysokości odsetek i rat kredytów. (▼)	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none">- zna i rozumie pojęcia: oprocentowanie, odsetki, rata, lokata,- zna algorytm wyznaczania odsetek wg procentu składanego i wzory na obliczanie wysokości rat kredytu, (▼) <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none">- stosuje procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów,- wydziela fragmenty tekstu, dotyczące określonych kwestii, (♣)- prezentuje wyniki badań używając terminologii z zakresu języka matematycznego, używa przybliżeń, (♣) <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none">- prowadzi rozumowanie typu matematycznego,- podejmuje decyzje na podstawie sprawdzonych informacji, (♣)- weryfikuje zgromadzone dane, (♣)



		<ul style="list-style-type: none">- przejawia aktywną postawę wobec problemu, stosując posiadane wiadomości teoretyczne w zadaniach o tematyce praktycznej, (▼)- świadomie posługuje się kalkulatorem w celu usprawnienia obliczeń.
--	--	--

V. Geometria przestrzenna

Proste i płaszczyzny w przestrzeni (4 godz.)	<ol style="list-style-type: none">1. Wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni.2. Rzut równoległy na płaszczyznę. (▼)3. Rzut prostokątny na płaszczyznę, kąt prostej z płaszczyzną. (▼)4. Kąt dwuścienny, kąt liniowy kąta dwuściennego.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none">- określa wzajemne położenie prostych w przestrzeni,- zna i rozumie pojęcie kąta prostej z płaszczyzną, kąta dwuściennego i kąta liniowego kąta dwuściennego,- zna i rozumie pojęcie rzutu równoległego i prostokątnego na płaszczyznę, <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none">- bada wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni,- wskazuje i oblicza miarę kąta nachylenia prostej do płaszczyzny,- kreśli bryły w rzucie równoległym i prostokątnym, (▼)- stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania miar kątów,- posługuje się własnościami figur oraz wyobraźnią do modelowania stosunków geometrycznych, konstruowania graficznego schematu danego układu stosunków przestrzennych, (▼)- ustala relacje między wskazanymi w tekście obiektami, (▼) <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none">- rozważa różne przypadki nie ograniczając się do przypadków szczególnych, (♣)- ocenia poprawność rozwiązania zadania, (♣)- dba o estetykę i dokładność wykonywanych rysunków.
Gnaniastoslupy (5 godz.)	<ol style="list-style-type: none">1. Gnaniastoslupy – podział, siatka, model i własności.2. Pole powierzchni i objętość gnaniastoslupa. (▼)3. Rozwiązywanie zadań związanych z zawodem. (▼)	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none">- zna określenie wielościanu, gnaniastoslupa, gnaniastoslupa prostego i prawidłowego, <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none">- poprawnie rysuje wielościany, gnaniastoslupy, siatkę gnaniastoslupa- wskazuje i oblicza kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości,- przelicza (zamienia) jednostki miar,- wyznacza pola powierzchni i objętości gnaniastoslupów, (▼), (♣)- odczytuje informacje przedstawione za pomocą rysunków pomocniczych, (▼) <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none">- prowadzi rozumowanie typu matematycznego,- ocenia poprawność rozwiązania zadania. (♣)
Ostrosłupy (5godz.)	<ol style="list-style-type: none">1. Ostrosłupy - podział, siatka2. Pole powierzchni i objętość ostrosłupa. (▼)3. Rozwiązywanie zadań związanych z zawodem. (▼)	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none">- zna określenie ostrosłupa, ostrosłupa prostego i prawidłowego, <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none">- poprawnie rysuje ostrosłupy, siatkę ostrosłupa,- wskazuje i oblicza kąty między ścianami ostrosłupa, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, wysokości, (▼)- wyznacza związki miarowe w ostrosłupach z zastosowaniem trygonometrii,



		<ul style="list-style-type: none">- przelicza (zamienia) jednostki miar, (▼)- wyznacza pola powierzchni i objętości ostrosłupów, (▼) Postawy: <ul style="list-style-type: none">- prowadzi rozumowanie typu matematycznego,- dba o estetykę i przejrzystość wykonywanych rysunków pomocniczych.
Bryły obrotowe (4 godz.)	1. Bryły obrotowe – walec, kula i stożek. 2. Pole powierzchni i objętość brył obrotowych.	Wiadomości: <ul style="list-style-type: none">- zna określenie bryły obrotowej ze szczególnym uwzględnieniem walca, kuli i stożka, Umiejętności: <ul style="list-style-type: none">- poprawnie rysuje bryły obrotowe i ich przekroje osiowe,- wyznacza pola powierzchni i objętości brył obrotowych, (▼)- wyznacza związki miarowe w bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii,- posługuje się własnościami figur oraz wyobraźnią do modelowania stosunków geometrycznych, Postawy: <ul style="list-style-type: none">- prowadzi rozumowanie typu matematycznego,- dba o estetykę i przejrzystość wykonywanych rysunków pomocniczych,- nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy. (♣)

KLASA IV

1. Funkcja wykładnicza

Potęga o wykładniku rzeczywistym. (2 godz.)	1. Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie.	Wiadomości: <ul style="list-style-type: none">- zna określenie potęgi o wykładniku rzeczywistym,- zna i rozumie twierdzenia dotyczące pierwiastków i potęg o wykładniku wymiernym, Umiejętności: <ul style="list-style-type: none">- wykonuje działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym,- stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań, (♣) Postawy: <ul style="list-style-type: none">- prowadzi rozumowanie typu matematycznego,- wnikliwie analizuje problem. (♣)
Funkcja wykładnicza (3 godz.)	1. Funkcja wykładnicza i jej własności. 2. Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym. (♣)	Wiadomości: <ul style="list-style-type: none">- zna definicję i własności funkcji wykładniczej, Umiejętności: <ul style="list-style-type: none">- odróżnia funkcję wykładniczą do innych funkcji,- sporządza wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw,- przekształca wykresy funkcji wykładniczych,- opisuje własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów,- rozwiązuje zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym (♣) Postawy: <ul style="list-style-type: none">- prowadzi rozumowanie typu matematycznego,- dba o staranność i dokładność wykonanych wykresów funkcji.
Równania wykładnicze. (2 godz.)	1. Proste równania wykładnicze.	Wiadomości: <ul style="list-style-type: none">- zna i rozumie algorytm rozwiązywania równań wykładniczych, Umiejętności:

		<ul style="list-style-type: none"> - rozwiązuje proste równania wykładnicze, - rozwiązuje zadania schematyczne, - stosuje własności działań na potęgach, <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none"> - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - ocenia poprawność rozwiązania zadania. (♣)
Logarytm. (2 godz.)	1. Logarytm – powtórzenie wiadomości.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna i rozumie definicję logarytmu liczby, - zna twierdzenia dotyczące logarytmów, <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza logarytm liczby dodatniej, - stosuje własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań, <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none"> - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - wnikliwie analizuje problem. (♣)

II. Elementy kombinatoryki

Zliczanie obiektów. (3 godz.)	1. Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych. 2. Zasada mnożenia. 3. Drzewa stochastyczne.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna i rozumie zasadę mnożenia, - zna i rozumie zasadę konstruowania oraz obliczania prawdopodobieństwa za pomocą drzewa stochastycznego, <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych, - stosuje zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań, - rozwiązuje pewne zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa stochastycznego, - posługuje się liczbami i działaniami do modelowania stosunków wielkościowych, <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none"> - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - wytrwale poszukuje informacji, - dostrzega sprzeczne informacje lub błędy w rozumowaniach,
Permutacje (1 godz.)	1. Definicja silni. Określenie permutacji zbioru.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna i rozumie symbol $n!$, - zna i rozumie permutacji <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje symbol silni, oblicza liczbę permutacji zbioru.
Wariacje (2 godz.)	1. Wariacje bez powtórzeń. 2. Wariacje z powtórzeniami.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna i rozumie wariacje bez powtórzeń i z powtórzeniami, - zna wzory na obliczanie wariacji, <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń, <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none"> - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - posługuje się kalkulatorem w celu usprawnienia obliczeń.
Kombinacje (2 godz.)	1. Symbol Newtona $\binom{n}{k}$ 2. Kombinacje zbioru bez powtórzeń.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna i rozumie kombinacje bez powtórzeń, - zna Symbol Newtona, <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza liczbę kombinacji zbioru, <p>Postawy:</p> <ul style="list-style-type: none"> - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - posługuje się kalkulatorem w celu usprawnienia obliczeń.



III. Rachunek prawdopodobieństwa

Zdarzenia (2 godz.)	1. Doświadczenia losowe, zdarzenia elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, zdarzenie. 2. Działania na zdarzeniach losowych.	Wiadomości: - zna określenie zdarzenia elementarnego, losowego, niemożliwego, pewnego - zna i rozumie określenia działań na zdarzeniach losowych, Umiejętności: - określa zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i oblicza jego moc, - wyznacza liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu, - wykonuje działania na zdarzeniach, Postawy: - wykazuje dociekliwość poznawczą, - prowadzi rozumowanie typu matematycznego.
Pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności. (2 godz.)	1. Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa. 2. Własności prawdopodobieństwa.	Wiadomości: - zna określenie i własności prawdopodobieństwa, - zna i rozumie określenia działań na zdarzeniach losowych, Umiejętności: - stosuje własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań.
Zdarzenia jednakowo prawdopodobne (5 godz.)	1. „Klasyczna definicja prawdopodobieństwa”. 2. Obliczanie prawdopodobieństwa za pomocą drzewa.	Wiadomości: - zna definicję klasyczną prawdopodobieństwa, - zna i rozumie określenia działań na zdarzeniach losowych, - rozumie, że algorytm to niezawodny przepis postępowania, (♣) Umiejętności: - oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”, - wykorzystuje sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń o obliczania prawdopodobieństwa, - oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa stochastycznego, - rozwiązuje zadania schematyczne (♣) Postawy: - dostrzega sprzeczne informacje lub błędy w rozumowaniach. (♣)

IV. Elementy statystyki opisowej

Prezentacja danych statystycznych (2 godz.)	1. Dane statystyczne i ich klasyfikacja.	Wiadomości: - zna podstawowe pojęcia ze statystyki opisowej, Umiejętności: - odczytuje i interpretuje dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów, - przedstawia dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów, - porównuje i określa zależność między odczytanymi danymi (♣) Postawy: - wytrwale poszukuje informacji, weryfikuje zgromadzone dane; (♣)
Elementy statystyki matematycznej	1. Średnia z próby (arytmetyczna, ważona). 2. Mediana z próby.	Wiadomości: - zna podstawowe pojęcia ze statystyki opisowej, Umiejętności: - oblicza średnią arytmetyczną, ważoną, medianę,



(5 godz.)	3. Odchylenie standardowe z próby	wariancję i odchylenie standardowe z próby, - interpretuje wymienione wyżej parametry statystyczne, - przeprowadza analizę ilościową przedstawionych danych, (♣) Postawy: - prowadzi rozumowanie typu matematycznego, - stosuje posiadaną wiedzę w sytuacjach praktycznych, - posługuje się kalkulatorem w celu usprawnienia obliczeń.
-----------	-----------------------------------	--

V. Powtórzenie wiadomości przed egzaminem maturalnym

Usystematyzowanie wiadomości nabytych podczas całego okresu nauczania w szkole. (16 godz.)	1. Rozwiązywanie zadań z arkuszy egzaminacyjnych. 2. Rozwiązywanie zadań związanych z zawodem (arkusze z części pisemnej z egzaminu z przygotowania zawodowego). (♣),(▼)	Wiadomości: - wskaże sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej, (♣) Umiejętności: - stosuje wiadomości i umiejętności nabyte w czasie całego cyklu kształcenia do rozwiązywania problemów teoretycznych i praktycznych, (♣),(▼) - wykorzystuje nabyte umiejętności w rozwiązywaniu zadań z różnych działów matematyki (rozwiązuje arkusze maturalne), - kojarzy zwroty języka naturalnego z odpowiednimi terminami matematycznymi, czynności konkretne z operacjami abstrakcyjnymi, wielkości z liczbami (♣),(▼)
--	---	--



5. Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych (metody pracy, scenariusze lekcji, formy pracy)

Procedury osiągnięcia celów odpowiadają na pytanie, jak skutecznie organizować proces nauczania i uczenia się. Nikogo zatem nie trzeba przekonywać, że rozwijanie umiejętności matematycznych wpływa na rozwój intelektualny człowieka. Matematyka uczy logicznego myślenia i wnioskowania. Uczeń nabywa umiejętności precyzyjnego wysławiania się, co pomaga mu w komunikowaniu się z innymi.

Zanim przystąpię do realizacji opracowanego programu kształtowania kluczowych kompetencji matematycznych muszę zapoznać się dokładnie z poziomem wiadomości i umiejętności uczniów, którzy zostali przyjęci do pierwszej klasy technikum w zawodzie technik budownictwa. Jestem przekonana, że klasa o takim profilu kształcenia powstanie, gdyż w czasie wstępnej rekrutacji elektronicznej, 72 uczniów kończących naukę w gimnazjum, wybrało w ZSZ nr1 w Dębicy technikum budowlane jako szkołę pierwszej preferencji. Rozpoznaniu poziomu osiągnięć matematycznych nowoprzyjętych uczniów będzie służyć diagnoza wstępna, którą planuję przeprowadzić już w drugim tygodniu września 2009 r. Wyniki tej diagnozy będą miały decydujący wpływ na ostateczny kształt zaplanowanych działań matematycznych w tej klasie. Jeżeli okaże się, że uczniowie pierwszej klasy technikum budowlanego mają duże zaległości w opanowaniu podstawowych wiadomości i umiejętności wymaganych na poziomie gimnazjalnym, będę zmuszona do wprowadzenia niezbędnej korekty opracowanego materiału nauczania z rozpisaniem na poszczególne działy oraz przeprowadzenia działań naprawczych. Z wynikami diagnozy i założeniami programu autorskiego zapoznam zarówno uczniów jak i rodziców (na pierwszym spotkaniu ok. 20 września). Na zebraniu tym przedstawię rodzicom także wymagania edukacyjne i zasady oceniania z matematyki.

Edukację matematyczną w technikum budowlanym rozpocznę od elementów logiki matematycznej. Wprawdzie treści te nie występują w *Podstawie programowej* i *Standardach wymagań maturalnych* dla poziomu podstawowego, ale realizacja tej tematyki pozwoli na zrozumienie budowy definicji i twierdzenia (założenie, teza) oraz umożliwi kształcenie umiejętności logicznego wnioskowania. Wprowadzenie precyzyjnego zapisu matematycznego (np. kwantyfikatorów, symboli i spójników logicznych) powinno – moim zdaniem – wpłynąć na kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi. Jest to niezmiernie ważne w rozwijaniu MKKE (W1, U2, P1, P3).

Program nauczania matematyki ma charakter spiralny; uczniowie w gimnazjum poznali wiele terminów i pojęć matematycznych, a w szkole ponadgimnazjalnej mają ponownie okazję spotkać się z tymi samymi pojęciami na wyższym „poziomie wtajemniczenia”. Poznają również nowe wiadomości, które będą w przyszłości stosować do rozwiązywania zadań. Rozumienie terminów i pojęć matematycznych (W1) jest jednym z zasadniczych elementów MKKE. Nowe terminy matematyczne będę wprowadzać w oparciu o podręczniki z „Oficyny Wydawniczej * Krzysztof Pazdro”, dając uczniom możliwość nabywania umiejętności korzystania z tekstu

matematycznego i równocześnie ćwicząc tzw. „czytanie ze zrozumieniem” – niezmiernie istotne w nowej maturze i w czasie egzaminu z przygotowania zawodowego. Umiejętność korzystania z tekstu matematycznego jest jedną z kluczowych kompetencji, a jej nabycie warunkuje możliwość skutecznego uczenia się nie tylko w szkole, ale także w działalności pozaszkolnej oraz uczenia się przez całe życie. Tymczasem badania poziomu rozumienia czytanych tekstów, a zwłaszcza takich, w których znajdują się diagramy, tabele z danymi, wykresy, dostarczają bardzo niepokojących informacji. Praca z tekstem matematycznym będzie wymagać znajomości elementów języka matematyki, jego składni i semantyki. Dbłość o poprawność terminologiczną i prawidłowe zapisy symboliczne umożliwi właściwe porozumiewanie się z nauczycielem oraz z pozostałymi uczniami, odczytanie treści zadania tekstowego, zbudowanie modelu matematycznego, przedstawienia rozumowania, rozwiązania zadania lub przeprowadzenia dowodu (W1, U2, U3, U4, P2).

We współczesnym świecie – również na przedmiotach zawodowych – niezbędna jest umiejętność posługiwania się różnymi schematami, wykresami i diagramami. Kształtowanie tej umiejętności będzie miało miejsce przede wszystkim w czasie omawiania zbiorów, elementów statystyki, rachunku prawdopodobieństwa, własności funkcji. Na tych lekcjach uczeń będzie miał okazję nabyć umiejętność zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji (W4, W5, U1, P3). Lekcje rachunku prawdopodobieństwa ułatwią uczniowi dokonania wyboru strategii w przypadkach doświadczeń losowych (np. gry losowe) (W5, U1, P2).

Przygotowaniu do realizowania programu przedmiotów zawodowych z branży budowlanej będzie służyć wprowadzenie już w klasie pierwszej funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, elementów rachunku wektorowego (w ujęciu syntetycznym i analitycznym). Niezmiernie ważna dla realizacji MKKE będzie również praca nad podniesieniem sprawności rachunkowej (W2). Służyć temu będą właściwie dobrane zadania i ćwiczenia ze „Zbioru zadań” oraz z arkuszy egzaminacyjnych. Rozwiązywanie dużej liczby zadań zamkniętych powinno zapewnić lepsze przygotowanie uczniów do czekającego ich w przyszłości obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki. Zadania zamknięte są dużo łatwiejsze niż zadania otwarte, a przypominam, że do naszej szkoły przychodzą często uczniowie z dość niskimi wynikami egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej. Diagnoza wstępna dostarczy zapewne informacji, jaki jest poziom sprawności rachunkowej uczniów. Jeżeli się okaże, że spora grupa pierwszoklasistów będzie mieć „problemy z liczeniem”, będę zmuszona zorganizować i przeprowadzić również działania naprawcze. Na pewno takich działań z mojej strony będą oczekiwać nauczyciele przedmiotów pokrewnych (fizyka, chemia) i przedmiotów zawodowych budowlanych oraz rodzice.

8.1. Metody nauczania

Na osiągnięcia edukacyjne uczniów i efekty nauczania matematyki ogromny wpływ mają zastosowane przez nauczyciela metody, czyli sposoby kierowania uczeniem się i formy pracy z uczniem. Nie ma najlepszej, uniwersalnej metody nauczania matematyki, która zapewniłaby jak największą skuteczność. Będę się starać dostosować znane mi metody nauczania matematyki do potrzeb swoich uczniów (w zależności od ich poziomu intelektualnego, zaangażowania i możliwości technicznych). Każda z metod nauczania daje okazję do wzbogacania zakresu wiedzy, kształtowania i doskonalenia umiejętności oraz postaw składających się na

kompetencje kluczowe. Wybór metody będzie także uzależniony od charakteru realizowanych treści kształcenia, rodzaju czynności, które powinny być opanowane przez uczniów oraz wyposażenia dydaktycznego pracowni matematycznej.

Na lekcjach matematyki będą stosować zarówno metody twórcze jak i odtwórcze:

- ◆ **wykład problemowy ilustrowany** (prezentacja wzorów analitycznego i syntetycznego myślenia nauczyciela, prezentacja wzorcowych sposobów rozwiązań zadań, powiązana z wizualizacją, z możliwością zadawania przez uczniów pytań). Metodę tę będą stosować również przy wprowadzaniu nowych pojęć (W1). Uczniowie sporządzając notatki, zapamiętują fakty, zdobywają wiedzę i umiejętności poprzez naśladowanie; metoda bardzo ważna z punktu widzenia dalszej nauki – bardzo popularna na uczelniach wyższych (U2).
- ◆ **pogadanka** (w tej metodzie nauczyciel kieruje rozmową, prowadzi umiejętnie dyskusję i porządkuje jej przebieg; poprzez zadawane pytania naprowadza uczniów na prawidłowe odpowiedzi, rozjaśnia wątpliwości, rozstrzyga spory). Uczniowie formułują spostrzeżenia, wymieniają się doświadczeniami, argumentują i wyciągają wnioski. Pogadanka będzie sprzyjać realizacji MKKE (W1, U1).
- ◆ **dyskusja** – rozwija umiejętność komunikowania się, dobierania argumentów, wypowiadania swoich sądów, umiejętność podejmowania decyzji. Metoda jest szczególnie skuteczna przy ustalaniu planu rozwiązania zadania lub problemu (U1, P2, P3).
- ◆ **ćwiczenia** - wyzwalają aktywność odtwórczą i twórczą uczniów w sytuacji odpowiednio dobranych i uporządkowanych zadań do rozwiązania przez uczniów. Metoda pozwala dostrzec różnorodne zastosowania nabywanej wiedzy i budować przekonanie o jej użyteczności; służy doskonaleniu umiejętności (W2), konstruowaniu lub odkrywaniu nowych informacji (W3, U3, U4).
- ◆ **praca z tekstem** – rozwija aktywność twórczą, samodzielność i wytrwałość w zdobywaniu nowej wiedzy, rozwija krytyczne myślenie, wdraża do samokształcenia (U3, U4).
- ◆ **obserwacja** – gromadzenie spostrzeżeń i obserwacji nt. obiektów matematycznych (W3, W4, U3, U1). Metoda ta będzie wykorzystywana przede wszystkim w czasie prezentacji zadań związanych z przyszłym zawodem przygotowywanych samodzielnie przez uczniów w domu. Uczniowie raz w miesiącu będą przedstawiać na forum klasy wyniki swej pracy, wykonanej przy pomocy komputera ewentualnie kalkulatora graficznego.
- ◆ **projekt badawczy** – pozwala na opanowanie metod poznania wykraczających poza program kształcenia szkolnego; będzie adresowany tylko do wybranych uczniów (szczególnie uzdolnionych matematycznie – o ile tacy znajdą się w nowej klasie). Samodzielne zdobywanie dodatkowych wiadomości i umiejętności służy rozwijaniu MKKE (W4, W5, P1, P2, P3).
- ◆ **portfolio** – gromadzenie dodatkowych prac wykonanych w dłuższym okresie czasu indywidualnie. Metoda pozwala śledzić przebieg uczenia się, postępy, twórczość i zaangażowanie się uczniów. Portfolio to teczka, w której gromadzi się nadobowiązkowe prace uczniów, które służą większej indywidualizacji procesu nauczania. Prace te sprzyjają również rozwijaniu samodzielności oraz pozwalają na zróżnicowanie wymagań wobec poszczególnych uczniów. Oceniając prace zgromadzone w portfolio mogą także określić czy nastąpił przyrost wiedzy i umiejętności ucznia. Metodę będą stosować nie tylko do rozwiązywania pojedynczych problemów, ale będą to również arkusze

z zestawem zadań podsumowujących większe partie materiału np. zadań przygotowujących do zadania klasowego na koniec działu. Ocena prac zgromadzonych w portfolio nie powinna być negatywna (praca wykonana błędnie może być pominięta w ocenie końcowej). Systematyczne stosowanie tej metody powinno wpłynąć na większą motywację uczniów do umiejętnego uczenia się matematyki.

Projekt edukacyjny w nauczaniu matematyki

Projekt edukacyjny jest metodą nauczania, która kształtuje wiele umiejętności oraz służy integracji wiedzy z różnych dziedzin. Ze względu na tematykę pracy, projekt może:

- ◆ być badawczy, czyli polegający na zebraniu i usystematyzowaniu informacji,
- ◆ dotyczyć działania lokalnego, które jest przedsięwzięciem konkretnym na rzecz własnego środowiska, np. szkoły,
- ◆ dotyczyć działania związanego z zawodem.

Planuję zastosować metodę projektu wspólnie z nauczycielami przedmiotów zawodowych budowlanych (wybrany temat zadania będzie odpowiednio sformułowany w kategoriach matematycznych i praktycznych począwszy od klasy drugiej). Projekt będzie cyklem dobrze zaplanowanych działań uczniów zarówno w grupach jak i zespołach lub indywidualnie. Prezentacja pracy projektowej będzie odbywać się na wspólnym zebraniu zespołu nauczycieli matematyki i przedmiotów budowlanych.

Wdrożenie do praktyki szkolnej prac długoterminowych (projektów) pozwala uczniowi na rozwinięcie i zaprezentowanie następujących umiejętności:

- ◆ **komunikowania się** – uczniowie są zachęceni do komunikowania się między sobą oraz z nauczycielami i innymi osobami (w formie pisemnej lub ustnej)
- ◆ **korzystania z informacji** – wyszukiwanie informacji w różnorodnych źródłach, ich dobór, selekcja i wykorzystanie,
- ◆ **negocjowania** – umiejętność rozwijana w kontaktach z innymi uczniami w zespole, z nauczycielem, przedstawicielami życia gospodarczego i różnych instytucji,
- ◆ **pracy w zespole** – uczniowie są zachęceni do budowania zespołów i podejmowania w nich różnych zadań,
- ◆ **radzenia sobie w sytuacjach nowych i nietypowych** – przenoszenie dotychczasowych doświadczeń, wiedzy i umiejętności do nowych zastosowań,
- ◆ **rozwiązywania problemów** – poszukiwania rozwiązań problemów z wykorzystaniem różnych technik,
- ◆ **twórczego myślenia** – przełamywanie barier i stereotypów, poszukiwanie oryginalnych rozwiązań,
- ◆ **prezentowania własnej pracy i obrona swojego zdania** – wykorzystanie różnych technik przygotowania i przeprowadzenia prezentacji oraz udział w dyskusji (np. wykorzystania programów komputerowych do przygotowania prezentacji multimedialnej).

Wymienione umiejętności są bardzo istotne w kształtowaniu kluczowych umiejętności matematycznych, sprzyjają: indywidualizacji procesu nauczania, podejmowaniu dodatkowych prac zarówno przez ucznia jak i nauczyciela. Służą większej motywacji do samodzielnego uczenia się.

Wyróżniamy następujące etapy projektu:

1. Wybór przez nauczyciela zagadnień do realizacji metodą projektów.
2. Wprowadzenie uczniów w zagadnienie.
3. Dobór grup do realizacji zadań metodą projektów.



4. Przygotowanie opisu projektu – zawarcie kontraktu.
5. Planowanie pracy w zespole.
6. Realizacja prac projektowych (prezentacja wykonanych projektów)
7. Ocena projektu.

Uczniowie będą poinformowani o ciągłym monitorowaniu ich pracy i ocenianiu podczas realizacji projektu, przy czym formalne oceny zostaną wystawione po zakończeniu wszystkich prac. Na ocenę końcową będą się składać oceny cząstkowe (punkty) otrzymane przez grupę tj.:

- ◆ za pracę podczas wykonywania projektu,
- ◆ za sprawozdanie z projektu,
- ◆ za prezentację projektu.

8.2 Formy pracy

Z wyborem metod nauczania ściśle wiąże się odpowiedni dobór form pracy. Wśród form, które będą stosować znajdują się:

- a) **praca z całą grupą** (zaangażowanie całej społeczności klasowej w rozwiązywanie problemów sformułowanych przez nauczyciela);
- b) **praca w grupach** (podział klasy na kilkusobowe zespoły i przydzielenie im problemu do rozwiązania). Taka organizacja nauczania uczy organizacji pracy, podziału obowiązków pomiędzy członkami grupy, odpowiedzialności za powierzone zadania oraz komunikacji między członkami grupy. Ma duże walory kształcące i wychowawcze.
- c) **praca indywidualna** (każdy uczeń pracuje samodzielnie pod kierunkiem nauczyciela lub samodzielnie. Praca indywidualna pozwala uczniowi na samodzielne poszukiwanie odpowiedzi na postawione pytania, zmusza do własnych przemyśleń, zastanowienia się nad problemem i sposobem jego rozwiązania, a także nad kształceniem umiejętności uczenia się. Ponadto uczeń pracuje we właściwym dla siebie tempie.

Kształcenie matematyczne wyznaczone przez założone cele i zadania edukacyjne, ma przede wszystkim wspierać ucznia w samodzielnym rozwijaniu wiedzy, rozwijać jego zainteresowania tak, aby odkrywanie i operowanie posiadaną wiedzą stało się o wiele ważniejsze od myślenia odtwórczego i biernego uczenia się na pamięć. Nauczanie matematyki powinno aktywizować ucznia, aby samodzielnie starał się rozwiązywać problemy, spostrzegł pewne prawidłowości, poszukiwał algorytmów, budował modele matematyczne, projektował i wykonywał obliczenia, a przede wszystkim myślał logicznie.

Rola nauczyciela w takim modelu nauczania to głównie organizacja pracy uczniów, ich właściwe ukierunkowanie i zmotywowanie oraz zachęcanie do samodzielnego odkrywania algorytmów i twierdzeń. Aby ten proces był efektywny i skuteczny należy w odpowiedni sposób zadbać o atmosferę pracy na lekcji oraz stosować metody i techniki nastawione na aktywizację uczniów.

Odpowiedni klimat pomoże mi stworzyć:

- dobra i sprawna organizacja zajęć, bez niepotrzebnego marnowania czasu, w sytuacjach problemowych szybkie i konkretne podejmowanie decyzji przez nauczyciela,
- przyznanie uczniom prawa do zadawania pytań oraz wymagania jasnych i precyzyjnych odpowiedzi.

8.3 Zasady nauczania

W niniejszym programie zastosuję następujące zasady dydaktyczne:

- **zasada przystępności nauczania** – polegająca na dostosowaniu programu nauczania matematyki do możliwości uczniów. Zasadę tę będę realizować poprzez:
 - a) stopniowanie trudności, czyli przechodzenie od rzeczy łatwych do trudnych, od najprostszych zadań do bardziej złożonych, od tego co jest ogólne do tego, co szczegółowe i odwrotnie;
 - b) indywidualizację nauczania;
 - c) stosowanie wiadomości teoretycznych do rozwiązywania problemu;
- **zasada pogłębienia** – poznawanie przez obserwację, wizualizację materiału nauczania z wykorzystaniem technik informacyjnych (plansz, modeli, komputerów, foliogramów);
- **zasada problemowości** – rozwiązywanie problemów zawartych w zadaniach otwartych
- **zasada trwałości wiedzy** – stopniowanie pogłębienia i poszerzania materiału nauczania poprzez powtarzanie i utrwalanie, nawiązywanie do poprzednich tematów lekcji;
- **zasada świadomego i aktywnego udziału** uczniów w procesie kształcenia poprzez świadomy udział w procesie projektowania rozwiązań problemów matematycznych oraz wyboru racjonalnej drogi rozumowania.

Stosowanie różnorodnych aktywizujących metod i technik pracy z uczniem na zajęciach edukacyjnych, a także wytworzenie przyjaznej atmosfery stymulującej aktywizację mózgu rozwija:

- a) kreatywność uczniów, samodzielne odkrywanie i formułowanie nowych tez oraz sztukę logicznego myślenia,
- b) umiejętność dostrzegania związków między obiektami matematycznymi,
- c) umiejętność stosowania wiedzy matematycznej w życiu codziennym,
- d) poczucie własnej wartości u uczniów,
- e) pozytywne emocje sprzyjające kształceniu kluczowych kompetencji.

Warto również zwrócić uwagę na fakt, że zdolności ucznia rozwijają się dzięki pracy intelektualnej. Jeśli uczeń nie pracuje, zanikają u niego nawet przeciętne zdolności. Nie należy „szufladkować” uczniów według poziomu umiejętności, lecz stwarzać im okazję do przezwycięzania własnych trudności i przyswajania coraz większych kompetencji, które w konsekwencji przyczynią się do rozwijania ich zdolności. Bardzo duże znaczenie będzie miało właściwe zmotywowanie uczniów do wytrwałej i systematycznej pracy, bo tylko takie działania są gwarantem sukcesów ucznia w szkole oraz na egzaminach i olimpiadach.

8.4 Motywacja w uczeniu się i nauczaniu matematyki

Motywacja bywa różnie określana. Jest to pojęcie abstrakcyjne, niełatwe do zdefiniowania. Nie da się obserwować motywacji, gdyż powstaje ona „wewnątrz” człowieka. Motywacja jest to ogół bodźców powodujących gotowość uczniów do uczenia się. W procesie uczenia się – nauczania ogromną rolę pełni postawa ucznia wobec poznawanych treści. Chętniej podejmuje on wysiłek, gdy widzi cel pracy, wie po co się uczy i gdzie będzie mógł wykorzystać wiadomości. Jego dążenie do wiedzy mogą wytyczać pewne wewnętrzne lub zewnętrzne cele. Takimi wewnętrznymi celami mogą być zarówno poznanie i zrozumienie nowych treści, umiejętność rozwiązywania zadań,

rozwiązanie zadań „na wyścigi” kto pierwszy, jak też chęć imponowania otoczeniu. Zewnętrznymi zaś np. nakaz rodziców, strach, dobra ocena, pochwała.

Można wyróżnić kilka grup uczniów:

- ◆ Tych, którzy chcą rozwinąć swoje umiejętności; ich bardziej pobudza prowokacja (np. rozwiązywanie dodatkowych zadań „dla chętnych”) niż wykonywanie prac obowiązkowych;
- ◆ Uczniowie ciekawi intelektualnie; ich interesują przede wszystkim zadania nietypowe;
- ◆ Uczniowie pragnący być niezależni w stawianiu „własnych” problemów do rozwiązania; oni potrafią dostrzegać nowe problemy, stawiać własne pytania i szukać na nie odpowiedzi;
- ◆ Uczniowie reagujący zgodnie z poczuciem własnej wartości; umiejętność rozwiązywania zadań wpływa na podniesienie ich poczucia wartości.

Wbrew głośzonym od dawna zasadom dydaktyki ogólnej, dominująca wciąż w praktyce szkolnej motywacja uczenia się oparta jest na formalnym przymusie i ocenie wystawianej przez nauczyciela, a w starszych klasach na ambicji przejścia do szkoły wyższego stopnia. Dzieci i młodzież znacznie chętniej chwala się dobrymi ocenami, niż relacjonują prawdziwe osiągnięcia, odkrycia czy napotkane i nie rozwiązane problemy.

Bodźce, które odbiera uczeń możemy podzielić na dwie grupy. Do pierwszej zaliczymy te, które ukażą atrakcyjność problemu, pobudzą zainteresowanie i sprowokują do działania. Myślimy wówczas o motywacji wewnętrznej wynikającej z samej matematyki, ciekawości uczniów i chęci poznania czegoś nowego.

Do drugiej zaliczamy bodźce i sytuacje, w których dla rozwiązania zadania, zdobycia wiedzy lub wykorzystanie poznanych wiadomości potrzeba zachęty, prowokacji do działania. Mogą to być pochwała, dobra ocena, zadowolenie nauczyciela i rodziców, obawa strach, przymus. Mamy tutaj do czynienia z motywacją zewnętrzną, narzuconą uczniowi.

Techniki motywacji stosowane w uczeniu się matematyki:

- ◆ wywołanie konfliktu poznawczego (np. ukazanie luki w wiadomościach, prowokacja, logiczna kolejność uczenia się);
- ◆ praktyczne wykorzystanie wiadomości (nauczyciel powinien pokazać uczniom użyteczność wiedzy, przekonać ich, że matematyka pozwala rozwiązywać zadania pozamatematyczne; nauczyciel nie może tylko mówić o użyteczności matematyki, ale musi pokazać jej zastosowanie np. na przedmiotach zawodowych, w czasie praktyki zawodowej itp);
- ◆ zaciekawienie matematyką (zajmowanie się interesującą matematyką, fascynacje matematycznymi osobliwościami – fraktale, tangramy, matematyczne programy komputerowe);
- ◆ motywacje wynikające z ciekawości uczniów (np. opowiadania z historii matematyki, wykorzystanie materiałów opracowanych przez uczniów w postaci referatów).

Zasady, którymi warto się kierować przy motywowaniu uczniów w klasie:

- Motywacja nie powinna być ani zbyt trudna, ani zbyt łatwa dla ucznia; musi być interesująca.
- Motywacja może być krótkim wprowadzeniem do danego zagadnienia.
- Techniki motywacji stosowane przez nauczyciela w klasie powinny być ukierunkowane na potrzeby większości uczniów.



- Nauczyciel powinien stale wzmacniać istniejące już motywy uczenia się dzieci.
- Uczenie się matematyki ze względu na specyfikę jej przedmiotu, metody i język wymaga użycia bardzo przemyślanego zestawu technik i środków motywacji.

6. Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycje metod ich oceny

Jednym z najtrudniejszych zadań stojących przed nauczycielem jest sprawdzanie i ocenianie osiągnięć uczniów. Jego prawidłowa realizacja jest niezbędna zarówno dla ucznia jak i nauczyciela. Ocena potwierdza lub neguje samoocenę ucznia (a zatem uczy dokonywania właściwej samooceny); ponadto jest ważnym sygnałem do uzupełnienia niedociągnięć, motywuje do dalszego kształcenia oraz rozwijania własnych uzdolnień i zainteresowań. Natomiast nauczycielowi dostarcza informacji o poprawności stosowanych metod nauczania, właściwym dostosowaniu tempa realizacji programu do możliwości percepcyjnych oraz stopniu osiągnięcia zamierzonych celów edukacyjnych. Dzięki częstej ocenie również rodzice ucznia są na bieżąco informowani o osiągniętych przez niego wynikach.

Przedmiotem oceny nie może być więc relacja między wiedzą ucznia a nauczyciela, lecz postępy ucznia w procesie kształcenia. W związku z tym na lekcjach matematyki będę oceniać następujące obszary działalności ucznia:

- ◆ **wiadomości** określone celami operacyjnymi w wymaganiach programowych oraz w kryteriach oceniania w zakresie obowiązkowych treści programowych (rozpisane dokładnie w rozdziale 8 niniejszego programu)
- ◆ **umiejętności** w zakresie:
 - przewidzianym przez *Podstawę programową, Standardy wymagań maturalnych* oraz autorski program kształtowania kluczowych kompetencji w matematyce;
 - stosowania definicji, twierdzeń, algorytmów postępowania przy rozwiązywaniu standardowych zadań;
 - posługiwania się językiem matematycznym na odpowiednim etapie ścisłości;
 - stosowania symboli matematycznych;
 - korzystania z tekstu matematycznego;
 - stosowania swoich wiadomości i umiejętności matematycznych w rozwiązywaniu zadań i problemów z dziedziny budowlanej.
- ◆ **postawy**, a w szczególności:
 - przejawianie szacunku dla prawdy;
 - dążenie do szukania przyczyn;
 - ocenianie zasadności wnioskowania i działań,
 - pozytywna zmiana w zachowaniu ucznia, w jego poglądach, działaniach w szkole i w środowisku;
 - kultura przekazywania wiadomości,
 - dzielenie się swoją wiedzą z kolegami (pomoc koleżeńska);
 - podejmowanie się dodatkowych prac i zobowiązań.
- ◆ **aktywności**, a w szczególności:
 - uczestniczenie w toku lekcji;
 - udział w pracach pozalekcyjnych, konkursach, olimpiadach przedmiotowych (np. Podkarpacki Konkurs Matematyczny, Olimpiada Wiedzy i Umiejętności Budowlanych);
 - umiejętność pracy w grupach;

- opracowanie i wykonanie pomocy dydaktycznych, wykonanie projektu, prezentacji multimedialnych, zbioru zadań związanych z przyszłym zawodem
- przygotowanie i wygłoszenie referatu.

9.1. Poziomy wymagań edukacyjnych

1. Wymagania konieczne (ich spełnienie uprawnia ucznia do otrzymania oceny dopuszczającej).

Obejmują treści:

- opanowane przy niewielkim nakładzie pracy,
- najłatwiejsze,
- najczęściej stosowane,
- nie wymagające większych modyfikacji,
- niezbędne do dalszego uczenia się,
- podstawowe,
- mające zastosowania praktyczne.

2. Wymagania podstawowe (ich spełnienie uprawnia ucznia do otrzymania oceny dostatecznej).

Obejmują treści:

- najbardziej przystępne,
- stosunkowo łatwe do opanowania,
- najpewniejsze naukowo i najbardziej niezawodne,
- całkowicie niezbędne na dalszym etapie kształcenia,
- bezpośrednio użyteczne w życiu pozaszkolnym i ewentualnej pracy zawodowej.

3. Wymagania rozszerzające (spełnienie wymagań podstawowych i rozszerzających uprawnia ucznia do uzyskania oceny dobrej).

Obejmują treści:

- umiarkowanie przystępne,
- bardziej złożone i mniej typowe,
- w pewnym stopniu hipotetyczne,
- przydatne, ale nie niezbędne na dalszym etapie kształcenia,
- niezbędne na wyższym etapie kształcenia,
- pośrednio użyteczne w życiu pozaszkolnym i ewentualnej pracy zawodowej ucznia.

4. Wymagania dopełniające (spełnienie wymagań podstawowych, rozszerzających i dopełniających, a więc łącznie pełny zakres wymagań programowych, uprawnia ucznia do otrzymania oceny bardzo dobrej).

Obejmują treści:

- trudne do opanowania,
- złożone i nietypowe,
- występujące w wielu równoległych ujęciach,
- wyspecjalizowane,
- o trudno przewidywalnym zastosowaniu,
- nie wykazujące bezpośredniej użyteczności w pozaszkolnej działalności ucznia.

5. Wymagania wykraczające (spełnienie wymagań programowych oraz uzyskanie osiągnięć wykraczających uprawnia ucznia do otrzymania oceny celującej).

Obejmują wiadomości i umiejętności:



- wykraczające ponad dany szczebel dziedziny,
- wymagające dowodzenia lub budowania złożonych modeli matematycznych,
- szczególnie złożone i oryginalne,
- wąsko specjalistyczne,
- pozbawione bezpośredniej użyteczności w toku kształcenia,
- pozbawione bezpośredniej użyteczności w pozaszkolnej działalności ucznia.

9.2. Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia

Ocenę **dopuszczającą** otrzyma uczeń, który:

- intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Ocenę **dostateczną** otrzyma uczeń, który:

- podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- podaje treść twierdzeń, wskaże założenie i tezę, zilustruje twierdzenie za pomocą przykładu, zastosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- potrafi wyróżnić w tekście definicje i twierdzenia;
- zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- umie korzystać z kalkulatora;
- zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji (potrafi rozwiązać tzw. zadanie uczące);
- samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Ocenę **dobrą** otrzyma uczeń, który:

- potrafi podać definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;

- rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Ocenę **bardzo dobrą** otrzyma uczeń, który:

- zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- stosuje nowe twierdzenia;
- ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);
- zna dowody twierdzeń objętych programem;
- rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych;

Ocenę **celującą** otrzyma uczeń, który:

- analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

9.3. Sposoby sprawdzania osiągnięć edukacyjnych z matematyki w klasie technik budownictwa

Jak już wcześniej wspomniałam na lekcjach matematyki oceniać będę nie tylko wiadomości i umiejętności zdobyte przez uczniów, ale również ich postawy i zaangażowanie w zdobywanie wiedzy. Chciałabym, aby ocena była rzetelna i obiektywna oraz dokonywana w miarę szybko – tuż po sprawdzeniu wiadomości lub umiejętności – tak by uczeń i jego rodzice otrzymali informacje zwrotne o czynionych przez niego postępach lub ewentualnych zaległościach, które należy niezwłocznie uzupełnić.

System oceniania w klasie technikum o zawodzie technik budownictwa musi być spójny z przedmiotowym systemem oceniania z matematyki, który opracowałam w 2001 r. Został on zaakceptowany przez Radę Pedagogiczną Zespołu Szkół Zawodowych nr 1 i z małymi zmianami, dokonanymi po jego ewaluacji, obowiązuje nadal. Uczniowie każdej pierwszej klasy naszej szkoły są już na drugiej lekcji matematyki we wrześniu



zapoznawani z zasadami oceniania (omawiam szczegółowo klasyfikowanie śródroczne oraz końcoworoczne; ksero PSO uczniowie wklejają do zeszytu przedmiotowego, a rodzice podpisują się pod nim, że zapoznali się z dokumentem). System oceniania z matematyki jest dla każdego ucznia jasny i przejrzysty. Niejednokrotnie uczniowie samodzielnie obliczają średnią ważoną z ocen otrzymanych w ciągu okresu, a gdy chcą uzyskać wyższą ocenę końcową, podejmują się wykonania dodatkowych zadań.

Osiągnięcia edukacyjne uczniów sprawdzam poprzez ocenianie: prac pisemnych (zadania klasowe, sprawdziany, kartkówki), odpowiedzi ustnych, zadań domowych, zeszytu przedmiotowego, aktywności (referaty, praca w grupach, prace dodatkowe, prezentacje multimedialne, udział w olimpiadach i konkursach przedmiotowych). W celu lepszego przygotowania uczniów do pisania obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki, pod koniec roku szkolnego przeprowadzam sprawdzian pisemny całoroczny składający się z zadań zamkniętych i otwartych. Pragnę w ten sposób uświadomić uczniom, co ich czeka za kilka lat, a także dać im szansę sprawdzenia swoich umiejętności i wyciągnięcia ewentualnych wniosków do pracy w następnej klasie.

Formy sprawdzania osiągnięć edukacyjnych, ich częstotliwość, narzędzia oraz zasady poprawy i informowania o wynikach przedstawia poniższa tabela:

forma	częstotliwość	narzędzia	zasady poprawy	zasady informowania
Sprawdzian pisemny wiadomości i umiejętności (długi 1-2 godz.) ZADANIE KLASOWE	Po każdym dziale tematycznym – zapowiadany z co najmniej tygodniowym wyprzedzeniem.	Zadania otwarte, zamknięte, test lub praca sumująca na koniec działu.	Prace poprawione w ciągu 2 tygodni. Uczeń ma prawo poprawić sprawdzian w ciągu 2 tygodni od rozdania prac.	Prace oddaje się uczniowi do wglądu w czasie omówienia. Rodzice mają prawo do wglądu do pracy, która jest przechowywana u nauczyciela przez cały rok.
Sprawdzian pisemny wiadomości i umiejętności (średniodługi 20-25 min) SPRAWDZIAN	W zależności od potrzeb i liczby uczniów w klasie. Sprawdzian jest zapowiadany w terminie do 1 tygodnia.	Zadania otwarte lub test.	Prace poprawione w ciągu tygodnia. Uczeń ma prawo do poprawienia sprawdzianu w ciągu 1 tygodnia od rozdania prac.	jak wyżej
Sprawdzian pisemny wiadomości i umiejętności (krótka 10-15min) KARTKÓWKA	Sprawdzian obejmuje swoim zakresem treści programowe z 1 – 3 ostatnich lekcji. Sprawdzian nie jest zapowiadany wcześniej.	Zadania otwarte lub test.	Prace poprawione na bieżąco w ciągu 1 tygodnia. Nie ma możliwości poprawiania oceny z pracy przez ucznia.	jak wyżej
Odpowiedź ustna	Bez zapowiadania, w miarę potrzeb toku lekcyjnego z trzech ostatnich lekcji lub chęci ucznia do np. poprawy oceny (co najmniej 1 raz w semestrze)	Odpytanie – odpowiedź ustna na pytania zgodne z wymaganiami na poszczególne stopnie szkolne.	W ciągu tygodnia uczeń ma prawo do zgłoszenia się w celu poprawy oceny.	Bezpośrednio po odpowiedzi z ewentualnymi wskazówkami co do kierunku dalszej pracy. Ocena jawna dla ucznia i rodzica – wpisana do zeszytu przedmiotowego.

Zeszyt przedmiotowy	1 raz w semestrze	długopis	Uzupełnienie brakujących lekcji w ciągu 2 tygodni i ewentualne przedstawienie do ponownej kontroli.	Ocena jawna – wpisana do zeszytu.
Zadanie domowe	W zależności od potrzeb ilościowo na każdej lekcji, jakościowo co najmniej 1 raz w okresie.	Zadania rachunkowe lub problemowe, praca manualna (za jednokrotny brak zadania domowego uczeń otrzymuje „-”).	Wykonanie poprawy pracy domowej w ciągu 1 tygodnia lub rozwiązanie zadań dodatkowych.	Ocena jawna dla ucznia i jego rodzica – wpisana do zeszytu.
Ocena aktywności ucznia na lekcji	W zależności od potrzeb	Dyskusja, referat, praca w grupach, udział w zajęciach pozalekcyjnych, prace dodatkowe, prezentacje zadań związanych z zawodem	5 „+” = ocena bdb 4 „+” = ocena db 3 „+” = ocena dst 3 „-” = ocena ndst	Ocena jawna dla ucznia.

9.4. Ocenianie bieżące, klasyfikacja śródroczna i końcoworoczna

W codziennej praktyce obserwujemy ucznia w wielu sytuacjach; uczeń podejmuje w szkole i poza nią rozmaite działania oraz wykazuje aktywność w różnych obszarach. Przy ocenie osiągnięć ucznia należy uwzględnić: jego zaangażowanie i organizację pracy (np. praca samodzielna i praca w grupach), rodzaj wykonywanej pracy (np. prace pisemne, wypowiedzi ustne, prace badawcze, projekty) oraz rodzaj zadań, które umie rozwiązywać (np. typowe ćwiczenia i zadania, zadania problemowe o różnym stopniu trudności). Gromadzenie informacji o wszystkich obszarach aktywności pozwala trafnie „wystawić stopień”, a także odpowiedzieć na indywidualne potrzeby ucznia i zorganizować mu – w razie potrzeby – pomoc. Jasno sformułowany system wymagań i odpowiednio zaplanowane przez mnie formy sprawdzania wiadomości i umiejętności pozwalają moim uczniom osiągnąć sukces w stopniu ich zadowalającym.

Sposoby przeprowadzania i poprawiania prac pisemnych:

- Prace klasowe są obowiązkowe (nauczyciel dokonuje wpisu do dziennika w momencie zapowiadania).
- Prace klasowe dłuższe są zapowiadane z co najmniej tygodniowym wyprzedzeniem.
- Zadania klasowe (długie) poprzedzam zawsze lekcją powtórzeniową, na której podaję wymagania edukacyjne i zakres materiału objętego sprawdzianem, kryteria oceny oraz przykładowe zadania.
- Sprawdzian krótki (kartkówka), obejmujący co najwyżej trzy ostatnie lekcje, może odbywać się bez zapowiadania.
- W zestawie na pracę pisemną około 60% zadań powinno dotyczyć wymagań podstawowych, których spełnienie umożliwia otrzymanie oceny dostatecznej. Opanowanie przez zdającego 50% materiału obejmującego wymagania podstawowe uznaje się za spełnienie wymagań koniecznych, umożliwiających otrzymanie oceny dopuszczającej. Około 40% materiału powinno dotyczyć wymagań rozszerzających, umożliwiających otrzymanie oceny dobrej i bardzo dobrej.



- W trakcie poprawiania wszystkich prac pisemnych stosuję następującą skalę ocen:

Zakres opanowania materiału	ocena
od 0% do 49% wymagań podstawowych lub od 0% do 29% całości	niedostateczny
od 50% do 81% wymagań podstawowych lub od 30% do 50% całości	dopuszczający
od 51% do 74% całości	dostateczny
od 75% do 90% całości	dobry
Od 91% do 100% całości	bardzo dobry
jeżeli uczeń z zakresu treści programowych otrzyma ocenę bardzo dobrą i rozwiąże zadanie z poziomu wykraczającego (dodatkowe)	celujący

- Termin oddawania poprawionych prac pisemnych dłuższych wynosi do 14 dni, a kartkówek do 7 dni.
- Jeżeli z przyczyn (losowych) usprawiedliwionych uczeń nie może napisać pracy klasowej z całą klasą, powinien to zrobić w terminie wyznaczonym przez nauczyciela (poza lekcją matematyki, jednak nie później niż w ciągu 2 tygodni od rozdania prac).
- Jeżeli uczeń nie przystąpił do pracy klasowej z przyczyn nieusprawiedliwionych (np. ucieczka) oraz nie przystąpił w terminie dodatkowym, to w miejsce oceny otrzymuje liczbę 0.
- Ocenę z pracy pisemnej dłuższej (zadanie klasowe lub sprawdzian pisemny) uczeń może poprawiać jeden raz (w formie pisemnej) w terminie uzgodnionym z nauczycielem, poza lekcją matematyki w ciągu dwóch tygodni od czasu rozdania prac. Jeżeli z poprawy otrzyma ponownie ocenę niedostateczną, to może tylko jeszcze raz poprawiać w formie odpowiedzi ustnej.

Kryteria oceniania odpowiedzi ustnych:

- Ocena odpowiedzi ustnej zależy od wybranego poziomu wymagań edukacyjnych (patrz „Poziomy wymagań edukacyjnych”).
- Każda ocena może być podwyższona w zależności od: zawartości rzeczowej odpowiedzi, zastosowanego języka matematycznego, sposobu prezentacji (umiejętności formułowania myśli) oraz argumentacji – wyrażania sądów, uzasadniania.
- Uczeń może być dwa razy w semestrze nieprzygotowany do lekcji z wyjątkiem zapowiedzianych prac pisemnych, jednak musi to zgłosić przed rozpoczęciem lekcji (ten fakt odnotowuję w dzienniku lekcyjnym i nie ma to wpływu na ocenę końcową).
- Zgłoszenie przez ucznia nieprzygotowania po wywołaniu go do odpowiedzi, pociąga za sobą wpisanie oceny niedostatecznej.
- Prawo do zgłaszania „np.” w pytaniu zostaje zawieszony w okresie klasyfikacji (w miesiącach: styczeń i czerwiec).
- Sprawdzenia wiadomości i umiejętności ucznia w formie ustnej wypowiedzi odbywają się w zależności potrzeb i możliwości (np. ze względu na liczebność klasy), ale co najmniej jeden raz w ciągu semestru.
- Ocena z odpowiedzi ustnej jest jawna dla ucznia i jego rodziców (ocena zostaje wpisana do zeszytu przedmiotowego, bezpośrednio po odpowiedzi uczeń otrzymuje ewentualne wskazówki co do kierunku dalszej pracy lub poprawy oceny).

Ocena zadania domowego oraz zeszytu przedmiotowego

- Ocena pracy domowej zależy od poziomu wymagań (patrz „Poziomy wymagań edukacyjnych”).
- Każda ocena z zadania domowego może być podwyższona w zależności od: sposobu rozwiązania, systematyczności i estetyki.
- Na każdej lekcji sprawdzam ilościowo prace domowe, zaś jakościowo w miarę potrzeb i możliwości, przynajmniej jeden raz w semestrze.
- Jednorazowy brak pracy domowej (lub zeszytu) jest „karany” minusem „ - ” (przy czym trzy „ - ” są równoznaczne z oceną niedostateczną).
- Ocena z zadania domowego (lub zeszytu) jest jawna dla ucznia i jego rodziców.

Ocenianie innych form aktywności ucznia

1. Aktywność w czasie lekcji.

Częste zgłaszanie się na lekcji i udzielanie prawidłowych odpowiedzi nagradzane jest plusem „+”. Brak znajomości podstawowych definicji, twierdzeń itp. karany jest minusem „-”. Sposób przeliczania „+” i „-” na oceny częściowe z wagą 1:

- 6 razy „+” oznacza ocenę bardzo dobrą
- 4 razy „+” oznacza ocenę dobrą
- 3 razy „+” oznacza ocenę dostateczną
- 3 razy „ - ” oznacza ocenę niedostateczną

2. Aktywność matematyczna (poza lekcjami matematyki).

- ◆ za awans do drugiego etapu w konkursie matematycznym – uczeń otrzymuje ocenę częściową „celujący”,
- ◆ za bardzo dobre wyniki w konkursie matematycznym – ocena częściowa „bardzo dobry”,
- ◆ za udział w konkursie matematycznym – uczeń otrzymuje „+”,
- ◆ za aktywne uczestniczenie w pracach koła matematycznego lub w fakultecie ocena śródroczna lub końcowo roczna może być podwyższona o pół stopnia,
- ◆ za wykonanie dodatkowego zadania lub opracowanie i wykonanie pomocy dydaktycznej (np. planszy, modelu) uczeń otrzymuje „+”,
- ◆ za rzetelne przygotowanie prezentacji, projektu lub zadań tematycznych (związanych z zawodem) uczeń otrzymuje ocenę w zależności od jakości wykonanej pracy.



7. Oprzyrządowanie programu

Środki dydaktyczne są podstawowym i nieodzownym elementem racjonalnie zorganizowanego i realizowanego procesu kształcenia kluczowych kompetencji matematycznych. Należą do nich przedmioty, które dostarczają bodźców zmysłowych oraz urządzenia techniczne, które ułatwiają przekaz. Wiele tych środków dydaktycznych można stosować bez dodatkowych urządzeń technicznych, czego przykładem są materiały drukowane, takie jak: testy, sprawdziany, materiały programowe (podręczniki, zbiory zadań, zeszyty ćwiczeń), czy też materiały graficzne (plansze, fotografie, wykresy itp.).

O doborze środków dydaktycznych decyduje bezpośrednio nauczyciel uwzględniając wiek i zaangażowanie uczniów, temat lekcji, wyposażenie pracowni oraz własne przekonanie o efektywności tych środków. Wskazane jest racjonalne łączenie nowoczesnych i tradycyjnych środków dydaktycznych, które jest podstawą kształcenia multimedialnego i korzystnie wpływa na proces uczenia się określonych treści i uzyskanie wyższych efektów w zakresie kształcenia kompetencji matematycznych. Zarówno wyposażenie pasywne (podręczniki, plansze, kalkulatory, komputery itp.) jak i interaktywne (zestawy ćwiczeń, edukacyjne programy komputerowe, Internet) właściwie użyte są nieodzowne w codziennej pracy ucznia i nauczyciela, mimo że służą czasami innym celom. W realizacji programu nauczania będą mi potrzebne także pewne materiały i przybory, które pozwolą na prezentację wyników pracy pojedynczych uczniów albo grup, pozostałym uczestnikom lekcji. Myślę tutaj o arkuszach białego papieru, kolorowych pisakach, kleju, nożycach, folii i plastycznej gumie do przyklejania arkuszy do tablicy.

Podręczniki

W trakcie realizacji programu będę korzystał z podręczników do matematyki z „Oficyny Edukacyjnej * Krzysztof Pazdro”:

Autor	Tytuł	Nr dopuszczenia
Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda	Matematyka. Podręcznik do liceów i techników. Klasa I. Zakres podstawowy.	64/08
Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda	Zbiór zadań do liceów i techników. Klasa I. Zakres podstawowy.	
Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda	Matematyka. Podręcznik do liceów i techników. Klasa II. Zakres podstawowy.	46/09/S
Krzysztof Kłaczko, Marcin Kurczab, Elżbieta Świda	Zbiór zadań do liceów i techników. Klasa II. Zakres podstawowy i rozszerzony.	
Krzysztof Kłaczko, Marcin Kurczab, Elżbieta Świda	Matematyka. Podręcznik do liceów i techników. Klasa III. Zakres podstawowy i rozszerzony.	411/03
Elżbieta Świda Elżbieta Kurczab Marcin Kurczab,	Próbne arkusze maturalne. Matura 2008 i 2009. poziom podstawowy i rozszerzony.	

Ponadto w miarę potrzeb (np. do realizacji wybranych tematów) będę korzystać z podręczników tego samego wydawnictwa dla zakresu rozszerzonego. Lepszemu przygotowaniu uczniów do egzaminu maturalnego służyć będą również zbiory zadań zamkniętych i otwartych z innych wydawnictw (np. „Testy maturalne. Matura 2010” – wydawnictwo AKSJOMAT).

Zeszyty i zeszyty ćwiczeń

Uczniowie zobowiązani są prowadzić zeszyty przedmiotowe. Wydawnictwo PAZDRO przygotowało oprócz zestawu podręczników i zbiorów zadań ćwiczenia do poszczególnych klas. Jeżeli tylko będą odpowiednie fundusze chciałabym, aby uczniowie klasy budowlanej zostali wyposażeni w takie ćwiczenia. Zabieg ten powinien znacznie ułatwić rozwijanie sprawności rachunkowych i umiejętności liczenia. „Ćwiczenia do liceów i techników. Klasa I. Część 1 i Część 2” opracowali: A. Ossowska, B. Kot, M. Kurczab, E. Świda.

Programy komputerowe

Od kilkunastu lat prowadzę lekcje w tej samej pracowni matematycznej. Na wyposażeniu gabinetu (przy pracowni 109) mam stacjonarny komputer ze standardowym oprogramowaniem (Windows 2000, Microsoft Excel, Microsoft Office, Edytor równań) oraz dostępem do Internetu. Ponadto posiadam programy do rysowania wykresów funkcji oraz program CABRI 2 (starszą wersję). Aby móc w pełni zrealizować opracowany program kształtowania kluczowych kompetencji będę potrzebować ponadto rzutnik multimedialny i komputer przenośny (laptop). Narzędzia te będą niezbędne do prezentacji przygotowywanych przez uczniów materiałów (przenoszenie komputera stacjonarnego z gabinetu do pracowni i podłączanie jest bardzo czasochłonne).

Środki multimedialne

Na wyposażeniu mojej pracowni przedmiotowej znajduje się rzutnik pisma oraz przenośny ekran. Pomoce te posłużą do prezentowania wykonywanych foliogramów. Ponadto posiadam urządzenie wielofunkcyjne (drukarkę, ksero i skaner). Aby można było w każdej chwili (bez względu na pogodę) korzystać z tych środków multimedialnych konieczne będzie zainstalowanie w oknach żaluzji.

Pomoce dydaktyczne

W pracowni matematycznej znajdują się również podstawowe pomoce dydaktyczne takie jak: modele brył przestrzennych, przyrząd do demonstracji brył obrotowych, przyrządy geometryczne, tablica i plansze poglądowe (część z nich została wykonana przez uczniów w ramach prac dodatkowych).

Scenariusze zajęć

Posiadam wiele poradników, przewodników do podręczników z różnych wydawnictw, czasopisma „Matematyka” i „Matematyka w szkole” z GWO (z ubiegłych lat – obecnie szkoła nie posiada funduszy na prenumeratę tych materiałów). W wymienionych publikacjach zamieszczonych jest wiele gotowych scenariuszy lekcji, które mogę wykorzystywać w swej pracy.

8. Projekt ewaluacji programu

Ewaluacja to wspólne spojrzenie zainteresowanych osób na wyniki nauczania w świetle określonych wartości oraz w szerokim kontekście uwarunkowań uzyskanych efektów. To badanie realizacji programu nauczania, nie tylko w odniesieniu do osiągniętych celów, ale także analiza wszelkich efektów jego wdrożenia, krytyczne rozważanie strony organizacyjnej, analiza dobranych strategii nauczania, pracy i zaangażowania uczniów oraz nauczycieli.

Ewaluacja jest procesem rozpoczynającym się od zbierania informacji niezbędnych do podjęcia decyzji o wprowadzeniu określonych zmian, przez ich analizę, do podejmowania decyzji o zmianach czy nawet zaprzestaniu określonego działania. Tak pojęta procedura oceniania, będzie elementem integralnie związanym z programem, będzie także swego rodzaju gwarantem nieustannej modyfikacji opracowanego programu. Zadaniem ewaluacji będzie stwierdzenie, w jakiej formie program autorski ma być dalej realizowany i jakie zmiany należy w nim wprowadzić.

Zadaniem ewaluacji programu jest:

- ◆ ocena wyników z punktu widzenia celów;
- ◆ dostarczenie informacji na użytek osób konstruujących program i kierujących jego realizacją;
- ◆ ocena trwałości uzyskanych efektów;
- ◆ porównanie rezultatów danego programu z rezultatami podobnych programów;
- ◆ ustalenie, czy działania kadry nauczycielskiej są na odpowiednim poziomie i czy przebiegają zgodnie z planem;
- ◆ umożliwienie nauczycielom refleksji nad oczekiwaniami szkoły i dostosowania własnego postępowania do oczekiwań.

Rodzaje ewaluacji

Wyróżnia się następujące rodzaje ewaluacji:

- *ex-ante* (przed realizacją programu/projektu),
- *mid-term* /on-going/ ewaluacja bieżąca (podczas realizacji programu/projektu),
- *ex-post* (po zakończeniu realizacji programu/projektu).

Ewaluacja *ex-ante* jest przeprowadzana przed wdrażaniem programu. Jej rolą będzie ocena na ile planowana interwencja jest trafna z punktu widzenia potrzeb (sektora, beneficjentów) oraz czy jest spójna w zakresie planowanych celów i sposobów ich realizacji. Zbada kontekst społeczny, gospodarczy, prawny; posłuży identyfikacji potencjalnych trudności oraz zdiagnozuje potrzeby i oczekiwania grupy docelowej.

Ewaluacja *mid-term* będzie realizowana mniej więcej w połowie wdrażania programu. Poddane zostaną wtedy analizie osiągnięte na tym etapie rezultaty; dokonana zostanie pierwsza ocena jakości realizacji programu. Ewaluacja oceni poczynione na etapie programowania założenia (cele, wskaźniki); również może przyczynić się do pewnych modyfikacji programu.

Ewaluacja *ex-post* zostanie przeprowadzana po zakończeniu realizacji programu i jej zadaniem będzie ocena na ile udało się osiągnąć założone cele. Oceni także skuteczność i efektywność interwencji oraz jej trafność i użyteczność. Stanowić będzie cenne źródło informacji użytecznych przy planowaniu kolejnych modyfikacji programu.

Etapy procesu ewaluacji i autoewaluacja programu

Wyróżnia się następujące etapy ewaluacji:

- planowanie,
- projektowanie ewaluacji,
- zbieranie i analiza danych,
- raportowanie,
- wykorzystanie wyników ewaluacji.

Przystępując do przeprowadzania ewaluacji trzeba ją precyzyjnie zaplanować, by jak najskuteczniej wykorzystać czas i posiadane zasoby. Unika się w ten sposób również niebezpieczeństwa przeprowadzenia ewaluacji mało efektywnej, zwiększa się natomiast jej użyteczność. Im lepiej zaplanowana ewaluacja, tym większa szansa na przeprowadzenie jej w taki sposób, który dostarczy istotnych, wiarygodnych i rzetelnych informacji, odpowiadających potrzebom i zainteresowaniom jej odbiorców i użytkowników.

Narzędzie ewaluacji *ex-ante*, jakie można zaproponować dla oceny wstępnej (przed wdrożeniem) zoptymalizowanego programu nauczania, powinno odpowiedzieć na pytanie, czy opracowany program spełnia wszystkie wskazania właściwe dla opisywanej innowacji. Odpowiedź w tym względzie ma postać dyskretną: „tak/nie”, decydującą o przyjęciu do realizacji, lub o odrzuceniu zdefiniowanej struktury. Dla uzyskania takiej odpowiedzi, można posłużyć się listą pytań jednoznacznych, których treść ma odnosić się do wszystkich wyartykułowanych dotąd wskazań i postulatów. Przede wszystkim należy się odnieść do następujących, zapisanych w poniższej tabeli.

Tab.1. Arkusz autoewaluacji programu kształtowania KK w zakresie matematyki

Arkusz autoewaluacji programu kształtowania KK w zakresie matematyki	Odpowiedzi	
	TAK	NIE
1. Czy dokument programowy informuje o tym, jakiego przedmiotu nauczania lub zakresu przedmiotów dotyczy ?		
2. Czy dokument programowy podaje informację o jego autorze i jego doświadczeniu zawodowym ?		
3. Czy dokument programowy precyzuje typ szkoły, dla którego jest przeznaczony ?		
4. Czy cele programu uwzględniają uwarunkowania lokalne i regionalne (wnioski i rekomendacje diagnoz)?		
5. Czy dokument programowy określa liczbę godzin nauki ?		
6. Czy cele określone w programie obejmują w całości <i>Podstawę programową</i> ?		
7. Czy cele edukacyjne określone w programie uwzględniają w całości problematykę Kompetencji Kluczowych w zakresie matematyki ?		
8. Czy cele edukacyjne określone w programie uwzględniają kierunek kształcenia zawodowego danej szkoły i klasy ?		
9. Czy materiał nauczania jest trafnie dobrany do założonych celów ?		
10. Czy materiał nauczania uwzględnia wszystkie treści określone w <i>Podstawie programowej</i> ?		



11. Czy materiał nauczania jest właściwie ustrukturyzowany ?		
12. Czy w programie określone zostały procedury osiągania celów szczegółowych ?		
13. Czy program określa wyniki kształcenia (osiągnięcia uczniów)?		
14. Czy program określa sposoby oceniania osiągnięć uczniów ?		
15. Czy przewidziane osiągnięcia uczniów są adekwatne do założeń Kompetencji Kluczowych ?		
16. Czy zaplanowane wyniki kształcenia są zgodne ze <i>Standardami wymagań egzaminacyjnych</i> ?		
17. Czy w dokumencie określone zostały założenia dydaktyczne koncepcji programu ?		
18. Czy w programie określone zostały założenia wychowawcze ?		
19. Czy dokument programowy rekomenduje określone metody pracy, zapewniające:		
• osiągnięcie wskazanych celów (w szczególności Kompetencji Kluczowych),		
• motywowanie uczniów,		
• indywidualizację pracy z uczniem;		
20. Czy dokument programowy określa niezbędne warunki realizacji programu, to jest:		
• lokal i jego wyposażenie,		
• kwalifikacje nauczyciela;		
21. Czy dokument programowy wskazuje:		
• podręczniki,		
• książki pomocnicze dla ucznia i nauczyciela;		
• inne materiały, które szczególnie wspomogą pracę nauczyciela i ucznia;		
• środki dydaktyczne;		
22. Czy program może zostać zrealizowany w przewidzianym czasie?		
23. Czy dokument zawiera projekt ewaluacji programu?		
24. Czy program spełnia formalne wymagania określone rozporządzeniem MEN z dn. 08.06.2009?		

Metody zbierania danych w ewaluacji

Ewaluacja programu autorskiego składa się z oceny projektu programu oraz oceny skuteczności, zastosowanych komplementarnie. Głównymi metodami zbierania danych w ewaluacji są: analiza dokumentów, wywiady, kwestionariusze i obserwacje.

W celu oceny projektu programu muszą odpowiedzieć na następujące pytania:

- 1) Czy i w jaki stopniu projekt programu uwzględnia zasoby potencjalnego realizatora?
- 2) Czy i w jakim stopniu projekt uwzględnia potrzeby i ograniczenia potencjalnych odbiorców?
- 3) Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania MKKE?
- 4) Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie?
- 5) Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności i jaka jest jego poprawność?

Niezbędnym źródłem informacji dla oceny projektu programu będą dla mnie wyniki analiz danych zebranych z zastosowaniem specjalnego kwestionariusza, nazywanego czasem inwentarzem programowym.

Ocena skuteczności sprowadza się do zbadania:

- 1) wykorzystanych zasobów (nakładów finansowych, zastosowanych pomocy dydaktycznych, zaangażowania nauczyciela i szkoły);
- 2) zastosowanych strategii, w tym zabiegów nauczyciela realizującego program i odbioru tych działań przez uczniów;
- 3) wyników bezpośrednich, dotyczących przyrostu wiedzy i umiejętności na podstawie podłużnych badań diagnostycznych (określenia zasobów uczniów „na wejściu” oraz poziomu osiągnięć bezpośrednio po realizacji programu);
- 4) skutków odroczonych (trwałości zmian i interioryzacji nabytych wiadomości, czyli przekształcenie ich w kompetencje).

Dla oceny skuteczności programu wykorzystam wyniki dwukrotnego pomiaru osiągnięć, przygotowanego i przeprowadzonego zgodnie z zasadami pomiaru dydaktycznego, przed i po realizacji programu. Wykorzystam w tym celu umiejętności i doświadczenia, jakie zdobywałam w 2001 r. na warsztatach „Tworzenie narzędzi pomiaru dydaktycznego z matematyki w szkole średniej” w Czudcu oraz w czasie szkoleń dotyczących nowej matury z matematyki. Ważnym dla mnie źródłem informacji na temat skuteczności programu powinny być również wyniki ankiety przeprowadzonej wśród uczniów klasy budowlanej po pierwszym okresie klasy pierwszej.

Otrzymane dane ilościowe będą następnie porządkować i przeprowadzać ich analizę ilościową. Wykorzystam w tym celu arkusz kalkulacyjny EXCEL oraz umiejętności zdobyte na warsztatach „Zastosowanie komputerów na lekcjach matematyki w szkole średniej”.

Raport końcowy

Wyniki ewaluacji programu kształtowania kluczowych kompetencji matematycznych przedstawię w postaci raportu składającego się z następujących elementów:

- Streszczenie raportu;
- Spis treści;
- Wprowadzenie;
- Opis zastosowanej metodologii oraz źródła informacji wykorzystywanych w badaniu;
- Opis wyników ewaluacji;
- Wnioski i rekomendacje;



Aneksy (np. zastosowane narzędzia badawcze; tabele statystyczne; lista osób, z którymi przeprowadzono wywiady podczas badania).

Tab.2. Projekt ewaluacji autorskiego programu kształtowania i rozwijania MKKE

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych /raport	Uwagi
Przed rozpoczęciem realizacji programu.	a) Projekt autorskiego programu nauczania	1. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia zasoby realizatora? 2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców? 3. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania MKKE ? 4. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie? 5. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności? 6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie oceny programu?	Odpowiedzi TAK na wszystkie pytania z Tab.1. j.w. j.w. j.w. „Tak, spełnia”. „Tak, zawiera”.	Studium przypadku analiza wyników diagnozy implementacji KK oraz danych z arkusza oceny programu.	Szkoła uczestnicząca w Projekcie.	Raport ewaluacyjny.	



Tab. 2. Projekt ewaluacji autorskiego programu kształtowania i rozwijania MKKE (cd.)

Etap Ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych /raport	Uwagi
W czasie realizacji i programu	b) Skuteczność programu	1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu?	Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas.	Analiza dokumentów		Raport ewaluacyjny.	
		2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych ?	Zakupienie co najmniej trzech rodzajów pomocy dydaktycznych.	Analiza dokumentów		Raport ewaluacyjny.	
		3. Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły?	Wzrost o 20% liczby hospitacji dyrektora; udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym.	Analiza dokumentów m.in. wyników monitoringu		Raport ewaluacyjny.	
		4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	Przewaga metod aktywizujących nad podawczymi.	Analiza dokumentów Obserwacja.		Raport ewaluacyjny.	
Na koniec realizacji programu		5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu?	Co najmniej przeciętny poziom akceptacji.	Ankietowanie uczniów.	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu.	
Na koniec realizacji programu.		6. W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?	Wzrost o min. 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE	Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”.	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu. Promocja szkoły w środowisku.	
Po pewnym czasie od		7. Na ile trwały zmiany w uczniach w zakresie	Wzrost minimum o 20% średniego	Analiza dokumentów (z wynikami	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu –	



realizacji programu		nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?	wyniku matury z matematyki	egzaminu maturalnego).		konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie	
---------------------	--	--	----------------------------	------------------------	--	--	--

Bibliografia

- [1] Bury J., *Matematyka. Program nauczania w zakresie podstawowym oraz zakresie rozszerzonym dla liceum ogólnokształcącego i liceum profilowanego*, Kielce 2002
- [2] Cewe A. i inni, *Matematyka w otaczającym nas świecie, kształcenie w zakresie podstawowym. Poradnik do realizacji programu nauczania DKOS-5002-42/03*, Wydawnictwo Podkowa Bis, Gdańsk 2003.
- [3] Kalina R., Woźniak M., Szymański T., Linke F., *Matematyka z Sensem. Poradnik metodyczny nauczania matematyki w liceum ogólnokształcącym, profilowanym, technikum*. Wydawnictwo SENS, Poznań 2005.
- [4] Krygowska Z., *Zarys dydaktyki matematyki*, WSiP, Warszawa 1977.
- [5] Kurczab M., Kurczab E., Świda E., *Matematyka. Program nauczania w liceach i w technikum*. Oficyna Edukacyjna*Krzysztof Pazdro, Warszawa 2008.
- [6] Michniowski T., *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie informatyki i technologii informacyjnej*, Lublin 2009.
- [7] Niemierko B., *Pomiar wyników kształcenia*, WSiP, Warszawa 1999.
- [8] Podobińska B., Skaluba K., *Propozycje kryteriów ocen z matematyki w liceach i technikum*, Wydawnictwo Dla Szkoły, Wilkowice 2002.
- [9] Sobczak M., *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Lublin 2009.
- [10] Szuty J., Jakubas E., Nodzyński P., *Matematyka przyjemna i pożyteczna. Przewodnik metodyczny. Klasa 1, szkoły ponadgimnazjalne*. Wydawnictwo Szkolne PWN, Warszawa 2002
- [11] Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynku pracy w województwie podkarpackim, Zespół Szkół Zawodowych nr 1 im. Jana Pawła II w Dębicy.
- [12] Przedmiotowy system oceniania z matematyki w Zespole Szkół Zawodowych nr 1 im. Jana Pawła II w Dębicy.
- [13] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 sierpnia 2007 r. w sprawie podstawy programowej kształcenia ogólnego dla liceów ogólnokształcących, liceów profilowanych, techników, uzupełniających liceów ogólnokształcących i techników uzupełniających (Dz.U. Nr 157, poz. 1100 z 2009 r.)
- [14] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102).
- [15] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 r. w sprawie dopuszczania do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczania do użytku szkolnego podręczników (Dz.U. Nr 89, poz. 730).
- [16] Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie, 2006/962/WE.