

**Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji
w Lublinie**

**Autorskie programy rozwijania
kompetencji kluczowych w zakresie**

MATEMATYKI

WOJEWÓDZTWO PODLASKIE

Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009

Projekt: SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI. Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej” jest finansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego i Budżetu Państwa w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki: Priorytet II. Wysoka jakość systemu oświaty: Działanie 3.3 Poprawa jakości kształcenia: Poddziałanie 3.3.4 Modernizacja treści i metod kształcenia.

Biuro Projektu:

Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie, ul. Mełgiewska 7-9, 20-209 Lublin

Filie Biura Projektu:

Podkarpackie Centrum Edukacji Nauczycieli w Rzeszowie, ul. Partyzantów 10a, 35-234 Rzeszów

Wyższa Szkoła Biznesu im. bp. Jana Chrapka w Radomiu, ul. Kolejowa 22, 26-600 Radom

Wyższa Szkoła Humanistyczno-Przyrodnicza w Sandomierzu, ul. Krakowska 26, 27-600 Sandomierz

Wyższa Szkoła Administracji Publicznej im. Stanisława Staszica w Białymstoku, ul. Dojlidy Fabryczne 26, 15-555 Białystok

© Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie

Koordynator merytoryczny kompetencji kluczowej w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Wydawca:

Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie

20-209 Lublin, ul. Mełgiewska 7-9

Tel./fax +48817491777

e-mail: sekretariat@wsei.lublin.pl

Publikacja dystrybuowana bezpłatnie

Człowiek – najlepsza inwestycja



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY





Wykaz Autorskich programów rozwijania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki

Województwo podlaskie

- I. Technikum Informatyczne w Zambrowie
Autor: Grzegorz Koziół
- II. Centrum Edukacji w Supraślu
Autor: Katarzyna Jadwiga Iwaszczuk
- III. Technikum Pojazdów Samochodowych w Zespole Szkół Technicznych
im. Gen. I. Prądyńskiego w Augustowie
Autor: Janina Zawacka
- IV. Technikum Budowlano-Geodezyjne w Białymstoku w Zespole Szkół Budowlano-
Geodezyjnych im. Stefana Władysława Bryły w Białymstoku
Autor: Agnieszka Karpiesiuk
- V. Technikum w Zespole Szkół Ogólnokształcących i Zawodowych w Mońkach
Autor: Marta Reut
- VI. Technikum Ekonomiczne w Łomży
Autor: Aneta Drozd
- VII. Technikum w zawodzie Technik Pojazdów Samochodowych w Zespole Szkół
Mechanicznych im. Stefana Czarnieckiego w Łapach
Autor: Aneta Olendzka
- VIII. Technikum Ekonomiczne w Zespole Szkół Zawodowych w Hajnówce
Autor: Mariola Beata Teresiak
- IX. Centrum Kształcenia Zawodowego w Wysokiem Mazowieckiem
Autor: Magdalena Maria Rahman
- X. Technikum Zawodowym Nr 2 w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych Nr 2
w Białymstoku (z zawodzie Technik Logistyk)
Autor: Bogna Wierzińska



Autor
Grzegorz Koziół

MATEMATYKA

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

**Technikum Informatyczne
w Zambrowie**

Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Informacja o autorze programu	5
Wstęp.....	5
1 Cele kształcenia i wychowania.....	9
2 Ramowy rozkład materiału.....	11
3 Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia uczniów	12
4 Procedury osiągania celów kształcenia i procedury oceniania osiągnięć uczniów	32
4.1 Metody nauczania.....	33
4.2 Formy pracy.....	35
4.3 Metody kontroli i oceny	35
5 Środki dydaktyczne	39
6 Oprzyrządowanie programu	39
7 Ewaluacja programu nauczania zmodyfikowanego w zakresie kształtowania kompetencji kluczowych	40
Bibliografia.....	42



Informacja o autorze programu

Grzegorz Koziół nauczyciel matematyki z wyższym wykształceniem pedagogicznym. Staż pracy 22 lata; w tym 10 lat w szkole podstawowej i 12 w szkole ponadgimnazjalnej. Obecnie uczy matematyki w Zespole Szkół Nr 1 w Zambrowie. Jest nauczycielem dyplomowanym, egzaminatorem OKE w Łomży. Posiada dodatkowe kwalifikacje do nauczania informatyki. Ukończył wiele form doskonalenia zawodowego w tym: „Wprowadzanie umiejętności kluczowych w proces dydaktyczny”.

Wstęp

Dynamizm zmian zachodzących we współczesnym świecie oraz postępująca globalizacja powodują, że Unia Europejska staje przed nowymi wyzwaniami. Edukacja, w społecznym i ekonomicznym wymiarze, ma zadanie przygotować obywateli do szybko zmieniającej się rzeczywistości, w której zachodzą liczne powiązania. Określone uwarunkowania związane m. in. z kwalifikacjami zawodowymi, komunikowaniem się, koniecznością uczenia się przez całe życie, wymagają ustalonych nowych kompetencji.

Zarówno w Europie jak i w Polsce w ostatnich latach przeprowadzono badania dotyczące poziomu edukacji oraz kompetencji indywidualnych, z których wynika konieczność wprowadzenia kompetencji kluczowych przydatnych w społeczeństwie, m. in. rozwijania przedsiębiorczości, doskonalenia umiejętności przystosowywania się do zmian. Istnieje też potrzeba zwiększenia europejskiego wymiaru edukacji, a przede wszystkim promowane jest uczenie się przez całe życie. Mówi o tym projekt „Szkoła Kluczowych Kompetencji” skierowany do uczniów szkół Polski Wschodniej. Ponadto badania dydaktyczne nad nauczaniem matematyki, a także wyniki egzaminów zewnętrznych w ostatnich latach wskazują na niski poziom matematycznych osiągnięć. Tymczasem postępujący rozwój technologii wymaga od każdego jej użytkownika znajomości matematyki, jej metod i języka, na co wskazuje opracowanie „Narodowa Strategia Spójności” oraz wyniki badań MEN i CKE.

Potrzeba poprawy poziomu osiągnięć edukacyjnych oraz wyposażenia młodych ludzi w kompetencje kluczowe, niezbędne w szybko zmieniającym się świecie, została wpisana do „Zintegrowanych Wytycznych na rzecz Wzrostu Gospodarczego i Zatrudnienia” na lata 2005 – 2008 przyjętych przez Radę Europejską w czerwcu 2005 r.

Wymogi gospodarki i rynku pracy opartej na wiedzy warunkują zmiany w edukacji, których podstawa jest konieczność ujednolicenia w krajowych systemach edukacyjnych Unii Europejskiej. Mówi o tym dokument „Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady” w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie; z dnia 18 grudnia 2006 r. (2006/962/WE).

Kompetencje kluczowe zdefiniowane w dokumencie charakteryzują umiejętności, których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia.

Opracowano wspólny zestaw, który zawiera następujące kompetencje kluczowe:

1. Porozumiewanie się w języku ojczystym,
2. Porozumiewanie się w językach obcych,
3. Kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo-techniczne
4. Kompetencje informatyczne
5. Umiejętność uczenia się,
6. Kompetencje społeczne i obywatelskie
7. Inicjatywność i przedsiębiorczość,
8. Świadomość i ekspresja kulturalna.

Wszystkie wymienione umiejętności uważa się za jednakowo ważne, ich zakresy częściowo się pokrywają i są powiązane; umiejętności niezbędne w jednej dziedzinie wspierają kompetencje w innej, a wszystkie są ważne w życiu i aktywności zawodowej. Dlatego istotne jest przystosowanie systemów edukacji i szkolenia do nowych wymagań, związanych z potrzebami zawodowymi i rozwijaniem kompetencji kluczowych.

Modyfikacja programu „*Matematyka. Program nauczania w liceach i technikach, zakres podstawowy*”, autorstwa Marcina Kurczaba, Elżbiety Kurczab i Elżbiety Świdy (nr dopuszczenia: DKOS-5002-05/08; wyd. Oficyna Edukacyjna K. Pazdro) została podyktowana potrzebą wprowadzenia do procesu dydaktycznego kompetencji matematycznych i podstawowych kompetencji naukowo-technicznych z zakresu MKKE (matematyczne kompetencje kluczowe w ujęciu dokumentów Parlamentu Europejskiego).

Program jest zgodny z obowiązującym prawem oświatowym (standardy wymagań, będące podstawą przeprowadzenia egzaminu maturalnego z matematyki wg rozporządzenia MEN z dn.28.08.07; podstawa programowa wg rozporządzenie MEN z dn. 23.08.07).

Modyfikacja programu uwzględnia najnowsze wytyczne zawarte w Rozporządzeniu MEN z dnia 8 czerwca 2009 r. w sprawie dopuszczenia do użytku szkolnego programów wychowania przedszkolnego, programów nauczania oraz dopuszczania do użytku szkolnego podręczników (Dz. U. Nr 89 poz.730).

Zmodyfikowany program pozwoli na uszczegółowienie zapisów w katalogu MKKE i wpisanie ich w proces dydaktyczny. Analiza porównawcza podstawowych dokumentów prowadzi do wniosku, że zarówno standardy wymagań egzaminu maturalnego z matematyki, jak i Podstawa Programowa mają odniesienia do MKKE („Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia”), jak i cele nauczania matematyki zapisane w tych dokumentach są spójne dla wszystkich trzech obszarów: wiedzy, umiejętności i postaw.

Uszczegółowienie zapisów MKKE i zredagowanie ich w formie operacyjnej pozwoli na podjęcie szczegółowych decyzji przy wyborze celów i materiału nauczania oraz wyeksponuje cele kształcące i motywacyjne.

Program przeznaczony jest do realizacji w technikum informatycznym. Materiał nauczania poszerzony został o treści kształcenia i umiejętności, które nie występują w PP, ale potrzebne są do realizacji na innych przedmiotach, a szczególnie w zakresie kursu kształcenia zawodowego. Zmiany takie pozwolą podnieść na wyższy poziom kształcenie na kolejnych etapach nauki przedmiotów zawodowych.

Realizacja programu:

- umożliwi zdobycie wiadomości i umiejętności opisanych w podstawie programowej i w standardach wymagań egzaminacyjnych, w tym m.in.:
 - umiejętności budowania modeli matematycznych zjawisk z różnych dziedzin życia i ich stosowania;
 - umiejętności wykorzystywania podstawowych narzędzi i technik matematycznych;



- umiejętności przeprowadzania prostego rozumowania dedukcyjnego;
- umiejętności zdobywania i krytycznego analizowania informacji, formułowania hipotez oraz ich weryfikacji;
- daje matematyczne podstawy do uczenia się przedmiotów przyrodniczych, przede wszystkim fizyki, chemii, biologii;
- zapewnia dużą efektywność kształcenia; program ma charakter spiralny, zdecydowana większość nowych zagadnień pojawi się w trakcie realizacji programu co najmniej dwukrotnie;
- umożliwia powtórzenie najważniejszych zagadnień występujących w podstawie programowej z matematyki na niższych etapach kształcenia.
- pozwala na rozwijanie MKKE, zgodnie z zaleceniami dokumentów UE.

Szczegółowe treści kształcenia oraz odpowiadające im cele edukacyjne i osiągnięcia uczniów zostały oznaczone w następujący sposób.

Symbol:

- oznacza treści kształcenia i umiejętności zawarte w podstawie programowej z matematyki dla szkół ponadgimnazjalnych lub w standardach wymagań egzaminacyjnych, są ważne dla MKKE, i są istotne dla kształcenia w zawodzie oraz treści i umiejętności bezpośrednio z nimi związane;
- oznacza treści kształcenia i umiejętności zawarte w podstawie programowej z matematyki na niższych etapach kształcenia, a zatem takich, które podlegają sprawdzeniu również na egzaminie maturalnym oraz są ważne dla MKKE i kształceniu w zawodzie;
- oznacza treści kształcenia i umiejętności, które nie występują w podstawie programowej ani w standardach wymagań egzaminacyjnych dla zakresu podstawowego ale są ważne dla MKKE.
- √ oznacza treści kształcenia i umiejętności, które nie występują w podstawie programowej ani w standardach wymagań egzaminacyjnych dla zakresu podstawowego ale są ważne dla kształcenia w zawodzie;

Program skierowany jest do uczniów Zespołu Szkół Nr 1 w Zambrowie, w technikum informatycznym. Analizując wyniki egzaminu gimnazjalnego uczniów składających dokumenty do technikum (ostatnie dwa lata) można ocenić ich umiejętności i wiedzę z jaką przychodzą do szkoły ponadgimnazjalnej. Średnia z egzaminu gimnazjalnego wyniosła 59,66%, średnia ocen z wybranych przedmiotów na świadectwie gimnazjum wyniosła 3,25. Średnia ocen w technikum na koniec roku szkolnego 2007/2008 wyniosła 2,31. W latach szkolnych 2006/2007 i 2007/2008 około 96% uczniów zdało egzamin maturalny. Tymczasem w województwie podlaskim było to 84%.

Przedmioty zawodowe nie sprawiają uczniom większych trudności w nauce. Uczniowie technikum informatycznego (nowy kierunek kształcenia od roku szkolnego 2006/2007) uzyskali średnią z przedmiotów zawodowych 3,34. Uczniowie technikum informatycznego nie zdawali jeszcze egzaminu potwierdzającego kwalifikacje zawodowe. W pozostałych technikach wyniki były wyższe od średniej krajowej.

W trakcie konstruowania programu przeprowadzono konsultacje z nauczycielami przedmiotów zawodowych. Uzgodniono o jakie treści, przydatne na lekcjach przedmiotów zawodowych należy poszerzyć program matematyki. Są to:

- √ Niedziesiątkowe systemy liczenia (2,8,16). Zamiana z jednego systemu na inny, działania arytmetyczne w danych systemach
- √ Wektor w układzie współrzędnych.
- √ Równoległość i prostopadłość wektorów.
- √ Iloczyn skalarny i wektorowy wektorów.



- √ Układy równań pierwszego stopnia z trzema niewiadomymi.
- √ Macierze stopnia drugiego, trzeciego. Działania na macierzach.
- √ Wyznacznik macierzy.
- √ Programowanie liniowe.
- √ Ciągi zdefiniowane rekurencyjnie.
- √ Granica ciągu liczbowego.
- √ Szereg geometryczny.

Zmodyfikowany program przyczyni się do rozwoju zorientowanej na przyszłość, wysokiej jakości edukacji dostosowanej do potrzeb europejskiego społeczeństwa a także zapewniającej możliwość rozwijania i aktualizowania zdobytych kompetencji kluczowych – uczenia się przez całe życie.

1 Cele kształcenia i wychowania

Matematyka dostarcza narzędzi badań dla nauk przyrodniczych, technicznych, ekonomicznych i społecznych; stymuluje rozwój intelektualny, pobudza aktywność umysłową, rozwija zdolności poznawcze, a także uczy organizacji pracy, wyrabia dociekliwość i krytycyzm.

Rola nauczyciela polega na pokazywaniu uczniom, że umiejętności matematyczne są niezbędne do funkcjonowania człowieka w każdym obszarze jego aktywności. Zmodyfikowany program będzie służył osiągnięciu następujących celów:

- **w zakresie rozwoju intelektualnego ucznia** (cele związane z kształceniem):
 - rozwijaniu umiejętności zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji;
 - opanowaniu umiejętności potrzebnych do oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia;
 - wykształceniu umiejętności budowania modeli matematycznych w odniesieniu do różnych sytuacji życiowych i stosowaniu metod matematycznych
 - w rozwiązywaniu problemów praktycznych;
 - rozwijaniu umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem;
 - rozwinięciu wyobraźni przestrzennej;
 - nabyciu umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej;
 - rozwijaniu zdolności i zainteresowań matematycznych;
 - rozwijaniu pamięci;
 - rozwijaniu logicznego myślenia;
 - nabyciu umiejętności poprawnego analizowania, wnioskowania i uzasadniania;
 - wykształceniu umiejętności operowania obiektami abstrakcyjnymi;
 - precyzyjnemu formułowaniu wypowiedzi;
 - pobudzeniu aktywności umysłowej uczniów;
 - **w zakresie kształtowania postaw** (cele związane z wychowaniem):
 - wyrabianiu systematyczności w pracy;
 - kształtowaniu pozytywnych postaw etycznych (piętnowanie nieuczciwości wyrażającej się w ściąganiu, podpowiadaniu itp.);
 - nabyciu umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki;
 - rozwijaniu umiejętności pracy w zespole;
 - kształtowaniu postaw dociekliwych, poszukujących i krytycznych;
 - kształtowaniu odpowiedzialności za powierzone zadania;
 - kształtowaniu postawy dialogu i kultury dyskusji (komunikacja);
 - dbaniu o estetykę (czytelny rysunek, jasne i przejrzyste)
- Ponadto program poszerzony został o kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo-techniczne z zakresu kompetencji kluczowych w europejskich ramach odniesienia. Kompetencje matematyczne określone w dokumentach obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Można określić je jako zdolność i chęć wykorzystywania matematycznych sposobów myślenia (myślenie logiczne i przestrzenne) oraz prezentacji (wzory, modele, schematy, wykresy, tabele). Kompetencje są definiowane jako rozwiązanie zadań itp.).

Połączenie wiedzy umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

Wiedza:

- W1.** rozumienie terminów i pojęć matematycznych
- W2.** dobrze opanowana umiejętność liczenia
- W3.** znajomość miar i struktur
- W4.** znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,
- W5.** świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.

Umiejętności:

- U1.** stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),
- U2.** śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny)
- U3.** przekazywać komunikaty stosując język matematyczny
- U4.** korzystać z tekstu matematycznego

Postawy:

- P1.** przejawiać szacunek dla prawdy
- P2.** dążyć do szukania przyczyn
- P3.** oceniać zasadność wnioskowań i działań

Kompetencje naukowe odnoszą się do zdolności i chęci wykorzystywania istniejącego zasobu wiedzy i metodologii do wyjaśniania świata przyrody. Za kompetencje techniczne uznaje się stosowanie tej wiedzy i metodologii w celu realizacji potrzeb i dążeń ludzi.

Konieczna wiedza w dziedzinie matematyki obejmuje dobrze opanowaną umiejętność liczenia, znajomość miar i struktur, głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej, rozumienie terminów i pojęć matematycznych. W przypadku nauki i techniki niezbędna wiedza obejmuje główne zasady rządzące naturą, podstawowe pojęcia naukowe, zasady i metody, technikę oraz produkty i procesy techniczne, a także rozumienie wpływu nauki i technologii na świat przyrody, rozumienie korzyści, ograniczeń i zagrożeń wynikających z teorii i zastosowań naukowych.

Program oferuje uczniom podstawy do rozwijania kompetencji kluczowych na poziomie dającym odpowiednie przygotowanie do dorosłego życia oraz stanowiącym podstawę dla dalszej nauki i życia zawodowego.

2 Ramowy rozkład materiału

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację.

Rok szkolny liczy ok. 37 tygodni. Zakładając, że w klasie I uczeń ma 3 godziny lekcji matematyki, otrzymujemy do dyspozycji ok. 111 godzin. W klasach II, III uczniowi przysługują po dwie godziny matematyki tygodniowo, mamy więc do dyspozycji 74 godziny lekcyjne w ciągu trzech lat. Zdający maturę zakończą zajęcia z końcem kwietnia. Dla nich rok szkolny trwa zatem ok. 29 tygodni, co daje ok. 87 godzin lekcji matematyki.

Klasa I – 111 godzin [103 godz. + 8 godz. do dyspozycji nauczyciela]

1.	Elementy logiki matematycznej. Zbiory. Zbiory liczbowe	10
2.	Działania w zbiorach liczbowych	12
3.	Wyrażenia algebraiczne	14
4.	Geometria płaska – pojęcia wstępne	7
5.	Geometria płaska – trójkąty	10
6.	Trygonometria kąta ostrego	7
7.	Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta	8
8.	Funkcja i jej własności	12
9.	Przekształcanie wykresów funkcji	9
10.	Funkcja liniowa	14

Klasa II – 74 godziny [68 godz. + 6 godz. do dyspozycji nauczyciela]

1.	Geometria płaska – czworokąty	10
2.	Geometria płaska – pole czworokąta	10
3.	Funkcja kwadratowa	18
4.	Elementy geometrii analitycznej	12
5.	Wielomiany	18

Klasa II – 74 godziny [61 godz. + 13 godz. do dyspozycji nauczyciela]

1.	Funkcje wymierne	17
2.	Ciągi	18
3.	Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna	16
4.	Elementy kombinatoryki	10

Klasa III – 87 godzin [65 godz. + 22 godz. do dyspozycji nauczyciela]

1.	Rachunek prawdopodobieństwa	12
2.	Elementy statystyki	9
3.	Geometria przestrzenna	18

3 Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia uczniów

KLASA I

1. Elementy logiki. Zbiory. Zbiory liczbowe (10 godzin)

Tematyka

- ▶ Pojęcie zdania w logice, zaprzeczenie zdania.
- ▶ Koniunkcja zdań, alternatywa zdań.
- ▶ Implikacja, równoważność zdań.
- Definicja, twierdzenie, twierdzenie odwrotne.
- ▶ Prawa logiczne, prawa De Morgana.
- Zbiór, działania na zbiorach.
- Zbiory liczbowe, oś liczbowa.
- Przedziały.
- ▶ Forma zdaniowa jednej zmiennej.
- ▶ Kwantyfikator ogólny, kwantyfikator szczegółowy.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ▶ pozna zdania proste i złożone;
- ▶ pozna spójniki logiczne;
- pozna, co to jest definicja i czym różni się od twierdzenia;
- dowie się, co to jest twierdzenie odwrotne;
- ▶ pozna podstawowe prawa logiki, takie jak negacja alternatywy i negacja koniunkcji;
- pozna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiór skończony (nieskończony), element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru;
- zapozna się z symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów ($\in, \subset, \cup, \cap, -$);
- pozna pojęcie sumy, różnicy, iloczynu i dopełnienia zbiorów;
- przypomni sobie wiadomości dotyczące liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych;
- pozna relacje jakie zachodzą między podzbiorami zbioru liczb rzeczywistych;
- przypomni sobie, czym jest oś liczbowa;
- pozna pojęcie przedziału (ograniczonego, nieograniczonego, otwartego, domkniętego, jednostronnie otwartego);
- nauczy się wykonywać działania na przedziałach (znajdować sumę, iloczyn, różnicę przedziałów, dopełnienie przedziału);
- ▶ pozna kwantyfikator ogólny i szczegółowy oraz nauczy się zaprzeczać zdania z kwantyfikatorem.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- ▶ odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi i ocenić jego wartość logiczną; (wymaganie podstawowe p)
- posługiwać się spójnikami logicznymi i rozumie, że potoczne rozumienie



spójników „i” oraz „lub” może być inne niż znaczenie spójników logicznych „ \wedge ”, „ \vee ”; (p)

- ▶ zaprzeczać zdanie; (p)
- ▶ budować zdania złożone i oceniać ich wartość logiczną; (wymaganie ponadpodstawowe pp)
- odróżnić definicję od twierdzenia; (p)
- mając dane twierdzenie w postaci implikacji zbudować twierdzenie odwrotne do danego twierdzenia; (pp)
- ▶ stosować poznane prawa logiczne; (pp)
- wyznaczać część wspólną, sumę i różnicę zbiorów oraz dopełnienie zbioru; (p)
- wskazać w podanym zbiorze liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne; (p)
- posługiwać się pojęciem osi liczbowej; (p)
- zaznaczyć przedziały na osi liczbowej; (p)
- wykonywać działania na przedziałach; (p)
- ▶ odróżnić zdanie od formy zdaniowej; (pp)
- stosować określenia „dla każdego”, „dla pewnego”, „istnieje”, „dla dowolnego”; (pp)
- wykorzystywać język matematyki w komunikowaniu się. (p)

2. Działania w zbiorach liczbowych (12 godzin)

Tematyka

- Zbiór liczb naturalnych, zbiór liczb całkowitych.
- NWD i NWW liczb naturalnych.
- Zbiór liczb wymiernych, zbiór liczb niewymiernych.
- Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych.
- Porównywanie liczb w zbiorze \mathbf{R} . Przypomnienie wiadomości o równaniach i nierównościach.
- √ Niedziesiątkowe systemy liczenia (2,8,16). Zamiana z jednego systemu na inny, działania arytmetyczne w danych systemach
- Procenty.
- Punkty procentowe.
- Wartość bezwzględna.
- Przybliżenia.
- Błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia, szacowanie.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie pojęcie liczb pierwszych i złożonych;
- przypomni sobie cechy podzielności liczb naturalnych;
- przypomni sobie jak znajduje się NWD i NWW liczb naturalnych;
- przypomni sobie, jak wykonuje się działania na ułamkach;
- ▶ pozna pojęcie części całkowitej i ułamkowej;
- przypomni sobie prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;
- przypomni sobie własności równości i nierówności w zbiorze \mathbf{R} ;
- √ pozna dwójkowy, ósemkowy, szesnastkowy system liczenia,
- √ pozna sposób zamiany z jednego systemu na inny,
- √ nauczy się wykonywać działania w innych systemach liczenia,
- przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami;
- pozna pojęcie punktu procentowego;
- pozna pojęcie wartości bezwzględnej;



- pozna pojęcie błędu bezwzględnego i względnego;
- nauczy się szacować wyrażenia liczbowe.

Założone osiągnięcia ucznia:

Uczeń potrafi:

- stosować cechy podzielności liczb naturalnych;
- znaleźć NWW i NWD liczb naturalnych;
- sprawnie wykonywać działania na ułamkach;
- ▶ wyznaczyć część całkowitą i część ułamkową liczby;
- zaplanować i wykonać obliczenia na liczbach rzeczywistych (w tym z wykorzystaniem praw działań);
- stwierdzić, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną czy niewymierną;
- wyznaczać rozwinięcia dziesiętne liczb;
- zapisać liczbę wymierną (w tym mającą rozwinięcie dziesiętne okresowe) w postaci ilorazu liczb całkowitych;
- stosować własności równości i nierówności w zbiorze \mathbf{R} oraz rozwiązywać proste równania i nierówności;
- √ zamieniać liczby zapisane w jednym systemie na inny,
- √ wykonać podstawowe działania na liczbach zapisanych w danym systemie
- stosować pojęcie procentu w obliczeniach;
- odczytywać dane z tabel i diagramów;
- wykorzystywać tabele i diagramy do przedstawiania danych;
- posługiwać się pojęciem punktu procentowego;
- obliczyć wartość bezwzględną danej liczby;
- zastosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej;
- zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu $|x - a| = b$, $|x - a| \geq b$
- zapisać nierówność (równanie) z wartością bezwzględną, znając zbiór rozwiązań tej nierówności (tego równania);
- znaleźć przybliżenie liczby z zadaną dokładnością;
- stosować reguły zaokrąglania liczb;
- stosować pojęcie błędu bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia;
- oszacować wartość wyrażenia liczbowego.

3. Wyrażenia algebraiczne (14 godzin)

Tematyka

- Potęga o wykładniku naturalnym.
- Pierwiastek arytmetyczny.
- Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej.
- Wzory skróconego mnożenia.
- Potęga o wykładniku całkowitym.
- Potęga o wykładniku wymiernym.
- Informacja o potędze o wykładniku rzeczywistym.
- Pojęcie logarytmu, własności logarytmów.
- Przekształcanie wzorów.
- Średnia arytmetyczna, średnia geometryczna, średnia ważona.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym;
- przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych;



- pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej;
- pozna wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$
- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym;
- pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym i własności działań na takich potęgach;
- pozna, jak konstruuje się potęgę o wykładniku niewymiernym;
- pozna prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- pozna pojęcie logarytmu;
- pozna podstawowe własności logarytmu (wzór na logarytm ilorazu, iloczynu, potęgi);
 - ▶ pozna wzór na zamianę podstaw logarytmu;
 - ▶ pozna przykładowe zastosowanie logarytmów;
- nauczy się przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii;
- przypomni sobie pojęcie średniej arytmetycznej oraz pozna pojęcie średniej geometrycznej i średniej ważonej.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym i całkowitym;
- zapisywać liczby w postaci wykładniczej $a \cdot 10^k$, gdzie $a \in (1, 10)$ i $k \in \mathbb{Z}$
- sprawnie wykonywać działania na pierwiastkach;
- sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia (w tym do rozkładania sum algebraicznych na czynniki);
- usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka;
- wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym (wymiernym i niewymiernym);
- obliczyć logarytm danej liczby przy danej podstawie;
- stosować w obliczeniach podstawowe własności logarytmu;
- ▶ znaleźć przybliżenie liczby zapisanej przy użyciu potęgi i przedstawić je (używając kalkulatora) w notacji wykładniczej;
- sprawnie przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii;
- obliczać średnią arytmetyczną, geometryczną, ważoną.

4. Geometria płaska – pojęcia wstępne (7 godzin)

Tematyka

- Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt.
- ▶ Figura wypukła, figura ograniczona.
- Położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta.
- Dwie proste przecięte trzecią prostą.
- Twierdzenie Talesa.
- Okrąg i koło.
- Kąty i koła.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie podstawowe pojęcia geometryczne (punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt);
- ▶ pozna pojęcie figury wklęsłej i wypukłej;
- ▶ pozna pojęcie figury ograniczonej i nieograniczonej;

- przypomni sobie wiadomości o kątach (kąć prosty, ostry, rozwarty, kąty przyległe, kąty wierzchołkowe);
- przypomni sobie położenie prostych na płaszczyźnie, pojęcie odległości punktu od prostej i pojęcie odległości między prostymi równoległymi;
- przypomni sobie pojęcie symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta oraz jaką własność ma dowolny punkt leżący na symetralnej odcinka (dwusiecznej kąta);
- przypomni sobie twierdzenie o dwóch prostych równoległych, przeciętych trzecią prostą;
- przypomni sobie twierdzenie Talesa;
- przypomni sobie pojęcie koła i okręgu;
- pozna określenie kąta środkowego w kole, wpisanego w koło i kąta dopisanego oraz własności tych kątów.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- określać własności poznanych figur geometrycznych i posługiwać się tymi własnościami;
- wyznaczać odległość: dwóch punktów, punktu od prostej, dwóch prostych równoległych;
- konstruować: proste prostopadłe, proste równoległe, symetralną odcinka, dwusieczną kąta;
- określić wzajemne położenie prostej i okręgu;
- ▶ określić wzajemne położenie dwóch okręgów;
- stosować w rozwiązywaniu zadań poznane twierdzenia (m.in. twierdzenie o dwóch prostych przeciętych trzecią prostą, twierdzenie Talesa, twierdzenia dotyczące kątów środkowych, wpisanych w okrąg, dopisanych do okręgu).

5. Geometria płaska – trójkąty (10 godzin)

Tematyka

- Podział trójkątów.
- Suma kątów w trójkącie.
- Nierówność trójkąta.
- Odcinek łączący środki boków w trójkącie.
- Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.
- Wysokości w trójkącie.
- Środki w trójkącie.
- Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie.
- Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt.
- Przystawanie trójkątów.
- Podobieństwo trójkątów.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
- przypomni sobie twierdzenie o sumie kątów w trójkącie;
- przypomni sobie, na czym polega nierówność trójkąta;
- przypomni sobie twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta;
- przypomni sobie twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;
- pozna twierdzenie o wysokościach w trójkącie;
- pozna twierdzenie o środkowych w trójkącie;



- przypomni sobie twierdzenie o symetralnych boków trójkąta;
- przypomni sobie twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta;
- przypomni sobie pojęcie trójkątów przystających oraz cechy przystawiania trójkątów;
- przypomni sobie pojęcie trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań (w tym m.in. twierdzenie o sumie kątów trójkąta, twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta, twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa, twierdzenie o wysokościach w trójkącie, twierdzenie o środkowych w trójkącie);
- określić – znając długości boków trójkąta – czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny czy rozwartokątny;
- opisać okrąg na trójkącie, wpisać okrąg w trójkąt, wyznaczać promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny i w trójkąt równoramienny, wyznaczać promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym i na trójkącie równoramiennym – znając długości boków trójkąta;
- rozpoznawać trójkąty przystające;
- stosować cechy przystawiania trójkątów w rozwiązywaniu zadań;
- rozpoznawać trójkąty podobne;
- stosować cechy podobieństwa trójkątów w rozwiązywaniu zadań (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym).

6. Trygonometria kąta ostrego (7 godzin)

Tematyka

- Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym.
- Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla 30° , 45° , 60° .
- Podstawowe tożsamości trygonometryczne.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna określenie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;
- nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° ;
- pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- wyznaczyć funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;
- rozwiązać równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, gdzie $0^\circ < x < 90^\circ$, korzystając z kalkulatora, tablic lub posługując się wartościami funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów;
- stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w rozwiązywaniu zadań;
- znając wartości jednej funkcji potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego.

7. Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta (8 godzin)

Tematyka

- Pole figury geometrycznej.
- Pole trójkąta.
- Pola trójkątów podobnych.

- Pole koła, pole wycinka koła.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna pojęcie pola figury;
- przypomni sobie stosowane wcześniej wzory na pole trójkąta (np. $P = \cdot a \cdot ha$)
- pozna nowe wzory na pole trójkąta (np. $P = \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$)
- pozna twierdzenie dotyczące pól trójkątów podobnych;
- przypomni sobie wzór na pole koła i długość okręgu;
- pozna wzór na pole wycinka koła i wzór na długość łuku okręgu.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- obliczyć pole figury, wykorzystując podział tej figury na rozłączne części;
- stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów;
- stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach (np. długość wysokości, długość promienia koła wpisanego w trójkąt);
- zastosować twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu zadań;
- zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań.

8. Funkcja i jej własności (12 godzin)

Tematyka

- Pojęcie funkcji, funkcja liczbowa.
- Dziedzina i zbiór wartości funkcji.
- Sposoby opisywania funkcji.
- Wykres funkcji.
- Miejsce zerowe funkcji.
- Monotoniczność funkcji.
- ▶ Różnowartościowość funkcji.
- Najmniejsza i największa wartość funkcji.
- Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie pojęcie funkcji;
- pozna różne sposoby opisywania funkcji (graf, wzór, tabela, wykres, opis słowny);
- przypomni sobie takie pojęcia jak: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej;
- pozna pojęcie monotoniczności funkcji;
- ▶ pozna pojęcie różnowartościowości funkcji;
- pozna wykresy niektórych funkcji jak np. $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = |x|$.
- pozna pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji.
- nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- nauczy się szkicować wykres funkcji o podanych własnościach;
- nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji;

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić przyporządkowanie, które jest funkcją, od przyporządkowania, które funkcją nie jest;
- opisywać funkcje na różne sposoby (grafem, wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym);



- wskazać wykres funkcji liczbowej;
- wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej;
- określić zbiór wartości funkcji (proste przykłady);
- obliczyć miejsca zerowe funkcji;
- określić na podstawie wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartość największą i najmniejszą funkcji, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie (maleje, jest stała) oraz zbiory, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);
- ▶ określić na podstawie wykresu, czy dana funkcja jest różnowartościowa;
- sporządzić wykres funkcji spełniającej podane warunki;
- podać opis matematyczny zależności dwóch zmiennych w postaci funkcji;
- odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji, dotyczące różnych zjawisk, np. przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych, chemicznych;
- przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru funkcji lub wykresu funkcji.

9. Przekształcenia wykresów funkcji (9 godzin)

Tematyka

- √ Wektor w układzie współrzędnych.
- √ Równoległość i prostopadłość wektorów.
- √ Iloczyn skalarny i wektorowy wektorów.
- Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX .
- Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY .
- ▶ Przesunięcie równoległe o wektor $w \rightarrow = [p, q]$.
- Symetria osiowa względem osi OX .
- Symetria osiowa względem osi OY .
- ▶ Symetria środkowa względem początku układu współrzędnych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- √ pozna pojęcie wektora w układzie współrzędnych;
- √ nauczy się dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę;
- √ pozna pojęcie wektorów przeciwnych;
- √ nauczy się określać czy dane wektory są równoległe, prostopadłe;
- √ pozna pojęcie iloczynu skalarnego i wektorowego;
- ▶ pozna pojęcie przesunięcia równoległego;
- nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OX ;
- nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OY ;
- ▶ nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji o dowolny wektor;
- ▶ pozna pojęcie symetrii osiowej;
- nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX ;
- nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OY ;
- ▶ pozna pojęcie symetrii środkowej;
- ▶ nauczy się przekształcać wykres funkcji względem początku układu współrzędnych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- √ obliczyć współrzędne wektora i długość wektora;
- √ dodać i odjąć wektory, pomnożyć wektor przez liczbę;
- √ stosować pojęcie wektorów równych i przeciwnych w rozwiązaniach prostych zadań;



- √ wykorzystać równoległość i prostopadłość wektorów w rozwiązywaniu zadań;
- √ stosować pojęcie iloczynu skalarnego i wektorowego w rozwiązaniach prostych zadań;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a)$
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x) + b$
- ▶ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a) + b$
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(x)$
- ▶ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = |f(x)|$
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(-x)$
- ▶ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(-x)$

10. Funkcja liniowa (14 godzin)

Tematyka

- Proporcjonalność prosta.
- Funkcja liniowa. Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej.
- Własności funkcji liniowej.
- Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych.
- Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego.
→ Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- √ Układy równań pierwszego stopnia z trzema niewiadomymi
- ▶ Nierówność pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- √ Macierze stopnia drugiego, trzeciego. Działania na macierzach.
- √ Wyznacznik macierzy,
- ▶ Układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi.
- Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych.
- √ Programowanie liniowe.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie informacje o proporcjonalności prostej;
- przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej;
- pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej;
- przypomni sobie własności funkcji liniowej;
- nauczy się znajdować równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe lub prostopadłe do danej funkcji liniowej;
- nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;
- przypomni sobie, jak się rozwiązuje równania i nierówności liniowe;
- √ pozna pojęcie macierzy oraz nauczy się wykonywania na nich działań;
- √ pozna pojęcie wyznacznika macierzy;
- przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- √ nauczy się rozwiązywać układy równań liniowych metodą wyznacznikową stopnia 2 i 3;
- ▶ nauczy się opisywać zbiory za pomocą układów nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- √ nauczy się zastosować nierówności liniowe do rozwiązywania zagadnień ekonomicznych.



Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- sporządzić wykres proporcjonalności prostej oraz podać jej własności;
- zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań;
- sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;
- wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań;
- wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danej funkcji liniowej;
- stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego;
- rozwiązywać równania oraz nierówności liniowe z jedną niewiadomą oraz interpretować je graficznie;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą;
- √ wykonywać dodawanie, odejmowanie, mnożenie macierzy;
- √ obliczać wyznacznik macierzy stopnia drugiego i trzeciego;
- stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi √ stosować metodę wyznacznikową rozwiązywania układu równań z dwiema, trzema niewiadomymi;
- ▶ graficznie przedstawiać nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi oraz opisywać podane zbiory za pomocą układów równań i nierówności z dwiema niewiadomymi;
- √ stosować metodę programowania liniowego do rozwiązywania zagadnień ekonomicznych.

KLASA II

1. Geometria płaska – czworokąty (10 godzin)

Tematyka

- Podział czworokątów.
- Trapezy.
- Równoległoboki.
- Trapezoidy.
- ▶ Okrąg opisany na czworokącie.
- ▶ Okrąg wpisany w czworokąt.
- Podobieństwo. Podobieństwo czworokątów.
- Skala i plan.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie podział czworokątów;
- przypomni sobie niektóre własności czworokątów;
- pozna twierdzenie o linii łączącej środki ramion trapezu;
- ▶ pozna twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt;
- pozna pojęcie podobieństwa i jego własności;
- nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące mapy, planu, skali mapy.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- posługiwać się własnościami czworokątów w rozwiązywaniu zadań;
- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących wielokątów;
- stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
- stosować własności podobieństwa w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali).

2. Geometria płaska – pole czworokąta (10 godzin)

Tematyka

- Pole równoległoboku.
- Pole trapezu.
- Pola figur podobnych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie wzory na pola czworokątów (kwadratu, prostokąta, równoległoboku, rombu, trapezu);
- pozna nowe wzory na pole czworokąta;
- pozna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów;
- stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy);
- rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.

3. Funkcja kwadratowa (18 godzin)

Tematyka

- Jednomian kwadratowy, trójmian kwadratowy.
- Przekształcenia wykresów funkcji kwadratowych.
- Postać ogólna i postać kanoniczna funkcji kwadratowej.
- Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.
- Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.
- Badanie trójmianu kwadratowego, zadania optymalizacyjne.
- Równania kwadratowe.
- Nierówności kwadratowe.
- Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności;
- nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej;
- nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych;
- nauczy się przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;
- pozna metodę rozwiązywania równań kwadratowych;
- pozna metodę rozwiązywania nierówności kwadratowych;



- nauczy się znajdować największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych;
- nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań (w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym).

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji;
- sporządzić wykres funkcji kwadratowej i zbadać jej własności na podstawie wykresu;
- wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji kwadratowej;
- przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;
- wyznaczyć wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu;
- wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej i postać iloczynową funkcji kwadratowej;
- sprawnie zamieniać jedną postać funkcji kwadratowej na inną (postać kanoniczna, iloczynowa, ogólna);
- sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie, zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych;
- wyznaczyć wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- rozwiązywać zadania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne);
- rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych;
- przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej;
- opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej.

4. Elementy geometrii analitycznej (12 godzin)

Tematyka

- ▶ Wektor w układzie współrzędnych – powtórzenie wiadomości.
- Odległość punktów w układzie współrzędnych.
- Współrzędne środka odcinka.
- Równanie kierunkowe prostej.
- Równanie ogólne prostej.
- Równoległość prostych.
- Prostopadłość prostych.
- ▶ Odległość punktu od prostej.
- Równanie okręgu.

Cele edukacyjne ucznia

Uczeń:

- ▶ przypomni sobie podstawowe informacje o wektorze w układzie współrzędnych;
- przypomni sobie, jak oblicza się odległość punktów w układzie współrzędnych;
- pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka;

- przypomni sobie informacje o równaniu kierunkowym prostej;
- nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej;
- przypomni sobie warunki na równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych;
 - ▶ pozna wzór na obliczanie odległości punktu od prostej;
- nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej;
- nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu;
- nauczy się zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach (np. stycznego do jednej z osi układu);
- nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;
 - ▶ nauczy się określać wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych;
- wyznaczyć współrzędne środka odcinka;
 - ▶ zastosować informacje o wektorze w układzie współrzędnych do rozwiązywania prostych zadań;
- znaleźć równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym;
- zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;
 - ▶ stosować wzór na obliczanie odległości punktu od prostej w zadaniach;
- posługiwać się równaniem okręgu;
- przekształcić równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytać współrzędne środka i promień okręgu;
- wyznaczyć równanie okręgu o zadanych własnościach;
- wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;
 - ▶ określić wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami;
 - ▶ wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów.

5. Wielomiany (18 godzin)

Tematyka

- Wielomian jednej zmiennej stopnia n ($n \geq 1$).
- Równość wielomianów.
- Dodawanie odejmowanie, mnożenie wielomianów.
 - ▶ Dzielenie wielomianów.
- Pierwiastek wielomianu, pierwiastek wielokrotny.
 - ▶ Twierdzenie Bezouta.
- Rozkład wielomianów na czynniki.
- Równania wielomianowe.
- Zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję wielomianu stopnia n ($n \geq 1$) jednej zmiennej;
- pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować;
- nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany;
 - ▶ nauczy się dzielić wielomian przez wielomian;
- pozna pojęcie pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu;



- ▶ pozna twierdzenie Bezouta i nauczy się je stosować;
- ▶ pozna twierdzenie o reszcie i nauczy się je stosować;
- pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki (wylączenie czynnika poza nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów);
- nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe;
- nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem;
- dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany;
- ▶ podzielić wielomiany;
- ▶ zastosować twierdzenie Bezouta i twierdzenie o reszcie w rozwiązaniach zadań;
- rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wylączenie wspólnego czynnika poza nawias;
- rozwiązać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;
- rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, stosując poznane definicje i twierdzenia.

KLASA III

1. Funkcje wymierne (17 godzin)

Tematyka

- Definicja funkcji wymiernej, dziedzina funkcji wymiernej.
- Działania na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie).
- Proporcjonalność odwrotna i jej własności.
- ▶ Funkcja homograficzna i jej własności.
- Proste równania wymierne.
- ▶ Proste nierówności wymierne.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję funkcji wymiernej;
- nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- nauczy się skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej;
- nauczy się szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;
- nauczy się rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną;
- ▶ nauczy się rysować wykresy funkcji homograficznych;
- ▶ nauczy się opisywać własności funkcji homograficznej na podstawie jej wykresu;
- ▶ nauczy się rozwiązywać zadania z wykorzystaniem własności funkcji homograficznej;
- nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne;
- ▶ nauczy się rozwiązywać proste nierówności wymierne (dające się sprowadzić do nierówności stopnia co najwyżej drugiego).

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji;
- wyznaczać dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych lub kwadratowych za pomocą grupowania wyrazów, stosowania wzorów skróconego mnożenia, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias;
- obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;
- rozwiązywać zadania z proporcjonalnością odwrotną;
- ▶ rysować wykresy i określać własności funkcji homograficznych;
- ▶ rozwiązywać zadania dotyczące funkcji homograficznych;
- rozwiązywać proste równania wymierne;
- ▶ rozwiązywać proste nierówności wymierne prowadzące do nierówności liniowych lub nierówności kwadratowych;
- rozwiązywać zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych.

2. Ciągi (18 godzin)

Tematyka

- Określenie ciągu, ciąg liczbowy.
- Sposoby opisywania ciągów.
- √ Ciągi zdefiniowane rekurencyjnie.
- Monotoniczność ciągu.
- Ciąg arytmetyczny.
- Ciąg geometryczny.
- Oprocentowanie lokat i kredytów (procent prosty i procent składany).
- √ Granica ciągu liczbowego.
- √ Szereg geometryczny.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję ciągu;
- pozna sposoby opisywania ciągów (wzór ogólny, wykres);
- √ pozna sposób opisywania ciągów za pomocą wzoru rekurencyjnego;
- pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu;
- pozna definicję ciągu arytmetycznego;
- pozna własności ciągu arytmetycznego;
- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego (n -ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów tego ciągu, średnia arytmetyczna);
- pozna definicję ciągu geometrycznego;
- pozna własności ciągu geometrycznego;
- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego (n -ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna);
- pozna pojęcie procentu prostego i składanego;
- nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów;



- √ pozna definicję granicy ciągu liczbowego;
- √ pozna pojęcie szeregu geometrycznego;
- √ nauczy się wyznaczać sumę szeregu geometrycznego zbieżnego.
- √ nauczy się stosować wiadomości o szeregach geometrycznych w zadaniach.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- określać ciąg wzorem ogólnym;
- √ Wyznaczać dowolny wyraz ciągu określonego wzorem rekurencyjnym;
- wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu;
- zbadać monotoniczność ciągu;
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym;
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych;
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego;
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym;
- wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych;
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego;
- rozwiązywać zadania stosując wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym;
- stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów.
- √ obliczać granice ciągów zbieżnych;
- √ obliczać sumę szeregu geometrycznego;
- √ stosować wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach.

3. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna (16 godzin)

Tematyka

- Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie.
- Funkcja wykładnicza i jej własności.
 - ▶ Proste równania i nierówności wykładnicze.
- Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym.
- Logarytm – powtórzenie wiadomości.
 - ▶ Funkcja logarytmiczna i jej własności.
 - ▶ Proste równania i nierówności logarytmiczne.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- będzie doskonalił umiejętności wykonywania działań na potęgach;
- pozna pojęcie funkcji wykładniczej;
- pozna własności funkcji wykładniczej;
 - ▶ nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;
- nauczy się stosować własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań;
- przypomni sobie pojęcie logarytmu;
- przypomni sobie własności logarytmów i ich zastosowanie w rozwiązywaniu zadań;
 - ▶ pozna pojęcie funkcji logarytmicznej;

- ▶ pozna własności funkcji logarytmicznej;
- ▶ nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności logarytmiczne;
- ▶ nauczy się stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań;
- odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;
- sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;
- przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;
- opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów;
- ▶ rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;
- rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym;
- obliczać logarytm liczby dodatniej;
- stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań;
- ▶ odróżnić funkcję logarytmiczną od innych funkcji;
- ▶ sporządzać wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;
- ▶ przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych;
- ▶ opisywać własności funkcji logarytmicznych na podstawie ich wykresów;
- ▶ rozwiązywać proste równania i nierówności logarytmiczne;
- ▶ rozwiązywać zadania dotyczące funkcji logarytmicznych, umieszczone w kontekście praktycznym.

4. Elementy kombinatoryki (10 godzin)

Tematyka

- Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych.
- Zasada mnożenia.
- Drzewa stochastyczne.
- Symbol silni.
- ▶ Permutacje.
- ▶ Wariacje z powtórzeniami.
- ▶ Wariacje bez powtórzeń.
- ▶ Kombinacje.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- pozna zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować;
- nauczy się przedstawiać pewne sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań;
- pozna symbol silni i nauczy się go stosować;
- ▶ pozna pojęcie permutacji, wariacji z powtórzeniami i wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji;
- ▶ nauczy się obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji;
- nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne.



Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych;
- stosować zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań;
- rozwiązywać pewne zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa;
- stosować symbol silni;
- ▶ obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń i kombinacji;
- rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki.

KLASA IV

1. Rachunek prawdopodobieństwa (12 godzin)

Tematyka

- Doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, zdarzenie, działania na zdarzeniach.
- Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa.
- Własności prawdopodobieństwa.
- „Klasyczna definicja prawdopodobieństwa”.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna takie pojęcia, jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe;
- nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu;
- nauczy się znajdować sumę zdarzeń, różnicę zdarzeń, iloczyn zdarzeń oraz zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia;
- pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa;
- pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować w rozwiązywaniu zadań;
- pozna „klasyczną definicję prawdopodobieństwa”;
- nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc;
- wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu;
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”;
- stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań;
- wykorzystywać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa;
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa.

2. Elementy statystyki opisowej (9 godzin)

Tematyka

- Dane statystyczne i ich klasyfikacja.
- Średnia z próby.
- Mediana z próby.
- Odchylenie standardowe z próby.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- dowie się, na czym polega klasyfikacja danych statystycznych;
- nauczy się obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby;
- nauczy się interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, odchylenie standardowe z próby;
- interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne;
- odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów;
- przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;
- przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych;
- porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi.

3. Geometria przestrzenna (18 godzin)

Tematyka

- Płaszczyzny i proste w przestrzeni.
 - ▶ Rzut równoległy na płaszczyznę.
- Rzut prostokątny na płaszczyznę, kąt między prostą i płaszczyzną.
- Kąt dwuścienny, kąt liniowy kąta dwuściennego.
 - ▶ Wielościany, pole powierzchni wielościanu, objętość wielościanu.
 - Graniastosłupy – podział, pole powierzchni, objętość.
 - Ostrosłupy – podział, pole powierzchni, objętość.
 - Bryły obrotowe – walec, stożek, kula; pole powierzchni i objętość brył obrotowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
 - ▶ nauczy się rysować figury w rzucie równoległym na płaszczyznę;
- pozna wzajemne położenie prostej i płaszczyzny;
- nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną;
- pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
- poprawnie narysować wielościany (graniastosłupy, ostrosłupy) i bryły obrotowe;
- wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości;



- podać własności figur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy dane dwa jej punkty czy bryły obrotowe;
- rysować siatki figur przestrzennych;
- wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych;
- wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii.

4 Procedury osiągnięcia celów kształcenia i procedury oceniania osiągnięć uczniów

Rozwijanie umiejętności matematycznych wpływa na rozwój intelektualny człowieka. Matematyka uczy logicznego myślenia i wnioskowania. Na lekcjach matematyki uczeń nabywa umiejętności precyzyjnego operowania pojęciami z zakresu języka przedmiotu.

Edukację w liceum rozpoczynamy od elementów logiki matematycznej. Realizacja tej tematyki pozwoli na zrozumienie budowy definicji i twierdzenia matematycznego (założenie, teza) oraz umożliwi kształcenie umiejętności logicznego wnioskowania. Umożliwi kształcenie precyzyjnego zapisu matematycznego, co wpłynie na kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi.

Realizacja programu w oparciu o podręczniki i zbiory zadań umożliwi rozwiązywanie ciekawych problemów zarówno z algebry, jak i z geometrii. Zadania rozwiązywane na każdym etapie edukacji pozwolą na zdobycie umiejętności w zakresie: interpretowania tekstu matematycznego, używania prostych obiektów matematycznych, prostego modelowania matematycznego, stosowania strategii wynikającej z treści zadania, jak również prowadzenia prostych rozumowań, składających się z niewielkiej liczby kroków.

Przykłady zaczerpnięte z życia codziennego pozwolą dostrzec uczniowi prawidłowości matematyczne w otaczającym go świecie i wpłyną na rozwijanie jego praktycznych umiejętności.

We współczesnym świecie niezbędna jest umiejętność posługiwania się różnymi tabelami, wykresami i diagramami. Kształtowanie tych umiejętności umożliwi realizacja naszego programu w każdym dziale matematyki, szczególnie w zakresie tematyki zbiorów, statystyki, czy własności funkcji. Na tych lekcjach uczeń nabędzie umiejętność zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji. Opanuje umiejętność oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia. Lekcje rachunku prawdopodobieństwa ułatwią uczniowi dokonanie wyboru strategii w przypadkach doświadczeń losowych (np. gry losowe).

Równie ważne jest kształtowanie postaw młodego pokolenia. Te cele należy wdrażać na każdej lekcji matematyki, rozwijając samodzielność w rozwiązywaniu problemów, odpowiedzialność, uczciwość w każdej sytuacji życiowej, także w warunkach procesu dydaktycznego. Na lekcjach matematyki należy uczyć kultury dyskusji, szczególnie podczas prezentacji różnych metod rozwiązania tego samego problemu. Należy zwracać uwagę na język matematyczny, precyzyjne formułowanie myśli, logiczną konstrukcję wypowiedzi.

Szczególnie ważne jest stworzenie warunków do rozwijania kompetencji kluczowych, które są niezbędne w dorosłym życiu, są podstawą do dalszej nauki i życia zawodowego. Osiągnięcie założonych celów edukacyjnych i wychowawczych jest możliwe dzięki stosowaniu na lekcjach matematyki różnorodnych metod nauczania i odpowiedniego doboru form organizacyjnych lekcji. Ta różnorodność ma nie tylko uatrakcyjnić przedmiot, ale także zaktywizować uczniów w procesie uczenia się, zachęcić do rozwiązywania różnorodnych problemów, spowodować kształtowanie odpowiednich postaw.



4.1 Metody nauczania

Wśród najczęściej stosowanych metod nauczania matematyki, które mogą być przydatne w procesie kształtowania MKKE na uwagę zasługują:

Metody i techniki nauczania	Charakterystyka	Wartość metody	Zastosowanie (do rozwoju MKKE)
ćwiczenia	Wyzwała aktywność odtwórczą i twórczą uczniów w sytuacji odpowiednio dobranych i uporządkowanych zadań do rozwiązywania przez uczniów. Pozwala dostrzegać różnorodne zastosowania nabywanej wiedzy i budować przekonanie i jej użyteczności. Odpowiednio dobrany układ zadań może organizować lekcje problemową, albo pozwala obserwować określone prawidłowości prowadzące do sformułowania hipotezy.	budowanie przekonań o celowości systematycznej nauki	doskonalenie umiejętności (W2); konstruowanie lub odkrywanie nowych informacji (W3, U3,U4).
praca z tekstem	Rozwija aktywność twórczą, samodzielność i wytrwałość w zdobywaniu nowej wiedzy pod warunkiem dobrania tekstów odpowiednio do możliwości uczniów.	rozwój krytycznego myślenia	wdrażanie do samo-kształcenia (U3, U4).
wykład problemowy ilustrowany	Prezentacja analitycznego i syntetycznego myślenia nauczyciela, wzorów formułowania problemów, prezentacja wzorcowych sposobów rozwiązań, powiązana z wizualizacją odwołującą się do różnych typów sensomotorycznych, z możliwością zadania pytań.	konstrukcja logiczna, jasność wywodu	wprowadzenie nowych trudnych wiadomości, nauka notowania (W1, U2)
obserwacja	Rejestrowanie wyników obliczeń wykonywanych na papierze czy efektów „eksperymentów” przeprowadzanych za pomocą kalkulatora graficznego lub komputera oraz redagowanie wniosków dotyczących wyników tych działań. Dostrzeganie zastosowań matematyki w sytuacjach życia codziennego oraz przyszłym działaniu zawodowym.	budowanie hipotezy na podstawie obserwacji wyników uzyskanych za pomocą kalkulatora i komputera	gromadzenie spostrzeżeń i obserwacji nt. obiektów matematycznych (W3, W4, U3, U1)
gra dydaktyczna	Występuje element zabawy i rywalizacji w naturalny sposób angażuje uczestników, rozwija umiejętności przewidywania i myślenie strategiczne. Gry mogą wykorzystywać własności struktur matematycznych.	autentyzm reguł działania	doskonalenie umiejętności (W2, W5, P3)
burza mózgów	Brak wartościowania pomysłów jest zachętą dla uczestników do zgłoszenia własnych propozycji rozwiązywania problemu. Powinna być zakończona dyskusja wartościująca te pomysły,	wytworzenie w krótkim czasie wielu pomysłów	„rozgrzewka” umysłowa (P1, P2, P3)
„dywanik albo ściana pomysłów”	Może stanowić zakończenie „burzy mózgów”. Uczniowie przygotowują indywidualnie pomysły rozwiązania problemu umieszczają je na zawieszonym arkuszu. Następnie uczniowie dokonują wyboru najlepszego pomysłu poprzez „głosowanie” (każdy uczeń dysponuje tylko jednym punktem.)	konieczność prezentacji swojego stanowiska przez każdego ucznia	wyбір najlepszego rozwiązania (U2, P1, P3)



Metody i techniki nauczania	charakterystyka	Wartość metody	Zastosowanie (do rozwoju MKKE)
dyskusja	Rozwija umiejętności komunikatywne, umiejętności dobierania argumentacji, jasnego wypowiedzenia swoich sądów, umiejętności podejmowania decyzji, jednak angażuje tylko część uczniów.	różnorodność wiedzy i poglądów, możliwości prezentacji swojego zdania	Np. ustalenie plany rozwiązania problemu (U1, P2, P3)
„śnieżna kula”	Odmiana dyskusji pozwalająca przechodzić od pracy indywidualnej do pracy w grupach, a kończy się pracą zbiorową. Angażuje przez cały czas wszystkich uczestników zarówno w wytwarzaniu pomysłów, jak i ocenie stanowiska.	możliwość oceny poszczególnych pomysłów	negocjowanie i uzgadnianie stanowiska (U1, P2, P3)
projekt badawczy	Kształci i doskonali wiele umiejętności, a zwłaszcza pozwala na opanowanie metod poznania wykraczających poza program kształcenia szkolnego. Może być adresowany do pojedynczych uczniów szczególnie zainteresowanych i uzdolnionych w danej dziedzinie.	autentyzm poznania naukowego	samodzielne pozyskanie dodatkowych wiadomości i umiejętności (W4, W5, P1, P2, P3)
projekt edukacyjny	Pozwala na wykorzystanie zdobytej wiedzy do rozwiązania rzeczywistych problemów praktycznych przez grupę uczniów o różnym poziomie osiągnięć matematycznych z wykorzystaniem talentów i uzdolnień poszczególnych członków zespołu.	podnosi samoocenę i buduje poczucie własnej wartości	przedsięwzięcie na rzecz środowiska (W2, W3, U1)
pagadanka	Dobrze przygotowana może służyć wytworzeniu sytuacji problemowej lub sprawdzeniu efektów zajęć. Jej skutki mogą być ograniczone dominacją nauczyciela albo stosowaniem przez niego heurystyki pozorowanej.	uwidoczni konstrukcję logiczną zajęć, ożywia lekcję, mobilizuje uczniów	wprowadzenie do tematu lub podsumowanie lekcji (W1, U1)
mapa mentalna	Technika pozwalająca na wizualne przedstawienie treści wybranego zakresu działu lub tematu. Może być wykorzystana podczas pracy z tekstem. Przydatna w matematyzowaniu sytuacji rzeczywistych.	dogłębna analiza zawartości tekstu	wizualizacja treści tekstu (W4, U4)
sieć	Technika pozwalająca na zbudowanie sieci połączeń między pojęciami, prawami, twierdzeniami, w pracy zespołowej. Umożliwia odkrycie struktury danej dyscypliny, np. dedukcyjnego charakteru matematyki.	porządkowanie, odkrywanie powiązań strukturalnych i uogólnień	usystematyzowanie wiadomości (W1, W3, W4, U2)
portfolio	Gromadzenie nadobowiązkowych prac wykonanych w dłuższym okresie czasu indywidualnie lub w zespołach. Pozwala śledzić przebieg uczenia się, postępy, twórczości i zaangażowanie uczniów.	Rozwija zainteresowania i motywuje do uczenia się z własnej inicjatywy	dokumentowanie pozalekcyjnej pracy uczniów (W4, U3, U4, P2)

4.2 Formy pracy

Z wyborem metod nauczania ściśle wiąże się odpowiedni dobór form organizacyjnych lekcji. Wśród nich można wyróżnić następujące:

– **Praca z całą klasą** – polega na zaangażowaniu wszystkich uczniów w rozwiązywanie problemów sformułowanych przez nauczyciela. Nauczyciel realizuje z całą klasą te same treści (np. uczniowie rozwiązują te same zadania, analizują ten sam problem matematyczny, dyskutują na ten sam temat, nauczyciel prowadzi wykład).

– **Praca w grupach** – polega na podziale klasy na kilkuosobowe zespoły i przydzieleniu im problemu do rozwiązania. Taka forma pracy przebiega w różny sposób, w zależności od wyboru metody pracy. Każda grupa dostaje do rozwiązania zadanie lub zadania; wszyscy członkowie grupy uczestniczą w rozwiązywaniu problemu, dzieląc się własnymi spostrzeżeniami, umiejętnościami i wiedzą; nad pracą grupy pieczę sprawuje wcześniej wybrany lider grupy. Sprawozdawca grupy referuje rozwiązanie problemu przed całą klasą. Praca w grupach uczy organizacji pracy, podziału obowiązków pomiędzy członków grupy, odpowiedzialności za powierzone zadania. Uczy komunikacji między członkami grupy, zasad współpracy partnerskiej. Ma ogromne walory kształcące i wychowawcze.

– **Praca indywidualna** – każdy uczeń pracuje samodzielnie, pod kierunkiem nauczyciela (jeśli praca odbywa się na lekcji) lub samodzielnie (jeśli praca odbywa się w domu). Uczniowie stosownie do swoich możliwości otrzymują zadania o różnym stopniu trudności. Praca indywidualna pozwala uczniowi na samodzielne poszukiwanie odpowiedzi na postawione pytania, zmusza do własnych przemyśleń, zastanowienia się nad problemem i sposobem jego rozwiązania, utrwaleniem już zdobytej wiedzy, a także nad kształceniem umiejętności uczenia się. Uczeń pracuje we właściwym dla siebie tempie. Praca indywidualna wyrabia też nawyk porządnego wykonania powierzonego zadania, odpowiedzialności za siebie, za swoją wiedzę i umiejętności. Efektem zindywidualizowanej pracy z uczniami zdolnymi jest ich uczestnictwo w konkursach i olimpiadach matematycznych.

4.3 Metody kontroli i oceny

A. Kontrolowanie i ocenianie uczniów powinno być spójne z tym, co było przedmiotem nauczania. Głównymi obszarami oceniania powinny być: wiedza zdobyta przez ucznia, umiejętności pozwalające uczniowi na gromadzenie i pogłębianie wiedzy, umiejętności społeczne i komunikacyjne, a także postawa młodego człowieka, wyrażająca się w dążeniu do samorealizacji. Najłatwiej ocenić wiedzę, jaką posiada uczeń, trudniej – pozostałe obszary. Aby móc to uczynić, należy stosować aktywne metody nauczania. Tak ważną umiejętność jak komunikacja, która wyraża się w wypowiedzaniu, argumentowaniu, najlepiej można ocenić podczas dyskusji, pracy w grupach czy autoprezentacji. Z kolei umiejętności społeczne ujawnia współpraca w mniejszych zespołach, prace projektowe oraz zadania indywidualne, podejmowane przez pojedynczych uczniów. Ocenie podlega wówczas zaangażowanie w realizację zadań, odpowiedzialność za pracę, a także umiejętność współpracy między uczniami.

Ocenianie ma sprawdzać postępy ucznia, uświadamiać mu braki, w porę wykrywać kłopoty i trudności w nabywaniu różnych umiejętności, ale także zachęcać go do dalszej pracy i pokonywania trudności. Regularność oceniania motywuje uczniów do systematycznej pracy. Ważne jest, abyśmy dostrzegali nie tylko zaangażowanie uczniów podczas lekcji, ale także premiowali wszelkie prace domowe. Istotne jest też, aby system

oceniań był jasny i czytelny dla uczniów i ich rodziców. Przy ocenianiu edukacyjnych osiągnięć ucznia należy posługiwać się różnorodnymi środkami i metodami oceniania, takimi jak: sprawdziany pisemne (prace klasowe, testy, kartkówki), odpowiedzi ustne (referaty, odpowiedzi z kilku ostatnich zajęć, prezentacja rozwiązania zadania, dyskusja nad rozwiązaniem problemu itp.), ocena pracy w grupie, prace domowe oraz aktywność na zajęciach. Poszczególnym formom oceniania można nadać różną wagę. Ponieważ egzamin maturalny jest egzaminem pisemnym, więc dużą wagę należy przywiązywać do prac pisemnych. Proponujemy następujący system oceniania:

- prace klasowe, kartkówki oraz testy oceniane są w skali 1 – 6 wg skali procentowej
ocena: niedostateczny 0% – 40%
dopuszczający 41% – 55%
dostateczny 56% – 74%
dobry 75% – 89%
bardzo dobry 90% – 100%
celujący ocena bardzo dobry + zadanie dodatkowe.

• praca w grupach: tę formę pracy jest dość trudno ocenić. Zdarza się bowiem, że nie wszystkie osoby w grupie wkładają odpowiedni wysiłek w wykonanie zadania, niektóre w ogóle nie pracują, oczekując na wyniki pracy pozostałych. Osoby nieaktywne nie korzystają z lekcji. Jeśli praca w grupach ma charakter ćwiczeniowy (grupa otrzymuje jedno lub kilka zadań do rozwiązania), to proponujemy następujący system ocenienia jej pracy: nauczyciel informuje grupy, że ocena ich pracy to średnia dwóch ocen – pracy pisemnej i odpowiedzi ustnej. Każda grupa ma sekretarza, który na koniec zajęć przedstawia w pisemnej formie efekty pracy grupy, nauczyciel sprawdza i ocenia pracę pisemną. Następnie wybiera z każdej grupy jedną osobę, która na tablicy rozwiązuje zadanie wskazane przez nauczyciela. Odpowiedź ucznia podlega ocenie. Każdy członek danej grupy otrzymuje ocenę, która jest średnią ocen z pracy pisemnej i odpowiedzi ustnej ucznia danej grupy. Taki system oceny pracy grupowej powoduje, że wszyscy członkowie grupy czują się współodpowiedzialni za powierzone zadanie. Chętnie pomagają sobie nawzajem, wyjaśniają wątpliwości. Chcą, aby każdy uczeń z grupy był gotowy do prezentacji problemu.

B. Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- ⇒ Intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- ⇒ Rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- ⇒ Rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- ⇒ Potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- ⇒ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- ⇒ Podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ Podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;



- ⇒ Wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- ⇒ Zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- ⇒ Sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- ⇒ Korzysta z kalkulatora;
- ⇒ Zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- ⇒ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- ⇒ Naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- ⇒ Samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- ⇒ Sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- ⇒ Przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ Zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- ⇒ Intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- ⇒ Wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- ⇒ Zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- ⇒ Rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- ⇒ Rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- ⇒ Ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- ⇒ Zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- ⇒ Posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- ⇒ Samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- ⇒ Przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- ⇒ Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- ⇒ Korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- ⇒ Stosuje nowe twierdzenia;
- ⇒ Ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);
- ⇒ Zna dowody twierdzeń objętych programem;
- ⇒ Rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- ⇒ Skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- ⇒ Analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- ⇒ Rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych;



Stopień celujący:

Uczeń:

- ⇒ Analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- ⇒ Zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- ⇒ Potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- ⇒ Zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- ⇒ Buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- ⇒ Stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- ⇒ Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- ⇒ Uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.



5 Środki dydaktyczne

- a) Wykonywanie siatek i modeli figur przestrzennych – w ten sposób rozwijana jest wyobraźnia przestrzenna uczniów.
- b) Wykorzystanie telewizji edukacyjnej, filmów edukacyjnych, komputerów – jest elementem edukacji medialnej; daje możliwość prezentowania różnych modeli matematycznych; zwiększa atrakcyjność prezentowanego materiału.
- c) Analizowanie informacji z prasy, np.: danych giełdowych, kursu walut, zmian cen różnych towarów na rynku itp.
- d) Wykorzystanie środków mnemotechnicznych.

Na realizację programu będzie miała wpływ dobrze wyposażona pracownia matematyczna w wyżej wymienione środki dydaktyczne.

6 Oprzyrządowanie programu

1. Środki multimedialne, np., filmy dydaktyczne, prezentacje multimedialne.
2. Programy komputerowe.
3. Narzędzia pomiaru dydaktycznego.
4. Podręcznik (autorzy: Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda).
5. Zbiór zadań (autorzy: Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda).
6. Zeszyty ćwiczeń.
7. Scenariusze zajęć.



7 Ewaluacja programu nauczania zmodyfikowanego w zakresie kształtowania kompetencji kluczowych

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych/raport	Uwagi
Przed rozpoczęciem realizacji programu	a) Projekt autorskiego o programie nauczania	1. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia zasoby realizatora? 2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców? 3. Czy i w jakim stopniu program uwzględnia możliwości rozwijania MKKE? 4. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie? 5. Czy projekt programu zawiera propozycje oceny jego skuteczności?	Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny, Aneks 1.5. j.w j.w j.w Odpowiedź „Tak”.	Studium przypadku; analiza wyników diagnozy implementacji KK oraz danych z arkusza oceny programu.	Klasa uczestnicząca w Projekcie.	Raport ewaluacyjny.	



		6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu oceny programu?	Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny, Aneks 1.5.				
--	--	---	--	--	--	--	--

Bibliografia

- [1] Kurczab Marcin, Kurczab Elżbieta, Świda Elżbieta, *Matematyka. Program nauczania w liceach i technikach, zakres podstawowy*, (nr dopuszczenia: DKOS-5002-05/08; wyd. Oficyna Edukacyjna.
- [2] Sobczak Maria, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształcenia kompetencji kluczowych w zakresie przedsiębiorczości*, Lublin 2009.
- [3] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 26 lutego 2002 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. Nr 51, poz. 458, z późn. zm.).
- [4] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 roku zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102).
- [5] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 roku w sprawie dopuszczania do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczenia do użytku szkolnego podręczników (Dz.U. Nr 89, poz. 730).
- [6] Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 roku w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (2006/962/WE).

Autor

Katarzyna Jadwiga Iwaszczuk

MATEMATYKA

**AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH**

CENTRUM EDUKACJI W SUPRAŚLU

Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej w zakresie matematyki

Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Notatka o autorce.....	5
Wprowadzenie.....	5
1. Cele nauczania wynikające:	9
1.1. Z kluczowej kompetencji – kompetencje matematyczne.....	9
1.2. Z diagnozy lokalnych potrzeb rynku pracy.....	10
1.3. Z profilu zawodowego.....	11
1.4. Z podstawy programowej.....	12
2. Materiał nauczania.....	14
2.1. Liczby i ich zbiory.....	14
2.1.1. Materiał do zrealizowania.....	14
2.1.2. Tematy do realizacji działu.....	14
2.2. Funkcje i ich własności.....	15
2.2.1. Materiał do zrealizowania.....	15
2.2.2. Tematy do realizacji działu.....	15
2.3. Funkcja liniowa i jej własności.....	16
2.3.1. Materiał do zrealizowania.....	16
2.3.2. Tematy do realizacji działu.....	16
2.4. Funkcja kwadratowa.....	16
2.4.1. Materiał do zrealizowania.....	16
2.4.2. Tematy do realizacji działu.....	17
2.5. Związki miarowe w figurach płaskich.....	17
2.5.1. Materiał do zrealizowania.....	17
2.5.2. Tematy do realizacji działu.....	17
2.6. Wielomiany i funkcje wymierne.....	18
2.6.1. Materiał do zrealizowania.....	18
2.6.2. Tematy do realizacji działu.....	18
2.7. Funkcja wykładnicza i logarytmiczna.....	19
2.7.1. Materiał do zrealizowania.....	19
2.7.2. Tematy do realizacji działu.....	19
2.8. Ciągi.....	19
2.8.1. Materiał do zrealizowania.....	19
2.8.2. Tematy do realizacji działu.....	19
2.9. Rachunek prawdopodobieństwa i elementy statystyki.....	20
2.9.1. Materiał do zrealizowania.....	20
2.9.2. Tematy do realizacji działu.....	20
2.10. Stereometria.....	20
2.10.1. Materiał do zrealizowania.....	20
2.10.2. Tematy do realizacji działu.....	21
3. Procedury osiągania celów.....	22
3.1. Postulaty metodyczne.....	23
3.2. Proponowany podział godzin lekcyjnych.....	23
3.3. Metody nauczania preferowane w dydaktyce.....	24
3.4. Środki dydaktyczne.....	25
3.5. Spis wykorzystywanej literatury.....	26
3.6. Postulowane wyposażenie pracowni przedmiotowej.....	26



4.	Opis założonych osiągnięć ucznia.....	27
4.1.	Formułowanie i hierarchizacja wymagań programowych.....	27
4.2.	Główne narzędzia kontroli.....	47
5.	Procedura ewaluacji programu nauczania.....	49
	Bibliografia.....	50

Notatka o autorce

Katarzyna Iwaszczuk, nauczycielka matematyki i zajęć praktycznych z hotelarstwa od 1.09.2008r. Głównym moim wykształceniem są studia magisterskie z matematyki na Uniwersytecie w Białymstoku. Obecnie jestem w trakcie studiów podyplomowych kształcenia kierunkowego: turystyka, hotelarstwo i gastronomia w Wyższej Szkole Organizacji Turystyki i Hotelarstwa w Warszawie.

Wprowadzenie

Program nauczania powstał na potrzeby Projektu „Szkoła Kluczowych Kompetencji”. Rozwijanie umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej. Projekt ten jest współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego. Założeniem tego Projektu jest zwiększenie dostępności do rozwijania kompetencji kluczowych uczniom szkół ponad gimnazjalnych o profilu zawodowym w Polsce Wschodniej.

Niniejszy program nauczania matematyki, zgodnie z definicją matematycznych kompetencji kluczowych, zakłada połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji, ćwiczenie kompetencji potrzebnych do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia.

Program został opracowany zgodnie z podstawą programową kształcenia ogólnego określoną Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 sierpnia 2007 r. oraz odpowiada wymogom rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dn. 8 czerwca 2009 r., w sprawie dopuszczania do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczania do użytku szkolnego podręczników (Dz.U. nr 89, poz. 730). Program nauczania jest zgodny ze standardami wymagań egzaminu maturalnego określonymi przez Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. (Dz.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102).

Uczniowie rozpoczynając naukę na IV etapie edukacyjnym posiadają wiadomości z matematyki co najmniej w zakresie podstawowym oraz posiadają umiejętność sprawnego rachowania. W trakcie nauki w szkole ponad gimnazjalnej doskonalą swój „warsztat” i zdobywają kolejne umiejętności.

Program dotyczy nauki matematyki w zakresie podstawowym według Podstawy Programowej w technikum hodowcy koni. Realizacja tego projektu przewidziana jest w czteroletnim cyklu nauczania w wymiarze 3 godzin lekcyjnych tygodniowo w klasie pierwszej, 2 godzin tygodniowo w klasie drugiej, trzeciej i czwartej.

Celem programu jest wspomaganie rozwoju intelektualnego ucznia, przygotowanie go do działań zespołowych, przyczynienie się do wszechstronnego kształtowania jego osobowości, jak również rozwijanie wszystkich umiejętności, zdobycie przez uczniów wiedzy praktycznej, przygotowującej młodzież do życia zawodowego, jak i mającej zastosowanie w konkretnych sytuacjach życia codziennego. Program zakłada wyposażenie

uczniów w matematyczne kompetencje kluczowe, jak również rozbudzenie w uczniach ciekawości świata i otwartości na innych, przygotowując ich w ten sposób do życia w nowoczesnym świecie i Europie oraz ukształtowanie postaw pożądaných z punktu widzenia społecznego, m. in. wytrwałości w pokonywaniu trudności, systematyczności, dokładności, porządku, nawyku planowania i przewidywania skutków własnych działań.

Treści programowe mają za zadanie przygotować ucznia do egzaminu maturalnego i zawodowego, jak również opanowania umiejętności przydatnych w życiu codziennym i zawodowym.

Kompetencje kluczowe zdefiniowane przez dokument Parlamentu Europejskiego to te, których **wszystkie osoby potrzebują** do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia.

Kompetencje matematyczne określone w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” obejmują **umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji**.

Kompetencje matematyczne to **zdolność i chęć wykorzystania** matematycznych sposobów myślenia oraz prezentacji (wzory, modele, schematy, wykresy, tabele).

Kompetencje są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

Wiedza:

- rozumienie terminów i pojęć matematycznych;
- dobrze opanowana umiejętność liczenia;
- znajomość miar i struktur;
- znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej;
- świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.

Umiejętności:

- stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny);
- śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny);
- przekazywać komunikaty stosując język matematyki;
- korzystać z tekstu matematycznego.

Postawy:

- przejawiać szacunek dla prawdy;
- dążyć do szukania przyczyn;
- oceniać zasadność wnioskowań i działań;

Przyjrzyjmy się bliżej dwóm składowym kompetencji, mianowicie „świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź” i „stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny)”.

„Świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź”- OBLICZANIE PODATKÓW:

Każdy z nas wypełniał lub chociaż miał styczność z fakturą VAT:



Nazwa towaru/usługi	Symbol klasyfikacji statystycznej (PKWiU/PKOB...) lub podst. prawna*	nr identyfikacyjny				nr identyfikacyjny						
		Ilość	J.m.	Cena jedn. bez podatku netto		Wartość bez podatku netto		Stawka VAT %	Kwota VAT		Wartość z podatkiem brutto	
				zł	gr	zł	gr		zł	gr		

Młody człowiek siadając do faktury VAT jest świadomy, że zdobyta wiedza na lekcjach matematyki pomoże mu sprawnie wypełnić fakturę. Wiedząc jaka jest wartość netto towaru i jaka jest stawka podatku, umie obliczyć kwotę podatku (pytanie: *ile wynosi „x” procent z liczby „y”?*) oraz wartość brutto towaru (pytanie: *ile wynosi suma ceny netto i naliczonego podatku?*).

Jednak trzeba zwrócić uwagę, aby uczeń myślał co oblicza, ponieważ w sytuacji, gdy zna wartość brutto i stawkę podatku, nie zawsze umie postawić pytanie: *jaka to liczba, której „x” procent wynosi „y”?* Bardzo często zdarza się, że uczeń oblicza podatek z wartości brutto.

Zatem matematyka odpowie nam na postawione pytanie, tylko należy je poprawnie skonstruować. Taka sama sytuacja ma miejsce, gdy zajmujemy się obliczaniem zysku z lokat czy odsetkami z kredytu lub wypełnianiem PITu itp.

„Stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny)” – ALGORYTMY

Ogólnie przez algorytm określamy wszelkie przepisy postępowania, które doprowadzają do uzyskania pożądanego efektu, np. rozwiązania zadania.

W rzeczywistości każdy z nas stosuje algorytmy w rozmaitych sytuacjach życiowych. Człowiek pierwotny miał algorytm polowania na mamuty, czy rozpalania ognia. Dzisiaj często wykonujemy pewne algorytmy, nie zdając sobie sprawy. Przytoczę parę przykładów algorytmów z życia codziennego:

- przepisy kucharskie – typowy przepis zawiera deklaracje obiektów (składników) ich początkowe wartości (miary) oraz opis działań doprowadzający do przyrządzenia potrawy;
- instrukcje montażu – często do zestawów mebli, czy klocków lego, dołączona jest kartka z instrukcją montażu zapisaną za pomocą sekwencji rycin obrazujących kolejne fazy powstawania składanego obiektu. Użytkownik, porównując zmiany na poszczególnych obrazkach, ma się domyślić, jakie czynności, w jakiej kolejności i za pomocą jakich części ma wykonywać. Zauważmy, że i tu występuje charakterystyczny dla algorytmów opis danych: najczęściej zestaw części składowych jest wyrysowany obok historyjki obrazkowej z zaznaczeniem liczby poszczególnych elementów;
- opis układów choreograficznych, scenopisy przedstawień. Tutaj też stosuje się specyficzną symbolikę i skróty notacyjne;
- programowanie np. w Turbo Pascalu (np. program obliczający silnię danej liczby).

Takich przykładów można przytaczać tysiące. Właściwie niemal wszystko, co robimy, podlega jakiemuś algorytmowi działania, przy czym warto podkreślić, że ludzie nie muszą mieć algorytmów objaśnianych dokładnie: wiele mogą wywnioskować z kontekstu, doświadczenia, po prostu domyślając się, o co może chodzić.

W matematyce jednym z najstarszych algorytmów jest algorytm Euklidesa (szukanie największego wspólnego dzielnika - NWD), przedstawiony poniżej w postaci ciągu kroków:

1. Dane są dwie niezerowe liczby naturalne a i b ;
2. Oblicz c jako resztę z dzielenia a przez b ;
3. Zastąp pozycję a liczbą b , a pozycję b liczbą c ;



4. Jeżeli pozycja $b = 0$, to szukane $NWD = a$, w przeciwnym wypadku przejdź do 1.
Np. Szukamy $NWD(24,9)$. Zgodnie z algorytmem:

$$24=9*2+6$$

$$9=6*1+3$$

$$6=3*2+0$$

Z powyższych obliczeń otrzymaliśmy, że $NWD(24,9)=3$.

Jak widać matematyka towarzyszy nam na każdym kroku życia codziennego, czy zawodowego. Dzięki programowi rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej „Szkoła Kluczowych Kompetencji” nauczyciele będą mogli wyposażyć młodych ludzi w kompetencje kluczowe, które przyczynią się do:

- zrozumienia i stosowania języka matematyki jako języka opisu rzeczywistości;
- rozwijania myślenia matematycznego;
- rozwijania wyobraźni geometrycznej;
- nabycia umiejętności rozwiązywania różnorodnych problemów teoretycznych i praktycznych w twórczy sposób;
- ukształtowania postaw pożądaných z punktu widzenia społecznego, m.in. wytrwałości w pokonywaniu trudności, systematyczności, dokładności, porządku, nawyku planowania i przewidywania skutków własnych działań.



1. Cele nauczania wynikające:

1.1. Z kluczowej kompetencji – kompetencje matematyczne

Kompetencje matematyczne umożliwiają rozwiązywanie problemów wynikających z codziennych sytuacji, przy czym za podstawę przyjmuje się umiejętność liczenia. Ponadto, ta kompetencja obejmuje także umiejętność stosowania zasad i procesów matematycznych oraz rozumowania w matematyczny sposób.

Do głównych celów nauczania wynikających z kluczowych kompetencji możemy zaliczyć:

- a) umiejętność analitycznego i logicznego myślenia, niezbędnego w każdej dziedzinie nauki i życiu prywatnym;
- b) umiejętność interpretowania wyników i konstruowania wniosków;
- c) kształtowanie wśród uczniów umiejętności kluczowych z punktu widzenia pracodawcy: umiejętności analizowania i interpretowania danych, organizacji czasu, prezentowania wyników i osiągnięć;
- d) umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji;
- e) umiejętność precyzyjnego formułowania myśli w mowie i piśmie;
- f) rozumienie terminów i pojęć matematycznych;
- g) kształtowanie wyobraźni przestrzennej;
- h) umiejętność budowania modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji z życia codziennego oraz ich wykorzystanie do rozwiązywania problemów praktycznych;
- i) zdolność logicznego rozumowania i wyciągania wniosków;
- j) umiejętność szacowania i przewidywania wyników;
- k) kształtowanie spostrzegawczości;
- l) umiejętność interpretacji i przetwarzania tekstu matematycznego;
- m) umiejętność zbierania, porządkowania i analizy danych oraz ich interpretacji;
- n) umiejętność rozumowania na podstawie podanego modelu;
- o) umiejętność dostrzegania związków i analogii w matematyce;
- p) umiejętność budowania algorytmów i posługiwania się nimi;
- q) umiejętność „przenoszenia” matematyki na inne dziedziny życia;
- r) rozbudowanie świadomości intelektualnej ukierunkowanej na kontynuację nauki;
- s) umiejętność rozwiązywania problemów w twórczy sposób.

1.2. Z diagnozy lokalnych potrzeb rynku pracy

Uczniowie na których jest ukierunkowany program pochodzą z różnych środowisk społecznych: z rodzin chłopskich, robotniczych, rzadko inteligentnych. Znaczna część uczniów prezentuje przeciętne możliwości intelektualne, jest to młodzież średnio zdolna, przeciętna. Uczniowie, szczególnie klas pierwszych, stanowią grupę osób o bardzo zróżnicowanych umiejętnościach i wiedzy wyniesionej z różnych gimnazjów. Przed nauczycielem stoi w tej sytuacji bardzo ważne zadanie wyrównania braków wiedzy i ujednolicenia poziomu całej klasy.

Uczniowie nie mają sprecyzowanych zainteresowań, często brak im zainteresowania proponowanymi przez nauczycieli formami zajęć pozalekcyjnych lub wyrównawczych. Uczniom brakuje motywacji do nauki, co przekłada się na frekwencję na lekcjach.

Na rynku pracy poszukiwani są pracownicy kompetentni, czyli posiadający wiedzę, umiejętności oraz odpowiednie cechy osobowości, które, odpowiednio rozwijane w trakcie kariery zawodowej, będą sprzyjały budowaniu sukcesu firmy. Innych umiejętności poszukuje się u absolwentów a innych oczekuje się od osób z większym doświadczeniem zawodowym, gdzie kluczową rolę zaczynają też pełnić kompetencje techniczne. W trakcie rozmów kwalifikacyjnych bada się, w jaki sposób zachowują się osoby wykonujące powierzoną im funkcję, wiedzę oraz umiejętności. Istotne są predyspozycje dotyczące zachowań lub reagowania w pewien sposób (na przykład pewność siebie, odporność na stres, dobra komunikacja czy umiejętność współpracy z innymi osobami w zespole). Brak tych umiejętności powoduje gorszy start przez to, że kandydaci stają się mniej konkurencyjni.

Aby wzmocnić przyszłą pozycję uczniów na rynku pracy szkoła oprócz przekazywania wiedzy teoretycznej musi kształtować także umiejętności ponadprzedmiotowe przygotowujące ucznia do pełnienia w przyszłości różnych ról w społeczeństwie – w szkole uczniowie powinni kształcić swoje umiejętności wykorzystywania zdobytej wiedzy, aby w ten sposób lepiej przygotować się do pracy w warunkach współczesnego świata. Wszystko to ma jeden nadrzędny cel – przeniesienie nacisku z nauczania na uczenie się - aktywną pracę i rozwój ucznia.

Największe problemy uczniów są związane z zastosowaniem zdobytej wiedzy teoretycznej w praktyce. Nauczyciele poszukują skutecznych metod i technik nauczania, które zainteresują uczniów i ułatwią im zrozumienie tematu.

Należy pobudzić aspiracje edukacyjne i zainteresowania uczniów, rozwijać umiejętności kluczowych oraz przygotować młodzież do kontynuowania nauki i funkcjonowania na rynku pracy. Dlatego głównymi celami jest:

- zdobycie umiejętności analitycznego i logicznego myślenia, niezbędnego w każdej dziedzinie nauki i życia;
- umiejętność interpretowania wyników i konstruowania wniosków;
- zastosowania umiejętności matematycznych w praktyce;
- kształtowanie wśród uczniów umiejętności kluczowych z punktu widzenia pracodawcy: umiejętności analizowania i interpretowania danych, organizacji czasu, prezentowania wyników i osiągnięć;
- zdobywanie umiejętności podejmowania decyzji, odwagi wypowiedzenia się, stawiania tez i asertywności;

– kształtowanie pozytywnej motywacji i wiary we własne możliwości (optymizmu).

Uczniowie rozpoczynający naukę matematyki w technikum muszą odnaleźć się w nowej szkole, w nowym otoczeniu i w nowych warunków edukacyjnych. W trakcie realizacji projektu zadaniem nauczyciela będzie stworzenie atmosfery życzliwości, szacunku i akceptacji, która zachęci i zmotywuje ich do nauki matematyki.

1.3. Z profilu zawodowego

Adresatami programu są uczniowie technikum hodowcy koni. Technik hodowca koni, to szkoła dla ludzi z pasją, miłośników zwierząt, jazdy konnej i wszystkiego, co kryje się pod terminem agroturystyki. Okres kształcenia trwa cztery lata. Z jednej strony uczniowie zdobywają olbrzymią porcję umiejętności praktycznych, uczą się jazdy konnej i powożenia. Z drugiej szkoła realizuje szerokie spektrum przygotowania teoretycznego z zakresu agrobiznesu, przedsiębiorczości, handlu, hodowli. W ramach nauki realizowany jest program kursu przewodnika turystyki jeździeckiej, dający możliwość uzyskania uprawnień do organizacji turystyki konnej. Absolwenci, technicy hodowcy koni nabywają jednocześnie prawo – zgodnie z wymogami Unii Europejskiej – do przejmowania i prowadzenia gospodarstwa hodowlanego rodzinnego jako przedsiębiorstwa rolnego.

Przy opracowaniu programu uwzględniono specyfikę nauczania w tym typie szkoły, perspektywy dalszego kształcenia się, związek treści ogólnokształcących ze zdobytymi kwalifikacjami zawodowymi, konieczność rozwijania kompetencji komunikacyjnych związanych z wykonywaniem nauczanego zawodu, odnalezieniem swojego miejsca na europejskim rynku pracy.

Głównymi celami nauczania związanymi z zawodem technik hodowca koni są:

- a) osiągnięcie umiejętności z dziedziny matematyki przydatnych w wykonywaniu zawodu hodowcy koni;
- b) doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie hodowcy koni (szczególnie działania na ułamkach, obliczanie procentowe, proporcje);
- c) rozwijanie umiejętności prawidłowej interpretacji tekstów zawierających dane statystyczne niezbędnych w kształceniu w zawodzie hodowcy koni;
- d) interpretacja diagramów, tabel i wykresów;
- e) osiągnięcie umiejętności samodzielnego dedukowania i argumentowania;
- f) osiągnięcie umiejętności zamieniania jednostek (np. hektar na ar);
- g) posługiwanie się wielkościami wprost i odwrotnie proporcjonalnymi;

Młodzież wybierając technikum hodowcy koni posiada zainteresowania i uzdolnienia praktyczne. Pragnie zakończyć naukę i usamodzielnic się, wykonywać konkretną, wyuczoną pracę. Zdobyte kompetencje kluczowe pozwolą na wyrównanie szans edukacyjnych, rozwój osobisty i zawodowy oraz otworzą przed nimi nowe możliwości, pomogą rozwijać się i realizować zawodowo na terenie całej Europy.

1.4. Z podstawy programowej

Nauka matematyki powinna wspomagać rozwój intelektualny ucznia, przygotowywać go do działań zespołowych, przyczyniać się do wszechstronnego kształtowania jego osobowości oraz pomóc mu w poznawaniu i rozumieniu problematyki rozwoju kraju i świata.

1. Cele edukacyjne:

- a) przygotowanie ucznia do egzaminu maturalnego i zawodowego;
- b) opanowanie umiejętności uogólnienia przykładów, formułowania hipotez i twierdzeń, przeprowadzanie prostych rozumowań dydaktycznych;
- c) opanowanie umiejętności podawania przykładów i kontrprzykładów, definiowania pojęć oraz posługiwanie się definicją;
- d) wykształcenie nawyku logicznego i poprawnego myślenia oraz stosowania w praktyce zasad logiki;
- e) rozwijanie zdolności stawiania hipotez i ich dowodzenia, odróżniania hipotezy od udowodnionego faktu;
- f) wykształcenie umiejętności wykonywania działań na liczbach, wyrażeniach algebraicznych i innych podstawowych obiektach abstrakcyjnych;
- g) wykształcenie umiejętności tworzenia modeli matematycznych;
- h) wykształcenie umiejętności planowania rozwiązania problemu matematycznego i realizacji tego planu;
- i) kształtowanie wyobraźni przestrzennej;
- j) wykształcenie wyobraźni przestrzennej przez wyznaczanie związków metrycznych i miarowych w otaczającej nas przestrzeni i obliczanie miar figur geometrycznych;
- k) rozwijanie umiejętności czytania ze zrozumieniem różnego rodzaju tekstów zawierających informacje ilościowe (w tym diagramów, wykresów, tabel itp.) oraz sporządzania takich tekstów;
- l) przygotowanie do korzystania z nowoczesnych technologii informacji;
- m) wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego, innych dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie hodowcy koni;
- n) wykształcenie podstaw matematycznych do zrozumienia zjawisk przyrodniczych, społecznych, technicznych, gospodarczych i zawodowych.

2. Cele wychowawcze:

- a) kształtowanie pozytywnego stosunku do podejmowania aktywności intelektualnej i rozbudzanie ciekawości intelektualnej;
- b) nauczanie dobrej organizacji pracy, systematyczności i pracowitości;
- c) wykształcenie umiejętności prowadzenia merytorycznej dyskusji mającej na celu wspólne dojście do optymalnego rozwiązania;
- d) kształtowanie szacunku dla poglądów innych i umiejętności obrony własnych poglądów;
- e) wykształcenie krytycznego stosunku do własnych poglądów i umiejętności zmiany zdania pod wpływem racjonalnych argumentów;
- f) nauczanie zrozumiałego przedstawiania informacji;



- g) wykształcenie umiejętności argumentowania;
- h) wykształcenie umiejętności planowania pracy;
- i) wykształcenie umiejętności współpracy w grupie,
- j) wyrabianie samodzielności, dociekliwości i krytycyzmu;
- k) pobudzanie aktywności umysłowej;
- l) umożliwienie podejmowania świadomych decyzji dotyczących społeczeństwa, gospodarki i środowiska naturalnego poprzez przekazanie umiejętności będących podstawą rozumienia zjawisk gospodarczych, społecznych, przyrodniczych i zawodowych;
- m) umożliwienie świadomego i krytycznego korzystania z danych statystycznych;
- n) wykształcenie umiejętności samodzielnego zdobywania informacji i samokształcenia.

2. Materiał nauczania

2.1. Liczby i ich zbiory

2.1.1. Materiał do zrealizowania

1. Intuicja pojęcia zbioru, podzbiory, zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory, wprowadzenie symboli \subset , \in .
2. Liczby naturalne i całkowite. Liczby wymierne – ułamki zwykłe, rozwinięcia dziesiętne okresowe, zamiana ułamków dziesiętnych okresowych na ułamki zwykłe. Pierwiastki (w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych). Liczby niewymierne, rozwinięcia dziesiętne nieokresowe, przybliżenia oraz pojęcie błędu przybliżenia (błąd bezwzględny, błąd względny), rachunki na kalkulatorach, szacowanie wartości wyrażeń liczbowych.
3. Cztery działania w zbiorze liczb rzeczywistych i ich własności, działania na pierwiastkach, znoszenie niewymierności z mianownika.
4. Działania na potęgach o wykładnikach całkowitych i ich własności.
5. Definicje potęg a^0 , a^{-n} ($n \in \mathbb{N}_+$). Działania na potęgach o wykładnikach całkowitych i ich własności.
6. Oś liczbowa, przedziały liczbowe, część wspólna przedziałów liczbowych, suma przedziałów, różnice przedziałów.
7. Wartość bezwzględna liczby i jej podstawowe własności, interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej na osi liczbowej, określanie przedziałów liczbowych za pomocą wartości bezwzględnej, długość odcinka na osi liczbowej.
8. Obliczenia procentowe, diagramy procentowe, wielkości większe (mniejsze) o a procent, obliczenia procentowe z użyciem kalkulatorów, punkty procentowe.

2.1.2. Tematy do realizacji działu

1. Pojęcie zbioru.
2. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory.
3. Zapis dziesiętny liczby rzeczywistej.
4. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych.
5. Potęga o wykładniku całkowitym.
6. Pierwiastki kwadratowe.
7. Pierwiastki wyższych rzędów.
8. Przedziały liczbowe.
9. Część wspólna, suma i różnica zbiorów.
10. Działania na przedziałach.
11. Wartość bezwzględna liczby.
12. Interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej.
13. Procenty, diagramy procentowe.



14. Obliczania procentowe.
15. Punkty procentowe.
16. Błąd przybliżeń.

2.2. Funkcje i ich własności

2.2.1. Materiał do zrealizowania

1. Definicja funkcji jako przyporządkowania $y = f(x)$, przykłady funkcji, funkcje używane w statystyce opisowej, tabelki, diagramy, funkcje opisujące zjawiska przyrodnicze, ekonomiczne, socjologiczne itp.
2. Dziedzina funkcji i zbiór wartości funkcji, wyznaczanie dziedziny funkcji liczbowej określonej wzorami.
3. Definicja wykresu funkcji liczbowej, wykresy funkcji opisujące zależności w gospodarce i życiu codziennym – uwzględnienie różnych jednostek na osiach. Odczytywanie z wykresu funkcji jej dziedziny i zbioru wartości, a także wartości największej (najmniejszej) osiąganej przez funkcję w dziedzinie lub w określonym przedziale, odczytywanie z wykresu argumentów, dla których funkcja przyjmuje określone wartości ($f(x) = m$, $f(x) > m$, $f(x) < m$).
4. Miejsce zerowe funkcji, odczytywanie z wykresu funkcji jej miejsc zerowych.
5. Definicja funkcji monotonicznej na przedziale $(a; b)$, wyznaczanie przedziałów monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu.
6. Przekształcanie wykresów funkcji: $y = f(x)+q$, $y = f(x-p)$ oraz $y = f(x-p)+q$, wykonywanie takich przesunięć, jeżeli funkcja dana jest wykresem (bez wzoru).

2.2.2. Tematy do realizacji działu

1. Pojęcie funkcji.
2. Dziedzina funkcji liczbowej.
3. Zbiór wartości funkcji.
4. Wykres funkcji.
5. Odczytywanie argumentów oraz wartości funkcji z wykresu.
6. Liczba rozwiązań równania $f(x)=m$.
7. Miejsce zerowe.
8. Odczytywanie z wykresu rozwiązań nierówności $f(x)>m$.
9. Monotoniczność funkcji.
10. Odczytywanie własności funkcji z wykresu.
11. Przesunięcie wykresu funkcji wzdłuż osi x.
12. Przesunięcie wykresu funkcji wzdłuż osi y.
13. Rysowanie wykresów funkcji $y=f(x-a)+b$.

2.3. Funkcja liniowa i jej własności

2.3.1. Materiał do zrealizowania

1. Proporcjonalność prosta. Funkcja liniowa, interpretacja jej współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego. Rysowanie wykresów funkcji liniowych i kawałkami liniowych. Przekształcenie wzoru i wykresu funkcji liniowej $f(x) = ax$ (przesunięcie wzdłuż osi układu współrzędnych).
2. Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie jej wykresu (wykorzystanie interpretacji współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego).
3. Znajdowanie miejsc zerowych funkcji liniowych i kawałkami liniowych. Punkty przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych.
4. Układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi – rozwiązywanie i interpretacja geometryczna. Zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi.
5. Równanie prostej w postaci ogólnej $ax+by+c = 0$ – przejście od wykresu funkcji liniowej, proste $x=a$, punkty przecięcia prostej z osiami układu współrzędnych, równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty płaszczyzny kartezjańskiej.
6. Wzajemne położenie dwóch prostych na płaszczyźnie. Proste równoległe i proste prostopadłe na płaszczyźnie kartezjańskiej.
7. Odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej. Współrzędne środka odcinka.

2.3.2. Tematy do realizacji działu

1. Od proporcjonalności prostej do funkcji liniowej.
2. Rysowanie wykresów funkcji liniowych i kawałkami liniowych.
3. Równanie prostej w postaci ogólnej.
4. Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty.
5. Wzajemne położenie dwóch prostych.
6. Odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej.
7. Środek odcinka.

2.4. Funkcja kwadratowa

2.4.1. Materiał do zrealizowania

1. Funkcja $f(x) = ax^2$ ($a \neq 0$) i jej wykres, własności funkcji odczytywane z wykresu: dziedzina, zbiór wartości, wartości największe i wartości najmniejsze w dziedzinie lub na określonym przedziale, przedziały monotoniczności, miejsce zerowe.
2. Wykres i wzór funkcji $y = ax^2 + q$, odczytywanie z wykresu własności.
3. Wykres i wzór funkcji $y = a(x - p)^2$, odczytywanie z wykresu własności.
4. Postać kanoniczna funkcji kwadratowej $y = a(x - p)^2 + q$, współrzędne wierzchołka paraboli.



5. Postać ogólna funkcji kwadratowej $y = ax^2 + bx + c$, wyprowadzenie wzoru $y = a\left(x - \frac{-b}{2a}\right)^2 + \frac{-\Delta}{4a}$
6. Wartość największa i wartość najmniejsza funkcji kwadratowej w przedziale – zastosowanie w zadaniach tekstowych, wykresy funkcji kwadratowej.
7. Równanie kwadratowe niepełne $x^2 + a = 0$, $x^2 + b = 0$. Wyróżnik trójmianu i związek jego znaku z liczbą miejsc zerowych funkcji kwadratowej, wyprowadzenie wzorów na pierwiastki równania kwadratowego. Nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą.
8. Rozwiązywanie zadań prowadzących do równań i nierówności stopnia drugiego.
9. Równanie okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.

2.4.2. Tematy do realizacji działu

1. Funkcja kwadratowa $f(x) = ax^2$.
2. Postać kanoniczna funkcji kwadratowej.
3. Postać ogólna funkcji kwadratowej.
4. Wartość największa i wartość najmniejsza funkcji kwadratowej.
5. Miejsca zerowe funkcji kwadratowej.
6. Nierówności kwadratowe.
7. Równanie okręgu.

2.5. Związki miarowe w figurach płaskich

2.5.1. Materiał do zrealizowania

1. Kąty w kole (kąąt środkowy, kąąt wpisany, kąąt między stycznymi a cięciwą).
2. Podobieństwo, figury podobne.
3. Cechy podobieństwa trójkątów.
4. Twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem.
5. Związki miarowe w trójkącie prostokątnym.
6. Definicja funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.
7. Podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego.
8. Pola wielokątów, pole i obwód koła, obliczanie pól, obwodów i innych związków miarowych z zastosowaniem poznanych wzorów i trygonometrii.

2.5.2. Tematy do realizacji działu

1. Powtórzenie wiadomości o kątach.
2. Okręgi i proste.
3. Kąty w okręgu.
4. Pola i obwody figur.
5. Związki miarowe w trójkącie prostokątnym.
6. Twierdzenie Talesa.
7. Podobieństwo.
8. Trójkąty podobne.
9. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego.

10. Związki między funkcjami trygonometrycznymi.
11. Zastosowanie funkcji trygonometrycznej.

2.6. Wielomiany i funkcje wymierne

2.6.1. Materiał do zrealizowania

1. Jednomiany i wielomiany stopnia n z jedną zmienną, wielomian stopnia zero, wielomian zerowy, równość wielomianów.
2. Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów.
3. Wzory skróconego mnożenia, w tym $(a \pm b)^3$ oraz $a^3 \pm b^3$.
4. Pierwiastki wielomianu i odczytywanie ich z postaci iloczynowej wielomianu.
5. Rozkład wielomianu na czynniki (grupowanie i wyłączanie czynnika przed nawias, wzory skróconego mnożenia).
6. Rozwiązywanie prostych równań wielomianowych metoda rozkładu wielomianu na czynniki.
7. Działania na wyrażeniach wymiernych – rozszerzanie i skracanie wyrażen wymiernych, sprowadzanie wyrażen wymiernych do wspólnego mianownika, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie wyrażen wymiernych.
8. Wyznaczanie dziedziny wyrażenia wymiernego z jedną zmienną. Obliczanie wartości liczbowej wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej.
9. Funkcja wymierna i jej dziedzina.
10. Proporcjonalność odwrotna.
11. Rozwiązywanie prostych równań wymiernych.
12. Rozwiązywanie zadań o kontekście praktycznym, prowadzących do prostych równań wymiernych.

2.6.2. Tematy do realizacji działu

1. Określenie wielomianu.
2. Działania w zbiorze wielomianów.
3. Pierwiastki wielomianów.
4. Rozkład wielomianu na czynniki.
5. Jednomian i wielomian wielu zmiennych.
6. Wyrażenie wymierne.
7. Działania na wyrażeniach wymiernych.
8. Od proporcjonalności odwrotnej do funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$.
9. Wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$.
10. Równanie wymierne.



2.7. Funkcja wykładnicza i logarymiczna

2.7.1. Materiał do zrealizowania

1. Potęga liczb nieujemnych o wykładniku wymiernym.
2. Działania na potęgach o wykładniku wymiernym.
3. Potęga liczb dodatnich o wykładniku rzeczywistym.
4. Funkcja wykładnicza, jej wykres i podstawowe własności.
5. Określenie logarytmu.
6. Własności logarytmów – logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi o wykładniku naturalnym.

2.7.2. Tematy do realizacji działu

1. Potęga o wykładniku wymiernym.
2. Funkcja wykładnicza.
3. Określenie logarytmu.
4. Własności logarytmu.

2.8. Ciągi

2.8.1. Materiał do zrealizowania

1. Definicja ciągu liczbowego – funkcji, której dziedziną jest zbiór (lub podzbiór) liczb naturalnych, ciąg skończony i nieskończony.
2. Ciąg arytmetyczny, wzór na n -ty wyraz oraz sumę n początkowych wyrazów, wyraz środkowy jako średnia arytmetyczna wyrazów sąsiednich, monotoniczność ciągu arytmetycznego.
3. Ciąg geometryczny, wzór na n -ty wyraz oraz sumę n początkowych wyrazów, zależność $a_n^2 = a_{n-1} \cdot a_{n+1}$, monotoniczność ciągu.
4. Procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów bankowych, sprzedaży ratalnej itp.

2.8.2. Tematy do realizacji działu

1. Określenie ciągu.
2. Własności ciągu.
3. Ciąg arytmetyczny
4. Suma wyrazów ciągu arytmetycznego.
5. Ciąg geometryczny.
6. Suma wyrazów ciągu geometrycznego.
7. Procent składany.
8. Oszczędzanie w bankach i w funduszach
9. Oprocentowanie kredytów

2.9. Rachunek prawdopodobieństwa i elementy statystyki

2.9.1. Materiał do zrealizowania

1. Proste zadania kombinatoryczne uwzględniające losowanie kolejno ze zwracaniem i bez zwracania oraz losowania podzbiorów danego zbioru.
2. Zasada mnożenia.
3. Doświadczenia losowe, zdarzenia losowe, zbiór zdarzeń elementarnych, działania na zdarzeniach – zdarzenie pewne, niemożliwe, koniunkcja i alternatywa zdarzeń, zdarzenie przeciwne, zdarzenia wykluczające się.
4. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa i jego podstawowe własności: $P(\emptyset) = 0$, $P(\Omega) = 1$, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, $P(A^c) + P(A) = 1$.
5. Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń w skończonych przestrzeniach probabilistycznych, zastosowanie własności prawdopodobieństwa.
6. Elementy statystyki opisowej – badanie próby losowej i jej opis za pomocą liczb charakterystycznych, średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariancja i odchylenie standardowe, przykłady badań statystycznych GUS.

2.9.2. Tematy do realizacji działu

1. Zbiór zdarzeń elementarnych.
2. Działanie na zdarzeniach.
3. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa.
4. Zasada mnożenia.
5. Własności prawdopodobieństwa.
6. Zadania z zastosowaniem prawdopodobieństwa.
7. Średnie .
8. Mediana.
9. Wariancja i odchylenie standardowe.
10. Prezentacja danych.
11. Przykłady badań statystycznych.

2.10. Stereometria

2.10.1. Materiał do zrealizowania

1. Rownoległość i prostopadłość w przestrzeni.
2. Kąt nachylenia prostej do płaszczyzny.
3. Kąt dwuścienny.
4. Graniastosłupy – powtórzenie podstawowych własności, graniastosłupy prawidłowe, proste, prostopadłościąny.
5. Ostrosłupy – powtórzenie podstawowych własności, ostrosłupy prawidłowe, twierdzenie o ostrosłupie, który ma wszystkie krawędzie boczne równej długości.



6. Pola powierzchni i objętości wielościanów – powtórzenie wzorów, obliczenia z zastosowaniem trygonometrii.
7. Walec, stożek, kula – powtórzenie podstawowych własności, pola powierzchni i objętości, obliczanie z zastosowaniem trygonometrii.

2.10.2. Tematy do realizacji działu

1. Proste w przestrzeni.
2. Równoległość i prostopadłość w przestrzeni.
3. Kąt nachylenia prostej do płaszczyzn.
4. Kąt dwuścienny.
5. Graniastosłupy.
6. Ostrosłupy.
7. Bryły obrotowe.
8. Pola powierzchni i objętości wielościanów.

3. Procedury osiągnięcia celów

Wybierając sposoby osiągnięcia celów edukacyjnych, należy uwzględniać możliwości i zainteresowania uczniów, nie zapominając o zasadzie stopniowania trudności.

Skuteczne nauczanie wymaga stosowania zróżnicowanych metod pracy. Poza tradycyjnymi formami, warto stosować jak najczęściej takie metody, które wymagają aktywnej postawy uczniów. Należy do nich praca w grupie. Podczas zajęć zorganizowanych w ten sposób uczniowie nie tylko zdobywają umiejętności matematyczne, ale także uczą się współdziałania i komunikacji w grupie.

Ważną metodą pracy jest metoda projektu, w której uczniowie wykonują (w grupach lub indywidualnie) prace długoterminowe. Uczy ona samodzielności, odpowiedzialności, organizacji pracy, a także prawidłowego wnioskowania.

Wybrane przez nauczyciela metody pracy muszą uwzględniać także korzystanie z nowoczesnych technik informacji. Kierować się tu trzeba możliwościami technicznymi, warto jednak dążyć do szerszego wykorzystania zwłaszcza komputerów i kalkulatorów graficznych, a także zwykłych kalkulatorów.

Cały proces nauczania powinien być oparty na aktywności ucznia i jego odpowiedzialności za osiągnięte wyniki. Nauczyciel ma być dla ucznia inspiratorem, ma integrować jego proces uczenia się.

Dzięki modyfikacji programu można wprowadzić aktywne nauczanie, zgodnie z potrzebami, możliwościami i zainteresowaniami ucznia, ukierunkowane na kształcenie w zawodzie hodowcy koni.

Aby przybliżyć uczniom wprowadzane pojęcia matematyczne, warto zwrócić uwagę na ich powiązanie z życiem codziennym lub konkretnym zastosowaniu w zawodzie np. pokazać jak, znając procenty można ustalić cenę netto za belę siana. Bardzo ważne jest, aby tematyka zadań ukazywała sposoby zastosowania matematyki w zawodzie hodowcy koni, jak i różnych dziedzinach życia. Warto również, aby uczniowie samodzielnie wyszukiwali informacje matematyczne w materiałach źródłowych, np. świadomie korzystali z danych statystycznych.

Jak najwięcej czasu należy poświęcać na ćwiczenie podstawowych umiejętności. Szczególną uwagę należy zwrócić na umiejętności praktyczne, jak szacowanie, przybliżenia czy obliczenia procentowe. W kształtowaniu umiejętności posługiwania się obiektami geometrycznymi, zwłaszcza w wypadku stereometrii, należy posługiwać się modelami figur. Nowe pojęcia i fakty warto przynajmniej w części przypadków wprowadzać, jako uogólnienie doświadczeń (wykonania obliczeń, rysunków, pomiarów). Dopiero wówczas można – jeśli pozwalają na to możliwości uczniów – dowodzić twierdzeń. Oczywiście nie umniejsza to znaczenia, jakie ma rozróżnianie hipotezy (opartej na kilku przypadkach) od udowodnionego twierdzenia.

Wszystkie pojęcia matematyczne powinny być przedstawione w zastosowaniach do sytuacji z przyrody, ekonomii, techniki, życia codziennego i zawodu. Dotyczy to w szczególności różnego rodzaju funkcji (w tym ciągów), które przedstawiać należy nie tylko, jako przykłady przyporządkowań, ale także opis zależności. W wypadku tego celu szczególnie ważna jest metoda projektu.



Umiejętności projektowania i wykonywania obliczeń uczniowie zdobywają przede wszystkim dzięki licznym ćwiczeniom. Powinny to być ćwiczenia zróżnicowane, wykonywane zarówno indywidualnie, jak w grupach. Do rozwiązywania zadań dotyczących sytuacji rzeczywistych (przyroda, technika, ekonomia) uczniowie powinni wykorzystywać kalkulatory a w miarę możliwości technicznych – także komputery i kalkulatory graficzne.

W procesie dydaktycznym niezwykle ważne jest utrwalenie i sprawdzenie zdobytej wiedzy i umiejętności. Służą temu odpowiedzi ustne oraz wszelkiego rodzaju pisemne prace klasowe – rozwiązywanie zadań i przykładów, testy zwykłe i wielokrotnego wyboru.

Należy zwrócić uwagę, by tok nauczania był jak najbardziej zindywidualizowany, szczególnie, gdy mamy do czynienia z uczniami o zróżnicowanym stopniu zainteresowań i zdolności. Uczniom słabszym można zaproponować zajęcia wyrównawcze, zaś szczególnie zainteresowanym przedmiotem zajęcia fakultatywne, rozszerzające omawiany w klasie materiał.

3.1. Postulaty metodyczne

W realizacji programu mogą być stosowane wszystkie metody, które do tej pory sprawdziły się przy nauczaniu matematyki na poziomie szkoły ponadgimnazjalnej. Nauczyciel realizujący program powinien jednak stosować następujące metody postępowania:

- a) Nauczanie matematyki powinno wspierać teoretyczną i praktyczną naukę zawodu przez odpowiedni dobór zadań i korelację z przedmiotami zawodowymi.
- b) Nacisk należy położyć na ćwiczenie umiejętności rozwiązywania zadań podkreślających praktyczne zastosowanie matematyki w życiu codziennym oraz w kształconej specjalności zawodowej.
- c) Matematyka ma charakter „odkrywczy” – należy dawać każdemu uczniowi szansę samorealizacji na podstawie posiadanej wiedzy i nabytych umiejętności. Uczeń staje się niejako odkrywcą, co pozwala na kształtowanie i rozwijanie tych zdolności i umiejętności, które w przyszłości pozwolą mu samodzielnie rozwiązywać problemy życiowe.
- d) Właściwy dobór zadań do każdej jednostki tematycznej. Muszą to być zadania ciekawe, o nietypowej treści, wzbudzające zainteresowanie.
- e) Dużą wagę należy przywiązywać do zachęcania uczniów, by samodzielnie zdobywali wiedzę matematyczną, na przykład poprzez indywidualnie bądź grupowo przygotowywane referaty lub plansze.

3.2. Proponowany podział godzin lekcyjnych

Klasa I (3 godz. x 35 tyg.)

1. Liczby i ich zbiory	30
2. Funkcje i ich własności	20
3. Funkcja liniowa	18

4. Funkcja kwadratowa	20
5. Godziny do dyspozycji nauczyciela	17

Klasa II (2 godz. x 35 tyg.)

1. Związki miarowe w figurach płaskich	20
2. Wielomiany i funkcje wymierne	22
3. Funkcja wykładnicza i logarytmiczna	12
4. Godziny do dyspozycji nauczyciela	16

Klasa III (2 godz. x 35 tyg.)

1. Ciągi	20
2. Elementy statystyki	12
3. Rachunek prawdopodobieństwa	22
4. Godziny do dyspozycji nauczyciela	16

Klasa IV (2 godz. x 28 tyg.)

1. Stereometria	16
2. Powtórzenie materiału przed maturą	40

3.3. Metody nauczania preferowane w dydaktyce

Wśród najczęściej stosowanych metod pracy należy wymienić metody aktywizujące ucznia:

- a) *Pogadanka, dyskusja* – w tej metodzie nauczyciel kieruje rozmową, prowadzi dyskusję umiejętnie i porządkuje jej przebieg. Zadaje pytania, naprowadza na prawidłowe odpowiedzi, rozjaśnia wątpliwości, rostrzyga spory. Uczniowie dyskutują, formułują spostrzeżenia, wymieniają się doświadczeniami, argumentują, spierają się, wyciągają wnioski.
- b) *Metoda problemowa* – w tej metodzie nauczyciel stawia przed uczniami pewien problem matematyczny, który uczniowie samodzielnie rozwiązują. Uczniowie zmuszeni są do dużego wysiłku intelektualnego. Analizują problem, formułują hipotezę, weryfikują je, w razie potrzeby wyjaśniają wątpliwości z nauczycielem, budują model rozwiązania problemu, dokonują korekt, podsumowują swoje spostrzeżenia i wnioski, sprawdzają obliczenia, formułują odpowiedź. Ta metoda kształci umiejętność rozwiązywania problemów, wzbogaca wiedzę uczniów i aktywizuje ich w procesie kształcenia.
- c) *Metoda śnieżnej kuli* wyzwala pomysłowość i inwencję twórczą w poszukiwaniu rozwiązania. Pokazuje, że otwarcie się na niekonwencjonalne sposoby podejścia do zadania mogą czasem przynieść lepszy efekt niż trwanie w znanych schematach.



Późniejsza dyskusja dyscyplinuje uczniów i uczy krytycyzmu oceny pomysłów własnych i kolegów.

- d) *Metoda 66* (6 – osobowe zespoły mają 6 minut na rozwiązanie problemu) rozwija umiejętność skutecznego porozumiewania się i prezentowania własnego punktu widzenia na problem, efektywnego współdziałania w zespole, podejmowania decyzji indywidualnych i grupowych, tym samym odpowiedzialności za siebie i grupę.
- e) Praca z tekstem matematycznym
- (i) *Praca z podręcznikiem* – polega na samodzielnym przeczytaniu fragmentu podręcznika, zapoznanie się z definicjami i twierdzeniami oraz ze sposobami rozwiązywania zadań. Kształci umiejętność czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego, analizowanie definicji i twierdzeń oraz śledzenie algorytmów rozwiązywania niektórych zadań.
 - (ii) *Praca z komputerem* – zbieranie informacji z Internetu, dotyczących różnych zagadnień matematycznych, samodzielne przygotowanie referatów na podstawie zebranych informacji i przedstawienie ich, po odpowiednim opracowaniu, pozostałym uczniom. Metoda pozwala kształtować postawy poszukiwania i dociekliwości, daje szansę rozwoju i głębszego poznania matematyki oraz możliwość autoprezentacji.
- f) *Rozwiązywanie ciągu zadań* – metoda ta polega na rozwiązywaniu przez uczniów zestawu zadań (ze zbioru zadań, bądź przygotowanych przez nauczyciela). Ważne jest, aby zadania ułożone były w takiej kolejności, żeby rozwiązanie każdego następnego zadania pogłębiało wiedzę i umiejętności ucznia. Dobrze byłoby, aby wśród zadań pojawiły się też takie, które mają ciekawą nietypową treść lub zaskakujące rozwiązanie. Takiego rodzaju zadania i ćwiczenia w naturalny sposób pobudzają ciekawość i aktywność umysłową uczniów.

3.4. Środki dydaktyczne

- a) Podręcznik do matematyki.
- b) Siatki i modele figur przestrzennych – w ten sposób rozwijana jest wyobraźnia przestrzenna uczniów.
- c) Komputer jest elementem edukacji medialnej; daje możliwość prezentowania różnych modeli matematycznych; zwiększa atrakcyjność i zainteresowanie prezentowanego materiału.
- d) Kserokopie materiałów z prasy, np. danych giełdowych, kursu walut, zmian cen różnych towarów na rynku itp.
- e) Tablice matematyczne.
- f) Plansze z zadaniami do rozwiązania.
- g) Kalkulator.
- h) Gry matematyczne.

3.5. Spis wykorzystywanej literatury

Podstawowa literatura wykorzystywana do prowadzenia zajęć to:

- podręcznik *Matematyka – prosto do matury* (poziom podstawowy) wydawnictwa Nowa Era,
- tablice matematyczne,
- ćwiczenia i zadania wydawnictwa Nowa Era, Oficyna Edukacyjna

3.6. Postulowane wyposażenie pracowni przedmiotowej

Nauczyciel powinien zadbać o wyposażenie pracowni matematycznej w odpowiednie środki dydaktyczne, umożliwiające prowadzenie demonstracji oraz tablice, na których umieszczone zostaną materiały wykorzystywane na lekcjach. Przez to pobudzimy ich zainteresowanie matematyką oraz troskę o wyposażenie pracowni matematycznej, co będzie dodatkowym aspektem wychowawczym.

W skład wyposażenia pracowni powinno wchodzić:

- plansze tematyczne;
- kalkulatory;
- urządzenia medialne:
 - **Biała tablica metalowa** - pozwala na pisanie specjalnymi pisakami. Stosowanie kolorowych pisaków jest wygodniejsze niż kredy na tradycyjnej tablicy. Obraz na białym tle jest bardziej czytelny, a tablice łatwiej utrzymać w czystości. Na takiej tablicy przy zastosowaniu magnesów można mocować i eksponować arkusze papieru, wykresy, cienkie plansze, itp.
 - **Tablica interaktywna** – pozwala:
 - sprawnie prezentować przed całą klasą wykresów, animacji, interakcji, filmów i obrazów, rozwiązywanie zadań, prowadzenie dyskusji, kreowanie pomysłów, tworzenie projektów na ekranie;
 - notować komentarze na tablicy, zapamiętywanie ich w pamięci komputera i wywoływanie na życzenie;
 - na szybką i wygodną realizację powtórek i sprawdzianów oraz bieżącej kontroli i oceny;
 - na podniesienie motywacji do nauki oraz zdolności percepcyjnych uczniów ze względu na nowoczesne środowisko pracy;
 - **Grafoskop** (projektor, rzutnik pisma) – do eksponowania na ekranie materiałów przezroczowych.
 - **Zestaw komputerowy** – na ruchomym stoliku, powinien służyć głównie uczniom pracującym w grupach + **oprogramowanie** – np. Advanced Grapher, Cabri.
 - Dostęp do komputera z wykorzystaniem rzutnika multimedialnego lub pracowni komputerowej z dostępem do Internetu.



4. Opis założonych osiągnięć ucznia

Realizacja materiału nauczania powinna zapewnić osiągnięcie założonych celów ogólnych i szczegółowych, jak również wyposażenie ucznia w kompetencje kluczowe oraz umiejętności i wiedzę niezbędne do skutecznego realizowania zadań maturalnych i zawodowych.

4.1. Formułowanie i hierarchizacja wymagań programowych

Hierarchizacja wymagań programowych dotyczy uporządkowania wymagań programowych w taki sposób, aby wyższe wymagania mieściły w sobie wymagania niższego poziomu np. wymagania na ocenę dobrą powinny oznaczać spełnienie wymagań na ocenę dostateczną i ich wyraźne przekroczenie itd.

Wymagania na ocenę dopuszczającą są najłatwiejsze. Stanowią podstawę dalszego kształcenia, więc powinny być opanowane przez każdego ucznia.

Wymagania na ocenę dostateczną są przystępne i uniwersalne, niezbędne na danym etapie kształcenia, często bezpośrednio użyteczne życiowo.

Wymagania na ocenę dobrą są umiarkowanie przystępne, bardziej złożone i mniej przydatne, ale nie niezbędne na danym etapie kształcenia.

Wymagania na ocenę bardzo dobrą są trudne, złożone i nietypowe, wyspecjalizowane i zwykle bez bezpośredniej użyteczności pozaszkolnej.

Wymagania na ocenę celującą są szczególnie trudne, złożone i oryginalne, twórcze naukowo i wąsko specjalistyczne.

Poniżej formułuję wymagania w odniesieniu do skali stopni szkolnych:

Dział	Osiągnięcia ucznia	Oceny				
		dopuszczający	dostateczny	dobry	b.dobry	celujący
<i>Liczby i ich zbiory</i>	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń potrafi podać przykłady liczb pierwszych, parzystych i nieparzystych; – uczeń potrafi podać dzielniki podanej liczby; – uczeń umie rozłożyć liczby naturalne na czynniki pierwsze; – uczeń potrafi obliczyć NWW i NWD dwóch liczb naturalnych; – uczeń potrafi w sposób symboliczny przedstawić grupę liczb 	+				
			+	+		
			+	+		
			+	+		



Dział	Osiągnięcia ucznia	Oceny				
		dopuszczający	dostateczny	dobry	b.dobry	celujący
	spełniających określone warunki;			+	+	
	– uczeń potrafi rozpoznać wśród podanych liczb liczby całkowite i liczby wymierne;	+				
	– uczeń potrafi podać przykłady liczb całkowitych i wymiernych;	+				
	– uczeń umie skracać ułamki;		+			
	– uczeń umie rozszerzać ułamki;		+			
	– uczeń umie zaznaczyć na osi liczbowej punkt odpowiadający liczbie wymiernej;		+	+	+	
	– uczeń umie wykonywać działania na liczbach wymiernych;		+	+	+	+
	– uczeń umie wskazać wśród podanych liczb liczby niewymierne;	+				
	– uczeń umie konstruować odcinki o długościach niewymiernych;		+	+		
	– uczeń umie zaznaczyć na osi liczbowej punkt odpowiadający liczbie niewymiernej;			+	+	
	– uczeń zna definicję pierwiastka kwadratowego i sześciennego;	+				
	– uczeń umie obliczyć wartości pierwiastków drugiego i trzeciego stopnia;		+	+		
	– uczeń umie wyłączyć czynnik przed znak pierwiastka ;		+	+		
	– uczeń umie włączyć czynnik pod znak pierwiastka;		+	+		
	– uczeń umie wykonywać działania na pierwiastkach;		+	+	+	
	– uczeń zna wzory skróconego mnożenia;		+	+	+	
	– uczeń potrafi przekształcić wyrażenie algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;	+				
	– uczeń potrafi pozbyć się niewymierności z mianownika ułamka		+	+	+	
	– uczeń zna definicję ułamka dziesiętnego skończonego, nieskończonego oraz skończonego okresowego;		+	+	+	
	– uczeń potrafi przedstawić ułamek zwykły w postaci	+				



Dział	Osiągnięcia ucznia	Oceny				
		dopuszczający	dostateczny	dobry	b.dobry	celujący
	dziesiątej;		+			
	– uczeń potrafi przedstawić ułamek dziesiętny w postaci ułamka zwykłego;		+	+		
	– uczeń potrafi przedstawić ułamek dziesiętny okresowy w postaci ułamka zwykłego;		+	+	+	
	– uczeń zna definicję potęgi o wykładniku naturalnym i całkowitym ujemnym;	+				
	– uczeń zna wzory na działania na potęgach;	+				
	– uczeń potrafi obliczyć potęgi liczb o wykładnikach naturalnych i całkowitych ujemnych;		+	+		
	– uczeń potrafi wykonać działania na potęgach;		+	+		
	– uczeń potrafi przekształcać wyrażenia z pierwiastkami o wykładniku całkowitym;		+	+		
	– uczeń potrafi wykorzystać wzory działań na potęgach w rozwiązywanych przykładach;		+	+	+	
	– uczeń zna regułę zaokrągleń;	+				
	– uczeń potrafi zapisać przybliżenie liczby z zadaną dokładnością;	+	+			
	– uczeń potrafi obliczyć błąd przybliżenia danej liczby oraz ocenić, jakie jest to przybliżenie;		+	+		
	– uczeń zna pojęcie procentu;	+				
	– uczeń potrafi obliczyć procent danej liczby;		+	+		
	– uczeń potrafi obliczyć, jakim procentem jednej liczby jest druga;		+	+		
	– uczeń potrafi wyznaczyć liczbę, gdy dany jest jej procent;		+	+		
	– uczeń potrafi wykorzystać obliczenia procentowe w zadaniach;		+	+	+	
	– uczeń zna pojęcie zbioru, podzbioru, zbioru pustego; skończonego i nieskończonego;	+				
	– uczeń potrafi podać przykład zbioru skończonego, nieskończonego i pustego;		+			



Dział	Osiągnięcia ucznia	Oceny				
		dopuszczający	dostateczny	dobry	b.dobry	celujący
	<ul style="list-style-type: none">– uczeń potrafi określić skończoność i nieskończoność zbiorów;– uczeń potrafi zapisać słownie i symbolicznie zbiory;– uczeń potrafi określić relacje zawierania zbiorów;– uczeń zna pojęcie sumy, różnicy oraz iloczynu zbiorów;– uczeń potrafi określić sumę, różnicę, iloczyn zbiorów, kiedy dane są ich elementy;– uczeń potrafi określić sumę, różnicę, iloczyn dowolnych zbiorów;– uczeń zna określenie przedziału otwartego, domkniętego, lewostronnie domkniętego, prawostronnie domkniętego, nieograniczonego;– uczeń potrafi podać przykład przedziału otwartego, domkniętego, lewostronnie domkniętego, prawostronnie domkniętego, nieograniczonego;– uczeń potrafi zaznaczyć na osi zadane przedziały;– uczeń potrafi zapisać symbolicznie przedziały zaznaczone na osi;– uczeń potrafi zaznaczyć na osi liczbowej sumę, różnicę i iloczyn przedziałów;– uczeń potrafi określić sumę, różnicę, iloczyn przedziałów oraz zapisać je symbolicznie;– uczeń zna definicję oraz własności wartości bezwzględnej;– uczeń potrafi określić wartość bezwzględną danej liczby;– uczeń potrafi rozwiązać proste równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując interpretację geometryczną;					
<i>Funkcje i ich własności</i>	<ul style="list-style-type: none">– uczeń zna definicję funkcji– uczeń potrafi podać przykłady funkcji– uczeń zna sposoby opisywania funkcji;– uczeń potrafi określić funkcję na zadany sposób;– uczeń zna określenia: dziedzina funkcji, miejsce zerowe					



Dział	Osiągnięcia ucznia	Oceny				
		dopuszczający	dostateczny	dobry	b.dobry	celujący
	funkcji;	+				
	– uczeń potrafi określić dziedzinę funkcji;		+	+		
	– uczeń potrafi określić miejsca zerowe funkcji;		+	+		
	– uczeń zna określenie funkcji monotonicznej (rosnącej, malejącej, stałej);	+				
	– uczeń potrafi na podstawie wykresu funkcji określić jej monotoniczność;		+	+		
	– uczeń potrafi narysować wykres funkcji o zadanych kryteriach monotoniczności;		+	+		
	– uczeń potrafi zbadać monotoniczność funkcji na podstawie definicji;					+
	– uczeń zna pojęcie zbioru wartości funkcji oraz wartości największej i najmniejszej funkcji;	+				
	– uczeń potrafi z wykresu funkcji odczytać jej dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartości argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości ujemne i tych, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, monotoniczność funkcji, najmniejszą i największą wartość funkcji;		+	+	+	
	– uczeń zna zasadę przesuwania wykresu funkcji wzdłuż osi	+				
	– uczeń potrafi narysować wykresy funkcji: $y = f(x) + q$ dla $q > 0$, $y = f(x) - q$ dla $q > 0$, $y = f(x - p)$ dla $p > 0$, $y = f(x + p)$ dla $p > 0$		+	+	+	
	– uczeń potrafi szkicować wykresy funkcji $y = f(x - p) + q$;		+	+	+	
	– uczeń potrafi zapisać wzór funkcji otrzymanej w wyniku danego przekształcenia;		+	+	+	
	– uczeń potrafi przedstawić zależności w zadaniach w postaci wzoru;		+	+	+	
	– uczeń potrafi odczytywać z wykresu funkcji odpowiednie wartości;	+	+	+	+	
	– uczeń potrafi korzystać z tabelki wartości funkcji;		+	+		



Dział	Osiągnięcia ucznia	Oceny				
		dopuszczający	dostateczny	dobry	b.dobry	celujący
Funkcja liniowa	– uczeń zna definicję funkcji liniowej oraz określenie współczynnika kierunkowego prostej;	+				
	– uczeń potrafi określić własności funkcji liniowej;	+	+	+		
	– uczeń potrafi napisać równanie prostej równoległej do danej prostej i przechodzącej przez zadany punkt;			+	+	
	– określanie wartości parametrów, dla których funkcja spełnia określone warunki;				+	
	– uczeń zna definicję równania kierunkowego i ogólnego prostej;	+				
	– uczeń potrafi znaleźć równanie prostej, mając dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej;	+	+	+		
	– uczeń potrafi napisać wzór funkcji, mając dany jej wykres;		+	+		
	– uczeń potrafi narysować prostą, mając jej równanie ogólne;	+	+	+	+	
	– uczeń potrafi znaleźć współczynnik kierunkowy prostej, mając dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej;	+	+	+		
	– uczeń potrafi naszkicować prostą, wykorzystując interpretację współczynnika kierunkowego;		+	+		
	– uczeń zna warunek prostopadłości prostych o równaniach kierunkowych;	+				
	– uczeń potrafi napisać równanie prostej prostopadłej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt;		+	+		
	– uczeń potrafi sprawdzić, dla jakich wartości parametru proste są prostopadłe;			+	+	
	– uczeń potrafi wyznaczyć równania wysokości, środkowych i symetralnych w trójkącie, gdy dane są współrzędne jego wierzchołków;		+	+		
	– uczeń potrafi wyznaczyć współrzędne brakującego wierzchołka równoległoboku, współrzędne punktu przecięcia się przekątnych czworokąta;		+	+	+	
	– uczeń potrafi obliczyć odległość dwóch punktów, gdy dane są ich współrzędne;	+	+	+	+	
	– uczeń potrafi wyznaczyć środek odcinka mając dane współrzędne końców odcinka;	+	+	+	+	



Dział	Osiągnięcia ucznia	Oceny				
		dopuszczający	dostateczny	dobry	b.dobry	celujący
	<ul style="list-style-type: none"> - uczeń potrafi rozwiązać układ równań metodą podstawiania i przeciwnych współczynników; - uczeń zna definicję oznaczonego, sprzecznego, nieoznaczonego układu równań; - uczeń potrafi określić typ układu równań; - uczeń zna interpretację geometryczną układu równań; - uczeń potrafi rozwiązać układ równań metodą graficzną - uczeń potrafi czytać tekst zadania ze zrozumieniem, a następnie zapisać odpowiednie równanie liniowe; - uczeń potrafi rozwiązać zapisane przez siebie równanie ; 	+ + + + + +	+ + + + + +	+ + + + +	+ + + +	
<i>Funkcja kwadratowa</i>	<ul style="list-style-type: none"> - uczeń zna definicję funkcji kwadratowej; - uczeń potrafi narysować wykres funkcji $f(x) = ax^2$; - uczeń potrafi określić własności funkcji $f(x) = ax^2$; - uczeń zna zasadę szkicowania wykresu funkcji $y = a(x - p)^2 + q$; - uczeń potrafi naszkicować wykres funkcji $y = a(x - p)^2 + q$; - uczeń potrafi opisać własności funkcji $y = a(x - p)^2 + q$; - uczeń zna postać ogólną i kanoniczną funkcji kwadratowej; - uczeń zna wzory na współrzędne wierzchołka paraboli; - uczeń potrafi sprowadzić trójmian kwadratowy z postaci ogólnej do kanonicznej (z zastosowaniem uzupełniania do kwadratu lub wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli);; - uczeń potrafi sprowadzić trójmian z postaci kanonicznej do postaci ogólnej; - uczeń zna wyprowadzenie wzorów na współrzędne wierzchołka paraboli; - uczeń potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli; 	+ + + + + + + + + +	+ + + + + + + + + + +	+ + + + + + + + + +	+ + + + + + + + + +	+ + + + + + + + + +



Dział	Osiągnięcia ucznia	Oceny				
		dopuszczający	dostateczny	dobry	b.dobry	celujący
	<ul style="list-style-type: none">– uczeń zna zasadę szkicowania wykresu funkcji postaci $f(x) = ax^2 + bx + c$;– uczeń potrafi sprowadzić trójmian kwadratowy z postaci ogólnej do kanonicznej, a następnie naszkicować wykres;– uczeń potrafi opisać własności funkcji kwadratowej;– uczeń zna wzory skróconego mnożenia;– uczeń zna zasadę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias;– uczeń potrafi rozwiązać równanie kwadratowe przez rozkład na czynniki;– uczeń zna zależność między znakiem wyróżnika równania kwadratowego a liczbą rozwiązań;– uczeń zna wzory na wyróżnik trójmianu kwadratowego i jego pierwiastki;– uczeń umie wyprowadzić wzory na pierwiastki równania kwadratowego;– uczeń potrafi rozwiązać równania kwadratowe, korzystając z poznanych wzorów;– uczeń zna ogólną postać iloczynową trójmianu kwadratowego;– uczeń potrafi przedstawić trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej;– uczeń potrafi odczytać wartości pierwiastków, korzystając z postaci iloczynowej;– uczeń potrafi zamienić postać iloczynową trójmianu na postać ogólną;– uczeń zna pojęcie wartości największej i najmniejszej funkcji;– uczeń potrafi wyznaczyć wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej;– uczeń potrafi wyznaczyć wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale;– uczeń zna zasadę rozwiązywania nierówności kwadratowych;	+				
			+	+	+	
			+	+	+	
		+				
			+			
				+	+	
		+				
				+	+	
						+
				+	+	
		+				
				+	+	
				+	+	
		+				
				+	+	
				+	+	
				+	+	



Dział	Osiągnięcia ucznia	Oceny				
		dopuszczający	dostateczny	dobry	b.dobry	celujący
	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń potrafi rozwiązać nierówność kwadratową; – uczeń potrafi zaznaczyć na osi liczbowej sumę, różnicę, iloczyn zbiorów punktów, określonych równaniami kwadratowymi; – uczeń potrafi wykorzystać wiadomości dotyczące funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań z treścią; – uczeń zna postać równania okręgu; – uczeń potrafi zapisać równanie okręgu o danym środku i promieniu; – uczeń potrafi wyznaczyć z równania okręgu jego środek i promień; – uczeń umie narysować okrąg i koło na płaszczyźnie kartezjańskiej; – uczeń potrafi znaleźć równanie okręgu na podstawie różnych informacji o jego położeniu; 	+				
	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń potrafi zaznaczyć na osi liczbowej sumę, różnicę, iloczyn zbiorów punktów, określonych równaniami kwadratowymi; – uczeń potrafi wykorzystać wiadomości dotyczące funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań z treścią; – uczeń zna postać równania okręgu; – uczeń potrafi zapisać równanie okręgu o danym środku i promieniu; – uczeń potrafi wyznaczyć z równania okręgu jego środek i promień; – uczeń umie narysować okrąg i koło na płaszczyźnie kartezjańskiej; – uczeń potrafi znaleźć równanie okręgu na podstawie różnych informacji o jego położeniu; 		+	+		
	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń potrafi rozwiązać nierówność kwadratową; – uczeń potrafi zaznaczyć na osi liczbowej sumę, różnicę, iloczyn zbiorów punktów, określonych równaniami kwadratowymi; – uczeń potrafi wykorzystać wiadomości dotyczące funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań z treścią; – uczeń zna postać równania okręgu; – uczeń potrafi zapisać równanie okręgu o danym środku i promieniu; – uczeń potrafi wyznaczyć z równania okręgu jego środek i promień; – uczeń umie narysować okrąg i koło na płaszczyźnie kartezjańskiej; – uczeń potrafi znaleźć równanie okręgu na podstawie różnych informacji o jego położeniu; 			+	+	
	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń potrafi rozwiązać nierówność kwadratową; – uczeń potrafi zaznaczyć na osi liczbowej sumę, różnicę, iloczyn zbiorów punktów, określonych równaniami kwadratowymi; – uczeń potrafi wykorzystać wiadomości dotyczące funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań z treścią; – uczeń zna postać równania okręgu; – uczeń potrafi zapisać równanie okręgu o danym środku i promieniu; – uczeń potrafi wyznaczyć z równania okręgu jego środek i promień; – uczeń umie narysować okrąg i koło na płaszczyźnie kartezjańskiej; – uczeń potrafi znaleźć równanie okręgu na podstawie różnych informacji o jego położeniu; 				+	+
	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń potrafi rozwiązać nierówność kwadratową; – uczeń potrafi zaznaczyć na osi liczbowej sumę, różnicę, iloczyn zbiorów punktów, określonych równaniami kwadratowymi; – uczeń potrafi wykorzystać wiadomości dotyczące funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań z treścią; – uczeń zna postać równania okręgu; – uczeń potrafi zapisać równanie okręgu o danym środku i promieniu; – uczeń potrafi wyznaczyć z równania okręgu jego środek i promień; – uczeń umie narysować okrąg i koło na płaszczyźnie kartezjańskiej; – uczeń potrafi znaleźć równanie okręgu na podstawie różnych informacji o jego położeniu; 					+
	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń potrafi rozwiązać nierówność kwadratową; – uczeń potrafi zaznaczyć na osi liczbowej sumę, różnicę, iloczyn zbiorów punktów, określonych równaniami kwadratowymi; – uczeń potrafi wykorzystać wiadomości dotyczące funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań z treścią; – uczeń zna postać równania okręgu; – uczeń potrafi zapisać równanie okręgu o danym środku i promieniu; – uczeń potrafi wyznaczyć z równania okręgu jego środek i promień; – uczeń umie narysować okrąg i koło na płaszczyźnie kartezjańskiej; – uczeń potrafi znaleźć równanie okręgu na podstawie różnych informacji o jego położeniu; 					
<i>Własności miarowe figur na płaszczyźnie</i>	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń potrafi rozpoznać kąty przyległe, wierzchołkowe, naprzemianległe, odpowiadające; – uczeń potrafi zastosować w zadaniach twierdzenie o kątach utworzonych przez prostą przecinającą proste równoległe; – uczeń potrafi wykorzystać w zadaniach wzór na sumę kątów w trójkącie i w czworokącie; – uczeń potrafi wykazać przystawanie trójkątów; – uczeń potrafi stosować własności kątów w zadaniach na dowodzenie (np. wykazać, że dwusieczne kątów przyległych są prostopadłe); – uczeń potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów; – uczeń potrafi określić wzajemne położenie okręgu i prostej; – uczeń potrafi zastosować w zadaniach twierdzenie o odcinkach stycznych; 	+	+			
	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń potrafi rozpoznać kąty przyległe, wierzchołkowe, naprzemianległe, odpowiadające; – uczeń potrafi zastosować w zadaniach twierdzenie o kątach utworzonych przez prostą przecinającą proste równoległe; – uczeń potrafi wykorzystać w zadaniach wzór na sumę kątów w trójkącie i w czworokącie; – uczeń potrafi wykazać przystawanie trójkątów; – uczeń potrafi stosować własności kątów w zadaniach na dowodzenie (np. wykazać, że dwusieczne kątów przyległych są prostopadłe); – uczeń potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów; – uczeń potrafi określić wzajemne położenie okręgu i prostej; – uczeń potrafi zastosować w zadaniach twierdzenie o odcinkach stycznych; 		+	+		
	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń potrafi rozpoznać kąty przyległe, wierzchołkowe, naprzemianległe, odpowiadające; – uczeń potrafi zastosować w zadaniach twierdzenie o kątach utworzonych przez prostą przecinającą proste równoległe; – uczeń potrafi wykorzystać w zadaniach wzór na sumę kątów w trójkącie i w czworokącie; – uczeń potrafi wykazać przystawanie trójkątów; – uczeń potrafi stosować własności kątów w zadaniach na dowodzenie (np. wykazać, że dwusieczne kątów przyległych są prostopadłe); – uczeń potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów; – uczeń potrafi określić wzajemne położenie okręgu i prostej; – uczeń potrafi zastosować w zadaniach twierdzenie o odcinkach stycznych; 			+	+	
	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń potrafi rozpoznać kąty przyległe, wierzchołkowe, naprzemianległe, odpowiadające; – uczeń potrafi zastosować w zadaniach twierdzenie o kątach utworzonych przez prostą przecinającą proste równoległe; – uczeń potrafi wykorzystać w zadaniach wzór na sumę kątów w trójkącie i w czworokącie; – uczeń potrafi wykazać przystawanie trójkątów; – uczeń potrafi stosować własności kątów w zadaniach na dowodzenie (np. wykazać, że dwusieczne kątów przyległych są prostopadłe); – uczeń potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów; – uczeń potrafi określić wzajemne położenie okręgu i prostej; – uczeń potrafi zastosować w zadaniach twierdzenie o odcinkach stycznych; 				+	+
	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń potrafi rozpoznać kąty przyległe, wierzchołkowe, naprzemianległe, odpowiadające; – uczeń potrafi zastosować w zadaniach twierdzenie o kątach utworzonych przez prostą przecinającą proste równoległe; – uczeń potrafi wykorzystać w zadaniach wzór na sumę kątów w trójkącie i w czworokącie; – uczeń potrafi wykazać przystawanie trójkątów; – uczeń potrafi stosować własności kątów w zadaniach na dowodzenie (np. wykazać, że dwusieczne kątów przyległych są prostopadłe); – uczeń potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów; – uczeń potrafi określić wzajemne położenie okręgu i prostej; – uczeń potrafi zastosować w zadaniach twierdzenie o odcinkach stycznych; 					+
	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń potrafi rozpoznać kąty przyległe, wierzchołkowe, naprzemianległe, odpowiadające; – uczeń potrafi zastosować w zadaniach twierdzenie o kątach utworzonych przez prostą przecinającą proste równoległe; – uczeń potrafi wykorzystać w zadaniach wzór na sumę kątów w trójkącie i w czworokącie; – uczeń potrafi wykazać przystawanie trójkątów; – uczeń potrafi stosować własności kątów w zadaniach na dowodzenie (np. wykazać, że dwusieczne kątów przyległych są prostopadłe); – uczeń potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów; – uczeń potrafi określić wzajemne położenie okręgu i prostej; – uczeń potrafi zastosować w zadaniach twierdzenie o odcinkach stycznych; 					



Dział	Osiągnięcia ucznia	Oceny				
		dopuszczający	dostateczny	dobry	b.dobry	celujący
	<ul style="list-style-type: none">- zastosować w zadaniach warunki wewnętrznej i zewnętrznej styczności okręgów;;- uczeń potrafi wskazać kąty środkowe i wpisane oparte na odpowiednich łukach;- uczeń potrafi zastosować twierdzenie o zależności między kątem środkowym i wpisanym opartym na tym samym łuku;- uczeń potrafi zastosować w zadaniach twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą;- uczeń potrafi zastosować zależność między kątem wpisanym a środkowym i twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą w zadaniach na dowodzenie;- uczeń potrafi stosować wzory na pole i obwód podstawowych figur geometrycznych (trójkąt, czworokąt, koło);- uczeń potrafi obliczyć potrzebne wielkości z trójkątów prostokątnych o kątach 30°, 60° lub 45°, wykorzystując wzór na wysokość trójkąta równobocznego i przekątną kwadratu;- uczeń potrafi rozwiązać proste zadania tekstowe prowadzące do obliczania pól i obwodów figur geometrycznych;- uczeń potrafi obliczać pola i obwody bardziej skomplikowanych figur geometrycznych (np. figur ograniczonych łukami okręgów);- uczeń potrafi wykorzystywać w zadaniach twierdzenie Pitagorasa oraz związki miarowe w trójkącie prostokątnym;- uczeń potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa;- uczeń potrafi prawidłowo wypisać proporcje odcinków na ramionach kąta przeciętego prostymi równoległymi;- uczeń potrafi wykorzystać twierdzenie Talesa do obliczenia długości odpowiednich odcinków;- uczeń potrafi podzielić konstrukcyjnie odcinek w zadanym (wymiernym) stosunku;- uczeń potrafi udowodnić twierdzenie Talesa;- uczeń potrafi sprawdzić czy dane (np. na płaszczyźnie kartezjańskiej) figury są podobne;					
		+	+		+	+
			+	+		
			+	+	+	
				+	+	
		+	+			
			+	+		
				+	+	
		+	+			+
			+	+		
			+	+	+	
			+	+	+	
				+	+	+
						+



Dział	Osiągnięcia ucznia	Oceny					
		dopuszczający	dostateczny	dobry	b.dobry	celujący	
	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych, mając daną jedną z nich; – uczeń potrafi przekształcać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne; – uczeń potrafi obliczać pola i obwody figur geometrycznych w zadaniach wymagających zastosowania funkcji trygonometrycznych kąta ostrego; 						+
<i>Wielomiany i funkcje wymierne</i>	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń zna definicję wielomianu; – uczeń potrafi rozpoznać wielomiany wśród wyrażeń algebraicznych i określić ich stopień; – uczeń potrafi napisać wielomian o danych współczynnikach i wypisać współczynniki danego wielomianu; – uczeń potrafi określić stopień wielomianu oraz obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu; – uczeń potrafi przekształcić wielomiany z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia; – uczeń potrafi dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany; – uczeń potrafi dobrać tak wartości parametrów, aby dwa wielomiany były równe; – uczeń potrafi odczytać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej; – uczeń potrafi podać przykład wielomianu o zadanych pierwiastkach; – uczeń potrafi rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia; – uczeń potrafi rozłożyć wielomian na czynniki metodą grupowania wyrazów; – uczeń potrafi rozłożyć wielomian na czynniki, wyłączając wspólny czynnik poza nawias; – uczeń potrafi rozłożyć na czynniki wielomiany niemające pierwiastków (w prostych przypadkach, np.: $x^4 + 1$ czy $x^4 + 5x^2 + 1$); 	+	+	+	+	+	+



Dział	Osiągnięcia ucznia	Oceny				
		dopuszczający	dostateczny	dobry	b.dobry	celujący
	– uczeń potrafi rozłożyć na czynniki wielomian, jeśli wymaga to zapisania pewnego wyrazu w postaci sumy;				+	
	– uczeń zna definicję jednomianu i wielomianu wielu zmiennych;	+				
	– uczeń potrafi określić stopień jednomianu i wielomianu wielu zmiennych;	+				
	– uczeń potrafi zredukować jednomiany podobne (wielu zmiennych);	+	+			
	– uczeń potrafi obliczyć wartość wielomianu dla podanych wartości zmiennych;	+	+			
	– uczeń potrafi zapisać zależność między danymi wielkościami za pomocą wielomianu wielu zmiennych;		+	+		
	– uczeń potrafi dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany wielu zmiennych;		+	+		
	– uczeń zna definicję wyrażenia wymiernego;	+				
	– uczeń potrafi podać dziedzinę wyrażenia wymiernego;		+			
	– uczeń potrafi skrócić i rozszerzyć wyrażenia wymierne;		+	+		
	– uczeń potrafi sprowadzić wyrażenia wymierne do wspólnego mianownika;		+	+	+	
	– uczeń potrafi sprowadzić wyrażenie wymierne do najprostszego wspólnego mianownika w sytuacjach wymagających stosowania np. wzoru na sumę sześcianów;			+	+	
	– uczeń potrafi dodać i odjąć wyrażenia wymierne ;		+	+		
	– uczeń potrafi pomnożyć i podzielić wyrażenia wymierne ;		+	+		
	– uczeń potrafi upraszczać wyrażenia wymierne;			+		
	– uczeń potrafi wykonywać wieloetapowe działania na wyrażeniach wymiernych;			+	+	
	– uczeń potrafi rozpoznać wielkości odwrotnie proporcjonalne;	+	+			
	– uczeń potrafi rozwiązać zadanie umieszczone w kontekście praktycznym związane z proporcjonalnością odwrotną;		+	+		



Dział	Osiągnięcia ucznia	Oceny				
		dopuszczający	dostateczny	dobry	b.dobry	celujący
	<ul style="list-style-type: none">- uczeń potrafi narysować wykres i podać własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, $x \in \mathbb{R} - \{0\}$;- uczeń potrafi narysować wykres i podać własności funkcji $y = \frac{a}{x-p} + q$;- uczeń potrafi podać równania asymptot hiperboli zapisanej równaniem $y = \frac{a}{x-p} + q$;- uczeń potrafi wykorzystywać w zadaniach interpretację geometryczną współczynników a, p, q funkcji $y = \frac{a}{x-p} + q$;- uczeń potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej;- uczeń potrafi rozwiązać równanie wymierne prowadzące do równania liniowego lub kwadratowego;- uczeń potrafi wyznaczyć (w prostych przypadkach) ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych;- uczeń potrafi wyznaczyć ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych w przypadkach wymagających wykonania bardziej skomplikowanych przekształceń;- uczeń potrafi rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do równania wymiernego (np. związane z wydajnością pracy).		+	+		
			+	+	+	
			+	+		
				+	+	
			+			
			+			
			+	+		
				+	+	
				+	+	
			+			
			+			
				+	+	
<i>Funkcje wykładnicze i logarytmiczne</i>	<ul style="list-style-type: none">- uczeń zna definicję potęgi o wykładniku wymiernym;- uczeń potrafi obliczać wartości potęg o wykładnikach wymiernych;- uczeń zna definicję notacji wykładniczej;- uczeń umie zapisać liczbę w notacji wykładniczej;- uczeń umie wykonać działania na liczbach zapisanych w postaci wykładniczej;- uczeń zna definicję funkcji wykładniczej.- uczeń potrafi sporządzić wykres ;	+		+		
				+	+	
			+			
				+	+	
				+	+	+
			+			
			+			
				+	+	



Dział	Osiągnięcia ucznia	Oceny				
		dopuszczający	dostateczny	dobry	b.dobry	celujący
	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń potrafi omówić własności funkcji wykładniczej; – uczeń potrafi na podstawie wykresu funkcji $y=f(x)$ sporządzić wykres funkcji $y=f(-x)$; – uczeń potrafi rozwiązać zadanie umieszczone w kontekście praktycznym związane z funkcją wykładniczą; – uczeń umie rozwiązać równanie wykładnicze; – uczeń zna definicję logarytmu; – uczeń potrafi wyznaczyć logarytm danej liczby ; – uczeń potrafi wyznaczyć liczbę, znając jej logarytm; – uczeń potrafi stosować definicję logarytmu np. do obliczenia $2^{\log_2 3}$; – uczeń potrafi rozwiązać równanie, korzystając z definicji logarytmu ; – uczeń potrafi określić dziedzinę wyrażenia zawierającego logarytm; – uczeń zna własności logarytmów; – uczeń potrafi stosować w zadaniach wzór na logarytm iloczynu; – uczeń potrafi stosować w zadaniach wzór na logarytm ilorazu; – uczeń potrafi stosować w zadaniach wzór na logarytm potęgi o wykładniku naturalnym; – uczeń potrafi przekształcać logarytmy z zastosowaniem wzorów na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym; 		+		+	
<i>Ciągi</i>	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń zna definicję ciągu i sposoby jego określania; – uczeń podaje przykłady ciągów liczbowych skończonych i nieskończonych; – uczeń rysuje wykresy ciągów; – uczeń wyznacza wartości wyrazów ciągu, mając jego wyraz ogólny; 	+		+		+



Dział	Osiągnięcia ucznia	Oceny				
		dopuszczający	dostateczny	dobry	b.dobry	celujący
	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń określa wzór ogólny ciągu na podstawie jego wartości; – uczeń zna określenie ciągu rosnącego, malejącego, stałego oraz niemalejącego i nierosnącego; – uczeń zna definicję sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów; – uczeń podaje przykłady ciągu rosnącego, malejącego, stałego; – uczeń na podstawie definicji bada monotoniczność ciągu danego wzorem ogólnym; – uczeń wykonuje działania na ciągach; – uczeń sprawdza monotoniczność ciągu (a_n) o wyrazach dodatnich, badając iloraz $\frac{a_{n+1}}{a_n}$; – uczeń zna definicję ciągu arytmetycznego oraz wzór na wyraz ogólny; – uczeń zna wzór na średnią arytmetyczną; – uczeń podaje przykłady ciągu arytmetycznego; – uczeń na podstawie pierwszego wyrazu i różnicy ciągu arytmetycznego wyznacza jego dowolny wyraz; – uczeń potrafi zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym; – uczeń określa monotoniczność ciągu arytmetycznego; – uczeń wyznacza wyraz pierwszy i różnicę ciągu arytmetycznego na podstawie wskazanych danych; – uczeń wyprowadza wzór ogólny ciągu arytmetycznego; – uczeń zna twierdzenie dotyczące sumy n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; – uczeń wyznacza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; – uczeń stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego w zadaniach realistycznych ; 	+		+	+	
		+				
		+				
			+			
			+	+	+	
				+		
						+
		+				
			+			
			+	+		
				+		
			+		+	
					+	+
		+				
			+	+		
				+	+	



Dział	Osiągnięcia ucznia	Oceny				
		dopuszczający	dostateczny	dobry	b.dobry	celujący
	– uczeń potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;					+
	– uczeń zna definicją ciągu geometrycznego oraz wzór na wyraz ogólny;	+				
	– uczeń zna wzór na średnią geometryczną;					
	– uczeń podaje przykłady ciągu geometrycznego;	+				
	– uczeń na podstawie pierwszego wyrazu oraz ilorazu ciągu geometrycznego wyznacza jego dowolny wyraz;		+			
	– uczeń potrafi zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym;		+	+		
	– uczeń określa monotoniczność ciągu geometrycznego;				+	
	– uczeń wyznacza wyraz pierwszy oraz iloraz ciągu geometrycznego na podstawie wskazanych danych;		+			
	– uczeń wyprowadza wzór ogólny ciągu geometrycznego;			+	+	
	– uczeń zna twierdzenie dotyczące sumy n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;				+	+
	– uczeń wyznacza wartość sumy zadanej liczby wyrazów początkowych ciągu geometrycznego;	+				
	– uczeń wykorzystuje wiadomości dotyczące ciągu geometrycznego w zadaniach realistycznych;		+	+		
	– uczeń potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;			+	+	
	– uczeń zna własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego;					+
	– uczeń stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach tekstowych;	+				
	– uczeń stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach ;		+	+		
	– uczeń zna określenie kapitalizacji odsetek, procentu składanego, okresu kapitalizacji;				+	+
	– uczeń wyznacza odsetki od kwoty złożonej na kilka lat na stały procent z uwzględnieniem okresu kapitalizacji odsetek;	+				



Dział	Osiągnięcia ucznia	Oceny					
		dopuszczający	dostateczny	dobry	b.dobry	celujący	
	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń wyznacza liczbę lat, po których kwota złożona na stały procent powiększy się oadaną wielkość; – uczeń wyznacza roczną stopę procentową, znając kwotę złożoną, wysokość odsetek i liczbę lat; – uczeń stosując procent składany w zadaniach, uwzględnia inflację roczną. 		+		+		+
<i>Rachunek prawdopodobo- o-bieństwa</i>	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń potrafi określić zbiór zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego; – uczeń potrafi wypisać wszystkie zdarzenia elementarne oraz zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu (podać moc zbioru); – uczeń zna strukturę doświadczenia polegającego na losowaniu kolejno ze zwracaniem i bez zwracania oraz losowaniu podzbiorów danego zbioru; – uczeń potrafi wyznaczyć przy zastosowaniu kombinatoryki liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych oraz liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu (podać moc zbioru); – uczeń zna regułę mnożenia; – uczeń stosuje regułę mnożenia dla dwóch danych zbiorów; – uczeń stosuje regułę mnożenia w ogólnych przypadkach; – uczeń potrafi rozpoznać zdarzenia pewne, niemożliwe, przeciwne, wykluczające się; – uczeń potrafi wykonać działania na zdarzeniach; – uczeń zna aksjomatyczną definicję i własności prawdopodobieństwa; – uczeń potrafi obliczyć prawdopodobieństwo zdarzeń na podstawie własności prawdopodobieństwa; – uczeń potrafi przeprowadzić dowody własności prawdopodobieństwa; – uczeń potrafi rozwiązać zadania, które wymagają dowodów, na podstawie własności prawdopodobieństwa 	+	+	+	+	+	+



Dział	Osiągnięcia ucznia	Oceny				
		dopuszczający	dostateczny	dobry	b.dobry	celujący
<i>Elementy statystyki</i>	<ul style="list-style-type: none"> – uczeń potrafi opisać, czym zajmuje się statystyka; – uczeń potrafi zbierać i porządkować dane; – uczeń potrafi porównać zebrane dane; – uczeń potrafi prezentować i klasyfikować uporządkowane dane; – uczeń potrafi przedstawić dane w postaci dowolnego wykresu lub diagramu; – uczeń potrafi zebrać, uporządkować i przedstawić dane własnego badania statystycznego; – uczeń potrafi odczytać dane z dowolnego wykresu lub diagram i interpretować wyniki; – uczeń potrafi odczytać i interpretuje lub przetwarza informacje z tabeli, tekstu; – uczeń potrafi obliczyć średnią arytmetyczną; – uczeń potrafi obliczyć i zinterpretować średnią ważoną danych liczb; – uczeń potrafi obliczyć medianę; – uczeń potrafi obliczyć wariancję; – uczeń potrafi obliczyć odchylenie standardowe; – uczeń potrafi podać interpretację średniej arytmetycznej, mediany, wariancji, odchylenia standardowego; – uczeń potrafi zinterpretować i porównać zależności podane w mediach. 	+	+			
<i>Stereometri a</i>	<ul style="list-style-type: none"> – określa wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni; – uczeń wskazuje na modelu i rysunku wielościanu odcinki zawarte w prostych równoległych, przecinających się, skośnych; – uczeń oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prawidłowego; 	+	+			



Dział	Osiągnięcia ucznia	Oceny				
		dopuszczający	dostateczny	dobry	b.dobry	celujący
	– uczeń rozróżnia graniastosłupy i ostrosłupy wśród brył;	+				
	– uczeń wskazuje na modelu i rysunku wielościanu jego wierzchołki, krawędzie, ściany;	+				
	– uczeń rozróżnia graniastosłupy proste i graniastosłupy prawidłowe wśród innych graniastosłupów;	+				
	– uczeń rozróżnia ostrosłupy prawidłowe wśród innych ostrosłupów;	+				
	– uczeń rysuje siatkę graniastosłupa prostego i ostrosłupa prawidłowego;	+				
	– uczeń rozróżnia na rysunku proste leżące w jednej płaszczyźnie oraz takie, które nie leżą w jednej płaszczyźnie;		+			
	– uczeń oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów i ostrosłupów przy różnych danych;		+			
	– uczeń wskazuje na modelu i zaznacza na rysunku kąty nachylenia krawędzi i przekątnych wielościanów do ścian;		+			
	– uczeń oblicza pole powierzchni i objętość ostrosłupa prawidłowego;		+			
	– uczeń oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupów;		+			
	– uczeń stosuje funkcje trygonometryczne oraz twierdzenia geometrii płaskiej do rozwiązywania prostych zadań dotyczących graniastosłupów i ostrosłupów;		+			
	– uczeń rozwiązuje zadania praktyczne;		+			
	– uczeń wyznacza związki miarowe w graniastosłupach i ostrosłupach, wykorzystując trygonometrię;			+		
	– uczeń rozwiązuje zadania o charakterze problemowym;				+	
	– uczeń rozróżnia walce, stożki i kule wśród innych brył;	+				
	– uczeń opisuje własności walca, stożka i kuli;	+				
	– uczeń kreśli siatkę walca i stożka;	+				
	– uczeń oblicza pole powierzchni i objętość walca, stożka i kuli;	+				
	– uczeń stosuje funkcje trygonometryczne oraz twierdzenia geometrii płaskiej do rozwiązywania prostych zadań		+			



Dział	Osiągnięcia ucznia	Oceny				
		dopuszczający	dostateczny	dobry	b.dobry	celujący
	dotyczących brył obrotowych; – uczeń oblicza pole wycinka koła oraz długość łuku; – uczeń wykorzystuje trygonometrię do wyznaczania związków miarowych w bryłach obrotowych; – uczeń wyznacza kąt mając dane pole wycinka lub długość łuku; – uczeń wskazuje kąty dwuścienne na modelu wielościanu; – uczeń wskazuje kąt nachylenia prostej do płaszczyzny na modelach brył; – uczeń wyznaczy kąt nachylenia prostej do płaszczyzny i przedstawi go na rysunku bryły; – uczeń wyznacza kąt dwuścienny między ścianami ostrosłupa.					
			+			
		+		+		
		+				
			+			
						+

4.2. Główne narzędzia kontroli

Kontrolowanie uczniów powinno być spójne z tym co było przedmiotem nauczania. Przedmiotem kontroli nie może być relacja między wiedzą ucznia i nauczyciela, lecz postęp ucznia w procesie kształcenia. Głównym obszarem kontroli powinny być: wiedza zdobyta przez ucznia, umiejętności pozwalające uczniowi na gromadzenie i pogłębianie wiedzy, umiejętności społeczne i komunikacyjne, a także postawa młodego człowieka, wyrażająca się w dążeniu do samorealizacji.

Kontroli podlegają wszystkie kompetencje kluczowe, a więc wiedza, umiejętności i postawy. Kryteria, jakie przyjmuje nauczyciel, muszą być zrozumiałe i zaakceptowane przez uczniów i raz przyjęte, nie mogą podlegać modyfikacji.

Najczęściej stosowane narzędzia kontroli to:

- a) *Sprawdzian.*
- b) *Kartkówki.*
- c) *Prace klasowe.*
- d) *Praca indywidualna.*
- e) *Praca domowa.*
- f) *Wypowiedzi ustne.*

Sprawdzian jest formą zapowiedzianej kontroli pisemnej, obejmującą zagadnienia kilku lekcji. Może być w formie kilku ćwiczeń, bądź zadań do samodzielnego rozwiązania. Uczeń o sprawdzianie musi być wcześniej poinformowany.

Taka forma kontroli daje nauczycielowi możliwość porównania osiągnięć poszczególnych uczniów oraz ocenić stopień opanowania przerobionych treści.

Kartkówka jest formą bieżącego oceniania, pozwalającą ocenić stopień zrozumienia podanych treści.

Praca klasowa wymaga od nauczyciela ustalenia listy szczegółowych kompetencji ucznia oraz zapoznania uczniów z nimi. Praca klasowa powinna być zapowiedziana z tygodniowym wyprzedzeniem. Daje możliwość nauczycielowi wychwycenia tych treści, które są przez uczniów niezrozumiałe bądź słabiej opanowane.

Praca indywidualna z uczniem może być w formie pracy samodzielnej podczas lekcji oraz pracy domowej. Nauczyciel dostosowuje zadanie do możliwości ucznia oraz ukierunkowuje na ćwiczenie umiejętności słabiej przyswojonej.

Uczniom należy zadawać pracę domową. Jest to konieczne ze względu na zbyt duży zakres materiału w stosunku do liczby godzin. Praca taka spełni swoje zadanie, o ile nauczyciel będzie kontrolował poprawność jej wykonania, co nie powinno jednak łączyć się z oceną na stopnie.

Nie należy rezygnować z tradycyjnej formy odpowiedzi ustnej. Uczeń powinien umieć prezentować swoje umiejętności nawet w sytuacji związanej z dużym stresem. Warto tak zaplanować lekcje, aby w ciągu semestru każdy otrzymał przynajmniej jedną ocenę z odpowiedzi ustnej.

Ważne jest to, aby nauczyciel miał świadomość, że kontrolowanie osiągnięć uczniów nie służy tylko gromadzeniu ocen. Ma sprawdzać postępy ucznia, uświadamiać mu braki, w porę wykrywać kłopoty i trudności w nabywaniu różnych umiejętności, ale także zachęcać go do dalszej pracy i pokonywaniu trudności. Ważne jest, abyśmy dostrzegali nie tylko zaangażowanie uczniów podczas lekcji, ale także premiowali wszelki prace domowe.

5. Procedura ewaluacji programu nauczania

Ewaluacja programu ma na celu uzyskanie informacji zwrotnej na temat efektywności zastosowanego programu w nauczaniu, warunków przebiegu pracy i wyników kształcenia. Określa ona skuteczność metod, stopień realizacji celów programu, przedstawia osiągnięcia ucznia. Zebrane dane pozwolą na określenie zalet jak i mankamentów programu, co w rezultacie wpłynie na wprowadzanie zmian w celu usprawnienia procesu nauczania.

Ewaluacja programu nauczania w ramach projektu Szkoła Kluczowych Kompetencji będzie przeprowadzana podczas realizacji programu poprzez:

- obserwację zachowań uczniów, ich pracy na lekcji;
- obserwację sposobu pracy nauczyciela;
- rozmowy z uczniami.

Natomiast po zrealizowaniu określonego etapu programu np. po upływie semestru, także poprzez:

- zbieranie informacji ustnej (sukcesy-porażki);
- pomiar przyrostu osiągnięć uczniów;
- przygotowanie prezentacji dorobku uczniów np. w postaci wystawy prac projektowych;
- przeprowadzenie i analizę wyników ankiety ewaluacyjnej, tabela poniżej:

Lp.	Pytanie	Odpowiedź i uzasadnienie
1.	Co sprawia Ci w nauce matematyki najczęściej problemów?	
2.	Czy sposób prowadzenia zajęć Ci odpowiada?	
3.	Czy tematyka zajęć jest interesująca?	
4.	Czy odniosłeś korzyści z uczestniczenia w zajęciach? Jeśli tak, jakie?	
5.	Które ze stosowanych przez nauczyciela metod pracy pozwoliły Ci aktywnie uczestniczyć w zajęciach?	
6.	Czy atmosfera w klasie sprzyja zdobywaniu wiedzy?	
7.	Czy proponowana przez nauczyciela forma zajęć rozwija umiejętności samokształcenia?	
8.	Jak oceniasz rodzaj i stopień trudności prac domowych?	
9.	Jak oceniasz pracę nauczyciela?	
10.	Czy formy sprawdzania wiadomości i umiejętności Ci odpowiadają?	
11.	Czy mogłeś podczas zajęć w pełni wykazać się swoją wiedzą?	
12.	Czy mogłeś obserwować rezultaty swojej pracy?	
13.	Czy nauczyłeś się samodzielnie zdobywać wiedzę ?	
14.	Czy ćwiczenia robione na zajęciach rozwijają umiejętności praktyczne?	
15.	Co chciałbyś zmienić w prowadzeniu zajęć?	

Bibliografia

- [1] P. Grabowski, *Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym*, Nowa Era, Warszawa 2008.
- [2] H. Komorowska, *O programach prawie wszystko*, Warszawa 1999.
- [3] M. Kurczab, E. Kurczab, E. Świda *Matematyka – Program nauczania w liceach i technikach, zakres podstawowy*, Oficyna Edukacyjna * Krzysztof Pazdro, Warszawa 2008.
- [4] P. Pyrdoł, A. Jatzak, M. Ciołkosz, P. Ciołkosz, *Matematyka – program nauczania dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum, zakres podstawowy*, Operon, Gdynia 2007.
- [5] M. Sobczak, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Lublin 2009.
- [6] *Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynek pracy w województwie podlaskim. Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynek pracy – Centrum Edukacji w Supraślu*, Lublin 2009.

Autor
Janina Zawacka

MATEMATYKA
AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

Technikum Pojazdów Samochodowych Zespół Szkół
Technicznych
im. Gen. I. Prądzyńskiego
w Augustowie

Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Informacja o autorze programu	5
Wstęp	5
Uwarunkowania realizacji programu.....	9
1 Cele kształcenia i wychowania.....	11
2 Materiał nauczania.....	13
3 Uszczegółowiona treść nauczania	17
4 Procedury osiągania szczegółowych celów kształcenia i wychowania.....	27
5 Sposoby i formy sprawdzania i oceniania osiągnięć uczniów	31
6 Oprzyrządowanie programu	35
7 Projekt ewaluacji programu.....	36
Bibliografia.....	38





Informacja o autorze programu

Janina Zawacka – magister matematyki Uniwersytetu Warszawskiego- Filia w Białymstoku, ukończyła również Studium Podyplomowe – Informatyka dla Nauczycieli na Politechnice Białostockiej. Nauczycielka matematyki augustowskiego Zespołu Szkół Technicznych im. Gen. I. Prądzyńskiego. Nauczycielka z kilkunastoletnim stażem pracy. Wiodącym przedmiotem nauczania jest matematyka, wcześniej nauczane przedmioty to: technologia informacyjna, zastosowanie informatyki w rozliczeniach skarbowych, technika biurowa. Wcześniej promotor prac dyplomowych w Liceum Handlowym, Policealnym Studium Informatycznym, osoba prowadząca kursy obsługi komputera.

Wstęp

Bardzo często mówimy, że człowiek uczy się przez całe życie. Ta prawda jest doskonale znana przedstawicielom wielu zawodów, którzy chcąc dobrze wykonywać swoją pracę, muszą stale uzupełniać swoją wiedzę oraz zdobywać nowe umiejętności. Problematyka uczenia się przez całe życie nabiera coraz większego znaczenia we współczesnym świecie, gdyż obejmuje zarówno wiek przedszkolny, szkolny, jak i wiek emerytalny, czyli tzw. trzeci wiek. Żyjemy bowiem w czasach, które wymuszają na nas konieczność nabywania nowych umiejętności i zdobywania nowej wiedzy. Jeśli zamierzamy aktywnie tworzyć i planować swoje życie, powinniśmy rozwijać swoje umiejętności uczenia się, aby móc sprostać wymaganiom współczesnego świata. Bez edukacji nie jest możliwy jakikolwiek postęp, przede wszystkim ten technologiczny, stąd potrzeba uświadomienia każdemu człowiekowi, że należy rzeczywiście uczyć się przez całe życie, aby podążać za wymogami XXI wieku.

Sprawa uczenia się przez całe życie została zauważona i doceniona przez europejskie instytucje – Parlament Europejski i Radę Unii Europejskiej, które zalecają państwom członkowskim UE, aby podjęły działania mające na celu rozwijanie kompetencji kluczowych, które odgrywają istotne znaczenie w procesie uczenia się przez całe życie. Zdefiniowano 8 kompetencji kluczowych, które są potrzebne każdemu człowiekowi do samorealizacji i rozwoju osobistego, do bycia aktywnym obywatelem oraz do pełnej integracji społecznej i zatrudnienia.

Są nimi:

- porozumiewanie się w języku ojczystym;
- porozumiewanie się w językach obcych;
- **kompetencje matematyczne** i podstawowe kompetencje naukowo-techniczne;
- kompetencje informatyczne;
- umiejętność uczenia się;
- kompetencje społeczne i obywatelskie;
- inicjatywność i przedsiębiorczość;
- świadomość i ekspresja kulturalna.

Kompetencje matematyczne określone w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie -Europejskie ramy odniesienia” (MKKE) obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Kompetencje matematyczne to zdolność i chęć wykorzystywania matematycznych sposobów myślenia oraz prezentacji (wzory, modele, schematy, wykresy, tabele). Definiowane są jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw:

WIEDZA

- W1: rozumienie terminów i pojęć matematycznych,*
- W2: dobrze opanowana umiejętność liczenia,*
- W3: znajomość miar i struktur,*
- W4: znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,*
- W5: świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.*

UMIEJĘTNOŚCI:

- U1: stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),*
- U2: śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny),*
- U3: przekazywać komunikaty stosując język matematyczny,*
- U4: korzystać z tekstu matematycznego.*

POSTAWY:

- P1: przejawiać szacunek dla prawdy,*
- P2: dążyć do szukania przyczyn,*
- P3: oceniać zasadność wnioskowań i działań.*

Przykład uszczegółowienia matematycznych kompetencji kluczowych:

W3. znajomość miar i struktur

1. rozumie pojęcia: odległość punktów, odległość punktu od prostej, odległość punktu od płaszczyzny, długość, obwód, pole, objętość, miara kąta;
2. rozumie pojęcia: figura płaska, figura przestrzenna;
3. odczytuje i oszacowuje odległości;
4. „wymierza” dane wielkości znanymi jednostkami miary (długości, pola, objętości, masy, czasu, prędkości);
5. przelicza (zamienia) jednostki miar;
6. zna własności miar;
7. zna twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych;
8. oblicza obwody i pola figur płaskich stosując wzory i/lub własności tych miar;
9. oblicza pola powierzchni i objętości brył stosując wzory i/lub własności tych miar;
10. stosuje własności miar w prostych zadaniach i rozumowaniach;

U3: przekazywać komunikaty stosując język matematyczny

1. kojarzy zwroty języka naturalnego z odpowiednimi terminami matematycznymi, czynności konkretne z operacjami abstrakcyjnymi, wielkości z liczbami;
2. wyraża w języku matematyki informacje podane werbalnie, rysunkiem, schematem, tabelą, diagramem oraz zaobserwowane w rzeczywistości;
3. przedstawia werbalnie, za pomocą zwrotów języka naturalnego, informacje zapisane w języku matematyki;
4. przedstawia werbalnie informacje zapisane rysunkiem, grafem, schematem, wykresem, tabelą, diagramem;



5. zapisuje symbolicznie definicje pojęć;
6. formułuje twierdzenia w postaci implikacji;
7. zapisuje symbolicznie dowody twierdzeń;
8. przedstawia dane za pomocą tabel, diagramów, grafów, wzorów;
8. zapisuje wzory, zależności matematyczne stosując symbolikę matematyczną, podaje opis zależności w postaci funkcji;
9. opisuje zbiory za pomocą układów nierówności i równań;
10. prezentuje wyniki badań używając terminologii z zakresu języka matematycznego, używa przybliżeń;
11. tworzy wypowiedzi matematyczne i wartościuje je;
12. buduje wypowiedzi poprawne pod względem pojęciowym i logicznym;
13. przygotowuje i wygłasza krótki referat na wybrany temat matematyczny;

P1: *przejawiać szacunek dla prawdy*

1. rozumie potrzebę dowodzenia;
2. weryfikuje zgromadzone dane;
3. nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy;
4. protestuje w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi;
5. wytrwale poszukuje informacji;
6. jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych;
7. nie uogólnia bez uprzedniego upewnienia się co do prawdziwości przesłanek;
8. podejmuje decyzje na podstawie sprawdzonych informacji;

Przed europejskimi systemami edukacyjnymi, w tym także przed polską oświatą, stoi zadanie wprowadzenia wyżej omawianej tematyki – kompetencji kluczowych – do programów nauczania, które będą prawidłowo realizowały te istotne społecznie zagadnienia.

Proponowany program nauczania matematyki ma sprostać przedstawionym powyżej oczekiwaniom. Ideą programu jest kształtowanie kompetencji kluczowych młodych ludzi, tak aby:

- zainteresować ich edukacją matematyczną
- przełamać uprzedzenia do matematyki
- ułatwić im swobodne rozwijanie się
- ułatwić zdanie egzaminu maturalnego oraz podjęcie dalszego kształcenia (studia na kierunkach technicznych)
- przygotować do spełnienia wymagań współczesnego rynku pracy
- sprawnie funkcjonować w szybko zmieniającej się rzeczywistości
- sprawnie funkcjonować w życiu dorosłym

Prezentowany program nauczania matematyki powstał w ramach projektu „**SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI. Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej**”. Jest to projekt finansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego i Budżetu Państwa. Głównym jego celem jest **zwiększenie dostępności do rozwoju kompetencji kluczowych** uczniów szkół ponadgimnazjalnych o profilu zawodowym w Polsce Wschodniej.

Program nauczania matematyki w zakresie podstawowym przeznaczony jest dla technikum pojazdów samochodowych i jest modyfikacją programu „Matematyka z plusem. Program nauczania matematyki w liceum i technikum” autorów: M. Karpiński, M. Braun, J. Lech (DKW-4015-37/01). Został napisany z myślą o tym, by treści



przedmiotowe były nierozdzielnie splecione z kompetencjami kluczowymi i nauczane jednocześnie.

Program kładzie nacisk nie na przekazywanie, gromadzenie wiedzy lecz na umiejętność jej szukania, przekształcania, weryfikowania, wykorzystywania doświadczeń w rozwiązywaniu coraz to nowszych zadań. Hasła wiodące tego programu to: motywacja uczniów do nauki, indywidualizacja procesu nauczania.

Uwarunkowania realizacji programu

Program nauczania matematyki będzie realizowany w Zespole Szkół Technicznych im. Gen. I. Prądzyńskiego w Augustowie w klasie *technik pojazdów samochodowych* na poziomie podstawowym.

Program został opracowany w oparciu o cele, zadania, treści kształcenia i osiągnięcia zawarte w podstawie programowej (Rozporządzenie MEN z dnia 23.08.2007 Dz. U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1100) oraz standardy wymagań egzaminacyjnych (Rozporządzenie MEN z dnia 28 sierpnia 2007 Dz. U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102) oraz założenia kluczowych kompetencji z zakresu matematyki.

Program jest również dostosowany do kształcenia w zawodzie *technik pojazdów samochodowych*. Nauczanie matematyki powinno wspierać teoretyczną i praktyczną naukę zawodu poprzez odpowiedni dobór zadań i korelację z przedmiotami zawodowymi. Ważne jest ćwiczenie w uczniach umiejętności rozwiązywania zadań podkreślających praktyczne zastosowania matematyki oraz jej przydatność w kształczonej specjalności zawodowej. Poprzez wskazywanie związku wiedzy matematycznej z codziennym życiem, mamy większe szanse na rozbudzenie w uczniach aktywności i zainteresowania przedmiotem.

Minimalny wymiar godzin lekcji matematyki w poszczególnych klasach to: 3+2+2+2.

Moje obserwacje z dotychczasowej pracy, jak i innych nauczycieli sugerują, iż w większości młodzież rozpoczynająca naukę w klasie pierwszej technikum posiada braki w podstawowych wiadomościach i umiejętnościach niezbędnych do realizacji programu matematyki w szkole średniej. Braki te w dużym stopniu utrudniają też naukę przedmiotów zawodowych oraz przedmiotów skorelowanych z matematyką. Uczniowie coraz częściej przejawiają niechęć do podejmowania wysiłku myślowego, są przekonani, że nie potrafią nauczyć się matematyki, brak im wiary we własne siły. Wielu z nich pochodzi z rodzin niezamożnych, często ze środowisk wiejskich, dotkniętych bezrobociem. Sytuacja ta utrudnia zdobycie wiedzy i kompetencji kluczowych, ogranicza także możliwości rozwoju i planowania kariery zawodowej. Szkoła powinna im to ułatwić.

Atutem Zespołu Szkół Technicznych jest wysoko wykwalifikowana kadra pedagogiczna, która nieustannie poszerza swoją wiedzę poprzez udział w szkoleniach i kursach, pracująca aktywnymi, często innowacyjnymi metodami. Uczniowie mają możliwość zwrócić się o pomoc do pedagoga szkolnego. Wielu uczniów odnosi sukcesy w olimpiadach zawodowych. Ważnym czynnikiem jest dobre wyposażenie pracowni przedmiotowych i informatycznych, warsztatów szkolnych, biblioteki szkolnej oraz dostęp do Internetu. Nasi uczniowie mogą też korzystać z nowoczesnego obiektu sportowego. Szkoła zapewnia więc odpowiednie warunki do realizacji programu, a także wspiera nauczycieli w tym przedsięwzięciu.

Prezentowany program ma układ liniowy. Zachowuje logiczne związki między poszczególnymi tematami i działami. Hasła programowe omawiane w kolejnych latach nie powtarzają się, jednak część treści jest utrwalana poprzez odpowiedni dobór zadań. Program zakłada rozwinięcie u uczniów matematycznych kompetencji kluczowych, niezbędnych do uczenia się przedmiotów zawodowych, a docelowo umożliwiających dalsze kształcenie lub bycie wartościowym pracownikiem. Z tego powodu zakres materiału jest ograniczony do potrzeb kształcenia w technikum na poziomie podstawowym, obejmując wszystkie treści przewidziane w Podstawie Programowej. Układ

materiału zapewnia realizację założonych celów nauczania oraz korelację z przedmiotami zawodowymi.

W klasie pierwszej stosunkowo dużo czasu poświęcono na powtórzenie i usystematyzowanie materiału omówionego w gimnazjum, aby uwzględnić konieczność uzupełnienia braków. Już w klasie pierwszej pojawiają się funkcje trygonometryczne, w związku z sugestiami nauczycieli przedmiotów zawodowych.

Realizacja prezentowanego przeze mnie programu nie wymaga specjalnych warunków bazowych. Niemniej jednak należytej realizacji tego programu powinno sprzyjać wykorzystanie podstawowych pomocy dydaktycznych, słowników, encyklopedii, roczników statystycznych, czasopism, modeli brył i przede wszystkim komputera.

Opracowując ten program, starałam się, aby matematyka wydała się uczniom nauką ciekawą, możliwą do opanowania i zrozumienia. Pozwalam sobie mieć nadzieję, że program ten okaże się przyjazny dla ucznia, pomoże mu zdobyć wiedzę, ale przede wszystkim umiejętności pozwalające na szeroko pojęte zastosowanie matematyki w życiu codziennym i w przyszłości zawodowym. Dlatego nie jest nadmiernie „przeładowany”, został oparty na zasadzie minimum treści – maksimum kształtowania umiejętności, jest dostosowany do potrzeb i możliwości uczniów dla, których jest przeznaczony.

Według przygotowanej diagnozy implementacji kompetencji kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy nauczyciele przedmiotów zawodowych i ogólnokształcących wskazują powody kształtowania kompetencji kluczowych, rozważając przydatność ich na rynku pracy. Kompetencje są tym wszystkim co powoduje, że w przyszłości praca podejmowana przez naszych absolwentów będzie efektywna, skuteczna, doceniana i nagradzana przez innych. W związku z globalizacją nasi uczniowie i absolwenci stają przed wyzwaniem oświatowym i rynku pracy, które dyktuje im Unia Europejska i cały świat. Dlatego warto pracować nad metodami i sposobami związanymi z wyposażeniem młodego pokolenia w szeroki wachlarz kompetencji kluczowych.

1 Cele kształcenia i wychowania

Przedstawione poniżej cele ogólne są zgodne z Podstawą programową, uwzględniają też potrzeby i zainteresowania uczniów, aktualne i przyszłe potrzeby społeczne oraz postulaty nauczycieli przedmiotów zawodowych. Zostały ujęte w ten sposób aby maksymalnie rozwijać matematyczne kompetencje kluczowe zarówno z zakresu: wiedzy, umiejętności jak i postaw.

CELE KSZTAŁCENIA (i ich odniesienie w rozwijaniu MKKE):

- Opanowanie podstaw wiedzy matematycznej w zakresie znajomości i rozumienia terminów i pojęć matematycznych - W1
- Nabycie umiejętności wykonywania działań na liczbach, wyrażeniach algebraicznych i innych podstawowych obiektach abstrakcyjnych – W2
- Nabycie umiejętności budowania modeli matematycznych różnorodnych sytuacji życia codziennego oraz ich wykorzystania do rozwiązywania problemów - W3, W4
- Przygotowanie się do dostrzegania różnych problemów i zjawisk społecznych, ekonomicznych, przyrodniczych, technicznych, ich analizowania, opisywania z wykorzystaniem wiedzy matematycznej i języka matematyki – W5, U1
- Opanowanie umiejętności uogólniania przykładów, formułowania hipotez i twierdzeń, przeprowadzania prostych rozumowań dedukcyjnych – U1
- Opanowanie umiejętności podawania przykładów i kontrprzykładów, definiowania pojęć oraz posługiwania się definicją - U1
- Doskonalenie umiejętności i nawyku uzasadniania swoich sądów – U2, P1
- Nabycie umiejętności używania symboli, schematów, rysunków i wykresów – U3
- Doskonalenie umiejętności czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego. Przygotowanie do czytania ze zrozumieniem tekstów dotyczących różnych dziedzin wiedzy oraz analizowania ich z wykorzystaniem pojęć i technik matematycznych – U4
- Rozwijanie umiejętnego korzystania z różnych źródeł informacji oraz z nowoczesnych technologii – U4, W1
- Doskonalenie umiejętności wyszukiwania i właściwego interpretowania zebranych informacji – P1, P2
- Wyrabianie nawyku samodzielnego zdobywania wiedzy i nabywania umiejętności oraz konstruowania własnych strategii postępowania – P1, P2, W5
- Opieranie swoich przekonań na rzetelnych informacjach i przesłankach - P1, P3
- Kształcenie wyobraźni matematycznej (intuicja zakresie obiektów abstrakcyjnych, wyobraźnia geometryczna dotycząca obiektów płaskich i przestrzennych) oraz przewidywania skutków podejmowanych działań (głównie podczas rozwiązywania problemów matematycznych) – U2, U3, P2
- Rozwijanie zdolności i zainteresowań matematycznych.



CELE WYCHOWANIA:

- Kształtowanie pozytywnego stosunku do podejmowania aktywności intelektualnej i rozbudzanie ciekawości intelektualnej.
- Nauczanie dobrej organizacji pracy, systematyczności i pracowitości.
- Nabycie umiejętności prowadzenia merytorycznej dyskusji mającej na celu wspólne dojście do optymalnego rozwiązania.
- Kształtowanie szacunku dla poglądów innych i umiejętności obrony własnych poglądów – P1
- Nabycie krytycznego stosunku do własnych poglądów i umiejętności zmiany zdania pod wpływem racjonalnych argumentów – P2
- Nauczenie zrozumiałego przedstawiania informacji.
- Rozwijanie umiejętności argumentowania.
- Rozwijanie umiejętności planowania działań – P2
- Nabycie umiejętności współpracy w grupie.
- Rozwijanie umiejętności podejmowania świadomych decyzji dotyczących społeczeństwa, gospodarki i środowiska naturalnego poprzez przekazanie umiejętności będących podstawą rozumienia zjawisk gospodarczych, społecznych i przyrodniczych.
- Rozwijanie umiejętności samodzielnego zdobywania informacji i samokształcenia – P1



2 Materiał nauczania

ELEMENTY MATERIAŁU NAUCZANIA

Podkreślenie dotyczy treści, które nie występują w PP (podstawie programowej) i ST_WYM (standardach wymagań), ale są ważne dla MKKE;

Kursywą oznaczono treści, które znajdują się w PP, ST_WYM i MKKE oraz są istotne dla kształcenia w zawodzie;

Pogrubienie dotyczy treści występujących w PP dla wcześniejszych etapów kształcenia i ważnych dla MKKE i kształcenia w zawodzie.

Elementy rachunku zdań i zbiorów Liczby i działania	Geometria	Funkcje i przekształcenia	Wyrażenia algebraiczne, równania i nierówności	Statystyka, rachunek prawdopodobieństwa	Zastosowania, matematyka użytkowa
KLASA I					
<u>Rachunek zdań</u> <u>Twierdzenia</u> <u>Dowodzenie twierdzeń</u> <u>Zbiory</u> Przedziały liczbowe i działania na nich Liczby naturalne i całkowite Liczby wymierne i niewymierne Wartość bezwzględna <i>Działania w zbiorach liczbowych</i> <i>Procenty i punkty procentowe</i> Przybliżenia, błąd przybliżenia Szacowanie wartości liczbowych Potęgi Pierwiastki Potęgi o wykładnikach wymiernych	Kąty w trójkątach i czworokątach Trójkąty Czworokąty Wielokąty Wielokąty foremne Koła i okręgi Okręgi i proste	<i>Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym</i> Związki między funkcjami trygonometrycznymi Pojęcie funkcji Monotoniczność funkcji <i>Własności funkcji</i> <i>Wzory i wykresy funkcji</i> <i>Funkcja liniowa</i> Przesuwanie wykresów funkcji Przekształcanie wykresów funkcji	Proste tożsamości trygonometryczne Wzory skróconego mnożenia Zapisywanie i przekształcanie wyrażeń algebraicznych Równania, nierówności i układy równań pierwszego stopnia Wartość bezwzględna w równaniach i nierównościach Przekształcanie wzorów Równania kwadratowe		<u>Wykorzystanie praw logiki do precyzyjnego formułowania myśli</u> <i>Zastosowania trygonometrii</i> <i>Zastosowanie funkcji do opisu zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym</i> <i>Interpretacja diagramów, tabel, wykresów</i> <i>Procentowa ilustracja danych</i> <i>Marża, Vat, rozliczenia podatkowe</i> Opisywanie związków między wielkościami liczbowymi za pomocą równań i nierówności liniowych i ich układów oraz równań kwadratowych



KLASA II					
Działania na zbiorach opisanych równaniami i nierównościami kwadratowymi Procent prosty Procent składany Oprocentowanie lokat i kredytów Potęgi o wykładnikach rzeczywistych Logarytmy Własności logarytmów	<u>Przekształcenia geometryczne</u> <u>Symetrie</u> Równanie prostej Równanie okręgu Figury w układzie współrzędnych Proste i okręgi	<i>Funkcja kwadratowa</i> Przykłady ciągów Ciągi arytmetyczne Ciągi geometryczne Funkcje wykładnicze	Równania, nierówności kwadratowe i proste ich układy Wielomiany Rozkład wielomianu na czynniki Równania wielomianowe		Zastosowania funkcji kwadratowej Zadania optymalizacyjne z zastosowaniem funkcji kwadratowej Zastosowania funkcji wykładniczych Ciąg arytmetyczny a procent prosty Ciąg geometryczny a procent składany Kapitał początkowy, końcowy, odsetki, stopy procentowe Lokaty i kredyty
KLASA III					
Działania na dziedzinach funkcji	Wielokąty wpisane w okrąg Wielokąty opisane na okręgu Wielokąty podobne Cechy podobieństwa trójkątów Twierdzenie Talesa Pola figur podobnych	Proporcjonalność odwrotna Hiperbola Przesuwanie hiperboli	Przekształcanie wielomianów Wyrażenia wymierne Równania wymierne	<i>Średnia arytmetyczna</i> mediana, dominanta Średnia ważona Odchylenie standardowe Elementy kombinatoryki Zdarzenia losowe Drzewka Własności prawdopodobieństwa	Posługiwanie się wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi Wykorzystanie wyrażań wymiernych do rozwiązywania problemów praktycznych <i>Gromadzenie, przetwarzanie i interpretowanie danych</i> „Jak często?” „Czy warto?” Czyli zadania z kombinatoryki Obliczanie szansy zdarzenia w sytuacjach życiowych



KLASA IV					
	Równoległość, prostokątność w przestrzeni Wielościany Pola powierzchni i objętości wielościanów Walec Stożek Kula				Wyznaczanie związków miarowych w otaczającej nas przestrzeni Praktyczne zagadnienia związane z polem powierzchni i objętością brył Związki między obiektami geometryczny- mi a otaczającą nas rzeczywistością

RAMOWY ROZKŁAD MATERIAŁU

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne działy i klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację.

Rok szkolny liczy ok. 36 tygodni, uczniowie klas trzecich i czwartych mają 4 tygodnie praktyki, zaś uczniowie klas maturalnych kończą rok szkolny 8 tygodni wcześniej. Materiał został zaplanowany, tak aby w każdej klasie pozostały godziny do dyspozycji nauczyciela.

KLASA I

Dział programowy	Liczba godzin
Liczby i działania	17
Zdania i zbiory	9
Trygonometria	14
Równania i nierówności	15
Figury geometryczne	15
Funkcje	18

KLASA II

Dział programowy	Liczba godzin
Funkcja kwadratowa	12
Wielomiany	11
Figury i przekształcenia	11
Ciągi	13
Funkcje wykładnicze i logarytmy	11



KLASA III

Dział programowy	Liczba godzin
Wielokąty. Figury podobne	12
Wyrażenia wymierne	12
Statystyka	9
Prawdopodobieństwo	15

KLASA IV

Dział programowy	Liczba godzin
Stereometria	17
Powtórzenie przed maturą	Pozostałe godziny



3 Uszczegółowiona treść nauczania

KLASA I

DZIAŁ PROGRAMOWY I TEMATYKA	SZCZEGÓŁOWE CELE EDUKACYJNE	ZAŁOŻONE OSIĄGNIĘCIA UCZNIĄ
LICZBY I DZIAŁANIA (17h) Liczby wymierne i liczby niewymierne. Rozwinięcia dziesiętne. Wartość bezwzględna. Obliczenia – prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych. Procenty. Punkty procentowe. Przybliżenia. Błąd bezwzględny i względny przybliżenia. Potęgi. Pierwiastki. Potęgi o wykładnikach wymiernych.	Uczeń: – przypomni sobie wiadomości o liczbach naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych, – pozna relacje, jakie zachodzą między podzbiorami zbioru liczb rzeczywistych; – przypomni sobie prawa działań w zbiorze R , – przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach i potęgach o wykładnikach całkowitych; – pozna potęgę o wykładniku wymiernym; – nauczy się przybliżać wartości liczbowe i szacować błąd przybliżenia; – przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami; – będzie kształcił umiejętność odczytywania diagramów procentowych, kołowych i słupkowych oraz ich budowania; – pozna pojęcie wartości bezwzględnej liczby,	Uczeń: — podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych; pierwszych i złożonych, potrafi zakwalifikować daną liczbę do jednego z tych rodzajów — zamienia skończone rozwinięcie dziesiętne na ułamek zwykły i na odwrot — rozumie pojęcie rozwinięcia okresowego, znajduje rozwinięcia dziesiętne ułamków zwykłych — wie, że suma, różnica, iloczyn i iloraz liczb wymiernych są liczbami wymiernymi — wykonuje działania na liczbach wymiernych: cztery działania arytmetyczne, potęgi o wykładniku całkowitym i postaci $1/n$; także z użyciem kalkulatora — znajduje wartość bezwzględną liczby — upraszcza pierwiastki i znajduje ich przybliżone wartości za pomocą kalkulatora — upraszcza wyrażenia zawierające potęgi o wykładniku wymiernym i pierwiastki — usuwa niewymierność z mianownika — zapisuje i odczytuje liczby w notacji wykładniczej — posługuje się notacją wykładniczą w obliczeniach — oblicza procent danej liczby — zwiększa i zmniejsza liczbę o dany procent, porównuje liczby, używając procentów — rozwiązuje zadania z procentami dotyczące m.in. płac, cen, podatków — zaokrągla liczby z podaną dokładnością — szacuje wyniki działań i wielkości ze świata rzeczywistego — wykorzystuje umiejętność szacowania w bardziej złożonych sytuacjach, oblicza błąd względny



<p>ZDANIA I ZBIORY (9h) Budowanie zdań, ich wartość logiczna. Twierdzenia. Dowodzenie twierdzeń. Zbiory, działania na zbiorach. Przedziały liczbowe, działania na nich.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– pozna zdania proste i złożone;– pozna funktory logiczne;– pozna prawa logiczne takie jak negacja alternatywy, koniunkcji i implikacji;– zapozna się z budową twierdzenia,– pozna takie pojęcia jak: zbiór pusty, zbiór nieskończony, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru;– pozna pojęcie sumy, różnicy i iloczynu zbiorów;– pozna pojęcie przedziału liczbowego;– nauczy się znajdować sumę, różnicę, iloczyn i dopełnienie przedziałów liczbowych;	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– odróżni zdanie logiczne od innej wypowiedzi i oceni jego wartość logiczną,– posłuży się spójnikami logicznymi,– zaprzeczy zdanie,– zbuduje zdania złożone i oceni ich wartość logiczną,– odróżni definicję od twierdzenia,– mając dane twierdzenie w postaci implikacji zbuduje twierdzenie odwrotne do danego twierdzenia,– zastosuje poznane prawa logiczne,– wyznaczy część wspólną, sumę i różnicę zbiorów oraz dopełnienie zbioru,– wskaże w podanym zbiorze liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne,– posłuży się pojęciem osi liczbowej,– zaznaczy przedziały na osi liczbowej,– wykona działania na przedziałach, zastosuje język matematyki w komunikowaniu się,
<p>TRYGONOMETRIA (14h) Tangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym. Funkcje trygonometryczne w trójkącie prostokątnym. Wartości funkcji trygonometrycznych kątów $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$. Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– pozna określenie funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym,– pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta– zastosuje trygonometrię do rozwiązywania problemów geometrycznych,– rozwiąże równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, gdzie x - oznacza miarę kąta ostrego	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">— znając długości boków trójkąta prostokątnego, potrafi obliczyć funkcje trygonometryczne jego kątów— wykonuje proste rachunki z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych, także z zastosowaniem kalkulatora— stosuje funkcje trygonometryczne kąta ostrego do:<ul style="list-style-type: none">• prostych zadań geometrycznych• prostych sytuacji życia codziennego• trudniejszych zadań— samodzielnie rozpoznaje sytuacje, w których może zastosować funkcje trygonometryczne— korzysta z podanych wartości funkcji kątów $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ do rozwiązywania prostych zadań— zna wartości funkcji tych kątów i wykorzystuje je do rozwiązywania zadań— zna „jedynekę trygonometryczną” i korzysta z niej do wyznaczenia wartości jednej z funkcji, gdy dana jest inna
<p>RÓWNAŃ I NIERÓWNOŚCI (15h) Wzory skróconego mnożenia. Zapisywanie</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– przypomni działania na wyrażeniach algebraicznych,– pozna wzory skróconego mnożenia,	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">— stosuje wzory skróconego mnożenia— buduje proste wyrażenia algebraiczne



<p>i przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Równania i układy równań pierwszego stopnia. Wartość bezwzględna w równaniach i nierównościach. Przekształcanie wzorów. Równania kwadratowe.</p>	<ul style="list-style-type: none">– opisać zbiory za pomocą równań i nierówności,– oceni poprawność przekształceń algebraicznych,– przypomni jak się rozwiązuje równania, nierówności, układy równań,– zaznaczy na osi liczbowej przedziały opisane z użyciem nierówności, w której może też wystąpić wartość bezwzględna,– nauczy się przekształcać wzory	<ul style="list-style-type: none">— oblicza wartość liczbową wyrażenia algebraicznego— przekształca wyrażenia algebraiczne— wykorzystuje wyrażenia algebraiczne do rozwiązywania zadań z podzielnością— rozwiązuje równania i nierówności liniowe oraz układy równań liniowych i zadania z treścią prowadzące do takich równań, nierówności i układów— rozwiązuje równania niepełne kwadratowe— rozwiązuje zadania prowadzące do równań niepełnych kwadratowych— rozwiązuje równania kwadratowe— rozwiązuje zadania prowadzące do równań kwadratowych
<p>GEOMETRIA (15 h) Kąty w trójkątach i czworokątach. Trójkąty. Czworokąty. Wielokąty. Wielokąty foremne. Koła i okręgi. Okręgi i proste.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– przypomni sobie wiadomości o kątach (kąt prosty, ostry, rozwarty, kąty przyległe, wierzchołkowe),– przypomni sobie jak klasyfikujemy trójkąty ze względu na boki i kąty,– pozna zależności między bokami i kątami w trójkącie,– pozna pojęcie pola figury,– przypomni podział, własności czworokątów,– przypomni wzory na pola trójkąta, czworokąta,– pozna twierdzenia o sumie kątów wewnętrznych trójkąta i dowolnego wielokąta wypukłego,– przypomni sobie położenie prostej i okręgu oraz położenie dwóch okręgów,	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">— zna i rozumie pojęcia, zna własności figur:<ul style="list-style-type: none">• kąty przyległe, wierzchołkowe, naprzemianległe• trójkąt równoboczny, równoramienny• ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny• kwadrat, prostokąt, równoległobok, romb, trapez• kąt środkowy• kąt wpisany— zna nierówność trójkąta i wykorzystuje ją do rozwiązywania zadań— wie, ile wynosi suma kątów trójkąta i czworokąta i wykorzystuje ten fakt do rozwiązywania zadań— umie udowodnić te fakty— oblicza pola i obwody:<ul style="list-style-type: none">• trójkąta i równoległoboku, koła• trapezu, rombu o danych przekątnych• wycinka koła— nazywa wzajemne położenie okręgów oraz prostej i okręgu, wykorzystuje te pojęcia w rozwiązywaniu zadań— rozwiązuje różne zadania, wykorzystując:<ul style="list-style-type: none">• twierdzenie Pitagorasa• twierdzenie o kącie wpisanym i środkowym• pola i obwody figur
<p>FUNKCJE (18 h) Pojęcie funkcji. Monotoniczność funkcji. Wzory i wykresy funkcji. Własności funkcji.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– przypomni sobie pojęcie funkcji i różne sposoby jej opisywania,– przypomni sobie takie pojęcia,	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">— odczytuje z wykresu wartości funkcji, argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość, miejsca zerowe i przedziały, dla



<p>Funkcja liniowa. Przesuwanie wykresów funkcji. Przekształcanie wykresów funkcji.</p>	<p>jak: dziedzina funkcji liczbowej, zbiór wartości, miejsce zerowe, – pozna pojęcie monotoniczności funkcji, – nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu oraz rysować wykresy funkcji na podstawie własności funkcji, – przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej oraz własności funkcji liniowej (w tym proporcjonalność prostą), – nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji, – nauczy się przesuwać i przekształcać wykres funkcji,</p>	<p>których funkcja przyjmuje wartości dodatnie i ujemne – odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, wartość najmniejszą i największą, przedziały monotoniczności – podaje przykłady funkcji – posługuje się różnymi sposobami opisu funkcji – znając własności zależności między wielkościami, szkicuje wykres funkcji opisującej tę zależność – rysuje wykres funkcji liniowej – wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres spełnia dane warunki – rozwiązuje zadania dotyczące funkcji liniowej i jej zastosowań – z wykresu funkcji f uzyskuje wykres funkcji: • $f(x) + a$ • $f(x - a)$ • $f(x - a) + b$</p>
---	--	--

KLASA II

<p>FUNKCJA KWADRATOWA (12h) Przesuwanie paraboli. Funkcja kwadratowa. Nierówności kwadratowe. Zastosowania funkcji kwadratowej.</p>	<p>Uczeń: – pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności, – nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci kanonicznej i iloczynowej, – nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych, – pozna zasadę rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych i ich interpretację graficzną, – będzie doskonalił umiejętność rozwiązywania zadań tekstowych prowadzących do równań i nierówności kwadratowych, – nauczy się znajdować największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym, – nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej i własności funkcji do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych, – nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do analizowania zjawisk z życia codziennego,</p>	<p>Uczeń: – zna postać ogólną, kanoniczną, iloczynową funkcji kwadratowej – rysuje wykres funkcji kwadratowej i określa jej własności – zapisuje wzór funkcji kwadratowej spełniającej podane warunki – oblicza miejsca zerowe funkcji kwadratowej – oblicza dla jakich argumentów funkcja spełnia określone warunki – rysuje wykres funkcji kwadratowej postaci: • $y = ax^2 + q$ • $y = a(x - p)^2 + q$ • $y = ax^2 + bx + c$ (szkic bez wyznaczenia współrzędnych wierzchołka) • $y = ax^2 + bx + c$ – rozwiązuje zadania tekstowe, stosując własności funkcji kwadratowej – opisuje zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej – rozwiązuje zadania z treścią prowadzące do poszukiwania ekstremum funkcji kwadratowej</p>
--	---	--



<p>WIELOMIANY (11h) Przykłady wielomianów. Działania na wielomianach. Rozkład wielomianu na czynniki. Równania wielomianowe.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować,– pozna takie działania na wielomianach jak: dodawanie, odejmowanie i mnożenie,– pozna pojęcie pierwiastka wielokrotnego wielomianu,– pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki (wylączenie czynnika poza nawias, wzorów skróconego mnożenia, metoda grupowania wyrazów,)– nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe,– posiada umiejętność rozwiązywania zadań tekstowych prowadzących do równań wielomianowych,– nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, w których rozwiązaniu będzie posługiwał się poznanymi twierdzeniami i definicjami,	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">— rozpoznaje wielomiany, dodaje je, odejmuje i mnoży przez liczbę— mnoży wielomian przez dwumian— mnoży wielomiany— znajduje pierwiastki wielomianu zapisanego w postaci iloczynu czynników liniowych i kwadratowych— oblicza wartości liczbowe wielomianów dla podanej wartości zmiennej— rozkłada wielomiany na czynniki— rozwiązuje równania wielomianowe— ustala liczbę rozwiązań równania wielomianowego— znajduje pierwiastki wielomianów i ustala ich krotności— uzasadnia, że dane wielomiany spełniają określone warunki
<p>FIGURY I PRZEKSZTAŁCENIA (11 h) Przekształcenia geometryczne. Symetrie. Równanie prostej. Równanie okręgu. Figury w układzie współrzędnych. Proste i okręgi.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– przypomni sobie, jak oblicza się odległość punktów w układzie współrzędnych,– pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka,– przypomni sobie informacje o równaniu kierunkowym prostej,– nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej,– przypomni sobie warunki na równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych,– pozna wzór na obliczanie odległości punktu od prostej,– nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej,– nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu,– nauczy się zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach (np. stycznego do jednej z osi układu),– nauczy się wyznaczać współrzędne punktów	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">— wskazuje figury osiowo i środkowosymetryczne— wskazuje osie i środki symetrii danych figur— rozwiązuje zdania z zastosowaniem symetrii osiowej i środkowej— rysuje prostą o danym równaniu— wyznacza równanie prostej spełniającej dane warunki— rozwiązuje zadania dotyczące równania prostej— rozwiązuje graficznie układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi— wyjaśnia związek pomiędzy liczbą rozwiązań układu dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi a wzajemnym położeniem prostych— oblicza odległość między punktami o danych współrzędnych— rozwiązuje zadania związane z odległością punktów w układzie współrzędnych— rysuje okrąg o równaniu danym w postaci:<ul style="list-style-type: none">• $x^2 + y^2 = r^2$• $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$• $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$— sprawdza analitycznie np. czy dany



	wspólnych prostej i okręgu, nauczy się określać wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami	punkt leży na danym okręgu — rozwiązuje zadania z zastosowaniem równania okręgu
CIĄGI (13 h) Przykłady ciągów. Ciągi arytmetyczne. Ciągi geometryczne. Procent składany. Oprocentowanie lokat i kredytów.	Uczeń: – pozna definicję ciągu, – pozna sposoby opisywania ciągów (wzór ogólny, wykres), – pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu, – pozna definicję ciągu arytmetycznego, – pozna własności ciągu arytmetycznego, – nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego (n-ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów tego ciągu, średnia arytmetyczna), – pozna definicję ciągu geometrycznego, – pozna własności ciągu geometrycznego, – nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego (n-ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna), – pozna pojęcie procentu prostego i składanego, – nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów	Uczeń: — rozumie intuicyjnie pojęcie ciągu, oblicza dany wyraz ciągu — znajduje regułę, którą można opisać ciąg, którego kolejne wyrazy zostały podane i w prostych wypadkach zapisuje ją wzorem — rozumie intuicyjnie pojęcie ciągu arytmetycznego (geometrycznego), podaje i rozpoznaje przykłady — potrafi utworzyć kolejne wyrazy ciągu arytmetycznego (geometrycznego), znając pierwszy wyraz i różnicę (iloraz) — zna wzór ogólny ciągu arytmetycznego (geometrycznego), potrafi znaleźć wzór takiego ciągu, mając dane jego kolejne wyrazy — znajduje wzór ciągu arytmetycznego (geometrycznego) na podstawie podanych informacji — korzystając z własności ciągu arytmetycznego (geometrycznego), bada zjawiska opisane przez taki ciąg — oblicza odsetki lokat: – rocznych według podanego oprocentowania – w procencie składanym – w różnych okresach kapitalizacji — porównuje oferty banków i instytucji finansowych
FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMY (11h) Potęga o wykładniku rzeczywistym. Funkcje wykładnicze. Zastosowania funkcji wykładniczych. Logarytmy. Własności logarytmów.	Uczeń: – przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym, – będzie doskonalił umiejętności wykonywania działań na potęgach, – pozna pojęcie funkcji wykładniczej, – pozna własności funkcji wykładniczej, – nauczy się stosować własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań, – pozna pojęcie logarytmu, – pozna własności logarytmów i ich zastosowanie w rozwiązywaniu zadań	Uczeń: — wykonuje działania na potęgach — porównuje potęgi — oblicza wartość logarytmu: • w najprostszych wypadkach (np. $\log_2 4$) • dziesiętnego lub naturalnego za pomocą kalkulatora • dowolnego za pomocą kalkulatora (ze wzoru na zamianę podstawy logarytmu) — wykonuje działania na logarytmach — rozwiązuje zadania z zastosowaniem działań na potęgach, definicji, własności logarytmów — szkicuje wykres dowolnej funkcji wykładniczej — odczytuje własności funkcji wykładniczej z jej wykresu — wykorzystuje własności funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań opisywanych za pomocą takich funkcji



KLASA III

<p>WIELOKĄTY. FIGURY PODOBNE (12 h) Wielokąty wpisane w okrąg. Wielokąty opisane na okręgu. Wielokąty podobne. Cechy podobieństwa trójkątów. Twierdzenie Talesa. Pola figur podobnych.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – przypomni sobie twierdzenie o symetralnych boków trójkąta, – przypomni sobie twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta, – pozna twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt, – przypomni sobie pojęcie trójkątów przystających oraz cechy przystawiania trójkątów, – przypomni sobie pojęcie trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów, – pozna pojęcie podobieństwa i jego własności, – przypomni twierdzenie Talesa, – pozna nowe wzory na pole czworokąta, – pozna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> — zna i rozumie pojęcia, zna własności figur: • symetralna odcinka, dwusieczna kąta • okrąg opisany na wielokącie, okrąg wpisany w wielokąt — rozwiązuje różne zadania, wykorzystując • okręgi wpisane i opisane na wielokątach • warunek wpisywalności okręgu w czworokąt i opisywalności okręgu na czworokącie • cechy podobieństwa trójkątów • własności podobieństwa • pól figur podobnych — wykorzystuje twierdzenie Talesa do rozwiązywania zadań: • prostych, korzystających z jednej proporcji • bardziej skomplikowanych — rozumie intuicyjnie pojęcie podobieństwa — oblicza wymiary figury podobnej do danej w danej skali — bada, czy dane prostokąty są podobne — znajduje skalę podobieństwa dwóch figur podobnych — zna cechy podobieństwa trójkątów i sprawdza, czy dane trójkąty są podobne — dowodzi prostych twierdzeń geometrycznych
<p>WYRAŻENIA WYMIERNE (12 h) Przekształcanie wielomianów. Wyrażenia wymierne. Równania wymierne. Hiperbola. Przesuwanie hiperboli.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej, – nauczy się skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne, – nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne, – nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej, – nauczy się szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji, – nauczy się rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną, – nauczy się rysować wykresy funkcji homograficznych, – nauczy się opisywać własności 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> — dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne: • o jednakowych mianownikach • o różnych mianownikach — wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego, funkcji wymiernej — mnoży i dzieli wyrażenia wymierne — oblicza wartości liczbowe wyrażeń wymiernych — rozwiązuje równania wymierne i stosuje je do rozwiązywania prostych zadań — rysuje wykres funkcji homograficznej postaci: • $y = \frac{a}{x}$



	<p>funkcji homograficznej na podstawie jej wykresu,</p> <ul style="list-style-type: none"> – nauczy się rozwiązywać zadania z wykorzystaniem własności funkcji homograficznej, – nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne 	<ul style="list-style-type: none"> • $y = \frac{a}{x} + b$ • $y = \frac{a}{x - c} + b$ <p>i odczytuje z niego własności funkcji i zjawisk opisanych przez tę funkcję</p>
<p>STATYSTYKA (9 h) Średnia arytmetyczna, mediana, dominanta. Średnia ważona. Odchylenie standardowe.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – dowie się, na czym polega klasyfikacja danych statystycznych, – nauczy się obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby, – nauczy się interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> — odczytuje informacje z tabel, diagramów słupkowych i kołowych — wyciąga z takich informacji wnioski, wykonując odpowiednie obliczenia — oblicza: <ul style="list-style-type: none"> • średnią arytmetyczną danych liczb • wariancję i odchylenie standardowe danych liczb • modę i medianę danych liczb • średnią arytmetyczną danych zapisanych w postaci tabeli lub histogramu • średnią ważoną danych liczb — rozumie sens intuicyjny wariancji i odchylenia standardowego — wyciąga wnioski z informacji w postaci średnich, odchylenia standardowego i wariancji — rozumie różnice pomiędzy różnymi rodzajami średnich i ograniczenia w ich stosowaniu — przedstawia dane w postaci tabel i diagramów — opracowuje statystycznie nieskomplikowany problem — stawia prosty problem i opracowuje go statystycznie
<p>PRAWDOPODOBIEŃSTWO (15 h) Kombinatoryka. Zdarzenia losowe. Drzewka. Własności prawdopodobieństwa.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, – pozna zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować, – nauczy się przedstawiać pewne sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań, – pozna symbol silni i nauczy się go stosować, – nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne, – pozna takie pojęcia, jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> — rozumie intuicyjnie pojęcie prawdopodobieństwa i jego związek z częstością — oblicza wprost z definicji prawdopodobieństwa zdarzeń <ul style="list-style-type: none"> • najprostszych, np. otrzymanie parzystej liczby oczek w rzucie kostką • prostych, przy rzucie dwiema kostkami lub dwiema monetami • sumy zdarzeń i zdarzenia przeciwnego — zna pojęcia: zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenie przeciwne — znajduje liczbę możliwych wyników przy kilkukrotnym rzucie kostką i w innych



	<p>doświadczenia losowego, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe,</p> <ul style="list-style-type: none"> – nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu, – nauczy się znajdować sumę zdarzeń, różnicę zdarzeń, iloczyn zdarzeń oraz zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia, – pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować w rozwiązywaniu zadań, – pozna „klasyczną definicję prawdopodobieństwa”, – nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem „klasycznej definicji prawdopodobieństwa” 	<p>wypadkach o podobnej skali trudności, wykorzystuje te rachunki do obliczania prawdopodobieństw</p> <p>— oblicza liczbę możliwości z zasady mnożenia w bardziej skomplikowanych wypadkach i wykorzystuje wyniki do obliczania prawdopodobieństwa</p>
--	---	--

KLASA IV

<p>STEREOMETRIA (17h) Wielościany. Wielościany foremne. Kąty w wielościanach. Pola powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów. Pola powierzchni i objętości wielościanów. Walec. Stożek. Kula.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni, – pozna wzajemne położenie prostej i płaszczyzny, – nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną, – pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego, – przypomni i uzupełni wiadomości o graniastosłupach, – przypomni i uzupełni wiadomości o ostrosłupach, – przypomni i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych 	<p>Uczeń:</p> <p>— rozpoznaje następujące rodzaje brył: sześciian, prostopadłościan, graniastosłup, ostrosłup</p> <p>— potrafi określić liczbę wierzchołków, krawędzi i ścian</p> <p>— oblicza pola powierzchni i objętości:</p> <ul style="list-style-type: none"> • prostopadłościanów i ostrosłupów o podstawie kwadratu • graniastosłupów i ostrosłupów w prostych zadaniach geometrycznych • walca i stożka w najprostszych sytuacjach geometrycznych • kuli <p>— rysuje siatki graniastosłupów i ostrosłupów, odpowiada na proste pytania dotyczące bryły na podstawie jej siatki i wykorzystuje tę umiejętność do rozwiązywania zadań dotyczących sytuacji rzeczywistych.</p> <p>— stosuje pojęcia: graniastosłup prosty, graniastosłup prawidłowy, ostrosłup prawidłowy</p> <p>— stosuje pola i objętości brył do rozwiązywania zadań</p> <p>— rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące wielościanów i brył obrotowych</p> <p>— wskazuje w graniastosłupie prostym kąty: pomiędzy krawędziami, pomiędzy krawędziami a przekątnymi, pomiędzy przekątnymi</p> <p>— wskazuje w ostrosłupie kąty</p>
--	---	--



		<p>między krawędziami oraz między wysokością a krawędzią.</p> <ul style="list-style-type: none">— wskazuje kąty: pomiędzy wysokością a ścianą boczną, pomiędzy ścianą boczną a podstawą, pomiędzy wysokością ściany bocznej a wysokością bryły itp.— rozwiązuje zadania dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów bez wykorzystania funkcji trygonometrycznych— rozwiązuje zadania dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów polegające na wykorzystaniu pojedynczej funkcji trygonometrycznej— rozwiązuje zadania dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów oraz brył obrotowych polegające na wykorzystaniu funkcji trygonometrycznych
--	--	---

4 Procedury osiągnięcia szczegółowych celów kształcenia i wychowania

Nauczanie matematyki jest ukierunkowane na cele kształcenia przedstawione w podstawie programowej. Opisują one osiągnięcia, jakie mają zdobyć uczniowie w procesie dydaktycznym. Cele te są uszczegółowione w niniejszym programie nauczania i dodatkowo wzbogacono o cele umożliwiające rozwijanie MKKE. Z tak sformułowanych celów wynikają procedury osiągnięcia celów, które obejmują sferę warsztatu pracy nauczyciela.

Organizacja pracy na lekcji w zakresie doboru metod nauczania i form organizacyjnych ma swoje uzasadnienie w sposobie rozumienia tego, czym jest matematyka. Przedmiot ten można uznać za rygorystyczną dyscyplinę naukową lub za pożyteczną i przyjemną gimnastykę umysłu, ewentualnie za użyteczne poznanie świata. Matematyka w szkole średniej odzwierciedla w istocie wszystkie wymienione aspekty, tym bardziej, że motywacje uczniów szkoły ponadgimnazjalnej do zgłębiania przedmiotu są bardzo różne. Uczniowie rozpoczynający naukę w technikum mają ukształtowane pewne nawyki postępowania oraz sposoby osiągania sukcesów. W szkole ponadgimnazjalnej mamy do czynienia z uczniami inteligentnymi, pracującymi systematycznie, jak i tymi, którzy uczą się pamięciowo lub są mało zdolni. Należy jednak każdemu uczniowi umożliwić dalszy rozwój, motywując go do nauki oraz wskazując różne możliwości i sposoby uczenia się. Trzeba w praktyce stosować zasadę stopniowania trudności i uwzględniać zainteresowania uczniów. Ważne jest, by u progu dorosłości każdy uczeń znalazł w matematycznej wiedzy fundament, na którym będzie budował swoją przyszłość.

Nauczyciele matematyki powinni stosować indywidualizację nauczania, bowiem znikomy procent uczniów poświęci się profesjonalnemu zgłębianiu tej dziedziny. Dla ogromnej większości będzie ona po prostu kluczem do rozwiązania problemów życia codziennego i poznawania otaczającej rzeczywistości. Niejednokrotnie więc dla ucznia ważniejsze od nabycia szczegółowej wiedzy i umiejętności matematycznych jest kształcenie umiejętności kluczowych, takich jak: rozwijanie osobowości, dążenie do szukania przyczyn, samodzielne logiczne i twórcze myślenie, właściwe uzasadnianie, argumentowanie, koncentrowanie uwagi, odczytywanie informacji, porządkowanie i hierarchizacja wiedzy, wytrwałe poszukiwanie informacji, dostrzeganie i konkretyzacja problemu, dokładność ścisłość i precyzja językowa. Na tym właściwie polega kształcenie przez matematykę, która jest obecna w wielu dziedzinach działalności człowieka i dlatego niezbędna do wykonywania sporej grupy zawodów, a przede wszystkim do racjonalnego funkcjonowania w codziennym życiu i otaczającej rzeczywistości. Zatem nauczanie matematyki to sterowanie procesem nauczania – uczenia się ukierunkowane na aktywność własną ucznia.

Rola nauczyciela sprowadza się do kierowania procesem uczenia się uczniów.

Osiągnięcie założonych celów edukacyjnych i wychowawczych jest możliwe dzięki stosowaniu na lekcjach matematyki różnorodnych metod nauczania i odpowiedniego doboru form organizacyjnych lekcji. Ta różnorodność ma nie tylko uatrakcyjnić przedmiot, ale także zaktywizować uczniów w procesie uczenia się, zachęcić do rozwiązywania różnorodnych problemów, spowodować kształtowanie odpowiednich postaw.



Propozycje metod nauczania przydatnych w rozwijaniu MKKE.

Metody i techniki nauczania	Charakterystyka	Przydatność metody dla rozwoju MKKE
Praca z tekstem	Kształci umiejętność czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego, analizowania definicji i twierdzeń oraz śledzeniu algorytmów rozwiązania niektórych zadań. Rozwija aktywność twórczą, samodzielność. Przyzwyczajają uczniów do zbierania informacji z różnych źródeł, analizowania ich i przetwarzania, a także uświadomienia sobie, jaką rolę pełni matematyka w otaczającej ich rzeczywistości. Metoda pozwala kształtować postawy poszukiwania i dociekliwości, daje szansę rozwoju i głębszego poznania matematyki.	Wdrażanie do samokształcenia – U3, U4
Rozwiązywanie ciągu zadań	Metoda ta polega na rozwiązywaniu przez uczniów zestawu zadań (ze zbioru zadań, bądź przygotowanych przez nauczyciela). Ważne jest, aby zadania ułożone były w takiej kolejności, żeby rozwiązanie każdego następnego zadania pogłębiało wiedzę i umiejętności ucznia. Dobrze byłoby, aby wśród zadań pojawiły się też takie, które mają ciekawą nietypową treść lub zaskakujące rozwiązanie. Takiego rodzaju zadania i ćwiczenia w naturalny sposób pobudzają ciekawość i aktywność umysłową uczniów.	Doskonalenie umiejętności – W2; Konstruowanie lub odkrywanie nowych informacji- W3, U3, U4
Wykład	W tej metodzie nauczania główną rolę odgrywa nauczyciel. Dobrze przygotowanie merytoryczne prowadzącego zajęcia jest podstawą rzetelnego przekazania wiedzy uczniom. To on formułuje problem, analizuje go, wskazuje drogi i sposoby rozwiązania. Uczniowie sporządzają notatki, zapamiętują fakty, zdobywają wiedzę i umiejętności poprzez naśladowanie. Ta metoda jest ważna z punktu widzenia dalszej nauki. Na uczelniach jest stosowana powszechnie, zatem uczeń powinien być przygotowany do korzystania z wykładu.	Wprowadzenie nowych trudnych wiadomości, nauka notowania – W1, U2
Gra dydaktyczna	Każda gra jest jednocześnie pewną odmianą zabawy, która daje ogromną szansę rozwijania wielu sprawności umysłowych, uczy respektowania ściśle ustalonych reguł oraz zachowania właściwych relacji interpersonalnych. Uczniowie rywalizują ze sobą, współpracują, rozwijają umiejętność przewidywania i myślenia strategicznego.	Doskonalenia umiejętności – W2, W5, P3
Burza mózgów	Można ją stosować : jako rozgrzewkę twórczą przed określonym zadaniem oraz jako metodę rozwiązywania problemów. Pozwala ona uzyskać w krótkim czasie dużą liczbę zróżnicowanych rozwiązań jednego problemu.	„Rozgrzewka umysłowa” – P1, P2, P3
Dywanik pomysłów	To metoda poszukująca, mająca na celu twórcze rozwiązywanie problemu. Dyskusja połączona jest z techniką wizualizacji, w wyniku której możliwe staje się wartościowanie różnych propozycji rozwiązań problemu.	Wybór najlepszego rozwiązania – U2, P1, P3



Dyskusja	W tej metodzie nauczyciel kieruje rozmową, prowadzi dyskusję umiejętnie i porządkuje jej przebieg. Zadaje pytania, naprowadza na prawidłowe odpowiedzi, rozjaśnia wątpliwości, rozstrzyga spory. Uczniowie dyskutują, formułują spostrzeżenia, wymieniają się doświadczeniami, argumentują, spierają się, wyciągają wnioski.	Ustalenie planu rozwiązania problemu – U1, P2, P3
Drzewo decyzyjne	Nauczyciel określa problem będący przedmiotem analizy; dzieli uczniów na grupy. Uczniowie wybierają różne możliwości rozwiązania zadania, wypisują zalety i wady każdej z metod rozwiązania, oceniają je z punktu widzenia wartości i celów, podejmują grupową decyzję o wyborze metody rozwiązania problemu.	Negocjowanie i uzgadnianie stanowiska – U1, P2, P3
Mapa mentalna	Metoda wizualnego opracowania problemów z wykorzystaniem symboli, słów pisanych, rysunków. To narzędzie nie tylko do rozwijania myślenia, definiowania pojęć, rozwiązywania problemów, ale także metoda szybkiego przyswajania dużej ilości nowych informacji.	Wizualizacja treści tekstu – W4, U4
Metoda projektów	To metoda, której istota polega na tym, że uczniowie – w oparciu o wcześniej przyjęte założenia – w znacznie dłuższym czasie niż praca domowa, mają szansę samodzielnego zaplanowania, stworzenia i prezentacji większego przedsięwzięcia. Podczas pracy nad projektem, uczniowie mają możliwość praktykowania całego szeregu umiejętności: dyskusowania, poszukiwania, planowania, rozwiązywania problemów, jak i przygotowywania się do wystąpień publicznych – szczególnie polecana w rozwijaniu MKKE	Samodzielne pozyskanie dodatkowych wiadomości i umiejętności- W4, W5, P1, P2, P3

Z wyborem metod nauczania ściśle wiąże się odpowiedni dobór form organizacyjnych lekcji. Wśród nich można wyróżnić następujące:

- **Praca z całą klasą** – polega na zaangażowaniu całej społeczności klasowej w rozwiązywanie problemów sformułowanych przez nauczyciela.
 - Nauczyciel realizuje ze wszystkimi uczniami te same treści (np. uczniowie rozwiązują te same zadania, analizują ten sam problem matematyczny, dyskutują na ten sam temat, nauczyciel prowadzi wykład). Ta forma pracy sprzyja nawiązywaniu więzi uczniowskich.
 - Wzajemne odpytywanie się (uczeń zadaje pytanie i wskazuje tego, który ma na nie odpowiedzieć; uczeń który odpowiedział na postawione pytanie zadaje swoje pytanie następnemu uczniowi itd.). Taka metoda pracy angażuje wszystkich uczniów. Pozwala na sprawne powtórzenie materiału. Uczniowie kształcą umiejętność porządkowania informacji, formułowania i zadawania pytań.
- **Praca w grupach** – polega na podziale klasy na kilkusobowe zespoły i przydzieleniu im problemu do rozwiązania. Taka forma pracy przebiega w różny sposób, w zależności od wyboru metody pracy, np.:
 - Każda grupa dostaje do rozwiązania zadanie lub zadania; wszyscy członkowie grupy uczestniczą w rozwiązywaniu problemu, dzieląc się własnymi spostrzeżeniami, umiejętnościami i wiedzą; nad pracą grupy pieczę sprawuje

wcześniej wybrany lider grupy. Sprawozdawca grupy referuje rozwiązanie problemu przed całą klasą.

- Metoda układanki „puzzle” – każdy członek grupy otrzymuje część informacji potrzebnej do wykonania zadania grupowego; poszczególni członkowie grupy są odpowiedzialni za przygotowanie swojej porcji informacji, przekazanie jej kolegom i przyswojenie informacji prezentowanych przez nich.

Praca w grupach uczy organizacji pracy, podziału obowiązków pomiędzy członków grupy, odpowiedzialności za powierzone zadania. Uczy komunikacji między członkami grupy, zasad współpracy partnerskiej. Ma ogromne walory kształcące i wychowawcze.

- **Praca indywidualna** – każdy uczeń pracuje samodzielnie, pod kierunkiem nauczyciela (jeśli praca odbywa się na lekcji) lub samodzielnie (jeśli praca odbywa się w domu). Praca indywidualna pozwala uczniowi na samodzielne poszukiwanie odpowiedzi na postawione pytania, zmusza do własnych przemyśleń, zastanowienia się nad problemem i sposobem jego rozwiązania, utwaleniem już zdobytej wiedzy, a także nad kształceniem umiejętności uczenia się. Uczeń pracuje we właściwym dla siebie tempie. Praca indywidualna wyrabia też nawyk porządnego wykonania powierzonego zadania, odpowiedzialności za siebie, za swoją wiedzę i umiejętności.

W zagadnieniach omawianych na lekcjach powinna być w jak największym stopniu wykorzystywana problematyka lokalnej społeczności. Możemy np. używać w obliczeniach danych dotyczących struktury wieku, stopnia bezrobocia czy zamożności. Informacje takie uczniowie mogą zbierać samodzielnie, korzystając z lokalnej prasy, przeprowadzając wywiady lub zapoznając się ze specyfiką regionu na tle całego kraju, np. z rocznika statystycznego. Podejście takie przybliża matematykę do realnego świata, obserwowanego ponadto przez pryzmat własnych doświadczeń. Zagadnienia z tym związane bardzo dobrze nadają się do pracy w grupach, zadanej do samodzielnego opracowania – kształcenie MKKE: W2, W3, W5, W4, U1, U3, P1, P2 .

Współcześnie wiele zależności – gospodarczych, politycznych, społecznych – jest przedstawianych za pomocą diagramów, wykresów, tabel. Tematem lekcji mogą być niekiedy artykuły prasowe, w których wykorzystano diagramy, szczególnie gdy dotyczą one spraw ważnych, budzących powszechne zainteresowanie – kształcenie MKKE: U1, W3, W4, W5, U4, P1, P2, P3.

Obecnie bardzo często spotykamy się w życiu codziennym z zagadnieniami związanymi z rynkiem finansowym. Należy przygotować ucznia do aktywnego uczestnictwa w operacjach finansowych poprzez przybliżenie mu podstawowych pojęć, jak: procent, oprocentowanie lokat i kredytów, inflacja, podatek itp., aby ułatwić mu w przyszłości dysponowanie swoimi dochodami – kształcenie MKKE: W2, W4, W5, U1, U3, P1, P2, P3.



5 Sposoby i formy sprawdzania i oceniania osiągnięć uczniów

Ocena szkolna pełni w procesie nauczania wiele funkcji. Funkcja diagnostyczna polega na określeniu stopnia opanowania wiedzy i umiejętności ucznia. Pozwala na wykrycie luk, opóźnień, błędów i podjęcie prób ich usunięcia. Pełni też funkcję motywacyjną, gdyż informuje ucznia i jego rodziców o wynikach uczenia się, może stanowić nagrodę za osiągnięte wyniki.

Ocena powinna być obiektywna, rzetelna, systematyczna, opatrzona komentarzem, dokonana możliwie jak najszybciej po sprawdzianie lub innej formie kontroli opanowania wiedzy czy umiejętności.

Opis ogólnych wymagań na poszczególne oceny wyrażone stopniem szkolnym

Ocena wyrażona stopniem	Ogólne wymagania
celujący	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">⇒ Analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;⇒ Zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;⇒ Zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;⇒ Buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;⇒ Stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;⇒ Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;⇒ Uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.
bardzo dobry	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">⇒ Zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;⇒ Posługuje się językiem matematycznym w komunikowaniu i tworzeniu informacji;⇒ Samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;⇒ Przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;⇒ Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;⇒ Korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);⇒ Stosuje nowe twierdzenia;⇒ Ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);⇒ Zna dowody twierdzeń objętych programem;⇒ Rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;⇒ Skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;⇒ Analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;⇒ Rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych;
dobry	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">⇒ Przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;⇒ Zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;⇒ Intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie



	<p>wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;</p> <ul style="list-style-type: none">⇒ Wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;⇒ Zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;⇒ Rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;⇒ Rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;⇒ Ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.
dostateczny	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">⇒ Podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;⇒ Podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;⇒ Wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;⇒ Zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;⇒ Sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;⇒ Korzysta z kalkulatora;⇒ Zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;⇒ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;⇒ Naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;⇒ Samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;⇒ Sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.
dopuszczający	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">⇒ Intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;⇒ Rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;⇒ Rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;⇒ Potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;⇒ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?
niedostateczny	<p>Nie są spełnione wymagania na ocenę dopuszczającą</p>

Sprawdzanie osiągnięć uczniów najlepiej jest realizować poprzez różnorodne formy:

- odpowiedzi ustne
- karty pracy
- kartkówki
- klasówki
- testy z zadaniami zamkniętymi i otwartymi
- projekty
- wykonywanie modeli, plansz, ilustracji, tablic
- prace domowe
- prace w grupach
- udział w konkursach
- aktywność na lekcji



Ponieważ każda z wymienionych form sprawdzania odnosi się tylko do niektórych elementów wiedzy i umiejętności, nauczyciel, aby osiągnąć zamierzone cele, powinien stosować je wszystkie.

Propozycja opisu założonych osiągnięć ucznia na poszczególne poziomy wymagań.

W opisie uwzględniono podział umiejętności pomiędzy klasy oraz klasyfikacje ich na odpowiednie poziomy wymagań (konieczne — ocena dopuszczająca, podstawowe — ocena dostateczna, rozszerzające — ocena dobra, dopełniające — ocena bardzo dobra). Klasyfikacja podwójna, np. K/P, oznacza, że prostsze zadania dotyczące danego zagadnienia należy traktować jako wymagane na poziomie K, a trudniejsze — P.

Za wymagania na poziomie W należy uznać spełnienie wszystkich wymagań z poziomów niższych oraz umiejętność rozwiązywania zadań znacznie wykraczających poza wymagania na poziomie D stopniem trudności lub tematyką.

WYMAGANIA	POZIOM
LICZBY I DZIAŁANIA	
Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> — podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych; pierwszych i złożonych, potrafi zakwalifikować daną liczbę do jednego z tych rodzajów — zamienia skończone rozwinięcie dziesiętne na ułamek zwykły i na odwrot — rozumie pojęcie rozwinięcia okresowego, znajduje rozwinięcia dziesiętne ułamków zwykłych — wie, że suma, różnica, iloczyn i iloraz liczb wymiernych są liczbami wymiernymi — wykonuje działania na liczbach wymiernych: cztery działania arytmetyczne, potęgi o wykładniku całkowitym i postaci $1/n$; także z użyciem kalkulatora — znajduje wartość bezwzględną liczby — upraszcza pierwiastki i znajduje ich przybliżone wartości za pomocą kalkulatora — upraszcza wyrażenia zawierające potęgi o wykładniku wymiernym i pierwiastki — usuwa niewymierności z mianownika — zapisuje i odczytuje liczby w notacji wykładniczej — posługuje się notacją wykładniczą w obliczeniach — oblicza procent danej liczby — zwiększa i zmniejsza liczbę o dany procent, porównuje liczby, używając procentów — rozwiązuje zadania z procentami dotyczące m.in. płac, cen, podatków — zaokrągla liczby z podaną dokładnością — szacuje wyniki działań i wielkości ze świata rzeczywistego — wykorzystuje umiejętność szacowania w bardziej złożonych sytuacjach, oblicza błąd względny 	K K P/R P K P K P/R P/R P R/D K P R/D K P/R D



TRYGONOMETRIA	POZIOM
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">— znając długości boków trójkąta prostokątnego, potrafi obliczyć funkcje trygonometryczne jego kątów— wykonuje proste rachunki z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych, także z zastosowaniem kalkulatora— stosuje funkcje trygonometryczne kąta ostrego do:<ul style="list-style-type: none">• prostych zadań geometrycznych• prostych sytuacji życia codziennego• trudniejszych zadań— samodzielnie rozpoznaje sytuacje, w których może zastosować funkcje trygonometryczne— korzysta z podanych wartości funkcji kątów 30°, 45°, 60° do rozwiązywania prostych zadań— zna wartości funkcji tych kątów i wykorzystuje je do rozwiązywania zadań— zna „jedynkę trygonometryczną” i korzysta z niej do wyznaczenia wartości jednej z funkcji, gdy dana jest inna	K
	P/R
	K
	P
	R
	D
K	
P/R/D	
P	

6 Oprzyrządowanie programu

Do realizacji przedstawionego programu nauczania zalecany jest podręcznik „Matematyka z plusem” (obowiązkowo dla ucznia) oraz dodatkowo (dla osób chętnych) zeszyt ćwiczeń, zbiór zadań z tej serii. Na lekcjach matematyki koniecznością jest stosowanie różnorodnych środków dydaktycznych, których zadaniem jest: rozbudzenie zainteresowań matematyką, stymulowanie rozwoju logicznego myślenia, rozwijanie zdolności obserwacji i wyobraźni przestrzennej, wizualizacji.

Wyposażenie dydaktyczne może znacząco wspomagać i usprawniać pracę uczniów i też nauczycieli. Zwłaszcza rozwijanie MKKE, wymagające kontaktu z najnowszymi osiągnięciami technologii informacyjnej, nie może poprzestać na korzystaniu z kredy i tablicy. Środki dydaktyczne to przede wszystkim materiały i pomoce: plansze, zestawienia, arkusze danych, rysunki, animacje, programy komputerowe (Excel, EduRom), różnego rodzaju modele, encyklopedie, roczniki statystyczne, filmy, gry dydaktyczne, tablice matematyczne, artykuły prasowe, foliogramy. Do środków dydaktycznych zaliczamy również techniczne urządzenia, takie jak: tablice z układem współrzędnych, przyrządy kreślarskie, rzutniki pisma, projektory, kalkulatory – tradycyjne i szczególnie polecane graficzne, komputery. W realizacji programu nauczania niezbędne są także pewne materiały i przybory, które pozwolą na prezentację wyników pracy pojedynczych uczniów albo grup, pozostałym uczestnikom procesu lekcyjnego. Będą to m.in. arkusze papieru, kolorowe pisaki, klej, nożyce, folia, pręty i złącza, zestawy kulek do losowania, kostki do gry itp. Wszystkie te przedmioty powinny być na co dzień w zasięgu ręki.

Decydując się na wybór metody czy wyposażenia dydaktycznego, należy kierować się poziomem rozwoju uczniów, ich potrzebami i zainteresowaniami, atrakcyjnością. Ta ostatnia wpływa bowiem na rozwijanie motywacji do uczenia się. Dobór środków dydaktycznych zależy również od założonych celów lekcji, realizowanych treści, metod nauczania, formy pracy. Nauczyciel powinien często korzystać ze środków dydaktycznych, urozmaicając ich zakres i wzbogacając proces nauczania. Nieodzowne jest wykorzystywanie kalkulatorów graficznych i komputerów. Narzędzia te inspirują do twórczej pracy wielu uczniów oraz znacznie ułatwiają obliczenia i wizualizację matematyki. Kalkulator graficzny lub komputer powinien wspierać procesy obliczeniowe w różnych sytuacjach oraz może być wykorzystywany do odkrywania pojęć matematycznych, ich kształtowania i rozwiązywania problemów, stawiania hipotez. Uczniowie powinni wykonywać na kalkulatorze graficznym lub komputerze wykresy funkcji i ich przekształcenia, przetwarzać dane w arkuszu kalkulacyjnym, obliczać wielkości kombinatoryczne i statystyczne. Komputer to też korzystanie z zasobów Internetu, praca z multimedialnymi programami komputerowymi, programami użytkowymi. Dzięki takiej pracy uczniowie będą przygotowywani do aktywnego, samodzielnego uczenia się, wytrwałego wyszukiwania informacji oraz kształcenia umiejętności prezentacji danych w postaci tabel, diagramów i wykresów a to zaś powinno umożliwić im łatwiejsze dostrzeganie związków i zależności.

Opisane powyżej środki dydaktyczne i związane z nimi czynności, umiejętności powinny znacząco wpływać na kształtowanie kompetencji kluczowych – MKKE.

7 Projekt ewaluacji programu

Termin „ewaluacja” oznacza „ocenę, oszacowanie”, jednakże w odniesieniu do programów nauczania ewaluacja to znacznie więcej niż ocena. Jej kluczowymi składnikami są: opis, ocena, podjęcie decyzji oraz próba wpłynięcia na bieg zjawisk. W przypadku kształcenia według nowych czy modyfikowanych programów należy przyjąć, że ewaluacja programów jest badaniem i oceną samych programów oraz efektów ich realizacji ze szczególnym uwzględnieniem :

- stopnia realizacji założonych celów kształcenia i kształcenia MKKE
- warunków osiągnięcia zamierzonych celów oraz czynników mających wpływ na realizację treści kształcenia i postulatów MKKE
- sposobów optymalizacji i modernizacji programów oraz ich obudowy dydaktycznej

Ewaluacja programu zawiera w sobie trzy podstawowe obszary działalności dydaktycznej, a mianowicie: pomiar – osąd – decyzję.

Aby dokonać dowolnego pomiaru trzeba wiedzieć: co mierzyć?, czym mierzyć?, kiedy mierzyć?

W wypadku ewaluacji programu autorskiego można poprzestać na ocenie projektu programu i jego skuteczności. Źródłem informacji dla oceny projektu programu będą: wyniki analiz informacji zebranych z zastosowaniem specjalnego kwestionariusza np. od recenzentów programu, jak również informacje z arkusza autoewaluacji konstruowanego programu.

Dla oceny skuteczności programu można wykorzystać dane zawarte w poniższej tabeli:

Etap ewaluacji	Pytania kluczowe	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Prezentacja danych
W czasie realizacji programu	1. Jakie nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu?	Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas	Analiza dokumentów	Raport ewaluacyjny
	2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	Zakupienie co najmniej dwu pomocy dydaktycznych	Analiza dokumentów	Raport ewaluacyjny
	3. Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły?	Wzrost o 20% liczby hospitacji dyrektora, udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym	Analiza dokumentów m. in. wyników monitoringu	Raport ewaluacyjny
	4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizując program?	Przewaga metod aktywizujących nad podającymi	Analiza dokumentów. Obserwacja	Raport ewaluacyjny
Na koniec realizacji programu	5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela?	Co najmniej przeciętne wyniki w skalach KI i KL arkusza oceny zajęć ¹	Ankietowanie uczniów	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu
	6. W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju	Wzrósł o min. 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE	Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu.

¹ Arkusz oceny zajęć, ocena odpowiedzi – [7],Aneks VI



	MKKE?			Promocja szkoły w środowisku
Po pewnym czasie od realizacji programu	7. Na ile trwały są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw z MKKE?	Wzrost minimum o 20% średniego wyniku matury z matematyki	Analiza dokumentów (z wynikami egzaminu maturalnego)	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu-konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie

Uzupełnieniem oceny skuteczności programu powinny być także wyniki obserwacji prowadzonej przez samego nauczyciela – realizatora programu oraz hospitujących zajęcia.

Ważnym źródłem informacji o programie, jego realizacji i wynikach jest samoocena dokonywana przez konstruktora i realizatora programu. Przydatne też są opinie nauczycieli przedmiotów zawodowych, a także uczniów i ich rodziców. Dzięki temu możliwe jest dostosowanie działań dydaktycznych i wychowawczych oraz metod nauczania do indywidualnych potrzeb uczniów.

Dane ilościowe należy zebrać i uporządkować w tabelach, przeprowadzić ich analizę. Możemy w tym celu wykorzystać podręczniki czy opracowania interpretacji wyników. Fazą końcową będzie zredagowanie raportu zależnego od potrzeb odbiorcy. Zawsze konieczne będzie ustalenie i uzasadnienie oceny programu na podstawie zebranych danych, przedstawienie wniosków i zaleceń, omówienie sposobu wykorzystania wyników ewaluacji. Fachowe sprawozdania wymagają także udokumentowania sprawozdania danymi statystycznymi.

Bibliografia

- [1] *Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy w województwie podlaskim.*
- [2] *Informator dla nauczycieli, Matematyka. Liceum i technikum,* Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2002.
- [3] Kurczab Marcin, Kurczab Elżbieta, Świda Elżbieta, *Matematyka. Program nauczania w liceach i w technicach,* Oficyna edukacyjna Krzysztof Pazdro, Warszawa 2008.
- [4] Krzyżewska Jadwiga, *Aktywizujące metody i techniki w edukacji,* Suwałki 2000.
- [5] Praca zbiorowa pod redakcją Elżbiety Goźlińskiej, *Reforma kształcenia zawodowego,* Wydawnictwa CODN Warszawa 1997.
- [6] Pyrdoł Piotr, Jączak Anna, Ciołkosz Monika, Ciołkosz Paweł, *Matematyka. Program nauczania,* Wydawnictwo Pedagogiczne Operon, Gdynia 2007.
- [7] Sobczak Maria, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki,* Lublin 2009.

Autor
Agnieszka Karpiesiuk

MATEMATYKA

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

**Technikum Budowlano-Geodezyjne
w Białymstoku
w Zespole Szkół Budowlano-Geodezyjnych
im. Stefana Władysława Bryły
w Białymstoku**

Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Notka o autorze.....	5
Wstęp.....	7
Uwarunkowania realizacji programu.....	9
1. Cele ogólne nauczania.....	11
2. Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania.....	12
3. Materiał nauczania.....	14
4. Szczegółowy materiał nauczania i przewidywane umiejętności ucznia.....	15
5. Procedury osiągania szczegółowych celów edukacyjnych.....	21
6. Metody oceny założonych osiągnięć ucznia.....	23
7. Oprzyrządowanie programu.....	25
8. Ewaluacja programu.....	25
Bibliografia.....	27



Notka o autorze

Autor: Agnieszka Karpiesiuk

Staż pracy: 18 lat

Nauczany przedmiot: matematyka

Dodatkowe kwalifikacje:

- nauczyciel dyplomowany
- egzaminator egzaminu maturalnego z matematyki
- studia podyplomowe uprawniające do nauczania technologii informacyjnej

Miejsce realizacji programu: Technikum Budowlano-Geodezyjne w Białymstoku

Typ szkoły: czteroletnie technikum na podbudowie gimnazjum

Czas realizacji programu: wrzesień 2009 – czerwiec 2012

Adresat programu: klasa I h – technik geodeta

Liczba godzin: trzy godziny lekcyjne tygodniowo w klasie pierwszej, po dwie w klasie drugiej, trzeciej i czwartej

Doświadczenie zawodowe:

Od 14 lat pracuję w Zespole Szkół Budowlano-Geodezyjnych w Białymstoku, w którym uczę młodzież kształcąca się w różnych zawodach, m.in. w zawodzie technik geodeta. Nasi uczniowie co roku biorą udział w olimpiadach z przedmiotów zawodowych i odnoszą sukcesy, uzyskując tytuły finalistów i laureatów tych olimpiad. Nie byłoby to możliwe, gdyby nie posiadali rozległej wiedzy i umiejętności matematycznych. Wielu z nich wybierało matematykę, jako przedmiot obowiązkowy na egzaminie maturalnym i kontynuuje naukę na wyższych uczelniach, na których ważne jest dobre przygotowanie matematyczne. Przez wiele lat, z myślą o tych uczniach, prowadziłam dodatkowe zajęcia koła matematycznego, na których mieli możliwość poszerzać swoją wiedzę. Dzięki temu na egzaminie maturalnym otrzymywali pozytywne oceny.

Przez kilka lat uczyłam technologii informacyjnej. Na niektóre zajęcia przygotowywałam ćwiczenia o treści matematycznej, ukazując powiązania między tymi przedmiotami.

Nauczyciele przedmiotów geodezyjnych zgłaszali potrzebę modyfikacji programu nauczania matematyki, w celu dostosowania go do programu nauczania geodezji. Uwzględniłam to tworząc program autorski.



Wstęp

Kraje europejskie coraz chętniej otwierają swoje granice dla wykwalifikowanych pracowników innych państw. Proces edukacji szkolnej powinien wyposażyć ucznia w taką wiedzę, umiejętności i kompetencje, które zapewnią mu prawidłowe funkcjonowanie nie tylko na lokalnym, ale także na europejskim rynku pracy. Dotyczy to przede wszystkim szkolnictwa zawodowego.

Parlament Europejski i Rada Europy w grudniu 2006 r. zaleciły państwom członkowskim Unii Europejskiej rozwijanie kompetencji kluczowych, **których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia**. Kompetencje matematyczne zdefiniowane są w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” jako: **umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji**.

Prezentowany program nauczania matematyki powstał w ramach projektu „SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI. Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej”. Jest to projekt finansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego i Budżetu Państwa. Głównym jego celem jest **zwiększenie dostępności do rozwoju kompetencji kluczowych** uczniów szkół ponadgimnazjalnych o profilu zawodowym w Polsce Wschodniej.

Program nauczania matematyki oparty został na „Programie nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym.” autorstwa Piotra Grabowskiego (DKOS-5002-80/07). Wspomniany program spełnia oczekiwania nauczycieli i uczniów w zakresie treści nauczania, musi być jednak zmodyfikowany, gdyż nadrzędnym celem niniejszego programu jest kształcenie następujących aspektów matematycznych kompetencji kluczowych:

W zakresie wiedzy:

- W1: rozumienie terminów i pojęć matematycznych,*
- W2: dobrze opanowana umiejętność liczenia,*
- W3: znajomość miar i struktur,*
- W4: znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,*
- W5: świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.*

W zakresie umiejętności:

- U1: stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),*
- U2: śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny),*
- U3: przekazywać komunikaty stosując język matematyczny,*
- U4: korzystać z tekstu matematycznego.*

W zakresie postaw:

- P1: przejawiać szacunek dla prawdy,*
- P2: dążyć do szukania przyczyn,*
- P3: oceniać zasadność wnioskowań i działań.*

Szczególną uwagę należy poświęcić rozwijaniu kompetencji:

(W2) *dobrze opanowana umiejętność liczenia:*

- sprawne projektowanie i wykonywanie obliczeń,
- przeprowadzanie obliczeń dokładnych i przybliżonych,
- wykonywanie obliczeń procentowych,
- sprawne rozwiązywanie równań i nierówności.

(W5) *świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź:*

- rozumienie zasadności stosowania algorytmów,
- analizowanie twierdzeń i wysuwanie z nich wniosków,
- rozumowanie przez analogię oraz rozumowanie indukcyjne,
- rozumienie roli matematyzacji, uogólniania i specyfikacji,
- świadomość możliwości stosowania wiedzy matematycznej do rozwiązywania problemów w sytuacjach praktycznych, np. obliczanie pola powierzchni obszaru gruntów, przeliczanie jednostek.

(U4) *korzystać z tekstu matematycznego:*

- analizowanie opisanych rozumowań matematycznych,
- wyszukiwanie w tekście matematycznym potrzebnych informacji,
- odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych za pomocą diagramów, wykresów i tabel.

(P3) *oceniać zasadność wnioskowań i działań:*

- ocenianie poprawności przeprowadzonego rozumowania,
- ocenianie trafności doboru argumentów uzasadniających stanowisko,
- dostrzeganie sprzeczności i błędów w rozumowaniu.

Drugim ważkim argumentem modyfikacji realizowanego programu jest dostosowanie go do kształcenia w zawodzie *technik geodeta*. Nauczanie matematyki powinno wspierać teoretyczną i praktyczną naukę zawodu poprzez odpowiedni dobór zadań i korelację z przedmiotami zawodowymi. Ważne jest ćwiczenie w uczniach umiejętności rozwiązywania zadań podkreślających praktyczne zastosowania matematyki oraz jej przydatność w kształconej specjalności zawodowej. Poprzez wskazywanie związku wiedzy matematycznej z codziennym życiem, mamy większe szanse na rozbudzenie w uczniach aktywności i zainteresowania przedmiotem.

Program składa się z następujących rozdziałów: cele ogólne i szczegółowe nauczania, treści nauczania, procedury osiągania celów, opis założonych osiągnięć ucznia i propozycje metod ich oceny, oprzyrządowanie programu, projekt ewaluacji programu.

Uwarunkowania realizacji programu

Program nauczania matematyki przeznaczony jest przede wszystkim dla uczniów Technikum Budowlano-Geodezyjnego w Białymstoku, kształcących się w zawodzie technik geodeta, na poziomie podstawowym. Założenia dydaktyczne i wychowawcze programu zgodne są z zatwierdzoną przez MEN „Podstawą programową kształcenia ogólnego” z dn. 23.08.2007 r. oraz standardami wymagań egzaminu maturalnego (Rozporządzenie MEN z dnia 28 sierpnia 2007r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów: Dz. U. z dnia 31 sierpnia 2007r. Nr 157, poz. 1102). Zawierają również treści konieczne do rozwijania kompetencji kluczowych określonych przez Parlament Europejski. Ważnym jego celem jest wyposażenie ucznia w umiejętności matematyczne niezbędne na egzaminie potwierdzającym kwalifikacje zawodowe.

Uczniowie rozpoczynający naukę w naszej szkole, w zawodzie technik geodeta, są dość dobrze przygotowani do kolejnego etapu kształcenia. W większości są to osoby zdolne i ambitne, które świadomie wybrały przyszły zawód. Jednak wiele z nich pochodzi z rodzin niezamożnych, często ze środowisk wiejskich, dotkniętych bezrobociem. Sytuacja ta utrudnia zdobycie wiedzy i kompetencji kluczowych, ogranicza także możliwości rozwoju i planowania kariery zawodowej. Szkoła powinna im to ułatwić.

Atutem Technikum Budowlano-Geodezyjnego jest wykwalifikowana kadra pedagogiczna, która nieustannie poszerza swoją wiedzę poprzez udział w szkoleniach i kursach. Uczniowie mają możliwość zwrócić się o pomoc do pedagoga szkolnego i doradcy zawodowego. Biorą udział w zajęciach pozalekcyjnych rozwijających ich zainteresowania, między innymi związane z przyszłym zawodem. Wielu uczniów odnosi sukcesy w olimpiadach zawodowych. Ważnym czynnikiem jest dobre wyposażenie niektórych pracowni przedmiotowych i informatycznych, biblioteki szkolnej oraz dostęp do Internetu. Nasi uczniowie mogą też korzystać z nowoczesnego obiektu sportowego. Pracownia matematyczna powinna być doposażona w niezbędne pomoce dydaktyczne. Szkoła wspiera nauczycieli w tym przedsięwzięciu i stara się zapewnić odpowiednie warunki do realizacji programu.

Prezentowany program ma układ liniowy. Zachowuje logiczne związki między poszczególnymi tematami i działami. Hasła programowe omawiane w kolejnych latach nie powtarzają się, jednak część treści jest utrwalana poprzez odpowiedni dobór zadań.

Program zakłada rozwinięcie u uczniów matematycznych kompetencji kluczowych, niezbędnych do uczenia się przedmiotów zawodowych, a docelowo umożliwiających dalsze kształcenie lub bycie wartościowym pracownikiem. Z tego powodu zakres materiału jest ograniczony do potrzeb kształcenia w technikum na poziomie podstawowym, obejmując wszystkie treści przewidziane w Podstawie Programowej. Układ materiału zapewnia realizację założonych celów nauczania oraz korelację z przedmiotami zawodowymi.



W programie nauczania przedmiotów geodezyjnych pojawiają się treści ściśle związane geometrią i trygonometrią. Są to zagadnienia dotyczące:

- obliczania pól powierzchni i obwodów figur płaskich,
- zastosowania twierdzenia Talesa,
- zastosowania twierdzenia Pitagorasa,
- związków miarowych w trójkącie prostokątnym,
- znajomości i stosowania definicji funkcji trygonometrycznych.

Biorąc pod uwagę potrzeby kształcenia w zawodzie technik geodeta, na początku klasy pierwszej, zaraz po dziale *Liczby i ich zbiory*, występuje dział *Związki miarowe w figurach płaskich* (w programie P. Grabowskiego realizowany jest w klasie drugiej). W celu dokładnego omówienia zawartych w nim treści, dobrego opanowania i utrwalenia wiedzy i umiejętności, przeznaczono na jego realizację najwięcej czasu, 27 godzin lekcyjnych.

1. Cele ogólne nauczania

Celem nauczania matematyki jest wspomaganie rozwoju intelektualnego ucznia, kształtowanie umiejętności i postaw pozwalających na funkcjonowanie w stale zmieniającym się świecie.

a) cele dydaktyczne:

- rozwijanie i doskonalenie umiejętności precyzyjnego posługiwania się językiem matematycznym do formułowania wypowiedzi i argumentowania (U3),
- wykształcenie umiejętności sprawnego wykonywania działań na liczbach, wyrażeniach algebraicznych (W2),
- wykształcenie umiejętności korzystania z wiedzy matematycznej w sytuacjach praktycznych (W5),
- wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych różnorodnych sytuacji z życia codziennego oraz ich wykorzystania do rozwiązywania problemów z innych dziedzin (U1),
- wykształcenie wyobraźni przestrzennej przez wyznaczanie związków metrycznych i miarowych w otaczającej nas przestrzeni i obliczanie miar figur geometrycznych (W3),
- rozwijanie umiejętności prezentowania wyników własnej pracy i dowodzenia racji (U3),
- opanowanie umiejętności korzystania z tekstów matematycznych, np. opracowań podręcznikowych i innych pomocy naukowych (U3).

b) cele wychowawcze:

- uświadamianie znaczenia umiejętności matematycznych w życiu codziennym i pracy zawodowej,
- kształcenie wytrwałości i systematyczności w dążeniu do osiągnięcia zamierzonych celów (P1),
- uświadamianie potrzeby wyszukiwania, weryfikowania i właściwego interpretowania zebranych informacji (P1),
- kształcenie umiejętności logicznego rozumowania,
- rozwijanie samodzielności, dociekliwości i krytycyzmu (P2),
- rozwijanie umiejętności współpracy w zespole oraz prowadzenia dyskusji z wykorzystaniem argumentów merytorycznych,
- wdrażanie do dokładności i poczucia odpowiedzialności za realizowane przedsięwzięcia,
- rozwijanie dbałości o estetykę,
- rozwijanie umiejętności uzasadniania swojego stanowiska (P3).

2. Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania

Przyjęte cele ogólne, dydaktyczne i wychowawcze, uwzględniają wszystkie cele edukacyjne i zadania szkoły zawarte w Podstawie Programowej, a także są zgodne ze standardami maturalnymi. Zostały one uszczegółowione i wyróżniono wśród nich:

- cele związane z kształceniem matematycznych kompetencji kluczowych zdefiniowanych przez Parlament Europejski, które w dalszych rozdziałach oznakowano ♦
- cele istotne dla kształcenia w zawodzie technik geodeta, które oznakowano ◇

a) szczegółowe cele dydaktyczne:

- kształcenie umiejętności posługiwania się symbolami matematycznymi,
- ♦ kształcenie umiejętności argumentowania i wnioskowania,
- ♦ rozwijanie umiejętności precyzyjnego wypowiedzania się i poprawnego stosowania terminów matematycznych,
- ♦ opanowanie umiejętności definiowania pojęć oraz posługiwania się definicją,
- opanowanie umiejętności uogólniania przykładów, formułowania hipotez i twierdzeń, przeprowadzania prostych rozumowań dedukcyjnych,
- ♦ opanowanie umiejętności podawania przykładów i kontrprzykładów,
- ◇ opanowanie umiejętności odczytywania i szacowania odległości,
- ♦ kształcenie umiejętności sprawnego wykonywania obliczeń, w tym procentowych,
- ◇ kształcenie umiejętności posługiwania się jednostkami miar i przeliczania ich,
- rozwijanie umiejętności opisywania zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji,
- ♦ wykształcenie umiejętności sprawnego operowania algorytmami,
- ♦ opanowanie umiejętności odczytywania własności związków opisanych wykresami, diagramami, tabelami,
- ♦ rozwijanie umiejętności oceniania poprawności doboru argumentów oraz sposobów wnioskowania,
- ◇ kształcenie umiejętności posługiwania się własnościami figur oraz wyobraźni do modelowania stosunków geometrycznych, konstruowania graficznego schematu danego układu stosunków przestrzennych;
- ◇ rozwijanie umiejętności wykorzystania własności figur płaskich i przestrzennych w sytuacjach praktycznych.



b) szczegółowe cele wychowawcze:

- kształcenie nawyku dobrej organizacji pracy,
- kształcenie postawy otwartości i szacunku,
- ◇ rozwijanie odpowiedzialności za własne wykształcenie,
- kształcenie umiejętności efektywnego komunikowania się w różnych sytuacjach,
- ◆ uświadamianie potrzeby ustalania przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach,
- ◆ kształcenie umiejętności wnikliwego analizowania problemów,
- ◆ rozwijanie umiejętności oceniania poprawności rozwiązania zadania,
- ◆ rozwijanie umiejętności dostrzegania sprzecznych informacji lub błędów w rozumowaniach.

3. Materiał nauczania

W całym cyklu nauczania w technikum czteroletnim przewidzianych jest 9 godzin matematyki. W klasie pierwszej są trzy godziny tygodniowo, w pozostałych dwie. Na realizację poszczególnych działów proponowany jest następujący przydział godzin:

Klasa I

L.p.	Dział programowy	Liczba godzin
1	Liczby i ich zbiory	22
2	Związki miarowe w figurach płaskich	27
3	Funkcje i ich własności	22
4	Funkcja liniowa	22
5	Godziny do dyspozycji nauczyciela	12

Klasa II

L.p.	Dział programowy	Liczba godzin
1	Funkcja kwadratowa	18
2	Wielomiany i funkcje wymierne	22
3	Funkcja wykładnicza i logarytmy	18
4	Godziny do dyspozycji nauczyciela	8

Klasa III

L.p.	Dział programowy	Liczba godzin
1	Ciągi liczbowe	22
2	Rachunek prawdopodobieństwa	20
3	Statystyka	10
4	Godziny do dyspozycji nauczyciela	10

Klasa IV

L.p.	Dział programowy	Liczba godzin
1	Stereometria	20
2	Powtórzenie wiadomości-przygotowanie do matury	30

4. Szczegółowy materiał nauczania i przewidywane umiejętności ucznia

Klasa I

I. Liczby i ich zbiory

- Pojęcie zbioru, podzbioru, symbole dotyczące zbiorów.
- Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory.
- Liczby naturalne i całkowite.
- Liczby wymierne, rozwinięcia dziesiętne okresowe, zamiana ułamków dziesiętnych okresowych na ułamki zwykłe.
- Pierwiastki parzystego stopnia, pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych.
- Liczby niewymierne, rozwinięcia dziesiętne nieokresowe.
- Przybliżenia, pojęcie błędu przybliżenia (błąd bezwzględny i względny).
- ◆ Rachunki na kalkulatorach, szacowanie wartości wyrażeń liczbowych.
- ◆ Działania w zbiorze liczb rzeczywistych i ich własności.
- Działania na pierwiastkach.
- Usuwanie niewymierności z mianownika.
- Działania na potęgach o wykładnikach naturalnych i całkowitych i ich własności.
- Oś liczbowa, przedziały liczbowe, część wspólna, suma, różnica przedziałów.
- Wartość bezwzględna liczby i jej podstawowe własności, interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej na osi liczbowej.
- ◆ Obliczenia procentowe, diagramy procentowe, punkty procentowe.

II. Związki miarowe w figurach płaskich

- Kąty w kole (kąąt środkowy, wpisany, kąt między cięciwą i styczną).
- Podobieństwo, figury podobne.
- Cechy podobieństwa trójkątów.
- ◇ Twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem.
- ◇ Związki miarowe w trójkącie prostokątnym. Twierdzenie Pitagorasa.
- ◇ Definicja funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.
- ◇ Podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego.
- ◇ Pola wielokątów, pole i obwód koła, obliczanie pól, obwodów i innych związków miarowych z zastosowaniem poznanych wzorów i trygonometrii.

III. Funkcje i ich własności

- ◆ Definicja funkcji jako przyporządkowania $y = f(x)$, przykłady funkcji, funkcje używane w statystyce opisowej, tabelki, diagramy, funkcje opisujące np. zjawiska przyrodnicze, ekonomiczne.
- Dziedzina i zbiór wartości funkcji, wyznaczanie dziedziny funkcji liczbowej określonej wzorami.
- ◆ Wykresy funkcji opisujące zależności w gospodarce i życiu codziennym.

- Odczytywanie z wykresu funkcji jej dziedziny i zbioru wartości, a także wartości największej i najmniejszej, odczytywanie z wykresu argumentów, dla których funkcja przyjmuje określone wartości ($f(x) = m, f(x) > m, f(x) < m$).
- Miejsce zerowe funkcji, odczytywanie z wykresu funkcji jej miejsc zerowych.
- Definicja funkcji monotonicznej, wyznaczanie przedziałów monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu.
- Przekształcanie wykresów funkcji: $y = f(x) + q, y = f(x - p), y = f(x - p) + q$.

IV. Funkcja liniowa

- Proporcjonalność prosta. Funkcja liniowa, interpretacja jej współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego.
- Rysowanie wykresów funkcji liniowych i przedziałami liniowych.
- Równanie prostej w postaci ogólnej $Ax + By + C = 0$, punkty przecięcia prostej z osiami układu współrzędnych.
- Równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty.
- Wzajemne położenie dwóch prostych. Proste równoległe i proste prostopadłe.
- Układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi, rozwiązywanie i interpretacja geometryczna.
- ◇ Zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi (w tym zadania o treści związanej z kształconym zawodem).
- Odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej. Współrzędne środka odcinka.

Przewidywane umiejętności

Po ukończeniu klasy pierwszej uczeń powinien:

- ◆ wykonywać obliczenia na liczbach rzeczywistych,
- wykonywać działania na potęgach o wykładnikach całkowitych oraz na pierwiastkach,
- odróżniać liczby wymierne od liczb niewymiernych,
- zamieniać ułamki zwykłe na dziesiętne okresowe i odwrotnie,
- porównywać liczby rzeczywiste,
- ◆ szacować wartości wyrażeń liczbowych,
- zaznaczać na osi przedziały liczbowe,
- wykonywać podstawowe działania na zbiorach,
- znać pojęcie wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej związek z odległością na osi liczbowej,
- ◆ stosować obliczenia procentowe,
- stosować związki pomiędzy kątem środkowym, kątami wpisanymi i kątem między styczną a cięciwą koła,
- ◇ wyznaczać związki metryczne i miarowe dla figur płaskich,
- ◇ znać pojęcie założenia i tezy, znać i stosować twierdzenie Talesa,
- ◇ znać i stosować twierdzenie Pitagorasa, rozumieć jego dowód, znać twierdzenie przeciwne do twierdzenia Pitagorasa,
- ◇ obliczać pola i obwody figur w zadaniach dotyczących związków miarowych figur, także w sytuacjach praktycznych,
- ◇ określać funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym,
- ◇ znać podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi,
- ◇ wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych,
- ◇ wyznaczać miarę kąta ostrego, znając wartość funkcji trygonometrycznej tego kąta,



- znając wartość funkcji trygonometrycznej jakiegoś kąta, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta,
- rysować wykresy funkcji liczbowych zadanych tabelką oraz funkcji przedziałami liniowych,
- odczytywać z dowolnego wykresu funkcji jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$, rozwiązania nierówności $f(x) > 0, f(x) < 0$,
- znajdować na podstawie wykresu funkcji jej wartości największe i najmniejsze,
- przekształcać wykresy funkcji (przesunięcia wzdłuż osi układu);
- wyznaczać równania prostej na płaszczyźnie;
- rozwiązywać układy równań liniowych i znać interpretację geometryczną takich układów,
- ◇ stosować układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi do rozwiązywania zadań tekstowych (w tym zadań o treści związanej z kształconym zawodem),
- obliczać długość odcinka i współrzędne środka odcinka na płaszczyźnie kartezjańskiej.

Klasa II

I. Funkcja kwadratowa

- Funkcja $f(x) = ax^2$, jej wykres i własności odczytywane z wykresu: dziedzina, zbiór wartości, wartości największe i wartości najmniejsze, przedziały monotoniczności, miejsca zerowe.
- Wykres, wzór i własności funkcji $y = ax^2 + q$ oraz $y = a(x - p)^2$.
- Postać kanoniczna funkcji kwadratowej $y = a(x - p)^2 + q$, współrzędne wierzchołka paraboli.
- Postać ogólna funkcji kwadratowej $y = ax^2 + bx + c$. Wartość największa i najmniejsza funkcji kwadratowej.
- Równania kwadratowe niepełne. Wyróżnik trójmianu i związek jego znaku z liczbą miejsc zerowych funkcji kwadratowej.
- Nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą.
- ◇ Rozwiązywanie zadań prowadzących do równań stopnia drugiego (w tym zadania o treści związanej z kształconym zawodem).
- Równanie okręgu.

II. Wielomiany i funkcje wymierne

- Jednomiany i wielomiany stopnia n z jedną zmienną, wielomian stopnia zero, wielomian zerowy, równość wielomianów.
- Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów.
- Wzory skróconego mnożenia.
- Pierwiastki wielomianu i odczytywanie ich z postaci iloczynowej wielomianu.
- Rozkład wielomianu na czynniki (grupowanie i wyłączanie czynnika przed nawias, wzory skróconego mnożenia).
- Rozwiązywanie prostych równań wielomianowych metodą rozkładu wielomianu na czynniki.
- Działania na wyrażeniach wymiernych – rozszerzanie i skracanie wyrażen wymiernych, sprowadzanie do wspólnego mianownika, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie wyrażen wymiernych.

- Wyznaczanie dziedziny wyrażenia wymiernego z jedną zmienną. Obliczanie wartości liczbowej wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej.
- Funkcja wymierna i jej dziedzina, odczytywanie własności funkcji z wykresu.
- Proporcjonalność odwrotna.
- Rozwiązywanie prostych równań wymiernych.
- ◆ Rozwiązywanie zadań o kontekście praktycznym, prowadzących do prostych równań wymiernych.

III. Funkcja wykładnicza i logarytmy

- Potęga liczb nieujemnych o wykładniku wymiernym.
- Działania na potęgach o wykładniku wymiernym.
- Funkcja wykładnicza, jej wykres i podstawowe własności.
- Proste równania wykładnicze.
- Określenie logarytmu.
- Własności logarytmów – logarytm iloczynu, ilorazu, potęgi o wykładniku naturalnym.

Przewidywane umiejętności

Po ukończeniu klasy drugiej uczeń powinien:

- określać pojęcia i formułować podstawowe twierdzenia dotyczące funkcji kwadratowej,
- rysować wykresy funkcji kwadratowych i odczytywać z wykresów własności funkcji,
- rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe,
- ◇ rozwiązywać zadania prowadzące do równań stopnia drugiego (w tym zadania o treści związanej z kształconym zawodem).
- zredukować wyrazy podobne i uporządkować wielomian,
- wyznaczać współczynniki i określić stopień wielomianu,
- dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany,
- rozkładać wielomiany na czynniki,
- stosować grupowanie wyrazów i wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias w celu rozłożenia wielomianu na czynniki,
- stosować wzory skróconego mnożenia w celu rozłożenia wielomianu na czynniki,
- odczytywać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej,
- rozwiązywać proste równania wielomianowe,
- dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne,
- sporządzać wykres i odczytywać własności funkcji wymiernej,
- ◆ rozwiązywać zadania praktyczne związane z proporcjonalnością odwrotną,
- rozwiązywać proste równania wymierne,
- ◆ rozwiązywać zadania praktyczne prowadzące do prostych równań wymiernych,
- posługiwać się potęgami o wykładnikach wymiernych,
- stosować prawa działań na potęgach o wykładnikach rzeczywistych,
- sporządzać wykresy funkcji wykładniczej i opisywać jej własności,
- stosować pojęcie logarytmu,
- stosować wzory na logarytm iloczynu i ilorazu.



Klasa III

I. Ciągi liczbowe

- Definicja ciągu liczbowego – funkcji, której dziedziną jest zbiór liczb naturalnych, ciąg skończony i nieskończony.
- Ciąg arytmetyczny, wzór na n -ty wyraz oraz sumę n początkowych wyrazów, wyraz środkowy jako średnia arytmetyczna wyrazów sąsiednich, monotoniczność ciągu arytmetycznego.
- Ciąg geometryczny, wzór na n -ty wyraz oraz sumę n początkowych wyrazów, monotoniczność ciągu.
- ◆ Rozwiązywać zadania dotyczące własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego o treści praktycznej.
- Procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów bankowych, sprzedaży ratalnej.

II. Rachunek prawdopodobieństwa

- Proste zadania kombinatoryczne uwzględniające losowanie kolejno ze zwracaniem i bez zwracania oraz losowania podzbiorów danego zbioru.
- Zasada mnożenia.
- Doświadczenia losowe, zdarzenia losowe, zbiór zdarzeń elementarnych, działania na zdarzeniach – zdarzenie pewne, niemożliwe, suma i iloczyn zdarzeń, zdarzenie przeciwne, zdarzenia wykluczające się.
- Klasyczna definicja prawdopodobieństwa i jego podstawowe własności.
- Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń w skończonych przestrzeniach probabilistycznych, zastosowanie własności prawdopodobieństwa.

III. Statystyka

- Elementy statystyki opisowej – badanie próby losowej i jej opis za pomocą liczb charakterystycznych.
- Średnia arytmetyczna, średnia ważona.
- Mediana i dominanta.
- Wariancja i odchylenie standardowe.
- ◆ Przykłady badań statystycznych i różnych sposobów prezentacji danych.

Przewidywane umiejętności

Po ukończeniu klasy trzeciej uczeń powinien:

- wyznaczać wyrazy ciągu liczbowego zadanego wzorem,
- podawać przykłady ciągów liczbowych skończonych i nieskończonych,
- stosować wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego,
- znać i stosować zależności między trzema sąsiednimi wyrazami ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego,
- ◆ stosować własności ciągu geometrycznego do zadań o treści praktycznej, np. związanych z bankowością (lokaty i kredyty), w szczególności korzystać z pojęcia procentu składanego,
- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych,
- stosować zasadę mnożenia,
- konstruować model matematyczny doświadczeń losowych (skończone zbiory zdarzeń elementarnych),

- wykonywać (w prostych sytuacjach) działania na zdarzeniach,
- obliczać prawdopodobieństwa w przykładach wykorzystujących klasyczną definicję prawdopodobieństwa,
- ◆ krytycznie analizować dane doświadczalne (badania statystyczne) i ich graficzne reprezentacje, operować podstawowymi charakterystykami liczbowymi zestawów danych.

Klasa IV

I. Stereometria

- Równoległość i prostopadłość w przestrzeni.
- Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych.
- Kąt nachylenia prostej do płaszczyzny.
- Kąt dwuścienny.
- Graniastosłupy – powtórzenie podstawowych własności, graniastosłupy prawidłowe, proste, prostopadłościanny.
- Ostrosłupy – powtórzenie podstawowych własności, ostrosłupy prawidłowe, twierdzenie o ostrosłupie, który ma wszystkie krawędzie boczne równej długości.
- Pola powierzchni i objętości wielościanów – powtórzenie wzorów, obliczenia również z zastosowaniem trygonometrii.
- Walec, stożek, kula – powtórzenie podstawowych własności, pola powierzchni i objętości, obliczanie również z zastosowaniem trygonometrii.

II. Powtórzenie wiadomości

Przewidywane umiejętności

Po ukończeniu klasy czwartej uczeń powinien:

- wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, ścianami i odcinkami oraz między odcinkami takimi, jak krawędzie, przekątne, wysokości,
- opisywać własności podstawowych wielościanów i brył obrotowych,
- ◆ wyznaczać związki miarowe w otaczającej go przestrzeni, wyznaczać miary brył również z zastosowaniem trygonometrii.

5. Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych

Kierunki kształcenia matematycznego mają pomóc uczniom w poznawaniu i rozumieniu świata. Realizowanie tego programu ma dodatkowo rozwijać w nim kompetencje kluczowe niezbędne w życiu i pracy zawodowej.

Konieczne jest dostosowanie metod i form nauczania do potrzeb, możliwości intelektualnych i indywidualnych zainteresowań ucznia. Dobrze dobrane metody motywują uczniów do zdobywania wiedzy i zapewniają ich aktywne uczestniczenie w procesie dydaktycznym. Ważnym czynnikiem jest indywidualizacja pracy z uczniem. Osiągnięcie zaplanowanych celów edukacyjnych zależy od organizacji, form pracy, stosowanych technik, metod nauczania, środków dydaktycznych, programu, materiałów pomocniczych i atmosfery w klasie.

Realizacja celów założonych w programie powinna odbywać się przede wszystkim poprzez: dużą liczbę ćwiczeń sprawdzających rozumienie treści nauczania; rozwiązywanie problemów z codziennego życia; rozwiązywanie zadań o zróżnicowanym stopniu trudności.

Stosowanie różnorodnych metod i form pracy sprzyja wyzwalaniu aktywności uczniów. Odpowiednio dobrane metody ułatwiają zrozumienie materiału i podnoszą zaangażowanie w pracę na zajęciach. Wzrastają przez to efekty kształcenia, a także zainteresowanie przedmiotem.

Bardzo ważną rolę w procesie dydaktycznym odgrywają **metody aktywizujące**, które zwiększają samodzielność, rozwijają twórcze myślenie i umiejętność współpracy. Znacznie podnoszą skuteczność nauczania, poprzez czynny i świadomy udział w odkrywaniu pojęć, wzorów, twierdzeń, dowodów, w schematyzowaniu i matematyzowaniu sytuacji. Uatrakcyjnają one prowadzone zajęcia oraz sprawiają, że niełatwe do opanowania treści stają się bardziej przystępne, a nawet interesujące. Na przykład **metoda skojarzeń** polega na graficznym przedstawianiu myśli i porządkowaniu informacji. Pozwala na szybsze i łatwiejsze zapamiętanie wiadomości oraz zauważenie związków między pewnymi zagadnieniami. Sprawdza się podczas lekcji utrwalających materiał. Inna metoda to **burza mózgów**. Każdy uczeń ma możliwość zgłaszania swoich pomysłów i proponowania rozwiązań. Pobudza to proces twórczego myślenia. Kolejną jest **metoda problemowa**. Nawet drobny problem, jeśli zacieka, zachęca do aktywnej pracy. Największe znaczenie mają problemy, których rozwiązanie doprowadza do poznania nowego pojęcia.

Zajęcia edukacyjne należy uatrakcyjnić poprzez stosowanie różnorodnych **form organizacyjnych lekcji**, na przykład: pracę samodzielną, pracę w parach, czy w grupach. Ta ostatnia uczy współdziałania, odpowiedzialności za zespół i wprowadza element rywalizacji, a jednocześnie integruje klasę. Kształci też umiejętność komunikacji, uzasadniania racji i prezentowania wyników pracy. **Praca w grupach** może być organizowana w celu opracowania nowego zagadnienia lub ćwiczenia sprawności nabytych na wcześniejszych lekcjach. **Praca samodzielna** może polegać na analizowaniu tekstu matematycznego, redagowaniu go poprzez układanie zadań lub ćwiczeniu sprawności wykonywania obliczeń. Pomocne w realizacji tego są karty pracy.

Praca w grupach i praca samodzielna są szczególnie przydatne do rozwijania matematycznych kompetencji kluczowych.

Ważnym elementem nabywania wiedzy jest *praca z podręcznikiem*, przygotowująca do samodzielnego studiowania w przyszłości tekstu matematycznego. Kształci to umiejętność rozumienia czytanego tekstu i korzystania z tekstu matematycznego, a także wyszukiwania potrzebnych informacji, analizowania definicji i twierdzeń oraz śledzenia rozumowań matematycznych.

Większe zaangażowanie uczniów wzbudzają lekcje, podczas których mogą korzystać z różnych *pomocy dydaktycznych*, są to między innymi: modele i siatki brył, tablice matematyczne, plansze z wykresami, czy wzorami, a szczególnie programy komputerowe. W toku lekcji mogą być wykorzystywane pomoce przygotowane wcześniej przez uczniów w ramach pracy domowej. Dzięki czynnościom praktycznym łatwiej zrozumieć niektóre zagadnienia.

Dobłą metodą pracy jest *metoda projektu*, w której uczniowie przygotowują i prezentują prace długoterminowe. Mogą one być wykonywane w grupie lub indywidualnie. Stwarza to możliwość samodzielnego zdobywania wiedzy, wyszukiwania i analizowania informacji, formułowania wniosków. Uczy planowania i organizacji pracy. Rozwija umiejętność prezentowania wyników własnej pracy i precyzyjnego posługiwania się językiem matematycznym. Tematykę zadań projektowych można ustalić wspólnie z nauczycielami przedmiotów zawodowych. Zagadnienia łączące wiedzę matematyczną z treściami związanymi z geodezją ukazywać będą korelację między tymi przedmiotami. Taki projekt może być zaproponowany i oceniony przez nauczycieli obu przedmiotów.

Wprowadzając nowe pojęcia matematyczne, warto zwrócić uwagę na ich powiązanie z życiem codziennym. Bardzo ważne jest, aby tematyka zadań ukazywała sposoby zastosowania matematyki w różnych dziedzinach życia. Ze względu na to, że adresatami programu są uczniowie wiążący swoją przyszłość z zawodem geodety, należy podkreślać rolę umiejętności matematycznych w przyszłej pracy zawodowej. Układając zadania tekstowe trzeba zadbać o to, aby wystąpiły w nich zagadnienia związane z geodezją. Warto również, aby uczniowie samodzielnie podejmowali takie próby.

6. Metody oceny założonych osiągnięć ucznia

Sprawdzanie i ocenianie efektów kształcenia ma znaczący wpływ na wyniki nauczania i osiąganie celów edukacyjnych. Określa stopień opanowania treści programowych i dostarcza informacji o czynionych postępach. Szczególnie ważne podczas realizacji tego programu jest monitorowanie na bieżąco i ocenianie rozwijania u uczniów kompetencji kluczowych.

Celem oceniania jest ustalenie stanu wiedzy uczniów i posiadanych umiejętności, a także motywowanie ich do systematycznej pracy, rozwoju własnych uzdolnień i zainteresowań.

Kontrolując wyniki nauczania należy stosować różnorodne metody pomiaru przyrostu wiedzy i umiejętności. Jedną z nich jest **odpowiedź ustna**, która pozwala na śledzenie toku rozumowania ucznia i poprawności stosowania języka matematycznego. **Kartkówka** z kilku tematów daje możliwość sprawdzenia systematyczności w nauce. **Praca kontrolna**, obejmująca cały dział programowy, może zawierać zadania zamknięte i otwarte. Ukazuje poziom wiedzy uczniów z większej partii materiału. Należy wziąć pod uwagę fakt, że uczniowie zdawać będą, na egzaminie maturalnym, matematykę jako przedmiot obowiązkowy. Forma sprawdzianu ma ich do tego przygotować. Analizując wyniki prac klasowych należy zwrócić uwagę na najczęściej popełniane błędy, zastanowić się nad ich przyczyną i sposobem uniknięcia podobnych błędów w przyszłości.

Ocenie podlega także **aktywność podczas lekcji, wykonywanie zadań domowych, zaangażowanie w pracę zespołową, czy zaprezentowanie przygotowanego projektu**. Pod uwagę należy również brać **udział w zajęciach koła matematycznego i konkursach**.

Propozycja kryteriów oceniania

Ocenę **celujący** otrzymuje uczeń, który:

- wykazuje się wiedzą wykraczającą poza program nauczania,
- zna, analizuje i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu,
- zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć,
- potrafi rozwiązywać problemy nietypowe,
- jest twórczy, rozwija swoje uzdolnienia,
- biegle posługuje się zdobytymi wiadomościami,
- stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych,
- bierze aktywny udział w zajęciach pozalekcyjnych,
- osiąga sukcesy w konkursach.

Ocenę **bardzo dobry** otrzymuje uczeń, który:

- sprawnie posługuje się zdobytą wiedzą w samodzielnym rozwiązywaniu problemów,
- wykazuje się znajomością definicji i twierdzeń oraz umiejętnością ich stosowania w zadaniach,
- korzystając z analogii i uogólnień formułuje i stosuje nowe twierdzenia,
- ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego,

- posługuje się poprawnym językiem matematycznym w komunikowaniu i tworzeniu informacji,
- samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego,
- potrafi rozwiązać zadania innego typu niż występujące na lekcjach,
- rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych.

Ocenę **dobry** otrzymuje uczeń, który:

- wykazuje się znajomością i rozumieniem poznanych pojęć i twierdzeń,
- przytacza definicje większości pojęć, zapisuje je symbolicznie,
- rozumie konieczność dowodu, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą,
- poprawnie rozwiązuje typowe zadania,
- dzięki swoim wiadomościom rozumie większość materiału.

Ocenę **dostateczny** otrzymuje uczeń, który:

- wykazuje się znajomością i rozumieniem podstawowych pojęć,
- podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego,
- zna i potrafi zastosować algorytmy,
- sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach,
- zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych,
- naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji,
- samodzielnie rozwiązuje typowe zadania.

Ocenę **dopuszczający** otrzymuje uczeń, który:

- wykazuje się znajomością i rozumieniem najprostszych pojęć,
- rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji,
- samodzielnie rozwiązuje zadania o niewielkim stopniu trudności posługując się typowymi metodami i algorytmami.

Ocenę **niedostateczny** otrzymuje uczeń, który:

- nie opanował podstawowych wiadomości i umiejętności, a braki w wiadomościach uniemożliwiają dalsze zdobywanie wiedzy,
- nie radzi sobie ze zrozumieniem najprostszych pojęć i twierdzeń,
- popełnia rażące błędy w rachunkach,
- nie potrafi rozwiązywać prostych zadań.

7. Oprzyrządowanie programu

Na oprzyrządowanie programu składają się:

1. podręczniki dla ucznia wydawnictwa Nowa Era: *Prosto do matury. Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym*, M. Antek, K. Belka, P. Grabowski, dla klasy 1,2 i 3.
2. poradnik metodyczny dla nauczyciela: *Prosto do matury. Poradnik metodyczny dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym*, wydawnictwa Nowa Era.
3. zbiór zadań: *Matura z matematyki 2005-...Poziom podstawowy i rozszerzony część I i II*, autor: A. Kiełbasa, wydawnictwo „2000”.
4. Testy maturalne Matematyka 2010. Obowiązkowa matura. Poziom podstawowy. Praca zbiorowa. Wydawnictwo Aksjomat Toruń 2009.
5. Matura z matematyki od roku 2010. Zbiór zadań z zakresu kształcenia podstawowego. A.Cewe, H. Nahorska. Wydawnictwo Podkowa.

Proces realizacji programu wymaga stosowania różnych pomocy dydaktycznych, wśród których nie może zabraknąć laptopa, projektora, ekranu, rzutnika pisma. Inne niezbędne pomoce to: przyrząd do nauczania funkcji trygonometrycznej, bryły geometryczne obrotowe, bryły geometryczne z osiami (wielościany prawidłowe), wielościany składowe, tablice korkowe do prezentacji prac uczniowskich.

8. Ewaluacja programu

Ewaluacja programu nauczania matematyki jest badaniem i oceną samego programu oraz efektów jego realizacji. Określa, czy zostały osiągnięte zamierzone cele programu, a przede wszystkim cel główny, czyli rozwinięcie u uczniów klasy geodezyjnej, matematycznych kompetencji kluczowych. Dzięki ewaluacji uzyskujemy informacje o skuteczności metod i form pracy, jaki przyrost wiedzy nastąpił u uczniów i jak przebiega kształtowanie umiejętności i postaw.

Ewaluacji dokona autor programu, który jest odpowiedzialny za jego realizację, jakość i efekty nauczania. Trwać ona będzie przez okres trzech lat, od września 2009 roku do czerwca 2012 roku.

Ewaluacja zostanie przeprowadzona w trzech etapach: przed rozpoczęciem realizacji programu, w czasie jego realizacji oraz na zakończenie. Istotną kwestią jest ocena przebiegu procesu kształcenia według programu autorskiego.

Ważnym źródłem informacji o programie, jego realizacji i wynikach jest samoocena dokonywana przez konstruktora i realizatora programu. Przydatne też są opinie nauczycieli przedmiotów zawodowych, a także uczniów i ich rodziców. Dzięki temu możliwe jest dostosowanie działań dydaktycznych i wychowawczych oraz metod nauczania do indywidualnych potrzeb uczniów.



Projekt ewaluacji programu

Etap ewaluacji	Przedmiot ewaluacji	Zakres ewaluacji	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze
Przed rozpoczęciem realizacji programu	Program autorski	<ul style="list-style-type: none"> -koncepcja i struktura programu, -założenia programu uwzględniające możliwości realizatora i odbiorców, -cele ogólne i cele szczegółowe programu, -działania służące rozwijaniu kompetencji kluczowych, -dobór i układ treści nauczania, -sposoby realizacji programu: metody, formy, środki dydaktyczne, -ocena skuteczności programu. 	<ul style="list-style-type: none"> -przydatność treści nauczania, -adekwatność do potrzeb uczniów, -zgodność z podstawą programową, -spójność z projektem Szkoła Kluczowych Kompetencji, -atrakcyjność metod i form pracy 	<ul style="list-style-type: none"> -analiza danych z arkusza oceny programu
W czasie realizacji programu	Skuteczność programu	<ul style="list-style-type: none"> -organizacja i przebieg procesu nauczania, -zastosowanie zdobywanej wiedzy w praktyce 	<ul style="list-style-type: none"> -rozwińnięcie kompetencji kluczowych w zakresie wiedzy, umiejętności i postaw 	<ul style="list-style-type: none"> -obserwacja, -test sprawdzający wiedzę i umiejętności
Na zakończenie realizacji programu	Osiągnięcia edukacyjne	<ul style="list-style-type: none"> -wzrost kompetencji kluczowych, -wielostronny rozwój ucznia, -trafność działań wychowawczych. 	<ul style="list-style-type: none"> -stosowanie metod aktywizujących, -dobór zadań 	<ul style="list-style-type: none"> -ankieta do ucznia, -ankieta do rodziców, -test sprawdzający wiedzę i umiejętności -analiza dokumentacji
Po pewnym czasie		<ul style="list-style-type: none"> -następstwa realizacji programu 	<ul style="list-style-type: none"> -wykorzystanie zdobytej wiedzy 	<ul style="list-style-type: none"> -analiza wyników egzaminu maturalnego i zawodowego



Bibliografia

- [1] Antek Maciej, Grabowski Piotr, *Matematyka 1. Poradnik metodyczny, liceum ogólnokształcące, liceum profilowane i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym*, Nowa Era 2007.
- [2] Grabowski Piotr, *Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym*, Nowa Era 2008.
- [3] Sobczak Maria, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Lublin 2009.
- [4] *Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynku pracy w województwie podlaskim*. Lublin 2009.



Autor
Marta Reut

MATEMATYKA

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

**Technikum w Zespole Szkół Ogólnokształcących
i Zawodowych w Mońkach**

Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Metryczka programu nauczania w ramach projektu szkoła kluczowych kompetencji	5
Wstęp	6
1. Ogólne cele edukacyjne i wychowawcze	9
2. Ramowy rozkład materiału	10
3. Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia uczniów	11
4. Procedury osiągania celów kształcenia i procedury oceniania osiągnięć uczniów	28
5. Projekt ewaluacji programu	33
Bibliografia	35





Metryczka programu nauczania w ramach projektu szkoła kluczowych kompetencji

NAUCZANY PRZEDMIOT: matematyka

MIEJSCE REALIZACJI PROGRAMU:

Zespół Szkół Ogólnokształcących i Zawodowych w Mońkach

TYP SZKOŁY: technikum – zawód technik ekonomista

CZAS REALIZACJI PROGRAMU: 09.2009-30.06.2012

ETAP NAUCZANIA: IV etap edukacyjny (szkoły ponadgimnazjalne)

LICZBA GODZIN trzy godziny lekcyjne tygodniowo w klasie pierwszej, dwie w klasie drugiej, trzeciej i czwartej

AUTOR:

MARTA REUT – nauczycielka matematyki z 7-letnim stażem nauczania w różnych typach szkół tj. liceum ogólnokształcące, technikum, szkoła zawodowa. W roku 2006 uzyskałam stopień nauczyciela mianowanego.

Pracuję głównie z młodzieżą pochodząca z terenów wiejskich, wśród której znaczna część to uczniowie mający trudności w nauce. Dla takich uczniów prowadzę dodatkowe zajęcia pozalekcyjne. Wymiernym wynikiem tych zajęć jest promocja nawet najsłabszych uczniów do kolejnych klas. Wielką satysfakcją daje mi jednak kontynuacja nauki moich uczniów na studiach wyższych. Uwzględniając potrzeby wszechstronnego rozwoju uczniów – w roku szkolnym 2006/2007 współorganizowałam Powiatowy Konkurs Matematyczne Łamigłówki. Celem konkursu była popularyzacja wiedzy i umiejętności matematycznych wśród uczniów techników powiatu monieckiego, kształtowanie umiejętności wykorzystywania zdobytej wiedzy w praktyce, wprowadzenie uczniów w atmosferę przyszłych egzaminów oraz diagnozowanie uczniów pod kątem odkrycia talentów matematycznych. Cele te zostały osiągnięte, ponieważ konkurs spotkał się z dużym zainteresowaniem uczniów naszej szkoły.

Moim największym osiągnięciem było jednak uzyskanie wyniku 98% na egzaminie maturalnym przez uczennicę klasy technikum w zawodzie technik ekonomista w roku szkolnym 2005/2006.

Wstęp

Wprowadzenie obowiązku zdawania egzaminu maturalnego od roku 2010 oraz kształcenie kompetencji kluczowych – **umiejętności rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji** – mających na celu poprawę bytu młodzieży w realiach ciągle zmieniającego się rynku pracy wpłynęły na stworzenie programu nauczania z ukierunkowaniem na profile zawodowe. Celem programu jest dostarczenie nauczycielowi niezbędnych narzędzi pozwalających na realizację treści podstawy programowej z matematyki, standardów wymagań egzaminacyjnych oraz rozwój kompetencji kluczowych w technikum. Zapotrzebowanie gospodarki na specjalistów, którzy charakteryzują się nie tylko świetną znajomością materii, w jakiej działają, ale również kreatywnością, umiejętnością radzenia sobie w nieprzewidzianych sytuacjach, samodzielnością i elastycznością doprowadziło do potrzeby rozwijania w szkołach potencjału zawodowego dostosowanego do potrzeb rynku pracy.

Program nauczania powstał w ramach projektu „**SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI**”, współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego. Rozwija umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej. Założeniem tego projektu jest zwiększenie dostępności do rozwoju kompetencji kluczowych uczniów szkół ponadgimnazjalnych o profilu zawodowym w Polsce Wschodniej. Powstał w oparciu o założenia podstawy programowej z matematyki *Rozporządzenie z dnia 23.08.2007* oraz „Programu nauczania matematyki w liceach i w technikumach” Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda nr dopuszczenia DKOS-5002-05/08.

Realizowany będzie w Techniku w Zespole Szkół Ogólnokształcących i Zawodowych w Mońkach. W szkole pracuje wykwalifikowana kadra pedagogiczna, która nieustannie poszerza swoją wiedzę poprzez udział w szkoleniach i kursach. Uczniowie mają możliwość korzystania z pomocy pedagoga szkolnego oraz doradcy zawodowego. Biorą udział w zajęciach pozalekcyjnych rozwijając swoje zainteresowania. Wielu uczniów odnosi sukcesy w konkursach i olimpiadach. ZSOiZ posiada dość dobrze wyposażoną bazę szkoleniową oraz pracownie komputerowe z dostępem do Internetu. Szkoła znajduje się w powiecie monieckim położonym u zbiegu rzek Biebrzy i Narwi będąc obszarem o wyjątkowych i niespotykanych walorach krajobrazowych i ekologicznych. Ze względu na unikalne walory przyrodnicze powiatu utworzono tu między innymi największy w Polsce obszar ochronny – Biebrzański Park Narodowy (28,6% powierzchni powiatu). Użytki rolne zajmują tu aż 32,8% powierzchni, dlatego też ze względu na położenie geograficzne, warunki społeczno-gospodarcze i walory przyrodnicze posiada duże możliwości rozwoju rolnictwa i turystyki. W powiecie monieckim znajdują się trzy ośrodki miejskie – Mońki, Knyszyn, Goniądz (16000 mieszkańców) oraz 171 miejscowości wiejskich (26836 mieszkańców).

Program nauczania matematyki skierowany jest do uczniów technikum, a w szczególności do zawodu technik ekonomista. Z analizy środowiska rodzinnego wynika, iż większość naszych uczniów pochodzi z terenów wiejskich, z rodzin wielodzietnych, niezamożnych. Uniemożliwia to często zdobycie wiedzy i rozwijanie kompetencji kluczowych poza szkołą, ogranicza ich możliwości rozwoju i aktywne



planowanie kariery zawodowej. Niski poziom opanowanych umiejętności oraz duże zaległości z wcześniejszych etapów edukacyjnych, które nawarstwiają się i utrudniają dalszy rozwój – odzwierciedlają wyniki egzaminów gimnazjalnych z przedmiotów ścisłych konieczność humanistycznych, stwarzają konieczność poświęcenia czasu na uzupełnienie braków. Zbyt niski poziom świadomości zawodowej oraz niewłaściwie podjęte decyzje przy wyborze zawodu uniemożliwiają często koncentrowanie się zarówno na treści jak i na procesie pracy. Brak umiejętności planowania, organizowania i oceniania własnego procesu uczenia się ogranicza możliwość kierowania własnym rozwojem. Dostosowanie programu nauczania do zmian i wymogów rynku pracy i gospodarki krajowej oraz korelacji w nauczaniu kompetencji kluczowych i zawodowych a także wyposażenie uczniów w kompetencje kluczowe w zakresie matematyki jest niezwykle istotne dla ich przyszłości zawodowej i osobistej. Wielu z nich myśli o rozwijaniu własnych zainteresowań, usamodzielnieniu się, zakończeniu edukacji i znalezieniu pracy. Współpraca państw Unii Europejskiej umożliwia podejmowanie zatrudnienia w państwach członkowskich co aktywizuje również naszych absolwentów do uczenia się przez całe życie i planowania własnej kariery edukacyjno-zawodowej.

Aby uczeń, posiadający już „nieoszlifowany” umysł analityczny, który pozwala na przyswajanie i analizowanie materiału mógł przygotować się do zdania egzaminu maturalnego na poziomie podstawowym oraz rozwijać kluczowe kompetencje, ogólne treści edukacyjne poszerzono o treści odpowiadające profilowi zawodowemu.

Program ma charakter liniowy, zachowuje logiczne związki między poszczególnymi tematami i działami. Realizacja programu umożliwia połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji definiowanych jako kompetencje kluczowe:

W. Wiedza:

- W1.** rozumienie terminów i pojęć matematycznych,
- W2.** dobrze opanowana umiejętność liczenia,
- W3.** znajomość miar i struktur;
- W4.** znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,
- W5.** świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź,

U. Umiejętności:

- U1.** stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),
- U2.** śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny),
- U3.** korzystać z tekstu matematycznego,
- U4.** przekazywać komunikaty stosując język matematyczny,

P. Postawy:

- P1.** przejawiać szacunek dla prawdy,
- P2.** dążyć do szukania przyczyn,
- P3.** oceniać zasadność wnioskowań i działań.

Program został dostosowany do zawodu technika ekonomista, dlatego też kładzie duży nacisk na nabycie umiejętności sprawnego wykonywania obliczeń, obliczeń procentowych. Opanowania umiejętności logicznego myślenia, planowania i przewidywania.

Ekonomista to specjalista do sprawnego wykonywania różnorodnych zadań zawodowych w warunkach gospodarki rynkowej. Może być zatrudniony na wszystkich stanowiskach pracy w małych podmiotach gospodarczych, jak również na innych stanowiskach, na których potrzebna jest podstawowa wiedza i umiejętności z zakresu



finansów i rachunkowości. Do podstawowych zadań zawodowych wykonywanych przez technika ekonomistę należy m.in. samodzielne wykonywanie lub współdziałanie przy wykonywaniu czynności związanych z organizacją i przygotowywaniem procesów: zaopatrzenia, magazynowania, transportu, a przede wszystkim sprzedaży produktów (w tym usług) w różnych podmiotach gospodarczych, także prowadzenie prac związanych z badaniem rynku, planowaniem i sprawozdawczością, polityką zatrudnienia, wynagrodzeniami, zaopatrzeniem i gospodarką materiałową, sprzedażą produktów, księgowością i gospodarką finansową podmiotów gospodarczych, jak również wykonywanie typowych prac biurowych.

Program pomoże uczniom zdobyć wiedzę, ale przede wszystkim umiejętności pozwalające na szeroko pojęte zastosowanie matematyki w życiu codziennym.



1. Ogólne cele edukacyjne i wychowawcze

Matematyka stymuluje rozwój intelektualny młodego człowieka, pobudza jego aktywność umysłową, rozwija zdolności poznawcze, a także uczy dobrej organizacji pracy, wyrabia dociekliwość i krytycyzm. Umiejętności matematyczne są niezbędne do funkcjonowania człowieka, zarówno w rodzinie, jak i w społeczeństwie. Wciąż słyszymy: inflacja, oprocentowanie lokaty, stopa zwrotu funduszy inwestycyjnych, czy chociażby kredyt – tak korzystny, że jego oprocentowanie jest zerowe. Mówimy o popycie i podaży na rynku, wielu naszych uczniów podejmuje zatrudnienie i podpisuje umowę o pracę. Warto, więc im pomóc zrozumieć te pojęcia i wskazać, że z matematyką mamy do czynienia na co dzień i dobrze byłoby ją znać lepiej.

CELE EDUKACYJNE:

- rozwinęto umiejętności zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji **W1, W2, W4, U4**;
- opanowano umiejętności potrzebne do oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia **W2, U1, U3, P3**;
- wykształcono umiejętności budowania modeli matematycznych w odniesieniu do różnych sytuacji życiowych i stosowania metod matematycznych w rozwiązywaniu problemów praktycznych **W3, W4, U1, P3**;
- rozwinęto umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem **U4**;
- rozwinęto wyobraźnię przestrzenną **W3, W4**;
- nabyto umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej **W1, U2, U3**;
- rozwinęto logiczne myślenie **W5, U2**;
- wykształcono umiejętności operowania najprostszymi obiektami abstrakcyjnymi: liczbami, zmiennymi i zbudowanymi z nich wyrażeniami algebraicznymi, zbiorami (liczb, punktów, zdarzeń elementarnych) oraz funkcjami **W2, W4, U3**;
- wykształcono umiejętności projektowania obliczeń i ich wykonywania **W2, P3**;
- nabyto umiejętności poprawnego analizowania, wnioskowania i uzasadniania **U2, P3**;
- nabyto umiejętności precyzyjnego formułowania wypowiedzi **U3, P1, P2**;

CELE WYCHOWANIA:

- ukształtowano wytrwałość w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych;
- wyrobiono systematyczności w pracy;
- ukształtowano pozytywne postawy etyczne;
- nabyto umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki;
- rozwinęto umiejętności pracy w zespole;
- ukształtowano postawę dociekliwych, poszukujących i krytycznych;
- ukształtowano postawę dialogu i kultury dyskusji;
- wyrobiono dbałość o estetykę swoich prac pisemnych.



2. Ramowy rozkład materiału

Wymiar godzin lekcji matematyki – cyklu nauczania 3+2+2+2 (z przydziału godzin do dyspozycji dyrektora 3+2+3+4) w ujęciu 4-letnim w zakresie podstawowym. Jest on ściśle uzależniony od odbywanych miesięcznych praktyk śródrocznych w klasach drugiej i trzeciej.

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację.

KLASA I

Liczby i ich zbiory	20
Wyrażenia algebraiczne	20
Trygonometria kąta ostrego	8
Funkcja i jej własności	17
Przekształcanie wykresów funkcji	5
Funkcja liniowa i jej własności	17

KLASA II

Geometria płaska – pojęcia wstępne	10
Geometria płaska – trójkąty	11
Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta	7
Geometria płaska – czworokąty, pole czworokąta	10
Funkcja kwadratowa	14

KLASA III

Elementy geometrii analitycznej	11
Wielomiany	15
Funkcje wymierne	14
Ciągi	20
Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna	7

KLASA IV

Elementy kombinatoryki i rachunek prawdopodobieństwa	13
Elementy statystyki opisowej	8
Geometria przestrzenna	20
Powtórzenie do egzaminu maturalnego – pozostałe godziny	

3. Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia uczniów

Symbol:

- oznacza treści kształcenia i umiejętności zawarte w podstawie programowej z matematyki dla szkół ponadgimnazjalnych lub standardach wymagań egzaminacyjnych.
 - oznacza treści kształcenia i umiejętności zawarte w podstawie programowej z matematyki na niższych etapach kształcenia,
- TE oznacza cele ściśle związane z zawodem technik ekonomista
MKKE oznacza cele rozwijające matematyczne kompetencje kluczowe

KLASA I

I. LICZBY I ICH ZBIORY

- 1■ Zbiór, element zbioru; działania na zbiorach.
- 2■ Oś liczbowa, przedziały liczbowe. Działania na przedziałach liczbowych.
- 3■ Zbiór liczb naturalnych, zbiór liczb całkowitych.
- 4■ Zbiór liczb wymiernych, zbiór liczb niewymiernych.
- 5● Działania w zbiorze liczb rzeczywistych i ich własności.
- 6■ Przypomnienie wiadomości o procentach.
- 7■ Procenty. Obliczenia procentowe.
- 8■ Posługiwanie się procentem w rozwiązywaniu zadań praktycznych.
- 9■ Oprocentowanie lokat i kredytów. (procent prosty i procent składany)
- 10 PROCENTY, PROCENT SKŁADANY
- 11 WYNAGRODZENIE BRUTTO I NETTO (działania w zbiorze liczb rzeczywistych, procenty)
- 12■ Punkty procentowe.
- 13■ Wartość bezwzględna.
- 14■ Równania i nierówności z wartością bezwzględną.
- 15■ Przybliżenia liczb.
- 16■ Błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia, szacowanie.

II. WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

- 1■ Działania na potęgach o wykładniku naturalnym.
- 2-3■ Działania na pierwiastkach arytmetycznych.
- 4 Działania na wyrażeniach algebraicznych
- 5 Rozkładanie na czynniki wyrażeń algebraicznych
- 6■ Wzory skróconego mnożenia.
- 7 Usuwanie niewymierności z mianownika ułamka.
- 8 Działania na wyrażeniach algebraicznych z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia
- 9■ Działania na potęgach o wykładniku całkowitym ujemnym.
- 10■ Działania na potęgach o wykładniku wymiernym.

- 11■ Potęga o wykładniku rzeczywistym.
- 12■ Pojęcie logarytmu, własności logarytmów.
- 13■ Obliczanie logarytmów.
- 14● Przekształcanie wzorów.
- 15■ Średnia arytmetyczna, średnia geometryczna, średnia ważona.
- 16 Ćwiczenia w obliczaniu średnich.

III. TRYGNOMETRIA KĄTA OSTREGO

- 1■ Określanie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym
- 2■ Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla 30° , 45° , 60° .
- 3■ Zastosowanie funkcji trygonometrycznych do rozwiązywania trójkątów.
- 4■ Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.
- 5■ Podstawowe tożsamości trygonometryczne.

IV. FUNKCJA I JEJ WŁASNOŚCI

- 1■ Pojęcie funkcji, funkcja liczbowa. Dziedzina i zbiór wartości funkcji.
- 2■ Sposoby opisywania funkcji.
- 3■ Wykres funkcji. Wykresy funkcji opisujące zależności w gospodarce i życiu codziennym – uwzględnienie różnych jednostek na osiach.
- 4■ Dziedzina funkcji liczbowej – odczytywanie na podstawie wykresu.
- 5■ Wyznaczanie dziedziny funkcji liniowej.
- 6■ Zbiór wartości funkcji liczbowej.
- 7■ Miejsce zerowe funkcji.
- 8■ Monotoniczność funkcji.
- 9■ Najmniejsza i największa wartość funkcji.
- 10■ Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu.
- 11■ Szkicowanie wykresów funkcji o zadanych własnościach
- 12■ Zastosowanie wykresów funkcji do rozwiązywania równań i nierówności
- 13■ Zastosowanie wiadomości o funkcjach do opisywania, interpretowania i przetwarzania informacji wyrażonych w postaci wykresów funkcji.
- 14 FUNKCJE – ZASTOSOWANIE W PRAKTYCE

V. PRZEKSZTAŁCENIA WYKRESÓW FUNKCJI

- 1■ Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX.
- 2■ Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY.
- 3■ Symetria osiowa względem osi OX.
- 4■ Symetria osiowa względem osi OY.

VI. FUNKCJA LINIOWA

- 1● Proporcjonalność prosta.
- 2■ Funkcja liniowa. Sporządzanie wykresów funkcji liniowych współczynników określonych współczynników przedziale.
- 3■ Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej.
- 4■ Własności funkcji liniowej.
- 5 Określanie własności funkcji liniowej.
- 6■ Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych.
- 7■ Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego.
- 8 Równania liniowe z jedną niewiadomą.
- 9 Nierówności liniowe z jedną niewiadomą.



- 10 Rozwiązywanie zadań tekstowych prowadzących do rozwiązywania równań i nierówności liniowych.
- 11● Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- 12 Zastosowanie układów równań liniowych do rozwiązywania zadań tekstowych
- 13● Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych.
- 14 FUNKCJA LINIOWA, INTERPRETACJA GEOMETRYCZNA RÓWNAŃ I NIERÓWNOŚCI LINIOWYCH

Tematyka zajęć	Cele edukacyjne	Założone osiągnięcia ucznia
<p>Liczby i ich zbiory:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Zbiór, element zbioru; działania na zbiorach. ■ Zbiory liczbowe, oś liczbowa. ■ Przedziały liczbowe. Działania na przedziałach liczbowych. ■ Zbiór liczb naturalnych, zbiór liczb całkowitych. ■ Zbiór liczb wymiernych, zbiór liczb niewymiernych. ● Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych. ■ Przypomnienie wiadomości o procentach ■ Procenty. Obliczenia procentowe. ■ Posługiwanie się procentem w rozwiązywaniu zadań praktycznych. ■ Oprocentowanie lokat i kredytów. (procent prosty i procent składany) ■ Punkty procentowe. ■ Wartość bezwzględna. ■ Równania i nierówności z wartością bezwzględną. ■ Przybliżenia liczb. ■ Błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia, szacowanie. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ pozna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiór skończony (nieskończony), element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru; ■ zapozna się z symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów ($\in, \subset, \cap, \cup, -, ')$ ■ pozna pojęcie sumy, różnicy, iloczynu i dopełnienia zbiorów; ■ przypomni sobie wiadomości dotyczące liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych; ■ pozna relacje jakie zachodzą między podzbiórami zbioru liczb rzeczywistych; ■ przypomni sobie, czym jest oś liczbowa; ■ pozna pojęcie przedziału (ograniczonego, nieograniczonego, otwartego, domkniętego, jednostronnie otwartego); ■ nauczy się wykonywać działania na przedziałach (znajdować sumę, iloczyn, różnicę przedziałów, dopełnienie przedziału); ● przypomni sobie pojęcie liczb pierwszych i złożonych; ● przypomni sobie cechy podzielności liczb naturalnych oraz jak znajduje się NWD i NWW liczb naturalnych; ● przypomni sobie, jak wykonuje się działania na ułamkach; ● przypomni sobie prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych; ■ przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami; ■ pozna pojęcie punktu procentowego; ■ pozna pojęcie procentu prostego i składanego; ■ nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów. ■ pozna pojęcie wartości bezwzględnej; ■ pozna pojęcie błędu bezwzględnego i względnego; ■ nauczy się szacować wyrażenia liczbowe. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ wyznaczać część wspólną, sumę i różnicę zbiorów oraz dopełnienie zbioru; ● wskazać w podanym zbiorze liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne; ■ posługiwać się pojęciem osi liczbowej; ■ zaznaczyć przedziały na osi liczbowej; ■ wykonywać działania na przedziałach; ■ wykorzystywać język matematyki w komunikowaniu się. ● stosować cechy podzielności liczb naturalnych do znajdowania NWW i NWD (w tym również w celu rozwiązania zagadnień praktycznych); ● sprawnie wykonywać działania na ułamkach; ■ zaplanować i wykonać obliczenia na liczbach rzeczywistych (w tym z wykorzystaniem praw działań); ■ stwierdzić, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną czy niewymierną; ■ wyznaczać rozwinięcia dziesiętne liczb; ■ zapisać liczbę wymierną (w tym mającą rozwinięcie dziesiętne okresowe) w postaci ilorazu liczb całkowitych; ■ stosować pojęcie procentu w obliczeniach; ● odczytywać dane z tabel i diagramów; ● wykorzystywać tabele i diagramy do przedstawiania danych; ■ posługiwać się pojęciem punktu procentowego;



		<ul style="list-style-type: none">■ stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów.■ obliczyć wartość bezwzględną danej liczby;■ zastosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej;■ zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu $x - a = b$, $x - a \geq b$■ zapisać nierówność (równanie) z wartością bezwzględną, znając zbiór rozwiązań tej nierówności (tego równania);■ znaleźć przybliżenie liczby zadaną dokładnością;■ stosować reguły zaokrąglania liczb;■ stosować pojęcie błędu bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia;■ oszacować wartość wyrażenia liczbowego.
<p>Wyrażenia algebraiczne:</p> <ul style="list-style-type: none">■ Potęga o wykładniku naturalnym.■ Pierwiastek arytmetyczny.■ Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej.■ Wzory skróconego mnożenia.■ Potęga o wykładniku całkowitym.■ Potęga o wykładniku wymiernym.■ Potęga o wykładniku rzeczywistym.■ Pojęcie logarytmu, własności logarytmów.■ Zastosowanie logarytmów● Przekształcanie wzorów.■ Średnia arytmetyczna, średnia geometryczna, średnia ważona.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">■ przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym;■ przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych;■ pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej;■ pozna wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $a^2 - b^2$, $a^3 - b^3$■ przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym;■ pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym i własności działań na takich potęgach;■ pozna, jak konstruuje się potęgę o wykładniku niewymiernym;■ pozna prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;■ pozna pojęcie logarytmu;■ pozna podstawowe własności logarytmu (wzór na logarytm ilorazu, iloczynu, potęgi);■ nauczy się przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii;■ przypomni sobie pojęcie średniej arytmetycznej oraz pozna pojęcie średniej geometrycznej i średniej ważonej.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">■ sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym i całkowitym;● zapisywać liczby w postaci wykładniczej $a \cdot 10^k$, gdzie $a \in \langle 1, 10 \rangle$ i $k \in \mathbb{C}$■ sprawnie wykonywać działania na pierwiastkach;■ sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia (w tym do rozkładania sum algebraicznych na czynniki);■ usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka;■ wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym (wymiernym i niewymiernym);■ obliczyć logarytm danej liczby przy danej podstawie;■ stosować w obliczeniach podstawowe własności logarytmu;■ sprawnie przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii;



		<ul style="list-style-type: none"> ■ obliczać średnią arytmetyczną, geometryczną, ważoną.
<p>Trygonometria kąta ostrego:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym. ■ Określanie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym. ■ Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla 30°, 45°, 60°. ■ Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta. ■ Podstawowe tożsamości trygonometryczne. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ pozna określenie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym; ■ nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°. ■ pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ wyznaczyć funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym; ■ rozwiązać równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, gdzie $0^\circ < x < 90^\circ$, korzystając z kalkulatora, tablic lub posługując się wartościami funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów; ■ stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w rozwiązywaniu zadań; ■ znając wartości jednej funkcji potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego.
<p>Funkcja i jej własności:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Pojęcie funkcji, funkcja liczbowa. Dziedzina i zbiór wartości funkcji. ■ Sposoby opisywania funkcji. ■ Wykres funkcji. ■ Dziedzina funkcji liczbowej. ■ Zbiór wartości funkcji liczbowej. ■ Miejsce zerowe funkcji. ■ Monotoniczność funkcji. ■ Najmniejsza i największa wartość funkcji. ■ Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu. ■ Szkicowanie wykresów funkcji o zadanych własnościach ■ Zastosowanie wykresów funkcji do rozwiązywania równań i nierówności ■ Zastosowanie wiadomości o funkcjach do opisywania, interpretowania i przetwarzania informacji wyrażonych w postaci wykresów funkcji. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ przypomni sobie pojęcie funkcji; ■ pozna różne sposoby opisywania funkcji (graf, wzór, tabela, wykres, opis słowny); ■ przypomni sobie takie pojęcia jak: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej; ■ pozna pojęcie monotoniczności funkcji; ■ pozna wykresy niektórych funkcji jak np. $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{x}, y = x^2, y = x^3,$ ■ pozna pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji. ■ nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu; ■ nauczy się szkicować wykres funkcji o podanych własnościach; ■ nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji; 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ odróżnić przyporządkowanie, które jest funkcją, od przyporządkowania, które funkcją nie jest; ■ opisywać funkcje na różne sposoby (grafem, wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym); ■ wskazać wykres funkcji liczbowej; ■ wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej; ■ określić zbiór wartości funkcji (proste przykłady); ■ obliczyć miejsca zerowe funkcji; ■ określić na podstawie wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartość największą i najmniejszą funkcji, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie (maleje, jest stała) oraz zbiory, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne); ■ sporządzić wykres funkcji spełniającej podane warunki; ■ podać opis matematyczny zależności dwóch zmiennych w postaci funkcji;



		<ul style="list-style-type: none">■ odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji, dotyczące różnych zjawisk, np. przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych, chemicznych;■ przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru funkcji lub wykresu funkcji.
<p>Przekształcenia wykresów funkcji:</p> <ul style="list-style-type: none">■ Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX.■ Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY.■ Symetria osiowa względem osi OX.■ Symetria osiowa względem osi OY.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">■ nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OX;■ nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OY;■ nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX;■ nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OY;	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">■ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a)$■ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x) + b$■ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(x)$■ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(-x)$
<p>Funkcja liniowa:</p> <ul style="list-style-type: none">● Proporcjonalność prosta.■ Funkcja liniowa. Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej.■ Własności funkcji liniowej.■ Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych.■ Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego.● Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.● Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. <p>Zastosowanie układów równań liniowych do rozwiązywania zadań tekstowych</p> <ul style="list-style-type: none">● Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">● przypomni sobie informacje o proporcjonalności prostej;■ przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej;■ pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej;■ przypomni sobie własności funkcji liniowej;■ nauczy się znajdować równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe lub prostopadłe do danej funkcji liniowej;■ nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;● przypomni sobie, jak się rozwiązuje równania i nierówności liniowe;● przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">● sporządzić wykres proporcjonalności prostej oraz podać jej własności;● zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań;■ sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu;■ znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;■ wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań;■ wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danej funkcji liniowej;■ stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego;● rozwiązywać równania oraz nierówności liniowe z jedną niewiadomą oraz interpretować je graficznie;● rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą;● stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi.

CELE ŚCIŚLE ZWIĄZANE Z MKKE, TE:

- doskonalenie umiejętności projektowania obliczeń. **MKKE**
- doskonalenie umiejętności wykonywania obliczeń rachunkowych. **TE**
- ćwiczenie wykorzystania obliczeń procentowych w obliczeniach związanych z podatkami. **TE**
- doskonalenie umiejętności szacowania wyników i stosowania przybliżeń dziesiętnych zgodnie z poleceniem. **TE**
- analiza i porównanie różnych form kapitału. **TE, MKKE**
- kształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych. **MKKE**
- doskonalenie umiejętności stosowania narzędzi wspomagających rozwiązywanie problemów matematycznych – kalkulator, komputer. **MKKE, TE**
- wyjaśnienie pojęć: wynagrodzenie brutto i wynagrodzenie netto. **TE**
- kształcenie umiejętności wykorzystania obliczeń procentowych w liczeniu wysokości podatków i składek ZUS. **MKKE, TE**
- kształcenie umiejętności interpretacji wykresu funkcji i wyznaczanie jej wzoru. **MKKE**
- doskonalenie umiejętności budowania i interpretowania modeli matematycznych, w tym na przykładzie działania prawa popytu i podaży. **MKKE, TE**
- doskonalenie umiejętności sporządzenia wykresu równań i odczytywania rozwiązań na podstawie otrzymanego wykresu. **TE**
- utrwalenie interpretacji geometrycznej nierówności liniowych w sytuacjach praktycznych (np. wybór korzystniejszych warunków produkcji dla kilku technologii). **MKKE, TE**

Zakładając lokatę w banku lub wybierając fundusz inwestycyjny uczeń będzie wiedzieć, że obliczając zysk, musi pamiętać o tym, że będzie on pomniejszony o podatek dochodowy. Z kolei, gdy staramy się o kredyt w banku i słyszymy o korzystnym jego oprocentowaniu, oszacuje, jakie są koszty tego kredytu. Podejmując pracę wakacyjną odróżni umowę o pracę od umowy zlecenia, a dokładnie, co pracodawca mu wypłaca, a co potrąca. Będzie aktualizował informacje, śledząc różnorodne strony internetowe np. składki ZUS. Rozwinie umiejętność zastosowania wyboru i szacowania korzystniejszej technologii produkcji. Sformułuje prawa popytu i podaży. Nauczy się wypełniać faktury, dowie się czegoś o podatku VAT.

Treści ściśle związane z zawodem technik ekonomista są realizowane głównie w klasie pierwszej. Dlatego, też nauczyciel w klasach II – IV zwracać będzie większą uwagę na:

- doskonalenie umiejętności projektowania obliczeń – **MKKE**
- doskonalenie umiejętności wykonywania obliczeń rachunkowych – **TE**
- doskonalenie umiejętności stosowania narzędzi wspomagających rozwiązywanie problemów matematycznych – kalkulator, komputer – **MKKE, TE**

KLASA II

I. GEOMETRIA PŁASKA – POJĘCIA WSTĘPNE

- 1● Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt.
- 2● Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta. Dwie proste przecięte trzecią prostą.
- 3● Twierdzenie Talesa.
- 4 Zastosowanie twierdzenia Talesa do rozwiązywania zadań praktycznych.
- 5-6● Okrąg i koło.
- 7■ Kąty i koła.

II. GEOMETRIA PŁASKA – TRÓJKĄTY

- 1● Trójkąty – podział i własności.
- 2● Suma kątów w trójkącie, nierówność trójkąta, odcinek łączący środki boków w trójkącie – rozwiązywanie zadań
- 3● Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.
- 4● Wysokości w trójkącie, ■ środkowe w trójkącie.
- 5● Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie.
- 6● Dwusieczne kąta trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt.
- 7● Przystawanie trójkątów.
- 8■ Podobieństwo trójkątów.

III. GEOMETRIA PŁASKA – POLE KOŁA, POLE TRÓJKĄTA

- 1-2● Pole trójkąta.
- 3■ Pola trójkątów podobnych.
- 4● Pole koła, pole wycinka koła.

IV. GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY, POLE CZWOROKĄTA

- 1● Czworokąty – podział i własności.
- 2■ Podobieństwo. Podobieństwo czworokątów.
- 3● Skala i plan
- 4 Pola czworokątów
- 5● Rozwiązywanie zadań dotyczących pola równoległoboku.
- 6● Rozwiązywanie zadań dotyczących pola trapezu.
- 7■ Rozwiązywanie zadań dotyczących pól figur podobnych.

V. FUNKCJA KWADRATOWA

- 1■ Wykres i własności funkcji kwadratowej.
- 2■ Przekształcenia wykresów funkcji kwadratowych.
- 3■ Postać ogólna i postać kanoniczna funkcji kwadratowej.
- 4-5■ Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.
- 6■ Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.
- 7■ Badanie trójmianu kwadratowego, zadania optymalizacyjne.
- 8■ Rozwiązywanie równań kwadratowych.
- 9■ Rozwiązywanie nierówności kwadratowych.
- 10■ Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych.
- 11 Zastosowanie funkcji kwadratowej do analizowania zjawisk życia codziennego.



Tematyka zajęć	Cele edukacyjne	Założone osiągnięcia ucznia
<p>Geometria płaska – pojęcia wstępne:</p> <ul style="list-style-type: none">● Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt.● Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta.● Dwie proste przecięte trzecią prostą.● Twierdzenie Talesa.● Okrąg i koło.■ Kąty i koła.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">● przypomni sobie podstawowe pojęcia geometryczne (punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt);● przypomni sobie wiadomości o kątach (kąt prosty, ostry, rozwarty, kąty przyległe, kąty wierzchołkowe);● przypomni sobie położenie prostych na płaszczyźnie, pojęcie odległości punktu od prostej i pojęcie odległości między prostymi równoległymi;● przypomni sobie pojęcie symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta oraz jaką własność ma dowolny punkt leżący na symetralnej odcinka (dwusiecznej kąta);● przypomni sobie twierdzenie o dwóch prostych równoległych, przeciętych trzecią prostą;● przypomni sobie twierdzenie Talesa;● przypomni sobie pojęcie koła i okręgu;■ pozna określenie kąta środkowego w kole, wpisanego w koło i kąta dopisanego oraz własności tych kątów.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">■ określać własności poznanych figur geometrycznych i posługiwać się tymi własnościami;● wyznaczać odległość: dwóch punktów, punktu od prostej, dwóch prostych równoległych;● konstruować: proste prostopadłe, proste równoległe, symetralną odcinka, dwusieczną kąta;■ określić wzajemne położenie prostej i okręgu;■ stosować w rozwiązywaniu zadań poznane twierdzenia (m.in. twierdzenie o dwóch prostych przeciętych trzecią prostą, twierdzenie Talesa, twierdzenia dotyczące kątów środkowych, wpisanych w okrąg, dopisanych do okręgu).
<p>Geometria płaska – trójkąty:</p> <ul style="list-style-type: none">● Trójkąty – podział i własności.● Suma kątów w trójkącie.● Nierówność trójkąta.● Odcinek łączący środki boków w trójkącie.● Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.● Wysokości w trójkącie.■ Środki w trójkącie.● Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie.● Dwusieczne kąta trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt.● Przystawanie trójkątów.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">● przypomni sobie podział trójkątów ze względu na boki i kąty;● przypomni sobie twierdzenie o sumie kątów w trójkącie;● przypomni sobie, na czym polega nierówność trójkąta;● przypomni sobie twierdzenie o odcinku łączącym środki boków trójkąta;● przypomni sobie twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;■ pozna twierdzenie o wysokościach w trójkącie;■ pozna twierdzenie	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">■ stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań (w tym m.in. twierdzenie o sumie kątów trójkąta, twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta, twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa, twierdzenie o wysokościach w trójkącie, twierdzenie o środkowych w trójkącie);■ określić – znając długości boków trójkąta – czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny czy rozwartokątny;■ opisać okrąg na trójkącie, wpisać okrąg w trójkąt, wyznaczać promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny i w trójkąt równoramienny, wyznaczać promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym i na trójkącie równoramiennym – znając długości boków trójkąta;



<ul style="list-style-type: none">■ Podobieństwo trójkątów.	<p>o środkowych w trójkącie;</p> <ul style="list-style-type: none">● przypomni sobie twierdzenie o symetralnych boków trójkąta;● przypomni sobie twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta;● przypomni sobie pojęcie trójkątów przystających oraz cechy przystawiania trójkątów;■ przypomni sobie pojęcie trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów.	<ul style="list-style-type: none">● rozpoznawać trójkąty przystające;■ stosować cechy przystawiania trójkątów w rozwiązywaniu zadań;● rozpoznawać trójkąty podobne;■ stosować cechy podobieństwa trójkątów w rozwiązywaniu zadań (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym).
<p>Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta:</p> <ul style="list-style-type: none">■ Pole figury geometrycznej.● Pole trójkąta.■ Pola trójkątów podobnych.● Pole koła, pole wycinka koła.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">■ pozna pojęcie pola figury;● przypomni sobie stosowane wcześniej wzory na pole trójkąta■ pozna nowe wzory na pole trójkąta■ pozna twierdzenie dotyczące pól trójkątów podobnych;● przypomni sobie wzór na pole koła i długość okręgu;■ pozna wzór na pole wycinka koła i wzór na długość łuku okręgu.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">■ obliczyć pole figury, wykorzystując podział tej figury na rozłączne części;■ stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów;■ stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach (np. długość wysokości, długość promienia koła wpisanego w trójkąt);■ zastosować twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu zadań;■ zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań.
<p>Geometria płaska – czworokąty, pole czworokąta</p> <ul style="list-style-type: none">● Czworokąty – podział i własności.■ Podobieństwo. Podobieństwo czworokątów■ Skala i plan.● Pole równoległoboku.● Pole trapezu.■ Pola figur podobnych.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">● przypomni sobie podział czworokątów;● przypomni sobie niektóre własności czworokątów;■ pozna twierdzenie o linii łączącej środki ramion trapezu;■ pozna pojęcie podobieństwa i jego własności;■ nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące mapy, planu, skali mapy.● przypomni sobie wzory na pola czworokątów (kwadratu, prostokąta, równoległoboku, rombu, trapezu);■ pozna nowe wzory na pole czworokąta;■ pozna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">● posługiwać się własnościami czworokątów rozwiązywaniu zadań;■ stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących wielokątów;■ stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;■ stosować własności podobieństwa w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali).● stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów;■ stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy);■ rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.



<p>Funkcja kwadratowa:</p> <ul style="list-style-type: none">■ Jednomian kwadratowy, trójmian kwadratowy.■ Przekształcenia wykresów funkcji kwadratowych.■ Postać ogólna i postać kanoniczna funkcji kwadratowej.■ Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.■ Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.■ Badanie trójmianu kwadratowego, zadania optymalizacyjne.■ Równania kwadratowe.■ Nierówności kwadratowe.■ Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">■ pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności;■ nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej;■ nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych;■ nauczy się przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;■ pozna metodę rozwiązywania równań kwadratowych;■ pozna metodę rozwiązywania nierówności kwadratowych;■ nauczy się znajdować największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;■ nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych;■ nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań (w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym).	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">■ odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji;■ sporządzić wykres funkcji kwadratowej i zbadać jej własności na podstawie wykresu;■ wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji kwadratowej;■ przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;■ wyznaczyć wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu;■ wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej i postać iloczynową funkcji kwadratowej;■ sprawnie zamieniać jedną postać funkcji kwadratowej na inną (postać kanoniczna, iloczynowa, ogólna);■ sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie, zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów;■ rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych;■ wyznaczyć wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;■ rozwiązywać zadania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne);■ rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych;■ przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej;■ opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej.
---	--	--

KLASA III

I. ELEMENTY GEOMETRII ANALITYCZNEJ

- 1■ Postać ogólna i kierunkowa prostej.
- 2 Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty.
- 3■ Wzajemne położenie dwóch prostych na płaszczyźnie. Proste równoległe i prostopadłe w układzie współrzędnych.
- 4■ Odległość punktów w układzie współrzędnych, współrzędne środka odcinka, długość odcinka.
- 5■ Równanie okręgu.
- 6-8 Rozwiązywanie zadań dotyczących geometrii analitycznej.



II. WIELOMIANY

- 1■ Pojęcie wielomianu jednej zmiennej stopnia n ($n \geq 1$).
- 2■ Równość wielomianów.
- 3■ Dodawanie i odejmowanie wielomianów.
- 4 Mnożenie wielomianów.
- 5■ Pierwiastek wielomianu, pierwiastek wielokrotny.
- 6■ Rozkład wielomianów na czynniki z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia.
- 7■ Rozkład wielomianów na czynniki metodą grupowania wyrazów.
- 8■ Równania wielomianowe.
- 9 Rozwiązywanie równań wielomianowych.
- 10-11■ Zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.

III. FUNKCJE WYMIERNE

- 1■ Definicja funkcji wymiernej, dziedzinę funkcji wymiernej.
- 2-3■ Dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych.
- 4-5■ Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych.
- 6■ Działania łączne na wyrażeniach wymiernych.
- 7■ Proporcjonalność odwrotna i jej własności.
- 8■ Proste równania wymierne.
- 9 Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych.

IV. CIĄGI

- 1■ Określenie ciągu, ciąg liczbowy.
- 2■ Sposoby opisywania ciągów.
- 3■ Monotoniczność ciągu.
- 4-5■ Ciąg arytmetyczny- określanie i wzór ogólny.
- 6 Suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.
- 7-8 Rozwiązywanie zadań tekstowych dotyczących ciągu arytmetycznego.
- 9-10■ Ciąg geometryczny – określanie i wzór ogólny.
- 11 Suma n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.
- 12-13 Rozwiązywanie zadań z ciągiem geometrycznym.
- 14-16 Ciągi arytmetyczny i geometryczny w zadaniach.
- 17 Oprocentowanie lokat i kredytów – zastosowanie ciągu.

V. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

- 1■ Przypomnienie wiadomości o potęgach o wykładniku rzeczywistym..
- 2■ Funkcja wykładnicza i jej własności.
- 3■ Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym.
- 4■ Logarytm – powtórzenie wiadomości.



Tematyka zajęć	Cele edukacyjne	Założone osiągnięcia ucznia
Elementy geometrii analitycznej <ul style="list-style-type: none">■ Odległość punktów w układzie współrzędnych.■ Współrzędne środka odcinka.■ Równanie kierunkowe prostej.■ Równanie ogólne prostej.■ Równoległość prostych.■ Prostopadłość prostych.■ Równanie okręgu.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">■ przypomni sobie, jak oblicza się odległość punktów w układzie współrzędnych;■ pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka;■ przypomni sobie informacje o równaniu kierunkowym prostej;■ nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej;■ przypomni sobie warunki na równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych;■ nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej;■ nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu;■ nauczy się zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach (np. stycznego do jednej z osi układu);■ nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none">■ obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych;■ wyznaczyć współrzędne środka odcinka;■ znaleźć równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym;■ zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;■ posługiwać się równaniem okręgu;■ przekształcić równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytać współrzędne środka i promień okręgu;■ wyznaczyć równanie okręgu o zadanych własnościach;■ wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;
Wielomiany <ul style="list-style-type: none">■ Wielomian jednej zmiennej stopnia n ($n \geq 1$).■ Równość wielomianów.■ Dodawanie odejmowanie, mnożenie wielomianów.■ Pierwiastek wielomianu, pierwiastek wielokrotny.■ Rozkład wielomianów na czynniki.■ Równania wielomianowe.■ Zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">■ pozna definicję wielomianu stopnia n ($n \geq 1$) jednej zmiennej;■ pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować;■ nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany;■ pozna pojęcie pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu;■ pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki (wylączenie czynnika poza nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów);■ nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe;■ nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none">■ odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem;■ dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany;■ rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wylączenie wspólnego czynnika poza nawias;■ rozwiązać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki;■ rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;■ rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, stosując poznane definicje i twierdzenia.



<p>Funkcje wymierne</p> <ul style="list-style-type: none">■ Definicja funkcji wymiernej, dziedzin funkcji wymiernej.■ Działania na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie).■ Proporcjonalność odwrotna i jej własności.■ Proste równania wymierne.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">■ pozna definicję funkcji wymiernej;■ nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;■ nauczy się skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;■ nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;■ nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej;■ nauczy się szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;■ nauczy się rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną;■ nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne;◇ nauczy się rozwiązywać proste nierówności wymierne (dające się sprowadzić do nierówności stopnia co najwyżej drugiego).	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">■ odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji;■ wyznaczać dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych lub kwadratowych za pomocą grupowania wyrazów, stosowania wzorów skróconego mnożenia, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias;■ obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;■ skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;■ dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;■ szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;■ rozwiązywać zadania z proporcjonalnością odwrotną;■ rozwiązywać proste równania wymierne;■ rozwiązywać zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych.
<p>Ciągi:</p> <ul style="list-style-type: none">■ Określenie ciągu, ciąg liczbowy.■ Sposoby opisywania ciągów.■ Monotoniczność ciągu.■ Ciąg arytmetyczny.■ Ciąg geometryczny.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">■ pozna definicję ciągu;■ pozna sposoby opisywania ciągów (wzór ogólny, wykres);■ pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu;■ pozna definicję ciągu arytmetycznego;■ pozna własności ciągu arytmetycznego;■ nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego (n-ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów tego ciągu, średnia arytmetyczna);■ pozna definicję ciągu geometrycznego;■ pozna własności ciągu geometrycznego;■ nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego (n-ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna);	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">■ określać ciąg wzorem ogólnym;■ wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;■ narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu;■ zbadać monotoniczność ciągu;■ zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym;■ wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych;■ wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;■ rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego;■ zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym;■ wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych;■ wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;■ rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego;■ rozwiązywać zadania stosując wzory na n-ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym;



Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna: <ul style="list-style-type: none">■ Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie.■ Funkcja wykładnicza i jej własności.■ Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym.■ Logarytm – powtórzenie wiadomości.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">■ przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;■ będzie doskonalił umiejętności wykonywania działań na potęgach;■ pozna pojęcie funkcji wykładniczej;■ pozna własności funkcji wykładniczej;■ nauczy się stosować własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań;■ przypomni sobie pojęcie logarytmu;■ przypomni sobie własności logarytmów i ich zastosowanie w rozwiązywaniu zadań;	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none">■ sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;■ stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań;■ odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;■ sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;■ przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;■ opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów;■ rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym;■ obliczać logarytm liczby dodatniej;■ stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań;
--	--	---

KLASA IV

I. ELEMENTY KOMBINATORYKI I RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

- 1■ Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych.
- 2■ Reguła mnożenia.
- 3■ Drzewa stochastyczne.
- 4■ Symbol silni.
- 5■ Doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, zdarzenie, działania na zdarzeniach.
- 6■ Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa.
- 7■ Własności prawdopodobieństwa.
- 8■ „Klasyczna definicja prawdopodobieństwa”.
- 9-10 Obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń losowych.

II. ELEMENTY STATYSTYKI OPISOWEJ

- 1■ Dane statystyczne i ich klasyfikacja.
- 2■ Średnia z próby.
- 3■ Mediana z próby.
- 4■ Odchylenie standardowe z próby.
- 5 Rozwiązywanie zadań ze statystyki.

III. GEOMETRIA PRZESTRZENNA

- 1■ Wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni..
- 2■ Kąt między prostą i płaszczyzną, kąt dwuścienny.
- 3● Graniastopy – podział i własności
- 4 Obliczanie pola powierzchni graniastopów.



- 5 Obliczanie objętości graniastosłupów.
- 6 Rozwiązywanie zadań dotyczących pola powierzchni i objętości graniastosłupów.
- 7● Ostrosłupy – podział i własności.
- 8-9 Obliczanie pola powierzchni ostrosłupów.
- 10 Obliczanie objętości ostrosłupów.
- 11 Rozwiązywanie zadań dotyczących pola powierzchni i objętości ostrosłupów.
- 12 Walec – pole powierzchni i objętość.
- 13 Stożek – pole powierzchni i objętość.
- 14 Pole sfery, objętość kuli.
- 15 Bryły Obrotowe – rozwiązywanie zadań.

Tematyka zajęć	Cele edukacyjne	Założone osiągnięcia ucznia
<p>Elementy kombinatoryki i rachunek prawdopodobieństwa</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych. ■ Zasada mnożenia. ■ Drzewa stochastyczne. ■ Symbol silni. ■ Doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, zdarzenie, działania na zdarzeniach. ■ Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa. ■ Własności prawdopodobieństwa. ■ „Klasyczna definicja prawdopodobieństwa”. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych; ■ pozna zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować; ■ nauczy się przedstawiać pewne sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań; ■ pozna symbol silni i nauczy się go stosować; ■ nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne. ■ pozna takie pojęcia, jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe; ■ nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu; ■ nauczy się znajdować sumę zdarzeń, różnicę zdarzeń, iloczyn zdarzeń oraz zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia; ■ pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa; ■ pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować w rozwiązywaniu zadań; ■ pozna „klasyczną definicję prawdopodobieństwa”; ■ nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych; ■ stosować zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań; ■ rozwiązywać pewne zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa; ■ stosować symbol silni; ■ rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki. ■ określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc; ■ wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu; ■ obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”; ■ stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań; ■ wykorzystywać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa; ■ obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa.



<p>Elementy statystyki opisowej</p> <ul style="list-style-type: none">■ Dane statystyczne i ich klasyfikacja.■ Średnia z próby.■ Mediana z próby.■ Odchylenie standardowe z próby.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">■ dowie się, na czym polega klasyfikacja danych statystycznych;■ nauczy się obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby;■ nauczy się interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">■ obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, odchylenie standardowe z próby;■ interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne;■ odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów;■ przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;■ przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych;■ porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi.
<p>Geometria przestrzenna</p> <ul style="list-style-type: none">■ Płaszczyzny i proste w przestrzeni.■ Rzut prostokątny na płaszczyznę, kąt między prostą i płaszczyzną.■ Kąt dwuścienny, kąt liniowy kąta dwuściennego.● Graniastosłupy – podział, pole powierzchni, objętość.● Ostrosłupy – podział, pole powierzchni, objętość.● Bryły obrotowe – walec, stożek, kula; pole powierzchni i objętość brył obrotowych.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">■ pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;■ pozna wzajemne położenie prostej i płaszczyzny;■ nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną;■ pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego;● przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach;● przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach;● przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">■ badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;■ poprawnie narysować wielościany (graniastosłupy, ostrosłupy) i bryły obrotowe;■ wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości;■ podać własności figur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy czy bryły obrotowe;● rysować siatki figur przestrzennych;● wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych;■ wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii.

4. Procedury osiągnięcia celów kształcenia i procedury oceniania osiągnięć uczniów

Matematyka uczy logicznego myślenia i wnioskowania. Na lekcjach matematyki uczeń nabywa umiejętności precyzyjnego wyrażania się, co pomaga mu w komunikowaniu się z innymi. Edukację w technikum rozpoczyna się od tematyki liczby i zbiorów, ponieważ pozwoli ona na próbę zniwelowania braków w procesie kształcenia. Podręczniki i zbiory zadań: *MATEMATYKA* Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda oraz materiały ćwiczeniowe: *Ekonomia w szkole matematyka* (przykłady lekcji dotyczących ekonomii) Fundacji Młodzieżowej Przedsiębiorczości i NBP umożliwią rozwiązywanie ciekawych zadań, mających zastosowanie również w życiu codziennym. Pozwolą one na zdobycie umiejętności w zakresie: interpretowania tekstu matematycznego, używania prostych obiektów matematycznych, prostego modelowania matematycznego, stosowania strategii wynikającej z treści zadania, jak również prowadzenia prostych rozumowań, składających się z niewielkiej liczby kroków oraz nabycia umiejętności wynikających z rozwoju kluczowych kompetencji w zakresie matematyki. Przykłady zaczerpnięte z życia codziennego pozwolą dostrzec uczniowi prawidłowości matematyczne w otaczającym go świecie. Uczniowie przedstawiając różne metody rozwiązania tego samego problemu posługując się językiem matematycznym, logiczną konstrukcją wypowiedzi kształtują swoją postawę. Kształcimy w ten sposób umiejętność komunikacji uczeń–nauczyciel, uczeń–uczeń, kulturę dyskusji

W procesie kształcenia skuteczne dla osiągnięcia celów są różne metody pracy ucznia, które angażują go intelektualnie i emocjonalnie, są dla ucznia atrakcyjne, szanują jego indywidualność w myśleniu i działaniu, a przy tym rozwijają jego kluczowe kompetencje.

STOSOWANE METODY NAUCZANIA:

- a) Metoda podająca – wykład – główną rolę odgrywa nauczyciel dobrze przygotowany merytorycznie, który jest podstawą rzetelnego przekazania wiedzy uczniom. On formułuje problem, analizuje go, wskazuje drogi i sposoby rozwiązania. Uczniowie sporządzają notatki, zapamiętują fakty, zdobywają wiedzę i umiejętności poprzez naśladowanie. Ważna jest ona z punktu widzenia dalszej nauki, nie powinna być stosowana jednak zbyt często.
- b) Metody aktywizujące uczniów:
 - o Pogadanka, dyskusja – nauczyciel kieruje rozmową, prowadzi dyskusję i umiejętnie porządkuje jej przebieg. Zadaje pytania, naprowadza na prawidłowe odpowiedzi, rozjaśnia wątpliwości, rozstrzyga spory. Uczniowie dyskutują, formułują spostrzeżenia, wymieniają się doświadczeniami, argumentują, spierają się, wyciągają wnioski.
 - o Metoda problemowa – nauczyciel stawia przed uczniami zadanie problemowe, które uczniowie rozwiązują samodzielnie. Uczniowie zmuszeni są do dużego wysiłku intelektualnego. Analizują problem, formułują hipotezy, weryfikują je, w razie potrzeby wyjaśniają wątpliwości z nauczycielem, budują model rozwiązania problemu, dokonują korekt, podsumowują swoje spostrzeżenia i wnioski, sprawdzają obliczenia, formułują odpowiedź. Metoda kształci



umiejętność rozwiązywania problemów, wzbogaca wiedzę uczniów i aktywizuje ich postawy w procesie kształcenia.

- Praca z tekstem matematycznym:
 1. *Praca z podręcznikiem* – samodzielne przeczytanie fragmentu tekstu, zapoznanie się z definicjami i twierdzeniami oraz ze sposobami rozwiązywania zadań. Kształci umiejętność czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego, analizowania definicji i twierdzeń oraz śledzeniu algorytmów rozwiązania niektórych zadań.
 2. *Praca z komputerem* – zbieranie informacji z Internetu, dotyczących różnych zagadnień matematycznych, samodzielne przygotowanie referatów na podstawie zebranych informacji i przedstawienie ich, po odpowiednim opracowaniu, pozostałym uczniom. Metoda pozwala kształtować postawy poszukiwania i dociekliwości, daje szansę rozwoju i głębszego poznania matematyki oraz możliwość autoprezentacji.
- Rozwiązywanie ciągu zadań przez uczniów. Ważne jest, aby zadania ułożone były w kolejności, aby każde następne zadanie pogłębiało wiedzę i umiejętności ucznia.
- Metoda projektu – jedna z najbardziej ambitnych i skutecznych metod edukacji jest projekt, czyli samodzielna praca uczniów – indywidualna lub zespołowa – nad zadanym tematem. Może trwać kilka tygodni lub miesięcy. To także przygotowanie do dorosłego życia. Rolą nauczyciela jest inspirowanie i nadzorowanie uczniów, reagowanie, gdy spada motywacja, pojawiają się konflikty w zespole. Praca metodą projektów służy do nabywania umiejętności: przyjmowania odpowiedzialności, twórczego myślenia; samodzielnego uczenia się; planowania i organizacji pracy; zbierania i selekcjonowania informacji, współpracy w grupie, rozwiązywania problemów, podejmowania decyzji, komunikowania się, oceniania własnej pracy; prezentacji jej efektów.

FORMY PRACY:

- a) Praca indywidualna – praca samodzielna, pod kierunkiem nauczyciela. Wyrabia też nawyk rzetelnego wykonania powierzonego zadania, odpowiedzialności za siebie, za swoją wiedzę i umiejętności.
- b) Praca w grupach – podział klasy na kilkusobowe zespoły i przydzieleniu im problemu do rozwiązania. Różnorodność przydziału czynności członkom grupy. Praca w grupach uczy organizacji pracy, podziału obowiązków pomiędzy członków grupy, odpowiedzialności za powierzone zadania. Uczy komunikacji między członkami grupy, zasad współpracy.
- c) Praca z całą klasą – zaangażowanie całej klasy w rozwiązywanie problemów sformułowanych przez nauczyciela.
 - Realizacja tych samych treści ze wszystkimi uczniami. Forma ta sprzyja nawiązywaniu więzi uczniowskich.
 - Wzajemne odpytywanie się – uczniowie kształcą umiejętność porządkowania informacji, formułowania i zadawania pytań.

METODY SPRAWDZANIA I OCENIANIA:

Ocenianie osiągnięć uczniów jest jednym z elementów ewaluacji procesu dydaktycznego. Sposoby dokonywania oceny osiągnięć uczniów muszą wynikać z przyjętego przez szkołę szkolnego systemu oceniania uczniów. Celem procesu sprawdzania jest uzyskanie pewnych informacji o osiągnięciach edukacyjnych ucznia oraz rozwijaniu matematycznych kompetencji kluczowych. Aby w tym procesie uzyskać

wiarygodne i pewne informacje o przyswajaniu wiedzy i umiejętnością także postaw dążenia do samorealizacji ucznia, należy stosować różne formy i narzędzi sprawdzania.

Prace klasowe oraz testy – po zakończeniu działu lub dwóch działów poprzedzone powtórzeniem materiału. Pozwalają one sprawdzić nie tylko stan wiedzy ucznia, ale także to, czy potrafi krytycznie odnieść się do proponowanych odpowiedzi. Konstruując różnego typu sprawdziany należy pamiętać, że zasadniczym ich celem ma być sprawdzenie, czy uczeń potrafi stosować nabyte umiejętności w różnych sytuacjach życia codziennego. Dlatego też należy umieszczać w sprawdzianach zadania wykorzystujące zagadnienia praktyczne związane predyspozycją zawodową.

Kartkówki mające na celu dostarczenie uczniowi i nauczycielowi bieżących informacji o poznawczych osiągnięciach ucznia, stwarzania możliwości osiągnięcia małych sukcesów, zapewnianie systematyczności, reakcji nauczyciela na ewentualne niepowodzenia.

Odpowiedzi ustne, które pełnią ważną rolę w procesie kształcenia budując relacje nauczyciel – uczeń, utrwalają znajomość języka matematycznego, wspomagają kształtowanie umiejętności czytania i wypowiedzania się ze zrozumieniem, ćwiczenia logicznego myślenia.

Prace długoterminowe ucznia wykonywane indywidualnie lub w grupach: plansze tematyczne, modele figur, brył, gazetki tematyczne, projekty uczniowskie, konkursy wiedzy matematycznej, prezentacje komputerowe promują aktywność, kreatywność oraz wkład pracy ucznia „otwierając” przy tym ich umysł na praktyczne zastosowanie matematyki.

Praca w grupach oceniana w różnych aspektach w zależności od zadań przydzielonych i od ich formy każdorazowo z góry określonych przez nauczyciela motywując każdego członka określonej grupy do współodpowiedzialności za powierzone zadanie. Każdy członek danej grupy otrzymuje odpowiednią za powierzone mu funkcje ocenę.

ŚRODKI DYDAKTYCZNE:

- a) podręczniki Marcina Kurczaba, Elżbiety Kurczab i Elżbiety Świdry, zbiory zadań,
- b) materiały pomocnicze na płycie CD,
- c) kalkulatory,
- d) komputery z połączeniem do Internetu,
- e) modele figur i brył,
- f) plansze tematyczne,
- g) układ współrzędnych,
- h) prasa – analizowanie informacji, np.: danych giełdowych, kursu walut, zmian cen różnych towarów na rynku itp.
- i) druki np. faktur.

Osiąganie zamierzonych celów kształcenia może odbywać się również przez uczestnictwo uczniów w kołach zainteresowań, olimpiadzie a także konkursach matematycznych.

Realizacja programu nie wymaga szczególnych warunków bazowych. Technik ekonomista powinien sprawnie wykorzystywać kalkulator do obliczeń rachunkowych, a także wypełniać druki np. faktury. Znacznie wspomogą jednak realizację **PROGRAMU SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI** wyposażenie pracowni matematycznej



w laptopa, rzutnik multimedialny i ekran, z których korzystaliby nauczyciele uczestniczący w projekcie.

Realizując ten program należy prowadzić obserwacje umożliwiające dokonanie zmian niezbędnych do właściwego funkcjonowania tego programu. Zastrzegam sobie przesuwanie treści materiału zależnie od możliwości poziomu opanowania wiedzy i umiejętności przez uczniów.

OGÓLNE KRYTERIA OCENY OSIĄGNIĘĆ MATEMATYCZNYCH UCZNIĄ:

Podstawą funkcjonowania oceny ucznia w szkole jest wewnętrzny system oceniania. Dla obowiązującej skali ocen: niedostateczny, dopuszczający, dostateczny, dobry, bardzo dobry, celujący proponuję niżej podane kryteria.

Uczeń, który otrzymał stopień **niedostateczny**, nie spełnia kryteriów obowiązujących na ocenę dopuszczającą.

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- ⇒ Intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- ⇒ Rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- ⇒ Potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- ⇒ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- ⇒ Podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ Wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- ⇒ Zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- ⇒ Sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- ⇒ Korzysta z kalkulatora;
- ⇒ Zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- ⇒ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- ⇒ Naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- ⇒ Samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- ⇒ Sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- ⇒ Przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ Zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- ⇒ Zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- ⇒ Rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- ⇒ Rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;

- ⇒ Ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.
- ⇒ Sprawnie przeprowadza rachunki.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- ⇒ Sprawnie przeprowadza rachunki.
- ⇒ Zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- ⇒ Posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- ⇒ Samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- ⇒ Przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- ⇒ Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- ⇒ Stosuje nowe twierdzenia;
- ⇒ Skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- ⇒ Analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- ⇒ Rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych;

Stopień celujący:

Uczeń:

- ⇒ Analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- ⇒ Zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- ⇒ Ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego;
- ⇒ Zna dowody twierdzeń objętych programem;
- ⇒ Rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- ⇒ Buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- ⇒ Stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- ⇒ Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- ⇒ Uczestniczy w konkursach lub olimpiadach matematycznych



5. Projekt ewaluacji programu

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych/ raport	Uwagi
Przed rozpoczęciem programu	a) projekt autorskiego programu nauczania matematyki	1. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia zasoby realizatora? 2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców? 3. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania MKKE? 4. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie? 5. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności? 6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu oceny programu?	Co najmniej 50 % punktów wg arkusza oceny. j.w. j.w. j.w. Tak Co najmniej 50 % punktów wg arkusza oceny	Studium przypadku; analiza wyników diagnozy implementacji KK oraz danych z arkusza oceny programu	Technikum w Zespole Szkół Ogólnokształcących i Zawodowych w Mońkach	Raport ewaluacyjny	



W czasie realizacji programu	b) Skuteczność programu	1. Jakiemu rzędowi nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu?	Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas.	Analiza dokumentów		Raport ewaluacyjny	
W czasie realizacji programu		2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy dydaktycznych.	Analiza dokumentów		Raport ewaluacyjny	
W czasie realizacji programu		3. Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły?	Wzrost o 20% liczby hospitacji dyrektora; udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym.	Analiza dokumentów m.in. wyników monitoringu.		Raport ewaluacyjny	
W czasie realizacji programu		4. Jakiemu rodzaju zabiegów stosował nauczyciel realizujący program?	Przewaga metod aktywizujących nad podającymi.	Analiza dokumentów. Obserwacja.		Raport ewaluacyjny	
Na koniec realizacji programu		5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu?	Co najmniej przeciętne wyniki w skalach KI i JN arkusza.	Ankietowanie uczniów.		Raport ewaluacyjny. Promocja projektu.	
Na koniec realizacji programu		6. W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?	Wzrost o min. 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE.	Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”.		Raport ewaluacyjny. Promocja projektu. Promocja szkoły w środowisku.	
W pewnym czasie od realizacji programu		7. Na ile trwale są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?	Wzrost minimum o 20% średniego wyniku matury z matematyki.	Analiza dokumentów (z wynikami egzaminu maturalnego)		Raport ewaluacyjny. Promocja projektu – konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie.	

6. Bibliografia

- [1] Sobczak M., *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie, Lublin 2009.
- [2] Kurczab M., Kurczab E., Świda E., *Matematyka. Program nauczania w liceach i w technicach*, Oficyna edukacyjna Krzysztof Pazdro, Warszawa 2008.
- [3] Wojciechowska E., *Matematyka. Poradnik dla nauczyciela i program nauczania w zasadniczych szkołach zawodowych*, Wydawnictwo Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 2003.
- [4] Pyrdoł P., Jateczak A., Ciołkosz M., Ciołkosz P., *Matematyka. Program nauczania*, Wydawnictwo Pedagogiczne Operon, Gdynia 2007.
- [5] Lesiak E., Stanisław T., *MATEMATYKA KROK PO ROKU – Program nauczania matematyki dla zasadniczej szkoły zawodowej*, RES POLONA.
- [6] *Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy. Technikum w Zespole Szkół Ogólnokształcących i Zawodowych w Mońkach.*



Autor
Aneta Drozd

MATEMATYKA
(Poziom podstawowy)

**AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH**

W TECHNIKUM EKONOMICZNYM W ŁOMŻY

Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

O Autorze	5
Wstęp	5
1. Cele edukacyjne.....	11
1.1. Ogólne cele edukacyjne	11
1.2. Szczegółowe cele edukacyjne.....	12
1.3. Aspekty wychowawcze szczegółowych celów edukacyjnych	14
2. Treści nauczania	16
3. Opis założonych osiągnięć ucznia	18
4. Ramowy rozkład materiału.....	24
5. Metody oceniania	25
6. Procedury osiągania celów	28
7. Warunki realizacji programu	30
Bibliografia:.....	31



O Autorze

Autorem programu jest mgr matematyki Aneta Drozd – nauczyciel kontraktowy w Zespole Szkół Ekonomicznych i Ogólnokształcących nr 6 w Łomży z pięcioletnim stażem pracy, absolwentka Wydziału Matematyczno – Fizycznego Uniwersytetu w Białymstoku.

Wstęp

Przedstawiony tu program nauczania jest modyfikacją programu „*Matematyka z Plusem*” autorstwa Marcina Karpińskiego, Marcina Braun oraz Jacka Lecha, nr dopuszczenia DKW-4015-37/01. Został opracowany zgodnie z podstawą kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół, w tym z nową podstawą programową z matematyki zatwierdzoną przez Ministra Edukacji Narodowej w dniu 23 sierpnia 2007 roku oraz rozporządzeniem z dnia 28 sierpnia 2007 roku zmieniającym rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów.

Opracowany program jest jednym z elementów udziału w projekcie „*SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI. Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej.*” Projekt ten adresowany jest do 50 szkół Polski Wschodniej. Celem projektu jest zwiększenie dostępności do rozwoju kompetencji kluczowych uczniów szkół ponadgimnazjalnych o profilu zawodowym w Polsce Wschodniej.

Współpraca państw należących do Unii Europejskiej pociąga za sobą przemieszczanie się ludzi, a co się z tym wiąże, konieczność podejmowania przez nich pracy w innych krajach niż te, gdzie uzyskali oni pierwotne kwalifikacje zawodowe. W tej sytuacji niezbędne jest wprowadzenie pewnych ujednoliczeń w systemach edukacyjnych krajów Unii Europejskiej oraz przygotowanie tych obywateli do uczenia się przez całe życie. Parlament Europejski i Rada Europy w dokumencie „*Kompetencje Kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia*” wskazują konieczność wyposażenia młodych ludzi w kompetencje kluczowe, które zdefiniowane są jako te, których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia.

Ustalony w dokumencie wykaz zawiera następujące kompetencje kluczowe:

- porozumiewanie się w języku ojczystym;
- porozumiewanie się w językach obcych;
- kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo-techniczne;
- kompetencje informatyczne;
- umiejętność uczenia się;

- kompetencje społeczne i obywatelskie;
- inicjatywność i przedsiębiorczość;
- świadomość i ekspresja kulturalna;

Kompetencje matematyczne (MKKE) obejmują tu umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego do rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji.

Skonstruowany program nauczania z matematyki szczególną uwagę zwraca na cele, jakie stawia *Parlament Europejski* w jej nauczaniu, t. j.:

- w zakresie **WIEDZY**:
 - W1: rozumienie terminów i pojęć matematycznych;*
 - W2: dobrze opanowana umiejętność liczenia;*
 - W3: znajomość miar i struktur;*
 - W4: znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej;*
 - W5: świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź;*
- w zakresie **UMIEJĘTNOŚCI**:
 - U1: stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),*
 - U2: śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny),*
 - U3: przekazywać komunikaty stosując język matematyczny,*
 - U4: korzystać z tekstu matematycznego.*
- w zakresie **POSTAW**:
 - P1: przejawiać szacunek dla prawdy,*
 - P2: dążyć do szukania przyczyn,*
 - P3: oceniać zasadność wnioskowań i działań.*

Wybrane kompetencje kluczowe szczególności obejmują:

W5: świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź:

- rozumie, że algorytm to niezawodny przepis postępowania;
- wie, że rozumowanie przez analogię jest czasem zawodne;
- rozpoznaje sytuację, w której twierdzenia nie można zastosować;
- wysnuwa proste wnioski z danego twierdzenia w konkretnej sytuacji;
- rozumie rolę matematyzacji, uogólniania i specyfikacji;
- wskaże sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej: obliczanie podatków, zyski z lokat, kredyty bankowe, zakupy, szacowanie kosztów, budżet domowy, analiza techniczna, giełda, obliczanie niezbędnej ilości materiałów, wykorzystując pola powierzchni lub objętość, przeliczanie jednostek, itp. zużycie paliwa, planowanie podróży, gry losowe, hazard, sport, statystyka, logika wypowiedzi, proporcjonalność prosta – np. kulinaria, projektowanie przestrzeni, zadania optymalizacyjne: krawiectwo, budownictwo, największy zysk, koszt, strata.

U3: przekazywać komunikaty stosując język matematyczny

- kojarzy zwroty języka naturalnego z odpowiednimi terminami matematycznymi, czynności konkretne z operacjami abstrakcyjnymi, wielkości z liczbami;
- wyraża w języku matematyki informacje podane werbalnie, rysunkiem, schematem, tabelą, diagramem oraz zaobserwowane w rzeczywistości;

- przedstawia werbalnie, za pomocą zwrotów języka naturalnego, informacje zapisane w języku matematyki;
- przedstawia werbalnie informacje zapisane rysunkiem, grafem, schematem, wykresem, tabelą, diagramem;
- zapisuje symbolicznie definicje pojęć;
- formułuje twierdzenia w postaci implikacji;
- zapisuje symbolicznie dowody twierdzeń;
- przedstawia dane za pomocą tabel, diagramów, grafów, wzorów;
- zapisuje wzory, zależności matematyczne stosując symbolikę matematyczną, podaje opis zależności w postaci funkcji;
- opisuje zbiory za pomocą układów nierówności i równań;
- prezentuje wyniki badań używając terminologii z zakresu języka matematycznego, używa przybliżeń;
- tworzy wypowiedzi matematyczne i wartościuje je;
- buduje wypowiedzi poprawne pod względem pojęciowym i logicznym;
- przygotowuje i wygłasza krótki referat na wybrany temat matematyczny;

P2: dążyć do szukania przyczyn

- rozumie potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach;
- przewiduje skutki planowanych działań;
- rozważa różne przypadki nie ograniczając się do przypadków szczególnych;
- wnikliwie analizuje problem;

Przedstawiony program nauczania przeznaczony jest do realizacji w zakresie podstawowym w Technikum Ekonomicznym nr 6 w Zespole Szkół Ekonomicznych i Ogólnokształcących (ZSE i O) nr 6 w Łomży na kierunku technik handlowiec, ale równie dobrze nadaje się do wdrażania w zawodzie technikum ekonomicznym. W roku szkolnym 2008/2009 w zespole szkół rozpoczęło naukę 828 uczniów, w tym technikum – 375 uczniów, w liceum profilowanym 155 i w liceum ogólnokształcącym – 298. Większość z nich (około 55%) pochodzi z terenów wiejskich i małych miasteczek. Do szkoły trafiają uczniowie średnio zdolni, przeciętni, z raczej niskimi predyspozycjami i umiejętnościami matematycznymi. Średnia ocen z matematyki w klasach technikum w I semestrze 2008/2009 wyniosła 2,38. Ucząca się młodzież pochodzi z rodzin osiągających średnie i niskie dochody. Szkoła posiada dość dobrą bazę dydaktyczną: posiada 3 sale komputerowe z dostępem do Internetu, 2 Multimedialne Centra Informacyjne, 7 pracowni wyposażonych w zestawy audiowizualne a także pracownię z tablicą multimedialną.

Łomża położona jest w zachodniej części województwa podlaskiego. Miasto leży nad Narwią i stanowi wraz z całą Ziemią Łomżyńską część Zielonych Płuc Polski, które są regionem wyjątkowym w skali europejskiej, ze względu na nieskazitelną przyrodę i wyjątkowe walory krajobrazowe. Łomża pełni funkcję głównego ośrodka gospodarczego, kulturalnego i edukacyjnego regionu. Zamieszkują ją około 63 tys. mieszkańców. Miasto te jest ważnym węzłem międzynarodowego transportu. Łomża jest także miejscem koncentracji pozarolniczej działalności gospodarczej i instytucji otoczenia biznesu. Znaczną rolę w mieście odgrywa edukacja na wielu poziomach kształcenia. Stopa bezrobocia na terenie miasta sięga 13% i utrzymuje się na dość wysokim poziomie od wielu lat. Tak więc szczególnie ważne jest tu przygotowanie młodych ludzi do udanego wejścia na rynek pracy, aby byli atrakcyjnymi kandydatami dla pracodawców w regionie, a także poza nim.

Przeprowadzona diagnoza implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy w Technikum Ekonomicznym nr 6 w Łomży wskazała słabe strony takie jak:

- Niską motywację młodzieży do nauki,
- Dysproporcje w wiedzy i umiejętnościach pomiędzy młodzieżą miejską a wiejską, które widoczne są podczas rekrutacji do szkoły,
- Niechęć młodzieży do poszerzania swojej wiedzy,
- Problemy uczniów w porozumiewaniu się w różnych sytuacjach,
- Brak u uczniów planowania, organizowania i oceniania własnego uczenia się,
- Brak umiejętności planowania ścieżki kariery zawodowej
- Niską przedsiębiorczość własną uczniów,
- Brak współpracy nauczycieli przedmiotów zawodowych i zawodowych,
- Brak u uczniów umiejętności łączenia teorii z praktyką
- Brak zaznaczenia kompetencji kluczowych w podstawie programowej i programach nauczania,
- Brak ciekawości zawodowej uczniów technikum
- Niską zdawalność egzaminów potwierdzających kwalifikacje zawodowe,
- Brak zastosowania skutecznych aktywizujących metod nauczania na zajęciach edukacyjnych.
- Powolne dostosowywanie się systemu edukacji do rynku pracy.

W celu niwelowania powyższych nieprawidłowości skuteczne byłoby kształcenie kompetencji kluczowych, gdyż mogą one przyczynić się do udanego życia w społeczeństwie. Dobre opanowanie kompetencji kluczowych takich jak: podstawowe umiejętności językowe, czytania, pisania liczenia i umiejętności w zakresie technologii informacyjnych i komunikacyjnych jest niezbędną podstawą uczenia się. Umiejętność uczenia się sprzyja wszelkim innym działaniom kształceniowym. Niektóre zagadnienia mają zastosowanie we wszystkich elementach ram odniesienia: krytyczne myślenie, kreatywność, inicjatywność, rozwiązywanie problemów, ocena ryzyka, podejmowanie decyzji i konstruktywne kierowanie emocjami są istotne w kształtowaniu kompetencji kluczowych.

Współpraca z nauczycielami przedmiotów zawodowych wskazuje, iż istotnym czynnikiem w nauczaniu matematyki w zawodzie technik handlowiec jest również wyposażenie uczniów w wiadomości i umiejętności matematyczne, które są niezbędne w nauczaniu przedmiotów zawodowych. Kształtowanie umiejętności matematycznych nieodzownych w zawodzie przede wszystkim będzie odbywało się w klasie pierwszej poprzez nabycie przez uczniów sprawności rachunkowej w dziale „Liczby rzeczywiste”, a także przy szerokim omawianiu zagadnień dotyczących obliczeń procentowych. W klasie drugiej w szczególności ważne będzie poświęcenie dodatkowych godzin na procent składany w dziale „Ciągi”, natomiast w klasie trzeciej istotne będą zagadnienia w dziale „Statystyka”.

Badania dydaktyczne nad nauczaniem matematyki, a także wyniki egzaminów zewnętrznych, dostarczają niepokojących informacji na temat skuteczności tego procesu. Poziom matematycznych osiągnięć uczniów jest niski, a do tego panuje nieuzasadnione przekonanie o tym, że matematyka jest dostępna tylko dla wybranych, szczególnie uzdolnionych osób. Tymczasem postępujący rozwój technologii wymaga od każdego jej użytkownika znajomości matematyki, jej metod i języka. Dydaktycy matematyki



poszukując uwarunkowań trudności w uczeniu się matematyki wskazują duże nieprawidłowości w sposobie jej nauczania.

W związku z powyższymi uwagami przedstawiony program zakłada przede wszystkim intensywne rozwijanie umiejętności praktycznych stosowania matematyki, w tym wykorzystania matematyki do rozwiązywania problemów związanych ze zdobywanym zawodem, co jest niezbędne, aby młody człowiek mógł się odnaleźć we współczesnym świecie.

Program przeznaczony jest do realizacji w czteroletnim technikum handlowym w wymiarze trzech godzin tygodniowo w klasie I oraz dwóch godzin w klasie II, III i IV. Program ten jest programem liniowym, co oznacza, że każda następna część materiału jest dalszym ciągiem poprzedniej.



1. Cele edukacyjne

1.1. Ogólne cele edukacyjne

Matematyka jest jednym z głównych przedmiotów w szkole ponadgimnazjalnej i od 2010 roku będzie przedmiotem obowiązkowym na egzaminie maturalnym.

Jej duże znaczenie polega m.in. na tym, że:

- jest potrzebna do nauki innych przedmiotów (w tym zawodowych) w szkole ponadgimnazjalnej a także na studiach wyższych (i to nie tylko na kierunkach typowo ścisłych, ale także psychologii, socjologii, ekonomii, itp.);
- pozwala kształcić zdolność logicznego myślenia potrzebną w zawodzie technik handlowiec, a także w życiu codziennym;
- pozwala lepiej rozumieć i przewidywać zjawiska przyrodnicze, techniczne, ekonomiczne i społeczne;
- nauczanie tego przedmiotu pozwala osiągać także wymienione niżej cele wychowawcze.

Nauczyciel matematyki uwzględniając rozwój intelektualny ucznia i jego wychowanie powinien realizować następujące cele:

Rozwój intelektualny

- Rozwijanie logicznego myślenia. (W1, W5, P1, P2, P3)
- Doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie technik handlowiec. (W2, W3)
- Kształtowanie wyobraźni przestrzennej. (W3, U4)
- Wykształcenie umiejętności planowania rozwiązania problemu matematycznego i realizacji tego planu. (W4, W5, U2, U4, P3)
- Rozwijanie umiejętności czytania ze zrozumieniem różnego rodzaju tekstów zawierających informacje ilościowe (w tym diagramów, wykresów, tabel itp.) oraz opisu zjawisk z różnych dziedzin życia za pomocą tabel, wykresów i diagramów. (W4, U1, U3, U4)
- Rozwijanie umiejętności prawidłowej interpretacji tekstów zawierających dane statystyczne. (W4, U1, U4, U5)
- Rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin wiedzy. (W1, W4, W5, U1, U3)
- Doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym – w tym podręcznikiem – oraz innymi źródłami informacji matematycznej. (W1, W4)
- Wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz tworzenia modeli matematycznych w odniesieniu do różnych sytuacji życia codziennego, innych dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie technik handlowiec. (U1)
- Wykształcenie podstaw matematycznych do zrozumienia zjawisk przyrodniczych, społecznych, technicznych i gospodarczych. (U1, P2)

- Rozwijanie zdolności stawiania hipotez i ich dowodzenia, odróżniania hipotezy od udowodnionego faktu. (U2, U5, P1, P2, P3)
- Kształtowanie umiejętności używania symboli, schematów, rysunków i wykresów. (W1, U4)

Wychowanie

- Kształtowanie pozytywnego stosunku do podejmowania aktywności intelektualnej i rozbudzanie ciekawości intelektualnej.
- Nauczanie dobrej organizacji pracy, systematyczności i pracowitości.
- Wykształcenie umiejętności prowadzenia merytorycznej dyskusji mającej na celu dojście do optymalnego rozwiązania. (P3)
- Wykształcenie krytycznego stosunku do własnych poglądów i umiejętności zmiany zdania pod wpływem racjonalnych argumentów. (P1, P2, P3)
- Nauczenie zrozumiałego przedstawiania informacji. (U3)
- Wykształcenie umiejętności argumentowania. (U3, P3)
- Wykształcenie umiejętności planowania pracy.
- Wykształcenie umiejętności współpracy w grupie.
- Umożliwienie podejmowania świadomych decyzji dotyczących społeczeństwa, gospodarki i środowiska naturalnego poprzez umiejętności będących podstawą rozumienia zjawisk gospodarczych, społecznych i przyrodniczych.
- Wykształcenie umiejętności samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji oraz samokształcenia. (P1, P2, U4)

1.2. Szczegółowe cele edukacyjne

Cele te podano z podziałem na klasy oraz cztery główne kategorie celów edukacyjnych. Szczegółowe treści kształcenia oraz odpowiadające im cele edukacyjne i osiągnięcia uczniów zostały oznaczone symbolami w następujący sposób:

- *znajduje się w PP, ST_WYM i MKKE oraz jest istotny dla kształcenia w zawodzie;*
- ❖ *nie występuje w PP i ST_WYM, ale jest ważny dla MKKE;*
- *nie występuje w PP i ST_WYM, ale jest ważny dla kształcenia w zawodzie;*
- ⇒ *występuje w PP dla wcześniejszych etapów kształcenia i jest ważny dla MKKE i kształcenia w zawodzie.*

KLASA I

Wykształcenie umiejętności posługiwania się obiektami abstrakcyjnymi

- Uporządkowanie i uzupełnienie wiadomości i umiejętności dotyczących działań na liczbach rzeczywistych oraz wyrażeniach algebraicznych.
- ❖ Wprowadzenie podstawowych pojęć dotyczących zbiorów i ich zastosowania do zbiorów liczbowych.
- ❖ Wprowadzenie podstawowych pojęć dotyczących zdań logicznych.

Wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych

- ⇒ Powtórzenie wiadomości i umiejętności dotyczących zastosowania równań, nierówności i układów równań liniowych do rozwiązywania różnorodnych problemów.



- Wykształcenie umiejętności rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych oraz ich stosowania.
- Wykształcenie umiejętności opisu sytuacji za pomocą funkcji i rozumienia zależności pomiędzy własnościami funkcji a własnościami opisanej przez nią sytuacji.
- Wykształcenie umiejętności rozwiązywania problemów prowadzących do poszukiwania ekstremum funkcji kwadratowej.
- Wykształcenie umiejętności zastosowania funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w sytuacjach praktycznych.

Wykształcenie umiejętności projektowania i wykonywania obliczeń

- ⇒ Utrwalenie umiejętności z zakresu gimnazjum dotyczących wykonywania działań na liczbach rzeczywistych.
- Rozszerzenie działania potęgowania na potęgi o wykładniku wymiernym.
- ⇒ Utrwalenie umiejętności rozwiązywania zadań praktycznych z użyciem procentów.
- ⇒ Doskonalenie umiejętności szacowania wartości liczbowych.
- ⇒ Doskonalenie umiejętności zapisu liczb w notacji wykładniczej i wykonywania działań na takich liczbach.
- ❖ Zapoznanie z wykorzystaniem komputera do rysowania wykresów funkcji (w miarę możliwości technicznych).

KLASA II

Wykształcenie umiejętności posługiwania się obiektami abstrakcyjnymi

- ⇒ Utrwalenie wiadomości i umiejętności wykonywania działań dodawania, odejmowania i mnożenia wielomianów.
- ⇒ Utrwalenie wiadomości i umiejętności dotyczących figur geometrycznych na płaszczyźnie.
- Uzupełnienie wiadomości i umiejętności z zakresu planimetrii o zagadnienia dotyczące związków wielokątów i okręgów, przekształceń geometrycznych oraz podobieństwa.
- Wykształcenie umiejętności stosowania elementów geometrii analitycznej.

Wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych

- Wykształcenie umiejętności rozwiązywania równań wielomianowych oraz prostych równań wykładniczych i logarytmicznych do rozwiązywania różnorodnych problemów.
- Wykształcenie umiejętności opisywania różnorodnych zjawisk za pomocą ciągów oraz wykorzystania własności ciągu geometrycznego i arytmetycznego do badania takich zjawisk.
- Wykształcenie umiejętności stosowania metod geometrii analitycznej.

KLASA III

Wykształcenie umiejętności posługiwania się obiektami abstrakcyjnymi

- Zapoznanie z podstawowymi pojęciami statystyki opisowej.
- Zapoznanie z podstawowymi pojęciami rachunku prawdopodobieństwa i wykształcenie umiejętności ich stosowania.

Wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych

- ⇒ Wykształcenie umiejętności wykorzystania pojęcia podobieństwa.

- Wykształcenie umiejętności opisywania zjawisk wzrostu i zaniku za pomocą funkcji wykładniczej oraz wykorzystania własności tej funkcji oraz pojęcia logarytmu do badania takich zjawisk.
- Zapoznanie z zastosowaniem logarytmów do opisu sytuacji praktycznych.
- Wykształcenie umiejętności czytania ze zrozumieniem informacji zawierających dane statystyczne.
- Wykształcenie umiejętności stosowania podstawowych pojęć statystyki do opisu różnorodnych sytuacji.
- Wykształcenie umiejętności rozwiązywania prostych problemów kombinatorycznych za pomocą zasady mnożenia.
- ❖ Wykształcenie umiejętności rozwiązywania problemów kombinatorycznych z wykorzystaniem permutacji i wariacji.
- Wykształcenie umiejętności rozwiązywania prostych problemów probabilistycznych za pomocą klasycznej definicji prawdopodobieństwa, metody drzew i poznanych metod kombinatoryki.

Wykształcenie umiejętności projektowania i wykonywania obliczeń

- Wykształcenie umiejętności wykonywania obliczeń dotyczących prawdopodobieństwa.
- Wykształcenie umiejętności obliczania średnich i parametrów rozproszenia.
 - Wykształcenie umiejętności samodzielnego prowadzenia prostych badań statystycznych i przedstawiania ich wyników za pomocą poznanych pojęć.
- Wykształcenie umiejętności szacowania liczb niewymiernych spotykanych w obliczeniach geometrycznych.
- Wykształcenie umiejętności przekształcania wyrażeń wymiernych.

KLASA IV

Dodatkowym szczegółowym celem nauczania w klasie trzeciej jest powtórzenie materiału przed egzaminem dojrzałości.

Wykształcenie umiejętności posługiwania się obiektami abstrakcyjnymi

- Wykształcenie umiejętności posługiwania się pojęciami geometrii przestrzennej w zadaniach praktycznych.

Wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych

- Wykształcenie umiejętności stosowania metod stereometrii w życiu codziennym.

1.3. Aspekty wychowawcze szczegółowych celów edukacyjnych

Lekcje matematyki są okazją nie tylko do rozwoju intelektualnego uczniów, ale i do wychowania. Ogólne cele wychowawcze zostały wymienione wyżej. Tutaj przedstawione zostaną szczegółowe cele powiązane z poszczególnymi treściami i umiejętnościami matematycznymi.

Rozdział	Uczeń:
KLASA I	
Logika i zbiory	— wykazuje się starannością przy budowie i przekształcaniu zdań logicznych, — docenia znaczenie stosowania zasad logiki w rzetelnych dyskusjach, — uczy się szacunku dla wysiłku intelektualnego,



Liczby rzeczywiste	— wykazuje się starannością w działaniach na liczbach; rozumie, że nawet drobny błąd może prowadzić do całkowicie nieprawidłowego wyniku, — rozumie i docenia praktyczne znaczenie wiadomości matematycznych,
Algebra	— wykazuje się starannością w obliczeniach algebraicznych, — z zaangażowaniem rozwiązuje różnorodne problemy za pomocą narzędzi algebry, wykazując przy tym dociekliwość poznawczą,
Funkcje	— wykazuje się dokładnością w rysowaniu i odczytywaniu wykresów, — rozumie jak ważne jest staranne wykonanie wykresu dla jego poprawnej interpretacji, — docenia znaczenie matematyki w rozwiązywaniu problemów optymalizacyjnych, przez co uczy się szacunku dla wiedzy,
Trygonometria	— wykazuje się starannością przy wykonywaniu i przekształcaniu rysunków, — pamięta o przyniesieniu na lekcję odpowiednich przyrządów kreślarskich i kalkulatora, — dba o ład na stanowisku pracy,
KLASA II	
Planimetria	— wykazuje się starannością przy wykonywaniu i przekształcaniu rysunków, — dzięki rozwiązywaniu zadań uczy się samodzielności intelektualnej i dociekliwości, — dba o ład na stanowisku pracy (zwłaszcza podczas lekcji wymagających używania znacznej liczby przyrządów), — rozwiązując niestandardowe problemy uczy się podejmować wysiłek intelektualny i nie rezygnować pomimo początkowych trudności,
Wielomiany	— wykazuje staranność, dokładność i cierpliwość przy złożonych obliczeniach,
Ciągi	— wykazuje staranność w rozwiązywaniu zadań, — poznając zasady lokat i kredytów bankowych, kształci oszczędność i umiejętność racjonalnego gospodarowania pieniędzmi,
KLASA III	
Funkcja wykładnicza i logarytmiczna	— wykazuje staranność przy wykonywaniu wykresów, — rozumie zagrożenia związane ze zjawiskami o wzroście wykładniczym (np. inflacja, rozwój bakterii),
Planimetria	Jak w klasie II
Statystyka opisowa	— wykazuje się starannością, sumiennością i rzetelnością przy opracowywaniu danych statystycznych, — rzetelnie przygotowuje i prowadzi proste badania ankietowe, — wykazuje się uprzejmością podczas ankietowania respondentów, — wykazuje się dyskrecją przy anonimowych ankietach, — rozumie zagrożenia związane z nierzetelnym prezentowaniem danych statystycznych i stara się przeciwdziałać tym zagrożeniom,
Kombinatoryka i prawdopodobieństwo	— wykazuje się starannością podczas obliczeń, — docenia umiejętność wykorzystania rachunku prawdopodobieństwa w różnych sytuacjach z życia codziennego, — z zaangażowaniem rozwiązuje zadania, — rozumie zagrożenia związane z uczestnictwem w różnych grach losowych,
Funkcje wymierne	— starannie rysuje wykresy, — wykazuje się dokładnością w obliczeniach,
KLASA IV	
Powtórzenie	— wykazuje się sumiennością i jest świadomy konsekwencji podejmowanych działań podczas powtarzania wiadomości z lat ubiegłych,
Stereometria	— wykazuje się szczególną starannością i precyzją w wykonywaniu rysunków brył trójwymiarowych, — zawsze nosi na lekcje przybory kreślarskie, — docenia zastosowania zdobytej wiedzy w innych dziedzinach życia.

2. Treści nauczania

KLASA I

Treści	Komentarze
LOGIKA I ZBIORY	
Zdania logiczne	Zdania i spójniki logiczne, wynikanie i równoważność.
Zbiory	Podstawowe pojęcia dotyczące zbiorów, działania na zbiorach.
LICZBY RZECZYWISTE	
Zbiory liczbowe	Liczby: naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne. Liczby pierwsze i złożone. Przedziały liczbowe.
Działania na liczbach	Działania na liczbach wymiernych, potęga o wykładniku wymiernym, działania na potęgach i pierwiastkach. Wartość bezwzględna liczby.
Obliczenia praktyczne	Szacowanie i przybliżenia, błąd przybliżenia, działania na procentach, notacja wykładnicza.
ALGEBRA	
Powtórzenie	Wyrażenia algebraiczne, równania i nierówności liniowe, układy równań liniowych, ich zastosowanie.
Równania i nierówności kwadratowe	Rozwiązywanie równań i nierówności kwadratowych, zastosowanie ich do rozwiązywania zadań
FUNKCJE	
Własności funkcji	Pojęcie funkcji, przykłady, odczytywanie własności z wykresu. Zastosowanie funkcji do opisu różnorodnych zależności. Przesuwanie wykresów funkcji.
Funkcja liniowa	Wykres i własności. Wyznaczanie wzoru.
Funkcja kwadratowa	Różne postaci funkcji kwadratowej, rysowanie wykresów, znajdowanie współrzędnych wierzchołka i miejsc zerowych. Zastosowanie do rozwiązywania prostych zadań na ekstrema.
TRYGONOMETRIA	
Funkcje trygonometryczne kąta ostrego	Funkcje trygonometryczne kąta ostrego. Zastosowanie do sytuacji praktycznych, wartości funkcji dla różnych kątów. Tożsamości trygonometryczne.

KLASA II

PLANIMETRIA	
Figury geometryczne	Punkty, proste, odcinki, kąty, trójkąty, wielokąty, okręgi, kąty w kole, pola i obwody figur
Przekształcenia geometryczne	Symetrie i przesunięcia
WIELOMIANY	
Działania na wielomianach	Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów. Równość wielomianów. Postać iloczynowa wielomianu.
CIAGI	
Pojęcie ciągu	Pojęcie i przykłady ciągów.
Ciąg arytmetyczny i geometryczny	Przykłady, definicja, wzór ogólny, zastosowania. Procent składany.



KLASA III

STATYSTYKA OPISOWA	
Czytanie źródeł informacji	Tabele, różnego rodzaju diagramy.
Średnie i parametry rozrzutu	Średnia arytmetyczna, mediana, moda, wariancja, odchylenie standardowe. Metody obliczania i interpretacja.
Zbieranie i opracowywanie danych	Samodzielne prowadzenie prostych ankiet i sporządzanie ich wyników.
LOGARYTMY I FUNKCJA WYKŁADNICZA	
Logarytmy	Pojęcie i własności logarytmów. Proste równania logarytmiczne.
Funkcja wykładnicza	Wykresy, własności, zastosowania.
PLANIMETRIA	
Wielokąty	Wielokąt wpisany w okrąg i opisany na okręgu. Twierdzenie Talesa, figury podobne.
HIPERBOLE	
Wyrażenia wymierne	Pojęcie wyrażenia wymiernego. Działania na wyrażeniach wymiernych, wyznaczanie dziedziny.
Hiperbole	Wykres i własności.
KOMBINATORYKA I PRAWDOPODOBIENSTWO	
Kombinatoryka	Zasada mnożenia.
Prawdopodobieństwo	Klasyczna definicja prawdopodobieństwa.

KLASA IV

KOMBINATORYKA I PRAWDOPODOBIENSTWO	
Prawdopodobieństwo	Obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń.
STEREOMETRIA	
Wielościany	Graniastosłupy i ostrosłupy, własności miarowe. Wzajemne położenie krawędzi i ścian brył. Zastosowanie trygonometrii. Objętości i pola powierzchni.
Bryły obrotowe	Stożek, kula i walec. Zastosowanie trygonometrii. Objętości i pola powierzchni.
POWTÓRZENIE	
Działania na liczbach	Działania na liczbach rzeczywistych (w szczególności własności potęg, pierwiastków i logarytmów). Obliczenia procentowe (w tym procent składany).
Ciągi	Własności i zastosowania ciągu arytmetycznego i geometrycznego.
Funkcje	Pojęcie funkcji, funkcja liniowa, funkcja kwadratowa, wielomiany.

3. Opis założonych osiągnięć ucznia

W opisie uwzględniono podział umiejętności pomiędzy klasy oraz klasyfikacje ich na odpowiednie poziomy wymagań (konieczne — ocena dopuszczająca, podstawowe — ocena dostateczna, rozszerzające — ocena dobra, dopełniające — ocena bardzo dobra). Klasyfikacja podwójna, np. K/P, oznacza, że prostsze zadania dotyczące danego zagadnienia należy traktować jako wymagane na poziomie K, a trudniejsze — P.

Za wymagania na poziomie W należy uznać spełnienie wszystkich wymagań z poziomów niższych oraz umiejętność rozwiązywania zadań znacznie wykraczających poza wymagania na poziomie D stopniem trudności lub tematyką.

WYMAGANIA	KLASA			
	I	II	III	IV
ZBIORY				
Uczeń: — buduje zdania w formie wynikania i równoważności oraz ze zwrotem „dla każdego” i „istnieje” — buduje zdania złożone za pomocą spójników — zna nazwy: koniunkcja, alternatywa, symbole spójników oraz wynikania i równoważności — zna pojęcia: zbiór, suma i część wspólna zbiorów — zapisuje przedziały i zaznacza je na osi liczbowej — znajduje sumę i iloczyn danych przedziałów i zaznacza je na osi liczbowej — zaznacza na osi liczbowej zbiory określone koniunkcją lub alternatywą nierówności — wykonuje działania na różnych zbiorach liczbowych	K P P K K P P D			
LICZBY RZECZYWISTE				
Uczeń: — podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych; pierwszych i złożonych, potrafi zakwalifikować daną liczbę do jednego z tych rodzajów — zamienia skończone rozwinięcie dziesiętne na ułamek zwykły i na odwrot — rozumie pojęcie rozwinięcia okresowego, znajduje rozwinięcia dziesiętne ułamków zwykłych — wie, że suma, różnica, iloczyn i iloraz liczb wymiernych są liczbami wymiernymi — umie pokazać na przykładach, że suma (różnica, iloczyn i iloraz) liczb niewymiernych może być zarówno liczbą wymierną, jak i niewymierną — wykonuje działania na liczbach wymiernych: cztery działania arytmetyczne, potęgach o wykładniku całkowitym także z użyciem kalkulatora — znajduje wartość bezwzględną liczby — upraszcza pierwiastki i znajduje ich przybliżone wartości za pomocą kalkulatora — upraszcza wyrażenia zawierające potęgi o wykładniku wymiernym i pierwiastki	K K P/R P D K P K P/R			



<p>— usuwa niewymierności z mianownika — zapisuje i odczytuje liczby w notacji wykładniczej — posługuje się notacją wykładniczą w obliczeniach — oblicza procent danej liczby — zwiększa i zmniejsza liczbę o dany procent, porównuje liczby używając procentów — rozwiązuje zadania z procentami dotyczące m.in. płac, cen, podatków, także z użyciem równań i układów równań liniowych — zaokrągla liczby z podaną dokładnością — szacuje wyniki działań i wielkości ze świata rzeczywistego — wykorzystuje umiejętność szacowania w bardziej złożonych sytuacjach, oblicza błąd względny przybliżenia — oblicza wartość logarytmu:</p> <ul style="list-style-type: none"> • w najprostszych wypadkach (np. $\log_2 4$) • dziesiętnego lub naturalnego za pomocą kalkulatora lub komputera 	<p>P/R P R/D K P R/D K P/R D P P D</p>		<p>K P</p>	
RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI				
<p>Uczeń:</p> <p>— oblicza wartość liczbową wyrażenia algebraicznego — przekształca sumy i różnice wielomianów — rozwiązuje równania i nierówności liniowe oraz układy równań liniowych i zadania z treścią prowadzące do takich równań, nierówności i układów — rozwiązuje równania niepełne kwadratowe — rozwiązuje zadania prowadzące do równań niepełnych kwadratowych — rozwiązuje równania kwadratowe — rozwiązuje zadania prowadzące do równań kwadratowych — rozwiązuje nierówności kwadratowe — rozwiązuje zadania prowadzące do nierówności kwadratowych — rozpoznaje wielomiany, dodaje je, odejmuje i mnoży przez liczbę — mnoży wielomian przez dwumian — mnoży wielomiany — znajduje pierwiastki wielomianu zapisanego w postaci iloczynu czynników liniowych i kwadratowych — dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne:</p> <ul style="list-style-type: none"> • o jednakowych mianownikach • o różnych mianownikach <p>— wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego — mnoży i dzieli wyrażenia wymierne — rozwiązuje równania wymierne i stosuje je do rozwiązywania prostych zadań — rozwiązuje proste równania wykładnicze, np.</p> <ul style="list-style-type: none"> • $2^x = 8$ • $2^{x+1} = 16$ • $2^{x+4} = 16^5$ <p>— korzysta ze wzorów na logarytm iloczynu, ilorazu i potęgi — rozwiązuje równania logarytmiczne np. $\log_2 x = 5, \log_x 7 = -2$</p>	<p>K K K/P K P P P/R P R P K K P P P P</p>		<p>K P P/R K P</p>	
FUNKCJE				
<p>Uwaga. <i>Funkcje trygonometryczne oraz ciągi zostały ujęte w osobnych działach.</i> Uczeń:</p> <p>— odczytuje z wykresu wartości funkcji, argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość, miejsca zerowe i przedziały, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie i ujemne — odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, wartość najmniejszą i największą, przedziały monotoniczności — podaje przykłady funkcji</p>	<p>K K P</p>			

<p>— posługuje się różnymi sposobami opisu funkcji</p> <p>— znając zależności między wielkościami, szkicuje wykres funkcji opisującej tę zależność</p> <p>— rysuje wykres funkcji liniowej</p> <p>— wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres spełnia dane warunki</p> <p>— rozwiązuje zadania dotyczące funkcji liniowej i jej zastosowań</p> <p>— z wykresu funkcji f uzyskuje wykres funkcji:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $f(x) + a$ • $f(x - a)$ • $f(x - a) + b$ <p>— rysuje wykres funkcji kwadratowej</p> <p>— rozwiązuje zadania z treścią prowadzące do poszukiwania ekstremum funkcji kwadratowej</p> <p>— szkicuje wykres dowolnej funkcji wykładniczej</p> <p>— wyjaśnia, w jaki sposób własności funkcji postaci $y = a^x$ zależą od liczby a; odczytuje własności funkcji wykładniczej z jej wykresu</p> <p>— wykorzystuje własności funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań opisywanych za pomocą takich funkcji</p> <p>— wykorzystuje logarytmy w badaniu zjawisk opisywanych za pomocą funkcji wykładniczej</p> <p>— rysuje wykres funkcji postaci:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $y = \frac{a}{x}$ • $y = \frac{a}{x} + b$ • $y = \frac{a}{x-c} + b$ <p>i odczytuje z niego własności funkcji</p>	<p>P/D P/R</p> <p>K P P/D</p> <p>K P R K/R R/D</p>		<p>K P/R</p> <p>P/R</p> <p>P/R</p> <p>K P R</p>	
CIĄGI LICZBOWE				
<p>Uczeń:</p> <p>— rozumie intuicyjnie pojęcie ciągu, oblicza dany wyraz ciągu</p> <p>— znajduje regułę, którą można opisać ciąg, którego kolejne wyrazy zostały podane i w prostych wypadkach zapisuje ją wzorem,</p> <p>— rozumie intuicyjnie pojęcie ciągu arytmetycznego (geometrycznego), podaje i rozpoznaje przykłady</p> <p>— potrafi utworzyć kolejne wyrazy ciągu arytmetycznego (geometrycznego), znając pierwszy wyraz i różnicę (iloraz)</p> <p>— zna wzór ogólny ciągu arytmetycznego (geometrycznego), potrafi znaleźć wzór takiego ciągu, mając dane jego kolejne wyrazy</p> <p>— znajduje wzór ciągu arytmetycznego (geometrycznego) na podstawie podanych informacji</p> <p>— korzystając z własności ciągu arytmetycznego (geometrycznego), bada zjawiska opisane przez taki ciąg</p> <p>— oblicza odsetki lokat:</p> <ul style="list-style-type: none"> • rocznych według podanego oprocentowania • w procencie składanym • w różnych okresach kapitalizacji <p>— porównuje oferty banków i instytucji finansowych</p>		<p>K P/R</p> <p>K</p> <p>P</p> <p>P/R</p> <p>P/D</p> <p>R/D</p> <p>K P R D</p>		
PLANIMETRIA				
<p>Uczeń:</p> <p>— zna i rozumie pojęcia, zna własności figur:</p> <ul style="list-style-type: none"> • punkt, prosta, odcinek, półprosta • równoległość, prostopadłość • punkty współliniowe, symetralna odcinka • kąty przyległe, wierzchołkowe, naprzemianległe • trójkąt równoboczny, równoramienny • ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny • kwadrat, prostokąt, równoległobok, romb, trapez 	<p>K K P P K K K</p>			



<p>— rysuje okrąg o równaniu danym w postaci:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $x^2 + y^2 = r^2$ • $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ <p>— sprawdza analitycznie czy dany punkt leży na danym okręgu</p>		P		
FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE KĄTA OSTREGO				
<p>Uczeń:</p> <p>— znając długości boków trójkąta prostokątnego, potrafi obliczyć funkcje trygonometryczne jego kątów</p> <p>— wykonuje proste rachunki z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych, także z zastosowaniem kalkulatora</p> <p>— stosuje funkcje trygonometryczne kąta ostrego do:</p> <ul style="list-style-type: none"> • prostych zadań geometrycznych • prostych sytuacji życia codziennego • trudniejszych zadań <p>— samodzielnie rozpoznaje sytuacje, w których może zastosować funkcje trygonometryczne</p> <p>— korzysta z podanych wartości funkcji kątów $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ do rozwiązywania prostych zadań</p> <p>— zna wartości funkcji tych kątów i wykorzystuje je do rozwiązywania zadań</p> <p>— zna „jedynekę trygonometryczną” i korzysta z niej do wyznaczenia wartości jednej z funkcji, gdy dana jest inna</p> <p>— zna wzory: $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha, \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha,$ $\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha, \operatorname{ctg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha},$ $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$</p> <ul style="list-style-type: none"> • i wykorzystuje je do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych • wykorzystuje te wzory do upraszczania wyrażeń 	<p>K</p> <p>P/R</p> <p>K</p> <p>P</p> <p>R</p> <p>R</p> <p>K</p> <p>P/D</p> <p>P</p> <p>P</p> <p>P/R</p> <p>D</p>			
STEREOMETRIA				
<p>Uczeń:</p> <p>— rozpoznaje następujące rodzaje brył:</p> <ul style="list-style-type: none"> • sześcian, prostopadłościan, graniastosłup, ostrosłup <p>— potrafi określić liczbę wierzchołków, krawędzi i ścian</p> <p>— oblicza pola powierzchni i objętości:</p> <ul style="list-style-type: none"> • prostopadłościanów i ostrosłupów o podstawie kwadratu • graniastosłupów i ostrosłupów w prostych zadaniach geometrycznych • walca i stożka w najprostszych sytuacjach geometrycznych • kuli <p>— rysuje siatki graniastosłupów i ostrosłupów, odpowiada na proste pytania dotyczące bryły na podstawie jej siatki i wykorzystuje tę umiejętność do rozwiązywania zadań dotyczących sytuacji rzeczywistych.</p> <p>— stosuje pojęcia: graniastosłup prosty, graniastosłup prawidłowy, ostrosłup prawidłowy</p> <p>— stosuje pola i objętości brył do rozwiązywania zadań</p> <p>— rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące wielościanów i brył obrotowych</p> <p>— wskazuje w graniastosłupie prostym kąty: pomiędzy krawędziami, pomiędzy krawędziami a przekątnymi, pomiędzy przekątnymi</p> <p>— wskazuje w ostrosłupie kąty pomiędzy krawędziami oraz między wysokością a krawędzią.</p> <p>— wskazuje kąty: pomiędzy wysokością a ścianą boczną, pomiędzy ścianą boczną a podstawą, pomiędzy wysokością ściany bocznej a wysokością bryły itp.</p> <p>— rozwiązuje zadania dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów bez</p>				<p>K</p> <p>K</p> <p>K</p> <p>P</p> <p>K</p> <p>P</p> <p>R</p> <p>R</p> <p>R/D</p> <p>D</p> <p>K</p> <p>P</p> <p>R</p> <p>K</p>



wykorzystania funkcji trygonometrycznych — rozwiązuje zadania dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów polegające na wykorzystaniu pojedynczej funkcji trygonometrycznej — rozwiązuje zadania dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów oraz brył obrotowych polegające na wykorzystaniu funkcji trygonometrycznych				P R/D
KOMBINATORYKA I PRAWDOPODOBIENSTWO				
Uczeń: — rozumie intuicyjnie pojęcie prawdopodobieństwa i jego związek z częstością — oblicza wprost z definicji prawdopodobieństwa zdarzeń • najprostszych, np. otrzymanie parzystej liczby oczek w rzucie kostką • prostych, przy rzucie dwiema kostkami lub dwiema monetami • sumy zdarzeń i zdarzenia przeciwnego — zna pojęcia: zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenie przeciwne — znajduje liczbę możliwych wyników przy kilkukrotnym rzucie kostką i w innych wypadkach o podobnej skali trudności, wykorzystuje te rachunki do obliczania prawdopodobieństw — oblicza liczbę możliwości z zasady mnożenia w bardziej skomplikowanych wypadkach i wykorzystuje wyniki do obliczania prawdopodobieństwa — oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń metodą drzew			K K P R P P R/D P/R	
STATYSTYKA OPISOWA				
Uczeń: — odczytuje informacje z tabel, diagramów słupkowych i kołowych — wyciąga z takich informacji wnioski, wykonując odpowiednie obliczenia — oblicza: • średnią arytmetyczną danych liczb • wariancję i odchylenie standardowe danych liczb • modę i medianę danych liczb • średnią arytmetyczną danych zapisanych w postaci tabeli lub histogramu • średnią ważoną danych liczb — rozumie sens intuicyjny wariancji i odchylenia standardowego — wyciąga wnioski z informacji w postaci średnich, odchylenia standardowego i wariancji — przedstawia dane w postaci tabel i diagramów — opracowuje statystycznie nieskomplikowany problem — stawia prosty problem i opracowuje go statystycznie			K/P R/D K K P P R K P/D K/P R R/D	

4. Ramowy rozkład materiału

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację. Przyjęto, że w roku szkolnym w klasie I i II przypada 37 tygodni nauki, w klasie trzeciej 33 (odliczając miesięczną praktykę), a w klasie czwartej 30 tygodni nauki. Na realizację materiału przypada trzy godziny tygodniowo w klasie I oraz dwie godziny w klasie II, III i IV. Pozostałe godziny, które nie są ujęte w rozkładzie będą godzinami do dyspozycji nauczyciela.

Dział	Przybliżona liczba godzin
KLASA I (111 godz.)	
Liczby i działania	24
Logika i zbiory	7
Równania i nierówności	29
Funkcje	14
Funkcja kwadratowa	19
Trygonometria kąta ostrego	12
RAZEM	105
KLASA II (74 godz.)	
Figury geometryczne	15
Wielomiany	13
Figury i przekształcenia	22
Ciągi	20
RAZEM	70
KLASA III (66 godz.)	
Statystyka	6
Logarytmy i funkcja wykładnicza	13
Wielokąty i figury podobne	11
Funkcje wymierne	12
Rachunek prawdopodobieństwa	20
RAZEM	62
KLASA IV (60 godz.)	
Stereometria	25
Powtórzenie	35
RAZEM	60

5. Metody oceniania

Sprawdzanie osiągnięć uczniów i ich ocena jest ważnym elementem procesu dydaktycznego. Ocena informuje ucznia i jego rodziców oraz nauczyciela o postępach ucznia w nauce i ewentualnych brakach w wiadomościach i umiejętnościach. Informacja ta jest niezbędna, by wspierać ucznia w jego rozwoju intelektualnym oraz by doskonalić proces dydaktyczny tak, żeby uczniowie osiągnęli zakładane cele.

Ocenianiu podlegają następujące formy aktywności ucznia:

- prace klasowe – obejmują jeden lub więcej działów,
- kartkówki – obejmują ostatnio przerabianą tematykę; może dotyczyć zadania domowego, wiadomości teoretycznych lub zastosowania wiadomości w rozwiązywaniu zadań,
- wypowiedzi ustne – dotyczą bieżącego materiału,
- prace domowe,
- aktywność oraz praca ucznia na lekcji,
- udział w konkursach matematycznych,
- prowadzenie zeszytu.

Prace pisemne powinny zawierać zadania z każdego poziomu wymagań. Znaczną część (około 60 %) powinny stanowić zagadnienia z poziomu koniecznego i podstawowego. Pozostałe to zadania sprawdzające umiejętności dopełniające (25-30 %) i rozszerzające

(10-15 %). Przy takiej konstrukcji sprawdzianu można zastosować następującą zasadę przeliczania uzyskanych wyników na stopnie szkolne:

- od 40 % punktów – dopuszczający
- od 56 % punktów – dostateczny,
- od 76 % punktów – dobry,
- od 91 % punktów – bardzo dobry.

W ocenie prac pisemnych należy główną wagę przywiązywać do poprawności rozumowania, a nie tylko do uzyskanego wyniku.

Każda praca pisemna powinna zawierać zadanie na ocenę celującą, którego rozwiązanie gwarantowałoby uczniowi otrzymanie tej oceny. Na koniec każdego semestru uczeń otrzyma także ocenę za postawę, która uwzględnia m.in.: zaangażowanie uczniów, prezentowaną postawę, stosunek do powierzonych zadań, umiejętność współpracy w grupie.

Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia:

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- ⇒ Intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- ⇒ Rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;

- ⇒ Rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- ⇒ Potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- ⇒ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- ⇒ Podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ Podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- ⇒ Wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- ⇒ Zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- ⇒ Sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- ⇒ Korzysta z kalkulatora;
- ⇒ Zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- ⇒ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- ⇒ Naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- ⇒ Samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- ⇒ Sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- ⇒ Przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ Zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- ⇒ Intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- ⇒ Wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- ⇒ Zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- ⇒ Rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- ⇒ Rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- ⇒ Ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- ⇒ Zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- ⇒ Posługuje się językiem matematycznym w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- ⇒ Samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- ⇒ Przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- ⇒ Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;



- ⇒ Korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- ⇒ Stosuje nowe twierdzenia;
- ⇒ Ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);
- ⇒ Zna dowody twierdzeń objętych programem;
- ⇒ Rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- ⇒ Skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- ⇒ Analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- ⇒ Rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych;

Stopień celujący:

Uczeń:

- ⇒ Analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- ⇒ Zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- ⇒ Potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- ⇒ Zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- ⇒ Buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- ⇒ Stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- ⇒ Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- ⇒ Uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

6. Procedury osiągnięcia celów

Wybierając sposoby osiągnięcia celów edukacyjnych należy uwzględnić przede wszystkim zainteresowania uczniów kształcących się na kierunku, w którym program będzie realizowany t. j. technik handlowiec oraz na kształtowanie MKKE. Oznaczenie TH oznaczać będzie szczególne znaczenie danej procedury w osiągnięciu celów związanych z kształceniem w zawodzie technik handlowiec, natomiast MK w kształtowaniu MKKE. Szczególnie istotne byłoby:

- preferowanie metod pracy, które wdrażają ucznia do samodzielnego zdobywania wiedzy z różnych źródeł. (TH, MK)
- kształtowanie umiejętności pracy w zespole, gdyż są to umiejętności niezbędne we współczesnym świecie. Praca w grupach daje możliwość współdziałania i komunikacji z rówieśnikami, zwiększa motywację i zaangażowanie. Przyczynia się więc do realizacji wielu zakładanych celów. (MK)
- indywidualizacja procesu nauczania, gdyż młodzież prezentuje często bardzo zróżnicowany poziom wiadomości i umiejętności. Uczniów uzdolnionych zachęcamy do pracy wykorzystującej ich możliwości poprzez: zachęcanie do rozwiązywania trudniejszych zadań, szukania różnych sposobów rozwiązań, do udziału w konkursach, opracowywaniu samodzielnie materiałów, które mogą zaprezentować klasie czy też przez powierzenie im opieki nad uczniami mającymi trudności w nauce. Oprócz uczniów uzdolnionych matematycznie dużą grupę stanowią uczniowie mający trudności z opanowaniem podstawowej wiedzy, wiele uwagi należy poświęcić nadrobieniu zaległości przez tych uczniów. Ważne jest, by umieli oni sprawnie wykonywać działania na liczbach i prostych wyrażeniach, rozwiązywali proste równania, rysowali figury geometryczne gdyż bez tych podstawowych umiejętności niemożliwe jest rozwiązywanie jakichkolwiek problemów praktycznych. (KM)
- jak największą ilość czasu poświęcić na wyćwiczenie podstawowych umiejętności. Trzeba zachęcać uczniów słabych do wykonywania wielu ćwiczeń i prezentowania wyników swojej pracy np. przez wykonywanie dodatkowych zadań domowych wyrównujących zaległości. (MK)
- Częste powtarzanie i utrwalanie zdobytych wcześniej wiadomości i umiejętności. Jest to jedna z głównych zasad skutecznego zdobywania wiedzy. Odpowiednimi momentami są część początkowa lekcji służąca przypomnieniu wiadomości potrzebnych do opanowania nowych umiejętności oraz część końcowa lekcji dająca możliwość utrwalenia zdobytych ostatnio umiejętności. Ważną rolę odgrywają również lekcje powtórzeniowe przygotowujące uczniów do pracy klasowej.
- szczególne zwrócenie uwagi na umiejętności praktyczne niezbędne do wykonywania zawodu technik handlowiec, jak szacowanie, przybliżenia, obliczenia statystyczne czy obliczenia procentowe (w tym marże handlowe, podatek dochodowy, podatek Vat, odsetki). (MK, TH)
- w geometrii posługiwanie się modelami figur, wykonywanie obliczeń dotyczących np. obliczania obwodu oraz pola działki, rysowania planów. (MK)
- częste nawiązywanie do sytuacji rzeczywistych np. zakupów, lokat bankowych, kredytów, obiektów, odczytywanie odległości z mapy itp. w celu większego



opanowania wiadomości niezbędnych do wykorzystania umiejętności matematycznych w innych dziedzinach życia. (MK, TH)

- w miarę możliwości korzystanie z nowoczesnych technologii wspomagających proces kształcenia takich jak np. tablica multimedialna, kalkulatory graficzne czy też komputer. Po opanowaniu podstawowych umiejętności liczenia kalkulator prosty także powinien być stosowany przez uczniów na lekcjach matematyki szczególnie do przybliżania różnych wielkości. (MK)
- Stosowanie różnych metod aktywizujących i motywujących ucznia. (MK) W procesie kształcenia skuteczne jest stosowanie różnych metod nauczania. Każda z metod może być najlepsza ze względu na to, na ile jest skuteczna i daje zadowolenie nauczycielowi i uczniom. Tak więc celowe byłoby dostosowanie metod do potrzeb uczniów, pamiętając o tym, że treść kształcenia, wyposażenie i możliwości organizacyjne powinny pozostawać na drugim planie. Preferowane metody i techniki nauczania to:

Metody i techniki nauczania	Charakterystyka	Wartość	Zastosowanie do kształcenia MKKE
Wykład problemowy ilustrowany	Prezentacja wzorów analitycznego i syntetycznego myślenia nauczyciela, wzorów formułowania problemów, prezentacja wzorcowych sposobów rozwiązań, powiązana z wizualizacją, z możliwością zadawania pytań.	Konstrukcja logiczna, jasność wyводу	Wprowadzenie nowych trudnych wiadomości, nauka notowania (W1, U2)
Ćwiczenia doskonalące umiejętności	Wyzwala aktywność uczniów w sytuacji odpowiednio dobranych i uporządkowanych zadań do rozwiązania przez uczniów. Pozwala dostrzegać różnorodne zastosowania nabywanej wiedzy i budować przekonanie o jej użyteczności.	Budowanie przekonania o celowości systematycznej nauki	Doskonalenie W2, odkrywanie nowych informacji (W3, U3, U4)
Dyskusja nad danym zagadnieniem	Rozwija umiejętności komunikacyjne, dobierania argumentacji, jasnego wypowiedzania swoich sądów, umiejętność podejmowania decyzji.	Różnorodność wiedzy i poglądów, możliwość prezentacji swojego zdania	Np. ustalanie planu rozwiązania problemu (U1, P1, P3)
Praca z podręcznikiem lub innym tekstem	rozwija aktywność twórczą, samodzielność i wytrwałość w zdobywaniu nowej wiedzy.	Rozwój krytycznego myślenia	Wdrażanie do samokształcenia (U3, U4)
Gra dydaktyczna	Występujący element zabawy i rywalizacji w naturalny sposób angażuje uczestników, rozwija umiejętności przewidywania i myślenie strategiczne.	Autentyzm reguł działania	Doskonalenie umiejętności (W2, W5, P3)
Burza mózgów	Brak wartościowania pomysłów jest zachętą dla uczestników do zgłaszania własnych propozycji rozwiązania problemu. Powinna być zakończona dyskusją wartościującą te pomysły, z argumentacją uzasadniającą te pomysły	Wytworzenie w krótkim czasie wielu pomysłów	„rozgrzewka” umysłowa (P1, P2, P3)
Projekt edukacyjny			
Pogadanka			

Osiąganie zamierzonych celów kształcenia może odbywać się również poprzez uczestnictwo uczniów w zajęciach wyrównawczych a także konkursach matematycznych.



7. Warunki realizacji programu

Przedstawiony program nauczania będzie realizowany z wykorzystaniem podręcznika dla liceum i technikum zakres podstawowy z rozszerzeniem autorstwa Marcina Karpińskiego, Marcina Braun, Małgorzaty Dobrowolskiej oraz Jacka Lecha, nr dopuszczenia DKW-4015-37/01, zeszytu ćwiczeń oraz zbioru zadań Gdańskiego Wydawnictwa Oświatowego.

Program zakłada wykorzystanie następujących środków dydaktycznych:

- tablicy multimedialnej (lub projektora z ekranem), komputerów czy też kalkulatorów graficznych, gdyż zapoznanie z nowoczesną technologią jest ważnym celem kształcenia we współczesnym świecie a także zwiększa atrakcyjność prezentowanego materiału. W miarę możliwości celowe byłoby jak najczęstsze stosowanie tych środków w procesie dydaktycznym.
- modeli figur przestrzennych – rozwijana jest w ten sposób wyobraźnia przestrzenna uczniów.
- planszy matematycznych oraz przygotowanych przez nauczyciela materiałów jak np. karty pracy ucznia, zestawy ćwiczeń, gry dydaktyczne.



Bibliografia:

- [1] Sobczak M., *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*. Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie, 2009.
- [2] Braun M., Karpiński M., Lech J., *Program nauczania matematyki dla liceum i technikum, zakres podstawowy oraz podstawowy z rozszerzeniem, Matematyka z plusem*.
- [3] Kłaczko K., Kurczak M., Świda E., *Matematyka. Program nauczania w liceach i w technikum. Zakres podstawowy*. Oficyna edukacyjna Krzysztof Pazdro, Warszawa 2002.
- [4] Gil Z., Kozielska M., Nowik J., *Program nauczania matematyki w zasadniczej szkole zawodowej, Matematyka Bliżej Nas*, Wydawnictwo Nowik, Opole 2002.
- [5] *Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy*. Zespół Szkół Ekonomicznych i Ogólnokształcących nr 6 w Łomży.



Autor
Aneta Olendzka

MATEMATYKA

**AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH**

**TECHNIKUM W ZAWODZIE TECHNIK
POJAZDÓW SAMOCHODOWYCH W ZESPOLE
SZKÓŁ MECHANICZNYCH IM. STEFANA
CZARNIECKIEGO W ŁAPACH**

Koordynator merytoryczny kompetencji kluczowej w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Informacja o autorze	5
Wstęp	6
Matematyczne kompetencje kluczowe w ujęciu dokumentów Parlamentu Europejskiego (MKKE).....	6
Uwarunkowania realizacji programu.....	8
Założenia dydaktyczno - wychowawcze	8
Oprzyrządowanie programu	9
1. Ogólne cele edukacyjne i wychowawcze	11
2. Ramowy rozkład materiału.....	12
3. Treści kształcenia, szczegółowe cele edukacyjne, założone osiągnięcia ucznia.....	13
4. Procedury osiągania celów	30
5. Metody sprawdzania i oceny umiejętności uczniów	32
6. Ewaluacja programu	36
Bibliografia.....	37



Informacja o autorze

Autor: Aneta Olendzka

Staż pracy: 10 lat

Nauczany przedmiot: matematyka

Dodatkowe kwalifikacje:

- ✓ egzaminator egzaminu maturalnego z matematyki
- ✓ studia podyplomowe w zakresie informatyka i technologie informacyjne dla nauczycieli

Miejsce realizacji programu: Zespół Szkół Mechanicznych w Łapach

Typ szkoły: czteroletnie technikum

Czas realizacji programu: wrzesień 2009 – czerwiec 2012

Doświadczenie zawodowe:

Od 1998 roku pracuję w Zespole Szkół Mechanicznych im St. Czarnieckiego w Łapach. Pracuję z młodzieżą w różnych typach szkół tj. liceum ogólnokształcące, liceum profilowane, technikum oraz szkole policealnej. Nasi uczniowie to uczniowie o różnorodnych zainteresowaniach i predyspozycjach matematycznych. Wielu z nich wybierało matematykę jako przedmiot obowiązkowy na egzaminie maturalnym i kontynuuje naukę na studiach wyższych. Przez wiele lat z myślą o nich prowadziłam dodatkowe zajęcia pozalekcyjne rozwijające ich zainteresowania matematyką. Dzięki temu brali udział i odnosili sukcesy w konkursach matematycznych na szczeblu krajowym oraz wojewódzkim.

Jednak znaczna część absolwentów gimnazjów podejmujących naukę w technikum to młodzież, która ma w niewystarczającym stopniu opanowane umiejętności matematyczne co utrudnia im uczenie się na kolejnym etapie szkolnym. Pracując z tą młodzieżą staram się stwarzać im możliwości pokonywania trudności związanych z nauką matematyki. Pisząc program uwzględniłam również na prośbę nauczycieli przedmiotów zawodowych, potrzebę dostosowania treści matematycznych do nauczania przedmiotów związanych z kierunkiem technik pojazdów samochodowych.

Wstęp

Matematyczne kompetencje kluczowe w ujęciu dokumentów Parlamentu Europejskiego (MKKE)

Program powstał w ramach projektu SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI „Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej”. Jest to projekt finansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego i Budżetu Państwa. Głównym jego celem jest zwiększenie dostępności do rozwoju kompetencji kluczowych uczniów szkół ponadgimnazjalnych o profilu zawodowym w Polsce Wschodniej.

Program nauczania napisany został w oparciu o „*Program nauczania matematyki w liceach i technicach*”- zakres podstawowy wydawnictwa Pazdro (DKOS-5002-05/08) w szkole ponadgimnazjalnej. Uwzględnia kształcenie matematycznych kompetencji kluczowych (MKKE) określonych w dokumencie Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia (zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady Europy z dnia 23 kwietnia 2008 r. w sprawie ustanowienia europejskich ram kwalifikacji dla uczenia się przez całe życie (2008/C111/01)).

Potrzebą powstania programu jest obecna sytuacja ekonomiczno gospodarcza oraz związany z nią wzrost popytu na kształcenie zawodowe powiązane z potrzebami rynku pracy. Wzrost znaczenia nauczania w zakresie nauk przyrodniczych i ścisłych wynika także z celów Strategii Lizbońskiej (1999).

Współpraca państw należących do UE powoduje, iż niezbędne jest wprowadzenie pewnych ujednoczeń w systemach edukacji tych krajów oraz wyposażenie ich obywateli w kompetencje kluczowe na rzecz wzrostu gospodarczego i zatrudnienia. Proponowany program nauczania w zakresie podstawowym, zgodny z obowiązującą podstawą programową kształcenia ogólnego (z dn. 23.08.2007 r) oraz standardami wymagań egzaminacyjnych z matematyki, (*Rozporządzenie MEN z dnia 28 sierpnia 2007r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów: Dz. U. z dnia 31 sierpnia 2007r. Nr 157, poz. 1102*) przeznaczony jest dla 4-letniego technikum. Program napisany jest głównie z myślą o uczniach o zróżnicowanych predyspozycjach i umiejętnościach matematycznych, którzy podejmą naukę w klasie o **specjalności technik pojazdów samochodowych**. Ideą programu jest przekazanie młodemu człowiekowi nie tylko wiedzy i umiejętności, ale kształtowanie odpowiednich postaw, aby mógł on swobodnie i pewnie żyć i działać we współczesnym świecie. Kompetencje matematyczne określone w dokumencie „Kompetencje Kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” (MKKE) obejmują umiejętności rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji. Program ma na celu kształtowanie tych kompetencji w zakresie:



Wiedzy:

1. (W1) rozumienie terminów i pojęć matematycznych,
2. (W2) dobrze opanowana umiejętność liczenia,
3. (W3) znajomość miar i struktur,
4. (W4) znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji,
5. (W5) świadomość pytań na które matematyka może dać odpowiedź,

Umiejętności:

1. (U1) stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych, sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),
2. (U2) śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny),
3. (U3) przekazywać komunikaty stosując język matematyczny,
4. (U4) korzystać z tekstu matematycznego.

Postaw:

1. (P1) przejawiać szacunek dla prawdy,
2. (P2) dążyć do szukania przyczyn,
3. (P3) oceniać zasadność wnioskowań i działań.

Szczególny nacisk należy położyć na kształtowanie kompetencji:

(W2) dobrze opanowana umiejętność liczenia:

- prawidłowe wykonywanie obliczeń,
- szacowanie wartości przybliżonych,
- wykonywanie obliczeń procentowych.

(W5) świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź:

- rozumienie zasadności stosowania algorytmów,
- rozumienie roli matematyzacji, uogólniania i specyfikacji,
- rozumienie roli wiedzy matematycznej do rozwiązywania problemów w sytuacjach praktycznych.

(U4) korzystać z tekstu matematycznego:

- odczytywanie informacji przedstawionych za pomocą rysunków pomocniczych,
- interpretowanie danych przedstawionych za pomocą diagramów i tabel.
- ustalanie relacji pomiędzy wskazanymi w tekście obiektami.

(P3) oceniać zasadność wnioskowań i działań:

- ocenianie poprawności przeprowadzonego rozumowania,
- ocenianie doboru argumentów uzasadniających tezę,
- dostrzeganie sprzeczności i błędów w rozumowaniu.

Ukierunkowanie ucznia na doskonalenie umiejętności matematycznych, rozumienie zależności przyczynowo-skutkowych oraz dostrzeganie związków matematyki z innymi dziedzinami wiedzy powinno wpłynąć na podnoszenie atrakcyjności i skuteczności kształcenia zawodowego.



Uwarunkowania realizacji programu

Diagnoza implementacji kompetencji kluczowych w Zespole Szkół Mechanicznych wykazała, iż szkoła modernizuje ofertę edukacyjną w zakresie dostosowania się do rynku pracy i jego zmieniających się tendencji. W szkole istnieje problem niezadowalającego opanowania kompetencji kluczowych przez uczniów rozpoczynających naukę w klasach pierwszych technikum. Dotyczy to szczególnie przedmiotów matematyczno-przyrodniczych oraz przedmiotów zawodowych na początkowym etapie nauki. Absolwenci gimnazjum pochodzą z różnych szkół głównie z terenów wiejskich. Nie mają w wystarczającym stopniu opanowanych kompetencji matematycznych, co sprawia problemy z nauką przedmiotów technicznych zawodowych. Współpraca w zakresie korelacji międzyprzedmiotowej, wysokie kwalifikacje nauczycieli przedmiotów ścisłych i zawodowych, dobrze wyposażona baza dydaktyczna ZSM (pracownie przedmiotowe posiadają pomoce dydaktyczne niezbędne do nauki przedmiotu, młodzież ma dostęp do szkolnego centrum informacyjnego ze stanowiskami komputerowymi) oraz wdrożenie programu przyczynią się do uzupełnienia braków i nadrobienia zaległości z poprzednich etapów edukacyjnych. Analiza obecnych programów nauczania wskazała, potrzebę modyfikowania ich tak, aby w maksymalnym stopniu umożliwiły kształcenie kompetencji kluczowych. Praca nad podniesieniem poziomu kompetencji kluczowych zawartych w proponowanym programie wpłynie także na poprawę wyników z przedmiotów zawodowych. Efektywny proces edukacji, organizowanej przez szkołę przyczyni się również do sukcesu absolwenta na rynku pracy.

Założenia dydaktyczno-wychowawcze

Proponowany program rozwijania matematycznych kompetencji kluczowych jest programem liniowym obejmuje jeden etap edukacyjny na poziomie technikum. Zawiera materiał z zakresu podstawowego (zawarty w podstawie programowej z dnia 23.08.2007) jak również elementy wykraczające poza podstawę, które są istotne i mają duże znaczenia w rozwijaniu matematycznych kompetencji kluczowych oraz uczeniu się przedmiotów zawodowych dla kierunku technik pojazdów samochodowych.

Program został skonstruowany tak, aby w pierwszej klasie nauczyciel pracujący z uczniami, pochodzącymi z różnych gimnazjów, mógł rozpocząć nauczanie od powtórzenia, uzupełnienia i ugruntowania wiadomości z gimnazjum potrzebnych do dalszej nauki. Następnie realizowane są zagadnienia dostosowane do potrzeb kształcenia w zawodzie technik pojazdów samochodowych - wektory, elementy trygonometrii, elementy logiki. Zachowanie kolejności działów funkcje, funkcja liniowa, funkcja kwadratowa daje szansę na stopniowe rozszerzanie i utrwalenie wiadomości o funkcjach. Dużą uwagę należy zwrócić na zastosowania funkcji w przyrodzie i gospodarce. Przy podziale materiału pomiędzy klasy zadbano o to, by nauczyciel zawsze miał odpowiednią ilość czasu na jego realizację. W klasie czwartej mała ilość nowego materiału podyktowana jest potrzebą przeznaczenia czasu na ćwiczenie i doskonalenie umiejętności niezbędnych do zdania egzaminu zewnętrznego i rozwiązywania arkuszy maturalnych.

Program zakłada dużą aktywność oraz doświadczenie nauczyciela w zakresie uatrakcyjniania realizacji poszczególnych treści oraz wprowadzania aktywizujących metod nauczania. Dużo uwagi należy poświęcić na rozwijanie i motywowanie do dobrej, systematycznej pracy oraz właściwego planowania nauki przez ucznia, czyli kształtowania umiejętności uczenia się.

Oprzysiężowanie programu

Do realizacji programu proponuję:

1. **Podręczniki** wydawnictwa Nowa Era:
MATEMATyka + płyta CD klasa I, (zakres podstawowy i rozszerzony nr dopuszczenia 106/02) autorstwa Wojciech Babiański, Lech Chańko, Dorota Ponczek
MATEMATyka + płyta CD klasa II, (zakres podstawowy nr dopuszczenia 255/03) Wojciech Babiański, Lech Chańko, Joanna Czarnowska, Grzegorz Janocha
MATEMATyka + płyta CD klasa III (najnowsze wydanie wrzesień 2009)
2. **Zeszyt ćwiczeń-** „Ćwiczenia i zadania” kl I autorstwa Wojciech Babiański, Lech Chańko, Joanna Czarnowska Wyd. Nowa Era.
3. **Zestawy sprawdzianów i arkuszy maturalnych:** „Zdaj maturę. Matematyka. Zakres podstawowy i rozszerzony”, autorzy: E. Świda, K. Kłaczko, A. Winsztal, wydawnictwo Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro.
4. **Poradnik metodyczny dla nauczyciela** do zalecanych podręczników (kl. I, II, III) wyd. Nowa Era.

Pomoce dydaktyczne niezbędne do realizacji programu:

Przeñośny zestaw multimedialny (laptop, projektor, pakiet programów do nauczania matematyki w szkole ponadgimnazjalnej), modele brył, foliogramy, plansze, kalkulatory, artykuły biurowe.

Postulowane wyposażenie pracowni przedmiotowej:

- laptop,
- projektor multimedialny,
- pakiet programów do nauczania matematyki w szkole ponadgimnazjalnej.



1. Ogólne cele edukacyjne i wychowawcze

Najważniejszym celem nauczania matematyki w technikum o kierunku technik pojazdów samochodowych jest wyposażenie przyszłego absolwenta w umiejętności matematyczne niezbędne do sprostania wymogom egzaminu maturalnego oraz umiejętności przydatne w uczeniu się przedmiotów związanych z kierunkiem kształcenia zawodowego i w życiu codziennym. Realizacja tego programu umożliwi osiągnięcie także następujących celów:

Cele edukacyjne:

- stworzenie podstaw wiedzy matematycznej w zakresie znajomości i rozumienia terminów i pojęć matematycznych (**W1**);
- doskonalenie sprawności rachunkowych (**W2**);
- wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego i kształcenia w zawodzie technik pojazdów samochodowych (**W3, W4**);
- wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (**U1**);
- rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin wiedzy (**U3**);
- doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym – w tym podręcznikiem – oraz innymi źródłami informacji matematycznej (**U4**);
- kształcenie wyobraźni matematycznej (intuicja w zakresie obiektów abstrakcyjnych, wyobraźnia geometryczna dotycząca obiektów płaskich i przestrzennych) oraz przewidywania skutków podejmowanych działań (głównie podczas rozwiązywania problemów matematycznych) (**U2, U3, P2**).

Cele wychowawcze:

- wyrobienie samodzielności, dociekliwości i krytycyzmu w stosunku do własnych działań, (**P1, P2**);
- uświadamianie znaczenia umiejętności matematycznych w życiu codziennym i pracy zawodowej, (**W5**);
- rozwijanie umiejętności prezentowania wyników własnej pracy i dowodzenia swoich racji z wykorzystaniem precyzyjnego języka matematyki, (**P3, U3**);
- budowanie postawy otwartości i szacunku dla pomysłów i poglądów innych ludzi, (**P1**);
- wykształcenie dobrej organizacji pracy;
- rozwijanie umiejętności współpracy w zespole;
- kształtowanie odpowiedzialności za powierzone zadania.

2. Ramowy rozkład materiału

Poniższe zestawienie przedstawia proponowany podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację. W cyklu czteroletnim przyjęto 3+3+2+2 tzn. 3 godziny lekcyjne w klasie I, 3 godziny lekcyjne w klasie II, 2 godziny lekcyjne w klasie III i 2 godziny lekcyjne w klasie IV. W rozliczeniu godzin przyjęto 32 tygodnie nauki w klasach I – III i 24 tygodnie w klasie IV.

Klasa I (3 godz)

l.p	dział programowy	liczba godz zakres podstawowy
1.	Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory	27
2.	Wektory	6
3.	Elementy trygonometrii	10
4	Język matematyki	10
5.	Funkcja i jej własności	18
6.	Funkcja liniowa	15
	Godziny do dyspozycji nauczyciela	10

Klasa II (3 godz.)

l.p	dział	liczba godz zakres podstawowy
1.	Funkcja kwadratowa	18
2.	Wielomiany	16
3.	Wyrażenia wymierne	14
4.	Planimetria cz 1	10
5.	Planimetria cz. 2	18
6.	Funkcja wykładnicza i logarytmy	10
	Godziny do dyspozycji nauczyciela	10

Klasa III (2 godz. klasy III mają miesięczne praktyki zawodowe)

l.p	dział	liczba godz zakres podstawowy
1..	Ciągi liczbowe	16
2.	Geometria analityczna	10
3.	Rachunek prawdopodobieństwa	18
4	Elementy statystyki opisowej	6
	Godziny do dyspozycji nauczyciela (klasy III mają miesięczne praktyki zawodowe)	10

Klasa IV (2 godz.)

l.p	dział	liczba godz zakres podstawowy
1	Stereometria	20
2.	Przygotowanie do matury	25



3. Treści kształcenia, szczegółowe cele edukacyjne, założone osiągnięcia ucznia

Szczegółowe treści kształcenia oraz odpowiadające im cele edukacyjne i osiągnięcia uczniów zostały oznaczone w następujący sposób. Symbol oznacza:

- *znajduje się w PP, ST_WYM i MKKE oraz jest istotny dla kształcenia w zawodzie;*
- ❖ *nie występuje w PP i ST_WYM, ale jest ważny dla MKKE;*
- *nie występuje w PP i ST_WYM, ale jest ważny dla kształcenia w zawodzie;*
- ⇒ *występuje w PP dla wcześniejszych etapów kształcenia i jest ważny dla MKKE i kształcenia w zawodzie.*

Treści kształcenia	szczególne cele edukacyjne	zakładane osiągnięcia
<p>Liczby rzeczywiste</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory: liczby naturalne, liczby całkowite, liczby wymierne. Porównywanie liczb i przedstawianie w różnych postaciach. Liczby niewymierne- rozpoznawanie liczb niewymiernych, usuwanie niewymierności z mianownika. ➤ Potęga o wykładniku całkowitym ➤ Pierwiastki, w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych. ➤ Wzory skróconego mnożenia. ➤ Przekształcanie wzorów. ➤ Obliczenia procentowe. Posługiwanie się pojęciem procentu i punktu procentowego w rozwiązywaniu zadań praktycznych. ➤ Wyznaczanie przybliżenia dziesiętnego danej liczby rzeczywistej zadaną dokładnością (przy użyciu kalkulatora) szacowanie wyniku obliczeń z zadaną dokładnością. ➤ Pojęcie błędu przybliżenia. 	<p>uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ⇒ doskonali sprawność i techniki rachunkowe (kolejność wykonywania działań, działania na ułamkach, potęgach); ⇒ pozna wzory skróconego mnożenia; ⇒ przypomni prawa działań na pierwiastkach; ⇒ utrwali pojęcie procentu; ➤ nauczy się przekształcać wzory matematyczne; ➤ pozna pojęcie punktu procentowego, nauczy się sprawnie operować procentami; ➤ pozna pojęcie błędu, nauczy się szacować wyrażenia liczbowe. 	<p>uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ⇒ rozpoznać liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne; ➤ uzasadnić że dana liczba jest naturalna, całkowita, wymierna, niewymierna; ⇒ poprawnie wykonać działania na liczbach rzeczywistych z uwzględnieniem potęgowania i pierwiastkowania ; ⇒ poprawnie stosować prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych i całkowitych; ⇒ poprawnie stosuje prawa działań na pierwiastkach; ⇒ rozłożyć liczby naturalne na czynniki pierwsze; ⇒ zaplanować strategię i rozwiązać problemy związane z podzielnością liczb;



		<ul style="list-style-type: none">⇒ porównać liczby rzeczywiste;⇒ przekształcać ułamki ;⇒ wyznaczać rozwinięcia dziesiętne;➤ wykonać działania na wyrażeniach algebraicznych;➤ ocenić i uzasadnić poprawność wykonywanych przekształceń; algebraicznych;➤ poprawnie stosować wzory skróconego mnożenia;➤ oszacować wyniki działań, wartości liczbowe wyrażen,➤ zapisać; przybliżenie liczby z podaną dokładnością;➤ oceniać błąd przybliżenia➤ stosować regułę zaokrąglania liczb;➤ zapisać liczby w notacji wykładniczej;➤ sprawnie przekształcać wzory matematyczne;➤ posługiwać się pojęciem procentu i punktu procentowego;➤ odczytać informacje przedstawione w postaci diagramów procentowych;➤ zastosować obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych;❖ wskazać sytuacje praktyczne w których może zastosować obliczenia;
--	--	--



		procentowe
Wektory <ul style="list-style-type: none">○ Pojęcie wektora, długość, równość wektorów, wektory przeciwne.○ Wektory w prostokątnym układzie współrzędnych.○ Dodawanie wektorów, mnożenie wektora przez liczbę.	uczeń: <ul style="list-style-type: none">○ pozna pojęcie wektora;○ pozna podstawowe informacje o wektorze w układzie współrzędnych;○ nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wektor przez liczbę.	uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none">○ posługiwać się pojęciem wektora, wektora przeciwnego, zwrotu, kierunku i długości wektora;○ opisywać wektory przy użyciu współrzędnych;○ porównać dwa wektory;○ wykonać dodawanie i odejmowanie wektorów;○ wykonać mnożenie wektora przez liczbę;○ wyznaczyć obraz punktu w przesunięciu o dany wektor
Elementy trygonometrii <ul style="list-style-type: none">➤ Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.➤ Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego. Podstawowe tożsamości trygonometryczne.○ Miara łukowa kąta.○ Wykresy funkcji trygonometrycznych.	uczeń: <ul style="list-style-type: none">➤ pozna określenie funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;➤ nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°;➤ pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;○ pozna pojęcie miary łukowej kąta;○ nauczy się rysować wykresy funkcji trygonometrycznych .	uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none">➤ wyznaczyć funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;➤ stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w rozwiązywaniu zadań;➤ wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego, gdy dana jest jedna z nich;➤ obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°;➤ rozwiązywać równania $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$ gdzie



		$0 < x < 90^0$ korzystając z kalkulatora lub tablic matematycznych; ○ zamieniać miarę łukową kąta na miarę stopniową i odwrotnie; ○ narysować wykresy funkcji trygonometrycznych; ❖ dowodzić proste tożsamości trygonometryczne.
Język matematyki ❖ Podstawowe pojęcia logiczne (zdanie, zaprzeczenie zdania, wartość logiczna zdania) ❖ Spójniki logiczne ❖ Definicja, twierdzenie, twierdzenie odwrotne. ❖ Podstawowe prawa logiki. ➤ Zbiory ➤ Oś liczbowa. Przedziały na osi liczbowej. ➤ Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej. Własności, interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej.	uczeń: ❖ pozna pojęcie zdania w sensie logicznym; ❖ pozna spójniki logiczne; ➤ pozna, co to jest definicja i czym się różni od twierdzenia; ➤ dowie się, co to jest twierdzenie odwrotne; ❖ pozna podstawowe prawa logiki; ➤ pozna pojęcia: zbiór, równość zbiorów, zbiory rozłączne, puste, skończone, nieskończone; ➤ zapozna się z symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów; ➤ pozna pojęcie sumy, iloczynu, różnicy, dopełnienia zbiorów; ➤ przypomni pojęcie osi liczbowej; ➤ pozna pojęcie wartości bezwzględnej; ➤ pozna pojęcie przedziału liczbowego i jego rodzaje; ➤ nauczy się wykonywać działania na przedziałach.	uczeń potrafi: ❖ odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi; ❖ posługiwać się spójnikami logicznymi; ❖ zaprzeczać zdanie; ➤ wyróżnić założenie i tezę twierdzenia; ➤ odróżnić twierdzenie od definicji; ❖ rozumie różnicę między dowodem twierdzenia a przykładem potwierdzającym jego prawdziwość; ❖ obalić tezę podając kontrprzykład; ➤ mając dane twierdzenie w postaci implikacji buduje twierdzenie odwrotne do danego; ❖ stosować prawa logiczne; ❖ ocenić poprawność rozumowania; ➤ posługiwać się pojęciem zbioru, podzbioru; i odnieść to do zbiorów liczbowych;



		<ul style="list-style-type: none">➤ wyznaczyć sumę, iloczyn, różnicę i dopełnienie zbiorów;➤ posługiwać się pojęciem osi liczbowej;➤ zaznaczyć przedziały na osi liczbowej;❖ zapisuje symbolicznie definicje pojęć sumy iloczynu różnicy zbiorów;➤ wykonywać działania na przedziałach liczbowych;➤ obliczyć wartość bezwzględną danej liczby;➤ zastosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej;❖ zastosować język matematyczny w komunikowaniu się;
<p>Funkcje i ich własności</p> <ul style="list-style-type: none">➤ Pojęcie funkcji. Określenie funkcji (wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym).➤ Dziedzina i zbiór wartości funkcji.➤ Odczytywanie z wykresu funkcji jej dziedziny, miejsc zerowych, zbioru wartości, wartości największej i najmniejszej w danym przedziale, przedziałów monotoniczności.➤ Przesuwanie wykresu wzdłuż osi OX i OY.○ Przesunięcie wykresu o wektor➤ Przekształcenia wykresu przez symetrię względem osi układu współrzędnych.➤ Zastosowanie funkcji do opisu zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym.	<p>uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">➤ przypomni pojęcie funkcji;➤ pozna różne sposoby opisywania funkcji;➤ przypomni pojęcia związane z funkcją (dziedzina, zb. wartości miejsca zerowe...);➤ pozna pojęcie monotoniczności funkcji;➤ pozna pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji;➤ nauczy się odczytywać własności na podstawie wykresu funkcji;➤ nauczy się szkicować wykres funkcji o podanych własnościach;➤ nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji;	<p>uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">➤ wskazać wśród różnych przyporządkowań te, które są funkcjami;➤ podać przykłady funkcji;➤ podać definicje funkcji, jej dziedziny, miejsca zerowego;❖ wyjaśnić pojęcie zmiennej;➤ przedstawić daną funkcję różnymi sposobami (tabela, wykres, opis, wzór);➤ obliczać wartość funkcji podanej wzorem;➤ wyznaczać współrzędne, punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem



		<p>z osiami układu współrzędnych;</p> <ul style="list-style-type: none">➤ opisać własności funkcji na podstawie wykresu, tabelki, opisu, grafu;➤ rozpoznać, które wykresy mogą przedstawiać funkcję;➤ podać opis zależności w postaci funkcji;➤ odczytać z wykresu funkcji zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje określone własności (dodatnie, ujemne, największą jest malejąca, stała, rosnąca itp.);➤ odczytać z wykresu liczbę rozwiązań równania $f(x)=m$, rozwiązania nierówności $f(x)>m$, $f(x)<m$;➤ naszkicować wykres funkcji o podanych własnościach;➤ odczytać i interpretować informacje dotyczące zjawisk przyrodniczych, ekonomicznych na podstawie podanych dla nich wykresów funkcji;➤ przekształcić symetrycznie wykres względem osi układu współrzędnych;➤ przesunąć wykres wzdłuż osi układu współrzędnych i podać wzór uzyskanej funkcji;○ przesunąć wykres funkcji o dany wektor.
--	--	---



<p>Funkcja liniowa</p> <ul style="list-style-type: none">➤ Proporcjonalność prosta.➤ Interpretacja współczynników a i b we wzorze funkcji liniowej.➤ Sporządzanie wykresu funkcji liniowej.➤ Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie jej wykresu.➤ Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego.➤ Równania i nierówności liniowe.➤ Układy równań liniowych.➤ Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem układów równań liniowych.	<p>uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">⇒ przypomni informacje o proporcjonalności prostej;➤ przypomni pojęcie funkcji liniowej;➤ pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji;➤ przypomni własności funkcji liniowej;➤ nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;⇒ nauczy się rozwiązywać równania i nierówności liniowe;➤ nauczy się rozwiązywać układy równań liniowych.	<p>uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">⇒ wyjaśnić pojęcie proporcjonalności prostej oraz podać jej własności;➤ zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań;➤ sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać jej własności na podstawie wykresu;➤ znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;➤ wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej do rozwiązywania zadań;➤ wskazać sytuacje praktyczne w których można rozwiązać problemy stosując wiadomości o funkcji liniowej;⇒ rozwiązać równanie liniowe i nierówność;⇒ rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do równania lub nierówności liniowej;➤ rozwiązać układ równań liniowych;➤ stosować równania, nierówności, układy równań w rozwiązywaniu zadań praktycznych;❖ ocenić i uzasadnić poprawność rozwiązanego zadania;➤ podać opis zależności
---	--	---



		<p>w postaci funkcji liniowej;</p> <ul style="list-style-type: none">➤ opisać zbiory punktów za pomocą układów równań.
<p>Funkcja kwadratowa</p> <ul style="list-style-type: none">➤ Postać ogólna, kanoniczna funkcji kwadratowej.➤ Wykres funkcji kwadratowej i jej własności: zbiór wartości, monotoniczność miejsca zerowe osi symetrii.➤ Postać iloczynowa.➤ Największa i najmniejsza wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.➤ Praktyczne zadania optymalizujące prowadzące do badania własności funkcji kwadratowej.➤ Równania i nierówności stopnia drugiego.➤ Zadania o kontekście praktycznym, prowadzące do rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych.	<p>uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">➤ pozna definicję funkcji kwadratowej;➤ nauczy się przedstawiać funkcję kwadratową w postaci ogólnej, kanonicznej, iloczynowej;➤ nauczy się rysować wykres funkcji kwadratowej i przekształcać;➤ nauczy się wyznaczać największą i najmniejszą wartość funkcji w podanym przedziale;➤ nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych;➤ pozna metodę rozwiązywania równań kwadratowych;➤ pozna metodę rozwiązywania nierówności kwadratowych.	<p>uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">➤ rozpoznać postać ogólną, kanoniczną i iloczynową funkcji kwadratowej;➤ przekształcać do różnych postaci funkcji;➤ sporządzić wykres funkcji korzystając z każdej z postaci;➤ wyznaczyć wzór funkcji na podstawie wykresu i na podstawie danych jej własności;➤ wyznaczyć wzór ogólny o zadanych własnościach;➤ wyznaczyć współrzędne wierzchołka paraboli;➤ określa ilość miejsc zerowych funkcji na podstawie wyróżnika kwadratowego;➤ wyznaczyć wartość największą i najmniejszą w podanym przedziale;➤ rozwiązywać zadania o kontekście praktycznym prowadzące do badania własności funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne);➤ ocenić poprawność rozwiązania zadania;➤ sprawnie



		<p>rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie;</p> <ul style="list-style-type: none">➤ stosować algorytm rozwiązania równania kwadratowego;➤ rozwiązywać zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych;➤ przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisanego wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej;➤ opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej.
<p>Wielomiany</p> <ul style="list-style-type: none">➤ Działania na wyrażeniach algebraicznych, wzory skróconego mnożenia.➤ Pojęcie stopnia wielomianu, równość wielomianów.➤ Działania na wielomianach; dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów.➤ Rozkładanie wielomianów na czynniki.➤ Pierwiastek wielomianu.➤ Rozwiązywanie prostych równań wielomianowych.➤ Zadania z kontekstem praktycznym prowadzące do rozwiązywania równań wielomianowych.	<p>uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">➤ przypomni wzory skróconego mnożenia i działania na wyrażeniach algebraicznych;➤ pozna definicję wielomianu jednej zmiennej;➤ pozna twierdzenie o równości wielomianów;➤ nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany;➤ pozna pojęcie pierwiastka wielomianu;➤ pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki;➤ nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe;➤ nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.	<p>uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">➤ rozpoznać wyrażenia, które są wielomianami, określić stopień, uporządkować;➤ wykonać poprawnie dodawanie, odejmowanie, mnożenie wielomianów;➤ ocenić poprawność wykonanych przekształceń;➤ sprawdzić czy dana liczba jest miejscem zerowym wielomianu;➤ rozłożyć wielomian na czynniki (wylączenie przed nawias, grupowanie, wzory skróconego mnożenia);➤ rozwiązać równania



		<p>wielomianowe metodą rozkładu na czynniki;</p> <ul style="list-style-type: none">➤ rozwiązać zadania dotyczące sytuacji praktycznych prowadzące do równań wielomianowych;➤ ustalić związki między danymi w zadaniu.
<p>Wyrażenia wymierne</p> <ul style="list-style-type: none">➤ Proporcjonalność odwrotna, jej wykres i własności.➤ Rozwiązywanie zadań praktycznych związanych z proporcjonalnością odwrotną.➤ Wyrażenia wymierne i ich dziedzina. Wyznaczanie wartości liczbowej danego wyrażenia.➤ Przekształcanie i wykonywanie działań na wyrażeniach wymiernych: skracanie, dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie.➤ Rozwiązywanie prostych równań wymiernych.	<p>uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">➤ pozna definicję proporcjonalności odwrotnej;➤ nauczy się szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać jej własności;➤ nauczy się rozwiązywać zadania związane z proporcjonalnością odwrotną;➤ nauczy się skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;➤ nauczy się określać dziedzinę wyrażenia wymiernego;➤ nauczy się wykonywać działania na wyrażeniach wymiernych;➤ nauczy się rozwiązywać równania wymierne.	<p>uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">➤ wyjaśnić pojęcie proporcjonalności odwrotnej;➤ wskazać wielkości odwrotnie proporcjonalne;➤ narysować wykres $y = \frac{a}{x}$ i podać własności;➤ rozwiązywać zadania praktyczne związane z proporcjonalnością odwrotną;➤ narysować wykresy $y = \frac{a}{x} + q$ i $y = \frac{a}{x - p}$, podać własności tych funkcji w tym równania asymptot;➤ wyznaczać dziedzinę wyrażenia wymiernego z jedną zmienną;➤ obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego;➤ skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;➤ przekształcać wyrażenie wymierne wyznaczając jedną ze zmiennych w zależności od



		<p>innych (przekształcanie wzorów);</p> <ul style="list-style-type: none">➤ wykonywać działania na wyrażeniach wymiernych;➤ rozwiązać proste równanie wymierne;➤ rozwiązywać zadania o kontekście praktycznym prowadzące do równań wymiernych.
<p>Planimetria cz. I</p> <p>⇒ Usystematyzowanie wiadomości dotyczących pojęć; odcinek figura, punkt, prosta, odległość.</p> <p>➤ Rodzaje kątów. Związki między kątem środkowym, kątem wpisanym oraz kątem dopisanym.</p> <p>⇒ Położenie prostych na płaszczyźnie, położenie dwóch okręgów na płaszczyźnie.</p> <p>⇒ Twierdzenie o środkowych, wysokościach, symetralnych boków i dwusiecznych kątów w trójkącie</p> <p>⇒ Podział trójkątów ze względu na boki i kąty.</p> <p>⇒ Twierdzenie Pitagorasa.</p> <p>⇒ Przystawanie trójkątów.</p>	<p>uczeń:</p> <p>⇒ pozna pojęcie figura ograniczona, nieograniczona, wypukła, wklęsła;</p> <p>⇒ przypomni rodzaje kątów, przypomni definicję kąta wpisanego i środkowego;</p> <p>➤ pozna związki między kątem wpisanym i środkowym, kątem między styczną a cięciwą;</p> <p>➤ przypomni wzajemne położenie prostych i okręgów;</p> <p>➤ pozna warunki opisujące wzajemne położenie prostej i okręgu, dwóch okręgów;</p> <p>⇒ przypomni pojęcia symetralna, dwusieczna kąta, wysokość;</p> <p>⇒ przypomni podział trójkątów ze względu na kąty i boki;</p> <p>⇒ przypomni i stosuje twierdzenie Pitagorasa;</p> <p>⇒ pozna cechy przystawania trójkątów, nauczy się wykorzystywać cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania zadań.</p>	<p>uczeń potrafi:</p> <p>⇒ podać przykład figury o określonych własnościach;</p> <p>⇒ wyjaśnić pojęcia: odległość punktów, odległość punktu od prostej, odległość punktu od płaszczyzny, długość, obwód, pole, objętość, miara kąta;</p> <p>➤ zastosować własności kątów wierzchołkowych przyległych naprzemiennych, środkowych i wpisanych;</p> <p>➤ określić wzajemne położenie dwóch okręgów, prostej i okręgu;</p> <p>➤ zastosować warunki opisujące wzajemne położenie dwóch okręgów, prostej i okręgu;</p> <p>⇒ odczytać i oszacować odległość;</p> <p>⇒ zastosować własności dwusiecznej, symetralnej, środkowych trójkąta;</p> <p>⇒ stosować</p>



		<p>twierdzenie Pitagorasa;</p> <p>⇒ wyznaczać środek i promień okręgu wpisanego i opisanego na dowolnym trójkącie, skonstruować okrąg opisany i wpisany w trójkąt;</p> <p>⇒ obliczyć pole trójkąta;</p> <p>⇒ wykorzystać cechy przystawiania trójkątów do rozwiązywania zadań.</p>
<p>Planimetria cz. II</p> <p>⇒ Wielokąty i ich własności ze szczególnym uwzględnieniem czworokątów.</p> <p>⇒ Twierdzenie Talesa.</p> <p>➤ Figury podobne. Podobieństwo trójkątów. Rozwiązywanie zadań z kontekstem praktycznym.</p> <p>⇒ Skala i plan.</p> <p>⇒ Pole figur, zastosowanie trygonometrii do rozwiązywania zadań dotyczących związków miarowych w figurach.</p>	<p>uczeń:</p> <p>⇒ pozna podział i własności czworokątów;</p> <p>⇒ utrwali wzory na pola czworokątów;</p> <p>➤ pozna cechy podobieństwa trójkątów;</p> <p>➤ pozna zależność pól i figur podobnych;</p> <p>⇒ przypomni twierdzenie Talesa;</p> <p>➤ nauczy się obliczać pola i obwody figur podobnych z zastosowaniem trygonometrii;</p> <p>➤ nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące mapy, planu, skali mapy.</p>	<p>uczeń potrafi:</p> <p>⇒ sklasyfikować czworokąty;</p> <p>⇒ obliczać pola czworokątów;</p> <p>⇒ zamieniać jednostki miar;</p> <p>⇒ stosować twierdzenie Talesa przy rozwiązywaniu problemów geometrycznych;</p> <p>➤ obliczać pola i obwody figur z zastosowaniem trygonometrii;</p> <p>➤ stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązywania zadań w kontekście praktycznym (dotyczących planu, mapy, skali mapy itp.);</p> <p>➤ wykorzystuje twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych;</p> <p>❖ prowadzić rozumowanie typu: uzasadnij, wykaż, które wymagają</p>



		zastosowania związków miarowych w figurach.
Funkcja wykładnicza i logarytmy <ul style="list-style-type: none">➤ Potęga o wykładniku wymiernym i jej własności.➤ Potęga o wykładniku rzeczywistym.➤ Pojęcie i własności logarytmów.➤ Definicja i wykresy funkcji wykładniczych.➤ Zadania o kontekście praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczych.	uczeń: <ul style="list-style-type: none">➤ przypomni własności działań na potęgach;➤ pozna definicję potęgi o wykładniku wymiernym;➤ pozna własności działań na potęgach o wykładnikach rzeczywistych;➤ pozna pojęcie logarytmu;➤ pozna podstawowe własności logarytmów;➤ pozna pojęcie funkcji wykładniczej;➤ pozna własności funkcji wykładniczej;➤ nauczy się stosować własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań;	uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none">➤ sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładnikach rzeczywistych;➤ stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań;➤ obliczać logarytm liczby dodatniej;➤ stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań;➤ odróżniać funkcję wykładniczą od innych funkcji;➤ sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;➤ przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;➤ rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym.
Ciągi liczbowe <ul style="list-style-type: none">➤ Definicja i przykłady ciągów liczbowych.➤ Monotoniczność ciągu.➤ Ciąg arytmetyczny i geometryczny.➤ Procent składany.➤ Oprocentowanie lokat i kredytów.	uczeń: <ul style="list-style-type: none">➤ pozna definicję ciągu;➤ pozna sposoby opisywania ciągu;➤ pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu➤ pozna definicję ciągu arytmetycznego;➤ pozna definicję ciągu geometrycznego;➤ pozna wzory dotyczące ciągu arytmetycznego i geometrycznego;➤ nauczy się stosować poznane wzory w zadaniach;➤ pozna pojęcie procentu składanego;➤ nauczy się rozwiązywać zadania	uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none">➤ podać przykłady ciągów;➤ określić ciąg liczbowy za pomocą wzoru ogólnego;➤ obliczyć dowolny wyraz ciągu;➤ sporządzić wykres ciągu;➤ zbadać monotoniczność ciągu;➤ zbadać czy ciąg jest arytmetyczny;➤ wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie



	dotyczące lokat i kredytów.	wskazanych danych; ➤ obliczyć sumę n wyrazów ciągu arytmetycznego; ➤ zbadać czy ciąg jest geometryczny; ➤ wskazać ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych; ➤ obliczyć sumę n wyrazów ciągu geometrycznego; ➤ rozwiązywać zadania praktyczne z wykorzystaniem własności ciągów; ➤ wyjaśnić pojęcia związane z procentem składanym; ➤ stosować procent składany w zadaniach dotyczących obliczeń bankowych (lokaty, kredyty, kapitał);
Geometria analityczna ➤ Proste na płaszczyźnie. Równanie kierunkowe i ogólne prostej ➤ Równoległość i prostopadłość prostych na płaszczyźnie. ➤ Odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych ➤ Współrzędne środka odcinka ➤ Równanie okręgu.	uczeń: ➤ przypomni jak się przedstawia prostą w postaci kierunkowej; ➤ nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej; ➤ pozna warunki na równoległość i prostopadłość prostych; ➤ nauczy się obliczać odległość dwóch punktów; ➤ pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka; ➤ pozna równanie okręgu, ➤ nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej; ➤ nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu.	uczeń potrafi: ➤ rozpoznać i zapisać równania prostej w postaci kierunkowej i ogólnej; ➤ podać warunki na prostopadłość i równoległość prostych; ➤ odróżnić czy proste są równoległe czy prostopadłe na podstawie ich równań kierunkowych; ➤ wyznaczyć równania prostych równoległych oraz prostopadłych do danej prostej; ➤ wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty; ➤ obliczyć odległość



		<p>punktów;</p> <ul style="list-style-type: none">➤ posługiwać się równaniem okręgu;➤ przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytywać współrzędne środka;➤ wyznaczać równanie okręgu o zadanych własnościach.
<p>Rachunek prawdopodobieństwa</p> <ul style="list-style-type: none">➤ Elementy kombinatoryki: zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych niewymagających używania wzorów kombinatorycznych.➤ Zasada mnożenia.➤ Pojęcia związane z rachunkiem prawdopodobieństwa (doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zb zdarzeń elementarnych)➤ Suma, iloczyn i różnica zdarzeń➤ Definicja klasyczna prawdopodobieństwa i jej zastosowanie do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych.	<p>uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">➤ nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;➤ pozna zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować;➤ nauczy się przedstawiać sytuacje kombinatoryczne w postaci drzewka i posługiwać się nim w rozwiązywaniu zadania;➤ pozna pojęcia zdarzenie losowe, doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór zdarzeń elementarnych, zdarzenie pewne, niemożliwe;➤ nauczy się znajdować sumę, iloczyn, różnicę zdarzeń;➤ pozna klasyczną def. prawdopodobieństwa;➤ pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować;➤ nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa	<p>uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">➤ dobrać model do doświadczenia;➤ zliczać wyniki doświadczenia, określać podzbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających zajściu danej sytuacji;➤ stosować zasadę mnożenia do zliczania obiektów w doświadczeniu;➤ wyznaczać sumę, iloczyn, różnicę zdarzeń;➤ obliczać prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia stosując wzory, rys „drzewo”;➤ przewidzieć skutki planowanych działań;➤ zastosować własności prawdopodobieństwa;❖ oceni poprawność rozwiązania zadania;
<p>Elementy statystyki</p> <ul style="list-style-type: none">➤ Odczytywanie i interpretowanie danych statystycznych z tabel, diagramów i wykresów➤ Przedstawianie danych w postaci tabel, wykresów.➤ Średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, dominanta i odchylenie standardowe.	<p>uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">➤ nauczy się odczytywać i interpretować dane statystyczne przedstawione w postaci tabel i wykresów;➤ nauczy się porządkować i grupować dane statystyczne;➤ nauczy się obliczać średnie: arytmetyczną, ważoną, medianę	<p>uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">➤ grupować i porządkować dane;➤ przedstawić dane w postaci diagramu, wykresu, tabeli;➤ odczytać dane



<p>➤ Interpretacja parametrów statystycznych.</p>	<p>dominantę; ➤ nauczy się interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne.</p>	<p>z wykresu, tabeli, diagramu; ➤ przedstawić werbalnie, za pomocą zwrotów języka naturalnego, informacje zapisane w języku matematyki; ➤ obliczyć wartość średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany, odchylenia standardowego; ➤ interpretować parametry statystyczne.</p>
<p>Stereometria</p> <p>➤ Równoległość i prostopadłość w przestrzeni. ➤ Własności podstawowych figur przestrzennych: graniastosłupów, i ostrosłupów ➤ Wzajemne położenie krawędzi i ścian brył: kąt nachylenia prostej do płaszczyzny i kąt dwuścienny. ➤ Własności brył obrotowych: kuli, stożka, walca. ➤ Wyznaczanie związków miarowych w bryłach z zastosowaniem trygonometrii.</p>	<p>uczeń:</p> <p>➤ pozna wzajemne położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni; ➤ pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni. ➤ nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną; ➤ pozna pojęcie kąta dwuściennego; ⇒ utrwali wiadomości o graniastosłupach; ⇒ utrwali wiadomości o ostrosłupach; ⇒ utrwali wiadomości o bryłach obrotowych.</p>	<p>uczeń potrafi:</p> <p>➤ wyjaśnić pojęcie figury przestrzennej; ➤ określić wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni; ➤ narysować wielościany (graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe); ➤ wskazać i obliczyć kąty między ścianami i odcinkami (krawędzie, przekątne, wysokość); ➤ podać własności figur przestrzennych, ⇒ rysować siatki figur przestrzennych; ⇒ wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych; ➤ wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii; ❖ odczytać informacje</p>



		przedstawione za pomocą rysunków pomocniczych ➤ rozwiązywać zadania praktyczne z zastosowaniem trygonometrii
--	--	---

4. Procedury osiągnięcia celów

Osiągnięcie celów edukacyjnych zaplanowanych w rozporządzeniu dotyczącym podstawy programowej oraz celów zapisanych w programie jest możliwe tylko wtedy, gdy zastosujemy różnorodne metody nauczania i odpowiednio dobrane formy organizowanych lekcji. Ta różnorodność ma nie tylko uatrakcyjnić przedmiot, ale także zaktywizować uczniów w procesie uczenia się, zachęcić do rozwiązywania różnych problemów, spowodować kształtowanie odpowiednich postaw, które umożliwią mu samodzielne i odpowiedzialne uczenie się. Uczniowie powinni być świadomi tego, że są współodpowiedzialni za to, jaką wiedzę posiadają i jakie umiejętności zdobędą. Nauczyciel powinien podejmować wszelkie działania w celu wzbudzenia ciekawości ucznia, wskazania mu i wzmocnienia jego mocnych stron oraz ukazania korzyści, jakie może czerpać z nauki matematyki. Wśród metod nauczania często powinniśmy sięgać po metody aktywizujące, które:

- rozbudzą zainteresowania ucznia;
- zwiększą jego samodzielność;
- rozwijają twórcze myślenie i kreatywne działanie;
- motywują do działania;
- rozwijają umiejętność współpracy i komunikacji w grupie;
- podnoszą skuteczność nauczania i uczenia się;

Proponowane metody pracy:

Ćwiczenia – metoda wyzwala aktywność uczniów. Pozwala dostrzegać zastosowanie nabytej wiedzy i potwierdzać przekonanie o jej użyteczności. Odpowiednio dobrany układ zadań pozwala kształcić umiejętność analizowania i rozwiązywania problemów. Metoda rozwija doskonalenie kompetencji: (W2, W3, U3, U4).

Praca z podręcznikiem – rozwija aktywność twórczą, kształci umiejętność czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego, analizowania definicji i twierdzeń oraz śledzenia algorytmów rozwiązywania niektórych zadań.(U3, U4).

Obserwacja – rejestrowanie wyników obliczeń (eksperymentów) przeprowadzanych za pomocą komputera lub kalkulatora oraz redagowanie wniosków dotyczących wyników tych działań. Kształci umiejętność dostrzegania matematyki w sytuacjach codziennych oraz przyszyłym działaniu zawodowym.(W3, W4, U3, U1).

Burza mózgów – polega na zgłaszaniu pomysłów własnych propozycji rozwiązania problemu. Powinna być zakończona dyskusją wartościującą pomysły z argumentacją uzasadniającą ich wartość.(P1, P2, P3).

Metoda projektu - polega na tym, że uczniowie samodzielnie realizują „duże zadania” w wyznaczonym czasie. Nauczyciel określa jedynie ramy projektu. Może on być realizowany indywidualnie lub zespołowo. Celem tej metody jest kształtowanie umiejętności planowania i organizacji pracy własnej uczniów, zbierania i selekcjonowania



informacji, rozwiązywania problemów, pracy w grupie, podejmowania decyzji, oceniania, komunikowania się. (**W4, W5, P1, P2, P3**).

Formy organizacji pracy:

- praca indywidualna; może polegać na analizowaniu tekstu matematycznego, redagowaniu go poprzez układanie zadań lub ćwiczeniu sprawności wykonywania obliczeń. Pomocne w realizacji tego są karty pracy;
- praca w grupach; uczy współdziałania, odpowiedzialności za zespół i wprowadza element rywalizacji, a jednocześnie integruje klasę. Rozwija także umiejętność komunikacji i uzasadniania swoich racji;
- praca z całą klasą; polega na zaangażowaniu całej klasy w rozwiązywanie problemów sformułowanych przez nauczyciela;

Realizacja celów założonych w programie kształtowania kompetencji kluczowych odbywać się powinna poprzez dużą liczbę ćwiczeń sprawdzających rozumienie danych treści, rozwiązywanie zadań w odniesieniu do sytuacji praktycznych związanych z profilem zawodu technik pojazdów samochodowych, rozwiązywaniu zadań o zróżnicowanym stopniu trudności w celu większej indywidualizacji pracy i dostosowania do możliwości uczniów oraz użyciu nowoczesnych pomocy dydaktycznych wykorzystujących kalkulatory, programy komputerowe, modele brył, gry dydaktyczne.

5. Metody sprawdzania i oceny umiejętności uczniów

Systematyczna kontrola i ocenianie efektów pracy ucznia jest koniecznym oraz nieodłącznym elementem każdego programu szkolnego, mającego przynieść zaplanowane oczekiwania. Celami oceniania są:

- ✓ informowanie na potrzeby ucznia, rodzica, nauczyciela, szkoły;
- ✓ motywowanie;
- ✓ diagnozowanie specjalnych potrzeb edukacyjnych;
- ✓ przygotowanie do sytuacji egzaminacyjnej;
- ✓ wdrażanie do realnej samooceny.

Głównymi obszarami oceniania powinny być: wiedza zdobyta przez ucznia, umiejętności pozwalające na gromadzenie i pogłębianie wiedzy oraz postawa wyróżniająca się w dążeniu do samorealizacji. Przedmiotem oceny powinien być postęp ucznia w procesie kształcenia. Wiedzę ucznia można ocenić poprzez prace klasowe, kartkówki. Pozostałe obszary najlepiej można ocenić podczas dyskusji, pracy w małych zespołach, prace projektowe oraz zadania indywidualne, podejmowane przez uczniów. Ocenie podlega wówczas zaangażowanie w realizację zadań, odpowiedzialność za pracę, oraz umiejętność współpracy między uczniami. Ocenianie powinno być zgodne z przyjętym wewnątrzszkolnym systemem oceniania. Powinno uświadomić uczniowi braki, wykryć kłopoty i trudności, ale także zachęcić do dalszej pracy i pokonywania problemów. Aby wnikliwie ocenić osiągnięcia edukacyjne ucznia należy posługiwać się różnorodnymi środkami i metodami oceniania takimi jak:

- ✓ prace pisemne:
 - długie zapowiedziane wcześniej z większej partii materiału;
 - krótkie sprawdziany, kartkówki z ostatnich lekcji;
- ✓ odpowiedzi ustne;
- ✓ prace domowe;
- ✓ aktywność ucznia na lekcji;
- ✓ projekty;

Pod uwagę należy także wziąć udział młodzieży w konkursach i dodatkowych zajęciach koła matematycznego.

Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia:

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- Intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady.
- Rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji.
- Rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami.
- Potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania.
- Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- Podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady.
- Podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego.
- Wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia.
- Zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania.
- Sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach.
- Korzysta z kalkulatora.
- Zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych.
- Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych.
- Naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji.
- Samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne.
- Sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- Przywołuje definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady.
- Zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować.
- Intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą.
- Wyjaśnia, w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia.
- Zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych.
- Rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania.
- Rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów.
- Ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- Zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi.
- Posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji.
- Samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego.
- Przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki.
- Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie.
- Korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy).
- Stosuje nowe twierdzenia.
- Ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia).
- Zna dowody twierdzeń objętych programem.
- Rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody.
- Skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania.
- Analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań.
- Rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych.

Stopień celujący:

Uczeń:

- Analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji.
- Zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu.
- Potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia.
- Zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć.
- Buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych.
- Stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych.
- Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania.
- Uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.



Propozycja hierarchii wymagań dla działu funkcje zakres podstawowy w kl I

W opisie uwzględniono klasyfikację umiejętności na poziomych wymaganiach:

P- podstawowy, spełnienie wymagań uprawnia do uzyskania stopnia dostateczny lub dopuszczający;

R- rozszerzający, spełnienie wymagań uprawnia do uzyskania stopnia dobry o ile równocześnie spełnione zostały wymagania na stopień dostateczny;

D- dopełniający, spełnienie wymagań uprawnia do uzyskania oceny bardzo dobry. Stopień celujący może uzyskać uczeń, który spełnia wszystkie wymagania i osiąga inne wyniki założone szkolnym regulaminem oceniania.

I.p	Uczeń potrafi:	Poziom wymagań
1	➤ wskazać wśród różnych przyporządkowań te które są funkcjami	P
2	➤ podać przykłady funkcji	P
3	➤ przedstawić daną funkcję różnymi sposobami (tabela, wykres, opis, wzór)	P
4	➤ obliczać wartość funkcji podanej wzorem	P
5	➤ wyznaczać współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych,	P
6	➤ rozpoznać, które wykresy mogą przedstawiać funkcję	P
7	➤ narysować wykres funkcji określonej tabelką, wzorem, opisem słownym	P
8	➤ odczytać z wykresu funkcji zbiór argumentów dla których funkcja przyjmuje określone własności (dodatnie, ujemne ,jest malejąca, stała, rosnąca itp.)	P
9	➤ odczytać i interpretować informacje dotyczące zjawisk przyrodniczych, ekonomicznych na podstawie podanych dla nich wykresów funkcji	P
10	➤ podać definicje funkcji, jej dziedziny, miejsca zerowego	R
11	➤ opisać własności funkcji na podstawie wykresu, tabelki ,opisu , grafu	R
12	➤ przekształcić symetrycznie wykres względem osi układu współrzędnych	R
13	➤ odczytać z wykresu liczbę rozwiązań równania $f(x)=m$, rozwiązania nierówności $f(x)>m$, $f(x)<m$.	R
14	➤ naszkicować wykres funkcji o podanych własnościach	R
15	➤ przesunąć wykres wzdłuż osi układu współrzędnych i podać wzór uzyskanej funkcji	R
16	➤ podać przykład wzoru funkcji o określonych własnościach	D
17	➤ naszkicować wykres funkcji o określonych własnościach	D
18	➤ podać opis zależności w postaci wzoru funkcji	D
19	➤ rozwiązać zadania dotyczące zastosowania funkcji	D

6. Ewaluacja programu

Ewaluacja programu polega na sprawdzaniu czy w wyniku podjętych działań powstały spodziewane rezultaty. Taka ocena powinna być dokonywana systematycznie po pewnych ustalonych okresach realizacji programu.. Ewaluacji dokona autor programu, który jest odpowiedzialny za jego realizację, jakość i efekty nauczania. Podstawowym jej celem jest polepszenie skuteczności i użyteczności programu kształtowania MKKE. Odbywać się będzie w następujących etapach:

Etap	obiekt	próba badawcza	metody	uwagi- wyniki
I. Przed przystąpieniem do realizacji programu.	działania służące rozwijaniu kompetencji kluczowych	projekt programu	arkusz ewaluacji	analiza danych z arkusza ewaluacji
II W trakcie realizacji programu	skuteczność programu	uczniowie i nauczyciele realizujący program	<ul style="list-style-type: none"> ▪ test diagnostyczny badający umiejętności uczniów klasy pierwszej; ▪ obserwacja aktywności uczniów podczas zajęć; ▪ przeprowadzanie ankiet wśród młodzieży na temat przydatności i atrakcyjności prowadzonych zajęć; ▪ systematyczna analiza wyników nauczania. 	Zebranie danych Raport ewaluacyjny
III. Na koniec realizacji programu i po pewnym czasie od realizacji	skuteczność i użyteczność programu	uczniowie i (absolwenci)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ przeprowadzenie badań sprawdzających poziom wzrostu osiągnięć i kompetencji kluczowych uczniów; ▪ analiza wyników egzaminu maturalnego; ▪ analiza wyników egzaminu z przygotowania zawodowego; ▪ analiza ankiet absolwentów pod kątem funkcjonowania na rynku pracy. (po ukończeniu szkoły). 	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu



Bibliografia

- [1] Babiański W., Hall Katarzyna, Ponczek Dorota, *Program nauczania matematyki- Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym*, Nowa Era, Warszawa 2008.
- [2] M. Kurczab, Elzbieta Kurczab, Elzbieta Świda, *Matematyka. Program nauczania w liceach i technicach*, Oficyna Edukacyjna Pazdro, Warszawa 2008.
- [3] M. Sobczak, *Założenia, zasady opracowania i modyfikacji programu kształcenia kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Lublin 2009.
- [4] ZSM, *Diagnoza implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań regionalnych oświaty i rynku pracy*, Łapy 2009



Autor
Mariola Beata Teresiak

**MATEMATYKA
ZAKRES PODSTAWOWY**

**AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH**

**W TECHNIKUM EKONOMICZNYM
ZESPOŁU SZKÓŁ ZAWODOWYCH W HAJNÓWCE**

Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Notatka o autorze.....	5
Wstęp.....	5
1. Uwarunkowania realizacji programu.....	9
1.1. Ocena programu realizowanego dotychczas w kontekście możliwości rozwijania MKKE.....	9
1.2. Oszacowanie zasobów uczniów.....	10
1.3. Rozpoznanie potrzeb rozwojowych i edukacyjnych uczniów.....	11
1.4. Określenie niezbędnych warunków realizacji programu.....	12
2. Cele ogólne.....	14
3. Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania.....	16
3.1. Cele kształcenia:.....	16
3.2. Cele wychowania:.....	17
4. Materiał nauczania oraz opis założonych osiągnięć ucznia.....	18
5. Procedury osiągania szczegółowych celów edukacyjnych.....	26
5.1. Komentarz merytoryczny do realizacji programu.....	26
5.2. Komentarz metodyczny do realizacji programu.....	28
5.3. Przykładowy przydział godzin dla czteroletniego technikum ekonomicznego....	30
6. Propozycje metod oceny założonych osiągnięć ucznia.....	32
7. Oprzyrządowanie programu.....	37
8. Projekt ewaluacji programu.....	39
Bibliografia.....	41



Notatka o autorze

Mgr Mariola Beata Teresiak- absolwent kierunku *Zastosowania matematyki* z przygotowaniem pedagogicznym Uniwersytetu im. Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie oraz studiów podyplomowych na kierunku *Fizyka z elementami technik komputerowych* Uniwersytetu w Białymstoku, nauczyciel dyplomowany z 20–letnim stażem zawodowym.

Wstęp

Uregulowania prawne wynikające z przynależności do Unii Europejskiej

Współpraca państw należących do Unii Europejskiej pociąga za sobą zjawisko swobodnego przemieszczania się ludzi i podejmowania przez nich pracy w innych krajach niż te, w których uzyskali pierwotne kwalifikacje zawodowe. Należy więc umożliwić ludziom skuteczne włączenie się w życie zawodowe wszędzie tam, gdzie się znajdują, czy też na stałe.

W tej sytuacji niezbędne jest wprowadzenie pewnych ujednoliceń w systemach edukacyjnych krajów UE oraz przygotowanie obywateli do konieczności uczenia się przez całe życie. Pierwsze ustalenia dotyczące tych zagadnień poczyniono na posiedzeniu Rady Europy, w marcu 2000 roku w Lizbonie. Podczas kolejnych posiedzeń RE zainicjowano program roboczy „Edukacja i szkolenia 2010”, który określał przyszłe cele europejskiej edukacji. Dotyczyły one konieczności rozwijania umiejętności przydatnych w społeczeństwie, m.in. promowania uczenia się języków, rozwijania przedsiębiorczości, doskonalenia umiejętności przystosowywania się do zmian. Podkreślały też potrzebę zwiększenia europejskiego wymiaru edukacji, w czym kluczową rolę ma pełnić uczenie się przez całe życie.

Według badań dotyczących edukacji i szkolenia, których wyniki opublikowano w Maastricht w 2004 r., ponad 1/3 pracowników w Europie(ok. 80mln ludzi) stanowią osoby o niskich umiejętnościach.

Tymczasem badania europejskiego rynku pracy wykazywały, iż do 2010 roku

- prawie 50% nowych miejsc pracy będzie wymagało wykształcenia wyższego;
- blisko 40% wykształcenia średniego drugiego stopnia;
- zaledwie 15% będzie odpowiednich dla osób z wykształceniem podstawowym.

Istniała już wówczas duża rozbieżność pomiędzy ówczesnym poziomem wykształcenia a poziomem umiejętności wymaganych w powstających miejscach pracy. Biorąc pod uwagę te zjawiska, Europejski Pakt na rzecz Młodzieży (szczyt RE, 22-23 marca 2005 r. w Brukseli) podkreślał konieczność:

- opracowania wspólnego zestawu podstawowych umiejętności;
- wyposażenie młodych ludzi w kompetencje kluczowe;
- poprawy poziomu osiągnięć edukacyjnych.

Wyposażenie młodych ludzi w kompetencje kluczowe jest zasadniczym elementem działań na rzecz wzrostu gospodarczego i zatrudnienia.

Parlament Europejski i Rada Europy, w grudniu 2006 r., zaleciły państwom członkowskim rozwijanie kompetencji kluczowych dla wszystkich, z równoczesnym wykorzystaniem dokumentu „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia”. Kompetencje kluczowe zdefiniowane przez dokument Parlament Europejski to te, których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobowego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia.

Oczekiwania społeczne

Wybór kompetencji matematycznych, jako jednego z kierunków intensywnych działań w projekcie Szkoła Kluczowych Kompetencji (SKK) nie jest przypadkowy, gdyż kierownictwo resortu nauki i szkolnictwa wyższego oraz prowadzący badania potrzeb rynku pracy w Polsce doszli do wniosku, że pilna jest potrzeba kształcenia w zawodach technicznych, w tym inżynierów. Pozostaje to w ścisłym związku z Narodową Strategią Spójności (cele 2 i 4). Na najbliższe lata zaplanowano istotny wzrost liczby studentów na kierunkach technicznych oraz stosowanie różnych zachęt (np. dodatkowe stypendia) dla podejmujących te kierunki kształcenia.

Podjęcie nauki na wyższej uczelni wymaga egzaminu maturalnego. Centralna Komisja Egzaminacyjna wskazuje w swoich corocznych raportach, że absolwenci techników zdają egzamin maturalny słabiej niż absolwenci liceów ogólnokształcących.

Ponadto od 2010 roku, zgodnie z rozporządzeniem MEN, egzamin maturalny będzie obejmował obowiązkowo również matematykę. Tymczasem wielu uczniów przez lata nauki szkolnej nabiera przekonania, że nie są w stanie nauczyć się matematyki. Brak wiary we własne siły (wynikający z niedostatecznego ugruntowania podstawowych umiejętności matematycznych) powoduje niechęć do pokonywania trudności w uczeniu się matematyki i rezygnację z podejmowania kształcenia na kierunkach, na których wymagana jest matematyka.

Konieczność podnoszenia skuteczności nauczania

Szkoły, jak dotąd, nie potrafią dostatecznie zainteresować młodzieży edukacją matematyczną, przełamać uprzedzenia w tym zakresie i kształcić skuteczniej. Przyczyny są różne. Nauczyciele wymieniają najczęściej: niewystarczający wymiar godzin na nauczanie matematyki, brak uzdolnień młodzieży i lenistwo uczniów. Rzadko kto wymienia tu skostniałe metody nauczania, brak działań podnoszących zainteresowanie przedmiotem, brak pomocy ze strony systemu edukacji w uczeniu się. Reasumując: w nauczaniu matematyki jest wiele do zrobienia.

Ponadto, za wykorzystaniem kształcenia matematycznego do podnoszenia atrakcyjności i skuteczności kształcenia zawodowego przemawiają wyjątkowe walory matematyki:

- możliwość zrozumienia i stosowania języka m-ki, jako języka opisu rzeczywistości;
- rozwijanie myślenia matematycznego;
- rozwijanie wyobraźni geometrycznej;
- nabycie umiejętności rozwiązywania różnorodnych teoretycznych i praktycznych w twórczy sposób;
- ukształtowanie postaw pożądanych z punktu widzenia społecznego (m.in. wytrwałości w pokonywaniu trudności, systematyczności, dokładności, porządku, nawyku planowania i przewidywania skutków własnych działań).



Poprzez uczestnictwo w nieco inaczej zaplanowanych i poprowadzonych lekcjach matematyki uczniowie udoskonalą umiejętności intelektualne, niezbędne do uczenia się przedmiotów zawodowych, uzyskując szansę dalszego kształcenia się, albo bycia bardziej wartościowym – wykwalifikowanym pracownikiem.

Diagnoza regionalna dla szkół technicznych naszego regionu, sporządzona w ramach projektu SKK, nazwała problemy, z którymi borykają się nasze szkoły:

- Uczniowie w przeważającej części są absolwentami z niskimi wynikami egzaminu gimnazjalnego, przy czym zaległości z poprzednich etapów nawarstwiają się w kolejnych latach edukacji
- W szkołach istnieje problem niezadowalającego opanowania kluczowych kompetencji przez uczniów
- Wielu uczniów przypadkowo wybrało kierunek kształcenia, nie planując swojej przyszłości zawodowej; nieprzemyślane wybory i decyzje przekładają się na niskie zaangażowanie uczniów, słabą znajomość potrzeb, prognoz i wymogów rynków pracy
- Słaba psychologiczno-osobowościowa strona mentalności uczniów i absolwentów
- Uczniowie wykazują niski poziom świadomości zawodowej
- Mimo ciągle przesuwanego środka ciężkości, nauczanie jest zbyt tradycyjne, encyklopedyczne, mało atrakcyjne dla uczniów.

Wychodząc naprzeciw oczekiwaniom społecznym oraz uwzględniając wnioski i rekomendacje diagnozy regionalnej dla województwa podlaskiego, a w szczególności dla ZSZ w Hajnówce, podjęłam się napisania autorskiego programu nauczania matematyki dla 4-letniego technikum ekonomicznego.

Opracowanie programu autorskiego z matematyki jest jednym z elementów Projektu „Szkoła Kluczowych Kompetencji. Program rozwijania umiejętności uczniów Szkół Polski Wschodniej”.



1. Uwarunkowania realizacji programu

Autorski program nauczania matematyki jest przeznaczony do realizacji w 4-letnim technikum ekonomicznym Zespołu Szkół Zawodowych w Hajnówce, z możliwością realizacji innych klasach technicznych. Został opracowany w oparciu o cele, zadania, treści kształcenia i osiągnięcia zawarte w podstawie programowej – Rozporządzenie MENiS z dnia 26 lutego 2002 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz.U. Nr 51, poz.458), standardy wymagań egzaminacyjnych Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz.U. z 2007 r. Nr 157, poz. 1102), kompetencje matematyczne określone w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” (MKKE), wnioski i rekomendacje diagnozy regionalnej województwa podlaskiego (wydanej w ramach projektu „Szkoła Kluczowych Kompetencji”) oraz sugestie nauczycieli przedmiotów ekonomicznych Zespołu Szkół Zawodowych w Hajnówce.

Konstrukcja programu odwołuje się do zapisów rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 r. w sprawie dopuszczenia do użytku szkolnego programów nauczania oraz dopuszczania do użytku szkolnego podręczników.

1.1. Ocena programu realizowanego dotychczas w kontekście możliwości rozwijania MKKE.

W ciągu paru ostatnich lat realizowałam „Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie w zakresie podstawowym”, autorzy: W. Babiański, K. Hall, D. Ponczek, wydawnictwo Nowa Era (z kolejnymi modyfikacjami programu ze względu na podstawę programową).

Analizując powyższy program w kontekście możliwości rozwijania MKKE, stwierdziłam konieczność przerehabilitacji i jasnego sformułowania celów edukacyjnych (zwłaszcza w kontekście praktycznych zastosowań matematyki, w tym: ekonomii).

Program Nowej Ery nie zawiera w płaszczyźnie celów oraz treści nauczania, ważnej umiejętności zawartej w kluczowych kompetencjach matematycznych: „śledzić i oceniać ciągi argumentów – rozumieć dowód matematyczny” (choć podręcznik zalecany do realizacji tego programu zawiera proste dowody niektórych twierdzeń i tożsamości oraz ćwiczenia, w których poleca się przeprowadzenie prostych dowodów przez analogię).

Realizując materiał nauczania programu Nowej Ery, doszłam do wniosku, że kładzie on nacisk na wiedzę matematyczną – przyswajanie nowych pojęć oraz problemy nietypowe, mniej na ćwiczenie podstawowych umiejętności. Program zakłada, że umiejętności podstawowe z zakresu gimnazjum, wszyscy uczniowie opanowali w stopniu wystarczającym, stąd też umiejętności ćwiczone w szkole ponadgimnazjalnej stanowią nadbudowę posiadanej wiedzy (jej uzupełnienie i rozszerzenie), co staje się nieadekwatne

do potrzeb i umiejętności uczniów, którzy kończą gimnazja z niskimi notami z matematyki i zasilają szeregi klas technicznych.

Analizowany program jest bardzo wygodny do realizacji dla nauczycieli i przejrzysty dla uczniów przy zastosowaniu tradycyjnego modelu nauczania (sterowany przez nauczyciela, który bezpośrednio kieruje pracą poszczególnych uczniów, aktywność uczniów skierowana na odtwarzanie informacji i naśladowanie czynności nauczyciela, treści głównie teoretyczne z zastosowaniem pasywnych środków dydaktycznych). Jest także skuteczny w przygotowywaniu do egzaminu maturalnego w dotychczasowej formie – średniej złożoności zadań otwartych.

Niestety, nie rozwija on samodzielności i kreatywności ucznia, nie stwarza możliwości regularnej samooceny postępów w nauce, przez co nie zachęca zbyt do systematycznej pracy.

Wyciągając wnioski z powyższej analizy, podjęłam decyzję o napisaniu programu autorskiego z matematyki dla 4- letniego technikum ekonomicznego w oparciu o nowy program wydawnictwa WSiP, autorstwa Aliny Przychoda i Zygmunta Łaszczuk (nr dopuszczenia DKOW-5002-06/08) oraz przyjęcia oprzyrządowania tego programu do realizacji programu autorskiego (cykl „Matematyka. Poznać, zrozumieć”).

1.2. Oszacowanie zasobów uczniów.

Program nauczania matematyki, który powstał jako element projektu „Szkoła Kluczowych Kompetencji”, przeznaczony jest do realizacji w technikum ekonomicznym w latach 2009- 2013 (przy czym projekt pilotuje realizację programu w latach 2009–2012).

Klasy ekonomiczne zostały utworzone w ZSZ w Hajnówce przed 10 laty. Przez pierwsze lata istnienia technikum ekonomiczne cieszyło się bardzo dużym zainteresowaniem, trafiali tu najzdolniejsi uczniowie. W ostatnich latach, z powodu mniejszego zainteresowania uczniów, ale przede wszystkim niżu demograficznego, zdarza się, że trafiają do klas ekonomicznych uczniowie z niższymi wynikami w nauce.

Nie mogąc przeanalizować wyników uczniów, którzy w najbliższym roku utworzą pierwszą klasę technikum ekonomicznego, skupiłam się na klasach, które obecnie tworzą Technikum Ekonomiczne w Zespole Szkół Zawodowych w Hajnówce.

Tabela 1: Zestawienie wyników uczniów Technikum Ekonomicznego istotnych

klasa	Średnie wyniki z testu po gimnazjum matematyczno-przyrodniczego	Średnia ocena końcowa z m-ki w III kl. gimnazjum	Ilość osób z oceną końcową dopuszczającą z m-ki w III kl. gimnazjum	Średnia ocena roczna z m-ki w b.r. szk.
I	48,7%	3,07	8	2,33
II	51,8%	3,4	1	2,8
III	49,6%	3,7	1(z orzeczeniem)	2,9

Powyższe dane wskazują na porównywalne wyniki testów matematyczno-przyrodniczych po gimnazjum w poprzednich rocznikach.

Niepokoić może jednak fakt stopniowego obniżania się średnich ocen z matematyki na zakończenie gimnazjum (w tym: coraz większa ilość uczniów ze stopniem dopuszczającym oraz mniejsza ilość uczniów ze stopniem dobrym i bardzo



dobrym). W technikum ekonomicznym następuje obniżenie średniej oceny z matematyki o ok. 0,7 (dane są wysoce porównywalne ze względu na tego samego nauczyciela uczącego w każdej klasie TE).

Analizując wyniki poszczególnych uczniów zauważyłam, że na 76 uczących się w klasach ekonomicznego, tylko 3 osoby podwyższyły swoją ocenę, 22 zachowały tę samą ocenę, a pozostali uzyskali oceny niższe niż w gimnazjum. Należy też zwrócić uwagę na zdecydowane pogorszenie ocen z matematyki w najmłodszym roczniku (8 ocen dopuszczających po gimnazjum).

Z dużym prawdopodobieństwem można przewidywać, że tendencja spadkowa pod względem wyników nauczania matematyki w gimnazjum, utrzyma się również przy najbliższym naborze do technikum ekonomicznego i trzeba będzie (na początku realizacji programu) zmierzyć się z problemem słabo opanowanych podstaw z matematyki u znaczącej grupy uczniów.

1.3. Rozpoznanie potrzeb rozwojowych i edukacyjnych uczniów.

Na początku roku szkolnego 2009/2010 zostaną zdiagnozowane pisemne umiejętności matematyczne adresatów programu – uczniów technikum ekonomicznego – za pomocą testu diagnostycznego (standaryzowanego w ramach projektu SKK).

Wiedza i umiejętności posługiwania się językiem matematycznym oraz sprawność liczenia (w tym- pamięciowego), będą sprawdzane na lekcjach w trakcie realizacji I działu: Liczby rzeczywiste.

Diagnoza posłuży za punkt wyjścia w procesie rozpoznawania potrzeb edukacyjnych uczniów.

Uczniowie, którzy nie opanowali podstawowych umiejętności matematycznych lub mają poważne braki w określonych dziedzinach z podstawy programowej gimnazjum, będą zobligowani do systematycznego uczestnictwa w zajęciach zespołu wyrównawczego z matematyki, który będzie prowadzony przez nauczyciela uczącego w trakcie klasy pierwszej (praca z uczniem słabym).

Zachętę do zaangażowania się uczniów w ich własny proces edukacyjny będą stanowić:

- zagadnienia matematyczne związane z problemami życia codziennego (p.w. ekonomiczne);
- korelacja matematyki z innymi przedmiotami (fizyką, chemią, geografią);
- krótkie sprawdziany zawarte w podręczniku po każdym temacie (rozwiązywane w ramach samooceny);
- dłuższe sprawdziany zawarte w podręczniku po każdym dziale (w formie zadań zamkniętych i otwartych) – dla samooceny stopnia opanowania danego materiału;
- projekty edukacyjne, które mogą wykonywać zróżnicowane pod względem umiejętności matematycznych zespoły uczniów.

Uczniom najzdolniejszym możemy zaproponować projekty badawcze, które rozłożone w czasie, zachęcają do myślenia naukowego i twórczego podejścia do zagadnień matematycznych.

Warto rozbudzać we wszystkich uczniach ambicje do dalszego kształcenia i to na jak najwyższym poziomie, gdyż jak pokazuje doświadczenie ostatnich lat, nieliczni znajdują pracę w zawodzie bezpośrednio po szkole ponadgimnazjalnej, ale większość absolwentów

Technikum Ekonomicznego studiuje na różnych uczelniach i kierunkach, wśród których przeważają jednak ekonomiczne lub pośredni związane z ekonomią.

Większość uczniów, którzy znajdują się w szeregach technikum ekonomicznego, chcieliby uzyskać tytuł technika w swoim zawodzie. Warunkiem zrealizowania tego celu jest pozytywne złożenie zewnętrznego egzaminu potwierdzającego kwalifikacje zawodowe. Wysoki próg wymagań na zaliczenie (w etapie teoretycznym: 50% z teoretycznych przedmiotów zawodowych, 30% z przedsiębiorczości oraz 75% z części praktycznej), eliminuje nie tylko uczniów słabych, lecz często także średnich. Przykładowo, w 2008 roku na 90% uczniów podchodzących do egzaminu z ekonomii, zdało go tylko 30% absolwentów.

Nauczyciele przedmiotów zawodowych narzekają na wysokie progi wymagań, szczegółowość zagadnień, ale również na podstawowe braki w zakresie kompetencji matematycznych, którymi trzeba się wykazać w czasie egzaminu potwierdzającego kwalifikacje zawodowe.

Wychodząc naprzeciw oczekiwaniom uczniów i nauczycieli przedmiotów ekonomicznych, autorski program z matematyki rozszerza tematykę i przeznaczają więcej jednostek lekcyjnych na zagadnienia związane z ekonomią, m.in.:

- podstawowe działania w zbiorze liczb rzeczywistych i szacowanie wyników;
- procenty (w tym: ustalanie wielkości bazowej, szacowanie % z wielkości, podatki);
- procent składany w zagadnieniach bankowych (kapitalizacja odsetek);
- odczytywanie własności funkcji z jej wykresu (analiza wykresów giełdowych);
- sporządzanie wykresów funkcji liniowej (np. do ustalenia ceny rentowności produkcji, odczytywanie wielkości zysku lub straty z wykresu);
- przekształcanie wzorów (szczególnie ekonomicznych – w postaci liniowej lub prostej proporcji);
- tworzenie proporcji i obliczanie z niej wskazanej wielkości;
- zadania tekstowe z różnych działów matematyki mające kontekst praktyczny (szczególnie nawiązujące do ekonomii);
- statystyka – poszerzona o zagadnienia ekonomiczne (szczególnie różnego rodzaju analizy danych).

1.4. Określenie niezbędnych warunków realizacji programu.

Realizatorem głównym programu będzie jego autor, który odznacza się komunikatywnością i umiejętnościami interpersonalnymi w kontaktach z uczniami i innymi nauczycielami. Ponadto jest absolwentem kursu: *Nowoczesne metody kształcenia dorosłych* (z elementami poradnictwa zawodowego) oraz kursów komputerowych.

Program może być realizowany również w innych klasach technicznych, ze szczególnym wskazaniem ZSZ w Hajnówce (ta sama siatka godzin, wszyscy nauczyciele dyplomowani z wieloletnim stażem, biegle posługują się podstawowymi technikami komputerowymi, absolwenci studiów podyplomowych w różnych kierunkach: fizyka, bibliotekoznawstwo, rachunkowość i finanse).

Biorąc pod uwagę warunki materialne realizacji programu, pragnę nadmienić, iż Zespół Szkół Zawodowych w Hajnówce posiada:

- 2 pracownie komputerowe (w tym: jedna wyposażona z grantów unijnych);
- 2 pracownie ekonomiczne (w tym: jedna skomputeryzowana w ostatnich latach z projektu unijnego);

- 2 pracownie matematyczne (przestronne, z podstawowym wyposażeniem).
W wyposażeniu pracowni matematycznej przeważa pasywne (ułatwiające odbiór informacji) wyposażenie dydaktyczne:

- -plansze
- -tablice ze wzorami
- -modele figur przestrzennych
- -zestaw drewnianych przyrządów kreślarskich
- -2 tradycyjne tablice.

Do realizacji autorskiego programu kształtowania kompetencji kluczowych w technikum ekonomicznym, określiłabym następujące optymalne wyposażenie pracowni matematycznej:

- ❖ laptop, rzutnik multimedialny z szerokim oprogramowaniem, ekran interaktywny;
- ❖ prezentacje multimedialne;
- ❖ przenośny wizualizer;
- ❖ tablica „suchościeralna” do rysowania układu współrzędnych;
- ❖ komplet kalkulatorów (30) z podstawowymi funkcjami matematycznymi;
- ❖ komplet tablic matematycznych typu maturalnego (dla każdego ucznia);
- ❖ poradniki matematyczne lub poszerzone tablice matematyczne (7- jeden na grupę);
- ❖ przezroczyste modele brył z zaznaczonymi kątami przestrzennymi;
- ❖ arkusze białego i kolorowego brystolu, duże arkusze białego papieru, papier na ksero, mazaki, nożyczki, masa mocująca, magnesy;
- ❖ ryza papieru podaniowego w kratkę (format A3);
- ❖ bloki listowe w kratkę (format A4).

2. Cele ogólne

Matematyka, obok języka polskiego i języków obcych, staje się przedmiotem wiodącym w szkole ponadgimnazjalnej z uwagi na obowiązkowy egzamin maturalny. Ten kierunek zmian edukacyjnych w polskim systemie kształcenia, jest realizacją procesu ujednolicania systemów edukacyjnych krajów Unii Europejskiej, w celu wyposażenia dorosłego absolwenta w kompetencje kluczowe.

Kompetencje kluczowe zdefiniowane przez Parlament Europejski, to te, których **wszystkie osoby potrzebują** do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia.

Ustalony w dokumencie wykaz zawiera następujące kompetencje kluczowe:

1. Porozumiewanie się w języku ojczystym;
2. Porozumiewanie się w językach obcych;
3. Kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo-techniczne;
4. Kompetencje informatyczne;
5. Umiejętność uczenia się;
6. Kompetencje społeczne i obywatelskie;
7. Inicjatywność i przedsiębiorczość;
8. Świadomość i ekspresja kulturalna;

(uwaga: podkreślenia wskazują kompetencje realizowane w ramach projektu Szkoła Kluczowych Kompetencji)

Kompetencje matematyczne określone w dokumencie „**Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia**” (MKKE) są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

Wiedza:

- W1. rozumienie terminów i pojęć matematycznych;
- W2. dobrze opanowana umiejętność liczenia;
- W3. znajomość miar i struktur;
- W4. znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej;
- W5. świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.

Umiejętności:

- U1. stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny);
- U2. śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny);
- U3. przekazywać komunikaty stosując język matematyczny;
- U4. korzystać z tekstu matematycznego.

Postawy:

- P1. przejawiać szacunek dla prawdy;
- P2. dążyć do szukania przyczyn;
- P3. oceniać zasadność wnioskowań i działań.

Porównując cele zapisane w MKKE oraz cele obowiązującej obecnie podstawy programowej można stwierdzić ich niemal pełną zgodność (na dużym poziomie uogólnienia). Podstawa programowa zakłada: przygotowanie do świadomego

i pełnowartościowego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne odgrywają kluczową rolę; przyswojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych; przyzwyczajenie do typowych elementów rozumowań matematycznych (stosowanie pojęć: założenie, wniosek, dowód, przykład, kontrprzykład); wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń; wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji, stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji; kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi i argumentowania.

Zadaniem szkoły według PP jest: zapewnienie kształcenia promującego samodzielne, krytyczne i twórcze myślenie, ograniczenie do minimum działań schematycznych i odtwórczych; zapewnienie każdemu uczniowi warunków do rozwoju zdolności matematycznych na miarę jego możliwości poznawczych; przygotowanie uczniów do samodzielnego zdobywania wiedzy na dalszych etapach edukacji oraz pracy zawodowej; wdrożenie uczniów do korzystania z nowoczesnych narzędzi i źródeł informacji.

MKKE nie są w pełni reprezentowane w zapisach standardów wymagań egzaminacyjnych (ponieważ nie wszystkie umiejętności można sprawdzić podczas egzaminu pisemnego). W zakresie podstawowym standardy zakładają następujące umiejętności zdającego: interpretuje tekst matematyczny i formułuje uzyskane wyniki; używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych; dobiera model matematyczny do prostej sytuacji; stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania oraz prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków.

Celem nauczania matematyki jest wspomaganie wszechstronnego rozwoju ucznia, ukierunkowanego na przygotowanie go do rozumienia współczesnego świata i aktywnego uczestnictwa w życiu. W sposób szczegółowy określają to zadanie kompetencje matematyczne(MKKE), podstawa programowa(PP) i standardy wymagań egzaminacyjnych(ST_WYM), do których odwołują się poniższe cele kształcenia i wychowania autorskiego programu nauczania matematyki.

3. Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania

3.1. Cele kształcenia:

- kształcenie i rozwijanie umiejętności logicznego myślenia (U2);
- rozwijanie i doskonalenie języka, by był on precyzyjny i jednoznaczny (U3);
- wyrobienie umiejętności wyszukiwania i właściwego interpretowania zebranych informacji (U4, P1);
- opieranie swoich przekonań na rzetelnych informacjach i przesłankach (P1);
- stworzenie podstaw wiedzy matematycznej w zakresie znajomości i rozumienia terminów i pojęć matematycznych (W1);
- doskonalenie rozumienia i biegłości technik obliczeniowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w zawodzie **ekonomisty** (W2);
- wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego, innych dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie **ekonomisty** (W3, W4, U1);
- przygotowanie do dostrzegania różnych problemów i zjawisk społecznych, **ekonomicznych**, przyrodniczych, technicznych, ich analizowania, opisywania z wykorzystaniem wiedzy matematycznej i języka matematyki (U1, U3);
- wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (U1);
- wykształcenie umiejętności i nawyku uzasadniania swoich sądów (istota sądów matematycznych, kategoryczność twierdzeń, jasność i precyzja definicji) P3;
- kształcenie umiejętności prowadzenia prostego rozumowania dedukcyjnego i rozumienia dowodu matematycznego (U2, P2);
- doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym- szczególnie czytania ze zrozumieniem, w tym podręcznika- oraz innymi źródłami informacji matematycznej (zwłaszcza nowoczesnych technologii) U4;
- wyrabianie nawyku samodzielnego zdobywania wiedzy i nabywania umiejętności oraz przygotowanie do samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi- umiejętność stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych, konstruowania własnych strategii postępowania, poszukiwania dróg ich weryfikacji) W5, U4, P1;
- wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń (P1, P3);
- kształcenie wyobraźni matematycznej (intuicja w zakresie obiektów abstrakcyjnych, wyobraźnia geometryczna dotycząca obiektów płaskich i przestrzennych) oraz przewidywania skutków podejmowanych działań (głównie podczas rozwiązywania problemów matematycznych) W3, P2.
- **kształcenie umiejętności stosowania języka symbolicznego** (w elementarnym zakresie) W4;

Dookreślając niektóre cele merytorycznie możemy wyróżnić, szczególnie pod kątem umiejętności istotnych dla kształcenia w zawodzie ekonomisty (E), następujące działania priorytetowe:

- doskonalenie i kształcenie umiejętności wykonywania działań na wyrażeniach algebraicznych (E);
- doskonalenie i rozwijanie umiejętności sporządzania wykresów funkcji oraz odczytywania ich własności (E);
- wykrywanie związków i zależności funkcyjnych między wielkościami liczbowymi (E);
- doskonalenie i kształcenie umiejętności rozwiązywania równań, nierówności i układów równań (E);
- rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego (E);
- doskonalenie i kształcenie umiejętności rozwiązywania problemów z planimetrii, stereometrii i geometrii analitycznej;
- wprowadzenie pojęć trygonometrycznych, kształcenie umiejętności rozwiązywania problemów z planimetrii i stereometrii z użyciem trygonometrii;
- kształcenie umiejętności rozwiązywania prostych problemów kombinatorycznych (E);
- doskonalenie i kształcenie umiejętności stosowania podstawowych pojęć statystycznych (E);
- kształcenie umiejętności prowadzenia prostych badań statystycznych (E).

3.2. Cele wychowania:

- kształcenie nawyku dobrej organizacji pracy;
- kształtowanie wytrwałości, pracowitości i systematyczności przy podejmowaniu działań;
- kształtowanie postawy samodzielności, dociekliwości i krytycyzmu w stosunku do swoich działań (P2);
- kształcenie postawy otwartości i szacunku dla pomysłów i poglądów innych ludzi (P1);
- rozwijanie umiejętności społecznych, takich jak: współpraca w zespole i organizacja pracy tego zespołu, prowadzenie dyskusji, prezentowanie wyników własnej pracy, negocjowanie (P3).

4. Materiał nauczania oraz opis założonych osiągnięć ucznia

Zamieszczone w tym programie treści oparte zostały na obowiązującej podstawie programowej dla czwartego etapu nauczania matematyki (PP), standardach wymagań maturalnych (ST_WYM) oraz kompetencjach matematycznych określonych w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie– Europejskie ramy odniesienia” (MKKE).

Ze względu na założenie realizacji programu w technikum ekonomicznym, zawiera on dodatkowo treści istotne dla kształcenia w zawodzie. Są to zarówno treści z wcześniejszych etapów kształcenia, jak też wybrane zagadnienia z zakresu rozszerzonego czwartego etapu nauczania matematyki (zaznaczone **pogrubioną czcionką**).

Treści z zakresu rozszerzonego, niezaznaczone do bezpośredniego zastosowania w zagadnieniach ekonomicznych na poziomie szkoły ponadgimnazjalnej, znalazły się w programie ze względu na korelację nauczania matematyki z innymi przedmiotami ogólnokształcącymi (np. wektory na płaszczyźnie – na lekcjach fizyki, zmiana podstawy logarytmu– chemia) lub z uwagi na zakładaną kontynuację nauki wielu absolwentów na uczelniach ekonomicznych, wymagających znajomości zagadnień matematycznych z zakresu rozszerzonego.

Mając na uwadze przydatność precyzyjnego rozróżniania i porządkowania treści matematycznych oraz świadomość przeznaczenia nauczanych treści, wprowadziłam, przy przewidywanych umiejętnościach ucznia, następującą symbolikę:

- ✓ Znajduje się w PP, ST_WYM i MKKE oraz jest istotny dla kształcenia w zawodzie;
- ◇ Nie występuje w PP i ST_WYM, ale jest ważny dla MKKE;
- Nie występuje w PP i ST_WYM, ale jest ważny dla kształcenia w zawodzie;
- Występuje w PP dla wcześniejszych etapów kształcenia i jest ważny dla MKKE i kształcenia w zawodzie.

Uwaga: Symbol PP odwołuje się w powyższej symbolice do zagadnień podstawy programowej z matematyki jedynie z zakresu podstawowego.

Umiejętności nieopatrzone żadnym symbolem, odwołują się do treści zawartych w podstawie programowej, które nie wiążą się bezpośrednio z matematycznymi kompetencjami kluczowymi (MKKE) lub nie są istotne dla kształcenia w zawodzie ekonomisty. Pominięcie tematyki z zakresu rozszerzonego opatrzonej symbolem* nie spowoduje uszczerbku w procesie edukacji na poziomie szkoły ponadgimnazjalnej.



Tabela 2: Treści nauczania i oczekiwane osiągnięcia ucznia.

Treści nauczania	Przewidywane umiejętności ucznia
Działania w zbiorze liczb rzeczywistych	
	Uczeń potrafi:
1. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory. Rozkład na czynniki pierwsze liczb naturalnych. Rozwinięcie dziesiętne liczb rzeczywistych.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Rozpoznać liczby naturalne, całkowite, wymierne i niewymierne. Uzasadnić, że dana liczba jest naturalna, całkowita, wymierna lub niewymierna. ✓ Rozłożyć na czynniki pierwsze liczby naturalne. Zaplanować strategie i rozwiązać problemy związane z podzielnością liczb N. ◇ Wykorzystać pojęcia NWD i NWW.
2. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych i prawa działań, w tym potęga o wykładniku wymiernym, pierwiastek dowolnego stopnia z uwzględnieniem pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby ujemnej, informacja o własnościach potęg o wykładniku rzeczywistym* , szacowanie, błąd przybliżenia.	<ul style="list-style-type: none"> → Sprawnie wykonać działania pamięciowe w zbiorze liczb naturalnych w zakresie do tys. • Sprawnie wykonać działania pamięciowe w prostych przypadkach na liczbach naturalnych wyższych rzędów. → Sprawnie wykonywać działania na liczbach całkowitych. ✓ Przekształcić ułamki, wykonać na nich podstawowe działania, w tym potęgowanie. ✓ Poprawnie wykonać działania na liczbach rzeczywistych, z uwzględnieniem potęgowania i pierwiastkowania – zna i stosuje prawa działań. → Zapisać liczbę w notacji wykładniczej. ✓ Oszacować wyniki działań, ocenić błąd przybliżenia.
3. Uporządkowanie zbioru liczb rzeczywistych, oś liczbowa, przedziały liczbowe i działania na nich. Działania na zbiorach. Podst. pojęcia rachunku zdań.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Porównać liczby rzeczywiste. ◇ Wykonać działania na zbiorach. ◇ Zastosować podstawowe prawa działań. ◇ Zastosować elementy języka matematycznego.
4. Wartość bezwzględna i jej interpretacja geometryczna, rozwiązywanie równań i nierówności typu: $ x-a = b$, $ x-a < b$, $ x-a > b$.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Zaznaczyć na osi liczbowej przedziały opisane z użyciem nierówności, w której może też wystąpić wartość bezwzględna, wykonać działania na przedziałach.
5. Obliczenia procentowe. Procenty i punkty procentowe, lokaty i kredyty w zadaniach (sytuacjach) praktycznych.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Zastosować obliczenia procentowe, także w zadaniach praktycznych ze szczególnym uwzględnieniem kontekstu ekonomicznego (np. ustalić wielkość bazową, wyznaczyć odsetki od lokat i kredytów, obliczyć podatek VAT i podatek dochodowy). ✓ Szacować wielkości z obl. procentowych (np. ze wskaźnika % w ekonomii)
6. Pojęcie logarytmu i własności logarytmów (logarytm iloczynu i ilorazu, potęgi o wykładniku naturalnym, zmiana podstaw).	<ul style="list-style-type: none"> Poprawnie wykonać działania na liczbach rzeczywistych, z uwzględnieniem logarytmowania - zna i stosuje prawa działań. Zamienić dany logarytm na logarytm o zadanej podstawie
7. Podstawowe wzory skróconego mnożenia.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Wykonać działania na wyrażeniach algebraicznych, poprawnie zastosować wzory skróconego mnożenia, szczególnie w działaniach arytmetycznych (typu $51^2, 49^2, 49 \cdot 51$) przechodząc na proste obliczenia pamięciowe. ✓ Oszacować wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych.
Wektory	
	Uczeń potrafi:
1. Pojęcie wektora, długość, równość, wektory przeciwne.	Posługiwać się pojęciem wektora, wektora przeciwnego, zwrotu, kierunku i długości wektora.
2. Wektory w prostokątnym układzie współrzędnych.	Opisać wektory przy użyciu współrzędnych. Porównać dwa wektory.



3. Dodawanie wektorów, mnożenie wektora przez liczbę; współrzędne środka odcinka.	Wykonać dodawanie i odejmowanie wektorów. Wykonać mnożenie wektora przez liczbę. Wyznaczyć obraz punktu w przesunięciu o dany wektor na płaszczyźnie kartezjańskiej.
Funkcja i jej własności	
	Uczeń potrafi:
1. Pojęcie funkcji. Sposoby przedstawiania funkcji.	✓ Przedstawić różnymi sposobami funkcję. ✓ Ocenic, czy podane odwzorowanie jest funkcją, czy nie. ✓ Podać własności funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, z tabelki, opisu słownego, grafu.
2. Wykres funkcji, opisywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu.	✓ Opisać własności funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, na podstawie jej wykresu. ✓ Odczytać z wykresu zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje określone wartości: dodatnie, ujemne, większe, mniejsze (itp.) od podanej liczby.
3. Wyznaczanie dziedziny, zbioru wartości i miejsc zerowych na podstawie wzoru funkcji.	Wyznaczyć dziedzinę, zbiór wartości oraz miejsca zerowe funkcji określonej za pomocą wzoru.
4. Określanie monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu.	✓ Podać przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu.
5. Najmniejsza i największa wartość funkcji w dziedzinie i w przedziale.	✓ Wyznaczyć najmniejszą (największą) wartość funkcji w dziedzinie lub przedziale na podstawie wykresu funkcji.
6. Rysowanie wykresów funkcji o zadanych wzorach lub własnościach.	✓ Sporządzić wykres funkcji o podanych własnościach lub na podstawie wzoru.
7. Zastosowanie wiadomości o funkcjach do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym.	✓ Opisać za pomocą funkcji zależności występujące w przyrodzie, ekonomii i innych dziedzinach (ze szczególnym uwzględnieniem analizy wykresów giełdowych i tabel danych finansowych).
Przekształcanie wykresów funkcji	
	Uczeń potrafi:
1. Symetria osiowa względem osi OX oraz osi OY.	Przekształcić symetrycznie wykres funkcji względem osi OX, O i podać wzór uzyskanej funkcji.
2. Symetria środkowa względem punktu (0,0).	Przekształcić symetrycznie wykres funkcji względem punktu (0, 0) i podać wzór uzyskanej funkcji.
3. Przesunięcie równoległe o wektor [p,q]	Przesunąć wykres funkcji o podany wektor i podać wzór uzyskanej funkcji.
Funkcja liniowa	
	Uczeń potrafi:
1. Funkcja liniowa o wzorze $f(x) = ax + b$ i jej własności. Sporządzanie wykresów funkcji liniowych. Wyznaczanie wzoru funkcji liniowych. Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie jej wykresu. Interpretacja monotoniczności, miejsc zerowych, punkt wspólny osi OY z wykresem funkcji liniowej, w zależności od współczynników a i b we wzorze danej funkcji liniowej.	✓ Rozpoznać wzór funkcji liniowej, odczytać współczynniki a i b oraz rozumie ich interpretację graficzną. ✓ Sporządzić wykres funkcji liniowej, mając dany jej wzór. Określić monotoniczność funkcji liniowej na podstawie wzoru i wykresu. Wyznaczyć miejsca zerowe na podstawie wzoru i wykresu. ✓ Wyznaczyć algebraicznie i graficznie argumenty, dla których funkcja jest dodatnia lub ujemna. ✓ Wyznaczyć równanie prostej, mając dany jej współczynnik kierunkowy i punkt, przez który przechodzi. ✓ Wyznaczyć wzór funkcji, której wykres przechodzi przez dwa dane punkty. Ocenic, czy wykresy funkcji są prostymi równoległymi



	czy prostopadłymi (na podstawie wzorów tych funkcji). Wyznaczyć wzór funkcji, której wykres jest równoległy lub prostopadły do wykresu danej prostej.
2. Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego.	✓ Wyjaśnić pojęcie proporcjonalności prostej i dostrzec jej związek z funkcją liniową. ✓ Rozwiązać zadania tekstowe związane z proporcjonalnością prostą. ✓ Rozwiązać zadania tekstowe z wykorzystaniem funkcji liniowych w kontekście praktycznym (m.in. ustalić cenę rentowności dla funkcji kosztów i przychodu).
3. Równania i nierówności liniowe. Równanie liniowe z dwiema niewiadomymi. Układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi (układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny).	✓ Rozwiązywać równania i nierówności liniowe z jedną niewiadomą (także z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia). ✓ Rozwiązać równania i układy równań liniowych.
4. Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych oraz układów równań liniowych.	✓ Rozwiązać zadania tekstowe, z wykorzystaniem równania, nierówności lub układu równań liniowych (np. skorzystać z warunków brzegowych w zagadnieniu ograniczoności środków).
5. Funkcja liniowa z parametrem*.	Przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem.
6. Wyznaczanie wzoru funkcji przedziałami liniowej.	✓ Wyznaczyć wzór funkcji przedziałami liniowej na podstawie danego wykresu.
Funkcja kwadratowa	
	Uczeń potrafi:
1. Postać ogólna, kanoniczna i iloczynową.	Rozpoznać postać ogólną, kanoniczną i iloczynową funkcji kwadratowej, przekształcić jedną postać na drugą. Wyznaczyć współrzędne wierzchołka paraboli. Wyznaczyć miejsca zerowe i zna warunki ich istnienia z określeniem ich ilości.
2. Wykres funkcji kwadratowej i jej własności: zbiór wartości, monotoniczność, miejsca zerowe, oś symetrii wykresu.	Sporządzić wykres funkcji kwadratowej, korzystając z każdej z tych trzech postaci. Wyznaczyć wzór funkcji na podstawie wykresu i na podstawie danych jej własności. Określić zbiór wartości funkcji kwadratowej.
3. Największa i najmniejsza wartość funkcji kwadratowej w dziedzinie i w przedziale domkniętym.	✓ Wyznaczyć wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w podanym przedziale.
4. Zadania optymalizacyjne prowadzące do badania funkcji kwadratowej.	✓ Zastosować umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań tekstowych.
5. Równania i nierówności kwadratowe. Zadania z tekstem prowadzące do rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych.	Wyznaczyć zbiór rozwiązań równania i nierówności kwadratowej. ✓ Rozwiązać zadania tekstowe prowadzące do rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych.
6. Równania sprowadzalne do równania kwadratowego*.	Zastosować metodę wprowadzania pomocniczej niewiadomej, rozpoznać i rozwiązać równanie dwukwadratowe.
Wielomiany	
	Uczeń potrafi:
1. Działania na wyrażeniach algebraicznych, wzory skróconego mnożenia.	Rozpoznać wyrażenia, które są wielomianami, określić stopień wielomianu, uporządkować wielomian.
2. Pojęcie stopnia wielomianu, równość wielomianów.	Określić stopień danego wielomianu. Zbadać równość wielomianów podanych w różnych postaciach.
3. Działania na wielomianach, dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów.	Wykonać poprawnie dodawanie, odejmowanie, mnożenie wielomianów.
4. Rozkładanie wielomianów na czynniki.	Rozłożyć wielomiany na czynniki metodą wyłączania



	wspólnego czynnika przed nawias, grupowania wyrazów oraz stosując wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$, $(a \pm b)^3$, $a^3 \pm b^3$
5. Rozwiązywanie prostych równań wielomianowych	Sprawdzić, czy dana liczba jest miejscem zerowym wielomianów. Rozwiązać równania i nierówności wielomianowe poprzez rozkład wielomianu na czynniki.
6. Zadania z kontekstem praktycznym, prowadzące do prostych równań wielomianowych.	✓ Zanalizować i rozwiązać zadanie z kontekstem praktycznym za pomocą prostego równania wielomianowego.
Wyrażenia wymierne	
	Uczeń potrafi:
1. Wyznaczanie dziedziny wyrażenia wymiernego z jedną niewiadomą, którego mianownik jest wielomianem dającym się rozłożyć na czynniki liniowe i kwadratowe metodami poznanymi podczas realizacji tematu „wielomiany”.	Określić dziedzinę funkcji wymiernej, jeśli mianownik jest wielomianem, który rozkłada się na iloczyn.
2. Obliczanie wartości liczbowych wyrażeń wymiernych.	✓ Obliczyć wartość wyrażenia wymiernego dla zadanych wartości liczbowych.
3. Przekształcanie i wykonywanie działań na wyrażeniach wymiernych: skracanie, rozszerzanie, dodawanie, odejmowanie, mnożenie.	✓ Przekształcić wyrażenie wymierne, wyznaczając jedną ze zmiennych w zależności od innych (przekształcanie wzorów). ✓ Wykonać działania na wyrażeniach wymiernych, sprowadzając je do wspólnego mianownika (rozkładanie na czynniki).
4. Rozwiązywanie równań wymiernych w postaci proporcji, np. $\frac{x+2}{x+1}=3$, $\frac{x+3}{x}=2x$	Rozwiązać równanie wymierne prowadzące do równania liniowego lub kwadratowego.
5. Zadania z kontekstem praktycznym, prowadzące do prostych równań wymiernych (ze szczególnym wskazaniem proporcjonalności odwrotnej).	✓ Zanalizować zadanie z kontekstem praktycznym, zapisać warunek kluczowy w postaci prostego równania wymiernego (także proporcjonalności odwrotnej) i rozwiązać je.
6. Funkcja $f(x)=\frac{a}{x}$ i jej wykres, w tym przesunięcie równoległe o wektor, odczytywanie własności z wykresu.	Naszyciować wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$ i omówić jej własności. Narysować wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}+q$ i funkcji $g(x)=\frac{a}{x-p}$ Podać własności funkcji f i g , w tym równania asymptot.
Trygonometria	
	Uczeń potrafi:
1. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.	Zastosować definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.
2. Związki między funkcjami trygonometrycznymi	Zastosować proste związki trygonometryczne do badania tożsamości, zna pojęcie tożsamości trygonometrycznej.
3. Wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznych	Wyznaczyć wartości funkcji trygonometrycznych, gdy zna wartość jednej z nich.
4. Rozwiązywanie zadań z geometrii z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych kąta ostrego	Zastosować trygonometrię do rozwiązywania problemów geometrycznych.
5. Rozwiązywanie równań trygonometrycznych typu $f(x)=a$, gdy f jest funkcją trygonometryczną a x - oznacza miarę kąta ostrego.	Rozwiązać równania trygonometryczne typu $f(x)=a$, gdy f jest funkcją trygonometryczną a x - oznacza miarę kąta ostrego.



Ciągi	
	Uczeń potrafi:
1. Przykłady ciągów skończonych i nieskończonych.	✓ Podać przykłady ciągów liczbowych. ✓ Określić ciąg liczbowy za pomocą wzoru ogólnego (a_n). ✓ Obliczyć dowolny wyraz ciągu (a_n). ✓ Sporządzić wykres ciągu liczbowego.
2. Ciąg arytmetyczny i jego własności.	Zbadać czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym. ✓ Obliczyć dowolne wyrazy ciągu arytmetycznego na podst. inf. o ciągu. ✓ Poprawnie zastosować wzory na n -ty wyraz ciągu i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego. ◇ Zamienić ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły.
3. Ciąg geometryczny i jego własności.	Zbadać czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym. ✓ Poprawnie zastosować wzory na n -ty wyraz ciągu i sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego. ◇ Zastosować wzór na procent składany, jako przykład ciągu geometrycznego (np. w kontekście prognoz demograficznych) • Wykonać obliczenia bankowe z wykorzystaniem pojęcia procentu składanego: kapitał, stopa procentowa, odsetki.
3. Rozwiązywanie zadań z kontekstem praktycznym związanych z ciągami.	✓ Rozwiązać problemy o kontekście praktycznym do rozwiązania, których, użyje wzorów na n -ty wyraz lub sumę n początkowych wyrazów ciągu.
4. Ciągi zdefiniowane rekurencyjnie.	• Wyznaczyć wyrazy ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie.
Planimetria cz. 1.	
	Uczeń potrafi:
1. Usystematyzowanie wiadomości dotyczących takich pojęć jak: punkt, prosta, odcinek, figury wypukłe i wklęsłe, ograniczone i nieograniczone. Pojęcie odległości.	Podać przykłady figur o określonych własnościach.
2. Rodzaje kątów. Kąty wierzchołkowe, przyległe, przy prostych równoległych przeciętych trzecią prostą. Związki między kątem środkowym i wpisanym.	Zastosować własności kątów wierzchołkowych, przyległych, naprzemianległych i odpowiadających, środkowych i wpisanych w okrąg.
3. Położenie prostej i okręgu na płaszczyźnie, położenie dwóch okręgów na płaszczyźnie.	Zastosować warunki opisujące wzajemne położenie prostej i okręgu oraz dwóch okręgów.
4. Twierdzenie o środkowych, wysokościach, symetralnych boków i dwusiecznych kątów w trójkącie. Zadania konstrukcyjne.	Zastosować własności dwusiecznej, symetralnej, środkowych trójkąta. Skonstruować dwusieczną kąta, symetralną odcinka, styczną przechodzącą przez punkt leżący na okręgu. Wyznaczyć środek i promień okręgu wpisanego i opisanego na dowolnym trójkącie, skonstruować okrąg opisany i wpisany w trójkąt.
5. Podział trójkątów ze względu na boki i kąty. Suma kątów w trójkącie. Twierdzenie Pitagorasa.	Stosować twierdzenie Pitagorasa. Zastosować wzór na sumę kątów wewnętrznych wielokąta oraz na liczbę przekątnych. Wykonać konstrukcje z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa.
6. Przystawanie trójkątów. Rozwiązywanie różnych zadań dotyczących trójkątów przystających.	Wykorzystać cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania zadań.



Planimetria cz. 2	
	Uczeń potrafi:
1. Wielokąty i ich własności, ze szczególnym uwzględnieniem czworokątów	opisać własności czworokątów, rozpoznać czworokąt na podstawie własności.
2. Związki miarowe między odcinkami stycznymi i siecznymi.	Rozwiązać problemy, z wykorzystaniem twierdzenia o związkach miarowych między odcinkiem na stycznej i na siecznej.
3. Twierdzenie Talesa. Figury podobne, Podobieństwo trójkątów. Rozwiązywanie zadań również z kontekstem praktycznym.	Wykonać konstrukcje z wykorzystaniem tw. Talesa. Zastosować tw. Talesa i twierdzenie do niego odwrotne oraz wnioski wynikające z twierdzenia Talesa. Stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązywania zadań, w szczególności potrafi zastosować zależność pól i obwodów figur podobnych.
4. Pole figur, zastosowanie trygonometrii do rozwiązywania zadań dotyczących związków miarowych w figurach.	Obliczyć pola i obwody różnych figur, również z zastosowaniem trygonometrii.
Geometria analityczna	
	Uczeń potrafi:
1. Proste na płaszczyźnie kartezjańskiej. Równanie kierunkowe i ogólne prostej.	✓ Rozpoznać i zapisać równania prostej w postaci kierunkowej oraz w postaci ogólnej. ✓ Wyznaczać równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty.
2. Równoległość i prostopadłość prostych na płaszczyźnie.	Odróżnić czy proste są równoległe, czy prostopadłe na podstawie ich równań kierunkowych, zna warunki równoległości i prostopadłości prostych. Wyznaczać równania prostych równoległych oraz prostych prostopadłych do danej prostej.
3. Interpretacja układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi.	✓ zilustrować w układzie współrzędnych układ równań liniowych. ✓ Odczytać rozwiązanie układu równań liniowych z jego postaci geometrycznej w układzie współrzędnych (m.in. cena równowagi między popytem a podażą).
4. Odległość dwóch punktów, odległość punktu od prostej, odległość dwóch prostych równoległych na płaszczyźnie.	Obliczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej oraz odległość dwóch prostych równoległych mając dane współrzędne lub wzory.
5. Równanie okręgu w postaci kanonicznej	Narysować okrąg o danym równaniu w postaci kanonicznej. Odczytać równanie okręgu w postaci kanonicznej z podanego rysunku w układzie współrzędnych. Napisać równanie stycznej do okręgu, gdy dany jest punkt styczności lub dowolny punkt stycznej. Rozwiązać zadania dot. prostej i okręgu.
6. Interpretacja nierówności liniowej z dwiema niewiadomymi, interpretacja układu nierówności liniowych.	• Podać ilustrację geometryczną nierówności liniowej z dwiema niewiadomymi oraz układu nierówności liniowych (m.in. zast. Do zagadnienia ograniczonej środków w ekonomii). • Zastosować programowanie liniowe dotyczące zagadnień optymalizacyjnych (np. maksymalizacji zysków lub minimalizacji kosztów). ◊ Opisać zbiory na płaszczyźnie za pomocą nierówności i układów nierówności liniowych.
7. Wykonywanie działań na wektorach (dodawanie, odejmowanie, mnożenie przez liczbę).	◊ Wykonać podstawowe działania na wektorach przy użyciu współrzędnych i geometrycznie w układzie współrzędnych.



Funkcja wykładnicza i logarytmiczna	
	Uczeń potrafi:
1. Sporządzanie wykresów funkcji wykładniczych dla różnych podstaw.	Sporządzić wykres funkcji wykładniczej przy różnych podstawach, zna ich własności.
2. Rozwiązywanie zadań z kontekstem praktycznym.	Rozwiązać zadania z wykorzystaniem funkcji logarytmicznej i funkcji wykładniczej w kontekście praktycznym.
3. Wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw*.	Sporządzić wykres funkcji logarytmicznej przy różnych podstawach, zna ich własności.
4. Proste równania wykładnicze*.	Rozwiązać proste równania wykładnicze, wykorzystując tw. dotyczące działań na potęgach i różnowartościowość funkcji wykładniczej.
Stereometria	
	Uczeń potrafi:
1. Równoległość i prostopadłość w przestrzeni.	Nazwać wielościan, opisać jego własności, zna wielościany prawidłowe i foremne. Narysować siatki graniastosłupa, ostrosłupa.
2. Kąt między prostą i płaszczyzną. Kąt dwuścienny.	Wyznaczyć kąt nachylenia prostej do płaszczyzny i kąt między dwiema płaszczyznami. Wyznaczyć kąty między krawędziami, wysokościami i innymi odcinkami w wielościanach.
3. Wyznaczanie związków miarowych w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii.	Wyznaczyć związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych, również z zastosowaniem trygonometrii.
Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka. Elementy statystyki opisowej.	
	Uczeń potrafi:
1. Zliczanie przypadków w prostych sytuacjach kombinatorycznych	✓ Dobrać model do doświadczenia. ✓ Zliczyć wyniki doświadczenia, określić podzbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających zajściu opisywanej sytuacji.
2. Zasada mnożenia	✓ Stosować zasadę mnożenia do zliczania obiektów w opis. doświadczeniach.
3. Suma iloczyn i różnica zdarzeń	✓ Wyznaczyć sumę, iloczyn, różnicę zdarzeń.
4. Schemat klasyczny prawdopodobieństwa.	✓ Zastosować znane własności prawdopodobieństwa.
5. Obliczenie prawdopodobieństwa w przypadku skończonej liczby zdarzeń elementarnych	✓ Obliczyć prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia stosując wzory, rysując „drzewo”. •Opisać, stosując „drzewo” model doświadczenia wieloetapowego.
6. Liczba kombinacji, permutacji, wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń.	◇ Określić zdarzenia za pomocą podzbiorów lub ciągów. Zastosować wzory na liczbę kombinacji, permutacji, wariacji z powtórzeniami i bez powt.
7. Średnia arytmetyczna, średnia ważona, odchylenie standardowe, mediana.	✓ Przedstawić dane w postaci diagramu, wykresu, tabeli. ✓ Odczytać i zinterpretować tabele, wykresy, diagramy. ✓ Obliczyć wartość średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany i odchylenia standardowego, skomentować otrzymany wynik.

5. Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych.

Program zawiera hasła zawarte w podstawie programowej dla kształcenia w zakresie podstawowym, wybrane hasła z podstawy programowej dla kształcenia w zakresie rozszerzonym, jak również kilka tematów z wcześniejszych etapów kształcenia, z uwagi na priorytetowe potraktowanie umiejętności istotnych dla kształcenia w zawodzie technika ekonomista oraz realizację matematycznych kompetencji kluczowych (MKKE). Posiada układ liniowo- spiralny.

Program jest przeznaczony dla klas technicznych, realizujących program matematyki w trybie 3+2+2+2, z uwzględnieniem warunków realizacji programu matematyki w Zespole Szkół Zawodowych w Hajnówce, w której 1 godzina z tzw. puli „dyrektorskiej” przeznaczana jest dodatkowo na realizację materiału nauczania matematyki w klasie trzeciej. Docelowo program jest przeznaczony do realizacji w technikum ekonomicznym w trybie 3+2+3+2 (na podstawie Szkolnego Planu Nauczania w Technikum Mechanicznym w ZSZ w Hajnówce w latach 2009- 2013).

5.1. Komentarz merytoryczny do realizacji programu

Materiał nauczania w klasie pierwszej proponuję rozpocząć od tematów ogólnych: *język matematyki, zbiory i działania na zbiorach* (4l). Wprawdzie podstawa programowa nie zawiera obecnie haseł „logika” i „teoria zbiorów”, ale uważam, że do dalszego kształcenia na poziomie szkoły ponadgimnazjalnej, konieczne jest wprowadzenie podstawowych symboli i intuicyjne rozumienie zasad logiki oraz działań na zbiorach.

Z uwagi na korelację z fizyką planuję kolejno zrealizować tematy: *wektor* (2l.) i *funkcje trygonometryczne kąta ostrego* (2l.). *Wektory w układzie współrzędnych* (1l.) połączę z działem: przekształcanie wykresów funkcji, a *działania na wektorach w układzie współrzędnych* zrealizuję w klasie trzeciej w ramach geometrii analitycznej. Realizację pozostałych tematów z trygonometrii pozostawiam na koniec pierwszej klasy.

Wracając do typowego układu treści, przed przypomnieniem podstawowych wiadomości o liczbach, jedną lekcję zamierzam poświęcić obliczeniom pamięciowym, w celu zbadania sprawności rachunkowej uczniów i skierowania ich uwagi na konieczność uzupełnienia braków w tym zakresie (p.w. tabliczka mnożenia!).

Temat: *pojęcie logarytmu* proponuję realizować po działach dotyczących funkcji (w tym liniowej i kwadratowej), z uwagi na korelację z programem chemii (I okres klasy drugiej).

Przy realizacji programu w klasie pierwszej, szczególny nacisk pragnę położyć na realizację tematu procenty i zastosowania obliczeń procentowych w zagadnieniach ekonomicznych(5l). Szczególne znaczenie przypisuję też tematom: *odczytywanie własności funkcji z wykresu i zastosowanie wiadomości o funkcjach w zadaniach praktycznych* (wykresy giełdowe). Temat: *nierówności i układy nierówności stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi* (w tym programowanie liniowe), jako ważny



i niezbyt łatwy, postanowiłam ze względów czasowych przesunąć do klasy trzeciej i poszerzyć w dziale geometria analityczna.

W klasie drugiej realizację programu proponuję rozpocząć od przypomnienia podstawowych wiadomości i utrwalenia umiejętności dotyczących funkcji kwadratowej (4l.), jako wstęp do działu *wielomiany*.

I część *planimetrii* proponuję przesunąć do pierwszego okresu (z uwagi na zrównoważenie treści między algebrą i geometrią oraz zmotywowanie uczniów, którzy mają wyraźnie słabsze umiejętności z jednej z tych dziedzin), do drugiego okresu – *funkcje wymierne* i II część *planimetrii*.

Z uwagi na miesięczne praktyki zawodowe mniej czasu przeznaczam na realizację planimetrii. Na tym etapie chciałabym szczególny nacisk położyć na wzory skróconego mnożenia (usunięto je z podstawy programowej gimnazjum), przekształcanie wzorów danych w postaci równań wymiernych (z uwagi na liczne zastosowania w przedmiotach przyrodniczych oraz ekonomii- proporcja prosta) oraz zadania z kontekstem praktycznym (ze szczególnym uwzględnieniem zagadnień ekonomicznych).

W klasie trzeciej, z uwagi na dodatkową godzinę matematyki w tygodniu, istnieje możliwość zwiększenia wymiaru czasowego realizowanych zagadnień (pomimo miesięcznej praktyki zawodowej). Jest to szczególnie istotne przy realizacji takich działów, jak *ciągi liczbowe* (procent składany w bankowości) i *elementy statystyki opisowej* (z uwagi na zmiany w nauczaniu przedmiotów zawodowych i likwidację przedmiotu statystyka). Ze względu na standardy wymagań maturalnych bardzo korzystna jest także dogłębna analiza i wyćwiczenie umiejętności z zakresu *geometrii analitycznej* (w tym: funkcja liniowa i programowanie liniowe w kontekście ekonomii) oraz wyrażań wykładniczych i logarytmów.

W klasie czwartej pozostaje ostatni dział- *stereometria*- w podstawowym wymiarze godzin. Pozostałe lekcje są przeznaczone na powtórzenia zrealizowanych zagadnień i rozwiązywanie testów typu maturalnego (zadania zamknięte i otwarte).

Obok treści nauczania matematyki program ten kładzie szczególny nacisk na wyćwiczenie i utrwalenie umiejętności sprawnego liczenia (MKKE), co powinno być realizowane przy każdej nadarzającej się okazji w czasie lekcji, a w przypadku poważniejszych braków- na zajęciach zespołu wyrównawczego.

W zakresie podstawowym program zakłada rozwiązywanie problemów wymagających wyjaśniania i uzasadniania. Zadaniem nauczyciela matematyki jest wprowadzenie ucznia w świat rozumowania, uczenie tworzenia informacji, budowania argumentów, rozwijanie umiejętności definiowania, nabywania sprawności naukowego myślenia oraz wykorzystywania wiedzy i umiejętności matematycznych.

W odniesieniu do kształcenia w zawodzie technik ekonomista ważna jest świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź i wykształcenie w uczniach chęci, a nawet pasji rozwiązywania konkretnych problemów z życia codziennego za pomocą rozumowania matematycznego.

Realizacja celów założonych w programie nauczania matematyki odbywać się powinna poprzez najważniejsze elementy w nauczaniu matematyki: dużą liczbę ćwiczeń sprawdzających rozumienie treści nauczania, rozwiązywanie problemów „z życia wziętych”, rozwiązywanie zadań o zróżnicowanym stopniu trudności oraz indywidualny kontakt ucznia z nauczycielem m.in. z wykorzystaniem Internetu.

5.2. Komentarz metodyczny do realizacji programu

Wiedząc „co”, nie zawsze jest łatwo odpowiedzieć na pytanie: „jak?”

Nauczanie matematyki może być mniej lub bardziej skuteczne w zależności od stosowanych przez nauczyciela sposobów kierowania uczeniem (metod) i form pracy z uczniami. Nie ma jedynej, czy najlepszej metody nauczania. Każda z metod może być najlepsza ze względu na to, na ile jest skuteczna i daje satysfakcję uczniom i nauczycielowi.

W realizacji materiału nauczania, a w szczególności: w kształtowaniu MKKE oraz umiejętności ważnych dla kształcenia w zawodzie ekonomisty, pomocne mogą być metody tradycyjne (stosowane najczęściej przy wprowadzaniu nowych haseł programowych).

W tym miejscu należy przytoczyć metody:

- Wykład;
- pogadanka
- dyskusja;
- praca z tekstem;
- ćwiczenia;

Te same metody można wykorzystać w sposób nietypowy, czyniący z nich metody lub wstęp do metod bardziej twórczych, w których udział nauczyciela jest tylko pośredni (kierowanie pracą grupy uczniów), w procesie kształcenia przeważają czynności praktyczne, a cała organizacja kształcenia jest bardziej swobodna (oparta na dobrowolnym podejmowaniu czynności przez ucznia).

Przykładem takiej modyfikacji metod może być:

- ❖ wykład problemowy ilustrowany (prezentacja połączona z wizualizacją, z możliwością zadawania pytań);
- ❖ ćwiczenia w grupach (odpowiednio dobrany układ zadań może zorganizować lekcję problemową);
- ❖ dyskusja w grupach (może prowadzić do samodzielnego stawiania hipotez);
- ❖ pogadanka (dobrze przygotowana może służyć wytworzeniu sytuacji problemowej lub sprawdzeniu efektów zajęć);
- ❖ praca z tekstem (może być punktem wyjścia do pracy w grupach).

W rozwijaniu kluczowych kompetencji matematycznych przydatne są szczególnie **metody aktywizujące** uczniów:

- „**burza mózgów**” (umożliwia w krótkim czasie wytworzenie wielu pomysłów, powinna zakończyć się dyskusją wartościującą);
- „**dywanik albo ściana pomysłów**” (może stanowić zakończenie „burzy mózgów”; uczniowie przygotowują indywidualnie pomysły rozwiązania problemu i umieszczają je na zawieszonym arkuszu, następnie dokonują wyboru najlepszego pomysłu przez głosowanie – każdy uczeń dysponuje jednym punktem);
- „**śnieżna kula**” (odmiana dyskusji, w które następują przejścia: praca indywidualna → w grupach → zbiorowa);



- „**sieć**”(technika pozwalająca na zbudowanie sieci połączeń między pojęciami, prawami, twierdzeniami; umożliwia odkrycie dedukcyjnego charakteru matematyki w pracy grupowej);
- **mapa mentalna** (technika pozwalająca na wizualne przedstawienie treści wybranego zakresu, działu lub tematu; może być wykorzystana do pracy z tekstem, szczególnie przydatna w matematyzacji sytuacji rzeczywistych);
- **gra dydaktyczna** (autentyzm reguł działania połączony z elementem zabawy i rywalizacji w naturalny sposób angażuje uczestników, rozwija umiejętności przewidywania i myślenie strategiczne);
- **obserwacja** (budowanie hipotez na podstawie obserwacji wyników uzyskanych za pomocą kalkulatora lub komputera);
- **projekt badawczy** (adresowany jest do uczniów szczególnie zainteresowanych i uzdolnionych w danej dziedzinie; pozwala na opanowanie metod poznania wykraczających poza program kształcenia szkolnego);
- **projekt edukacyjny** (pozwala na wykorzystanie zdobytej wiedzy do rozwiązania rzeczywistych problemów praktycznych przez grupę uczniów o różnym poziomie osiągnięć matematycznych, z wykorzystaniem talentów i uzdolnień członków zespołu);
- **portfolio** (gromadzenie nadobowiązkowych prac wykonanych w dłuższym okresie czasu indywidualnie lub w zespołach; pozwala śledzić przebieg uczenia się, postępy, twórczość i zaangażowanie uczniów).

Dobrym sposobem na uatrakcyjnienie zajęć edukacyjnych jest stosowanie różnych form organizacyjnych:

-praca samodzielna;

-praca w parach;

-praca w grupach kilkusobowych;

-korzystanie z różnych pomocy dydaktycznych (gry, domina dydaktyczne, film, plakat, plansze, modele, siatki brył itp.).

Niezależnie od wybieranych metod i form pracy z uczniem, na pierwszym miejscu w hierarchii celów nauczyciel powinien postawić kształtowanie takich postaw u uczniów, które umożliwią mu **samodzielne i odpowiedzialne uczenie się**. Rolą nauczyciela jest stwarzanie przyjaznego klimatu, budowanie kultury wysiłku intelektualnego i wprowadzanie w świat dyskusji. **Uczniowie** powinni być świadomi tego, że **są współodpowiedzialni** za to, jaką **wiedzę** posiadają i jakie **umiejętności** zdobędą.

Nauczyciel, jak dobry przewodnik, powinien uświadamiać uczniom, jak ważne miejsce zajmuje matematyka w problemach życia codziennego i jakie wymagania stawiają przed przyszłymi studentami uczelnie.

5.3. Przykładowy przydział godzin dla czteroletniego technikum ekonomicznego

Tabela 3: Realizacja materiału nauczania w trybie 3+2+3+2 (wg Szkolnego Planu Nauczania ZSZ w Hajnówce)

Lp.	Dział	Liczba godzin
Klasa 1		
1.	Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych	34
2.	Wektory	3
3.	Funkcja i jej własności	13
4.	Przekształcanie wykresów funkcji	3
5.	Funkcja liniowa	19
6.	Funkcja kwadratowa	19
7.	Trygonometria	8
	Godziny przeznaczone na utrwalenie wybranych zagadnień	15
Klasa 2		
8.	Wielomiany	18
9.	Wyrażenia wymierne	14
10.	Planimetria cz. 1.	10
11.	Planimetria cz. 2.	16
	Godziny przeznaczone na utrwalenie wybranych zagadnień	10 klasy drugie technikum mają miesięczne praktyki zawodowe)
Klasa 3		
12.	Ciągi	22
13.	Funkcja wykładnicza	10
14.	Geometria analityczna	18
15.	Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka	37
	Godziny przeznaczone na utrwalenie wybranych zagadnień	15 (klasy trzecie technikum mają miesięczne praktyki zawodowe)
Klasa 4		
16.	Stereometria	22
	Przygotowanie do matury	38

Powyższy przydział godzin zakłada optymalne ramy czasowe w roku szkolnym:
 38 tygodni nauki– w klasie I technikum;
 34 tygodni nauki– w klasie II i III technikum (4- tygodniowe praktyki zawodowe);
 30 tygodni nauki– w klasie IV technikum.



Tabela 4: Realizacja materiału nauczania w trybie 3+2+2+2 (standard)

Lp.	Dział	Liczba godzin
Klasa 1		
1.	Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych	34
2.	Wektory	3
3.	Funkcja i jej własności	13
4.	Przekształcanie wykresów funkcji	3
5.	Funkcja liniowa	19
6.	Funkcja kwadratowa	19
7.	Trygonometria	8
	Godziny przeznaczone na utrwalenie wybranych zagadnień	15
Klasa 2		
8.	Wielomiany	18
9.	Wyrażenia wymierne	14
10.	Planimetria cz. 1.	10
11.	Planimetria cz. 2.	16
	Godziny przeznaczone na utrwalenie wybranych zagadnień	10 (klasy drugie technikum mają miesięczne praktyki zawodowe)
Klasa 3		
12.	Ciągi	16
13.	Funkcja wykładnicza	6
14.	Geometria analityczna	10
15.	Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka	26
	Godziny przeznaczone na utrwalenie wybranych zagadnień	10 (klasy trzecie technikum mają miesięczne praktyki zawodowe)
Klasa 4		
16.	Stereometria	22
	Przygotowanie do matury	38

Powyższy przydział godzin zakłada optymalne ramy czasowe w roku szkolnym:
38 tygodni nauki– w klasie I technikum;
34 tygodni nauki- w klasie II i III technikum (4- tygodniowe praktyki zawodowe);
30 tygodni nauki– w klasie IV technikum.

6. Propozycje metod oceny założonych osiągnięć ucznia

W szkole ponadgimnazjalnej wskazane jest stosowanie bieżących, śródrocznych i rocznych metod oceny wiedzy i umiejętności matematycznych ucznia.

Podczas zajęć edukacyjnych ocenie nauczycielskiej podlegają:

- prace pisemne (długie– prace klasowe- zapowiedziane wcześniej z większej partii materiału; krótkie- sprawdziany– z ostatnich dwóch, trzech lekcji),
- odpowiedzi ustne;
- prace domowe;
- aktywność ucznia na lekcji;
- projekty edukacyjne;
- prace długoterminowe.

Nauczyciel stosuje obowiązującą skalę ocen 1– 6 zgodnie z wewnątrzszkolnym systemem oceniania (WSO) oraz przedmiotowym systemem oceniania (PSO), uzgodnionym w zespole nauczycieli matematyki danej szkoły.

W Zespole Szkół Zawodowych w Hajnówce obowiązują następujące normy procentowe przeliczania punktów z prac pisemnych na oceny:

0%- 29%	niedostateczny
30%- 50%	dopuszczający
51%- 74%	dostateczny
75%- 89%	dobry
90%- 99%	bardzo dobry
100%	celujący

Wśród prac pisemnych warto zaplanować (raz w semestrze lub raz w roku) pracę, w której nauczyciel jasno określa wiadomości i umiejętności jakie uczeń ma posiadać, aby otrzymać odpowiednią ocenę. uczeń zmagają się z rozwiązaniem sześciu zadań (problemów, ćwiczeń rachunkowych), ocenianą według zasady: liczba całkowicie rozwiązanych zadań jest równa uzyskanej ocenie (problem niedokończonych zadań i rozumowań jest typowym brakiem naszych uczniów). Oczywiście procedury przeprowadzenia i sprawdzania takiego sprawdzianu muszą być zawarte w PSO.

Według profesora B. Niemierko wymagania programowe są sformułowane na następujących poziomach:

KONIECZNY (K) – obejmuje niezbędne umiejętności, które umożliwiają korzystanie z nauczania na minimalnym poziomie

PODSTAWOWY (P) – dotyczy treści najbardziej przystępnych, najprostszych, użytecznych w życiu codziennym, oczywistych naukowo.

ROZSZERZAJĄCY (R) – dotyczy wiadomości i umiejętności umiarkowanie przystępnych, mniej typowych, które nie są niezbędne do kontynuowania dalszej nauki

DOPELNIAJĄCY (D) – obejmuje treści trudne do opanowania, bardziej złożone, ale niewykraczające poza obowiązujący program nauczania



Tabela 5: Zestawienie ocen szkolnych z poziomami wymagań.

OCENA SZKOLNA		POZIOM WYMAGAŃ
dopuszczający	2	Konieczny
dostateczny	3	konieczny podstawowy
dobry	4	konieczny podstawowy rozszerzający
bardzo dobry	5	konieczny podstawowy rozszerzający dopełniający

Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia (wg dr Marii Sobczak):

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- ⇒ intuicyjnie rozumie pojęcia– zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- ⇒ rozumie podstawowe twierdzenia– potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- ⇒ rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- ⇒ potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- ⇒ stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- ⇒ podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- ⇒ wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- ⇒ zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- ⇒ sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- ⇒ korzysta z kalkulatora;
- ⇒ zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- ⇒ stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- ⇒ naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- ⇒ samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- ⇒ sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- ⇒ przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- ⇒ intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- ⇒ wyjaśnia, w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- ⇒ zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;

- ⇒ rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- ⇒ rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- ⇒ ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- ⇒ zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- ⇒ posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- ⇒ samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- ⇒ przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- ⇒ potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- ⇒ korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- ⇒ stosuje nowe twierdzenia;
- ⇒ ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);
- ⇒ zna dowody twierdzeń objętych programem;
- ⇒ rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- ⇒ skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- ⇒ analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- ⇒ rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych;

Stopień celujący:

Uczeń:

- ⇒ analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- ⇒ zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- ⇒ potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- ⇒ zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- ⇒ buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- ⇒ stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- ⇒ poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- ⇒ uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

W ramach oceniania szkolnego niezbędne jest zaplanowanie i przeprowadzenie jednego testu w ciągu roku (z dyrektorem lub grupą matematyków), nawiązującego formą do planowanego egzaminu maturalnego 2010 (np. 25 zadań zamkniętych jednokrotnego wyboru i 8 krótkich zadań otwartych, czas 180 min). Ocena testu musi być zgodna ze standardami egzaminacyjnymi. Formuła ta sytuuje się pomiędzy ocenianiem nauczycielskim a systemowym (egzaminy zewnętrzne). Ma ona na celu przygotowanie ucznia do oceniania zewnętrznego, a jednocześnie jest syntezą stosowanych w szkole nauczycielskich metod oceniania (i wpływa na każdy nauczycielski system oceniania), wykorzystuje przyjęte w szkole sposoby informowania rodziców i uczniów o wynikach nauki. Jest też metodą szkolnego analizowania i porównywania wyników uczniów, zmierzającą do jak najlepszej prognozy wyników oceniania zewnętrznego.

W przypadku programu nauczania matematyki, który powstał w ramach projektu SKK, opisane powyżej dwie formy oceniania, powinny nawiązywać treściowo p.w. do MKKE–

kluczowych kompetencji matematycznych (ujednoliconych wymagań wobec absolwentów systemów edukacyjnych krajów UE).

Do systematycznej i samodzielnej pracy może jednak zmotywować ucznia p.w. prawidłowo skonstruowany, dobrze sprecyzowany i konsekwentnie realizowany system oceniania nauczycielskiego.

Uszczegółwiając poszczególne elementy oceniania nauczycielskiego, proponuję:

- prace pisemne: **krótkie sprawdziany** (6- 8 w okresie) mogą być niezapowiedziane, tworzone w oparciu o podręcznikowe zadania: „A gdyby sprawdzian był teraz?”; **prace klasowe** (2- 3 w okresie) mogą być tworzone w oparciu o testy podręcznikowe: „A gdyby matura była teraz?”; oceny najniższe uczeń ma prawo poprawiać w trakcie konsultacji- najlepiej do dwóch tygodni po otrzymaniu stopnia; jeśli uczeń był nieobecny na pracy klasowej, powinien ją napisać po powrocie do szkoły, w trakcie konsultacji, w uzgodnionym wspólnie terminie; z uwagi na pisemną formę egzaminu maturalnego oceny uzyskane przez ucznia w tej formie będą stanowić fundament oceny śródrocznej i rocznej;
- odpowiedzi ustne: powinny odwoływać się do kilku ostatnich lekcji, ewentualnie do ostatniej pracy domowej, oceniać je należy stopniem szkolnym;
- prace domowe: zadawane z zakresu ostatniej lekcji (mogą zawierać np. kilka zadań podręcznikowych lub podsumowujący element samooceny: „A gdyby sprawdzian był teraz?”); sprawdzane systematycznie, oceniamy minusem- brak, plusem- wyróżniające się wykonanie zadania domowego (nawet z drobnymi pomyłkami), minusy i plusy nauczyciel może stawiać w trakcie semestru w oddzielnym zeszycie pracy uczniów danej klasy, pod koniec semestru np. 4 plusy zamienia na stopień bdb za pracę domową w dzienniku lekcyjnym, liczne minusy będą świadczyły o niesystematyczności ucznia i zadecydują o niższej ocenie śródrocznej lub rocznej w sytuacjach wątpliwych;
- aktywność ucznia na lekcji: najlepiej oceniać ją pod koniec lekcji, jako podsumowanie pracy ucznia, a nie jako premię za pojedyncze wypowiedzi; plusy stawiamy za aktywną pracę na całej lekcji (np. 4 plusy- bdb, 3 plusy- db, 2 plusy- dst), minusy- zapisywane w zeszycie pracy uczniów danej klasy- za całkowity brak zaangażowania w przebieg lekcji, kilkakrotny brak zeszytu i notatek z lekcji (minusy interpretujemy pod koniec okresu j.w.);
- projekty edukacyjne: optymalny czas trwania projektu należałoby ustalić na min. miesiąc; przy ocenianiu bierzemy pod uwagę standardowo: terminowość, metody i jakość prezentacji oraz kartę pracy grupy (ze szczególnym uwzględnieniem samooceny uczniów pod kątem zaangażowania i wkładu pracy poszczególnych członków grupy) i ocenę prezentacji przez każdego obserwatora- ucznia danej klasy;
- prace długoterminowe (zadawane zwykle dla chętnych), np. projekt badawczy; należy je dokładnie przeanalizować, omówić z uczniem i ocenić stopniem szkolnym z oddzielnej kategorii w dzienniku lekcyjnym.

Stosując metody aktywizujące nie uważam za stosowne ich bezpośredniego oceniania (mogłoby to niepotrzebnie wprowadzać usztywnienie form pracy i niezdrową rywalizację, zamiast oczekiwanej współpracy, nastawienie na wyniki zamiast ciekawości odkrywania).

Kilka razy w okresie należałoby przejrzeć i ocenić portfolio indywidualne ucznia, które powinno zawierać: rozwiązane testy zawierające zadania zamknięte i otwarte, np. „A gdyby matura była teraz?”, zadania dodatkowe z tzw. Banku danych (patrz „Matematyka. Poznać, zrozumieć”, kl.1) oraz inne dodatkowe prace indywidualne polecane uczniom w trakcie trwania okresu.



Dobłą formą podsumowania oceny nauczycielskiej są tzw. **semestralne karty oceniania opisowego** (polecane przez autorów programu wyd. Nowa Era). Zawierają one bardzo cenne informacje zwrotne dla uczniów – stopień opanowania podstawowych umiejętności matematycznych (przede wszystkim MKKE) i wiadomości z danego okresu (niewystarczająco, słabo, zadowolająco, bardzo dobrze) i ogólne wskazówki dla rodziców – mocne strony ucznia, dodatkowe informacje, wskazówki, uwagi.

Dobre efekty daje również wprowadzenie **elementów oceniania kształtującego** podczas każdej lekcji. Uczeń mógłby np. zapisać w kilku zdaniach, jakie wiadomości i umiejętności zdobywa na każdej lekcji. Przed każdą pracą klasową zalecane jest zrobienie ankiety, w której uczeń sam ocenia swoje przygotowanie do sprawdzianu, stawiając plusy i minusy przy hasłach, które będą sprawdzane na klasówce. Nauczyciel może zaplanować wówczas zajęcia, podczas których będzie ćwiczył najslabiej opanowane umiejętności. Po ocenieniu samodzielnej pracy ucznia nauczyciel powinien dokonać wnikliwej analizy popełnionych przez uczniów błędów oraz wskazać ich źródła.

Osiągnięcie zamierzonych celów wiąże się również z rozpoznawaniem możliwości, uzdolnień i ograniczeń uczniów (indywidualizacja wymagań), poprzez m.in. zapewnienie i docenienie samodzielnej pracy ucznia na każdej lekcji oraz w domu, z uwzględnieniem czasu na indywidualne konsultacje.

Nauczyciel powinien maksymalizować osiągnięcia ucznia, by zwiększał on zaufanie do swoich możliwości i bardziej mobilizował się do wysiłku. Naszym celem powinno być zwiększenie nacisku na **samodzielną pracę** i **samoocenę** ucznia (np. sprawdziany do samodzielnego rozwiązania i samodzielnej oceny swoich możliwości :

„A gdyby sprawdzian był teraz?”, „A gdyby matura była teraz?”).

Oceniając ucznia nauczyciel powinien pamiętać, że ma on prawo do błędów, ważne jest, by nie bał się porażki. Zasadne jest także włączanie rodziców do pomocy w pracy nad motywowaniem ich dzieci do wysiłku intelektualnego.

7. Oprzyrządowanie programu.

Podstawowym narzędziem do realizacji programu autorskiego dla 4- letniego technikum ekonomicznego jest Podręcznik dla liceum i technikum „Matematyka. *Poznać, zrozumieć*”, Alina Przychoda, Zygmunt Łaszczyk, wydawnictwo WSiP, Nr dopuszczenia 23/09/S.

Autorzy podręcznika wskazują na cały pakiet edukacyjny p.t. „Matematyka. *Poznać, zrozumieć*”, który będzie zawierał

■ dla uczniów:

- 3 podręczniki dla klas 1- 3 liceum lub klas 1- 4 technikum
- 1 zbiór zadań dla klas 1- 3 liceum lub klas 1- 4 technikum

● dla nauczycieli:

- Rozkład materiału
- Plan wynikowy
- Test diagnozujący
- Wymagania do prac kontrolnych
- Generator zadań (do konstruowania klasówek i sprawdzianów)
- Poradnik w segregatorze
- Obudowę multimedialną (płyty CD-ROM).

W związku z tym, że wydawnictwo WSiP wychodzi naprzeciw potrzebom ostatniej chwili (nowa podstawa programowa i obowiązkowy egzamin maturalny z matematyki od 2010 roku- w formie dwuczęściowej: testu złożonego z zadań zamkniętych i grupy zadań otwartych), pewna część materiałów nie jest jeszcze dostępna na rynku wydawniczym. Obecnie dostępny jest podręcznik do klasy I liceum i technikum (WSiP, Warszawa 2009), we wrześniu 2009 pojawi się podręcznik do klasy II, na jesieni 2009 zapowiadany jest zbiór zadań dla całego cyklu nauczania (autorzy: A. Przychoda, Z. Łaszczyk, A. Ciszowska, wyd. WSiP).

Z powodu niekompletnego na obecną chwilę oprzyrządowania programu wydawnictwa WSiP, chciałabym wskazać nauczycielom, którzy zdecydują się na realizację programu autorskiego, następujące materiały pomocnicze:

□ *Matematyka 1. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym,*

W. Babińska L. Chańko, D. Ponczek, (Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2008)- do realizacji tematyki zastosowania procentów w ekonomii i programowania liniowego;

□ *Matematyka w zastosowaniach, zbiór zadań dla szkół średnich,* Elżbieta Bańkowska, Dorota Stankiewicz, (Wydawnictwo Podkova, Gdańsk 2001)- do realizacji zastosowań wybranych zagadnień matematycznym w zadaniach tekstowych z kontekstem praktycznym.

Podręczniki wydawnictwa Nowa Era „MATEMATYKA” z logo *NOWA PODSTAWA*, mogą służyć nie tylko jako materiał pomocniczy do wybranych zagadnień, ale z powodzeniem, choć trochę pod innym kątem, mogą stanowić główne narzędzie do realizacji programu (plusem tych podręczników jest przejrzysty układ treści, ciekawa tematyka uzupełniająca i spory zasób zadań powtórzeniowych). Przez wiele lat uczyłam

z podręczników tego wydawnictwa i spełniały one swą rolę w procesie kształcenia oraz przygotowania do nieobowiązkowej matury z matematyki (w formie zadań otwartych).

Nowe wymagania i kształt obowiązkowej matury z matematyki od 2010 roku, a także przystąpienie naszej szkoły do realizacji projektu Szkoła Kluczowych Kompetencji, skłoniły mnie do podjęcia decyzji o zmianie podręcznika podstawowego.

Układ podręcznika „Matematyka. *Poznać, zrozumieć*” nawiązuje do korelacji treści matematyki z innymi przedmiotami, zwłaszcza przyrodniczymi. Największym jego plusem jest przygotowanie ucznia do samodzielnego zdobywania wiedzy i nabywania umiejętności samokontroli (po każdym temacie-krótki test-„A gdyby sprawdzian był teraz?”, po każdym dziale- dłuższy test- „A gdyby matura była teraz?”), z uwzględnieniem specyfiki egzaminu maturalnego (zadania otwarte-po danym temacie, zadania zamknięte i otwarte- po danym dziale). Podręcznik daje też możliwość konstruowania własnych strategii postępowania poprzez realizację projektów matematycznych. Dużym plusem jest też końcowa część podręcznika, tzw. Bank zadań, zawierający 345 zadań (w tym, ponad 200 z zakresu podstawowego).

W klasie IV, przy realizacji przygotowania do matury, zamierzam korzystać dodatkowo ze zbiorów zadań wydawanych w formie testów zawierających zadania zamknięte i otwarte, w celu lepszej diagnozy stopnia opanowania powtarzanych treści oraz pełniejszego przygotowania uczniów do nowej formy obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki (np. *ABC Maturalne. Matematyka*, Irmina Herbut, Anna Olszańska- Iwanek, wyd. WSiP, pojawią się w październiku b.r.).

W realizacji programu nauczania, oprócz odpowiedniego wyposażenia pracowni matematycznej, niezbędne są także pewne materiały i przybory, które pozwolą na prezentację wyników pracy pojedynczych uczniów albo grup, pozostałym uczestnikom procesu lekcyjnego. Będą to m.in. arkusze kolorowego i białego papieru, kolorowe pisaki, klej, nożyce, plastyczna guma do przyklejania arkuszy lub magnesy, folia, pręty złącza, zestaw kolorowych kulek do losowania itp.

Z uwagi na realizację programu w technikum ekonomicznym wskazane jest zaopatrzenie pracowni matematycznej w materiały pomocne do rozwijania matematycznych koncepcji kluczowych niezbędnych do kształcenia w zawodzie ekonomisty, np. ulotki bankowe o oprocentowaniu lokat i kredytów, aktualny poradnik podatkowy, wzory zeznań o wysokości osiągniętego dochodu, zestawy PIT- ów do wypełniania, gazety o tematyce ekonomicznej itp.

Należy też zachęcać uczniów do samodzielnego tworzenia środków dydaktycznych w ramach projektów edukacyjnych, np. analiza wykresów giełdowych danej firmy w danym okresie czasu (ekspozycja plakatu tematycznego mogłaby mieć miejsce w pracowni matematycznej lub ekonomicznej), prezentacje multimedialne itp.



8. Projekt ewaluacji programu

Tabela nr 6. Planowany kształt ewaluacji autorskiego programu kształtowania MKKE.

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacje danych/ raport
Przed rozpoczęciem realizacji programu.	Projekt autorskiego programu nauczania	<p>Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia:</p> <ol style="list-style-type: none"> zasoby realizatora potrzeby i ograniczenia odbiorców możliwości rozwijania MKKE poprawność konstrukcyjną? <p>5. Czy projekt zawiera propozycję oceny jego skuteczności?</p> <p>6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu jego oceny?</p>	<p>Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny (Aneks V, publikacji dr Marii Sobczak, SKK).</p> <p>j. w.</p> <p>j. w.</p> <p>Odpowiedź „tak”</p> <p>Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny (Aneks V.)</p>	<p>Studium przypadku; analiza wyników diagnozy zawartości KK oraz danych z arkusza oceny programu.</p>	Szkoła uczestnicząca w Projekcie.	Raport ewaluacyjny.

Tabela nr 6. Planowany kształt ewaluacji autorskiego programu kształtowania MKKE.

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytanie kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacje danych/ raport
W czasie realizacji programu	Skuteczność programu.	<ol style="list-style-type: none"> Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu? W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych? 	<p>Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas.</p> <p>Zakupienie min. dwóch rodzajów pomocy dydaktycznych.</p>	<p>Analiza dokumentów.</p> <p>j. w.</p>		<p>Raport ewaluacyjny.</p> <p>j. w.</p>



		3. Na ile realizacja projektu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły?	Wzrost o 20% liczby hospitacji dyrektorskich; udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym.	Analiza dokumentó w m.in. wyników monitoring u.		j. w.
		4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	Przewaga metod aktywizujących nad podającymi.	Analiza dokumentó w. Obserwacja		j. w.

Tabela nr 6. Planowany kształt ewaluacji autorskiego programu kształtowania MKKE.

Etap ewaluacji	Obiekt badawczy	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba Badawcza	Prezentacje danych/ raport
Na koniec realizacji programu	Skuteczność programu.	5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt? 6. W jakim stopniu w wyniku realizacji programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?	Co najmniej przeciętne wyniki w skalach KI (kontakty interpersonalne) i JK (jakość nauczania) arkusza, Aneks VI. Wzrósł o min. 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE.	Ankieta uczniów. Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”.	Wszyscy uczestnicy j. w.	Raport ewaluacyjny Promocja projektu. Raport ewaluacyjny Promocja projektu. Promocja szkoły w środowisku.
Po pewnym czasie od realizacji programu	Skuteczność programu.	7. Na ile trwale są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?	Wzrost min. o 20% średniego wyniku matury z matematyki.	Analiza dokumentó w (z wynikami egzaminu maturalnego).	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu - konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie.



Bibliografia

- [1] Babiański W., Hall K., Ponczek D., *Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym*, Nowa Era, Warszawa 2007.
- [2] Komosa A., Musiałkiewicz J., *Statystyka*, EKONOMIK, Warszawa 2003.
- [3] A. Przychoda, Z. Łaszczyk, *Matematyka. Program nauczania dla liceum i technikum*, WSiP, Warszawa 2008.
- [4] Sobczak M., *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, WSEI, Lublin 2009.
- [5] *Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynku pracy w województwie podlaskim/Zespół Szkół Zawodowych w Hajnówce*, Szkoła Kluczowych Kompetencji, Lublin 2009.
- [6] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 r. w sprawie dopuszczania do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczania do użytku szkolnego podręczników (Dz. U. Nr 89, poz. 730).
- [7] Podstawa programowa– strona internetowa MEN: www.men.gov.pl/oswiata/biezace.



Autor
Magdalena Maria Rahman

MATEMATYKA

**AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH**

**CENTRUM KSZTAŁCENIA ZAWODOWEGO
W WYSOKIEM MAZOWIECKIEM**

Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Notatka o autorze.....	5
Wprowadzenie.....	5
1 Ogólne cele edukacyjne i wychowawcze.....	10
2 Ramowy rozkład materiału.....	12
3 Treść kształcenia: szczegółowe cele edukacyjne, materiał nauczania i zakładane osiągnięcia uczniów.....	13
4 Procedury osiągania celów kształcenia i procedury oceniania osiągnięć uczniów.....	28
4.1 Procedury osiągania celów.....	28
4.2 Zasady sprawdzania i oceniania osiągnięć ucznia.....	31
5 Obudowa dydaktyczna programu.....	34
6 Projekt ewaluacji programu.....	35
Bibliografia.....	37





Notatka o autorze

Autorem programu jest: mgr Magdalena Maria Rahman-nauczyciel kontraktowy matematyki w Centrum Kształcenia Zawodowego w Wysokiem Mazowieckiem z sześćioletnim stażem pracy; absolwentka Wydziału Matematyczno-Fizycznego Uniwersytetu w Białymstoku.

Uczę matematyki głównie w technikum rolniczym, mechanicznym i mechatronicznym. Młodzież uczęszczająca do tych szkół pochodzi w znacznym stopniu z terenów wiejskich, wśród nich jest duża grupa uczniów mających trudności w nauce. Dlatego, też staram się dla tych uczniów organizować zajęcia wyrównawcze. Przygotowuję również młodzież do różnych konkursów matematycznych. Co roku 5 - 6 uczniów bierze udział w Kangurze matematycznym oraz w podlaskim konkursie „Dogonić Piotra Crugera”. Bardzo motywujące jest to, iż z roku na rok uzyskujemy coraz to lepsze wyniki w tych konkursach. Myślę, iż mam dobry kontakt z młodzieżą, ponieważ każdego roku jestem wybierana na opiekuna Samorządu Uczniowskiego.

Wprowadzenie

Proponowany przeze mnie program nauczania matematyki przeznaczony jest dla technikum mechatronicznego dla zakresu podstawowego. Został opracowany zgodnie z podstawą kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół, w tym z nową podstawą programową z matematyki, zatwierdzoną przez Ministra Edukacji Narodowej w dniu 23 sierpnia 2007 roku i standardami wymagań egzaminacyjnych. Program ten uwzględnia założenia projektu Szkoły Kluczowych Kompetencji, a mianowicie kompetencji matematycznych obejmujących umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji.

Kompetencje matematyczne to zdolność i chęć wykorzystywania matematycznych sposobów myślenia oraz prezentacji (wzory, modele, schematy, wykresy, tabele). Definiowane są jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji. W dziedzinie matematyki konieczna wiedza obejmuje solidną umiejętność liczenia, znajomość miar i struktur, głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej, rozumienie terminów i pojęć matematycznych, a także świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź. Niezbędne umiejętności to: stosowanie głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych, śledzenie i ocenianie ciągów argumentów, przekazywanie komunikatów stosując język matematyczny oraz korzystanie z tekstów matematycznych. MKKE kształtują również postawy poprzez dążenie do szukania przyczyn, przejawianie szacunku do prawdy oraz ocenianie zasadności wnioskowań i działań.

Program napisano głównie z myślą o uczniach o niskich predyspozycjach i umiejętnościach matematycznych. Uczniowie mają szansę zdobycia konkretnych umiejętności pośrednio i bezpośrednio związanych z matematyką i wykorzystywanych

w życiu codziennym, ponieważ w programie położono nacisk na zastosowanie wiedzy i umiejętności w praktyce.

Matematyka jest dla większości uczniów technikum trudnym przedmiotem.

Motywacja do uczenia się matematyki tych uczniów jest niska za względu na:

- - niewielką – według nich – przydatność życiową treści edukacji matematycznej;
- - poziom abstrakcji przekraczający ich możliwości intelektualne;
- - liczne niepowodzenia i niewielkie osiągnięcia w uczeniu się tego przedmiotu.

Jednocześnie uczniowie technikum reprezentują różne zainteresowania praktyczne – mają intuicję i zmysł organizacyjny oraz różne uzdolnienia.

Wśród uczniów technikum są także nieodkryte talenty – ci, którzy do tej pory nie mieli możliwości (niezależnie od nich) rozwinąć swoich zdolności intelektualnych. Środowisko uczniów jest mocno zróżnicowane pod względem dydaktycznym i wychowawczym.

Znajomość tego środowiska jest warunkiem przygotowania dobrego i skutecznego programu nauczania – uczenia się matematyki.

Program ten będzie realizowany w kształceniu w zawodzie technik mechatronik w Centrum Kształcenia Zawodowego w Wysokiem Mazowieckiem. Szkoła jest zespołem publicznych placówek oświatowych dla którego organem prowadzącym jest Powiat Wysokomazowiecki. W skład zespołu wchodzi:

- szkoły ponadgimnazjalne dla młodzieży: zasadnicza szkoła zawodowa i technikum;
- szkoły ponadgimnazjalne dla dorosłych;
- centrum kształcenia praktycznego;

Miasto Wysokie Mazowieckie położone jest w województwie podlaskim, w powiecie wysokomazowieckim. Usytuowane jest na Wysoczyźnie Wysokomazowieckiej nad rzeką Brok – dopływem Bugu. Nazwa miasta związana jest z pagórkowatą topografią terenu.

Centrum Kształcenia Zawodowego posiada dość dobrze wyposażoną bazę szkoleniową, która stwarza odpowiednie warunki do nauki. Zajęcia odbywają się w pracowniach: przedmiotów ogólnokształcących, w pracowni językowej i pracowniach komputerowych oraz zawodowych. Szkoła dysponuje trzema pracowniami komputerowymi z dostępem do Internetu oraz centrum multimedialnym. Do nauki języków obcych posiada pracownię – laboratorium fonetyczne wyposażone jest w urządzenia umożliwiające odczyt i zapis dźwięku w technologii cyfrowej, ułatwia też współpracę ze wszystkimi urządzeniami multimedialnymi. Natomiast pracownia matematyczna wyposażona jest w modele brył prawidłowych i obrotowych, siatki brył i figur płaskich, komplet przyrządów geometrycznych, ścienne plansze matematyczne zawierające najważniejsze zagadnienia matematyczne, rzutnik pism oraz gniazdo z dostępem do Internetu. Ponadto w szkole znajdują się: sala gimnastyczna z siłownią, biblioteka szkolna, pracownie szkolenia praktycznego w zakresie kierunków samochodowych. Uczniowie uczęszczający do szkół o profilu mechanicznym korzystają z dobrze wyposażonych warsztatów, wyposażonych w nowoczesny sprzęt diagnostyczny. Szkoła zatrudnia instruktorów oraz posiada własne pojazdy do szkolenia w zakresie nauki jazdy (samochody osobowe, ciągniki).

W szkole funkcjonuje Szkolny Ośrodek Kariery, w którym młodzież jest przygotowywana do podjęcia roli zawodowej i świadomego kierowania swoją karierą.

W Centrum Kształcenia Zawodowego kształcą się uczniowie w kierunkach: rolniczym, mechatronicznym i mechanicznym. Ponad 86% uczniów szkoły pochodzi z terenów wiejskich. Rodzice uczniów zazwyczaj mają tylko podstawowe lub średnie wykształcenie i często nie potrafią efektywnie wspierać swoich dzieci w rozwoju intelektualnym i zawodowym. Stąd niska motywacja dzieci do nauki, brak wiary we własne siły i możliwości. Duża część młodzieży przychodzi do szkoły ze słabymi ocenami na



świadectwach i niskim poziomem możliwości intelektualnych, często ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. W związku z powyższym program nie może być zbyt ambitny, gdyż należy przeznaczyć więcej godzin na pracę z uczniami w zdobywaniu podstawowych umiejętności matematycznych.

Realizacja programu powinna:

- umożliwić zdobycie wiadomości i umiejętności opisanych w podstawie programowej i w standardach wymagań egzaminacyjnych, w tym m. in.:
 - umiejętności budowania modeli matematycznych zjawisk z różnych dziedzin życia i ich stosowania;
 - umiejętności wykorzystywania podstawowych narzędzi i technik matematycznych;
 - umiejętności przeprowadzania prostego rozumowania dedukcyjnego;
 - umiejętności zdobywania i krytycznego analizowania informacji, formułowania hipotez oraz ich weryfikacji.
- dać matematyczne podstawy do uczenia się przedmiotów przyrodniczych, przede wszystkim fizyki, chemii;
- zapewnić dużą efektywność kształcenia; program ma charakter spiralny, zdecydowana większość nowych zagadnień pojawi się w trakcie realizacji programu co najmniej dwukrotnie;
- umożliwić powtórzenie najważniejszych zagadnień występujących w podstawie programowej z matematyki na niższych etapach kształcenia.

Na realizację programu w zakresie podstawowym przeznaczono 10 godzin tygodniowo w ciągu 4 lat. Przydział godzin na poszczególne lata przedstawia się następująco: klasa I – 3, klasa II – 2, klasa III – 2 i klasa IV – 3 (2 godziny + 1 godzina dyrektorska).

W programie przedstawiono ogólne cele edukacyjne i wychowawcze, ramowy rozkład materiału, szczegółowe treści kształcenia, wraz z zakresem przewidywanych osiągnięć ucznia. Następnie omówiono procedury osiągania celów kształcenia, metody oceniania osiągnięć uczniów oraz projekt ewaluacji programu.

Program powstał na bazie programu Marcina Kurczab, Elżbiety Kurczab i Elżbiety Świda „Matematyka. Program nauczania w liceach i w technikach” zakres podstawowy (numer dopuszczenia: DKOS-5002-05/08). Po zapoznaniu się różnymi programami nauczania matematyki uznałam, że pracując na tym programie będę mogła lepiej planować oraz skutecznie realizować proces kształcenia. Zasięgnięcie opinii innych nauczycieli, którzy pracowali na tym programie również ułatwiło mi podjęcie takiej decyzji. Program ten zawiera wszystkie niezbędne założenia podstawy programowej, standardów wymagań egzaminacyjnych oraz MKKE. Ten program jako jeden z pierwszych zawierał wszystkie zmiany podstawy programowej. Wybór tego programu był związany z potrzebami uczniów określonymi ich poziomem osiągnięć na wejściu, zainteresowaniami i uzdolnieniami, aspiracjami edukacyjnymi uczniów i środowiska, potrzebami rozwijania MKKE, kierunkami kształcenia zawodowego, misją i wizją szkoły.

W podręcznikach do matematyki autorstwa Marcina Kurczab, Elżbiety Kurczab i Elżbiety Świda bardzo podoba mi się sposób przekazu informacji. Autorzy najpierw podają formalne definicje i twierdzenia a potem ilustrujące je przykłady o wzrastającym stopniu trudności. Rozdziały podręcznika są podzielone na tematy, na końcu których znajduje się zestaw zadań, zatytułowany „Sprawdź, czy rozumiesz”. Użyty język w książce jest raczej prosty, zdania formułowane są przejrzysto i poprawnie. Pomimo to Autorzy starają się, by wprowadzane pojęcia były formalnie określone. Podręczniki te nie są jednak suche i nieprzystępne. Szczególnie ciekawe są zadania, w których wielokrotnie pojawiają się odwołania do sytuacji z życia codziennego. Podręczniki są bardzo dobrze wydane pod



względem edytorskim. Definicje i twierdzenia są wyraźnie zaznaczone poprzez umiejscowienie ich w ramkach, a w przypadku definiowania pogrubione jest tylko określane pojęcie. W książkach użyto także kolorów, nie jest to jednak druk wielobarwny.



1 Ogólne cele edukacyjne i wychowawcze

Matematyka (gr. mathēmatik z máthēma – poznanie, umiejętność) to nauka rozwijająca się od czasów starożytnych po dzień dzisiejszy. Dostarcza narzędzi badań dla nauk przyrodniczych, technicznych, ekonomicznych i społecznych. Nic więc dziwnego, że jest jednym z głównych składników wykształcenia współczesnego człowieka.

Matematyka stymuluje rozwój intelektualny młodego człowieka, pobudza jego aktywność umysłową, rozwija zdolności poznawcze, a także uczy dobrej organizacji pracy, wyrabia dociekliwość i krytycyzm.

Nauczyciel musi pokazać uczniom, że umiejętności matematyczne są niezbędne do funkcjonowania człowieka, zarówno w rodzinie (np. planowanie wydatków), jak i w społeczeństwie (np. orientacja w systemie podatkowym).

Wymienione potrzeby kształcenia oraz wnioski wynikające z diagnozy uwarunkowań lokalnych wpisują się w postulat UE dotyczący rozwijania kompetencji kluczowych. W odniesieniu do matematyki kompetencje te (MKKE) zostały opisane przez Parlament Europejski w grudniu 2006 r.

MKKE są zdefiniowane w trzech aspektach: wiadomości, umiejętności i postawy.

1. Wiadomości:

- rozumienie terminów i pojęć matematycznych (W1);
- dobrze opanowana umiejętność liczenia (W2);
- znajomość miar i struktur (W3);
- znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej (W4);
- świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź (W5).

2. Umiejętności:

- stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (U1);
- śledzić i oceniać ciągi argumentów (U2);
- przekazywać komunikaty stosując język matematyczny (U3);
- korzystać z tekstu matematycznego (U4).

3. Postawy:

- przejawiać szacunek dla prawdy (P1);
- dążyć do szukania przyczyn (P2);
- oceniać zasadność wnioskowań i działań (P3).

Niniejszy program ma służyć rozwijaniu kompetencji kluczowych oraz osiągnięciu celów edukacyjnych i wychowawczych określonych w podstawie programowej.

Cele edukacyjne:

- -rozwinięte umiejętności zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji (**W1, W2, W4, U4**);
- -opanowane umiejętności potrzebne do oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia (**W2, U1, U3, P3**);



- -wyszkolone umiejętności budowania modeli matematycznych w odniesieniu do różnych sytuacji życiowych i stosowania metod matematycznych w rozwiązywaniu problemów praktycznych (**U1, W3, W4, P3**);
- -rozwinięto umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem (**U4**);
- -rozwinięto wyobraźnię przestrzenną (**W3, W4**);
- -nabyto umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej (**W1, U2, U3**);
- -rozwinięto logiczne myślenie (**W5, U2**);
- -wyszkolono umiejętności operowania najprostszymi obiektami abstrakcyjnymi: liczbami, zmiennymi i zbudowanymi z nich wyrażeniami algebraicznymi, zbiorami (liczb, punktów, zdarzeń elementarnych) oraz funkcjami (**W2, W4, U3**);
- -wyszkolono umiejętności projektowania obliczeń i ich wykonywania (**W2, P3**);
- -nabyto umiejętności poprawnego analizowania, wnioskowania i uzasadniania (**U2, P3**);
- -nabyto umiejętności precyzyjnego formułowania wypowiedzi (**U3, P1, P2**).

Cele wychowania:

- -ukształtowano wytrwałość w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych;
- -wyrabiono systematyczności w pracy;
- -ukształtowano pozytywne postawy etyczne (**P1**);
- -nabyto umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki;
- -rozwinięto umiejętności pracy w zespole;
- -ukształtowano postawę dociekliwych, poszukujących i krytycznych (**P2, P3**);
- -ukształtowano postawę dialogu i kultury dyskusji;
- -wyrabiono dbałość o estetykę swoich prac pisemnych.



2 Ramowy rozkład materiału

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjna liczbę godzin potrzebną na ich realizację.

Klasa I -114 godzin

DZIAŁ	LICZBA JEDNOSTEK LEKCYJNYCH
I. Język matematyki. Zbiory i działania na zbiorach	4
II. Liczby rzeczywiste i wyrażenia algebraiczne	40
III. Trygonometria kąta ostrego	7
IV. Wektory	4
V. Geometria płaska – pojęcia wstępne	10
VI. Funkcja i jej własności	12
VII. Przekształcanie wykresów funkcji	8
VIII. Funkcja liniowa	20
RAZEM	105

Klasa II – 76 godzin

DZIAŁ	LICZBA JEDNOSTEK LEKCYJNYCH
I Funkcja kwadratowa	24
II Wielomiany	16
III Funkcje wymierne	13
IV Geometria analityczna	18
RAZEM	71

Klasa III – 72 godzin

DZIAŁ	LICZBA JEDNOSTEK LEKCYJNYCH
I Geometria płaska - trójkąty	10
II Geometria płaska - czworokąty	10
III Funkcja wykładnicza	8
IV Ciągi	19
V Elementy statystyki	6
VI Elementy kombinatoryki	10
RAZEM	63

Klasa IV – 90 godzin

DZIAŁ	LICZBA JEDNOSTEK LEKCYJNYCH
I Rachunek prawdopodobieństwa	15
II Stereometria	20
III Powtórzenie materiału	55
RAZEM	90



3 Treść kształcenia: szczegółowe cele edukacyjne, materiał nauczania i zakładane osiągnięcia uczniów

Uszczegółowiony materiał nauczania oraz odpowiadające im cele edukacyjne i osiągnięcia uczniów, dla lepszej czytelności, zostały oznaczone w przedstawiony poniżej sposób.

Symbol:

- ♣ oznacza treści i umiejętności zawarte w podstawie programowej z matematyki dla szkół ponadgimnazjalnych, w standardach wymagań egzaminacyjnych i MKKE oraz są istotne dla kształcenia w zawodzie technik mechatronik;
- ♣ oznacza treści kształcenia i umiejętności, które nie występują w podstawie programowej ani w standardach wymagań egzaminacyjnych ale są istotne dla MKKE;
- ♥ oznacza treści kształcenia i umiejętności zawarte w podstawie programowej z matematyki we wcześniejszych etapach kształcenia i ważne dla MKKE oraz dla kształcenia w zawodzie technik mechatronik;
- ♦ oznacza treści kształcenia i umiejętności, które nie występują w podstawie programowej ani w standardach wymagań egzaminacyjnych ale są istotne dla kształcenia w zawodzie technik mechatronik.

Klasa I

1. Język matematyki. Zbiory i działania na zbiorach (8 godzin)

Cele edukacyjne. Uczeń pozna (i zrozumie/utrwali/opanuje):	Materiał nauczania	Oczekiwane osiągnięcia ucznia.Uczeń potrafi:
<ul style="list-style-type: none"> ♣ pojęcie zdania logicznego; ♣ spójniki logiczne i ich zastosowanie do budowy zdań złożonych; ♣ pojęcia definicji i twierdzenia oraz ich funkcji w nauce; ♣ pojęcie twierdzenia odwrotnego; ♣ pojęcia: zbiór, zbiór pusty, zbiór skończony (nieskończony), element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru; ♣ symbolikę matematyczną dotyczącą zbiorów i spójników logicznych; ♣ pojęcie sumy, iloczynu, różnicy i dopełnienia zbiorów; ♣ relacje zachodzące pomiędzy podzbiorami zbioru liczb rzeczywistych; ♣ pojęcie przedziału (ograniczonego, nieograniczonego, otwartego, domkniętego, jednostronnie domkniętego); ♣ działania na przedziałach (sumę, iloczyn, różnicę, dopełnienie); ♣ podstawy posługiwania się językiem matematyki; 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ Pojęcie zdania w logice. ♣ Zaprzeczenie zdania a, koniunkcja i alternatywa zdań. ♣ Implikacja i równoważność zdań. ♣ Prawa logiczne: podwójnego przeczenia, przechodności implikacji. ♣ Definicja, twierdzenie, twierdzenie odwrotne. ♣ Zbiory, działania na zbiorach. ♣ Zbiory liczbowe, oś liczbowa, przedziały. ♣ Działania na przedziałach na zbiorach liczbowych. 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi i ocenić jego wartość logiczną (P); ♣ posługiwać się spójnikami logicznymi ze świadomością, że potoczne rozumienie spójników „i” oraz „lub” może być inne niż znaczenie spójników logicznych (PP); ♣ redagować zaprzeczenia zdań, w szczególności zaprzeczenia definicji (P); ♣ budować zdania złożone i oceniać ich wartość logiczną (P); ♣ badać strukturę logiczną definicji (PP); ♣ odróżniać założenie i tezę w twierdzeniu (P); ♣ odróżniać definicję od twierdzenia (P); ♣ budować twierdzenia odwrotne do twierdzeń danych w postaci implikacji



<p>♣ podstawy poprawnego wnioskowania.</p>		<p>(P);</p> <ul style="list-style-type: none"> ♣ wyznaczać część wspólną, sumę zbiorów (P); ♣ wyznaczać różnicę zbiorów oraz dopełnienie zbioru (PP); ♥ odróżniać liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne (P); ♣ posługiwać się pojęciem osi liczbowej (P); ♣ zaznaczać przedziały na osi liczbowej (P); ♣ wyznaczyć iloczyn i sumę przedziałów (P); ♣ wyznaczyć różnicę i dopełnienie przedziałów (PP), ♣ stosować symbole matematyczne dotyczące zbiorów, działań na zbiorach i spójników logicznych (P); ♣ analizować tekst matematyczny zawierający definicje, twierdzenia, symboliczne zapisy zbiorów i działań na zbiorach (PP); ♣ wykorzystywać język matematyki w komunikowaniu się (PP); ♣ intuicyjnie zastosować poznane prawa logiczne we wnioskowaniu (PP).
--	--	---

2. Liczby rzeczywiste i wyrażenia algebraiczne (40 godzin)

<p>Cele edukacyjne. Uczeń pozna (i zrozumie/utrwali/opanuje):</p>	<p>Materiał nauczania</p>	<p>Oczekiwane osiągnięcia ucznia. Uczeń potrafi:</p>
<ul style="list-style-type: none"> ♥ pojęcie liczb pierwszych i złożonych; ♥ cechy podzielności liczb naturalnych oraz jak znajduje się NWD i NWW liczb naturalnych; ♥ wykonywanie działań na ułamkach; ♥ prawa i własności działań w zbiorze liczb rzeczywistych; ♥ porównywanie liczb wymiernych i niewymiernych; ♥ relacje między podzbiórami zbioru liczb rzeczywistych; ♥ własności równań i nierówności w zbiorze R; ♣ pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami; ♣ pojęcie punktu procentowego; ♣ pojęcie wartości bezwzględnej jej własności i interpretację geometryczną; ♣ pojęcie błędu bezwzględnego i względnego; ♣ szacowanie wyrażen liczbowych; 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ Zbiór liczb naturalnych, zbiór liczb całkowitych. ♣ Zbiór liczb wymiernych, zbiór liczb niewymiernych. ♥ Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych. ♥ Porównywanie liczb w zbiorze R. Przypomnienie wiadomości o równaniach i nierównościach. ♥ Procenty. ♣ Punkty procentowe. ♣ Zastosowanie procentów do obliczeń bankowych. ♣ Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej, jej interpretacja; geometryczna. ♣ Równania i nierówności z wartością bezwzględną. 	<ul style="list-style-type: none"> ♥ wskazać podzbiory zbioru liczb rzeczywistych i nazwać je (P); ♥ rozłożyć liczbę na czynniki pierwsze (P); ♥ porównać liczby wymierne (P); ♣ przybliżać liczby zadaną dokładnością (P); ♣ określić wartość bezwzględną danej liczby (P); ♣ obliczać procent danej liczby (P), ♣ obliczać liczbę, gdy dany jest jej procent (P); ♣ obliczać, jakim procentem danej liczby jest druga liczba (P); ♣ obliczyć błąd przybliżenia (P); ♣ sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym i całkowitym (P); ♥ zapisywać liczby w postaci wykładniczej (PP); ♣ sprawnie wykonywać działania na pierwiastkach (P);



<ul style="list-style-type: none"> ♥ własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym; ♣ prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych; ♣ pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej; ♥ wzory skróconego mnożenia dla wyrażeń stopnia drugiego i sprawnie je wykorzystywał; ♣ wzory skróconego mnożenia dla wyrażeń stopnia trzeciego i sprawnie je wykorzystywał; ♣ własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym; ♣ pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym i własności działań na takich potęgach; ♣ jak konstruuje się potęgę o wykładniku niewymiernym; ♣ prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym; ♣ pojęcie logarytmu; ♣ podstawowe własności logarytmu (wzór na logarytm ilorazu, iloczynu, potęgi); ♦ wzór na zamianę podstaw logarytmu; ♣ przekształcanie różnych wzorów ♣ pojęcie średniej arytmetycznej oraz średniej geometrycznej i średniej ważonej. 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ Przybliżenia; ♣ Błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia; ♣ Szacowanie liczb. ♣ Potęga o wykładniku naturalnym. ♣ Pierwiastek arytmetyczny. ♣ Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej. ♣ Wzory skróconego mnożenia. ♣ Potęga o wykładniku całkowitym ujemnym; ♣ Potęga o wykładniku wymiernym. ♣ Informacja o potędze o wykładniku rzeczywistym. ♣ Pojęcie logarytmu, własności logarytmów; ♣ Zastosowanie logarytmów. ♥ Przekształcanie wzorów; ♣ Średnia arytmetyczna, średnia geometryczna, średnia ważona. 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ usuwać niewymierność z mianownika ułamka (P); ♣ sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia (P); ♣ wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym (wymiernym i niewymiernym) (PP); ♣ obliczać logarytm danej liczby przy danej podstawie (P); ♣ stosować w obliczeniach podstawowe własności logarytmu (PP); ♦ znaleźć przybliżenie liczby zapisanej przy użyciu potęgi i przedstawić je (używając kalkulatora) w notacji wykładniczej (PP); ♣ sprawnie przekształcać wzory stosowane w fizyce i na przedmiotach zawodowych (P); ♣ obliczać średnią arytmetyczną, geometryczną, ważoną (P).
---	---	---

3. Trygonometria kąta ostrego (8 godzin)

<p>Cele edukacyjne. Uczeń pozna (i zrozumie/utrwali/opanuje):</p>	<p>Materiał nauczania</p>	<p>Oczekiwane osiągnięcia ucznia. Uczeń potrafi:</p>
<ul style="list-style-type: none"> ♣ określenie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym; ♣ obliczanie wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$; ♣ podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta; ♦ miarę łukową kąta; ♣ wykorzystywanie funkcji trygonometrycznych w zadaniach tekstowych. 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym. ♣ Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$. ♣ Podstawowe tożsamości trygonometryczne. ♣ Proste równania trygonometryczne. ♦ Miara łukowa kąta. ♣ Zastosowanie funkcji trygonometrycznych kąta ostrego do rozwiązywania zadań z geometrii. 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ wyznaczyć funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (P); ♣ odczytać z tablic przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta (P); ♣ rozwiązać równania typu: $\sin x = a, \cos x = a, \operatorname{tg} x = a, \operatorname{ctg} x = a$, gdzie $0^\circ < x < 90^\circ$, korzystając z kalkulatora, tablic lub posługując się wartościami funkcji dla wybranych kątów (PP); ♣ stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w rozwiązywaniu zadań (P); ♣ znając wartości jednej funkcji potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego



		<p>samego kąta ostrego (PP);</p> <p>♦ zamieniać miarę stopniową kąta na łukową i odwrotnie (P).</p>
--	--	---

4. Wektory (4 godziny)

Cele edukacyjne. Uczeń pozna (i zrozumie/utrwali/opanuje):	Material nauczania	Oczekiwane osiągnięcia ucznia. Uczeń potrafi:
<ul style="list-style-type: none"> ♦ pojęcie wektora; ♦ obliczanie współrzędnych wektora na płaszczyźnie; ♦ dodawanie, odejmowanie i mnożenie wektora przez liczbę; ♦ pojęcie wektorów równych i przeciwnych; ♦ obliczanie długości wektora; ♦ obliczanie cosinusa kąta między wektorami. 	<ul style="list-style-type: none"> ♦ Wektor w prostokątnym układzie współrzędnych, współrzędne wektora. ♦ Długość wektora. Wektory równe i przeciwne. ♦ Działania na wektorach. 	<ul style="list-style-type: none"> ♦ obliczyć współrzędne wektora i jego długość (P); ♦ dodać i odjąć wektory, pomnożyć wektor przez liczbę (P); ♦ obliczyć cosinus kąta między wektorami (PP); ♦ sprawnie operować wektorami w rozwiązywaniu prostych zadań z geometrii analitycznej (PP);

5. Geometria płaska – pojęcia wstępne (10 godzin)

Cele edukacyjne. Uczeń pozna (i zrozumie/utrwali/opanuje):	Material nauczania	Oczekiwane osiągnięcia ucznia. Uczeń potrafi:
<ul style="list-style-type: none"> ♥ podstawowe pojęcia geometryczne; ♥ podstawowe wiadomości o kątach; ♥ położenie prostych na płaszczyźnie, pojęcie odległości punktu od prostej i pojęcie odległości między prostymi równoległymi; ♥ pojęcie symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta oraz jaką własność ma dowolny punkt leżący na symetralnej odcinka (dwusiecznej kąta); ♥ twierdzenie o dwóch prostych równoległych przeciętych trzecią prostą; ♥ twierdzenie Talesa; ♥ pojęcie koła i okręgu; ♣ określenie kąta środkowego w kole, wpisanego w koło i kąta dopisanego oraz własności tych kątów. 	<ul style="list-style-type: none"> ♥ Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt. ♥ Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta. ♥ Dwie proste przecięte trzecią prostą. ♥ Twierdzenie Talesa. ♥ Okrąg i koło. ♣ Kąty i koła. 	<ul style="list-style-type: none"> ♥ wyznaczać odległość dwóch punktów (P), punktu od prostej (PP), dwóch prostych równoległych (PP); ♥ konstruować: proste prostopadłe, proste równoległe, symetralną odcinka, dwusieczną kąta (P); ♣ określić wzajemne położenie prostej i okręgu (P); ♦ określić wzajemne położenie dwóch okręgów (PP); ♣ stosować w rozwiązywaniu zadań poznane twierdzenia (PP).



6. Funkcja i jej własności (12 godzin)

Cele edukacyjne. Uczeń pozna (i zrozumie/utrwali/opanuje):	Materiał nauczania	Oczekiwane osiągnięcia ucznia. Uczeń potrafi:
<ul style="list-style-type: none">♣ pojęcie funkcji;♣ różne sposoby opisywania funkcji;♣ pojęcia takie jak dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe;♣ pojęcie monotoniczności funkcji;♣ pojęcie znaku funkcji;♣ wykresy funkcji tj. $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{x}, y = x^2, y = x , y = x^3;$♣ pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji;♣ odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu;♣ szkicowanie wykresu funkcji o podanych własnościach;♣ interpretowanie i przetwarzanie informacji wyrażonych w postaci wzoru lub wykresu funkcji.	<ul style="list-style-type: none">♣ Pojęcie funkcji, funkcja liczbowa.♣ Sposoby opisywania funkcji.♣ Dziedzina i zbiór wartości funkcji.♣ Wykres funkcji.♣ Miejsce zerowe funkcji.♣ Monotoniczność funkcji.♣ Wartości dodatnie i ujemne funkcji (znak funkcji).♣ Najmniejsza i największa wartość funkcji.♣ Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu.♣ Zastosowanie wiadomości o funkcjach do opisywania, interpretowania i przetwarzania informacji wyrażonych w postaci wykresu funkcji.	<ul style="list-style-type: none">♣ odróżnić przyporządkowanie, które jest funkcją, od przyporządkowania, które funkcją nie jest (P);♣ opisywać funkcje na różne sposoby (grafem, wzorem, wykresem, opisem słownym, tabelką) (P);♣ wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej (P),♣ wskazać wykres funkcji liczbowej (P);♣ określić zbiór wartości funkcji (proste przykłady) (P);♣ obliczyć miejsca zerowe funkcji (P);♣ określić na podstawie wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartość największą i najmniejszą funkcji, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie (maleje lub jest stała) oraz zbiory, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne) (P);♣ sporządzić wykres funkcji na podstawie podanych warunków (PP);♣ podać opis matematyczny zależności dwóch zmiennych w postaci funkcji (PP);♣ odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji, dotyczące różnych zjawisk (P);♣ przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru funkcji lub wykresu funkcji (PP).



7. Przekształcanie wykresów funkcji (8 godzin)

Cele edukacyjne. Uczeń pozna (i zrozumie/utrwali/opanuje):	Materiał nauczania	Oczekiwane osiągnięcia ucznia. Uczeń potrafi:
<ul style="list-style-type: none"> ♣ pojęcie przesunięcia równoległego; ♣ przesuwanie równoległe wykresu funkcji wzdłuż osi OX; ♣ przesuwanie równoległe wykresu funkcji wzdłuż osi OY; ♦ przesuwanie wykresu funkcji o dowolny wektor; ♣ pojęcie symetrii osiowej; ♣ przekształcanie wykresu funkcji przez symetrię względem osi OX; ♣ przekształcanie wykresu funkcji przez symetrię względem osi OY. 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX. ♣ Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY. ♦ Przesunięcie równoległe o wektor $\vec{w} = [p, q]$. ♣ Symetria osiowa względem osi OX. ♣ Symetria osiowa względem osi OY. 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x+a)$ (P); ♣ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x) + b$ (P); ♣ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x+a) + b$ (P); ♣ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(x)$ (P); ♣ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(-x)$ (P);

8. Funkcja liniowa (20 godzin)

Cele edukacyjne. Uczeń pozna (i zrozumie/utrwali/opanuje):	Materiał nauczania	Oczekiwane osiągnięcia ucznia. Uczeń potrafi:
<ul style="list-style-type: none"> ♥ informacje o proporcjonalności prostej; ♣ pojęcie funkcji liniowej; ♣ znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej; ♣ własności funkcji liniowej; ♣ znajdowanie równania funkcji liniowej, której wykres jest równoległy lub prostopadły do danej funkcji liniowej; ♣ stosowanie funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego; ♥ rozwiązywanie równań i nierówności liniowych; ♥ metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; ♦ rozwiązywanie układu równań pierwszego stopnia pierwszą metodą wyznacznikową; ♣ opisywanie zbiorów za pomocą układów nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. 	<ul style="list-style-type: none"> ♥ Proporcjonalność prosta. ♣ Funkcja liniowa. Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej. ♣ Własności funkcji liniowej. ♣ Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych. ♣ Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego. ♥ Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. ♥ Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. ♣ Nierówność pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. ♥ Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych. 	<ul style="list-style-type: none"> ♥ sporządzić wykres proporcjonalności prostej oraz podać jej własności (P); ♥ zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań (P); ♣ sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu (P); ♣ znaleźć wzór funkcji liniowej zadanych własnościach (P); ♣ wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań (PP); ♣ wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danej funkcji liniowej (P); ♣ stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego (PP);



		<ul style="list-style-type: none"> ♥ rozwiązywać równania i nierówności liniowe z jedną niewiadomą oraz interpretować je graficznie (P); ♥ rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą(PP); ♥ stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi(P) , ♣ graficznie przedstawiać nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi oraz opisywać podane zbiory za pomocą układów równań i nierówności z dwiema niewiadomymi (PP).
--	--	---

KLASA II

1.Funkcja kwadratowa (24 godziny)

Cele edukacyjne. Uczeń pozna (i zrozumie/utrwali/opanuje):	Materiał nauczania	Oczekiwane osiągnięcia ucznia. Uczeń potrafi:
<ul style="list-style-type: none"> ♣ definicję trójmianu kwadratowego i jego własności; ♣ przedstawianie trójmianu kwadratowego w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej; ♣ szkicowanie wykresów funkcji kwadratowej; ♣ metodę rozwiązywania równań kwadratowych zupełnych i niezupełnych; ♣ metodę rozwiązywania nierówności kwadratowych; ♣ wyznaczanie największej i najmniejszej wartości funkcji kwadratowej w dziedzinie i w przedziale domkniętym; ♣ wykorzystywanie własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych oraz zadań umieszczonych w kontekście praktycznym. 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ Jednomian kwadratowy jego wykres i własności. ♣ Postać kanoniczna funkcji kwadratowej. ♣ Postać ogólna trójmianu kwadratowego. ♣ Postać iloczynowa i pierwiastki trójmianu kwadratowego. ♣ Wykres funkcji kwadratowej. ♣ Najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w dziedzinie i przedziale domkniętym ♣ Zadania optymalizacyjne z zakresu funkcji kwadratowej. ♣ Równania i nierówności kwadratowe. ♣ Układy dwóch równań, z których co najmniej jedno jest stopnia drugiego. ♣ Zadania tekstowe prowadzące do równań nierówności kwadratowych. 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ odróżniać wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji (P); ♣ sporządzić wykres funkcji kwadratowej i opisać jej własności na podstawie wykresu (P); ♣ wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i zapisuje funkcję w postaci kanonicznej (P); ♣ wyznaczać miejsca zerowe funkcji kwadratowej i postać iloczynową funkcji kwadratowej (P); ♣ sprawnie zamieniać jedną postać funkcji kwadratowej na inną (PP); ♣ sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe (P) ; ♣ rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych (PP); ♣ wyznaczać wartość największą i najmniejszą



		<p>funkcji kwadratowej w dziedzinie i przedziale domkniętym (PP);</p> <ul style="list-style-type: none">♣ rozwiązywać zadania optymalizacyjne (PP);♣ rozwiązywać układy równań, z których co najmniej jedno jest stopnia drugiego (PP);♣ przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej (PP);♣ opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej (PP).
--	--	--

2. Wielomiany (16 godzin)

Cele edukacyjne. Uczeń pozna (i zrozumie/utrwali/opanuje):	Materiał nauczania	Oczekiwane osiągnięcia ucznia. Uczeń potrafi:
<ul style="list-style-type: none">♣ definicję wielomianu jednej zmiennej;♣ twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować;♣ dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów;♣ pojęcie pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu;♣ metody rozkładania wielomianów na czynniki (stosowanie wzorów skróconego mnożenia, wyłączanie czynnika poza nawias);♣ rozwiązywanie równań wielomianowych;♣ rozwiązywanie zadań tekstowych prowadzących do równań wielomianowych.	<ul style="list-style-type: none">♣ Wielomian jednej zmiennej, stopień wielomianu.♣ Równość wielomianów.♣ Działania na wielomianach (dodawanie, odejmowanie, mnożenie).♣ Pierwiastek wielomianu i jego krotność.♣ Rozkład wielomianów na czynniki.♣ Równania wielomianowe.♣ Zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.	<ul style="list-style-type: none">♣ odróżniać wielomian od innej funkcji opisanej wzorem (P);♣ określać stopień wielomianu (P);♣ wyznaczać wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej (P);♣ dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany (P);♣ sprawdzić czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu (P);♣ rozłożyć wielomian na czynnik, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias (P);♣ rozwiązywać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki (P);♣ rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych (PP);♣ rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów stosując poznane twierdzenia i definicje (PP).



3. Funkcje wymierne (13 godzin)

Cele edukacyjne. Uczeń pozna (i zrozumie/utrwali/opanuje):	Materiał nauczania	Oczekiwane osiągnięcia ucznia. Uczeń potrafi:
<ul style="list-style-type: none"> ♣ definicję wyrażenia wymiernego; ♣ wyznaczanie dziedzin wyrażenia wymiernego i obliczanie wartości liczbowej wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej; ♣ skracanie i rozszerzanie wyrażeń wymiernych; ♣ dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych; ♣ definicję funkcji wymiernej; ♣ szkicowanie wykresu proporcjonalności odwrotnej i określanie własności tej funkcji; ♣ rozwiązywanie zadań umieszczonych w kontekście praktycznym, związanych z proporcjonalnością odwrotną; ♣ rysowanie wykresów funkcji homograficznej; ♣ opisywanie własności funkcji homograficznej na podstawie jej wykresu; ♣ sposoby rozwiązywania prostych równań wymiernych. 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ Wyrażenia wymierne, dziedzin wyrażenia i jego wartość. ♣ Działania na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie). ♣ Proporcjonalność odwrotna i jej własności. ♣ Definicja funkcji wymiernej, dziedzin funkcji. ♣ Funkcja homograficzna jej wykres i własności. ♣ Proste równania wymierne. 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ odróżnić wyrażenie wymierne od innego wyrażenia (P); ♣ wyznaczyć dziedzinę wyrażenia wymiernego (P); ♣ obliczyć wartość wyrażenia dla danej wartości zmiennej (P); ♣ skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne (PP); ♣ dodawać i odejmować wyrażenia wymierne (PP); ♣ mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne (P); ♣ szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji (P); ♣ rozwiązywać zadania z proporcjonalnością odwrotną (P); ♣ odróżniać funkcję wymierną od innej funkcji (P); ♣ rysować wykresy i określać własności funkcji homograficznej (P); ♣ rozwiązywać proste równania wymierne (P);

4. Geometria analityczna (18 godzin)

Cele edukacyjne. Uczeń pozna (i zrozumie/utrwali/opanuje):	Materiał nauczania	Oczekiwane osiągnięcia ucznia. Uczeń potrafi:
<ul style="list-style-type: none"> ♣ jak oblicza się odległość punktów w układzie współrzędnych; ♣ metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka; ♣ równanie kierunkowe prostej; ♣ zapisywanie równania prostej w postaci ogólnej; ♣ warunki na równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych; ♣ wzór na obliczanie odległości punktu od prostej; ♣ przekształcanie równania okręgu do postaci kanonicznej; ♣ wyznaczanie współrzędnych środka 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ Odległość punktów w układzie współrzędnych. ♣ Współrzędne środka odcinka. ♣ Równanie kierunkowe prostej. ♣ Równanie ogólne prostej. ♣ Równoległość prostych. ♣ Prostopadłość prostych. ♣ Odległość punktu od prostej. ♣ Równanie okręgu. 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych (P); ♣ wyznaczyć współrzędne środka odcinka (P); ♣ zastosować informacje o wektorze w układzie współrzędnych do rozwiązywania prostych zadań (PP); ♣ znaleźć równanie prostej w postaci ogólnej lub kierunkowej, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a



<p>okręgu i promienia okręgu; ♣ zapisywanie równania okręgu o zadanych własnościach; ♣ jak wyznacza się współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu; ♦ jak określić wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami.</p>		<p>w równaniu kierunkowym(P); ♣ zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych (P); ♣ stosować wzór na obliczanie odległości punktu od prostej w zadaniach (PP); ♣ posługiwać się równaniem okręgu (P); ♣ przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytać współrzędne środka i promień okręgu (PP); ♣ wyznaczyć równanie okręgu o zadanych własnościach (PP); ♣ wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu (P); ♦ określić wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami (PP); ♦ wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (PP).</p>
---	--	---

KLASA III

1. Geometria płaska – trójkąty (11 godzin)

<p>Cele edukacyjne. Uczeń pozna (i zrozumie/utrwali/opanuje):</p>	<p>Materiał nauczania</p>	<p>Oczekiwane osiągnięcia ucznia. Uczeń potrafi:</p>
<p>♥ podział trójkątów ze względu na boki i kąty; ♥ twierdzenie o sumie kątów w trójkącie; ♥ na czym polega nierówność trójkątów; ♥ twierdzenie o odcinku łączącym środki boków trójkąta; ♣ twierdzenie o wysokościach w trójkącie; ♣ twierdzenie o środkowych w trójkącie; ♥ twierdzenie o symetralnych boków trójkąta; ♥ twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta; ♥ pojęcie trójkątów przystających oraz cech przystawiania trójkątów; ♣ pojęcie trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów; ♣ pojęcie pola figury; ♥ stosowane wcześniej wzory na pole trójkąta; ♣ wzory na pole trójkąta;</p>	<p>♣ Podział trójkątów. Suma kątów w trójkącie. Nierówność trójkąta. ♣ Odcinek łączący środki boków w trójkącie. Wysokości w trójkącie. Środkowe w trójkącie. ♥ Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie. ♥ Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt. ♥ Przystawianie trójkątów. ♣ Podobieństwo trójkątów. ♥ Pole trójkąta. ♣ Pole trójkątów podobnych ♣ Pole figury geometrycznej ♥ Pole koła i figur związanych z kołem.</p>	<p>♣ zastosować poznane twierdzenia do rozwiązywania zadań (PP); ♣ określić – znając długości boków trójkąta – czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny czy rozwartokątny (P); ♣ opisać okrąg na trójkącie (P), wpisać okrąg w trójkąt (P), wyznaczyć promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny i w trójkąt równoramienny (PP), wyznaczać promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnymi na trójkącie równoramiennym – znając długości boków trójkąta (PP); ♥ rozpoznawać trójkąty</p>



<ul style="list-style-type: none"> ♣ twierdzenie dotyczące pól trójkątów podobnych; ♥ wzór na pole koła i długość okręgu; ♣ wzór na pole wycinka kołowego, odcinka kołowego i pierścienia kołowego; ♣ wzór na długość łuku okręgu. 		<ul style="list-style-type: none"> przystające (P); ♣ stosować cechy przystawiania trójkątów w rozwiązywaniu zadań (PP); ♥ rozpoznawać trójkąty podobne (P); ♣ stosować cechy podobieństwa trójkątów w rozwiązywaniu zadań (PP); ♣ obliczyć pole figury, wykorzystując podział tej figury na rozłączne części (P); ♣ stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów (P); ♣ stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących we wzorach (PP); ♣ zastosować twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu zadań (PP); ♣ zastosować wzór na pole koła i figur związanych z kołem (wycinkiem kołowym, odcinkiem kołowym, pierścieniem kołowym)(P).
--	--	--

2.Geometria płaska – czworokąty (10 godzin)

<p>Cele edukacyjne. Uczeń pozna (i zrozumie/utrwali/opanuje):</p>	<p>Materiał nauczania</p>	<p>Oczekiwane osiągnięcia ucznia. Uczeń potrafi:</p>
<ul style="list-style-type: none"> ♥ podział czworokątów; ♥ własności czworokątów; ♣ twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu; ♥ wzory na pola czworokątów. ♣ nowe wzory na pola czworokątów. ♣ twierdzenie o polu figur podobnych. ♣ pojęcie podobieństwa i jego własności; ♣ sposoby rozwiązywania zadań dotyczących mapy, planu, skali mapy. 	<ul style="list-style-type: none"> ♥ Podział czworokątów. ♥ Trapezy. Równoległoboki. Trapezoidy. ♥ Pole równoległoboku. ♥ Pole trapezu. ♣ Podobieństwo. Podobieństwo czworokątów. ♣ Pola figur podobnych. ♥ Skala i plan. 	<ul style="list-style-type: none"> ♥ posługiwać się własnościami czworokątów w rozwiązywaniu zadań (P); ♣ stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących czworokątów (PP); ♣ stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych (P); ♥ stosować poznane wzory do obliczania pól czworokątów (P); ♣ stosować twierdzenie Dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (PP), ♣ rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych (P);



		<ul style="list-style-type: none"> ♣ stosować własności podobieństwa w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali) (PP).
--	--	--

3. Funkcja wykładnicza (8 godzin)

Cele edukacyjne. Uczeń pozna (i zrozumie/utrwali/opanuje):	Materiał nauczania	Oczekiwane osiągnięcia ucznia. Uczeń potrafi:
<ul style="list-style-type: none"> ♣ własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym. ♣ wykonywanie działań na potęgach; ♣ pojęcie funkcji wykładniczej; ♣ własności funkcji wykładniczej; ♦ algorytm rozwiązywania prostych równań i nierówności wykładniczych; ♣ wykorzystywanie własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań . 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ Potęga o wykładniku rzeczywistym –powtórzenie. ♣ Funkcja wykładnicza i jej własności. ♦ Proste równania i nierówności wykładnicze. ♣ Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym. 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym (P); ♣ stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań (PP); ♣ odróżniać funkcję wykładniczą od innych funkcji (P); ♣ sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw (P); ♣ przekształcać wykresy funkcji wykładniczych (P); ♣ opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów (P); ♦ rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze (PP); ♣ rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym (PP).

4. Ciągi (19 godzin)

Cele edukacyjne. Uczeń pozna (i zrozumie/utrwali/opanuje):	Materiał nauczania	Oczekiwane osiągnięcia ucznia. Uczeń potrafi:
<ul style="list-style-type: none"> ♣ definicję ciągu; ♣ sposoby opisywania ciągu (wzór ogólny, wykres); ♣ definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu; ♣ definicję ciągu arytmetycznego; ♣ własności ciągu arytmetycznego; ♣ stosowanie w zadaniach poznanych wzorów dotyczących ciągu arytmetycznego (n – ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów ciągu, średnia arytmetyczna); ♣ definicję ciągu geometrycznego; 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ Określenie ciągu, ciąg liczbowy. ♣ Sposoby opisywania ciągów. ♣ Monotoniczność ciągu. ♣ Ciąg arytmetyczny. ♣ Suma ciągu arytmetycznego. ♣ Ciąg geometryczny. ♣ Suma ciągu geometrycznego. ♣ Oprocentowanie lokat i kredytów (procent 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ określać ciąg wzorem ogólnym (PP); ♣ wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym (P); ♣ narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu (P); ♣ zbadać monotoniczność ciągu (PP); ♣ zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym



<ul style="list-style-type: none"> ♣ własności ciągu geometrycznego; ♣ stosowanie w zadaniach poznanych wzorów dotyczących ciągu geometrycznego (n – ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna); ♣ pozna pojęcie procentu prostego i procentu składanego; ♣ nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów. 	<p>prosty i procent składany).</p>	<p>(P);</p> <ul style="list-style-type: none"> ♣ wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych (PP); ♣ wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (P); ♣ rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego (PP); ♣ zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym (P); ♣ wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych (PP); ♣ wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (P); ♣ rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego (PP); ♣ rozwiązywać zadania stosując wzory na n-ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym (PP); ♣ stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów (P).
--	------------------------------------	--

5. Elementy statystyki (6 godzin)

<p>Cele edukacyjne. Uczeń pozna (i zrozumie/utrwali/opanuje):</p>	<p>Materiał nauczania</p>	<p>Oczekiwane osiągnięcia ucznia. Uczeń potrafi:</p>
<ul style="list-style-type: none"> ♣ klasyfikację danych statystycznych; ♣ obliczanie średniej arytmetycznej i średniej ważonej z próby; ♣ wyznaczanie mediany i mody z próby; ♣ obliczanie wariancji i odchylenia standardowego z próby; ♣ jak należy interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne. 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ Dane statystyczne i ich klasyfikacja. ♣ Średnie arytmetyczna i średnia ważona z próby. ♣ Mediana i moda z próby. ♣ Wariancja i odchylenie standardowe z próby. 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, modę, wariancję i odchylenie standardowe z próby (P); ♣ interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne (PP); ♣ odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów (P); ♣ przedstawiać dane



		<p>empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów (P);</p> <ul style="list-style-type: none"> ♣ przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych (P); ♣ porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi (PP).
--	--	--

6. Elementy kombinatoryki (10 godzin)

Cele edukacyjne. Uczeń pozna (i zrozumie/utrwali/opanuje):	Material nauczania	Oczekiwane osiągnięcia ucznia. Uczeń potrafi:
<ul style="list-style-type: none"> ♣ jak należy zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych; ♣ zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować; ♣ symbol silni i symbol Newtona i nauczy się je stosować; ♣ pojęcie kombinacji; ♣ jak się oblicza liczbę kombinacji; ♣ sposoby rozwiązywania zadań kombinatorycznych. 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych. ♣ Zasada mnożenia. ♣ Symbol silni. Symbol Newtona. ♣ Kombinacje. 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych (P); ♣ stosować zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań (P); ♣ stosować symbol silni i symbol Newtona (P); ♣ obliczać liczbę kombinacji (P); ♣ rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki (PP).

KLASA IV

1. Rachunek prawdopodobieństwa (15 godzin)

Cele edukacyjne. Uczeń pozna (i zrozumie/utrwali/opanuje):	Material nauczania	Oczekiwane osiągnięcia ucznia. Uczeń potrafi:
<ul style="list-style-type: none"> ♣ pojęcia takie jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe; ♣ jak określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu; ♣ wyznaczanie sumy zdarzeń, różnicy zdarzeń, iloczynu zdarzeń oraz zdarzenia przeciwnego do danego zdarzenia; ♣ aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa; ♣ własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować w rozwiązywaniu zadań; ♣ klasyczną definicję prawdopodobieństwa; 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ Doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, zdarzenie, działania na zdarzeniach. ♣ Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa. ♣ Własności prawdopodobieństwa. ♣ Klasyczna definicja prawdopodobieństwa. ♣ Drzewo stochastyczne. 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc (P); ♣ wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu (P); ♣ obliczać prawdopodobieństwo zdarzeń losowych na podstawie klasycznej definicji prawdopodobieństwa (P); ♣ stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań (PP); ♣ wykorzystywać sumę (PO, różnicę (PP) i iloczyn (P)



<ul style="list-style-type: none"> ♣ jak rozwiązywać zadania wykorzystując klasyczną definicją prawdopodobieństwa; ♣ jak można rozwiązywać zadania z rachunku prawdopodobieństwa za pomocą drzewa stochastycznego. 		<p>zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa;</p> <ul style="list-style-type: none"> ♣ obliczać prawdopodobieństwo zdarzeń losowych za pomocą drzewa stochastycznego(PP).
--	--	---

2.Stereometria (20 godzin)

Cele edukacyjne. Uczeń pozna (i zrozumie/utrwali/opanuje):	Materiał nauczania	Oczekiwane osiągnięcia ucznia. Uczeń potrafi:
<ul style="list-style-type: none"> ♣ wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni; ♣ wzajemne położenie prostej i płaszczyzny; ♣ jak wyznaczać kąt między prostą i płaszczyzną; ♣ pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego; ♥ wiadomości o graniastosłupach; ♥ wiadomości o ostrosłupach; ♥ wiadomości o bryłach obrotowych. 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ Płaszczyzny i proste w przestrzeni. ♣ Rzut prostokątny na płaszczyznę, kąt między prostą i płaszczyzną. ♣ Kąt dwuścienny, kąt liniowy kąta dwuściennego. ♥ Graniastosłupy podział, pole powierzchni i objętość. ♥ Ostrosłupy – podział, pole powierzchni i objętość. ♥ Bryły obrotowe – walec, stożek, kula; pole powierzchni i objętość brył obrotowych. 	<ul style="list-style-type: none"> ♣ badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni (P); ♣ poprawnie narysować wielościany i bryły obrotowe (P); ♣ wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości (PP); ♣ podać własności figur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy czy bryły obrotowe (P); ♥ rysować siatki figur przestrzennych (P); ♥ wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych(P); ♣ wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii (PP).

4 Procedury osiągania celów kształcenia i procedury oceniania osiągnięć uczniów

4.1 Procedury osiągania celów

Zadaniem nauczyciela jest świadome organizowanie procesu kształcenia i kierowanie jego realizacją tak, aby cele edukacyjne zawarte w podstawie programowej, uszczegółowione w programie nauczania, zostały przez uczniów osiągnięte. W związku z tym w niniejszym programie przyjęto następujące procedury osiągania założonych celów.

- **Działanie jako najskuteczniejszy sposób uczenia się.** Uczniowie szkół technicznych mają wiele predyspozycji i uzdolnień w obszarze działania. Dlatego też na lekcjach matematyki należy stosować trafnie dobrane metody aktywizujące – wzmacniające skuteczność procesu nauczania i uczenia się przez zaangażowanie i samodzielność ucznia w procesie zdobywania wiedzy.

Korzystając z tych metod, można:

- odkrywać i formułować definicje;
 - planować rozwiązywanie zadania;
 - poznawać własności pojęć, obiektów matematycznych.
- **Poglądowość w nauczaniu.** Poglądowość w przekazie treści kształcenia wyraźnie podnosi skuteczność dydaktyczną edukacji matematycznej. Należy ją zapewnić przez wykorzystanie prostych pomocy dydaktycznych:
 - wykonanych na lekcji – np. wykresy funkcji, modele figur płaskich z zaznaczonymi elementami;
 - wykonanych przez grupy uczniów – np. plansze matematyczne z przerabianego działu;
 - wykonanych przez uczniów jako zadanie domowe – np. zestawy przykładowych funkcji zaczerpniętych z prasy, przykłady diagramów procentowych;
 - źródeł informacji – np. tabele, diagramy i wykresy z prasy, informatory z banków, z giełdy, ze sklepów;
 - materiałów z Internetu i prezentacji komputerowych.
- **Kształcenie umiejętności przez rozwiązywanie zadań tekstowych.** Zadania tekstowe – jasno sformułowane, adekwatne do rzeczywistości, są dobrym narzędziem kształcenia umiejętności matematycznych:
 - Zadania tekstowe sprzyjają:
 - ćwiczeniu czytania ze zrozumieniem;
 - ćwiczeniu wypowiedzania się, używania w wypowiedziach sformułowań i terminów matematycznych;
 - utrwalaniu znajomości terminów matematycznych i ich znaczenia;



- wzmacnianiu dobrej komunikacji nauczyciel – uczeń;
 - ćwiczeniu krótkich procesów logicznego myślenia;
 - ćwiczeniu umiejętności wyciągania i formułowania wniosków.
- **Powtarzanie i utrwalanie wiadomości i umiejętności.** Częste, uporządkowane powtarzanie i utrwalanie wiadomości i umiejętności jest jedną z zasad skutecznego zdobywania wiedzy. Należy powtarzać często i zawsze prawidłowo sformułowane pojęcia, zasady, działania – przede wszystkim podstawowe. Najbardziej odpowiednimi momentami do powtarzania i utrwalania na lekcji są:
 - część końcowa lekcji – utrwalenie wiadomości oraz zdobytych ostatnio umiejętności;
 - część początkowa lekcji następnej – przypomnienie i powtórzenie tych wiadomości oraz umiejętności, które będą konieczne do przyswojenia nowego materiału.

Powinno się nie tylko sprawdzać osiągnięcia ucznia, ale przede wszystkim utralać wiadomości i umiejętności zdobyte. Ważną rolę odgrywają również lekcje przygotowujące uczniów do pracy klasowej. Służą one bowiem:

- przekazaniu uczniom informacji o pracy klasowej – o zakresie treści, o formie sprawdzania, o liczbie i typie zadań sprawdzających;
- powtórzeniu i utrwaleniu wiedzy i umiejętności przewidzianych do sprawdzenia;
- wyjaśnieniu zagadnień niezrozumiałych;
- przećwiczeniu pod kierunkiem nauczyciela zagadnień sprawiających trudności, szczególnie z zakresu wymagań podstawowych;
- pogłębieniu motywacji ucznia do samodzielnej pracy przed klasówką;
- ukierunkowaniu samodzielnego przygotowania się ucznia do sprawdzianu.

- **Stosowanie różnych metod aktywizujących ucznia.** W procesie kształcenia skuteczne dla osiągania celów są różne metody pracy ucznia, które angażują go intelektualnie i emocjonalnie, są dla ucznia atrakcyjne, szanują jego indywidualność w myśleniu i działaniu. W nauczaniu matematyki warto z tych metod korzystać. Mogą to być:

- **pogadanka, dyskusja** – w tej metodzie nauczyciel kieruje rozmową, prowadzi dyskusję umiejętnie i porządkuje przebieg. Zadaje pytania, naprowadza na prawidłowe odpowiedzi, rozjaśnia wątpliwości, rozstrzyga spory. Uczniowie dyskutują, formułują spostrzeżenia, wymieniają się doświadczeniami, argumentują, spierają się, wyciągają wnioski;
- **metoda problemowa** – inaczej nauczanie problemowe, polega na samodzielnym rozwiązywaniu przez uczniów pewnego zadania problemowego. Metoda ta wzbogaca wiedzę i umiejętności matematyczne uczniów, wyrabia umiejętność formułowania hipotez i ich weryfikowania, kształci umiejętność zbierania i analizowania informacji itp. lekcja prowadzona tą metodą przygotowuje uczniów do rozwiązywania rzeczywistych problemów o charakterze matematycznym, z którym mogą się spotkać w życiu;
- **praca z tekstem matematycznym:**
 - Praca z podręcznikiem – polega na samodzielnym studiowaniu przez uczniów fragmentów podręcznika kształci umiejętność czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego, w tym umiejętność analizowania



definicji i twierdzeń oraz umiejętność śledzenia rozumowań matematycznych. Praca z podręcznikiem przygotowuje do czytania innych tekstów napisanych w stylu matematycznym.

- Praca z wykorzystaniem encyklopedii, słowników, czasopism popularno – naukowych, tablic matematycznych itp. – przyzwyczajają uczniów do zbierania informacji z różnych źródeł, analizowania ich i przetwarzania, a także uświadomienia sobie, jaką rolę pełni matematyka w otaczającym nas rzeczywistości.
- Praca z komputerem – zbieranie informacji z Internetu, dotyczących różnych zagadnień matematycznych, samodzielne przygotowanie referatów i prezentacji na podstawie zebranych informacji i przedstawienie ich, po odpowiednim opracowaniu, pozostałym uczniom. Metoda ta pozwala kształtować postawy poszukiwania i dociekliwości, daje szansę rozwoju i głębszego poznania matematyki oraz możliwość autoprezentacji.
- **rozwiązywanie ciągu zadań** – jądrem tej metody jest samodzielne rozwiązywanie przez ucznia ciągu kilku zadań skonstruowanych przez nauczyciela lub autora podręcznika (lub zbioru zadań). Każde zadanie w ciągu jest stosunkowo łatwe, możliwe do rozwiązania przez przeciętnego ucznia. Zadania są ułożone w takiej kolejności, że rozwiązanie jednego z nich ułatwi rozwiązanie następnego. Natomiast rozwiązanie ostatniego zadania prowadzi do odkrycia przez uczniów nowego faktu matematycznego;
- **burza mózgow** – polega na zgromadzeniu w krótkim czasie wielu pomysłów, hipotez dotyczących rozwiązania jakiegoś problemu. Istotne jest przy tym to, że pomysły zgłaszane przez uczniów nie mogą być ani ocenione, ani krytykowane. Metoda ta rozwija myślenie intuicyjne, kształci umiejętność formułowania hipotez oraz umiejętność argumentowania. Rozwija także umiejętność posługiwania się językiem matematycznym.;
- **wzajemne odpytywanie** – służy przede wszystkim pogłębieniu rozumienia wiadomości, utrwaleniu wiadomości i umiejętności oraz kształceniu posługiwania się językiem matematyki. Można ją wykorzystać jako powtórzenie na zakończenie działu oraz przygotowanie do pracy klasowej;
- **mapa mentalna** – polega na wizualnym opracowaniu problemu z wykorzystaniem pojęć, haseł, rysunków, zdjęć, wycinków, symboli i zwrotów w obszarze jednego zagadnienia. Metoda ta nie tylko szanuje, ale promuje indywidualny sposób uczenia się każdego ucznia. Graficzna mapa mentalna podnosi atrakcyjność pracy, oddziałuje na wzrok i wyobraźnię ucznia, angażując je w proces uczenia się. Można ją wykorzystać jako powtórzenie i utrwalenie przed pracą klasową.



4.2 Zasady sprawdzania i oceniania osiągnięć ucznia

Ocenianie z matematyki uwzględnia dwa jego wymiary:

- dydaktyczny – obejmuje sprawdzanie i ocenianie osiągnięć poznawczych ucznia (wiadomości i umiejętności) w odniesieniu do wymagań programowych;
- społeczno-wychowawczy – obejmuje uzyskiwanie informacji, formułowanie opinii i komunikowanie jej uczniowi o jego zaangażowaniu w proces kształcenia, o jego wkładzie pracy i aktywności.

W technikum zapewniając wysoką jakość w obszarze dydaktycznym oceniania, należy wyraźnie dowartościować wymiar społeczno-wychowawczy, bowiem ten aspekt oceniania silnie wspiera postęp ucznia w obszarze osiągnięć poznawczych. Układem odniesienia dla oceniania w wymiarze społeczno – wychowawczym są kryteria:

- aktywność ucznia na lekcjach matematyki;
- systematyczność i samodzielność wykonywania prac domowych;
- wykonywanie zadań dodatkowych (dostosowanych do możliwości ucznia).

Uczeń zna wymagania programowe i kryteria społeczno – wychowawcze. Nauczyciel odwołuje się do tych kryteriów w procesie kształcenia i oceniania. Wymagania programowe sformułowane są dwóch poziomach:

- na poziomie podstawowym (P);
- na poziomie ponadpodstawowym (PP).

Wymagania z poziomu podstawowego stawiam przed uczniami z trudnościami w uczeniu się matematyki. Stwarzam im w ten sposób możliwość osiągnięcia satysfakcji z sukcesów, które motywują ich do dalszego działania.

Wymagania z poziomu ponadpodstawowego sprzyjają rozwojowi zainteresowań matematycznych zdolnych uczniów. Stwarzają im możliwość osiągnięcia sukcesów na miarę ich możliwości, inspirują ich do większej odpowiedzialności i zaangażowania w swój rozwój.

Dwupoziomowe wymagania programowe są uwzględniane:

- ✓ na lekcjach – należy bowiem uwzględnić indywidualne możliwości uczniów i proponować im adekwatny do nich poziom wymagań programowych;
- ✓ w pracy domowej – powinna ona zawierać zadania i polecenia z obu poziomów wymagań, aby uczniowie słabi mogli samodzielnie utrwalić wiadomości i umiejętności, a uczniowie dobrzy mogli samodzielnie utrwalać, rozwijać i pogłębiać wiedzę;
- ✓ w różnych sposobach sprawdzania osiągnięć ucznia – powinny one zawierać zadania sprawdzające wiadomości i umiejętności z obu poziomów wymagań, aby upewnić się o osiągnięciach uczniów.

Celem procesu sprawdzania jest uzyskanie pewnych informacji o osiągnięciach edukacyjnych ucznia. Podczas procesu sprawdzania uzyskujemy także informacje o przebiegu procesu kształcenia: o treściach kształcenia, o pracy ucznia i pracy nauczyciela. Aby w procesie sprawdzania uzyskać wiarygodne, pewne informacje o osiągnięciach ucznia, należy stosować różne formy i narzędzia sprawdzania.



Formy sprawdzania osiągnięć ucznia:

- prace klasowe – 5- minutowe prace pisemne na zakończenie każdego działu programowego. Praca klasowa powinna być poprzedzona przygotowaniem;
- kartkówki – 10 – 15 – minutowe prace pisemne obejmujące 2-3 jednostki tematyczne. Kartkówki dostarczają uczniowi i nauczycielowi bieżących informacji o osiągnięciach poznawczych ucznia, motywują ucznia do pracy przez stwarzanie możliwości osiągania małych sukcesów;
- odpowiedzi ustne – na początku lekcji (z poprzedniego tematu). Pełnią ważną rolę w procesie kształcenia, gdyż utrwalają umiejętność posługiwania się językiem matematycznym, wspomagają kształtowanie umiejętności czytania i wypowiedzania się ze zrozumieniem, rozwijają logiczne myślenie, ale mogą też odkryć trudności ucznia w uczeniu się matematyki;
- różne prace ucznia – długoterminowe, wykonywane indywidualnie lub w grupie np.:
 - plansze tematyczne,
 - modele brył, figur,
 - prezentacje komputerowe.

Szczególną uwagę nauczyciel powinien zwrócić na aktywność ucznia i oceniać ją jak najczęściej, jest ona bowiem jednym z czynników zewnętrznych najbardziej motywujących ucznia.

Ogólne kryteria oceny z matematyki mogą przedstawiać się następująco:

a) ocena celująca

Otrzymuje ją uczeń, którego wiedza znacznie wykracza poza obowiązujący program nauczania i który spełnia co najmniej dwa spośród warunków:

- pomysłowo i oryginalnie rozwiązuje nietypowe zadania;
- wykazuje ponadprzeciętne zainteresowanie przedmiotem, startuje w konkursach i olimpiadach matematycznych;
- samodzielnie formułuje nowe problemy i z dobrym skutkiem je rozwiązuje;
- osiąga wysokie wyniki prac pisemnych, uzyskując co najmniej 98% punktów.

b) ocena bardzo dobra

Otrzymuje ją uczeń, który opanował pełen zakres wiadomości z poziomu podstawowego i ponadpodstawowego, oraz:

- sprawnie przeprowadza rachunki;
- umie w pełni samodzielnie rozwiązywać zadania;
- poprawnie posługuje się językiem matematycznym;
- zna dobrze definicje i twierdzenia i umie się nimi posługiwać;
- osiąga wysokie wyniki prac pisemnych, uzyskując co najmniej 90% punktów.

c) ocena dobra

Otrzymuje ją uczeń, który opanował wiadomości z zakresu poziomu podstawowego oraz wybrane elementy z poziomu ponadpodstawowego, oraz:

- zna i rozumie podstawowe pojęcia;
- przeprowadza proste rozumowania dedukcyjne;
- sprawnie przeprowadza rachunki;



- osiąga wyniki prac pisemnych, uzyskując co najmniej 75% punktów;
- samodzielnie rozwiązuje zadania typowe.

d) ocena dostateczna

Otrzymuje ją uczeń, który:

- opanował wiadomości i umiejętności przewidziane na poziom podstawowy;
- samodzielnie lub z niewielką pomocą nauczyciela rozwiązuje zadania o średnim stopniu trudności;
- skutecznie przeprowadza rachunki (niekoniecznie sprawnie);
- osiąga wyniki prac pisemnych, uzyskując co najmniej 50% punktów;
- zna podstawowe pojęcia matematyczne.

e) ocena dopuszczająca

Otrzymuje ją uczeń, który:

- opanował ponad 2/3 wskazanych czynności poziomu podstawowego;
- samodzielnie lub z niewielką pomocą nauczyciela rozwiązuje zadania o niewielkim stopniu trudności;
- zna i rozumie najprostsze pojęcia matematyczne;
- poprawnie wykonuje proste operacje arytmetyczne;
- osiąga wyniki z prac pisemnych, uzyskując co najmniej 98% punktów;
- wykazuje chęć współpracy w celu uzupełnienia braków.

f) ocena niedostateczna

Otrzymuje ją uczeń, który nie spełnia kryteriów na ocenę dopuszczającą.



5 Obudowa dydaktyczna programu

W realizacji programu i osiągnięcia założonych celów edukacyjnych pomocne są różnorodne środki dydaktyczne.

1. Środki dydaktyczne pasywne: podręczniki Marcina Kurczaba, Elżbiety Kurczab i Elżbiety Świdry, zbiory zadań, materiały pomocnicze na płycie CD, zestawy foliogramów, kalkulatory, kalkulatory graficzne, filmy edukacyjne, komputery z połączeniem do Internetu, modele figur i brył, plansze tematyczne, tablica z układem współrzędnych, wizualizer.
2. Środki dydaktyczne interaktywne: zestawy ćwiczeń, gry dydaktyczne, programy komputerowe – eduRom matematyka .



6 Projekt ewaluacji programu

Ewaluacja programu polega na uzyskaniu danych niezbędnych do podjęcia decyzji o wartości programu. Poprzez **ewaluację** należy rozumieć ocenę przydatności i skuteczności podejmowanych działań dydaktycznych, wychowawczych i opiekuńczych w odniesieniu do założonych celów, służącą doskonaleniu tych działań. Jest to zbieranie, analiza oraz interpretacja danych na temat programu oraz jego skuteczności. Ewaluacja opisuje przebieg oraz wyniki końcowe badanych działań zarówno z pozytywnej jak i negatywnej strony. Porównuje rezultaty ze wstępnymi założeniami.

Dla oceny skuteczności programu można wykorzystać procedurę opisaną w poniższej tabeli.

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Prezentacja danych/raport
Przed rozpoczęciem realizacji programu	a) projekt autorskiego programu nauczania matematyki	<ol style="list-style-type: none">1. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia zasoby realizatora?2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców?3. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania MKKE?4. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie?5. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności?6. Czy proponowany sposób oceny programu jest poprawny?	Stwierdzenia TAK wg arkusza oceny. j.w. j.w. j.w. j.w.	Studium przypadku; analiza wyników diagnozy implementacji KK oraz danych z Arkusza oceny programu.	Raport ewaluacyjny



Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Prezentacja danych/raport
W czasie realizacji programu	b) Skuteczność programu	1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu? 2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych? 3. Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły? 4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	Wyższe o 50% niż ponoszone dotychczas. Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy dydaktycznych. Wzrost o 20% liczby hospitacji dyrektora; udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym. Przewaga metod aktywizujących nad podającymi.	Analiza dokumentów. Analiza dokumentów. Analiza dokumentów m.in. wyników monitoringu. Analiza dokumentów. Obserwacja.	Raport ewaluacyjny
Na koniec realizacji programu		5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu? 6. W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?	Co najmniej przeciętne wyniki w skalach KI i JN arkusza [1]. Wzrost o min. 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE.	Ankietowanie uczniów. Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”.	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu. Promocja szkoły w środowisku
Po pewnym czasie od realizacji programu		7. Na ile trwałe są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?	Wzrost minimum o 20% średniego wyniku matury z matematyki.	Analiza dokumentów (z wynikami egzaminu maturalnego).	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu-konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie.

Bibliografia

1. Gaś Z. B., *Ewaluacja autorskiego programu nauczania*, Wydawnictwo WOM, Wiadomości Opinie Myśli nr 3(23), Lublin 1998.
2. Kurczab M., Kurczab E., Świda E., *Matematyka. Program nauczania w liceach i w technicach*. Oficyna edukacyjna Krzysztof Pazdro, Warszawa 2008.
3. Pyrdoł P., Jateczak A., Ciołkosz M., Ciołkosz P., *Matematyka. Program nauczania*, Wydawnictwo Pedagogiczne Operon, Gdynia 2007.
4. Sobczak M., *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie, 2009.
5. Wojciechowska E., *Matematyka. Poradnik dla nauczyciela i program nauczania w zasadniczych szkołach zawodowych*, Wydawnictwo Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 2003.
6. *Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy*. Centrum Kształcenia Zawodowego w Wysokiem Mazowieckiem.



Autor
Bogna Wierzińska

MATEMATYKA

**AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH**

**W ZESPOLE SZKÓŁ
PONADGIMNAZJALNYCH NR 2
W BIAŁYMSTOKU
W TECHNIKUM ZAWODOWYM NR 2
W ZAWODZIE TECHNIK LOGISTYK**

Koordynator merytoryczny kompetencji kluczowej w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Spis treści.....	3
Wprowadzenie.....	5
1. Uwarunkowania realizacji programu.....	9
2. Cele edukacyjne.....	10
3. Podział treści kształcenia.....	12
3.1 Klasa 1.....	12
3.2 Klasa 2.....	12
3.3 Klasa 3.....	12
3.4 Klasa 4.....	12
4. Uszczegółowiony materiał nauczania i przewidywane umiejętności, które uczniowie powinni zdobyć.....	13
4.1 Klasa 1.....	13
4.1.1 Liczby i ich zbiory.....	13
4.1.2 Funkcje i ich własności.....	13
4.1.3 Funkcja liniowa i jej własności.....	14
4.1.4 Geometria analityczna.....	14
4.1.5 Funkcja kwadratowa.....	14
4.2 Klasa 2.....	17
4.2.1 Wielomiany i funkcje wymierne.....	17
4.2.2 Funkcja wykładnicza i logarytmy.....	18
4.2.3 Związki miarowe w figurach płaskich.....	18
4.3 Klasa 3.....	20
4.3.1 Ciągi.....	20
4.3.2 Stereometria.....	20
4.3.3 Elementy kombinatoryki i rachunek prawdopodobieństwa.....	21
4.4 Klasa 4.....	23
4.4.1 Elementy statystyki.....	23
4.4.2 Powtórzenie do matury.....	23
5. Procedury osiągania celów.....	24
6. Metody oceny założonych osiągnięć ucznia.....	26
7. Oprzyrządowanie.....	27
8. Projekt ewaluacji.....	28
Bibliografia.....	30



Dane szczegółowe

Autor :	Bogna Wierzińska
Staż pracy:	13 lat
Nauczany	przedmiot: matematyka i technologia informacyjna
Dodatkowe kwalifikacje:	nauczyciel mianowany; egzaminator egzaminu maturalnego z matematyki; studia podyplomowe z informatyki
Miejsce realizacji programu:	Zespół Szkół Ponadgimnazjalnych Nr 2 Białymstoku
Typ szkoły:	technikum
Kierunek	technik logistyk
Czas realizacji programu:	wrzesień 2009 – czerwiec 2012
Wymiar godzin:	w klasie pierwszej trzy godziny tygodniowo, w klasach pozostałych po dwie godziny lekcyjne w tygodniu

Wprowadzenie

W związku z otwieraniem się coraz to nowych rynków pracy zarówno Unia Europejska jak też i Polska staje przed koniecznością sprostania coraz to nowym wymaganiom społecznym, ekonomicznym i zawodowym. Migracja ludności pociąga za sobą konieczność podejmowania pracy w innych krajach. Dlatego też proces edukacji szkolnej powinien wyposażać ucznia w taką wiedzę, umiejętności i kompetencje, które pomogą w prawidłowym funkcjonowaniu zarówno na polskim jak i zagranicznym rynku pracy.

Parlament Europejski i Rada Europy, w grudniu 2006r. zaleciły państwom członkowskim rozwijanie kompetencji kluczowych, czyli takich, których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia. Kompetencje matematyczne określone w dokumencie „kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” (MKKE) obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji.

Program nauczania powstał w ramach projektu „SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI. Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej”. Celem Projektu jest zwiększenie dostępności do rozwoju kompetencji kluczowych uczniów szkół ponadgimnazjalnych o profilu zawodowym oraz szkół policealnych w Polsce Wschodniej.

Za podstawę teoretyczną programu posłużyły: Podstawa Programowa (Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół Dz.U. z dnia 23 sierpnia 2007r Nr 157 poz. 1100) oraz „Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym” Piotra Grabowskiego **DKOS-5002-80/07**. Treści kształcenia obejmują wymagania podstawowe.

Trzon programu uwzględnia obecne standardy wymagań będące podstawą przeprowadzania egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie podstawowym

(Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów Dz.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102) jak również treści konieczne do rozwijania kompetencji kluczowych.

Proces kształcenia kompetencji matematycznych absolwenta technikum podporządkowany został celom, których osiągnięcie prowadzi do uzyskania kompetencji, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji w trzech zakresach:

W. Wiedza:

- W1. Rozumienie terminów i pojęć matematycznych;
- W2. Dobrze opanowana umiejętność liczenia;
- W3. Znajomość miar i struktur;
- W4. znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,
- W5. Świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź;

U. Umiejętności:

- U1. Stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny);
- U2. Śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny);
- U3. Korzystać z tekstu matematycznego;

P. Postawy:

- P1. Przejawiać szacunek dla prawdy;
- P2. Dążyć do szukania przyczyn;
- P3. Oceniać zasadność wnioskowań i działań.

Szczególną uwagę należy poświęcić rozwijaniu kompetencji:

W2. Dobrze opanowana umiejętność liczenia:

- sprawne wykonywanie obliczeń;
- wykonywanie obliczeń dokładnych i przybliżonych;
- szacowanie wyników;
- wykonywanie obliczeń procentowych;
- sprawne rozwiązywanie równań i nierówności.

W5. Świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź:

- rozumienie potrzebę stosowania algorytmów;
- stosowanie rozumowania przez analogię;
- analizowanie twierdzeń oraz formułowanie wniosków;
- rozumienie roli uogólnienia;
- świadomość możliwości zastosowania wiedzy matematycznej w życiu codziennym np. do obliczania faktur, podatków, kredytów czy objętości.

U3. Korzystać z tekstu matematycznego:

- analizowanie przedstawionych rozwiązań, obliczeń, danych;
- wyszukiwanie w tekście matematycznym potrzebnych informacji;
- przekształcanie informacji z tekstu zapisując je w formie dogodnej do dalszych działań;
- odczytywanie i interpretacja danych przedstawionych za pomocą tabel, diagramów, wykresów;
- naśladowanie przedstawionych rozwiązań w analogicznych sytuacjach.



P3. oceniać zasadność wnioskowań i działań:

- ocenianie poprawności przeprowadzonego rozumowania;
- dostrzeganie sprzeczności i błędów w toku rozumowania.
- ocenianie trafności doboru argumentów uzasadniających tezę,

Ważne jest ćwiczenie umiejętności rozwiązywania zadań mających zastosowanie w praktyce i bezpośrednio powiązanych z życiem codziennym, a zwłaszcza przyszłą pracą zawodową. Program został dostosowany do kształcenia w zawodzie technik logistyk.

Logistyk, to specjalista w dziedzinie ekonomii przedsiębiorstw i handlu, zajmujący się zarządzaniem procesem planowania i przepływu surowców, półproduktów i produktów. Zazwyczaj specjaliści od logistyki zajmują się magazynami, dopływem surowców do fabryki, a następnie wywożeniem gotowych wyrobów. Zaopatrzenie, planowanie produkcji, dystrybucja, transport, komunikacja, to zakres obowiązków logistyka. Specyfika tego zawodu wymaga logicznego myślenia, sprawnego wykonywania obliczeń, umiejętności planowania i przewidywania. W zawodzie tym liczy się też umiejętność szacowania kosztów i kontrola rozliczeń finansowych.

Dlatego też program ten kładzie duży nacisk na sprawne opanowanie umiejętności liczenia, umiejętność obliczeń procentowych, a zwłaszcza zastosowanie w sektorze finansów i ekonomii. Koniecznością jest też wykształcenie u uczniów umiejętności logicznego myślenia, analizowania i planowania.



1. Uwarunkowania realizacji programu

Program nauczania stworzony został dla uczniów Technikum Zawodowego Nr 2 w Białymstoku przy Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych Nr 2 i przeznaczony jest dla uczniów technikum kształcących się w zawodzie logistyk. Założenia dydaktyczno-wychowawcze programu zgodne są z podstawą programową kształcenia ogólnego oraz standardami wymagań egzaminu maturalnego. Program ten został poszerzony o treści konieczne do rozwijania matematycznych kompetencji kluczowych, co niewątpliwie ułatwi osiągnięcie lepszych wyników na egzaminie potwierdzającym kwalifikacje zawodowe.

Uczniowie rozpoczynający naukę w naszej szkole, to najczęściej młodzież, która nie dostała się do innych szkół. Wielu spośród nich posiada duże zaległości z matematyki oraz innych przedmiotów, co powoduje kłopoty z opanowaniem materiału. Kolejną trudnością do pokonania jest niechęć oraz brak wiary we własne siły. Wielu uczniów szkoły pochodzi z rodzin niezamożnych, a często niepełnych. Taka sytuacja rodzinna znacznie utrudnia zdobycie wiedzy. Brak dobrych wzorców często powoduje niechęć do nauki oraz dużą absencję na zajęciach lekcyjnych.

Dużą zaletą szkoły jest dobre wyposażenie pracowni informatycznych, które są niezbędne w zawodzie technik logistyk. Szkoła posiada dwa centra multimedialne dostępne dla wszystkich uczniów oraz trzy pracownie informatyczne (w tym jedna wyposażona w oprogramowanie biurowe). Jednak wyposażenie niektórych pracowni przedmiotowych nie jest wystarczające. W pracowni matematycznej brakuje komputera z oprogramowaniem pozwalającym wykorzystywać pakiety multimedialne oraz oprogramowanej przedmiotowe. Dużą pomocą w prowadzeniu zajęć byłoby też zakupienie wizualizera (jest to urządzenie, które pozwala na prezentowanie wykonanych przez uczniów prac zapisanych na papierze).

Atutem naszej szkoły jest też wykwalifikowana kadra, która nieustannie poszerza swoją wiedzę i umiejętności kształcąc się na różnego rodzaju studiach oraz kursach (również kwalifikacyjnych). Każdy uczeń może liczyć na wsparcie pedagoga, psychologa oraz doradcy zawodowego. Szkoła organizuje też zajęcia pozalekcyjne, mające na celu rozbudzenie „ciekawości wiedzy” oraz rozwijanie zainteresowań. Wielu naszych uczniów odnosi sukcesy w konkursach oraz olimpiadach zawodowych, zdobywa indeksy na uczelnie.

Technik logistyk jest nową specjalnością w naszej placówce. Szkoła prowadzi pierwszy rok nabór na ten kierunek.

2. Cele edukacyjne

Zadaniem programu jest nie tylko realizacja założeń dydaktycznych, ale również kształtowanie postawy i zachowania intelektualnego. Ukształtowanie postaw pożądaných z punktu widzenia społecznego, między innymi wytrwałości w pokonywaniu trudności, systematyczności, dokładności, porządku, nawyku planowania i przewidywania skutków własnych działań

Przyjęte w programie cele edukacyjne i wychowawcze zgodne są z celami i zadaniami zawartymi w podstawie programowej, a także są zgodne ze standardami wymagań egzaminu maturalnego w zakresie podstawowym. Cele te zostały podzielone na dwie grupy: cele związane z kształceniem matematycznych kompetencji kluczowych (MKKE) (oznaczono je (MKKE)) oraz cele istotne dla kształcenia w zawodzie technik logistyki (oznaczono je (TL)).

- Opanowanie umiejętności definiowania pojęć oraz posługiwania się definicją(MKKE);
- Wykształcenie umiejętności sprawnego wykonywania działań na liczbach i wyrażeniach algebraicznych (TL);
- Wykształcenie umiejętności sprawnego posługiwania się obliczeniami procentowymi (TL);
- Wykształcenie umiejętności wyznaczania związków metrycznych i miarowych w otaczającej nas przestrzeni (MKKE);
- Opanowanie umiejętności obliczania miar figur geometrycznych;
- Rozwijanie umiejętności opisywania zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji;
- Kształcenie umiejętności posługiwania się jednostkami miar i przeliczania ich (TL);
- Opanowanie umiejętności odczytywania i szacowania odległości (TL);
- Wykształcenie umiejętności sprawnego operowania algorytmami (MKKE);
- opanowanie umiejętności odczytywania własności związków opisanych wykresami, diagramami itp., konstruowanie wykresów (MKKE);
- opanowanie umiejętności wyznaczania stanów optymalnych i ekstremalnych (TL);
- opanowanie umiejętności uogólniania przykładów, formułowania hipotez i twierdzeń, przeprowadzania prostych rozumowań dedukcyjnych;
- opanowanie umiejętności podawania przykładów i kontrprzykładów (MKKE);
- rozwijanie i doskonalenie umiejętności precyzyjnego posługiwania się językiem matematycznym do formułowania wypowiedzi i argumentowania (MKKE);
- opanowanie umiejętności korzystania z tekstu matematycznego w celu sporządzania notatek, korzystania z podręczników oraz prezentowania wyników własnej pracy i dowodzenia racji;
- opanowanie umiejętności korzystania m.in. z komputera, kalkulatora itp. w pracy.

Cele wychowawcze:

- kształtowanie umiejętności swobodnej i poprawnej wypowiedzi;
- kształtowanie umiejętności poszukiwania różnych rozwiązań, samodzielności i kreatywności a także krytycyzmu (TL);
- kształtowanie umiejętności właściwego interpretowania i weryfikowania zgromadzonych informacji (TL);



- nauka dobrej organizacji pracy, wytrwałości i systematyczności w dążeniu do osiągnięcia zamierzonych celów (TL);
- kształcenie umiejętności logicznego rozumowania (TL);
- rozbudzanie ciekawości, rozwijanie zdolności poznawczych, pobudzanie aktywności umysłowej;
- rozwijanie umiejętności pracy z innymi, prowadzenia dyskusji, umiejętnego argumentowania oraz oceniania zasadności wnioskowań i działań (MKKE);
- rozwijanie umiejętności prezentowania wyników własnej pracy i dowodzenia racji z wykorzystaniem precyzyjnego języka matematyki (MKKE);
- kształtowanie odpowiedzialności za własne wykształcenie.

3. Podział treści kształcenia

W klasie pierwszej wymiar godzin nauczania matematyki w technikum wynosi 3 godziny tygodniowo, zaś w klasach drugiej, trzeciej i czwartej po 2 godziny.

Podział treści kształcenia na kolejne klasy oraz orientacyjna liczba godzin potrzebna do ich realizacji:

3.1 Klasa 1

Lp.	Dział programowy	Liczba godzin
1	Liczby i ich zbiory	20
2	Funkcje i ich własności	20
3	Funkcja liniowa i jej własności	15
4	Geometria analityczna	10
5	Funkcja kwadratowa	20
6	Godziny do dyspozycji nauczyciela	20

3.2 Klasa 2

Lp.	Dział programowy	Liczba godzin
1	Wielomiany i funkcje wymierne	25
2	Funkcja wykładnicza i logarytmy	12
3	Związki miarowe w figurach płaskich	25
4	Godziny do dyspozycji nauczyciela	15

3.3 Klasa 3

LP	Dział programowy	Liczba godzin
1	Ciągi	20
2	Stereometria	18
3	Elementy kombinatoryki i rachunek prawdopodobieństwa	12
4.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	20

3.4 Klasa 4

Lp.	Dział programowy	Liczba godzin
1	Elementy statystyki	10
2	Powtórzenie do matury	40



4. Uszczegółowiony materiał nauczania i przewidywane umiejętności, które uczniowie powinni zdobyć

4.1 Klasa 1

4.1.1 Liczby i ich zbiory

1. Pojęcie zbioru i podzbioru; zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory; działania na zbiorach.
2. Liczby naturalne i całkowite. Liczby wymierne (ułamki zwykły i dziesiętny). Liczby niewymierne (rozpoznawanie liczb niewymiernych, usuwanie niewymierności z mianownika). Rozwinięcie dziesiętne nieokresowe, przybliżenia pojęcie błędu przybliżenia (błąd względny i bezwzględny). Rachunki na kalkulatorze, szacowanie wartości wyrażeń liczbowych.
3. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych i ich własności.
4. Działania na potęgach o wykładniku całkowitym i ich własności.
5. Działania na pierwiastkach.
6. Oś liczbowa, przedziały na osi liczbowej, działania na przedziałach.
7. Wartość bezwzględna liczby i jej podstawowe własności, interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej, określanie przedziałów liczbowych za pomocą wartości bezwzględnej.
8. Obliczenia procentowe, posługiwanie się procentem w rozwiązywaniu zadań, punkty procentowe.

4.1.2 Funkcje i ich własności

1. Definicja funkcji, przykłady funkcji, funkcje używane w statystyce opisowej, tabelki, diagramy, funkcje opisujące zjawiska przyrodnicze, ekonomiczne, socjologiczne itp. Określanie funkcji (wzorem, tabelką, wykresem, grafem, opisem słownym).
2. Dziedzina funkcji i zbiór wartości funkcji, wyznaczanie dziedziny funkcji liczbowej określonej wzorami.
3. Definicja wykresu funkcji liczbowej, wykresy funkcji opisujące zależności w gospodarce i życiu codziennym – uwzględnienie różnych jednostek na osiach.
4. Miejsce zerowe funkcji, odczytywanie z wykresu funkcji jej miejsc zerowych.
5. Definicja funkcji monotonicznej na przedziale $(a; b)$, wyznaczanie przedziałów monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu.
6. Odczytywanie z wykresu funkcji jej własności (dziedziny i zbioru wartości, miejsc zerowych, przedziałów monotoniczności, wartości największej i najmniejszej osiągniętej przez funkcję w dziedzinie lub w określonym przedziale, odczytywanie z wykresu argumentów, dla których spełniona jest nierówność typu $f(x) = m, f(x) > m, f(x) < m$).
7. Przesuwanie wykresów funkcji wzdłuż osi x i osi y.

8. Przekształcanie wykresów funkcji przez symetrię względem osi układu współrzędnych.

4.1.3 Funkcja liniowa i jej własności

1. Pojęcie funkcji liniowej, interpretacja jej współczynnika kierunkowego oraz wyrazu wolnego. Sporządzanie wykresów funkcji liniowych i przedziałami liniowych.
2. Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie jej wykresu lub podanych punktów.
3. Wyznaczanie miejsc zerowych funkcji liniowych i przedziałami liniowych. Punkty przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych.
4. Układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi – rozwiązywanie i interpretacja geometryczna. Zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi.

4.1.4 Geometria analityczna

1. Postać ogólna i kierunkowa prostej. Przekształcanie funkcji liniowej z jednej postaci do drugiej.
2. Wzajemne położenie dwóch prostych na płaszczyźnie. Proste równoległe i prostopadłe w układzie współrzędnych.
3. Odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej. Środek odcinka.
4. Równanie okręgu na płaszczyźnie kartezjańskiej.

4.1.5 Funkcja kwadratowa

1. Wykres i własności funkcji kwadratowej $y=ax^2$ ($a \neq 0$). Przesunięcie wykresu funkcji kwadratowej $y=ax^2$ ($a \neq 0$) wzdłuż osi x i y oraz odczytywanie ich własności.
2. Postać ogólna, kanoniczna i iloczynowa funkcji kwadratowej. Przekształcanie funkcji kwadratowej z jednej postaci do drugiej. Rozwiązywanie zadań wykorzystujących własności funkcji kwadratowej.
3. Równania i nierówności kwadratowe. Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych.
4. Zastosowanie funkcji kwadratowej do analizowania zjawisk życia codziennego.

Założone osiągnięcia ucznia:

Dział programowy	Przewidywane umiejętności	
Liczby i ich zbiory	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna pojęcia: zbiór, zbiór pusty, zbiór nieskończony, podzbiór, element zbioru, równość zbiorów; – zna symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów (\in, \notin, \subset, \cap, \cup, \emptyset); – zna pojęcia sumy, iloczynu i różnicy zbiorów; – zna relacje, jakie zachodzą pomiędzy podzbiorem zbioru liczb rzeczywistych; – przypomni sobie zasady działań na liczbach rzeczywistych oraz kolejność działań; 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> – posługiwać się symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów; – wykonywać działania (suma, różnica, iloczyn) na zbiorach liczbowych oraz przedziałach; – odróżniać liczbę wymierną od niewymiernej; – zamieniać ułamek zwykły na ułamek dziesiętny okresowy i odwrotnie; – biegle wykonywać działania na liczbach rzeczywistych (stosować prawidłową kolejność działań); – planować i wykonywać obliczenia; – porównywać liczby rzeczywiste;



	<ul style="list-style-type: none">– zna pojęcia: błąd względny i bezwzględny;– przypomni sobie prawa działań na potęgach o wykładnikach całkowitych oraz pierwiastkach;– przypomni sobie pojęcie osi liczbowej;– zna definicję wartości bezwzględnej oraz jej własności;– przypomni sobie pojęcie procentu;– zna pojęcie punktu procentowego;– będzie kształtował umiejętność odczytywania i analizowania diagramów procentowych, słupkowych i kołowych oraz sporządzania ich.	<ul style="list-style-type: none">– przedstawiać liczby rzeczywiste w postaci ułamka zwykłego oraz dziesiętnego;– krytycznie czytać teksty zawierające uśrednione dane;– wyznaczać przybliżenia danej liczby z zadaną dokładnością;– oszacować wartość liczbową oraz błąd przybliżenia;– wykonywać działania na potęgach i pierwiastkach;– usuwać niewymierność z mianownika;– obliczać wartości bezwzględne danych liczb;– interpretować wartość bezwzględną na osi liczbowej;– rozwiązywać proste równania i nierówności z wartością bezwzględną;– posługiwać się procentem w rozwiązywaniu zadań;– swobodnie operować pojęciem punktu procentowego;– przeprowadzić proste badania statystyczne, opracować i zaprezentować jego wyniki;– ocenić dokładność zastosowanego przybliżenia;– używać kalkulatora do bardziej skomplikowanych obliczeń;– sprawnie posługiwać się językiem i symboliką matematyczną.
Funkcje i ich własności	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– zna pojęcia: funkcja, dziedzin funkcji, zbiór wartości funkcji, miejsca zerowe;– zna definicje funkcji rosnącej, malejącej, stałej.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">– rozpoznać funkcje wśród przyporządkowań, wykresów, opisów słownych, tabel;– określać funkcje na różne sposoby;– obliczać wartości funkcji dla różnych argumentów;– wyznaczać dziedzinę oraz zbiór wartości funkcji;– obliczać miejsca zerowe funkcji;– sporządzać wykresy funkcji;– sporządzić wykres funkcji liniowej oraz przedziałami liniowej;– wskazać wartość największą i najmniejszą funkcji w całej dziedzinie lub w podanym przedziale;– określić liczbę rozwiązań równania $f(x)=m$;– odczytać z wykresu zbiór rozwiązań nierówności typu $f(x)<m$;– odczytywać z wykresu własności funkcji (dziedzina, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności funkcji, wartość



		<p>najmniejsza i największa funkcji w podanym przedziale);</p> <ul style="list-style-type: none">– zaprojektować wykresy funkcji o zadanych własnościach;– przesuwać wykres funkcji wzdłuż osi X lub Y;– symetria wykresu funkcji względem osi X lub Y;– interpretować informacje na podstawie wykresów ;– przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji;– sprawnie posługiwać się językiem i symboliką matematyczną.
Funkcja liniowa i jej własności	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– zna definicję funkcji liniowej oraz proporcjonalności prostej;– zna własności funkcji liniowej;– zna sposoby rozwiązywania układów równań liniowych.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">– sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu;– sporządzić wykres proporcjonalności prostej;– wykorzystać własności proporcjonalności prostej w rozwiązywaniu zadań;– wyznaczyć wzór funkcji liniowej o podanych własnościach;– rozwiązywać równania i nierówności liniowe oraz układy równań liniowych;– dokonać ilustracji graficznej układu równań– dokonać analizy zadania tekstowego;– stosować własności funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego;– podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru matematycznego;– odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować je i przetworzyć;– sprawnie posługiwać się językiem i symboliką matematyczną.
Geometria analityczna	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– zna równania opisujące prostą (postać kierunkowa i ogólna);– zna zależność pomiędzy prostymi równoległymi i prostopadłymi na płaszczyźnie kartezjańskiej;– zna wzór pozwalający obliczyć odległość dwóch punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej;– zna wzór na równanie okręgu (koła) w układzie współrzędnych.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">– przedstawić funkcję w postaci ogólnej lub kierunkowej;– wyznaczyć wzór funkcji liniowej przechodzącej przez podane dwa punkty;– rozstrzygnąć, czy układ dwóch równań liniowych jest oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny;– wyznaczyć wzór funkcji równoległej lub prostopadłej do podanej prostej;– obliczać odległość punktów na płaszczyźnie;– wyznaczać współrzędne środka i długość promienia okręgu;– wyznaczyć wzór okręgu (koła), gdy podana jest długość promienia



		<p>i współrzędne środka oraz sporządzić jego wykres;</p> <ul style="list-style-type: none"> – sprawnie posługiwać się językiem i symboliką matematyczną.
Funkcja kwadratowa	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna definicję trójmianu kwadratowego oraz jego własności; – zna zależność pomiędzy znakiem wyróżnika trójmianu kwadratowego a liczbą miejsc zerowych funkcji kwadratowej; – zna wzory na postać ogólną, iloczynową i kanoniczną funkcji kwadratowej; – zna wzory pozwalające obliczyć wyróżnik trójmianu kwadratowego, współrzędne wierzchołka oraz miejsca zerowe paraboli; – wie jaki wpływ na położenie paraboli ma współczynnik przy x^2; – zna zależność pomiędzy współrzędnymi wierzchołka a zbiorem wartości oraz przedziałami monotoniczności funkcji kwadratowej. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> – sporządzić wykres paraboli oraz odczytać z wykresu jej własności; – określić na podstawie wzoru funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej jej własności (zbiór wartości, przedziały monotoniczności, wartość ekstremalną); – przekształcić wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do ogólnej, iloczynowej i odwrotnie; – znaleźć brakujące współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej wykresie; – wyznaczać wartość największą oraz najmniejszą funkcji kwadratowej w podanym przedziale; – rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do szukania wartości ekstremalnych funkcji kwadratowych; – rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie; – rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych; – analizować zjawiska z życia codziennego opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej; – sprawnie posługiwać się językiem i symboliką matematyczną.

4.2 Klasa 2

4.2.1 Wielomiany i funkcje wymierne

1. Definicja jednomianu, wielomianu stopnia n ($n \in \mathbb{N}$) jednej zmiennej. Wielomian zerowy, stopień wielomianu, równość wielomianów.
2. Działania na wielomianach (dodawanie, odejmowanie, mnożenie).
3. Wzory skróconego mnożenia (w tym wzory na sześcian sumy (różnicy) dwóch wyrażeń oraz sumę (różnicę) sześciątów dwóch wyrażeń).
4. Pojęcie pierwiastka wielomianu. Postać iloczynowa wielomianu, wyznaczanie pierwiastków wielomianu z postaci iloczynowej.
5. Rozkład wielomianu na czynniki nierozkładalne (grupowanie wyrazów, wyłączanie czynnika przed nawias, wykorzystanie wzorów skróconego mnożenia).
6. Rozwiązywanie prostych równań wielomianowych.
7. Wyrażenia wymierne. Określanie dziedziny wyrażeń wymiernych, skracanie, rozszerzanie ułamków, sprowadzanie do wspólnego mianownika.

8. Wykonywanie działań na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie).
9. Funkcja wymierna i jej dziedzina.
10. Proporcjonalność odwrotna.
11. Wykres i własności hiperboli.
12. Rozwiązywanie prostych równań wymiernych.
13. Rozwiązywanie zadań o kontekście praktycznym wykorzystujących własności funkcji wymiernych.

4.2.2 Funkcja wykładnicza i logarytmy

1. Potęgi liczb nieujemnych o wykładniku wymiernym i ich własności.
2. Działania na potęgach o wykładniku wymiernym.
3. Funkcja wykładnicza, jej wykres i własności.
4. Pojęcie logarytmu.
5. Własności logarytmów (logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi o wykładniku naturalnym).

4.2.3 Związki miarowe w figurach płaskich

1. Kąty w kole (kąąt środkowy, kąąt wpisany, kąąt pomiędzy styczną a cięciwą).
2. Podobieństwo. Figury podobne. Cechy podobieństwa trójkątów.
3. Twierdzenia Talesa i twierdzenie do niego odwrotne. Związek twierdzenia Talesa z podobieństwem.
4. Związki miarowe w trójkącie prostokątnym.
5. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.
6. Związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.
7. Pola i obwody figur płaskich.

Założone osiągnięcia ucznia:

Dział programowy	Przewidywane umiejętności	
Wielomiany i funkcje wymierne	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – zna definicję jednomianu oraz wielomianu stopnia n ($n \in \mathbb{N}$) jednej zmiennej; – zna pojęcia: stopień wielomianu, wielomian zerowy, współczynniki wielomianu, pierwiastek wielomianu; – zna twierdzenie o równości wielomianów; – zna metody rozkładania wielomianów na czynniki (grupowanie wyrazów, wyłączanie czynnika przed nawias, wykorzystanie wzorów skróconego mnożenia); – zna definicję funkcji wymiernej oraz podstawowe jej własności; – wie w jaki sposób wykonywać działania na wyrażeniach wymiernych; 	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none"> – napisać wielomian o danych współczynnikach oraz wypisać współczynniki danego wielomianu; – określić stopień wielomianu; – dobrać tak współczynnik wielomianu, aby dwa wielomiany były równe; – przekształcić wielomiany z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia; – wykonywać działania na wielomianach (dodawanie, odejmowanie, mnożenie); – rozkładać wielomiany na czynniki metodą grupowania wyrazów, wyłączania czynnika przed nawias, wykorzystywania wzorów skróconego mnożenia; – wyznaczać pierwiastki wielomianu; – rozwiązywać równania



	<ul style="list-style-type: none">– wie w jaki sposób określić dziedzinę wyrażenia wymiernego;– zna wzory skróconego mnożenia.	<ul style="list-style-type: none">– wielomianowe;– rozszerzyć lub skrócić wyrażenie wymierne;– określić dziedzinę wyrażenia wymiernego;– sprowadzić wyrażenia wymierne do wspólnego mianownika;– wykonywać działania na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie);– określać dziedzinę funkcji wymiernej;– sporządzić wykres hiperboli oraz odczytać z wykresu jej własności;– rozwiązywać równania i nierówności wymierne;– sprawnie posługiwać się językiem i symboliką matematyczną.
Funkcja wykładnicza i logarytmy	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– zna definicję potęgi liczby nieujemnej o wykładniku wymiernym;– zna definicję funkcji wykładniczej oraz podstawowe jej własności;– zna definicję logarytmu oraz własności logarytmów.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">– wykonywać działania na potęgach liczb nieujemnych o wykładniku wymiernym;– wykonać wykres funkcji wykładniczej oraz odczytać z wykresu jej własności;– potrafi obliczać logarytmy podanych wartości;– wykorzystać własności logarytmów do obliczeń;– określić dziedzinę logarytmu;– sprawnie posługiwać się językiem i symboliką matematyczną.
Związki miarowe w figurach płaskich	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– zna pojęcia: kąt środkowy, kąt wpisany, kąt między styczną a cięciwą;– zna definicję podobieństwa;– zna własności figur podobnych (zależność pomiędzy polami figur podobnych, zależność pomiędzy długościami boków figur podobnych oraz zależność pomiędzy obwodami figur podobnych);– zna cechy podobieństwa trójkątów;– zna twierdzenie Talesa i twierdzenie do niego odwrotne oraz wnioski wypływające z twierdzenia Talesa;– zna twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie odwrotne;– zna definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;– zna własności figur płaskich;– zna wzory na pole i obwód koła, wycinka koła;– zna wzory na pola i obwody wielokątów.	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none">– wskazać kąty wpisane i środkowe oparte na tym samym łuku;– obliczać miary kątów w kole;– obliczać miary kątów trójkątów, czworokątów wpisanych w okrąg lub opisanych na okręgu;– wykorzystać własności kątów w kole do wykazania pewnych własności figur;– sprawdzić, czy dane figury są do siebie podobne;– obliczyć skalę podobieństwa;– obliczać długości boków figur podobnych;– zastosować w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych;– zastosować własności podobieństwa do obliczania pól i odległości na mapie oraz w rzeczywistości;– stosować podobieństwo trójkątów w zadaniach;– zastosować Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do rozwiązywania zadań;



		<ul style="list-style-type: none">– udowodnić twierdzenie Pitagorasa;– zastosować twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do rozwiązywania zadań;– konstruować odcinki o szukanych długościach z zastosowaniem własności twierdzenia Talesa i Pitagorasa;– wykorzystać funkcje trygonometryczne kąta ostrego do obliczania długości boków oraz kątów;– wykorzystać własności funkcji trygonometrycznych do rozwiązywania zadań;– obliczać pola i obwody figur płaskich;– dowodzić tożsamości trygonometrycznych;– w oparciu o twierdzenia i definicje wykazać własności danej figury geometrycznej;– rozwiązywać zadania z kontekstem realistycznym;– sprawnie posługiwać się językiem i symboliką matematyczną.
--	--	---

4.3 Klasa 3

4.3.1 Ciągi

1. Definicja ciągu liczbowego. Ciąg skończony i nieskończony.
2. Własności ciągów liczbowych. Monotoniczność ciągu, wykres ciągu.
3. Definicja i własności ciągu arytmetycznego. Wzór na n – ty wyraz ciągu arytmetycznego, wzór na sumę n kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego. Średnia arytmetyczna.
4. Definicja ciągu geometrycznego. Wzór na n – ty wyraz ciągu geometrycznego, wzór na sumę n kolejnych wyrazów ciągu geometrycznego. Średnia geometryczna.
5. Procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów bankowych.

4.3.2 Stereometria

1. Wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni.
2. Równoległość i prostopadłość w przestrzeni.
3. Kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny.
4. Graniastosłupy, ich rodzaje i własności.
5. Ostrosłupy, ich rodzaje i własności.
6. Bryły obrotowe (walec, stożek, kula) i ich własności.
7. Obliczanie pola powierzchni i objętości figur przestrzennych.



4.3.3 Elementy kombinatoryki i rachunek prawdopodobieństwa

1. Proste zadania kombinatoryczne uwzględniające losowanie kolejno ze zwracaniem i bez zwracania oraz losowania podzbiorów danego zbioru.
2. Reguła mnożenia.
3. Doświadczenia losowe, zdarzenia losowe, zbiór zdarzeń elementarnych, działania na zdarzeniach, zdarzenie pewne i niemożliwe, zdarzenia przeciwne, zdarzenia wykluczające się.
4. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa.
5. Własności prawdopodobieństwa.

Założone osiągnięcia ucznia:

Dział programowy	Przewidywane umiejętności	
Ciągi	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">– zna definicję ciągu;– zna sposoby ilustrowania ciągu (wzór ogólny, wykres);– zna definicję ciągu monotonicznego;– zna definicję ciągu arytmetycznego i geometrycznego– zna wzory na n – ty wyraz ciągu arytmetycznego oraz sumę n kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego;– zna wzory na n – ty wyraz ciągu geometrycznego oraz sumę n kolejnych wyrazów ciągu geometrycznego.	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none">– obliczyć dowolny wyraz ciągu znając jego wzór ogólny;– podać zależności między wyrazami danego ciągu;– wyznaczać miejsca zerowe ciągu o danym wyrazie ogólnym;– zbadać monotoniczność ciągu;– sporządzić wykres ciągu;– odczytać z wykresu własności ciągu;– rozpoznawać ciąg arytmetyczny;– zastosować w zadaniach wzór na n – ty wyraz ciągu arytmetycznego oraz sumę n kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego;– dokonać analizy danych oraz korzystając z własności ciągu arytmetycznego rozwiązać zadanie;– rozpoznawać ciąg geometryczny;– dokonać analizy danych oraz korzystając z własności ciągu geometrycznego rozwiązać zadanie;– rozwiązywać zadania wymagające jednocześnie wykorzystania własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego;– obliczać wartości lokaty, znając stopę procentową, okres rozrachunkowy i czas oszczędzania;– obliczać wysokość raty kredytu spłacanego w równych ratach w systemie procentu składanego;– porównywać zyski z różnych lokat;– rozwiązywać zadania z kontekstem realistycznym wykorzystujące własności



		ciągów; – sprawnie posługiwać się językiem i symboliką matematyczną.
Stereometria	Uczeń: – zna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni; – zna twierdzenia i fakty dotyczące równoległości i prostopadłości w przestrzeni; – wie, jak wyznaczyć kąt między prostą a płaszczyzną oraz kąt między dwoma ścianami (kąt dwuścienny); – zna własności graniastosłupów, ostrosłupów i brył obrotowych oraz wzory pozwalające obliczać ich pole powierzchni i objętość.	Uczeń potrafi: – wskazać proste i płaszczyzny równoległe i prostopadłe; – odróżniać proste równoległe od prostych skośnych; – wskazać proste prostopadłe w przestrzeni; – wyznaczyć kąt nachylenia prostej do płaszczyzny; – rozpoznać graniastosłupy proste i pochyłe, równoległościanny i prostopadłościanny; – rozpoznawać graniastosłupy i ostrosłupy prawidłowe; – zastosować własności wielościanów do wyznaczania długości odcinków; – obliczyć promień podstawy, wysokość i tworzącą walca oraz stożka; – zastosować w zadaniach związki między promieniem podstawy, wysokością a tworzącą stożka lub walca; – zastosować funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków i miar kątów w bryłach; – obliczać objętość i pole powierzchni graniastosłupa, ostrosłupa i brył obrotowych.
Elementy kombinatoryki oraz rachunek prawdopodobieństwa	Uczeń: – zna pojęcia: doświadczenie losowe, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenie losowe; – zna pojęcia: zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenia przeciwne, zdarzenia wykluczające się, moc zbioru; – wie na czym polega zasada mnożenia; – zna definicję prawdopodobieństwa oraz jego własności.	Uczeń potrafi: – rozpoznać, czy dana sytuacja jest doświadczeniem losowym; – określić zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego; – obliczyć prawdopodobieństwo z zastosowaniem klasycznej definicji; – obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń za pomocą drzewa; – obliczać wartość symbolu Newtona oraz liczbę kombinacji; – obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń z zastosowaniem elementów kombinatoryki; – wyznaczać sumę, iloczyn, różnicę danych zdarzeń; – rozpoznawać zdarzenia wykluczające się; – zastosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo sumy dwóch zdarzeń; – zastosować w zadaniach wzór na



		prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego.
--	--	---

4.4 Klasa 4

4.4.1 Elementy statystyki

1. Elementy statystyki opisowej: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, dominanta, wariancja, odchylenie standardowe (liczone z próby).

4.4.2 Powtórzenie do matury

Założone osiągnięcia ucznia:

Dział programowy	Przewidywane umiejętności	
Elementy statystyki	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">– zna pojęcia: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, dominanta, wariancja, odchylenie standardowe;	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none">– wyznaczyć medianę, dominantę i średnią arytmetyczną;– obliczać średnią ważoną;– odczytać podstawowe informacje z wykresu, diagramu, histogramu;– zaprezentować dane w postaci diagramu kołowego, diagramu słupkowego i wykresu;– obliczyć odchylenie standardowe i wariancję zbioru danych;

5. Procedury osiągania celów

Program ma charakter liniowy. W kolejnych latach nie są omawiane te same hasła programowe, jednak część treści jest utrwalana poprzez taki dobór zadań, by do nich wracać wielokrotnie.

Podczas omawiania nowych zagadnień zadania są stopniowane (począwszy od zadań typowych). Stopniowanie trudności ma na celu umożliwienie uczniowi osiągnięcie sukcesu, czyli samodzielne rozwiązywanie zadań. Taki układ zadań oraz stosowanie różnorodnych metod pracy motywuje ucznia do dalszego wysiłku i biegłości w zakresie poznanych wcześniej umiejętności.

Wybierając sposoby osiągania celów edukacyjnych należy zwracać uwagę na możliwości i zainteresowania uczniów. Ważne jest też aby wprowadzane treści miały zastosowanie w życiu codziennym czy też w przyszłym życiu zawodowym. Pozwoli to na rozwijanie kreatywnego i twórczego myślenia, sprowokuje stawianie pytań przez ucznia oraz poszukiwanie na nie odpowiedzi.

Stosowanie różnorodnych metod i form pracy sprzyja wyzwaniu aktywności uczniów. Odpowiednio dobrane metody ułatwiają zrozumienie materiału i podnoszą zaangażowanie w pracę na zajęciach. Wzrastają przez to efekty kształcenia, a także zainteresowanie przedmiotem.

Dobłą metodą pracy jest metoda projektu, w której uczniowie przygotowują i prezentują prace długoterminowe. Mogą one być wykonywane w grupie lub indywidualnie. Stwarza to możliwość samodzielnego zdobywania wiedzy, wyszukiwania i analizowania informacji, formułowania wniosków. Uczy planowania i organizacji pracy. Rozwija umiejętność prezentowania wyników własnej pracy i precyzyjnego posługiwania się językiem matematycznym. Tematykę zadań projektowych można ustalić wspólnie z nauczycielami przedmiotów zawodowych. Zagadnienia łączące wiedzę matematyczną z treściami związanymi z zawodem logistka ukazywać będą korelację między tymi przedmiotami. Taki projekt może być zaproponowany i oceniony przez nauczycieli obu przedmiotów.

Inne przewidywane metody pracy z uczniem, to:

Wykład – zalecany przy wprowadzaniu nowych definicji, wzorów oraz omawianiu podstawowych pojęć. Pozwala też na naukę robienia notatek przez ucznia. (*W1, U2*)

Dyskusja – służy przede wszystkim poszukiwaniu różnych rozwiązań, kształceniu umiejętności oceniania doboru argumentów uzasadniających stanowisko oraz ocenianiu jakości wykonanych zadań. Zalecana jest podczas lekcji, na których uczniowie wspólnie poszukują optymalnego rozwiązania. (*U1, P2, P3*).

Ćwiczenia – pozwala na twórczą i odtwórczą aktywność uczniów. Metoda ta ma na celu utrwalenie i usystematyzowanie nabytej wiedzy oraz zastosowanie tej wiedzy w życiu codziennym. Dzięki odpowiedniemu doborowi zadań uczeń ma możliwość zaobserwować określone prawidłowości, a co za tym idzie, formułować hipotezy. (*W2, W3, U3, U4*)

Praca w grupach – może być organizowana w celu utrwalenia materiału jak również w celu opracowania nowego zagadnienia, uczy umiejętności współdziałania z innymi, ale też wprowadza element rywalizacji. Każda taka praca powinna być zaprezentowana na forum klasy oraz omówiona; (*W1, W3, W4, U3, U4, P2, P3*)



Obserwacja – pozwala na gromadzenie spostrzeżeń oraz budowanie na tej podstawie hipotez. Metoda ta jest przydatna podczas zajęć obrazujących zastosowanie matematyki w życiu codziennym oraz zawodowym. (*W3, W4, U3, U1*)

Burza mózgów – ma na celu wytworzenie w krótkim czasie wielu pomysłów. Metoda ta będzie wykorzystywana między innymi podczas poszukiwania rozwiązań zadania. Podczas takich zajęć kształtuje się u ucznia odpowiednie postawy (szacunek dla prawdy, dążenie do szukania przyczyn, kreatywność, pomysłowość, umiejętność powiązania ze sobą faktów oraz wyciągania wniosków). (*P1, P2, P3*)

Praca samodzielna – ma na celu mobilizowanie ucznia do samodzielnego poszukiwania rozwiązań. Dzięki tej formie pracy możliwe jest sprawdzenie z którymi partiami materiału są trudności. Praca samodzielna to nie tylko praca domowa, która ćwiczy sprawności nabyte w szkole, ale jest to też forma pracy na lekcji. Każda taka praca wymaga sprawdzenia i omówienia przez nauczyciela. (*W1, W2, W3, W4, U1, U3*)

Praca z tekstem – dzięki tej formie pracy uczniowie mają możliwość kontaktu z tekstem matematycznym oraz interpretowania go. Metoda ta ma na celu przygotowanie ucznia do samokształcenia. (*U3, U4*)

Realizacja programu nie wymaga szczególnych warunków bazowych. Jednak do kształtowania niektórych pojęć geometrycznych konieczne jest dysponowanie modelami i siatkami brył. Lekcje podczas których uczniowie mogą korzystać z różnych pomocy dydaktycznych zwiększają zaangażowanie oraz ułatwiają zapamiętywanie wiadomości, dlatego też podczas zajęć konieczne jest wykorzystywanie tablic matematycznych, tablic ze wzorami, plansz z wykresami oraz programów komputerowych. W przypadku długich i męczących obliczeń (zwłaszcza w zawodzie technik logistyk) przydatne jest używanie podczas zajęć kalkulatorów.

6. Metody oceny założonych osiągnięć ucznia

Celem oceniania jest nie tylko ustalenie stanu wiedzy uczniów, ale także motywowanie ich do dalszej pracy oraz monitorowanie postępów w nauce. Po zrealizowaniu tematu (na jednej lub kilku lekcjach) należy utrwalić zdobytą wiedzę, a następnie sprawdzić, czy uczeń zna wymagane definicje oraz pojęcia i czy potrafi je zastosować w sytuacjach typowych i nietypowych. Od uczniów słabych nie jest wymagana umiejętność stosowania wiedzy w sytuacjach nietypowych.

Systematyczne monitorowanie postępów w nauce poszczególnych uczniów pozwoli na weryfikację metod i form pracy a także dostosowanie ich do indywidualnych potrzeb każdego ucznia.

Uczeń jest oceniany za swoje osiągnięcia (wiedzę i umiejętności) oraz aktywność w czasie całego semestru w formie:

1. Prac pisemnych:
 - prace klasowe (45 min. lub więcej), które mogą zawierać zadania otwarte lub zamknięte. Są to prace, które obejmują cały dział programowy. Forma tych sprawdzianów powinna przygotowywać ucznia do przyszłego egzaminu maturalnego.
 - kartkówki (krótka forma do 15 min.), które pozwalają na monitorowanie systematyczności.
2. Odpowiedzi ustne w czasie lekcji, które pozwalają na śledzenie toku myślenia i wnioskowania ucznia.
3. Aktywność na lekcji (np. udział w rozwiązywaniu zadań podczas zajęć, samodzielne formułowanie trafnych wniosków i uwag odnoszących się do faktów matematycznych).
4. Prace domowe
5. Prace nadobowiązkowe (np. przygotowanie własnego projektu, pomocy dydaktycznej, gazetki, rozwiązanie zadań o podwyższonym stopniu trudności, zagadki, łamigłówki itp.)



7. Oprzyrządowanie

Na oprzyrządowanie programu składa się:

1. **Komplet podręczników** (Klasa 1, Klasa 2, Klasa 3): „MATEMATYKA „Prosto do matury” Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym.” Autorzy: Maciej Antek, Krzysztof Belka, Piotr Grabowski; wydawnictwa **Nowa Era**, rok wydania 2009 – podręcznik dla ucznia.
2. **Poradnik metodyczny** dla nauczyciela: „Prosto do matury. Poradnik metodyczny dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym” wydawnictwa Nowa Era,
3. „**Testy maturalne matematyka 2010**” praca zbiorowa, wydawnictwa Aksjomat Toruń, rok wydania 2009.
4. „**Matematyka. Próbne arkusze maturalne Poziom podstawowy Matura 2010 – 2012**”. Autorzy: Elżbieta Świda, Elżbieta Kurczab, Marcin Kurczab, wydawnictwo: Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro, rok wydania 2009.
5. „**Zdaj maturę. Matematyka. Zakres podstawowy i rozszerzony**” autor: Elżbieta Siwda, wydawnictwo: Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro. (sprawdziany i arkusze egzaminacyjne).
6. **Tablice tematyczne – plansze.**
7. **Tablice ze wzorami.**
8. **Modele brył.**
9. **Kalkulatory.**
10. **Oprogramowanie komputerowe.**
11. **Sprzęt multimedialny.**

8. Projekt ewaluacji

Zadaniem ewaluacji programu nauczania matematyki jest ocena zarówno samego programu jak i jego realizacji. Określa, czy prawidłowa jest struktura oraz czy osiągnięte zostały cele programu. Dzięki ewaluacji możliwe jest przeanalizowanie organizacji i przebiegu procesu nauczania oraz metod pracy i ich skuteczności. Ewaluacja odpowie też na pytanie, czy program rozwinął u uczniów klasy logistycznej matematyczne kompetencje kluczowe.

Ewaluacji programu dokona autor – realizator programu. Realizacja programu będzie trwała trzy lata (od września 2009 do czerwca 2012). Ewaluacja zostanie przeprowadzona w następujących etapach: przed rozpoczęciem realizacji programu, w czasie jego realizacji, na zakończenie oraz po pewnym czasie od realizacji.

Ważnym źródłem informacji o programie, jego realizacji i wynikach jest samoocena dokonywana przez konstruktora i realizatora programu. Przydatne też są opinie nauczycieli przedmiotów zawodowych, a także uczniów i ich rodziców. Dzięki temu możliwe jest dostosowanie działań dydaktycznych i wychowawczych oraz metod nauczania do indywidualnych potrzeb uczniów.

Ewaluacja programu nauczania matematyki jest badaniem i oceną samego programu oraz efektów jego realizacji. Określa, czy zostały osiągnięte zamierzone cele programu, a przede wszystkim cel główny, czyli rozwinięcie u uczniów klasy geodezyjnej, matematycznych kompetencji kluczowych. Dzięki ewaluacji uzyskujemy informacje o skuteczności metod i form pracy, jaki przyrost wiedzy nastąpił u uczniów i jak przebiega kształtowanie umiejętności i postaw.

Ewaluacji dokona autor programu, który jest odpowiedzialny za jego realizację, jakość i efekty nauczania. Trwać ona będzie przez okres trzech lat, od września 2009 roku do czerwca 2012 roku.

Ewaluacja zostanie przeprowadzona w trzech etapach: przed rozpoczęciem realizacji programu, w czasie jego realizacji oraz na zakończenie. Istotną kwestią jest ocena przebiegu procesu kształcenia według programu autorskiego.

Ważnym źródłem informacji o programie, jego realizacji i wynikach jest samoocena dokonywana przez konstruktora i realizatora programu. Przydatne też są opinie nauczycieli przedmiotów zawodowych, a także uczniów i ich rodziców. Dzięki temu możliwe jest dostosowanie działań dydaktycznych i wychowawczych oraz metod nauczania do indywidualnych potrzeb uczniów.



Etapy ewaluacji	Przed rozpoczęciem ewaluacji programu	W czasie realizacji programu	Na koniec realizacji programu	Po pewnym czasie od realizacji programu
Obiekt ewaluacji	Autorski program nauczania	Skuteczność programu		
Zakres ewaluacji	-struktura programu -zasoby realizatora programu -cele ogólne i szczegółowe programu -trafność doboru materiału do założonych celów -metody nauczania i środki dydaktyczne -ocena skuteczności programu	-organizacja i przebieg procesu nauczania poziom wykorzystania zdobytej wiedzy w praktyce	-poziom rozwoju uczniów w zakresie rozwoju kluczowych kompetencji trafność działań wychowawczych programu	-trwałość zmian w zakresie zdobytej wiedzy i umiejętności
Kryteria ewaluacji	-budowa programu -informacja o realizatorze programu i jego doświadczeniu zawodowym -spójność celów nauczania z podstawą programową, standardami wymagań egzaminacyjnych oraz realizacją kluczowych kompetencji atrakcyjność metod i form pracy	-wykorzystanie metod aktywizacyjnych -dobór zadań i ich tematyki	-rozwiniecie kompetencji kluczowych w zakresie wiedzy, umiejętności i postaw	-wykorzystanie zdobytej wiedzy
Metody badawcze	analiza danych z arkusza oceny programu	-analiza dokumentacji -testy sprawdzające wiedzę i umiejętności uczniów	-analiza dokumentacji -ankieta do uczniów -testy sprawdzające wiedzę i umiejętności	analiza wyników egzaminów zewnętrznych

Bibliografia

- [1] Maciej A., Grabowski P. *MATEMATYKA 1 Poradnik metodyczny. Prosto do matury. Liceum ogólnokształcące, liceum profilowane, technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym*, Warszawa 2007.
- [2] Maciej A., Grabowski P. *MATEMATYKA 2 Poradnik metodyczny. Prosto do matury. Liceum ogólnokształcące, liceum profilowane, technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym*, Warszawa 2003.
- [3] Maciej A., Grabowski P. *MATEMATYKA 3 Poradnik metodyczny. Prosto do matury. Liceum ogólnokształcące, liceum profilowane, technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym*, Warszawa 2004.
- [4] Grabowski P., *Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym*, Warszawa 2008.
- [5] Sobczak M., *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształcenia kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Lublin 2009.
- [6] *Diagnoza implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy*, Lublin 2009