

**Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji
w Lublinie**

**Autorskie programy rozwijania
kompetencji kluczowych w zakresie**

MATEMATYKI

WOJEWÓDZTWO ŚWIĘTOKRZYSKIE

Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009

Projekt: SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI. Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej” jest finansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego i Budżetu Państwa w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki: Priorytet II. Wysoka jakość systemu oświaty: Działanie 3.3 Poprawa jakości kształcenia: Poddziałanie 3.3.4 Modernizacja treści i metod kształcenia.

Biuro Projektu:

Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie, ul. Mełgiewska 7-9, 20-209 Lublin

Filie Biura Projektu:

Podkarpackie Centrum Edukacji Nauczycieli w Rzeszowie, ul. Partyzantów 10a, 35-234 Rzeszów

Wyższa Szkoła Biznesu im. bp. Jana Chrapka w Radomiu, ul. Kolejowa 22, 26-600 Radom

Wyższa Szkoła Humanistyczno-Przyrodnicza w Sandomierzu, ul. Krakowska 26, 27-600 Sandomierz

Wyższa Szkoła Administracji Publicznej im. Stanisława Staszica w Białymstoku, ul. Dojlidy Fabryczne 26, 15-555 Białystok

© Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie

Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Wydawca:

Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie

20-209 Lublin, ul. Mełgiewska 7-9

Tel./fax +48817491777

e-mail: sekretariat@wsei.lublin.pl

Publikacja dystrybuowana bezpłatnie

Człowiek – najlepsza inwestycja



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Wykaz Autorskich programów rozwijania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki

Województwo świętokrzyskie

- I. Zespół Szkół Ekonomicznych im. Jana Pawła II w Staszowie
Autor: Barbara Ciepiela
- II. Zespół Szkół Ponadgimnazjalnych Nr 3 w Końskich
Autor: Magdalena Dziuba
- III. Technikum Nr 6 w Zespole Szkół Ekonomicznych im. Mikołaja Kopernika w Kielcach
Autor: Jolanta Gad
- IV. Technikum Nr 2 w Zespole Szkół Ekonomicznych w Skarżysku-Kamiennej
Autor: Iwona Janta
- V. Technikum Mechaniczne Nr 2 w Jędrzejowie
Autor: Zygryda Karkocha
- VI. Zespół Szkół Informatycznych im. gen. Józefa Hanke Bosaka w Kielcach
Autor: Marta Kozłowska
- VII. Zespół Szkół Zawodowych im. Stanisława Staszica w Pińczowie
Autor: Mariola Kumor
- VIII. Technikum Informatyczne w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych Nr 2 im. Hetmana Stefana Czarnieckiego we Włoszczowie
Autor: Zofia Marcinkowska
- IX. Technikum Nr 1 w Jędrzejowie
Autor: Włodzimierz Piasecki
- X. Technikum Ekonomiczne w Ponadgimnazjalnym Zespole Szkół Ekonomicznych im. E. Kwiatkowskiego w Sandomierzu
Autor: Magdalena Skubida



Autor
Barbara Ciepiela

Matematyka

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

**Zespół Szkół Ekonomicznych im. Jana Pawła II
w Staszowie**

*Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Nota o autorze.....	5
Wstęp.....	7
1. Ogólne cele edukacyjne i wychowawcze	11
2. Ramowy rozkład materiału.....	12
3. Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia uczniów	14
4. Procedury osiągania celów kształcenia i procedury oceniania osiągnięć uczniów	31
5. Warunki niezbędne do realizacji programu.....	37
6. Projekt ewaluacji programu.....	38
Bibliografia.....	39





Nota o autorze.

Barbara Ciepela – nauczycielka matematyki z 26 – letnim stażem pracy w Zespole Szkół Ekonomicznych im. Jana Pawła II w Staszowie; nauczyciel dyplomowany, absolwentka kierunku *Matematyka* Wyższej Szkoły Pedagogicznej im. J. Kochanowskiego w Kielcach; współautorka wielu projektów unijnych nauczania matematyki wdrażanych w szkołach powiatu staszowskiego.



Wstęp

Program ten jest modyfikacją programu nauczania matematyki w klasach technikum autorstwa Krzysztofa Kłaczkowa, Marcina Kurczaba, Elżbiety Świdry wydanego przez Oficynę Edukacyjną Krzysztof Pazdro.

Podjęłam się modyfikacji powyższego programu, po uwzględnieniu matematycznych europejskich kompetencji kluczowych, kierunku kształcenia zawodowego w technikum, oczekiwań nauczycieli przedmiotów zawodowych oraz wymogów lokalnego rynku pracy

Od 2010 roku, egzamin maturalny będzie obejmował obowiązkowo matematykę. Zmiana standardów wymagań, będących podstawą przeprowadzania m.in. egzaminu maturalnego z matematyki nastąpiła po podpisaniu przez Ministra Edukacji Narodowej w dniu 28 sierpnia 2007 r. rozporządzenia zmieniającego rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz.U. z 2007 r. Nr 157, poz. 1102).

Program został opracowany na podstawie założeń podstawy programowej wynikającej z rozporządzenia MENiS z dnia 26 lutego 2002 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz.U. Nr 51, poz.458). Mój program nauczania matematyki w technikum w zakresie podstawowym jest zgodny z tymi dokumentami. Uwzględnia również zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady Unii Europejskiej z dnia 18 grudnia 2006 r w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie.

Mając na względzie konieczność zdobycia przez młodego człowieka - Europejczyka, właściwej wiedzy oraz dostosowanie jego umiejętności do wymogów współczesnego rynku pracy zwracam szczególną uwagę na umiejętności kluczowe zdefiniowane przez Parlament Europejski. Są to kompetencje, których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, do bycia aktywnym obywatelem, do integracji i zatrudnienia.

Wielu uczniów przez lata nauki w szkole nabrało przekonania, że matematyki nie jest potrzebna oraz, że nie są w stanie się jej nauczyć. Brak wiary we własne siły powoduje, iż matematyki uczymy się niechętnie i nie podejmujemy nauki na tych kierunkach, na których matematyka jest wymagana. Tymczasem matematyka to nauka, która stymuluje rozwój intelektualny młodego człowieka, pobudza jego aktywność umysłową, rozwija zdolności poznawcze, a także uczy dobrej organizacji pracy, wyrabia dociekliwość i krytycyzm.

Naukę w mojej szkole wybiera młodzież z różnym poziomem wiedzy i umiejętności. Zazwyczaj jest to poziom dosyć niski. Na początku ich nauki chcę uzupełnić ewentualne braki w wiadomościach i umiejętnościach uczniów. Szczególny nacisk zostanie położony na wyćwiczenie sprawnego wykonywania obliczeń, przekształceń i wykonywania działań w zbiorze liczb rzeczywistych. Braki w tego typu umiejętnościach sygnalizowali niejednokrotnie nauczyciele przedmiotów zawodowych. Szczególny nacisk zostanie położony na kształtowanie kompetencji kluczowych oraz na rozwiązywanie ćwiczeń i zadań przygotowujących uczniów do egzaminu maturalnego.

Analizując swój 26 – letni staż w technikum, stwierdzam, że wybierają go uczniowie coraz słabsi, którzy osiągają słabe wyniki z części matematyczno – przyrodniczej na egzaminie gimnazjalnym. Wielu uczniów ma olbrzymie problemy przede wszystkim

w liczeniu, konstruowaniu i analizowaniu modeli matematycznych. Nie „używają” i nie rozumieją języka matematycznego. Wykazują duże braki w ważnych dla *przedmiotów zawodowych* a wywodzących się z matematyki umiejętnościach, jak: obliczenia procentowe, odczytywanie diagramów i wykresów przekształcenia wyrażeń itp. To właśnie zadecydowało o wyborze technikum ekonomicznego do realizacji mojego programu. Program ten realizowany będzie w trakcie nauczania matematyki w klasach technikum ekonomicznego od klasy I do IV, od września 2009 roku. Wyposażenie młodych ludzi w kompetencje kluczowe jest zasadniczym elementem działań na rzecz wzrostu gospodarczego i zatrudnienia.

Kompetencje kluczowe zdefiniowane przez dokument Parlament Europejski to te, których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, do integracji społecznej i zatrudnienia. Kompetencje matematyczne określone w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia”(MKKE) obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Kompetencje matematyczne to zdolność i chęć wykorzystywania matematycznych sposobów myślenia oraz prezentacji (wzory, modele, schematy, wykresy, tabele). Kompetencje są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

Wiedza:

- W1- rozumienie terminów i pojęć matematycznych;
- W2- dobrze opanowana umiejętność liczenia;
- W3- znajomość miar i struktur;
- W4- znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej;
- W5- świadomość pytań na, na które matematyka daje odpowiedź.

Umiejętności:

- U1- stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych(rozumować w sposób matematyczny);
- U2- śledzić i oceniać ciągi argumentów(rozumieć dowód matematyczny);
- U3- przekazywać komunikaty stosując język matematyczny;
- U4- korzystać z tekstu matematycznego.

Postawy:

- P1- przejawiać szacunek dla prawdy;
- P2- dążyć do szukania przyczyn;
- P3- oceniać zasadność wnioskowań i działań.

Analiza celów ogólnych zapisanych jako matematyczne kompetencje kluczowe w ujęciu dokumentów Parlamentu Europejskiego ,Podstawie Programowej ,Standardach Wymagań Egzaminacyjnych oraz wskazanych przez dydaktyków matematyki pozwala stwierdzić niemal ich pełną zgodność dla wszystkich trzech obszarów Wiedza, Umiejętności i Postawy. Natomiast MKKE nie są w pełni reprezentowane w zapisach standardów wymagań egzaminacyjnych ponieważ nie wszystkie wiadomości i umiejętności objęte programami nauczania dadzą się sprawdzić podczas egzaminu pisemnego. Nie ma jednak między nimi sprzeczności, gdyż wszystkie standardy mają swoje odniesienie do MKKE. Oznacza to konieczność zmodyfikowania nie tyle celów i materiału nauczania co sposobów nauczania eksponujące cele kształcące i motywacyjne.

W moim programie przedstawiam ogólne cele edukacyjne i wychowawcze, ramowy rozkład materiału, szczegółowe treści kształcenia, wraz zakresem przewidywanych osiągnięć ucznia. Dalej omówię procedury osiągania celów kształcenia oraz procedury oceniania osiągnięć uczniów, metody i formy pracy.

Do realizacji tego programu zalecam podręczniki do liceum i technikum oraz zbiory zadań, autorstwa M. Kurczaba, Elżbiety Świdry i Elżbiety Kurczab.

Program:

- ma charakter liniowo - spiralny; umożliwi uczniowi powrót do treści poznanych wcześniej, aby mógł pogłębić wiedzę, spojrzeć na te same zagadnienia z innej perspektywy i dokonać analizy;
- umożliwi sprostanie standardom wymagań egzaminu maturalnego;
- zawiera taki układ treści kształcenia, które pomogą w uczeniu się innych przedmiotów;
- pomoże uczniom wykorzystać wiedzę matematyczną i sprawność liczenia na przedmiotach zawodowych /ekonomicznych/.

Poprzez realizację mojego programu autorskiego, nieco inaczej zaplanowanych i poprowadzonych lekcji matematyki uczniowie udoskonalą swoje umiejętności intelektualne, niezbędne do uczenia się przedmiotów zawodowych, a tym samym zwiększą szansę do dalszego kształcenia się lub bycia lepszym pracownikiem.



1. Ogólne cele edukacyjne i wychowawcze

Matematyka to nauka rozwijająca się od czasów starożytności po czasy współczesne. Dostarcza narzędzi badań dla nauk przyrodniczych, technicznych, ekonomicznych i społecznych. Nic więc dziwnego, że jest jednym z głównych składników wykształcenia współczesnego człowieka. Matematyka stymuluje rozwój intelektualny młodego człowieka, pobudza jego aktywność umysłową, rozwija zdolności poznawcze, a także uczy dobrej organizacji pracy, wyrabia dociekliwość i krytycyzm. Rola nauczyciela polega na pokazywaniu uczniom, że umiejętności matematyczne są niezbędne do funkcjonowania człowieka, zarówno w rodzinie (np. planowanie wydatków), jak i w społeczeństwie (np. orientacja w systemie podatkowym i budżecie państwa), czy w dziedzinie sztuki (np. w rzeźbie i architekturze klasycznej).

Opracowany program ma służyć osiągnięciu następujących celów:

1. *W zakresie rozwoju intelektualnego ucznia (cele związane z kształceniem):*
 - rozwijaniu umiejętności zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji; W1;
 - opanowaniu umiejętności potrzebnych do oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia; W2;
 - wykształceniu umiejętności budowania modeli matematycznych w odniesieniu do różnych sytuacji życiowych i stosowaniu metod matematycznych w rozwiązywaniu problemów praktycznych; W5, U1;
 - rozwijaniu umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem; U4;
 - rozwinięciu wyobraźni przestrzennej; U1;
 - nabyciu umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej; P1;
 - rozwijaniu zdolności i zainteresowań matematycznych; P2;
 - rozwijaniu pamięci; P3;
 - rozwijaniu logicznego myślenia; P3;
 - nabyciu umiejętności poprawnego analizowania, wnioskowania i uzasadniania; U2, P1;
 - wykształceniu umiejętności operowania obiektami abstrakcyjnymi; U1;
 - precyzyjnemu formułowaniu wypowiedzi; U3;
 - pobudzeniu aktywności umysłowej uczniów; W5, P1, P2.
2. *W zakresie kształtowania postaw (cele związane z wychowaniem):*
 - ✓ kształtowaniu wytrwałości w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych; P2;
 - ✓ wyrabianiu systematyczności w pracy; P2, P3;
 - ✓ kształtowaniu pozytywnych postaw etycznych (piętnowanie nieuczciwości wyrażającej się w ściąganiu, podpowiadaniu itp.); P1;
 - ✓ nabyciu umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki;
 - ✓ rozwijaniu umiejętności pracy w zespole; U1;
 - ✓ kształtowaniu postaw dociekliwych, poszukujących i krytycznych; P2;
 - ✓ kształtowaniu odpowiedzialności za powierzone zadania; P1;
 - ✓ kształtowaniu postawy dialogu i kultury dyskusji (komunikacja); P1;
 - ✓ dbaniu o estetykę (czytelny rysunek, jasne i przejrzyste rozwiązanie zadań itp.) U3;
 - ✓ kształtowaniu szacunku dla innych, P1;
 - ✓ kształtowaniu postawy samozadowolenia i satysfakcji z własnych osiągnięć; P2;
 - ✓ kształtowaniu pozytywnej motywacji i wiary we własne możliwości. P3, U2;

2. Ramowy rozkład materiału

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację.

Rok szkolny liczy ok. 32 tygodni. Zakładając, że w każdym tygodniu uczeń ma 3 godziny lekcji matematyki, otrzymujemy do dyspozycji ok. **111** godzin w klasach pierwszej i drugiej, w klasie trzeciej: 32 tygodni po 2 godziny tygodniowo - mamy **74** godziny. Zdający maturę zakończą zajęcia z końcem kwietnia. Dla nich rok szkolny trwa zatem ok. 28 tygodni, co daje ok. **56** godzin lekcji matematyki.

Klasa I (32tyg. x 3 godz.=96 godz.)

L.p.	Hasło	Liczba godzin
1.	Elementy logiki matematycznej. Zbiory. Zbiory liczbowe	6
2.	Działania w zbiorach liczbowych	14
3.	Wyrażenia algebraiczne	12
4.	Geometria płaska – pojęcia wstępne	7
5.	Geometria płaska – trójkąty	8
6.	Trygonometria kąta ostrego	8
7.	Funkcja i jej własności	18
8.	Przekształcenia wykresów funkcji	8
9.	Funkcja liniowa	12
10.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	3
	Razem	96

Klasa II (32tyg. x 3 godz.=96 godz.)

L.p.	Hasło	Liczba godzin
1.	Geometria płaska – czworokąty	6
2.	Geometria płaska – pole czworokąta	6
3.	Funkcja kwadratowa	20
4.	Elementy geometrii analitycznej	10
5.	Wielomiany	20
6.	Funkcje wymierne	12
7.	Ciągi	17
8.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	5
9.	Razem	96

Klasa III (32 tyg. x 2 godz.=64 godz.)

L.p.	Hasło	Liczba godzin
1.	Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna	18
2.	Elementy kombinatoryki	10
3.	Rachunek prawdopodobieństwa	12
4.	Elementy statystyki	9
5.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	15
6.	Razem	64



Klasa IV(24tyg. x 2 godz. = 48godz.)

L.p.	Hasło	Liczba godzin
1.	Geometria przestrzenna	16
2.	Powtórzenie materiału przed maturą	22
3.	Rozwiązywanie zadań różnych – arkusze maturalne	10
4.	Razem	48

3. Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia uczniów

KLASA I

1. Elementy logiki. Zbiory. Zbiory liczbowe

Tematyka

- Pojęcie zdania w logice, zaprzeczenie zdania. Koniunkcja zdań, alternatywa zdań.
- Implikacja, równoważność zdań.
 - Zbiór, działania na zbiorach.
 - Zbiory liczbowe, oś liczbowa.
 - Przedziały liczbowe

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna zdania proste i złożone;
- pozna spójniki logiczne;
 - pozna, co to jest definicja i czym różni się od twierdzenia;
 - dowie się, co to jest twierdzenie odwrotne;
 - element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru;
 - zapozna się z symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów wymiernych i niewymiernych, zbioru domkniętego, jednostronnie otwartego), różnicą przedziałów.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- Znaczenie spójników „i” oraz „lub” może być inne niż znaczenie spójników logicznych
- zaprzeczać zdanie;
- budować zdania złożone i oceniać ich wartość logiczną;
- wskazać w podanym zbiorze liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne;
 - wykonywać działania na przedziałach;
 - wykorzystywać język matematyki w komunikowaniu się.

2. Działania w zbiorach liczbowych

Tematyka

- Zbiór liczb naturalnych, zbiór liczb całkowitych.
- Zbiór liczb wymiernych, zbiór liczb niewymiernych.
- Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych.
- Porównywanie liczb w zbiorze \mathbf{R} . Przypomnienie wiadomości o równaniach i nierównościach.
- Procenty.
- Punkty procentowe.
- Wartość bezwzględna.
- Przybliżenia.
- Błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia, szacowanie.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie pojęcie liczb pierwszych i złożonych;
- przypomni sobie cechy podzielności liczb naturalnych oraz jak znajduje się

- NWD i NWW liczb naturalnych;
- przypomni sobie, jak wykonuje się działania na ułamkach;
- przypomni sobie prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;
- przypomni sobie własności równości i nierówności w zbiorze \mathbf{R} ;
- przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować
- pozna pojęcie punktu procentowego;
- pozna pojęcie wartości bezwzględnej;
- nauczy się szacować wyrażenia liczbowe;
- wykonuje obliczenia procentowe w zadaniach z życia codziennego.

Założone osiągnięcia ucznia:

Uczeń potrafi:

- stosować cechy podzielności liczb naturalnych do znajdowania NWW i NWD (w tym również w celu rozwiązania zagadnień praktycznych);
- prawnie wykonywać działania na ułamkach;
- wyznaczyć część całkowitą i część ułamkową liczby;
- zaplanować i wykonać obliczenia na liczbach rzeczywistych (w tym z wykorzystaniem praw działań
- stwierdzić, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną czy niewymierną;
- rozwinięcia dziesiętne liczb;
- zapisać liczbę wymierną (w tym mającą rozwinięcie dziesiętne okresowe) w postaci ilorazu liczb całkowitych;
- stosować własności równości i nierówności w zbiorze \mathbf{R} oraz rozwiązywać
- proste równania i nierówności;
- stosować pojęcie procentu w obliczeniach;
- odczytywać dane z tabel i diagramów;
- wykorzystywać tabele i diagramy do przedstawiania danych;
- posługiwać się pojęciem punktu procentowego;
- obliczyć wartość bezwzględną danej liczby;
- zastosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej;
- zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu $|x - a| = b$, $|x - a| \geq b$
- zapisać nierówność (równanie) z wartością bezwzględną, znając zbiór rozwiązań tej nierówności (tego równania);
- znaleźć przybliżenie liczby zadaną dokładnością;
- stosować reguły zaokrąglania liczb;
- stosować pojęcie błędu bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia;
- oszacować wartość wyrażenia liczbowego.

3. Wyrażenia algebraiczne

Tematyka

- Potęga o wykładniku naturalnym.
- Pierwiastek arytmetyczny.
- Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej.
- Wzory skróconego mnożenia.
- Potęga o wykładniku całkowitym.
- Potęga o wykładniku wymiernym.
- Informacja o potędze o wykładniku rzeczywistym.
- Pojęcie logarytmu, własności logarytmów.
- Przekształcenia wzorów.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym;
- przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych;
- pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej;
- pozna wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$
- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym;
- pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym i własności działań na takich potęgach;
- pozna wzór na zamianę podstaw logarytmu;
- pozna przykładowe zastosowanie logarytmów;
- nauczy się przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym i całkowitym.
- zapisywać liczby w postaci wykładniczej $a \cdot 10^k$, gdzie $a \in [1, 10)$ i $k \in \mathbb{Z}$.
- sprawnie wykonywać działania na pierwiastkach;
- sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia (w tym do rozkładania sum algebraicznych na czynniki);
- usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka;
- wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym (wymiernym i niewymiernym);
- obliczyć logarytm danej liczby przy danej podstawie;
- stosować w obliczeniach podstawowe własności logarytmu;
- znaleźć przybliżenie liczby zapisanej przy użyciu potęgi i przedstawić je (używając kalkulatora) w notacji wykładniczej;
- sprawnie przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii.

4. Geometria płaska – pojęcia wstępne

Tematyka

- Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt.
- Położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta.
- Dwie proste przecięte trzecią prostą.
- Twierdzenie Talesa.
- Okrąg i koło.
- Kąty i koła.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie podstawowe pojęcia geometryczne (punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt);
- pozna pojęcie figury wklęsłej i wypukłej;
- przypomni sobie wiadomości o kątach (kąt prosty, ostry, rozwarty, kąty przyległe, kąty wierzchołkowe);
- przypomni sobie położenie prostych na płaszczyźnie, pojęcie odległości punktu od prostej i pojęcie odległości między prostymi równoległymi;
- przypomni sobie pojęcie symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta oraz jaką własność ma dowolny punkt leżący na symetralnej odcinka (dwusiecznej kąta);
- przypomni sobie twierdzenie o dwóch prostych równoległych, przeciętych trzecią prostą;
- przypomni sobie twierdzenie Talesa;

- przypomni sobie pojęcie koła i okręgu;
- pozna określenie kąta środkowego w kole i wpisanego w koło oraz własności tych kątów.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- określać własności poznanych figur geometrycznych i posługiwać się tymi własnościami;
- wyznaczać odległość: dwóch punktów, punktu od prostej, dwóch prostych równoległych;
- konstruować: proste prostopadłe, proste równoległe, symetralną odcinka;
- dwusieczną kąta;
- określić wzajemne położenie prostej i okręgu;
- określić wzajemne położenie dwóch okręgów;
- stosować w rozwiązywaniu zadań poznane twierdzenia (m.in. twierdzenie);
- dwóch prostych przeciętych trzecią prostą, twierdzenie Talesa, twierdzenia;
- dotyczące kątów środkowych, wpisanych w okrąg, dopisanych do okręgu).

5. Geometria płaska – trójkąty

Tematyka

- Podział trójkątów.
- Suma kątów w trójkącie.
- Nierówność trójkąta.
- Odcinek łączący środki boków w trójkącie.
- Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.
- Wysokości w trójkącie.
- Środkowe w trójkącie.
- Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie.
- Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt.
- Przystawanie trójkątów.
- Podobieństwo trójkątów.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
- przypomni sobie twierdzenie o sumie kątów w trójkącie;
- przypomni sobie, na czym polega nierówność trójkąta;
- przypomni sobie twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta;
- przypomni sobie twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;
- pozna twierdzenie o wysokościach w trójkącie;
- pozna twierdzenie o środkowych w trójkącie;
- przypomni sobie twierdzenie o symetralnych boków trójkąta;
- przypomni sobie twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta;
- przypomni sobie pojęcie trójkątów przystających oraz cechy przystawania trójkątów;
- przypomni sobie pojęcie trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań (w tym m.in. twierdzenie o sumie kątów trójkąta, twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta, twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa, twierdzenie o wysokościach w trójkącie, twierdzenie o środkowych w trójkącie);

- określić – znając długości boków trójkąta – czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny czy rozwartokątny;
- opisać okrąg na trójkącie, wpisać okrąg w trójkąt, wyznaczać promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny i w trójkąt równoramienny, wyznaczać;
- promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym i na trójkącie równoramiennym – znając długości boków trójkąta;
- rozpoznawać trójkąty przystające;
- stosować cechy przystawiania trójkątów w rozwiązywaniu zadań;
- rozpoznawać trójkąty podobne;
- stosować cechy podobieństwa trójkątów w rozwiązywaniu zadań (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym).

6. Trygonometria kąta ostrego

Tematyka

- Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym.
- Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla 30° , 45° , 60° .
- Podstawowe tożsamości trygonometryczne.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna określenie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;
- nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° ;
- pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- wyznaczyć funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;
- rozwiązać równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, gdzie $0^\circ < x < 90^\circ$, korzystając z kalkulatora, tablic lub posługując się wartościami funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów;
- stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w rozwiązywaniu zadań;
- znając wartości jednej funkcji potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego.

7. Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta

Tematyka

- Pole figury geometrycznej.
- Pole trójkąta.
- Pola trójkątów podobnych.
- Pole koła, pole wycinka koła.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna pojęcie pola figury;
- przypomni sobie stosowane wcześniej wzory na pole trójkąta;
- pozna nowe wzory na pole trójkąta;
- pozna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych;
- przypomni sobie wzór na pole koła i długość okręgu;
- pozna wzór na pole wycinka koła i wzór na długość łuku okręgu.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- obliczyć pole figury, wykorzystując podział tej figury na rozłączne części;
- stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów;

- stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących
- w tych wzorach (np. długość wysokości, długość promienia koła wpisanego w trójkąt);
- zastosować twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu zadań;
- zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań.

8. Funkcja i jej własności

Tematyka

- Pojęcie funkcji, funkcja liczbowa.
- Dziedzina i zbiór wartości funkcji.
- Sposoby opisywania funkcji.
- Wykres funkcji.
- Miejsce zerowe funkcji.
- Monotoniczność funkcji.
- Różnowartościowość funkcji.
- Najmniejsza i największa wartość funkcji.
- Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie pojęcie funkcji;
- pozna różne sposoby opisywania funkcji (graf, wzór, tabela, wykres, opis słowny);
- przypomni sobie takie pojęcia jak: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej;
- pozna pojęcie monotoniczności funkcji;
- pozna pojęcie różnowartościowości funkcji;
- pozna wykresy niektórych funkcji jak np. $y = x$, $y = \dots$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = |x|$
- pozna pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji.
- nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- nauczy się szkicować wykres funkcji o podanych własnościach.
- nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji;

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić przyporządkowanie, które jest funkcją, od przyporządkowania, które funkcją nie jest;
- opisywać funkcje na różne sposoby (grafem, wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym);
- wskazać wykres funkcji liczbowej;
- wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej;
- określić zbiór wartości funkcji (proste przykłady);
- obliczyć miejsca zerowe funkcji;
- określić na podstawie wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartość największą i najmniejszą funkcji, maksymalne przedziały,
- w których funkcja rośnie (maleje, jest stała) oraz zbiory, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);
- określić na podstawie wykresu, czy dana funkcja jest różnowartościowa;
- sporządzić wykres funkcji spełniającej podane warunki;
- podać opis matematyczny zależności dwóch zmiennych w postaci funkcji;
- odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji, do tyczące różnych zjawisk, np. przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych, chemicznych;

- przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru funkcji lub wykresu funkcji.

9. Przekształcenia wykresów funkcji

Tematyka

- Wektor w układzie współrzędnych.
- Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX .
- Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY .
- Przesunięcie równoległe o wektor $w = [p, q]$.
- Symetria osiowa względem osi OX .
- Symetria osiowa względem osi OY .
- Symetria środkowa względem początku układu współrzędnych.

Cele edukacyjne

Uczeń

- pozna pojęcie wektora w układzie współrzędnych;
- nauczy się dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę;
- pozna pojęcie wektorów przeciwnych;
- pozna pojęcie przesunięcia równoległego;
- nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OX ;
- nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OY ;
- nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji o dowolny wektor;
- pozna pojęcie symetrii osiowej;
- nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX ;
- nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OY ;
- pozna pojęcie symetrii środkowej;
- nauczy się przekształcać wykres funkcji względem początku układu współrzędnych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- obliczyć współrzędne wektora i długość wektora;
- dodać i odjąć wektory, pomnożyć wektor przez liczbę;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a)$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x) + b$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a) + b$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(x)$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = |f(x)|$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(-x)$.

10. Funkcja liniowa (14 godzin)

Tematyka

- Proporcjonalność prosta.
- Funkcja liniowa. Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej.
- Własności funkcji liniowej.
- Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych.
- Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego.
- Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- Nierówność pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- Układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi.
- Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie informacje o proporcjonalności prostej;

- przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej;
- pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej;
- przypomni sobie własności funkcji liniowej;
- nauczy się znajdować równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe lub prostopadłe do danej funkcji liniowej;
- nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;
- przypomni sobie, jak się rozwiązuje równania i nierówności liniowe;
- przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- nauczy się opisywać zbiory za pomocą układów nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- sporządzić wykres proporcjonalności prostej oraz podać jej własności;
- zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań;
- sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;
- wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań;
- wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danej funkcji liniowej;
- stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego;
- rozwiązywać równania oraz nierówności liniowe z jedną niewiadomą oraz interpretować je graficznie;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą;
- stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
- graficznie przedstawiać nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi oraz opisywać podane zbiory za pomocą układów równań i nierówności z dwiema niewiadomymi.

KLASA II

1. Geometria płaska – czworokąty

Tematyka

- Podział czworokątów.
- Trapezy.
- Równoległoboki.
- Trapezoidy.
- Okrąg opisany na czworokącie.
- Okrąg wpisany w czworokąt.
- Podobieństwo. Podobieństwo czworokątów.
- Skala i plan.
- Pola figur podobnych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie podział czworokątów;
- przypomni sobie niektóre własności czworokątów;

- pozna twierdzenie o linii łączącej środki ramion trapezu;
- pozna twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt;
- pozna pojęcie podobieństwa i jego własności;
- nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące mapy, planu, skali mapy.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- posługiwać się własnościami czworokątów w rozwiązywaniu zadań;
- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących wielokątów;
- stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
- stosować własności podobieństwa w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali).

2. Geometria płaska – pole czworokąta

Tematyka

- Pole równoległoboku.
- Pole trapezu.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie wzory na pola czworokątów (kwadratu, prostokąta, równoległoboku, rombu, trapezu);
- pozna nowe wzory na pole czworokąta;
- pozna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów;
- stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy);
- rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.

3. Funkcja kwadratowa

Tematyka

- jednomian kwadratowy, trójmian kwadratowy;
- przekształcenia wykresów funkcji kwadratowych;
- postać ogólna i postać kanoniczna funkcji kwadratowej;
- miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej;
- najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- badanie trójmianu kwadratowego, zadania optymalizacyjne;
- równania kwadratowe;
- nierówności kwadratowe;
- zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności;
- nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej;
- nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych;
- nauczy się przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;
- pozna metodę rozwiązywania równań kwadratowych;
- pozna metodę rozwiązywania nierówności kwadratowych;

- nauczy się znajdować największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych;
- nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania;
- zadań (w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym).

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji;
- sporządzić wykres funkcji kwadratowej i zbadać jej własności na podstawie wykresu;
- wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji kwadratowej;
- przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;
- wyznaczyć wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu;
- wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej i postać iloczynową funkcji kwadratowej;
- sprawnie zamieniać jedną postać funkcji kwadratowej na inną (postać kanoniczna, iloczynowa, ogólna);
- sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie, zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych;
- wyznaczyć wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- rozwiązywać zadania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne);
- rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych;
- przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej;
- opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej.

4. Elementy geometrii analitycznej

Tematyka

- Wektor w układzie współrzędnych – powtórzenie wiadomości.
- Odległość punktów w układzie współrzędnych.
- Współrzędne środka odcinka.
- Równanie kierunkowe prostej.
- Równanie ogólne prostej.
- Równoległość prostych.
- Prostopadłość prostych Odległość punktu od prostej.
- Równanie okręgu.

Cele edukacyjne ucznia

Uczeń

- przypomni sobie podstawowe informacje o wektorze w układzie współrzędnych;
- przypomni sobie, jak oblicza się odległość punktów w układzie współrzędnych;
- pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka;
- przypomni sobie informacje o równaniu kierunkowym prostej;
- nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej;

- przypomni sobie warunki na równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych;
- pozna wzór na obliczanie odległości punktu od prostej;
- nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej;
- nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu;
- wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów.
- nauczy się zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach (np. stycznego do jednej z osi układu);
- nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;
- nauczy się określać wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych;
- wyznaczyć współrzędne środka odcinka;
- zastosować informacje o wektorze w układzie współrzędnych do rozwiązywania prostych zadań;
- znaleźć równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym;
- zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;
- stosować wzór na obliczanie odległości punktu od prostej w zadaniach;
- posługiwać się równaniem okręgu;
- przekształcić równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytać współrzędne środka i promień okręgu;
- wyznaczyć równanie okręgu o zadanych własnościach;
- wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;
- określić wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami;

5. Wielomiany

Tematyka

- Wielomian jednej zmiennej stopnia n ($n \geq 1$).
- Równość wielomianów.
- Dodawanie odejmowanie, mnożenie wielomianów.
- Pierwiastek wielomianu, pierwiastek wielokrotny.
- Twierdzenie Bezouta.
- Rozkład wielomianów na czynniki.
- Równania wielomianowe.
- Zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję wielomianu stopnia n ($n \geq 1$) jednej zmiennej;
- pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować;
- nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany;
- pozna pojęcie pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu;
- pozna twierdzenie Bezouta i nauczy się je stosować;
- pozna twierdzenie o reszcie i nauczy się je stosować;
- pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki (wyłączanie czynnika poza nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów);
- nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe;
- nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem;
- dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany;
- zastosować twierdzenie Bezouta i twierdzenie o reszcie w rozwiązaniach zadań;
- rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias;
- rozwiązać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;
- rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, stosując poznane definicje i twierdzenia.

6. Funkcje wymierne

Tematyka

- Definicja funkcji wymiernej, dziedzina funkcji wymiernej.
- Działania na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie).
- Proporcjonalność odwrotna i jej własności.
- Funkcja homograficzna i jej własności.
- Proste równania wymierne.
- Proste nierówności wymierne.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję funkcji wymiernej;
- nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- nauczy się skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej;
- nauczy się szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;
- nauczy się rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną;
- nauczy się rysować wykresy funkcji homograficznych;
- nauczy się opisywać własności funkcji homograficznej na podstawie jej wykresu;
- nauczy się rozwiązywać zadania z wykorzystaniem własności funkcji homograficznej;
- nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne;
- nauczy się rozwiązywać proste nierówności wymierne (dające się sprowadzić do nierówności stopnia co najwyżej drugiego).

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji;
- wyznaczać dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych lub kwadratowych za pomocą grupowania wyrazów, stosowania wzorów skróconego mnożenia, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias;
- obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- skracać i rozszerzać wyrażenia;
- dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;

- szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej
- funkcji;
- rozwiązywać zadania z proporcjonalnością odwrotną;
- rysować wykresy i określać własności funkcji homograficznych;
- rozwiązywać zadania dotyczące funkcji homograficznych;
- rozwiązywać proste równania wymierne;
- rozwiązywać proste nierówności wymierne prowadzące do nierówności liniowych lub nierówności kwadratowych;
- rozwiązywać zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych

7. Ciągi

Tematyka

- Określenie ciągu, ciąg liczbowy.
- Sposoby opisywania ciągów.
- Monotoniczność ciągu.
- Ciąg arytmetyczny.
- Ciąg geometryczny.
- Oprocentowanie lokat i kredytów (procent prosty i procent składany).

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję ciągu;
- pozna sposoby opisywania ciągów (wzór ogólny, wykres);
- pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu;
- pozna definicję ciągu arytmetycznego;
- pozna własności ciągu arytmetycznego;
- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego (n -ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów tego ciągu, średnia arytmetyczna);
- pozna definicję ciągu geometrycznego;
- pozna własności ciągu geometrycznego;
- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego (n -ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna);
- pozna pojęcie procentu prostego i składanego;
- nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- określać ciąg wzorem ogólnym;
- wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu;
- zbadać monotoniczność ciągu;
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym;
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych;
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego;
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym;
- wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych;
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego;
- rozwiązywać zadania stosując wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych

- wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym;
- stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów.

KLASA III

1. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna

Tematyka

- Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie.
- Funkcja wykładnicza i jej własności.
- Proste równania i nierówności wykładnicze.
- Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym.
- Logarytm – powtórzenie wiadomości.
- Funkcja logarytmiczna i jej własności.
- Proste równania i nierówności logarytmiczne.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- będzie doskonalił umiejętności wykonywania działań na potęgach;
- pozna pojęcie funkcji wykładniczej;
- pozna własności funkcji wykładniczej;
- nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności logarytmiczne
- nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze
- nauczy się stosować własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań;
- przypomni sobie pojęcie logarytmu;
- przypomni sobie własności logarytmów i ich zastosowanie w rozwiązywaniu zadań;
- pozna pojęcie funkcji logarytmicznej;
- pozna własności funkcji logarytmicznej;
- nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności logarytmiczne;
- nauczy się stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- prawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań;
- odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;
- sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;
- przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;
- opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów;
- rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;
- rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym;
- obliczać logarytm liczby dodatniej;
- stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań;
- odróżnić funkcję logarytmiczną od innych funkcji;
- przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych;
- opisywać własności funkcji logarytmicznych na podstawie ich wykresów;
- rozwiązywać proste równania i nierówności logarytmiczne;

- rozwiązywać zadania dotyczące funkcji logarytmicznych, umieszczone w kontekście praktycznym.

2. Elementy kombinatoryki

Tematyka

- Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych.
- Zasada mnożenia.
- Drzewa stochastyczne.
- Symbol silni.
- Permutacje.
- Wariacje z powtórzeniami.
- Wariacje bez powtórzeń.
- Kombinacje

Cele edukacyjne

Uczeń:

- nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- pozna zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować;
- nauczy się przedstawiać pewne sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań;
- pozna symbol silni i nauczy się go stosować;
- pozna pojęcie permutacji, wariacji z powtórzeniami i wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji;
- nauczy się obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji;
- nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych;
- stosować zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań;
- rozwiązywać pewne zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa;
- stosować symbol silni;
- obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń i kombinacji;
- rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki.

3. Rachunek prawdopodobieństwa

Tematyka

- Doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, zdarzenie, działania na zdarzeniach.
- Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa.
- Własności prawdopodobieństwa.
- Klasyczna definicja prawdopodobieństwa.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna takie pojęcia, jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne;
- zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego;
- zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe;
- nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia;

- losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu;
- nauczyć się znajdować sumę zdarzeń, różnicę zdarzeń, iloczyn zdarzeń oraz zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia;
- poznać aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa;
- poznać własności prawdopodobieństwa i nauczyć się je stosować w rozwiązywaniu zadań;
- poznać klasyczną definicję prawdopodobieństwa;
- nauczyć się rozwiązywać zadania z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc;
- wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu;
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”;
- stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań;
- wykorzystywać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa;
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa.

4. Elementy statystyki opisowej

Tematyka

- Dane statystyczne i ich klasyfikacja.
- Średnia z próby.
- Mediana z próby.
- Odchylenie standardowe z próby.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- dowie się, na czym polega klasyfikacja danych statystycznych;
- nauczyć się obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby;
- nauczyć się interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne.

Założone osiągnięcia ucznia

- uczeń potrafi obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, odchylenie standardowe z próby;
- interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne;
- odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów;
- przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;
- przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych;
- porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi.

KLASA IV

1. Geometria przestrzenna

Tematyka

- Płaszczyzny i proste w przestrzeni.
 - Rzut równoległy na płaszczyznę.
- Rzut prostokątny na płaszczyznę, kąt między prostą i płaszczyzną.
- Kąt dwuścienny, kąt liniowy kąta dwuściennego.
 - Wielościany, pole powierzchni wielościanu, objętość wielościanu.

- Graniastosłupy – podział, pole powierzchni, objętość.
- Ostrosłupy – podział, pole powierzchni, objętość.
- Bryły obrotowe – walec, stożek, kula; pole powierzchni i objętość brył obrotowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
- nauczy się rysować figury w rzucie równoległym na płaszczyznę;
- pozna wzajemne położenie prostej i płaszczyzny;
- nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną;
- pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
- poprawnie narysować wielościany (graniastosłupy, ostrosłupy) i bryły obrotowe;
- wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości;
- podać własności figur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy czy bryły obrotowe;
- rysować siatki figur przestrzennych
- wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii
- wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych;

4. Procedury osiągnięcia celów kształcenia i procedury oceniania osiągnięć uczniów

Nikogo nie trzeba przekonywać, że rozwijanie umiejętności matematycznych wpływa na rozwój intelektualny człowieka. Matematyka uczy logicznego myślenia i wnioskowania. Na lekcjach matematyki uczeń nabywa umiejętności precyzyjnego wysławiania się, co pomaga mu w komunikowaniu się z innymi.

Edukację w liceum rozpoczynamy od elementów logiki matematycznej. Realizacja tej tematyki pozwoli na zrozumienie budowy definicji i twierdzenia matematycznego (założenie, teza) oraz umożliwi kształcenie umiejętności logicznego wnioskowania. Umożliwi także kształcenie precyzyjnego zapisu matematycznego, co wpłynie na kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi.

Realizacja mojego programu w oparciu o proponowane podręczniki i zbiory zadań umożliwi rozwiązywanie ciekawych problemów zarówno z algebry, jak i z geometrii. Zadania rozwiązywane na każdym etapie edukacji pozwolą na zdobycie umiejętności w zakresie: interpretowania tekstu matematycznego, używania prostych obiektów matematycznych, prostego modelowania matematycznego, stosowania strategii wynikającej z treści zadania, jak również prowadzenia prostych rozumowań, składających się z niewielkiej liczby kroków.

Przykłady zaczerpnięte z życia codziennego pozwolą uczniowi dostrzec prawidłowości matematyczne w otaczającym go świecie i wpłyną na rozwijanie jego praktycznych umiejętności.

We współczesnym świecie niezbędna jest umiejętność posługiwania się różnymi tabelami, wykresami i diagramami. Kształtowanie tych umiejętności umożliwi realizacja mojego programu w każdym dziale matematyki, w szczególności przy omawianiu takiej tematyki jak zbiory, elementy statystyki, czy własności funkcji. Na tych lekcjach uczeń nabędzie umiejętność zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji. Opanuje umiejętność oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia. Lekcje rachunku prawdopodobieństwa ułatwią uczniowi dokonanie wyboru strategii w przypadkach doświadczeń losowych (np. gry losowe).

Nie mniej ważne jest kształtowanie postaw młodego pokolenia. Te cele należy kształtować na każdej lekcji matematyki. Trzeba wymagać od uczniów samodzielności w rozwiązywaniu problemów, piętnować nieuczciwość, wyrażającą się w podpowiadaniu czy w ściąganiu. Każdy uczeń powinien czuć się odpowiedzialny za powierzone mu zadania.

Na lekcjach matematyki mamy doskonałe warunki do tego, by uczyć kultury dyskusji. Bardzo często uczniowie przedstawiają różne metody rozwiązania tego samego problemu, a naszym obowiązkiem jest wysłuchać wszystkich propozycji wspólnie z zespołem podjąć decyzję, w jaki sposób dany problem ostatecznie rozwiązać. Zwracamy też uwagę na język matematyczny, precyzyjne formułowanie myśli, logiczną konstrukcję wypowiedzi. Kształcimy w ten sposób umiejętność komunikacji uczeń – nauczyciel, uczeń – uczeń. Osiągnięcie założonych celów edukacyjnych i wychowawczych jest możliwe dzięki stosowaniu na lekcjach matematyki różnorodnych metod nauczania i odpowiedniego doboru form organizacyjnych lekcji. Ta różnorodność ma nie tylko uatrakcyjnić przedmiot,

ale także zaktywizować uczniów w procesie uczenia się, zachęcić do rozwiązywania różnorodnych problemów, spowodować kształtowanie odpowiednich postaw.

Wykształcenie umiejętności solidnego liczenia osiągniemy poprzez wykonywanie licznych ćwiczeń, które będą zróżnicowane i wykonywane zarówno indywidualnie jak i w grupach.

Wykształcenie umiejętności stosowania głównych zasad i procesów matematycznych codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych zrealizujemy poprzez:

- ❖ wykorzystywanie do ćwiczeń i zadań artykułów prasowych, w których są pokazane zależności funkcyjne lub opracowania wyników badań statystycznych;
- ❖ wybieranie ćwiczeń i zadań pokazujących zastosowania matematyki w innych dziedzinach wiedzy (ekonomia, technika);
- ❖ wykonywanie samodzielnych prac krótkoterminowych z wykorzystaniem programów komputerowych np.: „ Funkcje i ich wykresy”.

Umiejętność rozumowania matematycznego oraz komunikowania się językiem matematycznym i korzystania z tekstu matematycznego realizujemy poprzez:

- ❖ zachęcanie uczniów do uzasadniania wniosków poprzez powoływanie się na definicje i twierdzenia;
- ❖ zalecanie przeprowadzania analogicznego lub podobnego rozumowania na podstawie przedstawionego schematu;
- ❖ wytwarzanie w trakcie nauczania takich sytuacji, które zobowiązują ucznia do pracy z tekstem;
- ❖ rozwiązywania zadań i ćwiczeń, w których występują sformułowania: wykaż, sprawdź, udowodnij itp.

1. Metody nauczania

Na lekcjach stosowane będą metody problemowe, poszukujące, czynnościowe i aktywizujące.

Wśród najczęściej stosowanych metod pracy na uwagę zasługują:

a) Metoda podająca

Wykład – w tej metodzie nauczania główną rolę odgrywa nauczyciel. Dobre przygotowanie merytoryczne prowadzącego zajęcia jest podstawą rzetelnego przekazania wiedzy uczniom. To on formułuje problem, analizuje go, wskazuje drogi i sposoby rozwiązania. Uczniowie sporządzają notatki, zapamiętują fakty, zdobywają wiedzę i umiejętności poprzez naśladowanie. Ta metoda jest ważna z punktu widzenia dalszej nauki. Na uczelniach jest stosowana powszechnie, zatem uczeń powinien być przygotowany do korzystania z wykładu. W szkole średniej nie powinna być jednak stosowana zbyt często. Wykład proponuje stosować przy wprowadzaniu nowych i trudnych treści, albo wtedy, gdy zależy nam, by uczniowie samodzielnie sporządzali notatki.

Aby aktywizować ucznia podczas wykładu należy:

- ✓ poinformować uczniów, jakiego problemu dotyczy;
- ✓ wygłosić go dynamicznie z odpowiednią modulacją głosu przy ważnych treściach;
- ✓ aby zaznaczyć strukturę wykładu rysować i zapisywać ważniejsze treści;
- ✓ uwzględnić w swojej wypowiedzi wszystkie typy sensoryczne - wzrokowiec, słuchowiec, kinestetyk – stosując słowa kluczowe dla danego zmysłu;



- ✓ pozwalać uczniom zadawać pytania, by uniknąć biernego odbioru;
- ✓ przez cały czas wykładu utrzymywać kontakt wzrokowy;
- ✓ wyjaśniając pojęcia używać słów prostych zrozumiałych dla ucznia;
- ✓ wzbogacać swoją wypowiedź wykresami, planszami, modelami, przezroczami itp.

b) Metody aktywizujące uczniów

- *Pogadanka, dyskusja* – w tej metodzie nauczyciel kieruje rozmową, prowadzi dyskusję umiejętnie i porządkuje jej przebieg. Zadaje pytania, naprowadza na prawidłowe odpowiedzi, rozjaśnia wątpliwości, rozstrzyga spory. Uczniowie dyskutują, formułują spostrzeżenia, wymieniają się doświadczeniami, argumentują, spierają się, wyciągają wnioski.
- *Metoda problemowa* – w tej metodzie nauczyciel stawia przed uczniami pewien problem matematyczny (zadanie problemowe), który uczniowie rozwiązują samodzielnie. Uczniowie zmuszeni są dużego wysiłku intelektualnego. Analizują problem, formułują hipotezy, weryfikują je, w razie potrzeby wyjaśniają wątpliwości z nauczycielem, budują model rozwiązania problemu, dokonują korekt, podsumowują swoje spostrzeżenia i wnioski, sprawdzają obliczenia, formułują odpowiedź. Ta metoda kształci umiejętność rozwiązywania problemów, wzbogaca wiedzę uczniów i aktywizuje ich postawy w procesie kształcenia

Praca z tekstem matematycznym:

- 1) *Praca z podręcznikiem* – polega na samodzielnym przeczytaniu fragmentu podręcznika, zapoznaniu się z definicjami i twierdzeniami oraz ze sposobami rozwiązywania zadań. Kształci umiejętność czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego, analizowania definicji i twierdzeń oraz śledzeniu algorytmów rozwiązania niektórych zadań.
- 2) *Praca z wykorzystaniem encyklopedii, słowników, czasopism popularno-naukowych, roczników statystycznych itp.* – przyzwyczajają uczniów do zbierania informacji z różnych źródeł, analizowania ich i przetwarzania, a także uświadomienia sobie, jaką rolę pełni matematyka w otaczającej ich rzeczywistości.
- 3) *Praca z komputerem* – zbieranie informacji z internetu, dotyczących różnych zagadnień matematycznych, samodzielne przygotowanie referatów na podstawie zebranych informacji i przedstawienie ich, po odpowiednim opracowaniu, pozostałym uczniom. Metoda pozwala kształtować postawy poszukiwania i dociekliwości, daje szansę rozwoju i głębszego poznania matematyki oraz możliwość autoprezentacji.
- 4) *Rozwiązywanie ciągu zadań* – metoda ta polega na rozwiązywaniu przez uczniów zestawu zadań (ze zbioru zadań, bądź przygotowanych przez nauczyciela). Ważne jest, aby zadania ułożone były w takiej kolejności, żeby rozwiązanie każdego następnego zadania pogłębiało wiedzę i umiejętności ucznia. Dobrze byłoby, aby wśród zadań pojawiły się też takie, które mają ciekawą nietypową treść lub zaskakujące rozwiązanie. Takiego rodzaju zadania i ćwiczenia w naturalny sposób pobudzają ciekawość i aktywność umysłową uczniów.

2. Formy pracy

Z wyborem metod nauczania ściśle wiąże się odpowiedni dobór form organizacyjnych lekcji. Wśród nich można wyróżnić następujące:

Praca z całą klasą – polega na zaangażowaniu całej społeczności klasowej w rozwiązywanie problemów sformułowanych przez nauczyciela.

- 1) Nauczyciel realizuje ze wszystkimi uczniami te same treści (np. uczniowie rozwiązują te same zadania, analizują ten sam problem matematyczny, dyskutują na ten sam temat, nauczyciel prowadzi wykład). Ta forma pracy sprzyja nawiązywaniu więzi uczniowskich.
- 2) Wzajemne odpytywanie się (uczeń zadaje pytanie i wskazuje tego, który ma na nie odpowiedzieć; uczeń który odpowiedział na postawione pytanie zadaje swoje pytanie następnemu uczniowi itd.). Taka metoda pracy angażuje wszystkich uczniów. Pozwala na sprawne powtórzenie materiału. Uczniowie kształcą umiejętność porządkowania informacji, formułowania i zadawania pytań.

Na lekcjach powtórzeniowo – utrwalających proponuję stosować pracę w grupach, podczas których uczniowie przedstawiają materiał nauczania dotyczący danego zagadnienia matematycznego, tworząc mapy mentalne drzewa decyzyjne lub plakaty. Systematyzuje to i utrwala wiedzę. Taka forma można zastosować również podczas lekcji, na których wprowadzamy nowy materiał. Na przykład przygotowania do wprowadzenia pojęcia funkcji może polegać na wyszukiwaniu przez grupy uczniów przykładów zależności (niekoniecznie funkcji) z podręczników do innych przedmiotów niż matematyka lub z prasy, a także z życia codziennego. Prezentacja wyników pracy grup to dyskusja prowadząca do definicji funkcji, jej dziedziny i zbioru wartości oraz różnych możliwych sposobów jej określania.

Praca w grupach – polega na podziale klasy na kilkusobowe zespoły i przy dzieleniu im problemu do rozwiązania. Taka forma pracy przebiega w różny sposób, w zależności od wyboru metody pracy, np.:

- 1) Każda grupa dostaje do rozwiązania zadanie lub zadania; wszyscy członkowie grupy uczestniczą w rozwiązywaniu problemu, dzieląc się własnymi spostrzeżeniami, umiejętnościami i wiedzą; nad pracą grupy pieczę sprawuje wcześniej wybrany lider grupy. Sprawozdawca grupy referuje rozwiązanie problemu przed całą klasą.
- 2) Metoda układanki „puzzle” – każdy członek grupy otrzymuje część informacji potrzebnej do wykonania zadania grupowego; poszczególni członkowie grupy są odpowiedzialni za przygotowanie swojej porcji informacji, przekazanie jej kolegom i przyswojenie informacji prezentowanych przez nich.
- 3) Metoda „drzewa decyzyjnego” – nauczyciel określa problem będący przedmiotem analizy; dzieli uczniów na grupy. Uczniowie wybierają różne możliwości rozwiązania zadania, wypisują zalety i wady każdej z metod rozwiązania, oceniają je z punktu widzenia wartości i celów, podejmują grupową decyzję o wyborze metody rozwiązania problemu.

Praca w grupach uczy organizacji pracy, podziału obowiązków pomiędzy członków grupy, odpowiedzialności za powierzone zadania. Uczy komunikacji między członkami grupy, zasad współpracy partnerskiej. Ma ogromne walory kształcące i wychowawcze.

Tę formę pracy jest jednak dość trudno ocenić. Zdarzają się bowiem osoby które w ogóle nie pracują, oczekując na wyniki pracy pozostałych. Osoby nieaktywne nie korzystają z lekcji. Jeśli praca w grupach ma charakter ćwiczeniowy (grupa otrzymuje jedno lub kilka zadań do rozwiązania), to proponujemy następujący system ocenienia jej pracy: nauczyciel informuje grupy, że ocena ich pracy to średnia dwóch ocen – pracy pisemnej i odpowiedzi ustnej. Każda grupa ma sekretarza, który na koniec zajęć przedstawia w pisemnej formie efekty pracy grupy, nauczyciel sprawdza i ocenia pracę pisemną. Następnie wybiera z każdej grupy jedną osobę, która na tablicy rozwiązuje

zadanie wskazane przez nauczyciela. Odpowiedź ucznia podlega ocenie. Każdy członek danej grupy otrzymuje ocenę, która jest średnią ocen z pracy pisemnej i odpowiedzi ustnej ucznia danej grupy. Taki system oceny pracy grupowej powoduje, że wszyscy członkowie grupy czują się współodpowiedzialni za powierzone zadanie. Chętnie pomagają sobie nawzajem, wyjaśniają wątpliwości. Chcą, aby każdy uczeń z grupy był gotowy do prezentacji problemu.

Praca indywidualna – każdy uczeń pracuje samodzielnie, pod kierunkiem nauczyciela, (jeśli praca odbywa się na lekcji) lub samodzielnie, (jeśli praca odbywa się w domu). Praca indywidualna pozwala uczniowi na samodzielne poszukiwanie odpowiedzi na postawione pytania, zmusza do własnych przemyśleń, zastanowienia się nad problemem i sposobem jego rozwiązania, utrwaleniem już zdobytej wiedzy, a także nad kształceniem umiejętności uczenia się. Uczeń pracuje we właściwym dla siebie tempie. Praca indywidualna wyrabia też nawyk porządnego wykonania powierzonego zadania odpowiedzialności za siebie, za swoją wiedzę i umiejętności.

3. Metody kontroli i oceny

Kontrolowanie i ocenianie uczniów powinno być spójne z tym, co było przedmiotem nauczania. Przedmiotem oceny nie może być relacja między wiedzą ucznia i nauczyciela, lecz postęp ucznia w procesie kształcenia. Głównymi obszarami oceniania powinny być: wiedza zdobyta przez ucznia, umiejętności pozwalające uczniowi na gromadzenie i pogłębianie wiedzy, umiejętności społecznej komunikacyjne, a także postawa młodego człowieka, wyrażająca się w dążeniu do samorealizacji. Najłatwiej ocenić wiedzę, jaką posiada uczeń, trudniej – pozostałe obszary. Aby móc to uczynić, należy stosować aktywne metody nauczania. Tak ważną umiejętność jak komunikacja, która wyraża się w wypowiedzaniu, argumentowaniu, najlepiej można ocenić podczas dyskusji, pracy w grupach czy autoprezentacji. Z kolei umiejętności społeczne ujawnia współpraca w mniejszych zespołach, prace projektowe oraz zadania indywidualne, podejmowane przez pojedynczych uczniów. Ocenie podlega wówczas zaangażowanie w realizację zadań, odpowiedzialność za pracę, a także umiejętność współpracy między uczniami. Ważne jest to, aby nauczyciel miał świadomość, że ocenianie nie służy tylko gromadzeniu ocen. Ma sprawdzać postępy ucznia, uświadamiać mu braki, w porę wykrywać kłopoty i trudności w nabywaniu różnych umiejętności, ale także zachęcać go do dalszej pracy i pokonywania trudności. Regularność oceniania zachęca uczniów do systematycznej pracy. Ważne jest, abyśmy dostrzegali nie tylko zaangażowanie uczniów podczas lekcji, ale także premiowali wszelkie prace domowe. Niezwykle ważne jest, aby system oceniania był jasny i czytelny dla uczniów i ich rodziców. Aby wnikliwie ocenić edukacyjne osiągnięcia ucznia należy posługiwać się różnorodnymi środkami i metodami oceniania, takimi jak: sprawdziany pisemne (prace klasowe, testy, kartkówki), odpowiedzi ustne (referaty, odpowiedzi z kilku ostatnich zajęć, prezentacja rozwiązania zadania, dyskusja nad rozwiązaniem problemu itp.), praca w grupach, prace domowe oraz aktywność na zajęciach. Poszczególnym formom oceniania można nadać różną wagę. Ponieważ egzamin maturalny jest egzaminem pisemnym, więc dużą wagę należy przywiązywać do prac pisemnych.

Propozycja oceniania za pomocą punktów:

1. Ocenie punktowej podlegają:
 - ✓ krótkie sprawdziany - mogą być niezapowiedziane, z 2-3 ostatnich lekcji;
 - ✓ prace klasowe – zapowiedziane, 2- 3 prace w semestrze. W przypadku usprawiedliwionej nieobecności uczeń można pracę klasową napisać po powrocie do szkoły, w czasie uzgodnionym z nauczycielem.



2. W czasie semestru stawiane będą również plusy i minusy. Plusami i minusami oceniane będą:
 - ✓ praca ucznia na lekcji, jego aktywność i zaangażowanie - *plus* lub kompletny brak zaangażowania czy też nie wykonywanie poleceń nauczyciela – *minus*;
 - ✓ prace domowe – wyróżniające się jej wykonanie - *plus*, brak pracy domowej – *minus*.
 - ✓ zadania dodatkowe – za bardzo dobre wykonanie – *plus*.
3. Każdy sprawdzian i praca klasowa posiada ustaloną, maksymalną liczbę punktów możliwych do uzyskania. Suma maksymalnych liczb punktów za wszystkie sprawdziany i prace klasowe w semestrze stanowi ok. 80 % możliwych do uzyskania punktów za cały semestr.
4. Na koniec semestru, na podstawie otrzymanych w trakcie całego semestru plusów i minusów, wystawiana jest łączna ocena punktowa za aktywność w trakcie semestru. Za aktywność można uzyskać od ok. minus 20 % do około plus 20 % możliwych do uzyskania punktów za cały semestr.
5. Suma wszystkich punktów uzyskanych w trakcie semestru ulega przeliczeniu na stopnie semestralne według skali:

Uzyskane punkty - % maksymalnej możliwej do uzyskania liczby punktów	Ocena semestralna
Mniej niż 29%	1
30 – 49 %	2
50 – 74 %	3
75 – 89 %	4
90 – 99 %	5
100% i powyżej	6

4. Środki dydaktyczne

- a) Wykonywanie siatek i modeli figur przestrzennych – w ten sposób rozwijana jest wyobraźnia przestrzenna uczniów.
- b) Wykorzystanie telewizji edukacyjnej, filmów edukacyjnych, komputerów– jest elementem edukacji medialnej; daje możliwość prezentowania różnych modeli matematycznych; zwiększa atrakcyjność prezentowanego materiału.
- c) Analizowanie informacji z prasy, np.: danych giełdowych, kursu walut, zmian cen różnych towarów na rynku itp.

5. Warunki niezbędne do realizacji programu

Liczba godzin

Zakładam, że liczba godzin w poszczególnych latach nauki odpowiadać będzie minimalnej liczbie godzin podanej przez MEN i że ta liczba podzielona będzie następująco:

- Klasa I 3 godz.
- Klasa II 3 godz.
- Klasa III 2 godz.
- Klasa IV 2 godz.

W przypadku większej liczby godzin na realizację programu, dodatkowy czas będzie można poświęcić na wykonanie większej ilości ćwiczeń. Pozwoli to na lepsze opanowanie materiału przez większość uczniów.

Wyposażenie szkoły (pracowni)

Do realizacji programu niezbędna jest pracownia komputerowa z podstawowym oprogramowaniem, a także

- Płyty CD z ROM z zadaniami.
- Modele figur przestrzennych.
- Prezenter brył obrotowych.
- Podświetlane tablice funkcji.
- Plansze z wzorami matematycznymi, jednostkami miar.
- Programy komputerowe
- Laptop, rzutnik multimedialny, ekran.
- Sprawdziany, testy

Wskazane są również programy matematyczne np. *Derive* lub *Graph* oraz kalkulatory graficzne



6. Projekt ewaluacji programu.

1. Test diagnozujący wiadomości ucznia „na wejściu”.
2. Wymiana uwag z nauczycielami przedmiotów zawodowych dotyczących umiejętności matematycznych uczniów – w trakcie realizacji programu.
3. Test diagnozujący wiadomości ucznia „na wyjściu”.
4. Przeprowadzenie wśród uczniów ankiety oceniającej program - na koniec realizacji programu
5. Analiza dokumentów z wynikami egzaminu maturalnego – w rok po zakończeniu realizacji programu.

Bibliografia

- [1] W. Babiański, K. Hall, D. Ponczek, *Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym*, Nowa Era, Warszawa 2007;
- [2] M. Sobczak, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, WSEI, Lublin 2009;
- [3] J. Szempruch, *Założenia, zasady opracowania i modyfikacji programu kształcenia kompetencji kluczowych w zakresie przedsiębiorczości*, Lublin 2009;
- [4] M. Świda, Elżbieta Świda, Elżbieta Kurczab *Program nauczania matematyki w liceach i technikach* Oficyna edukacyjna Krzysztof Pazdro, Warszawa 2008;
- [5] Praca zbiorowa *Poradnik do realizacji programu DKOS-5002-42/03 i podręcznika dla klasy I Matematyka w otaczającym nas świecie kształcenie w zakresie podstawowym*, Podkowa, Gdańsk 2003;
- [6] Diagnoza regionalna implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynku pracy w województwie świętokrzyskim Zespół Szkół ekonomicznych im. Jana Pawła II w Staszowie, Szkoła Kluczowych Kompetencji, Lublin 2009;
- [7] Podstawa programowa – strona internetowa MEN, www.men.gov.pl/oswiata/biezace;



Autor
Magdalena Dziuba

MATEMATYKA
(Poziom podstawowy)

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

Zespół Szkół Ponadgimnazjalnych Nr 3
w Końskich

Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

O autorze.....	5
Wstęp. Uwarunkowania realizacji programu.	5
1. Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania	9
1.1. Wiedza.....	9
1.2. Umiejętności.....	11
1.3. Postawy.....	12
1.4. Cele ogólne	13
2. Treści zgodne z podstawą programową, szczegółowe cele edukacyjne	14
3. Procedury osiągania celów	22
3.1. Metody nauczania.....	23
3.2. Formy pracy.....	24
3.3. Proponowany przydział godzin lekcyjnych.....	24
3.4. Indywidualizacja i motywacja	25
3.5. Sposoby i formy sprawdzania i oceniania	25
4. Opis założonych osiągnięć ucznia.....	28
5. Procedura ewaluacji programu nauczania	37
6. Oprzyrządowanie programu niezbędne do realizacji programu.....	40
Bibliografia.....	41



O autorze

Magdalena Dziuba – nauczyciel kontraktowy z 4-letnim stażem pracy w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych nr 3 w Końskich

Wstęp. Uwarunkowania realizacji programu.

Parlament Europejski i Rada Europy, w grudniu 2006 r. (Aneks I), zleciły państwom członkowskim rozwijanie kompetencji kluczowych dla wszystkich, z równoczesnym wykorzystaniem dokumentu ”Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia (Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 roku w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (2006/962/WE))

Ustalony w dokumencie wykaz zawiera następujące kompetencje kluczowe:

1. Porozumiewanie się w języku ojczystym.
2. Porozumiewanie się w językach obcych.
3. Kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo-techniczne.
4. Kompetencje informatyczne.
5. Umiejętność uczenia się.
6. Kompetencje społeczne i obywatelskie.
7. Inicjatywność i przedsiębiorczość.
8. Świadomość i ekspresja kulturalna.

Wybór kompetencji matematycznych jako jednego z kierunków intensywnych działań w projekcie Szkoła Kluczowych Kompetencji nie jest przypadkowy. Istnieje pilna potrzeba kształcenia w zawodach technicznych, w tym inżynierów. Do takiego wniosku doszli prowadzący badania potrzeb rynku pracy w Polsce oraz kierownictwo resortu nauki i szkolnictwa. Na najbliższe lata zaplanowano istotny wzrost liczby studentów na kierunkach technicznych. Centralna Komisja Egzaminacyjna wskazuje w corocznych raportach, że absolwenci techników egzamin maturalny zdają znacznie gorzej, niż ich rówieśnicy z liceów ogólnokształcących. W 2010 r. egzamin maturalny będzie obejmował matematykę jako przedmiot obowiązkowy zgodnie z rozporządzeniem MEN. Tymczasem wielu uczniów przekonanych jest, że nie są w stanie nauczyć się matematyki. Wydaje mi się, że kluczowym problemem w edukacji matematycznej uczniów słabszych jest ich brak wiary we własne możliwości, co bezpośrednio przekłada się na ich słabą motywację. Natomiast uczniowie zdolni bardzo często na lekcjach się nudzą.

Niniejszy projekt ma na celu rozwijanie kompetencji kluczowych rozumianych jako umiejętności, których wszyscy potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, aby w pełni uczestniczyć w integracji społecznej i zatrudnienia. Jeśli chodzi o kompetencje matematyczne mamy na myśli rozwijanie i wykorzystywanie myślenia matematycznego w życiu codziennym, w sytuacjach praktycznych, które obejmują zdolność i chęć myślenia logicznego i przestrzennego oraz prezentacji. Podstawowe kompetencje naukowo-

techniczne związane są ze zdolnością i chęcią wykorzystywania wiedzy i metodologii, do wyjaśniania świata przyrody i praw nim rządzących, aby formułować pytania, wyciągać wnioski oparte na dowodach. Z kolei kompetencje techniczne, to stosowanie nabytej wiedzy w celu zaspokojenia potrzeb i pragnień ludzi.

Kompetencje są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

Cele kształtowane w zakresie wiedzy to:

- rozumienie terminów i pojęć matematycznych - W1.
- dobrze opanowana umiejętność liczenia - W2.
- znajomość miar i struktur - W3.
- znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej - W4.
- świadomość pytań na które matematyka może dać odpowiedź - W5.

Cele kształtowane w zakresie umiejętności to:

- stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny) - U1.
- śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny) - U2.
- przekazywać komunikaty stosując język matematyczny - U3.
- korzystać z tekstu matematycznego - U4.

Cele kształtowane w zakresie postawy to:

- przejawiać szacunek dla prawdy - P1.
- dążyć do szukania przyczyn - P2.
- oceniać zasadność wnioskowania – P3.

Powyższe kompetencje będą kształtowane u młodych ludzi, realizując dotychczasowe treści nauczania, zawarte w podstawie programowej, standardach wymagań, jeśli tylko będziemy je utrzymywać, poprzez dobór odpowiednich zadań metod nauczania. Konsekwentne powtarzanie i wykorzystywanie nabytych już umiejętności, spowoduje rozwijanie MKKE (matematyczne kompetencje kluczowe w ujęciu dokumentów Parlamentu Europejskiego).

Moim zadaniem stało się stworzenie autorskiego programu nauczania matematyki dla poziomu podstawowego, który będzie zawierał i kształtował matematyczne kompetencje kluczowe. Ponieważ istnieje zgodność podstawy programowej i standardów wymagań (Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 roku zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (DzU z 2007 r., Nr 157, poz. 1102)) z MKKE w ujęciu europejskim, zatem konieczna jest modyfikacja nie celów, co sposobów nauczania oraz motywowania uczniów.

Projekt 'Szkoła Kluczowych Kompetencji' będzie realizowany w klasie o profilu technik ekonomista, gdzie przewidzianych jest 10 godzin matematyki w całym cyklu kształcenia (3, 2, 2, 3 – w klasie czwartej, 1 godzina dyrektorska).

Zespół Szkół Ponadgimnazjalnych nr 3 to szkoła z 64-letnią tradycją. Przez wiele lat funkcjonowała pod różnymi nazwami np.: Szkoła Handlowa, Państwowe Gimnazjum Kupieckie, Technikum Rachunkowości, Liceum Ekonomiczne, Zespół Szkół Ekonomicznych. Od 2002r. nosi obecną nazwę. W czasie długoletniego funkcjonowania szkoła kształciła w zawodach: ekonomista, handlowiec, sprzedawca, kucharz, kelner, masarz, cukiernik, mleczarz. Przez cały czas zmieniała kierunki kształcenia, które

dostosowane były do lokalnych potrzeb. W szkole mieści się 13 sal lekcyjnych w tym 4 pracownie komputerowe, 1 pracownia gastronomiczna, biblioteka, mała salka gimnastyczna. Na wyposażeniu szkoły jest rzutnik multimedialny, laptop, ekran, mapy geograficzne, atlasy, sprzęt kuchenny. Biorąc pod uwagę powyższe należy stwierdzić, że wyposażenie szkoły w środki dydaktyczne jest na poziomie średnim.

Realizacja tego projektu przyczyni się do poprawienia warunków pracy w naszej placówce i umożliwi kształtowanie MKKE, z wykorzystaniem nowoczesnych pomocy dydaktycznych.

Aby mieć rozeznanie na temat umiejętności uczniów, w klasach pierwszych przeprowadzane są testy diagnozujące. Wyniki tych badań wskazują na niski poziom umiejętności podstawowych w zakresie działań w zbiorze liczb rzeczywistych, obliczeniach procentowych, zastosowaniu wzorów skróconego mnożenia. Wszystkie te umiejętności muszą być opanowane, aby móc w pełni kształtować kompetencje kluczowe, niezbędne dla zawodu technik ekonomista. Z uwagi na to, zdecydowałam się poświęcić więcej jednostek lekcyjnych na realizację tych tematów. Chodzi głównie o 4 działania w zbiorze liczb rzeczywistych, potęgowanie, pierwiastkowanie, kolejność wykonywania działań oraz wzory skróconego mnożenia. Jak się da zauważyć wzory na kwadrat sumy i różnicy zna i stosuje niewielki procent moich uczniów. Jest to niezbędne narzędzie pracy do dalszego kształcenia matematycznego.

Kolejnym tematem, któremu należałoby poświęcić więcej uwagi w klasie o profilu technik-ekonomista, to dział poświęcony procentom (w tym obliczenia procentowe, diagramy procentowe, punkty procentowe, interpretacja danych statystycznych). Wyboru takiego dokonałam po przeprowadzeniu wywiadu i dyskusji z nauczycielami przedmiotów zawodowych, głównie rachunkowości. Mam nadzieję, że wspólne działania nauczycieli na tej płaszczyźnie, wpłyną korzystnie na kształtowanie MKKE.

Zaangażowanie nauczycieli nie wystarczy, aby ponieść poziom wiedzy uczniów. Dodatkowe lekcje wyrównawcze czasami dają korzystne rezultaty, pod warunkiem, że młody człowiek sam chce się nauczyć. Czasami zbyt niskie możliwości intelektualne, braki w wiadomościach z poprzednich etapów edukacji, uniemożliwiają osiągnięcie założonych celów. Istotnym elementem staje się zaangażowanie uczniów w proces kształcenia, świadomość roli edukacji oraz motywacja do pracy.



1. Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania

Kompetencje matematyczne określone w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” (MKKE) są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

1.1. Wiedza

W1. rozumienie terminów i pojęć matematycznych,

1. Zna zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory: liczby naturalne (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne.
2. Zna rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej.
3. Zna pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną.
4. Zna pojęcie błędu przybliżenia.
5. Zna i rozumie pojęcie funkcji i sposoby jej określania.
6. Zna i rozumie funkcję liniową, funkcję kwadratową.
7. Zna i rozumie wielomiany.
8. Zna, rozumie ciągi oraz rozróżnia ciąg arytmetyczny i geometryczny.
9. Rozumie pojęcie procentu składanego.
10. Zna i rozumie funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.
11. Zna i rozumie pojęcia statystyki opisowej: średnia arytmetyczna, średnia ważona, wariancja, odchylenie standardowe.
12. Zna i rozumie pojęcia: częstość zdarzenia, prawdopodobieństwo zdarzenia.

W2. dobrze opanowana umiejętność liczenia,

1. Planować i wykonywać obliczenia.
2. Porównywać liczby wymierne, rzeczywiste.
3. Przedstawiać liczby wymierne w różnych postaciach.
4. Usuwać niewymierność z mianownika.
5. Wyznaczać przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadana dokładnością, szacować wartości liczbowe.
6. Wykonywać działania na wyrażeniach algebraicznych (w tym stosować wzory skróconego mnożenia).
7. Wykonywać działania na potęgach o wykładnikach całkowitych i wymiernych.
8. Wykonywać obliczenia procentowe.
9. Wyznaczać pole powierzchni figur płaskich.
10. Obliczać pole powierzchni i objętości brył przestrzennych.

W3. znajomość miar i struktur

1. Rozumie pojęcia: odległość punktów, odległość punktu od prostej, odległość punktu od płaszczyzny, długość, obwód, pole, objętość, miara kąta.
2. Rozumie pojęcia: figura płaska, figura przestrzenna.
3. Odczytuje i oszacowuje odległości.

4. „wymierza” dane wielkości znanymi jednostkami miary (długości, pola, objętości, masy, czasu, prędkości).
5. Przelicza (zamienia) jednostki miar.
6. Zna własności miar.
7. Zna twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych.
8. Oblicza obwody i pola figur płaskich stosując wzory i/lub własności tych miar.
9. Oblicza pola powierzchni i objętości brył stosując wzory i/lub własności tych miar.
10. Stosuje własności miar w prostych zadaniach i rozumowaniach.

W4: znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,

1. Zna pojęcie zbioru i podzbioru i odnosi je do zbiorów liczbowych, zbiorów punktów, zbiorów wyników pomiaru, zbiorów wyników doświadczeń.
2. Wykonuje działania na zbiorach z wykorzystaniem własności działań.
3. Rozumie pojęcie zmiennej.
4. Rozumie pojęcie funkcji i ich własności, proporcjonalność.
5. Opisuje zbiory punktów płaszczyzny za pomocą równań i nierówności.
6. Opisuje zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji.
7. Wykorzystuje przekształcenia geometryczne do badania zależności (podobieństwo i przystawanie figur) pomiędzy zbiorami punktów (figurami geometrycznymi).

W5: świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.

1. Rozumie, że algorytm to niezawodny przepis postępowania.
2. Wie, że rozumowanie przez analogię oraz rozumowanie indukcyjne (indukcja skończona) są czasem zawodne.
3. Rozpoznaje sytuację, w której twierdzenia nie można zastosować.
4. Wysnuwa proste wnioski z danego twierdzenia w konkretnej sytuacji.
5. Rozumie rolę matematyzacji, uogólniania i specyfikacji.
6. Wskaże sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej:
 - obliczanie podatków.
 - zyski z lokat.
 - kredyty bankowe.
 - zakupy – szacowanie kosztów – budżet domowy,
 - analiza techniczna – giełda.
 - obliczanie niezbędnej ilości materiałów, wykorzystując pola powierzchni lub objętość, przeliczanie jednostek, itp..
 - zużycie paliwa.
 - gry losowe, hazard, sport.
 - statystyka.
 - logika wypowiedzi.
 - proporcjonalność prosta.
 - projektowanie przestrzeni.
 - zadania optymalizacyjne –największy zysk, koszt, strata.

1.2. Umiejętności

U1: stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),

1. Grupuje i porządkuje dane empiryczne.
2. Wyznacza stosunki wielkości i opisuje je z użyciem liczb wymiernych, rzeczywistych.
3. Szacuje wielkości, posługuje się procentami.
4. Posługuje się liczbami i działaniami do modelowania stosunków wielkościowych.
5. Posługuje się własnościami figur oraz wyobrażnią do modelowania stosunków geometrycznych, konstruowania graficznego schematu danego układu stosunków przestrzennych.
6. Dostrzega regularności w prostych sytuacjach.
7. Stosuje algorytmy.
8. Stosuje równania, nierówności, układy równań w rozwiązywaniu problemów.
9. Ustala związki między danymi, wydziela związki znaczące.
10. Wykorzystuje funkcje do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych.
11. Przeprowadza uogólnianie i specyfikację.
12. Rozumuje przez analogię.
13. Redaguje definicje nowych pojęć.
14. Korzysta z gotowych definicji i twierdzeń.
15. Klasyfikuje obiekty.
16. Rozwiązuje zadania schematyczne.
17. Planuje, zapisuje plan rozwiązania i rozwiązuje zadania nieschematyczne.

U2: śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny)

1. Odróżnia założenie i tezę w twierdzeniu.
2. Zaprzecza twierdzenie.
3. Obala tezę podając kontrprzykład.
4. Ocenia poprawność doboru argumentów oraz sposobów wnioskowania.
5. Ocenia poprawność przekształceń algebraicznych.
6. Rozumie, różnicę między dowodem twierdzenia a przykładem potwierdzającym jego prawdziwość.
7. Buduje zaprzeczenie definicji rozpoznając uprzednio jej strukturę logiczną.
8. Rozumie różnice pomiędzy różnymi metodami dowodzenia.
9. Podąża za tokiem rozumowania autora dowodu.
10. Dostrzega luki bądź błędy w rozumowaniu.
11. Sprawdza zasadność uogólnień.

U3: przekazywać komunikaty stosując język matematyczny

1. Kojarzy zwroty języka naturalnego z odpowiednimi terminami matematycznymi, czynności konkretne z operacjami abstrakcyjnymi, wielkości z liczbami.
2. Wyraża w języku matematyki informacje podane werbalnie, rysunkiem, schematem, tabelą, diagramem oraz zaobserwowane w rzeczywistości.
3. Przedstawia werbalnie, za pomocą zwrotów języka naturalnego, informacje zapisane w języku matematyki.
4. Przedstawia werbalnie informacje zapisane rysunkiem, grafem, schematem, wykresem, tabelą, diagramem.
5. Zapisuje symbolicznie definicje pojęć.

6. Formułuje twierdzenia w postaci implikacji.
7. Zapisuje symbolicznie dowody twierdzeń.
8. Przedstawia dane za pomocą tabel, diagramów, grafów, wzorów.
8. Zapisuje wzory, zależności matematyczne stosując symbolikę matematyczną, podaje opis zależności w postaci funkcji.
9. Opisuje zbiory za pomocą układów nierówności i równań.
10. Prezentuje wyniki badań używając terminologii z zakresu języka matematycznego, używa przybliżeń.
11. Tworzy wypowiedzi matematyczne i wartościuje je.
12. Buduje wypowiedzi poprawne pod względem pojęciowym i logicznym.
13. Przygotowuje i wygłasza krótki referat na wybrany temat matematyczny.

U4: korzystać z tekstu matematycznego

1. Wyszukuje w tekście definicje i twierdzenia.
2. Analizuje przedstawione rozwiązania zadań, obliczenia, wnioskowania, dane.
3. Wydziela fragmenty tekstu, dotyczące określonych kwestii.
4. Przekształca informacje z tekstu zapisując je w formie dogodnej do dalszych działań.
5. Odczytuje własności funkcji z wykresu.
6. Odczytuje informacje przedstawione za pomocą rysunków pomocniczych.
7. Interpretuje dane przedstawione za pomocą diagramów i tabel.
8. Ustala relacje między wskazanymi w tekście obiektami.
9. Uzupełnia luki w tekście.
10. Poszukuje w innych źródłach wyjaśnienia napotkanych w tekście terminów i pojęć.
11. Stosuje podane w tekście definicje i twierdzenia.
12. Naśladuje przedstawione rozwiązania w analogicznych sytuacjach.

1.3. Postawy

P1: przejawiać szacunek dla prawdy

1. Rozumie potrzebę dowodzenia.
2. Weryfikuje zgromadzone dane.
3. Nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy.
4. Protestuje w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi.
5. Wytrwale poszukuje informacji.
6. Jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych.
7. Nie uogólnia bez uprzedniego upewnienia się co do prawdziwości przesłanek.
8. Podejmuje decyzje na podstawie sprawdzonych informacji.

P2: dążyć do szukania przyczyn

1. Rozumie potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach.
2. Przewiduje skutki planowanych działań.
3. Rozważa różne przypadki nie ograniczając się do przypadków szczególnych.
4. Wnikliwie analizuje problem.

P3: oceniać zasadność wnioskowań i działań

1. Ocenia poprawność rozwiązania zadania.
2. Wartościuje rozwiązania tego samego zadania różnymi sposobami.
3. Dostrzega sprzeczne informacje lub błędy w rozumowaniach.
4. Ocenia dobór argumentów uzasadniających tezę (stanowisko).

1.4. Cele ogólne

- stworzenie podstaw wiedzy matematycznej w zakresie znajomości i rozumienia terminów i pojęć matematycznych – W1;
- doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie technik-ekonomista – W2;
- wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego – W3, W4;
- wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych - U1;
- wykształcenie umiejętności i nawyku uzasadniania swoich sądów (istota sądów matematycznych, kategoryczność twierdzeń, jednoznaczność i precyzja definicji) - U2, P1;
- rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin wiedzy - U3;
- doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym – w tym podręcznikiem oraz innymi źródłami informacji matematycznej – U4;
- wykształcenie umiejętności samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi – umiejętność stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych, poszukiwania dróg weryfikacji – W5, P1, P2;
- wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń – U1, P1, P2, P3;
- kształcenie wyobraźni matematycznej (intuicja w zakresie obiektów abstrakcyjnych, wyobraźnia geometryczna dotycząca obiektów płaskich i przestrzennych) oraz przewidywania skutków podejmowanych działań (głównie podczas rozwiązywania problemów matematycznych) – U2, U3, P2;
- nauczenie wykrywania związków między liczbowymi parametrami zjawisk, szacowania wartości tych parametrów, opisywania związków pomiędzy nimi za pomocą równań i nierówności, wykrywania między nimi zależności funkcyjnych lub rekurencyjnych oraz analiza ich własności, wyznaczania stanów optymalnych i ekstremalnych – W3, W4, W5;
- opanowanie umiejętności sporządzania notatek ;
- nauka dobrej organizacji pracy, wytrwałości i systematyczności w dążeniu do osiągnięcia zamierzonych celów ;
- kształcenie umiejętności logicznego myślenia i wyciągania wniosków;
- wyrabianie samodzielności, dociekliwości i krytycyzmu;
- kształtowanie odpowiedzialności za powierzone zadania;
- kształtowanie pozytywnych postaw etycznych (piętnowanie nieuczciwości wyrażającej się w ściąganiu, podpowiadaniu itp.);
- rozwijanie zdolności poznawczych;
- pobudzanie aktywności umysłowej;
- rozwijanie umiejętności prezentowania wyników własnej pracy i dowodzenia racji z wykorzystaniem precyzyjnego języka matematyki;
- rozwijanie umiejętności pracy i współpracy w zespole oraz prowadzenia dyskusji z wykorzystaniem argumentów merytorycznych;
- dbanie o estetykę (czytelny rysunek, jasne i przejrzyste rozwiązania zadań itp.);
- dbałość o kulturę i precyzję wypowiedzi.

2. Treści zgodne z podstawą programową, szczegółowe cele edukacyjne

Zestawienie materiału nauczania i celów szczegółowych

TREŚCI NAUCZANIA	CELE SZCZEGÓLOWE Uczeń:
1 LICZBY I ICH ZBIORY	
1. Intuicja pojęcia zbioru, podzbiory, zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory, wprowadzenie symboli zawierania, należenia	<ul style="list-style-type: none"> - stosuje prawidłowo pojęcie zbioru; - podaje przykłady zbiorów skończonych i nieskończonych. - wypisuje wszystkie elementy prostych zbiorów skończonych; - stosuje prawidłowo pojęcia zbioru pustego, podzbioru, zbiorów równych; - wykonuje podstawowe działania na zbiorach (suma, część wspólna, różnica zbiorów); - podaje przykłady podzbiorów danego zbioru.
2. Liczby naturalne i całkowite. Liczby wymierne – ułamki zwykłe, rozwinięcia dziesiętne okresowe, zamiana ułamków dziesiętnych okresowych na ułamki zwykłe. Pierwiastki w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych). Liczby niewymierne, rozwinięcia dziesiętne nieokresowe, przybliżenia oraz pojęcie błędu przybliżenia (błąd bezwzględny, błąd względny), rachunki na kalkulatorach, szacowanie wartości wyrażeń liczbowych	<ul style="list-style-type: none"> - stwierdza jakiej postaci są liczby naturalne, całkowite, wymierne; - rozwiązuje proste zadanie tekstowe dotyczące liczb całkowitych; - wykonuje dzielenie z resztą; w zbiorze liczb naturalnych; - przypomni sobie pojęcie liczb pierwszych i złożonych; - przypomni sobie cechy podzielności liczb naturalnych; - przypomni sobie prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych; - odróżnia liczby pierwsze i liczby złożone; - zamienia ułamek zwykły na ułamek dziesiętny; - podaje przykłady liczb niewymiernych; - podaje przybliżenie dziesiętne liczby (np. korzystając z kalkulatora) z zadaną dokładnością.
3. Cztery działania w zbiorze liczb rzeczywistych i ich własności, działania na pierwiastkach, znoszenie niewymierności z mianownika.	<ul style="list-style-type: none"> - stosuje kolejność działań w zbiorze liczb rzeczywistych; - oblicza średnią arytmetyczną n liczb; - rozwiązuje zadania tekstowe dotyczące średniej arytmetycznej; - porównuje liczby wymierne; - odróżnia liczbę wymierną od niewymiernej; - porównuje liczby rzeczywiste (np. korzystając z kalkulatora); - stosuje własności działań na potęgach o wykładniku wymiernym; - wykonuje działania na pierwiastkach; - wyłącza czynnik spod pierwiastka; - włącza czynnik pod pierwiastek; - usuwa niewymierność z mianownika; - wykonuje działania dodawania, odejmowania i mnożenia na liczbach niewymiernych; - wskazuje różnicę między definicją pierwiastka stopnia parzystego, a definicją pierwiastka stopnia nieparzystego; - wykonuje działania na pierwiastkach wyższych stopni; - wyłącza czynnik spod pierwiastka wyższego stopnia; - włącza czynnik pod pierwiastek wyższego stopnia.



4. Działania na potęgach o wykładnikach naturalnych, całkowitym, wymiernym i ich własności, wzory skróconego mnożenia: kwadrat sumy, różnicy i różnica kwadratów.	<ul style="list-style-type: none">- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym;- pozna i stosuje własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym i wymiernym;- stosuje wzory skróconego mnożenia.
5. Oś liczbowa, przedziały liczbowe, część wspólna przedziałów liczbowych, suma przedziałów, różnice przedziałów	<ul style="list-style-type: none">- zna pojęcie przedziału otwartego, domkniętego, nieograniczonego;- zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną;- zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe. wyznacza sumę i część wspólną przedziałów liczbowych;- wykonuje działania na przedziałach liczbowych (suma, iloczyn, różnica).
6. Wartość bezwzględna liczby i jej podstawowe własności, interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej na osi liczbowej, określanie przedziałów liczbowych za pomocą wartości bezwzględnej, długość odcinka na osi liczbowej.	<ul style="list-style-type: none">- zna i rozumie definicję wartości bezwzględnej;- oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej;- stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania prostych równań i nierówności. - oblicza odległość dwóch liczb na osi liczbowej;- zna i stosuje własności wartości bezwzględnej.
7. Obliczenia procentowe, diagramy procentowe, wielkości większe (mniejsze) o a procent, obliczenia procentowe z użyciem kalkulatorów, punkty procentowe, procent prosty, oprocentowanie lokat bankowych, rozliczanie faktur, deklaracji podatkowych	<ul style="list-style-type: none">- oblicza $p\%$ danej wielkości;- oblicza wielkość w, gdy dany jest jej procent;- oblicza, jakim procentem wielkości w jest wielkość a;- wykonuje w pamięci proste obliczenia typu: o 50% więcej niż 10, o 200% więcej od 15, o 20% mniej od 50 itp.;- pozna pojęcie punktu procentowego;- prawidłowo odczytuje informacje zawarte ; w różnego rodzaju diagramach statystycznych;- oblicza błąd bezwzględny i względny przybliżenia;- szacuje wartość wyrażenia liczbowego;- przekształca proste wyrażenia algebraiczne.
2. FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI	
1. Definicja funkcji $y = f(x)$ jako przyporządkowania, przykłady funkcji, funkcje używane w statystyce opisowej, tabelki, diagramy, funkcje opisujące zjawiska przyrodnicze, ekonomiczne, socjologiczne.	<ul style="list-style-type: none">- rozpoznaje funkcje wśród przyporządkowań;- podaje przykłady zależności funkcyjnych w otaczającej nas rzeczywistości;- określa funkcje na różne sposoby (diagram, tabela, wzór, wykres, opis słowny);- określa wartości funkcji dla różnych argumentów;- wyznacza dziedzinę funkcji na podstawie diagramu, tabeli, opisu słownego;- swobodnie operuje układem współrzędnych;- rozpoznaje funkcje wśród wykresów;- sporządza wykresy funkcji o kilkuelementowej dziedzinie;- rysuje wykres funkcji liniowej i kawałkami liniowej.
2. Dziedzina funkcji i zbiór wartości funkcji, wyznaczanie dziedziny funkcji liczbowej określonej wzorami. Definicja wykresu funkcji liczbowej, wykresy funkcji opisujące zależności w gospodarce i życiu codziennym -uwzględnienie różnych jednostek na osiach.	<ul style="list-style-type: none">- wyznacza, w prostych przypadkach, dziedzinę na podstawie wzoru funkcji;- określa, w prostych przypadkach, zbiór wartości funkcji o danej dziedzinie i wzorze;- na podstawie wykresu funkcji odczytuje jej dziedzinę;- na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiór jej wartości;- na podstawie wykresu funkcji wskazuje największą wartość



Odczytywanie z wykresu funkcji jej dziedziny i zbioru wartości, a także wartości największej (najmniejszej) osiągniętej przez funkcję w dziedzinie lub w określonym przedziale, odczytywanie z wykresu argumentów, dla których funkcja przyjmuje określone wartości	funkcji i najmniejszą wartość funkcji (w całej dziedzinie lub w podanym przedziale); - na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania $f(x)=m$ dla ustalonej wartości m . ; - odczytuje z wykresu funkcji rozwiązanie nierówności $f(x)>m$, $f(x)<m$.
3. Miejsce zerowe funkcji, odczytywanie z wykresu funkcji jej miejsc zerowych.	- na podstawie wykresu funkcji odczytuje jej miejsca zerowe. - oblicza miejsca zerowe funkcji w przypadku, gdy prowadzi to do rozwiązywania równań liniowych.
4. Definicja funkcji monotonicznej na przedziale, wyznaczanie przedziałów monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu.	- określa przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu.
5. Przekształcanie wykresów funkcji: $y=f(x)+q$, $y=f(x-p)$, $y=f(x-p)+q$, wykonywanie takich przesunięć, jeżeli funkcja dana jest wykresem (bez wzoru).	- przesuwa wykres funkcji wzdłuż osi x zgodnie z podanym wzorem; - przesuwa wykres funkcji wzdłuż osi y zgodnie z podanym wzorem; - rysuje wykres funkcji mając dany wykres albo wzór funkcji.
3. FUNKCJA LINIOWA I JEJ WŁASNOŚCI, GEOMETRIA ANALITYCZNA	
1. Proporcjonalność prosta. Funkcja liniowa, interpretacja jej współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego. Rysowanie wykresów funkcji liniowych i kawałkami liniowych.	- zaznacza punkty oraz zbiory na płaszczyźnie kartezjańskiej. - rozpoznaje wielkości wprost proporcjonalne; - sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania, nierówności I stopnia z jedną niewiadomą; - rozwiązuje równanie i nierówność I stopnia z jedną niewiadomą; - rozwiązuje układ nierówności I stopnia i zapisuje wynik w postaci przedziału liczbowego; - układa równanie do zależności przedstawionej tekstem; - rysuje wykres funkcji liniowej i omówić jej własności.
2. Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie jej wykresu (wykorzystanie interpretacji współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego).	- przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej; - podaje wzór funkcji liniowej na podstawie jej wykresu; - określa monotoniczność funkcji na podstawie współczynnika kierunkowego.
3. Znajdowanie miejsc zerowych funkcji liniowych i kawałkami liniowych. Punkty przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych.	- oblicza miejsca zerowe funkcji liniowej o danym wzorze; - podaje punkt przecięcia wykresu funkcji z osią Y na podstawie znajomości wyrazu wolnego.
4. Układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi – rozwiązywanie i interpretacja geometryczna. Zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi.	- przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi (metoda podstawiania, przeciwnych współczynników, graficzna); - rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi.
5. Równanie prostej w postaci ogólnej $ax+by+c=0$, przejście od wykresu funkcji liniowej, proste $x=a$, równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty płaszczyzny kartezjańskiej.	- przekształca równanie prostej z postaci kierunkowej do ogólnej i odwrotnie; - wyznacza punkty przecięcia prostej (opisanej równaniem w postaci ogólnej) z osiami układu współrzędnych. - sprawdza rachunkowo, czy dany punkt leży na danej prostej - wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty; - sprawdza współliniowość punktów (na płaszczyźnie kartezjańskiej).
6. Wzajemne położenie dwóch prostych na płaszczyźnie. Proste równoległe i proste prostopadłe na płaszczyźnie kartezjańskiej.	- wyznacza równanie prostej równoległej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt; - wyznacza równanie prostej prostopadłej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt.



7. Odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej. Współrzędne środka odcinka.	<ul style="list-style-type: none">- znajduje współrzędne wierzchołków wielokątów, mając dane równania ich boków;- oblicza odległości punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej;- oblicza obwody wielokątów o danych wierzchołkach;- oblicza pole trójkąta prostokątnego o danych wierzchołkach.- wyznacza współrzędne środka odcinka, znając współrzędne jego końców;- wyznacza współrzędne końca odcinka, znając współrzędne jego środka i drugiego końca.
8. Równanie okręgu.	<ul style="list-style-type: none">- zapisuje równanie okręgu o danym środku i promieniu;- wyznacza z równania okręgu jego środek i promień;- rysuje okrąg i koło na płaszczyźnie kartezjańskiej;
4. FUNKCJA KWADRATOWA	
1. Funkcja kwadratowa i jej wykres, własności funkcji odczytywane z wykresu: dziedzina, zbiór wartości, wartości największe i wartości najmniejsze w dziedzinie lub na określonym przedziale, przedziały monotoniczności, miejsce zerowe	<ul style="list-style-type: none">- pozna definicję trójmianu kwadratowego;- rysuje wykres funkcji kwadratowej i podaje jej własności;- określa własności (zbiór wartości, przedziały monotoniczności, wartość ekstremalna) funkcji kwadratowej na podstawie jej postaci kanonicznej.
2. Wykres i wzór funkcji kwadratowej przesuniętej wzdłuż osi y o q jednostek, odczytywanie z wykresu własności (jw.). Wykres i wzór funkcji kwadratowej przesuniętej wzdłuż osi x o p jednostek, odczytywanie z wykresu własności (jw.).	<ul style="list-style-type: none">- przekształca wykres funkcji kwadratowej wzdłuż osi X oraz osi Y;- podaje wzór otrzymanej funkcji w wyniku przesunięcia.
3. Postać kanoniczna funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli.	<ul style="list-style-type: none">- rysuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podać jej własności;- przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do ogólnej i odwrotnie.
4. Postać ogólna funkcji kwadratowej, wyprowadzenie wzoru na współrzędne wierzchołka, wartość największa i wartość najmniejsza funkcji kwadratowej w przedziale - zastosowanie w zadaniach tekstowych, wykresy funkcji kwadratowej.	<ul style="list-style-type: none">- oblicza współrzędne wierzchołka paraboli w postaci ogólnej.- wyznacza wartość największą i wartość najmniejszą funkcji kwadratowej w podanym przedziale;- korzysta z wykresu funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych.
5. Równanie kwadratowe niepełne, wyróżnik trójmianu i związek jego znaku z liczbą miejsc zerowych funkcji kwadratowej, wyprowadzenie wzorów na pierwiastki równania kwadratowego. Postać iloczynowa równania kwadratowego. Nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą.	<ul style="list-style-type: none">- pozna metody rozwiązywania równań kwadratowych- rozwiązuje równanie kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki;- określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego na podstawie znaku wyróżnika;- rozwiązuje równanie kwadratowe za pomocą wzorów na pierwiastki;- sprowadza funkcję kwadratową do postaci iloczynowej;- odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej.- pozna metodę rozwiązywania nierówności kwadratowych.
7. Rozwiązywanie zadań prowadzących do równań i nierówności stopnia drugiego.	<ul style="list-style-type: none">- wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań(w tym również w kontekście praktycznym).
5. WIELOMIANY I FUNKCJE WYMIERNE	
1. Jednomiany i wielomiany stopnia n z jedną zmienną, wielomian stopnia zero,	<ul style="list-style-type: none">- rozpoznaje, które wyrażenia algebraiczne są jednomianami i określi ich stopień;

wielomian zerowy, równość wielomianów.	<ul style="list-style-type: none"> - wykonuje redukcję jednomianów podobnych; - pisze wielomian o danych współczynnikach ; i wypisać współczynniki danego wielomianu; - określa stopień wielomianu oraz obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu; - dobiera wartości parametrów tak, aby dwa wielomiany były równe.
2. Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów.	- wykonuje działania na wielomianach, określa stopień otrzymanych wielomianów oraz współczynniki.
3. Wzory skróconego mnożenia, w tym sześciąt sumy i różnicy, suma i różnica sześciątów	<ul style="list-style-type: none"> - przekształca wielomiany z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia; - wykonuje działania arytmetyczne w zbiorze wielomianów.
4. Pierwiastki wielomianu i odczytywanie ich z postaci iloczynowej wielomianu.	<ul style="list-style-type: none"> - odczytuje pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej; - zapisuje wielomian mając dane pierwiastki i współczynnik.
5. Rozkład wielomianu na czynniki (grupowanie i wyłączanie czynnika przed nawias, wzory skróconego mnożenia).	<ul style="list-style-type: none"> - rozkłada wielomian na czynniki metodą grupowania wyrazów, wyłączania wspólnego czynnika przed nawias; - sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu.
6. Rozwiązywanie prostych równań wielomianowych metodą rozkładu wielomianu na czynniki.	<ul style="list-style-type: none"> - rozwiązuje proste równanie wielomianowe metodą rozkładu na czynniki; - zapisuje zależność między danymi wielkościami za pomocą wielomianu wielu zmiennych; - rozwiązuje proste zadania praktyczne prowadzące do równań wielomianowych.
7. Działania na wyrażeniach wymiernych - rozszerzanie i skracanie wyrażeń wymiernych, sprowadzanie wyrażeń wymiernych do wspólnego mianownika, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych.	<ul style="list-style-type: none"> - skraca i rozszerza wyrażenia wymierne; - sprowadza do wspólnego mianownika wyrażenia wymierne; - dodaje, odejmuje, mnoży wyrażenia wymierne.
8. Wyznaczanie dziedziny wyrażenia wymiernego z jedną zmienną., obliczanie wartości liczbowej wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej.	<ul style="list-style-type: none"> - wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego; - oblicza wartość liczbową wyrażenia wymiernego.
9. Funkcja wymierna i jej dziedzina, wykres, własności	- sporządza wykres funkcji wymiernej i omawia jej własności.
10. Proporcjonalność odwrotna.	<ul style="list-style-type: none"> - zna definicję proporcjonalności odwrotnej. - sporządza jej wykres
11. Rozwiązywanie prostych równań wymiernych	- rozwiązuje równanie wymierne prowadzące do równania liniowego lub kwadratowego.
12. Rozwiązywanie zadań o kontekście praktycznym, prowadzących do prostych równań wymiernych	<ul style="list-style-type: none"> - wyznacza (w prostych przypadkach) ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych. - opisuje związki pomiędzy wielkościami liczbowymi za pomocą równań lub nierówności; - rozwiązuje (w prostych przypadkach) zadania praktyczne związane z proporcjonalnością odwrotną.
6. POTĘGA O WYKŁADNIKU RZECZYWISTYM	
1. Potęga liczb nieujemnych o wykładniku wymiernym.	<ul style="list-style-type: none"> -przypomni sobie działania na potęgach o wykładniku całkowitym; - posługuje się potęgami o wykładnikach wymiernych;



	- rozwiązuje zadania wymagające użycia zapisu wykładniczego.
2. Działania na potęgach o wykładniku wymiernym, rzeczywistym (liczb nieujemnych- informacja)	- stosuje prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym, rzeczywistym.
3. Funkcja wykładnicza i jej własności	- sporządza wykres funkcji wykładniczej(o różnych podstawach) i opisuje jej własności.
5. Określenie logarytmu	- zna i stosuje definicję logarytmu
6. Własności logarytmów – logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi o wykładniku naturalnym	- stosuje wzory na logarytm iloczynu, ilorazu, logarytm potęgi o wykładniku naturalnym.
7. Rozwiązywanie zadań o kontekście praktycznym z zastosowaniem logarytmów.	- rozwiązuje proste zadania w kontekście praktycznym z wykorzystaniem logarytmów
7. CIĄGI LICZBOWE	
1. Definicja ciągu liczbowego – funkcji, której dziedziną jest zbiór (lub podzbiór) liczb naturalnych, ciąg skończony i nieskończony.	- pozna definicję ciągu; - pozna sposoby opisywania ciągu (wzór ogólny, wykres); - pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu; - oblicza n -ty wyraz ciągu, znając jego wzór ogólny; - wyznacza miejsce zerowe ciągu o danym wzorze ogólnym; - rysuje wykres ciągu; - odczytuje z wykresu własności ciągu.
2. Ciąg arytmetyczny, wzór na n -ty wyraz oraz sumę n początkowych wyrazów, wyraz środkowy jako średnia arytmetyczna wyrazów sąsiednich, monotoniczność ciągu arytmetycznego.	- pozna definicję ciągu arytmetycznego; - pozna wzory dotyczące ciągu arytmetycznego; - stosuje poznane wzory w zadaniach(n -ty wraz z sumą n -początkowych wyrazów ciągu, średnia arytmetyczna); - wyznacza ciąg arytmetyczny, znając wyraz pierwszy i różnicę; - wyznacza ciąg arytmetyczny, znając jego dwa wyrazy.
3. Ciąg geometryczny, wzór na n -ty wyraz oraz sumę n początkowych wyrazów, zależność między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego, monotoniczność ciągu, gdy pierwszy wyraz jest dodatni i iloraz ujemny (rośnie lub maleje w postępie geometrycznym).	- pozna definicję ciągu geometrycznego; - pozna wzory dotyczące ciągu geometrycznego; - stosuje poznane wzory w zadaniach(n -ty wraz z sumą n -początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna). - wyznacza ciąg geometryczny, znając wyraz pierwszy i różnicę; - wyznacza ciąg geometryczny, znając jego dwa wyrazy; - stosuje w zadaniach zależność między kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego lub ciągu geometrycznego. rozwiązuje proste zadanie tekstowe, w którym dane wielkości są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego lub ciągu geometrycznego.
4. Procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów bankowych, sprzedaży ratalnej itp.	- wyznacza wielkości zmieniające się zgodnie z zasadą procentu składanego; - oblicza wartość lokaty, znając stopę procentową, okres rozrachunkowy i czas oszczędzania.
8. ZWIĄZKI MIAROWE W FIGURACH PŁASKICH	
1. Kąty w kole (kąąt środkowy, kąąt wpisany, kąąt między styczną a cięciwą).	- określa wzajemne położenie dwóch okręgów; - określa wzajemne położenie okręgu i prostej.; - stosuje w zadaniach warunki wewnętrznej i zewnętrznej styczności okręgów; - wskazuje kąaty środkowe i wpisane oparte na danych łukach; - stosuje twierdzenie o zależności między kątem środkowym, kątami wpisanymi i kątem między styczną a cięciwą (wyznaczonymi przez ten sam łuk).
2. Pola i obwody figur	- stosuje wzory na pole i obwód podstawowych figur geometrycznych (trójkąt, czworokąt, koło); - oblicza potrzebne wielkości z trójkątów prostokątnych



	<p>o kątach 30°, 60° lub 45°, wykorzystując wzór na wysokość trójkąta równobocznego i przekątną kwadratu;</p> <ul style="list-style-type: none">- rozwiązuje proste zadania tekstowe prowadzące do obliczania pól i obwodów figur geometrycznych;- korzysta z twierdzenia Pitagorasa.
3. Podobieństwo, figury podobne Cechy podobieństwa trójkątów.	<ul style="list-style-type: none">- stosuje cechy podobieństwa trójkątów;- rozpoznaje odcinki proporcjonalne;- sprawdza czy dane (np. na płaszczyźnie kartezjańskiej) figury są podobne;- oblicza długości boków figur podobnych, wykorzystując skalę podobieństwa;- szacuje rzeczywistą odległość między punktami, znając odległość między tymi punktami na mapie i skalę mapy;- stosuje w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych;- sprawdza czy dwa trójkąty są podobne, stosując cechy podobieństwa;- prawidłowo zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych;- stosuje podobieństwo trójkątów w elementarnych zadaniach.
4. Twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem	<ul style="list-style-type: none">- wykorzystuje twierdzenie Talesa do obliczenia długości odcinków;- dzieli konstrukcyjnie odcinek w zadanym (wymiernym) stosunku;- rozwiązuje proste zadania z zastosowaniem twierdzenia Talesa.
5. Związki miarowe w trójkącie prostokątnym.	
6. Definicja funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.	<ul style="list-style-type: none">- pozna definicję funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, mając dane boki tego trójkąta;- oblicza długości boków i kąty trójkąta prostokątnego, mając dany jeden bok i wartość funkcji trygonometrycznej jednego z kątów ostrych;- podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30°, 60° i 45°;- odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego;- stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań na pola i obwody figur.
7. Podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego.	<ul style="list-style-type: none">- stosuje podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w zadaniach;- wyznacza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych znając wartość jednej funkcji;- odnajduje w tablicach kąt ostry, znając wartość jego funkcji trygonometrycznej;- udowadnia prostą tożsamość trygonometryczną;
9. KOMBINATORYKA. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA. ELEMENTY STATYSTYKI OPISOWEJ	
1. Proste zadania kombinatoryczne uwzględniające losowanie kolejno ze zwracaniem i bez zwracania oraz losowania podzbiorów danego zbioru.	<ul style="list-style-type: none">- rozpoznaje, czy dana sytuacja jest doświadczeniem losowym;- określa zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych.
2. Zasada mnożenia	<ul style="list-style-type: none">- stosuje zasadę mnożenia.



3. Doświadczenia losowe, zdarzenia losowe, zbiór zdarzeń elementarnych, działania na zdarzeniach – zdarzenie pewne, niemożliwe, koniunkcja i alternatywa zdarzeń, zdarzenie przeciwne, zdarzenia wykluczające się	oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa, znając <i>moc zbioru A</i> oraz liczebność omegi; - oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych zadaniach o monetach, kulach i kartach; - wyznacza sumę, iloczyn, różnicę danych zdarzeń; - rozpoznaje zdarzenia wykluczające się.
4. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa i jego podstawowe własności	- stosuje własności prawdopodobieństwa w prostych zadaniach.
6. Elementy statystyki opisowej – badanie próby losowej i jej opis za pomocą liczb charakterystycznych, średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariancja i odchylenie standardowe, przykłady badań statystycznych GUS.	- wyznacza medianę, dominantę, średnią i rozstęp danych surowych; - oblicza średnią ważoną wyników; - odczytuje podstawowe informacje z wykresu, diagramu, histogramu; - prezentuje dane w postaci diagramu kołowego, diagramu słupkowego, wykresu; - rysuje histogram.
10. STEREOMETRIA	
1. Równoległość i prostopadłość w przestrzeni	- wskazuje płaszczyzny równoległe i prostopadłe do danej płaszczyzny; - wskazuje proste równoległe i prostopadłe do danej płaszczyzny; - odróżnia proste równoległe od prostych skośnych.
2. Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych	- wskazuje proste prostopadłe w przestrzeni.
3. Kąt nachylenia prostej do płaszczyzny	- wyznacza kąt nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa; - wyznacza kąt nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa; - rozpoznaje graniastosłupy proste i pochyłe, równoległościanny i prostopadłościanny.
4. Kąt dwuścienny	- wyznacza kąt dwuścienny między ścianami bocznymi ostrosłupa.
5. Graniastosłupy – powtórzenie podstawowych własności, graniastosłupy prawidłowe, proste, prostopadłościanny	- rysuje siatki graniastosłupów wypukłych; - stosuje w zadaniach związki między liczbą ścian, krawędzi i wierzchołków graniastosłupów.
6. Ostrosłupy – powtórzenie podstawowych własności, ostrosłupy prawidłowe, twierdzenie o ostrosłupie, który ma wszystkie krawędzie boczne równej długości.	- rysuje siatki ostrosłupów wypukłych; - stosuje w zadaniach związki między liczbą ścian, krawędzi i wierzchołków ostrosłupów wypukłych.
7. Pola powierzchni i objętości wielościanów - powtórzenie wzorów, obliczenia również z zastosowaniem trygonometrii.	- oblicza objętość i pole powierzchni graniastosłupa, ostrosłupa, wyznacza kąt nachylenia odcinka w graniastosłupie do ściany niebędącej podstawą graniastosłupa.
8. Walec, stożek, kula – powtórzenie podstawowych własności, pola powierzchni i objętości, obliczanie również z zastosowaniem trygonometrii	- wskazuje promień podstawy, wysokość i tworzące walca oraz stożka, stosuje w zadaniach związki między nimi; - wskazuje kąt rozwarcia stożka oraz kąt nachylenia tworzącej do podstawy; - stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków i miar kątów; - bada własności brył powstałych z obrotu wokół osi różnych figur płaskich (np. sumy dwóch trójkątów); - wyznacza objętość i pole powierzchni brył, w których dane mają postać wyrażen algebraicznych i doprowadzić wynik do prostej postaci.

3. Procedury osiągnięcia celów

Rozwijanie umiejętności matematycznych wpływa korzystnie na rozwój intelektualny każdego z nas. To właśnie matematyka uczy logicznego myślenia oraz wnioskowania.

Program nauczania matematyki w szkole podstawowej, gimnazjum, liceum i technikum układa się spiralnie. Te same hasła programowe omawiane są w kolejnych latach na coraz wyższym poziomie abstrakcji i cechuje je coraz większy stopień trudności. W miarę realizacji programu zadania się komplikują, a wymagania, dotyczące np. dowodzenia twierdzeń, czy bardziej precyzyjnego stosowania definicji, rosną. Takie ustawienie programu wymusza na nauczycielu stosowanie bardzo przemyślanych i różnorodnych metod pracy z uczniami.

Punktem wyjścia jest przygotowanie planu pracy na cały rok z propozycją orientacyjnego przydziału godzin na poszczególne zagadnienia. Aby zrealizować zamierzone cele, należy odpowiednio się do tego przygotować. Omawiając konkretny dział, należy przeznaczyć czas na powtórzenie i usystematyzowanie omówionego wcześniej materiału dotyczącego danego hasła programowego. Materiał ten można rozszerzyć o ciekawsze i trudniejsze zadania. Następnie, jako uogólnienie prezentowanych wcześniej problemów, wprowadzone zostają nowe pojęcia. Przy ich omawianiu bardzo ważne jest stosowanie zasady stopniowania trudności. Utrwalanie nowych pojęć zaczynamy od najprostszych przykładów i zadań, a następnie przechodzimy do bardziej skomplikowanych. W całym procesie nauczania matematyki ważną rolę odgrywa rozwiązywanie zadań. Bardzo ważnym aspektem jest zróżnicowanie ich tematyki pod kątem kształconego zawodu. Aby przybliżyć uczniom wprowadzane pojęcia matematyczne, warto zwrócić uwagę na ich powiązanie z życiem codziennym. Warto również, aby uczniowie samodzielnie wyszukiwali informacje matematyczne w materiałach źródłowych.

Ważnym elementem edukacji matematycznej, jest przemyślany rozkład materiału nauczania oraz odpowiedni dobór zadań, aby utrwalac już nabyte umiejętności. Zadania rozwiązywane na każdym etapie edukacji pozwolą na zdobycie umiejętności z zakresu: interpretowania tekstu matematycznego, używania prostych obiektów matematycznych, prostego modelowania matematycznego, stosowania strategii wynikającej z treści zadania, prowadzenia prostych rozumowań, składających się z niewielkiej liczby kroków. Wybierając zadania praktyczne, z życia codziennego pozwolimy uczniowi dostrzec wyraźniej otaczającą go rzeczywistość i wpłyną na rozwijanie jego praktycznych umiejętności.

W dzisiejszym świecie konieczne jest posługiwanie się tabelami, wykresami, diagramami. Kształtowanie tych umiejętności umożliwi realizację tego programu, w każdym dziale matematyki, w szczególności na lekcjach poświęconych elementom statystyki, obliczeniom procentowym. Realizując te zagadnienia uczeń nabędzie umiejętność zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania danych. Opanuje umiejętność oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia. Będzie to szczególnie ważne i przydatne przy realizacji tego programu w klasie technik-ekonomista. Równie ważnym aspektem jest kształtowanie postaw młodego człowieka. Te cele powinny być kształtowane na każdej lekcji matematyki. Trzeba kształcić u uczniów te umiejętności, które przysłużą im do samodzielności, wytrwałości w rozwiązywaniu problemów.

Tak kształtować ich postawy, aby wyeliminować i ściągnięcie i niesolidną pracę. Najlepiej samemu dawać dobry przykład.

Na lekcjach matematyki mamy doskonałe warunki do tego, by uczyć kultury dyskusji, w szczególności kształtować umiejętność poprawnego wypowiedzania się w języku matematycznym, precyzyjnego formułowania myśli, logiczną konstrukcję wypowiedzi.

Osiągnięcie założonych celów edukacyjnych i wychowawczych jest możliwe dzięki stosowaniu na lekcjach różnych metod nauczania i form pracy. Ta różnorodność ma na celu zaktywizować uczniów w procesie uczenia się, zachęcić do rozwiązywania różnych problemów, spowodować kształtowanie odpowiednich postaw.

3.1. Metody nauczania

Metoda podająca

- **wykład** – w tej metodzie nauczania główną rolę odgrywa nauczyciel. Dobre przygotowanie merytoryczne prowadzącego zajęcia jest podstawą rzetelnego przekazania wiedzy uczniom. To on formułuje problem, analizuje go, wskazuje drogi i sposoby rozwiązania. Uczniowie sporządzają notatki, zapamiętują fakty, zdobywają wiedzę i umiejętności poprzez naśladowanie. Ta metoda jest ważna z punktu widzenia dalszej nauki. Na uczelniach jest stosowana powszechnie, zatem uczeń powinien być przygotowany do korzystania z wykładu. W szkole średniej nie powinna być stosowana dość często.

Metody aktywizujące uczniów

- **pogadanka, dyskusja** – w tej metodzie nauczyciel kieruje rozmową, prowadzi dyskusję umiejętnie i porządkuje jej przebieg. Zadaje pytania, naprowadza na prawidłowe odpowiedzi, rozjaśnia wątpliwości, rozstrzyga spory. Uczniowie dyskutują, formułują spostrzeżenia, wymieniają się doświadczeniami, argumentują, spierają się, wyciągają wnioski;
- **metoda problemowa** – w tej metodzie nauczyciel stawia przed uczniami pewien problem matematyczny (zadanie problemowe), które uczniowie rozwiązują samodzielnie. Uczniowie zmuszeni są do dużego wysiłku intelektualnego. Analizują problem, formułują hipotezy, weryfikują je, w razie potrzeby wyjaśniają wątpliwości z nauczycielem, budują model rozwiązania problemu, dokonują korekt, podsumowują swoje postrzeżenia i wnioski, sprawdzają obliczenia, formułują odpowiedź. Ta metoda kształci umiejętność rozwiązywania problemów, wzbogaca wiedzę uczniów i aktywizuje ich postawy w procesie kształcenia;
- **praca z tekstem matematycznym** – praca z podręcznikiem polega na samodzielnym przeczytaniu fragmentu podręcznika, zapoznaniu się z definicjami i twierdzeniami oraz ze sposobami rozwiązywania zadań. Kształci umiejętność czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego, analizowania definicji i twierdzeń oraz śledzeniu algorytmów rozwiązania niektórych zadań. praca z wykorzystaniem encyklopedii, słowników czasopism popularno naukowych, roczników statystycznych itp. – przyzwyczajają uczniów do zbierania informacji z różnych źródeł, analizowania ich i przetwarzania, a także uświadomienia sobie, jaką rolę pełni matematyka w otaczającej ich rzeczywistości;
- **rozwiązywanie ciągu zadań** – metoda ta polega rozwiązywaniu przez uczniów zestawu zadań (ze zbioru zadań, bądź przygotowanych przez nauczyciela).

Ważne jest aby zadania ułożone były w takiej kolejności, żeby rozwiązanie każdego następnego zadania pogłębiało wiedzę i umiejętności ucznia.

3.2. Formy pracy

Z wyborem metod nauczania ściśle wiąże się odpowiedni dobór form organizacyjnych lekcji. Wśród nich można wyróżnić następujące:

- **Praca z całą klasą** – polega na zaangażowaniu całej społeczności klasowej w rozwiązanie problemów sformułowanych przez nauczyciela.
 - 1) Nauczyciel realizuje ze wszystkimi uczniami te same treści (np. uczniowie rozwiązują te same zadania, analizują ten sam problem matematyczny, dyskutują na ten sam temat, nauczyciel prowadzi wykład). Ta forma pracy sprzyja nawiązywaniu więzi uczniowskich.
 - 2) Wzajemne odpytywanie się (uczeń zadaje pytanie i wskazuje tego, który ma na nie odpowiedzieć). Taka metoda pracy angażuje wszystkich uczniów. Pozwala na sprawne powtórzenie materiału. Uczniowie kształcą umiejętność porządkowania informacji, formułowania i zadawania pytań.
- **Praca w grupach** – polega na podziale klasy na kilku osobowe zespoły i przydzieleniu im problemu do rozwiązania. Taka forma pracy przebiega w różny sposób, w zależności od wyboru metody pracy. Praca w grupach uczy organizacji pracy, podziału obowiązków pomiędzy członków grupy, odpowiedzialności za powierzone zadania. Uczy komunikacji między członkami grupy, zasad współpracy partnerskiej. Ma ogromne walory kształcące i wychowawcze;
- **Praca indywidualna** – każdy uczeń pracuje samodzielnie, pod kierunkiem nauczyciela, (jeśli praca odbywa się na lekcji) lub samodzielnie (jeśli praca odbywa się w domu). Praca indywidualna pozwala uczniowi na samodzielne poszukiwanie odpowiedzi na postawione pytania, zmusza do własnych przemyśleń, zastanowienia się nad problemem i sposobem jego rozwiązania, utrwaleniem już zdobytej wiedzy, a także na kształceniem umiejętności uczenia się. Uczeń pracuje we właściwym dla siebie tempie. Praca indywidualna wyrabia też nawyk porządnego wykonania powierzonego zadania, odpowiedzialności za siebie, za swoją wiedzę i umiejętności;

3.3. Proponowany przydział godzin lekcyjnych

Liczba godzin w cyklu kształcenia na poziomie podstawowym - 10 (praktyka zawodowa w klasie II i III trwająca po 4 tygodnie)

KLASA I	
3 godz. x 38 tyg. = 114 godzin	
Liczby i ich zbiory	36
Funkcje i ich własności	20
Funkcja liniowa, geometria analityczna	20
Funkcja kwadratowa	20
Godziny do dyspozycji nauczyciela	18
KLASA II	
2 godz. x 34 tyg.= 68 godzin	
Wielomiany i funkcje wymierne	30
Potęga o wykładniku wymiernym	16
Godziny do dyspozycji nauczyciela	22
KLASA III	
2 godz. x 34 tyg.= 68 godzin	
Związki miarowe w figurach płaskich	30
Ciągi	24
Godziny do dyspozycji nauczyciela	14
KLASA IV	
3 godz. x 28 tyg. = 84 godziny	

Rachunek prawdopodobieństwa i elementy statystyki opisowej	20
Stereometria	20
Powtórzenie materiału przed maturą	44

3.4. Indywidualizacja i motywacja

Bardzo ważnym aspektem w procesie nauczania matematyki jest indywidualizacja pracy, która ma na celu indywidualne podejście do każdego ucznia. Nie jest to sprawa prosta, ale można dobrze to zaplanować. Na początek w klasach pierwszych przeprowadza się testy diagnostyczne, które dają rozeznanie, jakie są umiejętności poszczególnych uczniów. Wskazane byłoby przygotowanie zestawów zadań dla uczniów mających trudności z danym zagadnieniem i systematyczne kontrolowanie ćwiczonych sprawności. Jeśli chodzi o uczniów zdolnych, zaproponować koła zainteresowań, podsyłać ciekawe i trudne zadania, rozwijać pasję i umiejętności. W klasach maturalnych wskazane byłyby konsultacje indywidualne po zajęciach. Zaangażowanie nauczyciela jak i samych zainteresowanych dałoby mierzalne efekty pracy na sprawdzianach, testach, egzaminie maturalnym.

Motywowanie to kolejna ważna sprawa, której należałoby poświęcić więcej uwagi. Uczniowie mogą być motywowani nie tylko poprzez nagradzanie i wspieranie, ale także przez stosowanie kar przewidzianych statutem szkoły. Najbardziej skuteczną jest motywacja pozytywna i ona powinna dominować, zwłaszcza gdy uczniowie są młodszy. Warto wykorzystać wszelkie pomysły zachęcające uczniów do nauki. Trzeba też mieć świadomość, że poza jasnymi i precyzyjnymi kryteriami, na dobór oceny mają także wpływ jej formy niewerbalne i symboliczne. Uczeń powinien uświadomić sobie rolę edukacji w życiu i warto mu to często przypominać. Wskazywać dziedziny wiedzy, gdzie matematyka jest często wykorzystywana, dobierając odpowiednio zadania w kontekście praktycznym.

3.5. Sposoby i formy sprawdzania i oceniania

Jednym z najtrudniejszych zadań stojących przed nauczycielem jest sprawdzanie i ocenianie osiągnięć uczniów. Głównymi obszarami oceniania powinny być: wiedza zdobyta przez ucznia, umiejętności pozwalające uczniowi na gromadzenie i pogłębianie wiedzy, umiejętności społeczne, komunikacyjne, a także postawa młodego człowieka, wyrażająca się w dążeniu do samorealizacji. Najłatwiej ocenić wiedzę, jaką uczeń posiada, trudniej pozostałe obszary. Dlatego należy świadomie dobierać różne metody i formy pracy, aby móc ucznia obserwować i oceniać jego umiejętności w różnych sytuacjach. Ocenianie ma sprawdzać postępy ucznia, uświadamiać mu braki i trudności w nabywaniu różnych umiejętności, ale także zachęcać go do dalszej pracy i pokonywania trudności. Niezwykle ważne jest, aby system oceniania był jasny i czytelny dla uczniów i rodziców.

Największą trudność sprawia ustalenie, na ile uczeń rozumie to, co robi. Bardzo ważne jest więc stawianie mu pytań sprawdzających zrozumienie kolejnych etapów pracy; Metody sprawdzania osiągnięć ucznia powinny być różnorodne. Nie należy przy tym każdego sprawdzania umiejętności kończyć oceną wyrażoną stopniem. Uczeń powinien kształcić się na własnych błędach oraz twórczo poszukiwać właściwych rozwiązań. Uczniom należy zadawać pracę do domu. Jest to konieczne ze względu na zbyt duży zakres materiału w stosunku do liczby godzin. Praca taka spełni swoje zadanie, o ile nauczyciel będzie kontrolował poprawność jej wykonania, co nie powinno jednak łączyć się z oceną na stopień.

Oczywiście, nie trzeba rezygnować z tradycyjnej formy odpowiedzi ustnej ocenianej stopniem. Uczeń powinien umieć prezentować swoje umiejętności na forum klasy, to przygotowuje go do wystąpień publicznych. Warto tak zaplanować lekcje, aby w ciągu semestru każdy otrzymał przynajmniej jedną ocenę z odpowiedzi ustnej. Pisemne sprawdziany wiadomości to zwykle kartkówki, prace klasowe oraz różnego rodzaju testy. Krótkie kartkówki są wygodną formą kontroli umiejętności nabytych w trakcie ostatnich (3-4) lekcji. Powinny być raczej oceną sprawności rachunkowej, znajomości i stosowania definicji itp., niż rozwiązywaniem zadań problemowych. Po większej partii materiału przeprowadza się na ogół godzinne prace klasowe. Poszczególnym formom oceniania można nadać różną wagę.

Przygotowanie prawidłowego zestawu zadań jest dla nauczyciela swoistym wyzwaniem, gdyż:

- liczba zadań nie powinna przekraczać trzech, czterech.
- zadania powinny mieć zróżnicowany stopień trudności.
- rozwiązania powinny dać możliwość oceny pracy w pełnej skali, od niedostatecznej do celującej.
- część z postawionych problemów powinna dawać szansę na wykazanie się myśleniem twórczym.

OGÓLNE KRYTERIA OCENY OSIĄGNIĘĆ MATEMATYCZNYCH UCZNIĄ:

Ocena dopuszczający:

Uczeń:

- intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Ocena dostateczny:

Uczeń:

- podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- korzysta z kalkulatora;
- zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Ocena dobry:

Uczeń:

- przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Ocena bardzo dobry:

Uczeń:

- zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- stosuje nowe twierdzenia;
- ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);
- zna dowody twierdzeń objętych programem;
- rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych.

Ocena celujący:

Uczeń:

- analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

4. Opis założonych osiągnięć ucznia

Liczby i ich zbiory

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- stosować prawidłowo pojęcie zbioru;
- podać przykłady zbiorów skończonych i nieskończonych;
- wypisać wszystkie elementy prostych zbiorów skończonych;
- stosować prawidłowo pojęcia zbioru pustego, podzbioru, zbiorów równych;
- wykonywać podstawowe działania na zbiorach (suma, część wspólna, różnica zbiorów);
- podać przykłady podzbiorów danego zbioru;
- powiedzieć, jakiej postaci są liczby naturalne, całkowite, wymierne;
- rozwiązać proste zadanie tekstowe dotyczące liczb całkowitych;
- wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb naturalnych;
- odróżniać liczby pierwsze i liczby złożone;
- zamieniać ułamek zwykły na ułamek dziesiętny;
- podać przykłady liczb niewymiernych;
- podać przybliżenie dziesiętne liczby (np. korzystając z kalkulatora) zadaną dokładnością;
- stosować kolejność działań w zbiorze liczb rzeczywistych;
- stosować wzory skróconego mnożenia;
- obliczyć średnią arytmetyczną n liczb;
- rozwiązywać zadania tekstowe dotyczące średniej arytmetycznej;
- porównać liczby wymierne;
- odróżnić liczbę wymierną od niewymiernej;
- porównać liczby rzeczywiste (np. korzystając z kalkulatora);
- stosować własności działań na potęgach o wykładniku wymiernym;
- wykonać działania na pierwiastkach;
- wyłączać czynnik spod pierwiastka;
- włączać czynnik pod pierwiastek;
- usuwać niewymierność z mianownika ułamka;
- wykonać działania dodawania, odejmowania i mnożenia na liczbach niewymiernych;
- wskazać różnicę między definicją pierwiastka stopnia parzystego a definicją pierwiastka stopnia nieparzystego;
- wykonywać działania na pierwiastkach wyższych stopni;
- wyłączać czynnik spod pierwiastka wyższego stopnia;
- włączać czynnik pod pierwiastek wyższego stopnia;
- wyznaczyć na osi liczbowej daną liczbę wymierną;
- posługiwać się potęgami o wykładnikach wymiernych;
- stosować pojęcie logarytmu;
- stosować wzory na logarytm iloczynu i logarytm ilorazu;
- zaznaczać na osi liczbowej przedziały liczbowe;
- wyznaczyć sumę i część wspólną przedziałów liczbowych;
- obliczyć wartość bezwzględną liczby rzeczywistej

- stosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania prostych równań i nierówności;
- obliczyć odległość dwóch liczb na osi liczbowej;
- obliczyć $p\%$ danej wielkości w ;
- obliczyć wielkość w , gdy dany jest jej procent;
- obliczyć, jakim procentem wielkości w jest wielkość a ;
- wykonać w pamięci proste obliczenia typu: o 50% więcej niż 10, o 200% więcej od 15, o 20% mniej od 50 itp.;
- prawidłowo odczytać informacje zawarte w różnego rodzaju diagramach statystycznych;
- obliczyć błąd bezwzględny i względny przybliżenia;
- oszacować wartość wyrażenia liczbowego;
- przekształcić proste wyrażenia algebraiczne;
- sprawdzić, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania, nierówności I stopnia z jedną niewiadomą;
- rozwiązać równanie i nierówność I stopnia z jedną niewiadomą;
- rozwiązać układ nierówności I stopnia i zapisać wynik w postaci przedziału liczbowego;
- ułożyć równanie do zależności przedstawionej tekstem;

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- odróżniać relację należenia od relacji zawierania;
- porządkować zbiory zgodnie z relacją zawierania (w prostych przykładach);
- wypisać wszystkie podzbiory zbioru 1, 2, 3 i 4-elementowego;
- stosować ogólny zapis liczb naturalnych parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.;
- uzasadnić niewykonalność dzielenia przez zero;
- zapisać liczbę naturalną w postaci np. $3n+k$ ($k=0,1,2$);
- zamieniać ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły;
- rozwiązywać zadania wymagające użycia zapisu wykładniczego;
- konstruować odcinki o długości wyrażonej liczbą niewymierną;
- usuwać niewymierność w mianowniku ułamka (np. suma lub różnica pierwiastków);
- wykonywać bardziej złożone działania na przedziałach liczbowych;
- prawidłowo zastosować definicję wartości bezwzględnej podczas przekształcania wyrażeń algebraicznych;
- stosować własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- stosować wzór na logarytm potęgi o wykładniku naturalnym;
- rozwiązać zadanie tekstowe wymagające zastosowania pierwiastków wyższych stopni;
- porównywać pierwiastki (bez stosowania kalkulatora);
- krytycznie czytać teksty zawierające uśrednione dane;
- obliczyć, o ile procent wielkość a jest większa (mniejsza) od wielkości b ;
- swobodnie operować pojęciem punktu procentowego;
- krytycznie czytać teksty zawierające i komentujące dane procentowe;
- rozwiązywać złożone zadania tekstowe prowadzące do równania (układu równań) z wykorzystaniem obliczeń procentowych;
- przeprowadzić proste badanie statystyczne, opracować i zaprezentować jego wyniki;
- ocenić dokładność zastosowanego przybliżenia

Funkcje i ich własności

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- rozpoznać funkcje wśród przyporządkowań;
- podać przykłady zależności funkcyjnych w otaczającej nas rzeczywistości;
- określać funkcje na różne sposoby (diagram, tabela, wzór, wykres, opis słowny);
- obliczyć wartości funkcji dla różnych argumentów;
- wyznaczyć dziedzinę funkcji na podstawie diagramu, tabeli, opisu słownego;
- wyznaczyć, w prostych przypadkach, dziedzinę na podstawie wzoru funkcji;
- znaleźć, w prostych przypadkach, zbiór wartości funkcji o danej dziedzinie i wzorze;
- swobodnie operować układem współrzędnych;
- rozpoznać funkcje wśród wykresów;
- sporządzić wykresy funkcji o kilkuelementowej dziedzinie;
- narysować wykres funkcji liniowej i kawałkami liniowej;
- na podstawie wykresu funkcji odczytać jej dziedzinę;
- na podstawie wykresu funkcji odczytać zbiór jej wartości;
- na podstawie wykresu funkcji wskazać największą wartość funkcji i najmniejszą;
- wartość funkcji (w całej dziedzinie lub w podanym przedziale);
- na podstawie wykresu funkcji odczytać jej miejsca zerowe;
- znajdować miejsca zerowe funkcji w przypadku, gdy prowadzi to do rozwiązywania równań liniowych;
- na podstawie wykresu funkcji określić liczbę rozwiązań równania $f(x)=m$ dla ustalonej wartości m ;
- odczytać z wykresu funkcji rozwiązanie nierówności $f(x)>m$, $f(x)<m$;
- określić przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu;
- przesunąć wykres funkcji wzdłuż osi x zgodnie z podanym wzorem $y=f(x-a)$;
- przesunąć wykres funkcji wzdłuż osi y zgodnie z podanym wzorem $y=f(x)+b$;
- narysować wykres funkcji $y=f(x-a)+b$ mając dany wykres albo wzór funkcji ;
- sporządzać wykresy funkcji wykładniczej (przy różnych podstawach) i opisywać jej własności;

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- wyznaczyć zbiór wartości funkcji zdefiniowanych w bardziej złożony sposób;
- znaleźć na podstawie zadania tekstowego zależność funkcyjną między dwiema wielkościami i wyznaczyć dziedzinę otrzymanej funkcji;
- narysować wykres funkcji na podstawie wykonanych pomiarów różnych zjawisk;
- na podstawie wykresu funkcji określić liczbę rozwiązań równania $f(x)=m$ w zależności od wartości m ;
- znajdować miejsca zerowe funkcji o dziedzinie ograniczonej pewnym warunkiem;
- uzasadnić, że funkcja $f(x)=1/x$ nie jest monotoniczna na swojej dziedzinie;
- odczytać z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu $f(x)<g(x)$;
- zaprojektować wykresy funkcji o zadanych własnościach;

Funkcja liniowa

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- zaznaczać punkty oraz zbiory na płaszczyźnie kartezjańskiej;
- rozpoznać wielkości wprost proporcjonalne;
- narysować wykres funkcji liniowej i omówić jej własności;
- podać wzór funkcji liniowej na podstawie jej wykresu;
- narysować wykres funkcji kawałkami liniowej i omówić jej własności;

- podać zależność funkcyjną między wielkościami wprost proporcjonalnymi opisanymi w zadaniu tekstowym;
- przekształcić równanie prostej z postaci kierunkowej do ogólnej i odwrotnie;
- wyznaczyć punkty przecięcia prostej (opisanej równaniem w postaci ogólnej) z osiami układu współrzędnych;
- sprawdzić rachunkowo, czy dany punkt leży na danej prostej;
- wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty;
- sprawdzić współliniowość punktów (na płaszczyźnie kartezjańskiej);
- wyznaczyć część wspólną dwóch prostych na płaszczyźnie kartezjańskiej;
- wyznaczyć równanie prostej równoległej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt;
- wyznaczyć równanie prostej prostopadłej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt;
- znajdować współrzędne wierzchołków wielokątów, mając dane równania ich boków;
- obliczyć odległości punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej;
- obliczać obwody wielokątów o danych wierzchołkach;
- obliczyć pole trójkąta prostokątnego o danych wierzchołkach;
- wyznaczyć współrzędne środka odcinka, znając współrzędne jego końców;
- wyznaczyć współrzędne końca odcinka, znając współrzędne jego środka i drugiego końca;

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- przeanalizować, jak – w zależności od współczynników (zapisanych w postaci parametrów) funkcji liniowej – zmieniają się jej własności;
- podać wzór funkcji kawałkami liniowej na podstawie jej wykresu;
- rozwiązać proste zadania z parametrem dotyczące położenia prostej na płaszczyźnie kartezjańskiej;
- rozwiązać zadanie tekstowe wymagające znalezienia wzoru funkcji liniowej na podstawie jej dwóch danych wartości;
- rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
- wyznaczyć czwarty wierzchołek równoległoboku, mając dane trzy pozostałe;
- rozwiązać zadanie z geometrii analitycznej, wykorzystując równoległość i prostopadłość prostych;
- obliczyć odległość punktu od prostej;
- rozwiązać zadanie z geometrii analitycznej, wykorzystując wzór na środek odcinka;

Funkcja kwadratowa

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- narysować wykres funkcji $f(x) = ax^2$ i podać jej własności;
- narysować wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podać jej własności;
- określić własności (zbiór wartości, przedziały monotoniczności, wartość ekstremalną) funkcji kwadratowej na podstawie jej postaci kanonicznej;
- przekształcić wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do ogólnej i odwrotnie
- obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli;
- wyznaczyć wartość największą i wartość najmniejszą funkcji kwadratowej w podanym przedziale;
- rozwiązać równanie kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki;

- określić liczbę pierwiastków równania kwadratowego na podstawie znaku wyróżnika;
- rozwiązać równanie kwadratowe za pomocą wzorów na pierwiastki;
- sprowadzić funkcję kwadratową do postaci iloczynowej;
- odczytać miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej;
- rozwiązać nierówność kwadratową;
- zapisać równanie okręgu o danym środku i promieniu;
- wyznaczyć z równania okręgu jego środek i promień;
- narysować okrąg i koło na płaszczyźnie kartezjańskiej.

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- przekształcić parabolę przez symetrię względem prostej równoległej do osi x lub osi y układu współrzędnych oraz napisać równanie otrzymanego obrazu tej paraboli;
- narysować wykres i opisać własności funkcji przedziałami kwadratowej;
- znaleźć brakujące współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej wykresie;
- rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do szukania wartości ekstremalnych funkcji kwadratowej;
- rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do równania kwadratowego;
- wykonać działania na zbiorach rozwiązań nierówności kwadratowych;
- znaleźć równanie okręgu na podstawie różnych informacji o jego położeniu.

Wielomiany i funkcje wymierne

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- rozpoznać, które wyrażenia algebraiczne są jednomianami i określić ich stopień;
- wykonać redukcję jednomianów podobnych;
- napisać wielomian o danych współczynnikach i wypisać współczynniki danego wielomianu;
- określić stopień wielomianu oraz obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu;
- dobrać wartości parametrów tak, aby dwa wielomiany były równe;
- przekształcić wielomiany z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;
- wykonać działania arytmetyczne w zbiorze wielomianów;
- odczytać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej;
- rozłożyć wielomian na czynniki metodą grupowania wyrazów;
- sprawdzić, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;
- rozwiązać proste równanie wielomianowe metodą rozkładu na czynniki;
- określić stopień jednomianu i wielomianu wielu zmiennych;
- zredukować jednomiany podobne (wielu zmiennych);
- obliczyć wartość wielomianu dla podanych wartości zmiennych;
- zapisać zależność między danymi wielkościami za pomocą wielomianu wielu zmiennych
- dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany wielu zmiennych;
- skrócić i rozszerzyć wyrażenia wymierne;
- sprowadzić wyrażenia wymierne do wspólnego mianownika;
- dodać i odjąć wyrażenia wymierne;
- mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- uprościć wyrażenia wymierne;
- rozwiązać równanie wymierne prowadzące do równania liniowego lub kwadratowego;
- wyznaczyć (w prostych przypadkach) ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych;

- opisywać związki pomiędzy wielkościami liczbowymi za pomocą równań lub nierówności;
- rozwiązać (w prostych przypadkach) zadania praktyczne związane z proporcjonalnością odwrotną;
- narysować wykres i podać własności funkcji $y = a/x$.

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- podać przykład wielomianu, znając np. jego miejsca zerowe i stopień;
- rozłożyć na czynniki wielomiany nie mające pierwiastków;
- sprowadzić wyrażenie wymierne do najprostszego wspólnego mianownika w sytuacjach wymagających stosowania np. wzoru na sumę sześciątów;
- rozwiązać (w bardziej skomplikowanych przypadkach) zadania praktyczne związane z proporcjonalnością odwrotną;
- określić (w prostych przypadkach) dziedzinę funkcji wymiernej;
- narysować wykres i opisać własności funkcji $f(x) = a/(x-p) + q$;
- wyznaczyć ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych w przypadkach wymagających wykonania bardziej skomplikowanych przekształceń.

Planimetria

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- określić wzajemne położenie dwóch okręgów;
- określić wzajemne położenie okręgu i prostej;
- zastosować w zadaniach warunki wewnętrznej i zewnętrznej styczności okręgów;
- wskazać kąty środkowe i wpisane oparte na danych łukach;
- zastosować twierdzenie o zależności między kątem środkowym, kątami wpisanymi i kątem między styczną a cięciwą (wyznaczonymi przez ten sam łuk);
- stosować wzory na pole i obwód podstawowych figur geometrycznych (trójkąt, czworokąt, koło);
- obliczyć potrzebne wielkości z trójkątów prostokątnych o kątach 30° , 60° lub 45° wykorzystując wzór na wysokość trójkąta równobocznego i przekątną kwadratu;
- rozwiązać proste zadania tekstowe prowadzące do obliczania pól i obwodów figur geometrycznych;
- korzystać z twierdzenia Pitagorasa oraz związków miarowych w trójkącie prostokątnym;
- rozpoznać odcinki proporcjonalne;
- wykorzystać twierdzenie Talesa do obliczenia długości odcinków;
- podzielić konstrukcyjnie odcinek w zadanym (wymiernym) stosunku;
- rozwiązać proste zadania z zastosowaniem twierdzenia Talesa;
- sprawdzić czy dane (np. na płaszczyźnie kartezjańskiej) figury są podobne;
- obliczyć długości boków figur podobnych, wykorzystując skalę podobieństwa;
- oszacować rzeczywistą odległość między punktami, znając odległość między tymi punktami na mapie i skalę mapy;
- zastosować w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych;
- sprawdzić czy dwa trójkąty są podobne, stosując cechy podobieństwa;
- prawidłowo zapisać proporcje boków w trójkątach podobnych
- stosować podobieństwo trójkątów w elementarnych zadaniach;
- obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, mając dane boki tego trójkąta;

- obliczyć długości boków i kąty trójkąta prostokątnego, mając dany jeden bok i wartość funkcji trygonometrycznej jednego z kątów ostrych;
- podać wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30° , 60° i 45° ;
- odczytać z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego;
- stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi;
- znaleźć w tablicach kąt ostry, znając wartość jego funkcji trygonometrycznej;
- obliczyć wartości wszystkich funkcji trygonometrycznych kąta, znając jedną z nich;
- udowodnić prostą tożsamość trygonometryczną.

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- udowodnić twierdzenie o odcinkach stycznych;
- udowodnić twierdzenie Pitagorasa;
- wyprowadzić związki miarowe w trójkącie prostokątnym;
- skonstruować odcinek o długości równej średniej geometrycznej dwóch odcinków danych;
- konstruować odcinki o szukanych długościach w oparciu o twierdzenie Talesa i twierdzenie Pitagorasa;
- swobodnie operować skalą map;
- stosować podobieństwo trójkątów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;
- rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do wyznaczania kątów i boków w trójkącie prostokątnym z zastosowaniem trygonometrii.

Ciągi

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- obliczyć n -ty wyraz ciągu, znając jego wzór ogólny;
- wyznaczyć miejsce zerowe ciągu o danym wzorze ogólnym;
- narysować wykres ciągu;
- odczytać z wykresu własności ciągu;
- rozpoznać ciąg arytmetyczny;
- obliczyć n -ty wyraz ciągu arytmetycznego, znając wyraz pierwszy i różnicę;
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny, znając jego dwa wyrazy;
- obliczyć sumę n początkowych wyrazów danego ciągu arytmetycznego;
- rozpoznać ciąg geometryczny;
- obliczyć n -ty wyraz ciągu geometrycznego, znając wyraz pierwszy i iloraz;
- wyznaczyć ciąg geometryczny, znając jego dwa wyrazy;
- obliczyć sumę n początkowych wyrazów danego ciągu geometrycznego;
- zastosować w zadaniach zależność między kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego lub ciągu geometrycznego;
- rozwiązać proste zadanie tekstowe, w którym dane wielkości są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego lub ciągu geometrycznego;
- wyznaczyć wielkości zmieniające się zgodnie z zasadą procentu składanego;
- obliczyć wartość lokaty, znając stopę procentową, okres rozrachunkowy i czas oszczędzania;

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- podać wzór ogólny ciągu, znając kilka początkowych wyrazów;
- zbadać monotoniczność ciągu;
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny, znając np. jeden z jego wyrazów i iloczyn pewnych dwóch wyrazów lub dwie sumy częściowe itp.;

- obliczyć, ile wyrazów danego ciągu arytmetycznego należy dodać, aby otrzymać określoną sumę;
- zastosować w zadaniach zależność między kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego lub ciągu geometrycznego;
- rozwiązać zadania wymagające jednoczesnego stosowania własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego;
- obliczyć wartość lokaty o zmieniającym się oprocentowaniu;
- obliczyć wysokość raty kredytu spłacanego (w równych wielkościach) systemem procentu składanego;
- obliczyć wysokości rat malejących;
- porównać zyski z różnych lokat i różne sposoby spłacania kredytu.

Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- rozpoznać, czy dana sytuacja jest doświadczeniem losowym;
- określić zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego;
- zliczyć obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- stosować zasadę mnożenia;
- obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia A z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa;
- obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych zadaniach o monetach, kulach i kartach;
- wyznaczyć sumę, iloczyn, różnicę danych zdarzeń;
- rozpoznać zdarzenia wykluczające się;
- wyznaczyć medianę, dominantę, średnią i rozstęp danych surowych;
- obliczyć średnią ważoną wyników;
- odczytać podstawowe informacje z wykresu, diagramu, histogramu;
- zaprezentować dane w postaci diagramu kołowego, diagramu słupkowego, wykresu;
- narysować histogram.

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- zastosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo sumy dwóch zdarzeń;
- zastosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego;
- rozwiązać zadania dotyczące średniej ważonej (np. znajdować brakujące wagi);
- obliczyć odchylenie przeciętne, wariancję i odchylenie standardowe zbioru danych;
- narysować histogram wymagający zgrupowania danych w klasy;
- porównać różne zestawy danych surowych na podstawie opisujących je parametrów (w prostych przypadkach).

Stereometria

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- wskazać płaszczyznę równoległą i prostopadłą do danej płaszczyzny
- wskazać proste równoległe i prostopadłe do danej płaszczyzny;
- odróżnić proste równoległe od prostych skośnych;
- wskazać proste prostopadłe w przestrzeni;
- wyznaczyć kąt nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa;
- wyznaczyć kąt nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa;

- rozpoznawać graniastosłupy proste i pochyłe, równoległościanny i prostopadłościanny;
- rysować siatki graniastosłupów i ostrosłupów wypukłych;
- zastosować w zadaniach związek między liczbą ścian, krawędzi i wierzchołków graniastosłupów i ostrosłupów wypukłych;
- wskazać promień podstawy, wysokość i tworzące walca oraz stożka. zastosować w zadaniach związek między nimi;
- wskazać kąt rozwarcia stożka oraz kąt nachylenia tworzącej do podstawy;
- zastosować funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków i miar kątów w bryłach;
- obliczyć objętość i pole powierzchni graniastosłupa, ostrosłupa, walca, stożka i kuli.

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- wyznaczyć kąt nachylenia odcinka w graniastosłupie do ściany nie będącej podstawą graniastosłupa;
- wyznaczyć kąt dwuścienny między ścianami bocznymi ostrosłupa;
- rozpoznać wielościany foremne i opisać ich podstawowe własności;
- zbadać własności brył powstałych z obrotu wokół osi różnych figur płaskich (np. sumy dwóch trójkątów);
- wyznaczyć objętość i pole powierzchni brył, w których dane mają postać wyrażeń algebraicznych i doprowadzić wynik do prostej postaci;
- obliczyć objętość i pole powierzchni brył, mając nietypowe dane (np. kąt między ścianami bocznymi ostrosłupa lub kąt nachylenia przekątnej ściany bocznej graniastosłupa trójkątnego do sąsiedniej ściany).



5. Procedura ewaluacji programu nauczania

Ewaluacja programu obejmuje: ocenę projektu programu oraz ocenę jego skuteczności. Ocena projektu programu obejmuje: autoewaluację oraz ocenę dokonaną przez trenera.

Ocena skuteczność programu obejmuje:

- analizę wyników dwukrotnego pomiaru osiągnięć uczniów uczestniczących w projekcie przygotowanego i przeprowadzonego zgodnie z zasadami pomiaru dydaktycznego, przed i po realizacji programu.
- odpowiedź na szereg pytań zawartych w tabeli 2.

Produktem końcowym tej części ewaluacji programu będzie raport ewaluacyjny dający odpowiedź na pytania zawarte w tabeli 1 sporządzony przez dokonujących oceny.

Wyniki tej części ewaluacji zadecydują o zatwierdzeniu tego projektu programu do realizacji.

Produktem końcowym tej oceny będzie raport ewaluacyjny.

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych/raport	Uwagi
Przed rozpoczęciem realizacji programu	a) projekt autorskiego programu nauczania	<p>Czy i w jakim stopniu projekt uwzględnia zasoby realizatora?</p> <p>Czy i w jakim stopniu projekt uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców?</p> <p>Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania MKKE?</p> <p>Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie?</p> <p>Czy projekt programu</p>	<p>Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny (załącznik nr1)</p> <p>j. w.</p> <p>j. w.</p> <p>j.w.</p> <p>Odpowiedź „TAK”</p>	<p>Studium przypadku. analiza wyników diagnozy implementacji Kompetencji Kluczowych oraz danych z arkusza oceny programu.</p>	ZSE im. Mikołaja Kopernika w Kielcach	Raport ewaluacyjny	



		zawiera propozycję oceny jego skuteczności? Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu oceny programu?	Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny (załącznik nr1				
--	--	---	---	--	--	--	--

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych/raport	Uwagi
W czasie realizacji programu	a) skuteczność programu	Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu?	Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas.	Analiza dokumentów		Raport ewaluacyjny	
		W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy dydaktycznych	Analiza dokumentów		Raport ewaluacyjny.	
		Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły?	Wzrost o 20% liczby hospitacji dyrektora. udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym	Analiza dokumentów m. In. Wyników monitoringu.		Raport ewaluacyjny.	
		Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	Przewaga metod aktywizujących nad podającymi.	Analiza dokumentów. Obserwacja.		Raport ewaluacyjny	

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych/raport	Uwagi
Na koniec realizacji programu		Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu	Co najmniej przeciętne wyniki w skalach KI i JK arkusza (załącznik2	Ankietowanie uczniów.	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu.	
		W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu	Wzrost o minimum 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających	Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”.	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny Promocja projektu. Promocja	



Po pewnym czasie od realizacji programu.		programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie MKKE? Na ile trwałe są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?	opanowanie MKKE) Wzrost o minimum 20% średniego wyniku matury z matematyki.	Analiza dokumentów (z wynikami egzaminu maturalnego)	Wszyscy uczestnicy	szkoły w środowisku Raport ewaluacyjny. Promocja projektu – konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie.	
--	--	---	--	--	--------------------	--	--

6. Oprzyrządowanie programu niezbędne do realizacji programu

Podręcznik:

1. **MATEMATYKA 1.** *Prosto do matury.* Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym. Maciej Antek, Krzysztof Belka, Piotr Grabowski. Wydawnictwo Nowa Era. Warszawa 2008.
2. **MATEMATYKA 2.** *Prosto do matury.* Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym. Maciej Antek, Krzysztof Belka, Piotr Grabowski. Wydawnictwo Nowa Era. Warszawa 2008.
3. **MATEMATYKA 3.** *Prosto do matury.* Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym (jeszcze nie dostępne na rynku).
4. **MATEMATYKA – TESTY MATURALNE.** Zbiór zadań i testów maturalnych do obowiązkowej matury z matematyki. D. Masłowska, t. Masłowski, A. Makowski, P. Nodzyński, E. Słomińska, A. Strzelczyk. Wydawnictwo Aksjomat. Toruń 2009.
5. **MATURA Z MATEMATYKI OD ROKU 2010.** Zbiór zadań maturalnych z zakresu kształcenia podstawowego. Praca zbiorowa pod redakcją Alicji Cewe i Haliny Nahorskiej. Gdańsk 2009.

L.p.	Niezbędne do realizacji programu	Środki na wyposażeniu pracowni	Brakujące środki do realizacji MKKE	Uwagi
1.	Podręczniki ,zbiory zadań.	+	+	
2.	Tablice poglądowe	+	zakup nowych	
3.	Modele brył przestrzennych		+	
4.	Przyrządy kreślarskie	+	zakup nowych	
5.	Poradniki dla nauczyciela		zakup nowych	
6.	Kalkulatory graficzne i proste		zakup nowych	do pracy w grupach
7.	Nośnik pamięci zewnętrznej		zakup nowych	
8.	Urządzenie wielofunkcyjne		+	
9.	Laptop		+	
10.	Rzutnik		+	
11.	Ekran podwieszany do sufitu		+	
12.	Sprawdziany diagnozujące na wstępie.		+	
13.	Testy do sprawdzania osiągnięć uczniów na poszczególnych poziomach.		+	
14.	Kreda kolorowa		+	
15.	Arkusze papieru i masa mocująca.		+	do pracy w grupach



Bibliografia

- [1] M.Kurczab, E. Kurczab, E. Świda - *Matematyka. Program nauczania w liceach i w technikach. zakres podstawowy.* Warszawa 2008.
- [2] M. Antek, P. Grabowski – *Matematyka 1, Matematyka2. Poradnik metodyczny, liceum ogólnokształcące, liceum profilowane i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym.* Warszawa 2008.
- [3] M. Sobczak – *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki.* Lublin 2009.



Autor
Jolanta Gad

MATEMATYKA

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

Technikum Nr 6
w Zespole Szkół Ekonomicznych
im. Mikołaja Kopernika
w Kielcach

Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Nota o autorze.....	5
Wstęp.....	5
Uwarunkowania realizacji programu.....	10
1. Cele programu	13
1.1. Ogólne cele edukacyjne (W1-W2-W3-W4-W5, U1-U2-U3-U4) oraz wychowawcze (P1-P2-P3).....	13
1.2. Przykładowe szczegółowe cele edukacyjne kształtujące MKKE.....	14
2. Treść nauczania, szczegółowe cele edukacyjne i założone osiągnięcia uczniów	16
3. Procedury osiągania szczegółowych celów edukacyjnych	32
3.1. Zasady nauczania.....	32
3.2. Metody nauczania.....	33
3.3. Sposoby i formy sprawdzania osiągnięć	36
3.4. Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia.....	37
4. Środki dydaktyczne i oprzyrządowanie programu	39
5. Ewaluacja programu	40
Bibliografia.....	46



Nota o autorze

Autor programu: mgr Jolanta Gad – nauczyciel matematyki w Zespole Szkół Ekonomicznych im. Mikołaja Kopernika w Kielcach, nauczyciel dyplomowany, egzaminator egzaminu maturalnego z matematyki.

Wstęp

Prezentowany program to program nauczania matematyki w zakresie podstawowym dla uczniów technikum. Program powstał w ramach projektu „Szkoła Kluczowych Kompetencji. Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej”. Program w pełni respektuje dokumenty obowiązujące w polskim systemie edukacji:

1. Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 sierpnia 2007r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. nr 157, poz. 1100)
2. Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 roku zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz. U. z 2007 r., Nr 157, poz. 1102)
3. Rozporządzeniem Ministra Edukacji z dnia 8 czerwca 2009 roku w sprawie dopuszczenia do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczenia do użytku szkolnego podręczników (Dz. U. Nr 89, poz. 730)
4. Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 roku w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (2006/962/WE)

Jest to program spiralny, fragmentami liniowy i koncentryczny.

Liczba godzin w cyklu nauczania: 2,5godz. – 2 godz. – 2 godz. – 3 godz.

Program adresowany jest do uczniów technikum, ze szczególnym uwzględnieniem uczniów zdobywających zawód technika ekonomisty. Z konsultacji z nauczycielami przedmiotów zawodowych wynika, że pozytywne złożenie egzaminu potwierdzającego kwalifikacje zawodowe i zdobycie tytułu technika ekonomisty nie wymaga znajomości szczególnych treści objętych programem nauczania matematyki. Konieczna jest przede wszystkim doskonała umiejętność liczenia i jak w każdym zawodzie umiejętność logicznego myślenia, planowania pracy. Przy realizacji treści programowych wszędzie, gdzie jest to możliwe należy je łączyć z pojęciami związanymi z ekonomią: lokaty, kredyty, krzywe popytu, podaży, wykresy bezrobocia, PKB, kursy walut, itp. W programie przewidziano realizację tematów z pakietu edukacyjnego „Lekcje z ekonomią w tle – matematyka” (NBP, Warszawa 2006). Głównym celem tego pakietu jest przedstawienie różnorodnych pomysłów na wprowadzanie zagadnień ekonomicznych do treści nauczania

różnych przedmiotów. Propagowanie i upowszechnianie tematyki ekonomicznej oraz kształtowanie ekonomicznego sposobu myślenia, warunkujących aktywne uczestnictwo w życiu gospodarczym zapewnia realizacja tego programu poprzez realizację między innymi tematów lekcji, takich jak:

- procenty w bankach – lokaty;
- analiza danych statystycznych z ekonomicznego punktu widzenia;
- projekt – inflacja na co dzień;
- wynagrodzenie brutto i netto;
- funkcje – zastosowanie w praktyce;
- krzywe popytu i podaży;

Parlament Europejski i Rada Europy, w grudniu 2006 roku zaleciły państwom członkowskim rozwijanie kompetencji kluczowych dla wszystkich, z równoczesnym wykorzystaniem dokumentu „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” (Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 roku w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie). Kompetencje kluczowe zdefiniowane przez Parlament Europejski to te, których wszyscy potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia. Kompetencje kluczowe definiowane są jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

Ustanowiono osiem kompetencji kluczowych:

1. porozumiewanie się w języku ojczystym;
2. porozumiewanie się w językach obcych;
3. kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo-techniczne;
4. kompetencje informatyczne;
5. umiejętność uczenia się;
6. kompetencje społeczne i obywatelskie;
7. inicjatywność i przedsiębiorczość;
8. świadomość i ekspresja kulturalna.

Realizacja tego programu pozwala na kształcenie przede wszystkim kompetencji matematycznych, które obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Istotne są zarówno proces i czynność, jak i wiedza, przy czym podstawę stanowi należyte opanowanie umiejętności liczenia. Kompetencje matematyczne obejmują - w różnym stopniu - zdolność i chęć wykorzystania matematycznych sposobów myślenia (myślenie logiczne i przestrzenne) oraz prezentacji (wzory, modele, wykresy, tabele).

Niezbędna wiedza, umiejętności i postawy związane z tą kompetencją to:

Wiedza:

- rozumienie terminów i pojęć matematycznych – W 1;
- dobrze opanowana umiejętność liczenia – W 2;
- znajomość miar i struktur – W 3;
- znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej - W 4;
- świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź – W 5;

Umiejętności:

- stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny) – U 1;
- śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny) – U 2;

- przekazywać komunikaty stosując język matematyczny – U 3;
- korzystać z tekstu matematycznego – U 4.

Postawy:

- przejawiać szacunek do prawdy – P 1;
- dążyć do szukania przyczyn – P 2;
- oceniać zasadność wnioskowań i działań – P 3.

W polskim systemie Edukacji nauczanie matematyki w technikum obliuguje do realizacji treści zawartych w Podstawie programowej, standardów wymagań egzaminacyjnych oraz stosowania trzech poziomów celów nauczania matematyki wg Zofii Krygowskiej (cele najbardziej reprezentatywne dla polskich dydaktyków). Cele te to:

- podstawowe wiadomości i umiejętności (I);
- aktywności matematyczne ;(II)
- postawy i zachowania intelektualne (III).

Istnieje pełna zgodność obowiązujących w polskiej szkole Podstawy programowej i Standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania egzaminu maturalnego z matematyki, celów wskazywanych przez polskich matematyków z kluczowymi kompetencjami matematycznymi w ujęciu europejskim - Tabela 1. Zgodność ta wskazuje na konieczność modyfikowania nie tyle celów nauczania i materiału nauczania, co sposobów nauczania eksponującego cele kształcące i motywacyjne.

Tabela 1. Porównanie zapisów MKKE – matematyczne kompetencje kluczowe w ujęciu dokumentów Parlamentu Europejskiego, PP – podstawy programowej, ST_WYM - standardy wymagań maturalnych i DYD_MAT – cele kształcenia matematycznego wg dydaktyków matematyki¹

MKKE		PP	ST_WYM	DYD_MAT
Wiedza	Rozumienie terminów i pojęć matematycznych	Przyswojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych.	Wykorzystania i interpretowania reprezentacji: używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych (poziom podstawowy) oraz rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi (poziom rozszerzony).	(I) Podstawowe wiadomości i umiejętności
	Dobrze opanowana umiejętność liczenia	Usystematyzowanie wiedzy o liczbach rzeczywistych oraz nabycie sprawności wykonywania obliczeń, opanowanie reguł rachunku algebraicznego.		
	Znajomość miar i struktur	Usystematyzowanie wiedzy o liczbach rzeczywistych oraz nabycie sprawności wykonywania obliczeń. Poznanie struktury otaczającej nas przestrzeni poprzez własności klasycznych obiektów geometrycznych; rozwój wyobraźni przestrzennej.		(II) Aktywności matematyczne

¹ Sobczak M.: Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki. Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie. Lublin 2009, str. 15.



Znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej	Wdrożenie do opisywania oraz analizy zależności i zmienności za pomocą elementarnych funkcji. Poznanie elementarnych metod analizy zjawisk statystycznych i losowych oraz ich najprostszych opisów kombinatorycznych.	Modelowania matematycznego: dobiera model matematyczny do prostej sytuacji (poziom podstawowy) oraz buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia (poziom rozszerzony).	
Świadomość pytań, na które matematyka może dać	Wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji, stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji.	Rozumowania i argumentacji: prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków (poziom podstawowy) oraz tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.	

MKKE	PP	ST_WYM	DYD_MAT	
Umiejętności	Stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny)	Przygotowanie do świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne odgrywają kluczową rolę. Przyswojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych. Przyzwyczajanie do typowych elementów rozumowań matematycznych, w szczególności do stosowania pojęć takich jak; założenie, wniosek, dowód (także nie wprost), przykład i kontrprzykład.	Użycia i tworzenia strategii; stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania(poziom podstawowy) oraz tworzy strategię rozwiązywania problemu(poziom rozszerzony).	(III) Postawy i zachowania intelektualne
	Śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny)	Przyzwyczajanie do typowych elementów rozumowań matematycznych, w szczególności do stosowania pojęć takich jak; założenie, wniosek, dowód (także nie wprost), przykład i kontrprzykład.	Modelowania matematycznego: dobiera model matematyczny do prostej sytuacji (poziom podstawowy) oraz buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia (poziom rozszerzony).	(II) Aktywności matematyczne
	Przekazywać komunikaty stosując język matematyczny	Kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania.	Wykorzystania i tworzenia informacji: interpretuje tekst matematyczny i formułuje uzyskane wyniki (poziom podstawowy) oraz używa języka matematycznego	matematyczne(III) Postawy i zachowania



Korzystać z tekstu matematycznego	Wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji, stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji.	do opisu rozumowania i uzyskanych wyników (poziom rozszerzony).	
-----------------------------------	---	---	--

	MKKE	PP	ST_WYM	DYD_MAT
Postawy	Przejawiać szacunek do prawdy	Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń.		(III) Postawy i zachowania intelektualne
	Dążyć do szukania przyczyn	Wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji, stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji.		(III) Postawy i zachowania intelektualne
	Oceniać zasadność wnioskowań i działań	Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń.	Rozumowania i argumentacji: prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków (poziom podstawowy) oraz tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.	(II) Aktywności matematyczne

Uwarunkowania realizacji programu

Program będzie realizowany w Technikum nr 6 w Zespole Szkół Ekonomicznych im. M. Kopernika w Kielcach - w zawodzie technik ekonomista. Szkoła jest jedną z największych i najlepszych szkół w regionie, która prowadzi nabór do technikum ekonomicznego i handlowego. Od samego początku istnienia szkoła była ukierunkowana na kształcenie uczniów w tych specjalnościach ekonomicznych i handlowych, których potrzebowała ówczesna gospodarka. Dyrekcja szkoły i nauczyciele chcieliby, aby uczniowie ZSE byli odważnymi Europejczykami, światłymi, wykształconymi obywatelami, dla których rynek pracy Europy jest otwarty, dlatego też ciągle szukają nowych możliwości rozwoju ucznia, aby podnieść jego atrakcyjność na trudnym rynku pracy. Jedną z nich jest realizacja w szkole projektu „Szkoła Kluczowych Kompetencji”, którego celem jest zwiększenie dostępności do rozwoju kompetencji kluczowych uczniów szkół ponadgimnazjalnych w szczególności o profilu zawodowym w Polsce Wschodniej. Uczniowie ZSE najczęściej pochodzą ze środowisk wiejskich i małomiasteczkowych województwa świętokrzyskiego, z rodzin, gdzie jest niskie poczucie własnej wartości wynikające z niedostatków materialnych, braku wykształcenia i pracy. Ukończenie szkoły, zdobycie zawodu i możliwość kontynuacji nauki na studiach wyższych jest ogromną szansą dla tych uczniów.

Z „Diagnozy implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy” przygotowanej przez ZSE im. M. Kopernika w ramach realizacji projektu „Szkoła Kluczowych kompetencji”, a także z mojego wieloletniego doświadczenia wynikającego z pracy w tej szkole wnioskuję, że uczniowie technikum mają poważne problemy z opanowaniem treści objętych programem nauczania matematyki. Ich wyniki z egzaminu gimnazjalnego w części matematyczno-przyrodniczej kształtują się na poziomie 20% - 35%. W klasie pierwszej przeprowadzamy diagnozę podstawowych sprawności matematycznych po gimnazjum. Wyniki tej diagnozy są bardzo niskie i świadczą o poważnych brakach w wiadomościach uczniów w zakresie umiejętności wykonywania podstawowych działań matematycznych.

Wyniki klasyfikacji śródrocznej i rocznej są słabe. Na przykład: średnia ocen z matematyki w I semestrze roku szkolnego 2008/2009 wynosiła zaledwie 2, 22 a procentowy udział poszczególnych ocen był następujący:

- bardzo dobry - 1,9%
- dobry - 7,6%
- dostateczny – 23,95%
- dopuszczający – 43,92%
- niedostateczny – 22,62%.

W roku szkolnym 2008/2009 matematykę zdawaną jako przedmiot obowiązkowy na egzaminie maturalnym wybrało zaledwie 8 uczniów Technikum co stanowi 8,4 % zdających. Wszyscy zadeklarowali zdawanie tego egzaminu na poziomie podstawowym. Tylko jeden uczeń wybrał matematykę jako dodatkowy przedmiot egzaminacyjny.

Jedną z przyczyn tak słabych wyników nauczania matematyki jest bardzo niski poziom motywacji uczniów do nauki. Być może obowiązkowy egzamin maturalny z matematyki uświadomi uczniom konieczność systematycznej pracy, zwiększy ich motywację do nauki.

Zarówno uczniowie, jak również ich rodzice muszą mieć świadomość, że tylko solidne wykształcenie daje wolność, pewność zatrudnienia i możliwość kształtowania swojej przyszłości. Uczniowie technikum zwykle mają bardzo poważne braki w wiadomościach z wcześniejszych etapów nauczania matematyki. Dlatego też program ten zwraca szczególną uwagę na uzupełnienie tych braków. Dotyczy to przede wszystkim umiejętności wykonywania obliczeń. Treści dotyczące statystyki będą realizowane w klasie pierwszej. Da to większą możliwość kształcenia umiejętności wykonywania obliczeń już w początkowym etapie nauki w technikum. Na realizację treści dotyczących liczb rzeczywistych przewidziano zwiększoną w stosunku do tradycyjnych programów nauczania liczbę godzin. Uczniowie ci zdają egzamin maturalny i egzamin potwierdzający kwalifikacje zawodowe. Podniesienie kompetencji matematycznych na pewno będzie miało również wpływ na podwyższenie zdawalności egzaminu zawodowego.

Zrozumiałe jest, że dopiero wyniki diagnozy wstępnej i bieżącej kontroli postępów edukacyjnych ucznia pozwolą na odpowiednie zaplanowanie pracy w danym zespole klasowym. Zaproponowany w programie przydział godzin na realizację poszczególnych treści w miarę potrzeb będzie można modyfikować. Na modyfikacje tę pozwalają również zaplanowane rozkłady godziny do dyspozycji nauczyciela.

Przewidziane w realizacji programu procedury osiągnięcia celów: zasady nauczania, metody nauczania i formy pracy, sposoby i formy sprawdzania osiągnięć uczniów pozwalają na stałe podwyższanie motywacji uczniów do nauki, jak również uwzględniają indywidualizację procesu nauczania.



1. Cele programu

1.1. Ogólne cele edukacyjne (W1-W2-W3-W4-W5, U1-U2-U3-U4) oraz wychowawcze (P1-P2-P3)

- przyswojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych - W1;
- doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie technik ekonomista – W2;
- wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego, innych dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie technik ekonomista – W 3, W 4;
- wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych – U 1;
- wykształcenie umiejętności i nawyku uzasadniania swoich sądów (istota sądów matematycznych, kategoryczność twierdzeń, jednoznaczność i precyzja definicji) – U 2, P 1;
- rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin wiedzy – U 3;
- doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym – w tym podręcznikiem – oraz innymi źródłami informacji matematycznej – U 4;
- wykształcenie umiejętności samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi – umiejętność stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych, poszukiwania dróg ich weryfikacji – W 5, P 1, P 2;
- wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń – U 1, P 1, P 2, P 3;
- kształcenie wyobraźni matematycznej (intuicja zakresie obiektów abstrakcyjnych, wyobraźnia geometryczna dotycząca obiektów płaskich i przestrzennych) oraz przewidywania skutków podejmowanych działań (głównie podczas rozwiązywania problemów matematycznych) – U 2, U 3, P 2;
- rozwijanie umiejętności pracy i współpracy w zespole oraz prowadzenia dyskusji z wykorzystaniem argumentów merytorycznych – U 1, U 2, U 3, P 1, P 2, P 3.

1.2. Przykładowe szczegółowe cele edukacyjne kształtujące MKKE

W 5: świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź uczeń:

- rozumie, że algorytm to niezawodny przepis postępowania;
- stosuje algorytmy;
- wie, że rozumowanie przez analogię oraz rozumowanie indukcyjne (indukcja skończona) są czasem zawodne;
- rozpoznaje sytuację, w której twierdzenia nie można zastosować;
- wysnuwa proste wnioski z danego twierdzenia w konkretnej sytuacji;
- rozumie rolę matematyzacji, uogólniania i specyfikacji;
- wskaże sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej:
 - obliczanie podatków;
 - zyski z lokat;
 - kredyty bankowe;
 - zakupy – szacowanie kosztów – budżet domowy;
 - analiza techniczna – giełda;
 - zużycie paliwa, planowanie podróży;
 - gry losowe, hazard;
 - projektowanie przestrzeni;
 - zadania optymalizacyjne – krawiectwo, budownictwo, największy zysk, strata;
 - obliczanie niezbędnej ilości materiałów z wykorzystaniem pola powierzchni, objętości, przeliczanie jednostek.

U4: korzystać z tekstu matematycznego uczeń:

- wyszukuje w tekście definicje i twierdzenia;
- analizuje przedstawione rozwiązania zadań, obliczenia, wnioskowania, dane;
- wydziela fragmenty tekstu, dotyczące określonych kwestii;
- przekształca informacje z tekstu zapisując je w formie dogodnej do dalszych działań;
- odczytuje własności funkcji z wykresu;
- odczytuje informacje przedstawione za pomocą rysunków pomocniczych;
- interpretuje dane przedstawione za pomocą diagramów i tabel;
- ustala relacje między wskazanymi w tekście obiektami;
- uzupełnia luki w tekście;
- poszukuje w innych źródłach wyjaśnienia napotkanych w tekście terminów i pojęć;
- stosuje podane w tekście definicje i twierdzenia;
- naśladuje przedstawione rozwiązania w analogicznych sytuacjach.

P 1: przejawiać szacunek dla prawdy uczeń:

- rozumie potrzebę dowodzenia;



- weryfikuje zgromadzone dane;
- nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy;
- protestuje w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi;
- wytrwale poszukuje informacji;
- jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych;
- nie uogólnia bez uprzedniego upewnienia się co do prawdziwości przesłanek;
- podejmuje decyzje na podstawie sprawdzonych informacji.

P 2: dążyć do szukania przyczyn

uczeń:

- rozumie potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach;
- przewiduje skutki planowanych działań;
- rozważa różne przypadki nie ograniczając się do przypadków szczególnych;
- wnikliwie analizuje problem.

P 3: oceniać zasadność wnioskowań i działań

uczeń:

- ocenia poprawność rozwiązania zadania;
- wartościuje rozwiązanie tego samego zadania różnymi sposobami;
- dostrzega sprzeczne informacje lub błędy w rozumowaniach;
- ocenia dobór argumentów uzasadniających tezę (stanowisko).

2. Treść nauczania, szczegółowe cele edukacyjne i założone osiągnięcia uczniów

Treść nauczania	Szczegółowe cele edukacyjne	Założone osiągnięcia uczniów
<p>I. LICZBY RZECZYWISTE₂</p> <ul style="list-style-type: none"> • liczby naturalne; • liczby wymierne; • rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej; • liczby niewymierne; • oś liczbowa; • przedziały liczbowe; • wartość bezwzględna liczby rzeczywistej; • procenty i punkty procentowe; • lokaty i kredyty; • błąd przybliżenia; • szacowanie wartości liczbowych; 	<ul style="list-style-type: none"> • przypomnienie wiadomości o liczbach naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych • przypomnienie praw działań w zbiorze R; • przypomnienie praw działań na pierwiastkach i potęgach o wykładniku całkowitym; • poznanie definicji potęgi o wykładniku wymiernym; • poznanie pojęć: błąd bezwzględny i błąd względny; • przybliżanie wartości liczbowych; • wykonywanie działań na liczbach rzeczywistych i obliczanie wartości wyrażeń; 	<p>uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • planuje i wykonuje obliczenia na liczbach rzeczywistych stosując odpowiednią kolejność działań oraz prawa działań usprawniające rachunki; w szczególności oblicza pierwiastki, w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych; • usuwa niewymierność z mianownika, • rozpoznaje liczby naturalne, całkowite, wymierne i niewymierne; • planuje strategię i rozwiązuje problemy związane z podzielnością liczb naturalnych; • bada, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną, • podaje przykłady liczb wymiernych i niewymiernych spełniających podane warunki, • rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem działań na liczbach i potęgach; • wyznacza rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej, • zaokrągla liczby z podaną dokładnością, • szacuje wyniki działań i wielkości ze świata rzeczywistego; • wykorzystuje pojęcie błędu przybliżenia, • oblicza błąd względny;



<p>I. LICZBY RZECZYWISTE:- CIĄG DALSZY:</p> <ul style="list-style-type: none">• pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych;• potęgi liczb nieujemnych o wykładniku wymiernym i ich własności;• informacja o własnościach potęg o wykładniku rzeczywistym;• logarytmy i ich podstawowe własności.	<ul style="list-style-type: none">• przeprowadzanie obliczeń procentowych i interpretowanie ich wyników;• poznanie pojęć: zbiór, zbiór pusty, zbiór skończony, zbiór nieskończony, przedział liczbowy;• poznanie definicji sumy, różnicy i części wspólnej przedziałów liczbowych i symboliki dotyczącej zbiorów;• wykonywanie działań na przedziałach liczbowych (suma, część wspólna, różnica przedziałów);• poznanie definicji wartości bezwzględnej;• obliczanie wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej;• rozwiązywanie równań i nierówności z wartością bezwzględną z zastosowaniem interpretacji geometrycznej wartości bezwzględnej;• poznanie definicji logarytmu;• poznanie własności logarytmów;• obliczanie wartości logarytmu liczby rzeczywistej nieujemnej.	<ul style="list-style-type: none">• stosuje pojęcie procentu i punktu procentowego w obliczeniach;• rozwiązuje zadania z procentami dotyczące m. in. płac, lokat, cen, podatków;• posługuje się pojęciem osi liczbowej i przedziału liczbowego;• zaznacza przedziały liczbowe na osi liczbowej;• wyznacza sumę, różnice i część wspólną przedziałów liczbowych;• znajduje wartość bezwzględną liczby;• wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną;• Zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu: $x - a > b, x - a < b, ;$• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych oraz stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i rzeczywistych;• zna definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym.
---	---	--



Treść nauczania	Szczegółowe cele edukacyjne	Założone osiągnięcia uczniów
<p>II. WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE:</p> <ul style="list-style-type: none">wzory skróconego mnożenia, w tym wzory na sześcian różnicy, suma sześciątów i różnica sześciątów;wielomiany, dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów;wyrażenia wymierne, dodawanie, odejmowanie i mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych.	<ul style="list-style-type: none">poznanie definicji wielomianu stopnia n ($n \geq 1$) jednej zmiennej;poznanie twierdzenia o równość wielomianów;przekształcanie wyrażeń algebraicznych z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów;poznanie definicji pierwiastka wielomianu,wyznaczanie pierwiastków wielomianów,rozkładanie wielomianów na czynniki - stosowanie wzorów skróconego mnożenia, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias, grupowanie wyrazów,postać iloczynowa funkcji kwadratowej,rozwiązywanie równań wielomianowych,wykonywanie działań na wyrażeniach wymiernych.	<p>uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">posługuje się wzorami skróconego mnożenia; $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $a^2 \pm b^2$, $a^3 \pm b^3$,oblicza wartości liczbowe wielomianów dla podanej wartości zmiennej;odróżnia wielomian od innej funkcji;redukuje wyrazy podobne i potrafi uporządkować wielomian;wyznacza współczynniki wielomianu;sprawdza równość wielomianów;określa stopień wielomianu;zna pojęci pierwiastka wielomianu;rozkłada wielomian na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias,wyznacza pierwiastki wielomianu; dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany;wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias;oblicza wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej; dodaje, odejmuje wyrażenia wymierne: 1) o jednakowych mianownikach; 2) o różnych mianownikach.mnoży i dzieli wyrażenia wymierne.



Treść nauczania	Szczegółowe cele edukacyjne	Założone osiągnięcia uczniów
<p>III. RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI:</p> <ul style="list-style-type: none"> równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą; proste równania wielomianowe, proste równania wymierne. 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywanie równań kwadratowych; rozwiązywanie nierówności kwadratowych; rozwiązywanie równań wymiernych; rozwiązywanie zadań tekstowych. 	<p>uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> zna pojęcie rozwiązania równania; sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności; rozwiązuje równania i nierówności liniowe oraz układy równań liniowych i zadania z treścią prowadzące do takich równań, nierówności i układów równań; rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe, zapisuje rozwiązanie w postaci sumy przedziałów rozwiązuje zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do równań i nierówności kwadratowych; rozwiązuje układy równań, prowadzące do równań kwadratowych; rozwiązuje równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki; rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np. $\frac{x+1}{x+3} = 2 \frac{x+1}{x} = 2x$, rozwiązuje zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym) prowadzące do prostych równań wymiernych.

Treść nauczania	Szczegółowe cele edukacyjne	Założone osiągnięcia uczniów
<p>IV. FUNKCJE:</p> <ul style="list-style-type: none"> różne sposoby określania funkcji; odczytywanie własności funkcji z wykresu; proste przekształcenia wykresów funkcji liczbowych; funkcja liniowa, funkcja kwadratowa; funkcja $f(x)=a/x$; funkcja wykładnicza. 	<ul style="list-style-type: none"> przypomnienie definicji funkcji; przypomnienie pojęć: dziedziną funkcji liczbowej, zbiór wartości, miejsca zerowe; określanie funkcji różnymi sposobami; poznanie pojęcia monotoniczności funkcji; poznanie pojęcia największej i najmniejszej wartości funkcji; odczytywanie własności funkcji; sporządzanie wykresu funkcji spełniającej podane warunki; sporządzanie wykresu funkcji liniowej, kwadratowej, wykładniczej, wymiernej; przekształcanie wykresów funkcji: przesunięcie 	<p>uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> określa funkcję za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego; oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu; oblicza dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość; odczytuje z wykresu funkcji: argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość; dziedzinę i zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie, maleje, ma stały znak, wartość największą i najmniejszą, argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie i ujemne; sporządza wykres funkcji spełniającej podane warunki,



	<p>równoległe wzdłuż osi x i wzdłuż osi y, symetria względem osi x, symetria względem osi y;</p> <ul style="list-style-type: none">• wyznaczanie wzorów funkcji spełniającej podane warunki,• wyznaczanie największej i najmniejszej wartości funkcji;• rozwiązywanie zadań tekstowych.	<ul style="list-style-type: none">• potrafi na podstawie wykresu funkcji $y=f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y=f(x+a)$, $y=f(x)+a$, $y=-f(x)$, $y=f(-x)$;• sporządza wykresy funkcji liniowych, wyznacza wzór funkcji liniowej;• wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej• rozpoznaje postać ogólną, kanoniczną i iloczynową funkcji kwadratowej, przekształca jedną postać na drugą;• wykorzystuje interpretację współczynników we wzorze funkcji liniowej;• sporządza wykresy funkcji kwadratowych;• wyznacza wzór funkcji kwadratowej;• wyznacza miejsca zerowe funkcji kwadratowej;• wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;• rozwiązuje zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej;• wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. ;• sporządza wykres, odczytuje własności i rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym związane z proporcjonalnością odwrotną;• sporządza wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;• posługuje się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawis fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym i rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym.
--	---	---



Treść nauczania	Szczegółowe cele edukacyjne	Założone osiągnięcia uczniów
<p>V. CIĄGI:</p> <ul style="list-style-type: none">• przykłady ciągów;• ciąg arytmetyczny;• ciąg geometryczny.	<ul style="list-style-type: none">• poznanie definicji ciągu;• poznanie różnych sposobów opisu ciągu;• poznanie definicji ciągu arytmetycznego;• poznanie własności ciągu arytmetycznego (wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego, suma n początkowych wyrazów tego ciągu, średnia arytmetyczna);• poznanie definicji ciągu geometrycznego;• poznanie własności ciągu geometrycznego (wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego, suma n początkowych wyrazów tego ciągu, średnia geometryczna);• poznanie pojęcia procentu prostego i składanego;• rozwiązywanie zadań z zastosowaniem własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego.	<p>uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">• wyznacza wyrazy ciągu określone wzorem ogólnym;• znajduje regułę, którą można opisać ciąg, którego kolejne wyrazy zostały podane i w prostych przypadkach zapisuje ją wzorem;• bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;• stosuje wzory na n-ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach tekstowych;• wyznacza ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych;• wyznacza ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych;• stosuje zależność między trzema sąsiednimi wyrazami ciągu arytmetycznego i geometrycznego;• stosuje procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;• porównuje oferty banków i instytucji finansowych.



Treść nauczania	Szczegółowe cele edukacyjne	Założone osiągnięcia uczniów
<p>VI.TRYGONOMETRIA:</p> <ul style="list-style-type: none">funkcje sinus, cosinus i tangens kąta ostrego;proste związki między funkcjami trygonometrycznymi.	<ul style="list-style-type: none">poznanie definicji funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;obliczanie wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°;odczytywanie wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego z tablic funkcji trygonometrycznych;poznanie podstawowych związków między funkcjami trygonometrycznym i tego samego kąta ostrego.	<p>uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów ostrych;wyznacza miarę kąta ostrego znając wartość funkcji trygonometrycznej tego kąta (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną);rozwiązuje równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\tan x = a$, dla $0^\circ < x < 90^\circ$;stosuje proste związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego;znając wartość jednej z funkcji trygonometrycznych, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.



Treść nauczania	Szczegółowe cele edukacyjne	Założone osiągnięcia uczniów
<p>VII.PLANIMETRIA:</p> <ul style="list-style-type: none">• kąty w okręgu;• figury podobne;• zastosowania trygonometrii w planimetrii.	<ul style="list-style-type: none">• przypomnienie podstawowych pojęć geometrycznych (punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt);• poznanie definicji kąta środkowego, kąta wpisanego, kąta między styczną a cięciwą;• poznanie definicji podobieństwa figur,• przypomnienie cech podobieństwa trójkątów;• poznanie twierdzenia dotyczącego pól figur podobnych;• przypomnienie twierdzenia Talesa;• poznanie związków miarowych w trójkącie prostokątnym;• obliczanie pól, obwodów i innych związków miarowych wielokątów z zastosowaniem poznanych wzorów i trygonometrii.	<p>uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">• korzysta ze związków między kątem środkowym, kątem wpisanym i kątem między styczną a cięciwą okręgu;• wykorzystuje własności figur podobnych w zadaniach, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym;• zna cechy podobieństwa trójkątów i sprawdza, czy dane trójkąty są podobne;• rozwiązuje zadania z zastosowaniem twierdzenia Pitagorasa;• znajduje związki miarowe w figurach płaskich, także z zastosowaniem trygonometrii, również w zadaniach umieszczonych w kontekście praktycznym;• oblicza pola i obwody wielokątów;• korzysta ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi;• rozwiązuje zadania z zastosowaniem twierdzenia Talesa;• określa wzajemne położenie prostej i okręgu.



Treść nauczania	Szczegółowe cele edukacyjne	Założone osiągnięcia uczniów
<p>VIII. GEOMETRIA NA PŁASZCZYŹNIE KARTEZJAŃSKIEJ:</p> <ul style="list-style-type: none">• równanie prostej na płaszczyźnie;• interpretacja geometryczna układu równań liniowych;• odległość punktów w układzie współrzędnych;• równanie okręgu.	<ul style="list-style-type: none">• poznanie równania prostej w postaci ogólnej;• rozwiązywanie układów równań metodą graficzną;• wyznaczanie współrzędnych środka odcinka;• obliczanie odległości punktów;• wyznaczanie równań prostych spełniających podane warunki;• poznanie równania okręgu;• wyznaczanie współrzędnych środka i promienia okręgu.	<p>uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">• wykorzystuje pojęcie układu współrzędnych na płaszczyźnie;• podaje równanie prostej w postaci $ax+by+c=0$ lub $y=ax+b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym;• bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;• wyznacza równanie prostej równoległej (prostopadłej) do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt;• interpretuje geometrycznie układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi;• oblicza odległość punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej;• wyznacza współrzędne środka odcinka;• posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = 0$;• znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych.



Treść nauczania	Szczegółowe cele edukacyjne	Założone osiągnięcia uczniów
<p>IX.STEREOMETRIA:</p> <ul style="list-style-type: none"> równoległość i prostopadłość w przestrzeni, kat między prostą i płaszczyzną, kąt dwuścienny; zastosowania trygonometrii w stereometrii. 	<ul style="list-style-type: none"> poznanie wzajemnego położenia prostych i płaszczyzn w przestrzeni; poznanie wzajemnego położenia prostej i płaszczyzny; wyznaczanie kąta między prostą i płaszczyzną; poznanie definicji kąta dwuściennego i kąta liniowego; obliczanie objętości i pól powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów i brył obrotowych. 	<p>uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> wskazuje i oblicza kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami takimi jak krawędzie, przekątne, wysokości; podaje własności figur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe; rysuje siatki figur przestrzennych, wyznacza pola powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych; wyznacza związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii.

Treść nauczania	Szczegółowe cele edukacyjne	Założone osiągnięcia uczniów
<p>X.ELEMENTY STATYSTYKI OPISOWEJ. TEORIA PRAWDOPODOBIENSTWA I KOMBINATORYKA:</p> <ul style="list-style-type: none"> średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, odchylenie standardowe; zliczanie przypadków w prostych sytuacjach kombinatorycznych, zasada mnożenia; obliczanie prawdopodobieństwa w przypadku skończonej liczby zdarzeń elementarnych. 	<ul style="list-style-type: none"> poznanie pojęć próba, średnia arytmetyczna, średnia ważona, wariancja, odchylenie standardowe, mediana; obliczanie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany, wariancji i odchylenia standardowego; interpretowanie parametrów statystycznych; poznanie sposobów interpretacji danych empirycznych; poznanie zasady mnożenia; zliczanie obiektów z zastosowaniem reguły mnożenia; obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń. 	<p>uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> oblicza średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, i odchylenie standardowe danych; interpretuje te parametry dla danych empirycznych; interpretuje wyżej wymienione parametry statystyczne; odczytuje i interpretuje dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów; przedstawia dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów; przeprowadza analizę ilościową i jakościową przedstawionych danych; zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych; stosuje zasadę mnożenia; wykorzystuje sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń; wykorzystuje własności prawdopodobieństwa i stosuje twierdzenie znane jako klasyczna definicja prawdopodobieństwa do



		<p>obliczaniaprawdopodobieństw a zdarzeń,</p> <ul style="list-style-type: none">• oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń za pomocą grafu w postaci drzewa.
--	--	--



Propozycja przydziału godzin i tematów lekcji

Aby ułatwić uczniom pracę z podręcznikiem program przewiduje podział treści na jednostki lekcyjne takie jak w podręczniku ucznia. Tematy lekcji i zakres treści nauczania dla danej lekcji uczeń bez trudu odnajdzie w podręczniku. Uważam, że jest to bardzo ważne, zwłaszcza dla uczniów słabych. Jest to istotne również w przypadku ucznia nieobecnego na zajęciach lekcyjnych.

Liczba godzin w cyklu nauczania

KLASA	LICZBA GODZIN
KLASA I	38 tyg. x 2,5 godz. = 95 godz.
KLASA II	34tyg.x 2godz. = 68 godz.
KLASA III	34tyg.x 2godz. = 68 godz.
KLASA IV	30 tyg. x 3godz. = 90 godz.
SUMA	321 godziny

Ramowy rozkład materiału

L. P.	TREŚĆ	LICZBA GODZIN	CZAS REALIZACJI
1.	LICZBY I ICH ZBIORY	50	KLASA I
2.	FUNKCJE	30	KLASA I
3.	ELEMENTY STATYSTYKI OPISOWEJ	15	KLASA I
SUMA		95 godzin	
4.	FUNKCJA LINIOWA	21	KLASA II
5.	FUNKCJA KWADRATOWA	23	KLASA II
6.	WIELOMIANY I FUNKCJE WYMIERNE	24	KLASA II
SUMA		68 godzin	
7.	WŁASNOŚCI MIAROWE FIGUR NA PŁASZCZYŹNIE	33	KLASA III
8.	FUNKCJA WYKŁADNICZA I LOGARYTMY	12	KLASA III
9.	CIĄGI	23	KLASA III
10.	SUMA	68 godzin	
11.	RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA	20	KLASA IV
12.	STEREOMETRIA	21	KLASA IV
13.	POWTÓRZENIE PRZED MATURĄ	49	KLASA IV
SUMA		90 godzin	
SUMA		321 godziny	

Propozycje tematów lekcji

L.P.	Temat	Liczba godzin
LICZBY I ICH ZBIORY		
1.	Pojęcie zbioru	1
2.	Zbiór liczb rzeczywistych i ich podzbiory	2
3.	Zapis dziesiętny liczby rzeczywistej	2
4.	Działania w zbiorze liczb rzeczywistych	6
5.	Potęga o wykładniku całkowitym	3
6.	Pierwiastki kwadratowe	2
7.	Pierwiastki wyższych stopni	3
8.	Praca klasowa i jej omówienie	2
9.	Przedziały liczbowe	1
10.	Część wspólna, suma i różnica zbiorów	2
11.	Działania na zbiorach	2
12.	Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej	2
13.	Interpretacja geometryczna liczby rzeczywistej	2



14.	Procenty, diagramy procentowe	1
15.	Obliczenia procentowe	3
16.	Wynagrodzenie brutto i netto	1
17.	O ile procent więcej?	2
18.	Punkty procentowe	1
19.	Kredyty i lokaty	2
20.	Błąd przybliżenia	2
21.	Powtórzenie wiadomości	1
22.	Praca klasowa i jej omówienie	1
23.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	4
24.	Prezentacja projektów uczniów - Projekt – inflacja na co dzień	2
25.	SUMA	50

L.P.	Temat	Liczba godzin
1.	FUNKCJE	
2.	Pojęcie funkcji	1
3.	Dziedzina funkcji liczbowej	2
4.	Zbiór wartości funkcji	1
5.	Wykres funkcji	2
6.	Odczytywanie argumentów oraz wartości funkcji z wykresu	1
7.	Liczba rozwiązań równania $f(x) = m$	1
8.	Miejsce zerowe funkcji	1
9.	Odczytywanie z wykresu rozwiązań nierówności $f(x) > m$	1
10.	Monotoniczność funkcji	2
11.	Odczytywanie własności funkcji z wykresu – podsumowanie	2
12.	Funkcje – zastosowanie w praktyce	1
13.	Rysowanie wykresów funkcji o zadanych własnościach	1
14.	Przesunięcie wykresu funkcji wzdłuż osi x	1
15.	Przesunięcie wykresu funkcji wzdłuż osi y	1
16.	Rysowanie wykresów funkcji $y = f(x-a) + b$	1
17.	Rysowanie wykresów funkcji $y = f(-x)$, $y = -f(x)$	1
18.	Analiza jakościowa i ilościowa wykresów funkcji prezentujących np. kursy walut, poziom bezrobocia, popytu, podaży,	2
19.	Powtórzenie wiadomości	1
20.	Praca klasowa i jej omówienie	2
21.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	4
22.	Prezentacja projektów uczniów	1
	SUMA	30

L.P.	Temat	Liczba godzin
	FUNKCJA LINIOWA	
1.	Od proporcjonalności prostej do funkcji liniowej	2
2.	Rysowanie wykresów funkcji liniowych i kawałkami liniowych	2
3.	Równanie prostej w postaci ogólnej	2
4.	Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty	2
5.	Wzajemne położenie pary prostych	1
6.	Odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej	2
7.	Środek odcinka	1
8.	Krzywa popytu i podaży	1
9.	Powtórzenie wiadomości	1
10.	Praca klasowa i jej poprawa	2
11.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	4
12.	Prezentacja projektów uczniów	1
13.	SUMA	22



L.P.	Temat	
1.	FUNKCJA KWADRATOWA	
2.	Funkcja kwadratowa $f(x) = ax^2$	1
3.	Postać kanoniczna funkcji kwadratowej	2
4.	Postać ogólna funkcji kwadratowej	2
5.	Wartość największa i najmniejsza funkcji kwadratowej	2
6.	Miejsce zerowe funkcji kwadratowej	2
7.	Nierówności kwadratowe	3
8.	Równanie okręgu	3
9.	Powtórzenie wiadomości	1
10.	Praca klasowa i jej omówienie	2
11.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	4
12.	Prezentacja prac uczniów	1
13.	SUMA	23

L.P.	Temat	Liczba godzin
1.	WŁASNOŚCI MIAROWE FIGUR NA PŁASZCZYŹNIE	
2.	Powtórzenie wiadomości o kątach	2
3.	Okręgi i proste – powtórzenie	2
4.	Kąty w okręgu	2
5.	Pola i obwody figur – powtórzenie	2
6.	Związki miarowe w trójkącie prostokątnym	3
7.	Praca klasowa i jej omówienie	2
8.	Twierdzenie Talesa	2
9.	Podobieństwo	2
10.	Trójkąty podobne	2
11.	Funkcje trygonometryczne kąta ostrego	2
12.	Związki między funkcjami trygonometrycznymi	2
13.	Zastosowanie funkcji trygonometrycznych	2
14.	Powtórzenie wiadomości	1
15.	Praca klasowa i jej omówienie	2
16.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	4
17.	Prezentacja prac uczniów	1
	SUMA	33

L.P.	Temat	Liczba godzin
	WIELOMIANY I FUNKCJE WYMIERNE	
	Określenie wielomianu	1
	Działania w zbiorze wielomianów	2
	Pierwiastki wielomianu	1
	Rozkład wielomianu na czynniki	2
	Jednomian i wielomian wielu zmiennych	2
	Wyrażenia wymierne	2
	Działania na wyrażeniach wymiernych	2
	Od proporcjonalności odwrotnej do funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$	2
	Wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$	2
	Równania wymierne	1
	Powtórzenie wiadomości	1
	Praca klasowa i jej omówienie	2
	Godziny do dyspozycji nauczyciela	4
	SUMA	24

L.P.	Temat	Liczba godzin
FUNKCJA WYKŁADNICZA I LOGARYTMY		
1.	Potęga o wykładniku wymiernym	2
2.	Funkcja wykładnicza	2
3.	Określenie logarytmu	2
4.	Własności logarytmów	2
5.	Powtórzenie wiadomości	1
6.	Praca klasowa i jej omówienie	2
7.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	1
SUMA		12

L.P.	Temat	Liczba godzin
CIĄGI		
	Określenie ciągu	1
	Własności ciągu	2
	Ciąg arytmetyczny	2
	Suma wyrazów ciągu arytmetycznego	2
	Ciąg geometryczny	2
	Suma wyrazów ciągu geometrycznego	2
	Procent składany	1
	Procenty w bankach - lokaty	1
	Oprocentowanie kredytów	2
	Powtórzenie wiadomości	1
	Praca klasowa i jej omówienie	2
	Godziny do dyspozycji nauczyciela	4
	Prezentacja prac uczniów	1
SUMA		23

L.P.	Temat	Liczba godzin
RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA		
1.	Zbiór zdarzeń elementarnych	1
2.	Klasyczna definicja prawdopodobieństwa	1
3.	Własności prawdopodobieństwa	1
4.	Losowanie bez zwracania	1
5.	Losowanie ze zwracaniem	1
6.	Reguła mnożenia	1
7.	Drzewka	2
8.	Działania na zdarzeniach	1
9.	Obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń	3
10.	Powtórzenie wiadomości	1
11.	Praca klasowa i jej omówienie	2
12.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	4
13.	Prezentacja prac uczniów	1
SUMA		20

L.P.	Temat	Liczba godzin
ELEMENTY STATYSTYKI OPISOWEJ		
2.	Mediana	1
3.	Dominanta i średnia	2
4.	Miary rozproszenia	2
5.	Prezentacja danych	2
6.	Analiza danych statystycznych z ekonomicznego punktu widzenia	1
7.	Powtórzenie wiadomości	1
8.	Praca klasowa i jej omówienie	1



9.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	4
10.	Prezentacja prac uczniów	1
SUMA		15

L.P.	Temat	Liczba godzin
STEREOMETRIA		
1.	Proste i płaszczyzny w przestrzeni	1
2.	Równoległość i prostopadłość w przestrzeni	1
3.	Kąt nachylenia prostej do płaszczyzny	1
4.	Kąt dwuścienny	1
5.	Graniastosłupy	2
6.	Ostrosłupy	2
7.	Bryły obrotowe	2
8.	Pola powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych	3
9.	Powtórzenie wiadomości	1
10.	Praca klasowa i jej omówienie	2
11.	Godziny do dyspozycji nauczyciela	4
12.	Prezentacja prac uczniów	1
SUMA		21

3. Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych

Realizacja programu przewiduje stosowanie scharakteryzowanych poniżej zasad, form i metod nauczania. Zapewni to kształcenie wszystkich kompetencji kluczowych. Wszystkie kompetencje uważane są za jednakowo ważne, ponieważ potrzebujemy wszystkich do samorealizacji i rozwoju osobistego. Różnorodność stosowanych zasad i metod pozwoli na kształcenie istotnych we wszystkich ośmiu kompetencjach umiejętności językowych, rozumienia czytanego tekstu, umiejętności liczenia, rozwiązywania problemów, podejmowania decyzji i oceny ryzyka, co jest niezbędną podstawą uczenia się. Umiejętność uczenia się natomiast sprzyja wszelkim działaniom kształceniowym

Różne formy i metody pracy pozwolą również na indywidualizację procesu nauczania – będzie można zaspokoić potrzeby i oczekiwania uczniów zdolnych, inteligentnych, tych, którzy uczą się systematycznie, jak też zaangażować tych mało zainteresowanych matematyką.

Sądzę, że w doborze metod i form pracy należy zawsze mieć na uwadze chińskie przysłowie:

Powiedz mi, a zapomnę,
Pokaż mi, a zapamiętam,
Pozwól mi zrobić, a zrozumiem.

3.1. Zasady nauczania

Zasada pogłębłości.

Stosowanie tej zasady w nauczaniu polega na reprezentacji i wizualizacji pojęć. W matematyce powinna być stosowana wszędzie tam, gdzie abstrakcyjne pojęcia mogą być zastąpione przez model, rysunek, schemat, diagram, wykres. Zasada ta przyczynia się do wyrobienia przez uczniów właściwego zrozumienia pojęć matematycznych.

Zasada przystępności nauczania.

Polega ona na stopniowaniu trudności i dbałości o zrozumienie materiału. Nauczyciel powinien zawsze starać się o to, by treści nauczania wprowadzać w odpowiedniej kolejności – od pojęć łatwiejszych do trudniejszych, ze znanych wprowadzać nieznaną – oraz powinien być zawsze świadomy, czy nowe treści są dla ucznia zrozumiałe. Rozumienie terminów i pojęć matematycznych (W1), to jeden z zasadniczych elementów MKKE, wymagający szczególnie przemyślanej realizacji.

Zasada świadomego i aktywnego uczestnictwa.

Zasada ta stawia ucznia w centralnym miejscu procesu nauczania. Cały proces nauczania szkolnego i działalność nauczyciela to przede wszystkim kierowanie uczeniem. Jeśli uczeń będzie pracował ze świadomością i pozytywnym przekonaniem, że nauczyciel

jest pomocnikiem w jego rozwoju i wykaże aktywność w zdobywaniu wiedzy, to jego osiągnięcia będą znacznie wyższe i trwałe.

Zasada praktyczności

Zasada ta ma szczególne znaczenie w nauczaniu matematyki w zakresie podstawowym, czyli takim, którego realizację ten program organizuje. Rezygnujemy tutaj z formalizmów, dowodzenia trudnych twierdzeń, szerszych uogólnień i wszędzie gdzie to jest możliwe, odwołujemy się do praktycznych zastosowań matematyki. Przy wprowadzaniu nowych pojęć również staramy się wychodzić od sytuacji z życia codziennego, modelujemy je i projektujemy dla nich odpowiednie obliczenia. Uświadamiamy uczniom zastosowania matematyki do opisu zjawisk i procesów zachodzących w przyrodzie. Nieodzowność matematyki przy kształceniu logicznego myślenia, to główny powód powszechności nauczania tego przedmiotu na wszystkich etapach kształcenia.

Zasada indywidualizacji

Stosowanie tej zasady jest nieodzowne w procesie nauczania matematyki. Nauczanie w klasie szkolnej jest zespołowe jednak nauczyciel cały czas musi mieć na względzie indywidualne postępy każdego ucznia. Musi oceniając jego wiadomości i umiejętności, przyrost wiedzy lub jego brak, systematycznie informować jego rodziców o osiągnięciach, stale motywować do lepszej pracy.

Zasada zespołowości

Jednym z głównych zadań szkoły jest stworzenie uczniom warunków do nabywania umiejętności efektywnego współdziałania w zespole, budowania więzi międzyludzkich, podejmowania indywidualnych i grupowych decyzji, skutecznego działania na gruncie zachowania obowiązujących norm. Praca w grupie pozwoli tę umiejętność wykształcić. Uczeń podczas pracy w grupie zajmie odpowiednie miejsce, włączy się do realizacji celu poprzez oferowanie swoich umiejętności oraz zapozna się z umiejętnościami i metodami uczenia się innych. W dzisiejszym świecie umiejętność pracy w zespole to jeden z warunków sukcesu zawodowego.

Zasada trwałości wiedzy

Zasadę tę należy stosować, aby utrwalić zdobyte przez uczniów wiadomości i umiejętności. Nauczyciel powinien na każdym etapie nauczania określać cel końcowy aktualnych czynności, aby uczeń mógł wytworzyć stałe związki przyczynowe i aby zrozumiał i zapamiętał główną idee danego zagadnienia. Zadaniem nauczyciela jest również częste sprawdzanie poziomu osiągnięć edukacyjnych uczniów.

3.2. Metody nauczania

Skuteczne nauczanie wymaga stosowania zróżnicowanych metod i form pracy. Opisane w literaturze metody i formy pracy należy dostosować do konkretnego zespołu klasowego, poziomu wiedzy, poziomu rozwoju, zainteresowań, potrzeb i oczekiwań uczniów.

Bolesław Niemierko zwraca uwagę pięć wymiarów metody nauczania:

1. poziom aktywności ucznia:
 - a. odtwórcza – odbiór informacji, naśladowanie czynności,
 - b. twórcza – wytwarzanie informacji, wytwarzanie nowych schematów poznawczych

2. udział nauczyciela:
 - a. bezpośredni – kierowanie pracą poszczególnych uczniów,
 - b. pośredni – kierowanie pracą grupy uczniów
3. rodzaj treści kształcenia:
 - a. praktyczna – czynności konkretne,
 - b. teoretyczna – czynności intelektualne
4. rodzaj wyposażenia dydaktycznego:
 - a. pasywne – ułatwiające odbiór informacji,
 - b. interaktywne – ułatwiające odbiór i wytwarzanie informacji.
5. typ organizacji kształcenia:
 - a. sterowana – z przewagą czynności zaplanowanych,
 - b. swobodna – oparta na dobrowolnym podejmowaniu czynności przez ucznia

Nauczyciel dobierając metodę nauczania do konkretnego tematu i zespołu uczniów powinien kierować się powyższymi składnikami metody nauczania.

W programie przewidziano wykorzystanie różnorodnych form i metod pracy z uczniem. Ich charakterystykę zawiera Tabela 2.²

W programie przewidziano realizację przez uczniów projektów niemal z każdego z realizowanych działów nauczania.

Tabela 2. Przegląd najczęściej stosowanych metod nauczania matematyki przydatnych w rozwijaniu MKKE

Metody i techniki nauczania	Charakterystyka	Wartość metody	Zastosowanie do MKKE
ćwiczenia	Wyzwała aktywność twórczą i odtwórczą uczniów w sytuacji odpowiednio dobranych i uporządkowanych zadań do rozwiązywania przez uczniów. Pozwala dostrzegać różnorodne zastosowania nabytej wiedzy i budować przekonanie o jej użyteczności. Odpowiednio dobrany układ zadań może organizować lekcję problemową, albo pozwala obserwować określone prawidłowości prowadzące do sformułowania hipotezy.	budowanie przekonań o celowości systematycznej nauki	doskonalenie umiejętności (W2); konstruowanie lub odkrywanie nowych informacji (W3, U3, U4)
praca z tekstem	Rozwija aktywność twórczą, samodzielność i wytrwałość w zdobywaniu nowej wiedzy pod warunkiem dobrania tekstów odpowiednio do możliwości uczniów.	rozwój krytycznego myślenia	wprowadzenie do samokształcenia (U3, U4)
wykład problemowy ilustrowany	Prezentacja wzorów analitycznego i syntetycznego myślenia nauczyciela, wzorów formułowania problemów, prezentacja wzorcowych sposobów rozwiązań, powiązana z wizualizacją odwołującą się do różnych typów sensomotorycznych, z możliwością zadawania pytań.	konstrukcja logiczna, jasność wyводу	wprowadzenie nowych trudnych wiadomości, nauka notowania (W1, U2)

² Sobczak M.: Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki. Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie. Lublin 2009, str. 47-49.



obserwacja	Rejestrowanie wyników obliczeń wykonywanych na papierze lub kalkulatorze czy efektów "eksperymentów" przeprowadzanych za pomocą kalkulatora graficznego lub komputera oraz redagowania wniosków dotyczących wyników tych działań. Dostrzeganie zastosowań matematyki w sytuacjach życia codziennego oraz przyszłym działaniu zawodowym.	budowanie hipotez na podstawie obserwacji wyników uzyskanych za pomocą kalkulatora i komputera	gromadzenie spostrzeżeń i obserwacji nt. obiektów matematycznych (W3, W4, U3, U1)
gra dydaktyczna	Występujący element zabawy i rywalizacji w naturalny sposób angażuje uczestników, rozwija umiejętność przewidywania i myślenie strategiczne. Gry mogą wykorzystywać własności struktur matematycznych.	autentyzm reguł działania	doskonalenie umiejętności (W2, W5, P3)
Metody i techniki nauczania	Charakterystyka	Wartość metody	Zastosowanie do MKKE
burza mózgów	Brak wartościowania pomysłów jest zachętą dla uczestników do zgłaszania własnych propozycji rozwiązania problemu. Powinna być zakończona dyskusją wartościująca te pomysły, z argumentacją uzasadniającą ich wartość.	wytworzenie w krótkim czasie wielu pomysłów	„rozgrzewka” umysłowa(P1, P2, P3)
dywanik albo ściana pomysłów	Może stanowić zakończenie „burzy mózgów.” uczniowie przygotowują indywidualne pomysły rozwiązania problemu i umieszczają je na zawieszonym arkuszu. Następnie uczniowie dokonują wyboru najlepszego pomysłu poprzez „głosowanie” (każdy uczeń dysponuje jednym punktem).	konieczność prezentacji swojego stanowiska przez każdego ucznia	wyбір najlepszego rozwiązania (U2, P1, P3)
dyskusja	Rozwija umiejętności komunikacyjne, umiejętność dobierania argumentacji jasnego wypowiedzenia swoich sądów umiejętność podejmowania decyzji, jednak angażuje tylko część uczniów.	różnorodność wiedzy i poglądów, możliwość prezentacji swojego zdania	np. ustalenie planu rozwiązania problemu (U1, P2, P3)
„śnieżna kula”	Odmiana dyskusji pozwalająca przechodzić od pracy indywidualnej do pracy w grupach, a kończy się praca zbiorową. Angażuje przez cały czas wszystkich uczestników zarówno w wytwarzaniu pomysłów, jak i ocenie stanowiska.	możliwość dokonania oceny różnych pomysłów	negocjowanie i uzgadnianie stanowiska (U1, P2, P3)
projekt badawczy	Kształci i doskonali wiele umiejętności, a zwłaszcza pozwala na opanowanie metod poznania wykraczających poza program kształcenia szkolnego. Może być adresowany do pojedynczych uczniów szczególnie zainteresowanych i uzdolnionych w danej dziedzinie	autentyzm poznania naukowego	samodzielne pozyskanie dodatkowych wiadomości i umiejętności (W3,W5,P1, P2, P3)

Metody i techniki nauczania	Charakterystyka	Wartość metody	Zastosowanie do MKKE
projekt edukacyjny	Pozwala na wykorzystanie zdobytej wiedzy do rozwiązania rzeczywistych problemów praktycznych przez grupę uczniów o różnym poziomie osiągnięć	podnosi samoocenę i buduje poczucie własnej wartości	przedsięwzięcie na rzecz środowiska (W2, W3, U1)

	matematycznych z wykorzystaniem talentów i uzdolnień poszczególnych członków zespołu		
pogadanka	Dobrze przygotowana może służyć wytworzeniu sytuacji problemowej lub sprawdzeniu efektów zajęć. Jej skutki mogą być ograniczone dominacją nauczyciela albo stosowaniem przez niego heurystyki pozornej.	uwidocznia konstrukcję logiczną zajęć, ożywia lekcję, mobilizuje uczniów	wprowadzenie do tematu lub podsumowanie lekcji (W1, U1)
mapa mentalna	technika pozwalająca na wizualne przedstawienie treści wybranego zakresu, działu lub tematu. może być wykorzystana podczas pracy z tekstem. przydatna w matematyzowaniu sytuacji rzeczywistych.	dogłębna analiza zawartości tekstu	wizualizacja treści tekstu (W4, U4)
sieć	Technika polegająca na zbudowaniu sieci połączeń między pojęciami, prawami, twierdzeniami, w pracy zespołowej. Umożliwia odkrycie struktury danej dyscypliny, np. dedukcyjnego charakteru matematyki.	porządkowanie, odkrywanie powiązań strukturalnych i uogólnianie	usystematyzowanie wiadomości (W1, W3, W4, U2)
portfolio	Gromadzenie nadobowiązkowych prac wykonanych w dłuższym okresie czasu indywidualnie lub w zespołach pozwala śledzić przebieg uczenia się, postępy, twórczość i zaangażowanie uczniów.	rozwija zainteresowania i motywuje do uczenia się z własnej inicjatywy	dokumentowanie pozalekcyjnej pracy uczniów (W4, U3, U4, P2)

3.3. Sposoby i formy sprawdzania osiągnięć

Musimy mieć świadomość, że ocenianie nie służy tylko gromadzeniu ocen. Ocena szkolna pełni w procesie nauczania wiele funkcji. Ma sprawdzać postępy ucznia, uświadomić mu braki, w porę wykrywać kłopoty i trudności w nabywaniu różnych umiejętności, a także zachęcać go do dalszej pracy i pokonywania trudności. Ocena powinna być obiektywna, rzetelna, systematyczna, opatrzona komentarzem. Sprawdzanie osiągnięć uczniów najlepiej jest realizować poprzez różnorodne formy:

- odpowiedzi ustne;
- kartkówki - niezapowiedziane, kilkunastominutowe sprawdziany z materiału aktualnie opracowywanego;
- prace klasowe – zapowiadane wcześniej, godzinne sprawdziany obejmujące większą partię materiału;
- prace domowe;
- wykonywanie modeli, plansz, ilustracji, tablic;
- projekty;
- udział w konkursach przedmiotowych;
- aktywność na lekcji.

Z uwagi na obligatoryjny egzamin maturalny z matematyki ważna jest konstrukcja prac klasowych i kartkówek. Powinny mieć konstrukcję arkuszy egzaminacyjnych: zadania testowe zamknięte punktowane w skali 0 – 1, zadania otwarte krótkiej odpowiedzi punktowane w skali 0 – 2 oraz zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi punktowane w skali 0 – 4, albo 0 – 5, albo 0 – 6.

Zasady oceny prac pisemnych powinny odpowiadać zasadom oceny maturalnych arkuszy egzaminacyjnych.

3.4. Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia

Ocena dopuszczający:

Uczeń:

- intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Ocena dostateczny:

Uczeń:

- podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- korzysta z kalkulatora;
- zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Ocena dobry:

Uczeń:

- przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;

- ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Ocena bardzo dobry:

Uczeń:

- zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- korzystając z analogii i uogólnień, formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- stosuje nowe twierdzenia;
- ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);
- zna dowody twierdzeń objętych programem;
- rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych.

Ocena celujący:

Uczeń:

- analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

4. Środki dydaktyczne i oprzyrządowanie programu

Do realizacji programu przewidziany jest podręcznik wydawnictwa Nowa Era „Matematyka Prosto do Matury. Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym”. Autorami podręcznika są: Maciej Antek, Krzysztof Belka, Piotr Grabowski. Podręcznik dostosowany jest do podstawy programowej oraz do standardów wymagań egzaminacyjnych. Podręcznik dopuszczony jest do użytku szkolnego. Numer dopuszczenia: 2/08.

Nauczyciel może korzystać z wielu pomocy dydaktycznych przygotowanych przez to i inne wydawnictwa: poradniki dla nauczyciela, plany wynikowe, propozycje prac klasowych.

Baza dydaktyczna szkoły w istotny sposób wspomaga i usprawnia pracę nauczyciela i uczniów. Nie da się rozwijać MKKE bez najnowszych osiągnięć TI, nie może to być tylko przysłowiowa kreda i tablica. Z uwagi na funkcje jakie pełni wyposażenie dydaktyczne, można je podzielić na dwie grupy:

- wyposażenie ułatwiające odbiór informacji – pasywne - podręczniki, plansze, tablice ze wzorami, zestawy foliogramów i rzutniki do ich prezentacji, modele figur, filmy, kalkulatory, komputery, rzutnik multimedialny, Internet
- wyposażenie, które ułatwia pozyskiwanie informacji i stwarza okazję, a nawet w pewien sposób wymusza wytwarzanie nowych informacji – interaktywne – zestawy ćwiczeń, karty pracy, edukacyjne programy komputerowe, gry dydaktyczne.

Wyposażenie dydaktyczne jest nieodzowne w pracy nauczyciela i ucznia. Uatrakcyjnia proces nauczania, ułatwia wizualizację matematyki, inspiruje uczniów do twórczej pracy. Jedną z form pracy uczniów przewidzianych w tym programie jest praca w grupie. Prezentacja wyników pracy grupy nie będzie możliwa bez materiałów i przyborów takich jak: arkusz papieru, kolorowe pisaki, klej, nożyce, magnesy do przytwierdzania arkuszy na tablicy i itp.

Pracownia matematyczna musi być wyposażona w laptop lub komputer, rzutnik multimedialny, modele brył, tablice poglądowe, programy edukacyjne. Tablica interaktywna na pewno ułatwiłaby zrozumienie uczniom trudnych pojęć.

Do dyspozycji nauczyciela i ucznia powinna być bogato wyposażona biblioteczka: literatura metodyczna i merytoryczna, zbiory zadań, zeszyty ćwiczeń, testy, przykładowe arkusze maturalne, tablice wzorów matematycznych.

5. Ewaluacja programu

Ocena projektu programu obejmuje:

- autoewaluację – wg Arkusza Oceny Programu Autorskiego Tabela 3.
- ocenę dokonaną przez przedstawicieli autorów projektu „Szkoła Kluczowych Kompetencji”

Wyniki tej części ewaluacji zadecydują o zatwierdzeniu tego projektu programu do realizacji.

Ocena skuteczności programu – Tabela 4.³ (autoewaluacja, ocena dokonana przez autorów projektu i dyrektora szkoły, w której program jest realizowany)

Narzędzia pomiaru skuteczności będą opracowane podczas seminariów nauczycieli matematyki uczestniczących w realizacji projektu „Szkoła Kluczowych Kompetencji” oraz jego autorów.

Tabela 3. Arkusz Oceny programu autorskiego

	ODPOWIEDZI	
	TAK	NIE
Czy dokument programowy informuje o tym, jakiego przedmiotu nauczania lub zakresu przedmiotów dotyczy?		
Czy dokument programowy podaje informację o jego autorze i jego doświadczeniu zawodowym?		
Czy dokument programowy precyzuje typ szkoły, dla którego jest przeznaczony?		
Czy cele programu uwzględniają uwarunkowania lokalne i regionalne (wnioski i rekomendacje diagnoz)?		
Czy dokument programowy określa liczbę godzin nauki?		
Czy cele określone w programie obejmują w całości Podstawę Programową?		
Czy cele edukacyjne określone w programie uwzględniają w całości problematykę Kompetencji Kluczowych w zakresie matematyki?		
Czy cele edukacyjne określone w programie uwzględniają kierunek kształcenia zawodowego danej szkoły i klasy?		
Czy materiał nauczania jest trafnie dobrany do założonych celów?		
Czy materiał nauczania uwzględnia wszystkie treści określone w podstawie programowej?		
Czy materiał nauczania jest właściwie ustrukturyzowany?		
Czy w programie określone zostały procedury osiągnięcia celów szczegółowych?		
Czy program określa wyniki kształcenia (osiągnięcia uczniów)?		
Czy program określa sposoby oceniania osiągnięć uczniów?		
Czy przewidziane osiągnięcia uczniów są adekwatne do założeń Kompetencji Kluczowych?		
Czy zaplanowane wyniki kształcenia są zgodne ze standardami wymagań egzaminacyjnych?		
Czy w dokumencie określone zostały założenia dydaktyczne koncepcji programu;		
Czy w programie określone zostały założenia wychowawcze;		

³ Sobczak M.: Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki. Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie. Lublin 2009, str. 37-39.



Czy dokument programowy rekomenduje określone metody pracy, zapewniające:		
osiągnięcie wskazanych celów (w szczególności Kompetencji Kluczowych),		
motywowanie uczniów,		
indywidualizację pracy z uczniem;		
Czy dokument programowy określa niezbędne warunki realizacji programu, to jest:		
lokal i jego wyposażenie,		
kwalfikacje nauczyciela;		
Czy dokument programowy wskazuje: podręczniki		
książki pomocnicze dla ucznia i nauczyciela;		
środki dydaktyczne		
Czy program spełnia formalne wymagania określone rozp.MEN z dndn.08.06.2009?		
Czy program może zostać zrealizowany w przewidzianym czasie?		
Czy dokument zawiera projekt ewaluacji programu?		

Tabela 4. Projekt ewaluacji autorskiego programu nauczania rozwijania MKKE

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych/raport
Przed rozpoczęciem realizacji programu	a) projekt autorskiego programu nauczania	<p>1) Czy i w jakim stopniu projekt uwzględnia zasoby realizatora?</p> <p>2) Czy i w jakim stopniu projekt uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców?</p> <p>3) Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania MKKE?</p> <p>4) Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie?</p> <p>5) Czy projekt programu</p>	<p>Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny (Załącznik 1)</p> <p>j. w.</p> <p>j. w.</p> <p>j.w.</p> <p>Odpowiedź</p>	<p>Studium przypadku; analiza wyników diagnozy implementacji Kompetencji Kluczowych oraz danych z arkusza oceny programu.</p>	<p>ZSE im. Mikołaja Kopernika w Kielcach</p>	<p>Raport ewaluacyjny</p>



		zawiera propozycję oceny jego skuteczności? 6) Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu oceny programu?	„TAK” Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny (Załącznik 1)			
--	--	--	---	--	--	--

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych/raport
W czasie realizacji programu	a) skuteczność programu	1) Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu? 2) W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych? 3) Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły? 4) Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program? 5) Jaki jest poziom osiągnięć uczniów?	Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas. Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy dydaktycznych Wzrost o 20% liczby hospitacji dyrektora; udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym. Przewaga metod aktywizujących nad podającymi Konieczny poziom osiągnięć ($p > 0.50$) – współczynnik łatwości testu.			Raport ewaluacyjny
Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych/raport
Na koniec realizacji programu		1. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela	Wskaźniki aprobaty na poziomie	Ankietowa nie uczniów.	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny. Promocja



Po pewnym czasie od realizacji programu.		realizującego projekt programu 2. W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie MKKE? 3. Na ile trwałe są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?	„raczej tak” Wzrost o minimum 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających (opanowanie MKKE) Wzrost o minimum 20% średniego wyniku matury z matematyki.	Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”. Analiza wyników matury i egz. zawodowego)	Wszyscy uczestnicy Wszyscy uczestnicy	projektu. Promocja szkoły w środowisku Raport ewaluacyjny. Promocja projektu – konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie.
--	--	--	--	--	--	---

Załącznik 1

Arkusze Oceny Programu Autorskiego

(opracował prof. Dr hab. Z. Gas, Wiadomości Opinie Myśli nr 3 (23), Lublin 1998, wyd. WOM)

- I. Zasoby potencjalnego realizatora
- Czy dokonano identyfikacji walorów osobowych potencjalnego realizatora?
0 = brak identyfikacji, 1 = identyfikacja niepełna, 2 = identyfikacja pełna.
 - Czy określono poziom kompetencji praktyczno – moralnych potencjalnego realizatora?
0 = brak określenia, 1 = określenie niepełne, 2 = kompetencje szczegółowo określone.
 - Czy określono poziom kompetencji technicznych potencjalnego realizatora?
0 = brak określenia, 1 = określenie niepełne, 2 = kompetencje szczegółowo określone.
- II. Diagnoza uwarunkowań programu:
- Czy określono potrzebę i zakres współpracy z innymi nauczycielami?
0 = brak informacji na ten temat, 1 = informacje niepełne, 2 = jasno określona potrzeba i zakres współpracy.
 - Czy dokonano oceny dotychczas realizowanego programu?
0 = brak informacji na ten temat, 1 = informacje niepełne, 2 = jasno określone ograniczenia dotychczasowego programu.
 - Czy określono konieczne zasoby uczniów?
0 = brak informacji, 1 = informacje niepełne, 2 = jasno określono wymagania odnośnie zasobów uczniów.
 - Czy określono potrzeby rozwojowe uczniów?
0 = brak informacji na ten temat, 1 = informacje niepełne, 2 = jednoznaczne odniesienie do potrzeb rozwojowych uczniów.
 - Czy uwzględniono uwarunkowania formalne?
0 = brak informacji na ten temat, 1 = informacje niepełne, 2 = jednoznaczne uwzględnienie uwarunkowań formalnych.
- III. Koncepcja programu autorskiego
- Czy prawidłowo określono cel poznawczy programu?
0 = brak określonego celu poznawczego 1 = cel niejasny, 2 = jasny cel
 - Czy dokonano operacjonalizacji celu poznawczego?
0 = brak operacjonalizacji, 1 = operacjonalizacja niepełna, 2 = prawidłowa operacjonalizacja celu
 - Czy prawidłowo określono cel kształcący programu?
0 = brak określonego celu kształcącego 1 = cel niejasny, 2 = jasny cel
 - Czy dokonano operacjonalizacji celu kształcącego?
0 = brak operacjonalizacji, 1 = operacjonalizacja niepełna, 2 = prawidłowa operacjonalizacja celu
 - Czy prawidłowo określono cel wychowawczy programu?
0 = brak określonego celu wychowawczego 1 = cel niejasny, 2 = jasny cel
 - Czy dokonano operacjonalizacji celu wychowawczego?

0 = brak operacjonalizacji, 1 = operacjonalizacja niepełna, 2 = prawidłowa operacjonalizacja celu.

- Czy prawidłowo dokonano doboru materiału?
0 = materiał nieadekwatny do określonych celów, 1 = dobór materiału dyskusyjny, 2 = prawidłowy dobór materiału.
- Czy prawidłowo określono strukturę materiału?
0 = struktura zdezorganizowana, 1 = struktura niejasna, 2 = struktura prawidłowa.
- Czy określono metody nauczania wykorzystywane przy realizacji programu?
0 = brak określenia metod, 1 = informacje na temat metod niepełne, 2 = jasne określenie metod nauczania.
- Czy określono środki dydaktyczne wykorzystywane przy realizacji programu?
0 = brak określenia środków, 1 = informacje na temat środków niepełne, 2 = jasne określenie środków dydaktycznych.
- Czy określono formy organizacyjne pracy?
0 = brak określenia form, 1 = informacje na temat form niepełne, 2 = jasne określenie form pracy.

IV. Procedura ewaluacji programu

- Czy badana będzie skuteczność programu?
0 = nie;
1 = oceniany będzie tylko jeden aspekt;
2 = oceniane będą dwa aspekty;
3 = oceniane będą trzy aspekty;
4 = oceniane będą wszystkie cztery aspekty;
- Czy w ocenie zaistniałych zmian będzie zastosowana procedura PRETEST – POSTTEST?
0 = nie;
2 =tak;
- Czy badana będzie grupa kontrolna?
0 = nie;
2 =tak;
- Czy wykorzystane będą techniki zobiektywizowane?
0 = nie;
2 =tak;
- Czy badania prowadzić będą osoby spoza zespołu realizatorów?
0 = nie;
2 =tak;
- Czy planuje się upublicznienie wyników?
0 = nie;
2 =tak;

Bibliografia

- [1] M.Braun, M.Karpiński, J.Lech, *Matematyka z plusem. Program nauczania matematyki dla liceum i technikum*, GWO, Gdańsk 2002;
- [2] E.Brudnik, A.Moszyńska, B.Owczarska, *Ja i mój uczeń pracujemy aktywnie*, Zakład wydawniczy SFS, Kielce 2000;
- [3] H.Dudzik, Z.Gadek, M.Gancarz (red.), *Ekonomia w szkole*, Fundacja Młodzieżowej Przedsiębiorczości Warszawa 2007;
- [4] P.Grabowski : *Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym*. Nowa Era, Warszawa 2009;
- [5] E.Jakubas ,P.Nędziński, J.Szuty,*Matematyka przyjemna i pożyteczna. Program nauczania, szkoły ponadgimnazjalne, zakres podstawowy*, PWN, Warszawa 2002
- [6] B.Krolik (red.),*Lekcje z ekonomią w tle*, NBP, Warszawa 2006;
- [7] Kurczab M., Kurczab E., Świda E., *Matematyka. Program nauczania w liceach i technikach*, Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro, Warszawa 2008;
- [8] W.Nowak, *Konserwatorium z dydaktyki matematyki*, PWN, Warszawa 1998;
- [9] M.Sobczak, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyk*, Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie. Lublin 2009;
- [10] W.Warzecha *Diagnoza implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy. diagnoza regionalna: województwo świętokrzyskie*. Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji, Lublin 2009;

Autor
Iwona Janta

**MATEMATYKA
ZAKRES PODSTAWOWY**

**AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH**

**Technikum Nr 2
w Zespole Szkół Ekonomicznych
w Skarżysku-Kamiennej**

*Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Notatka o autorze.....	5
Wstęp.....	7
1. Cele nauczania.....	9
2. Treści nauczania.....	13
3. Procedury osiągania celów.....	33
3.1. Proponowany podział godzin lekcyjnych.....	33
3.2. Metody i formy nauczania.....	34
3.3. Środki dydaktyczne.....	34
3.4. Postulowane wyposażenie pracowni przedmiotowej – oprzyrządowanie programu.....	35
4. Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycja metod ich oceny.....	36
5. Procedura ewaluacji programu.....	39
Bibliografia.....	40





Notatka o autorze

Mgr Iwona Janta - dyplomowany nauczyciel matematyki z 11 letnim stażem pracy. Pracowała najpierw w Zespole Szkół Budowlanych (technikum i zasadnicza szkoła zawodowa), następnie w Zespole Szkół im. H. Sienkiewicza w Suchedniowie (liceum ogólnokształcące, technikum, zasadnicza szkoła zawodowa i uzupełniające technikum dla dorosłych). Obecnie pracuje w Zespole Szkół Ekonomicznych w Skarżysku-Kamiennej, gdzie uczy w klasach ekonomicznych, informatycznych i hotelarskich. Przez wiele lat współpracowała z Ochotniczym Hufcem Pracy jako nauczyciel matematyki w tzw. klasach OHP oraz z uczelniami jako opiekun praktyk studenckich.



Wstęp

Wprowadzenie od roku 2010 obowiązku zdawania egzaminu maturalnego z matematyki spowodowało zmianę aktów prawnych mających wpływ na kształcenie matematyczne w polskich szkołach między innymi standardów egzaminacyjnych.

Program nauczania matematyki w zakresie podstawowym dla technikum informatycznego został opracowany w oparciu o cele, zadania, treści kształcenia i osiągnięcia zawarte w podstawie programowej (PP) – Rozporządzenie MENiS z dnia 26 lutego 2002 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz.U. Nr 51, poz.458) standardach wymagań egzaminacyjnych (ST WYM) – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz.U. z 2007 r. Nr 157, poz. 1102) oraz zaleceniach parlamentu europejskiego i rady z dnia 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (MKKE).

Wśród ośmiu wyróżnionych kompetencji kluczowych ważne miejsce zajmują kompetencje matematyczne, które definiowane są następująco:

„Kompetencje matematyczne obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Istotne są zarówno proces i czynność, jak i wiedza, przy czym podstawę stanowi należyte opanowanie umiejętności liczenia. Kompetencje matematyczne obejmują w różnym stopniu – zdolność i chęć wykorzystywania matematycznych sposobów myślenia (myślenie logiczne i przestrzenne) oraz prezentacji (wzory, modele, konstrukty, wykresy, tabele)”

Program nauczania matematyki w liceach i technikum w zakresie podstawowym wydany przez Oficynę Edukacyjną Październik jest zgodny z tymi dokumentami.

Program ten jest spójny również z MKKE. Jednak ze względu na specyfikę szkoły i kierunku kształcenia (technik informatyk), modyfikacji należy poddać niektóre treści kształcenia oraz przydział godzin na poszczególne tematy.

Realizacja tego programu

- -umożliwia zdobycie wiadomości i umiejętności opisanych w podstawie programowej, standardach egzaminacyjnych oraz MKKE;
- -daje matematyczne podstawy do uczenia się przedmiotów przyrodniczych;
- -zapewnia dużą efektywność kształcenia (spiralny charakter programu);
- -umożliwia powtórzenie najważniejszych zagadnień występujących w podstawie programowej z matematyki na niższych poziomach kształcenia.

Szczegółowe treści kształcenia oraz odpowiadające im cele edukacyjne i osiągnięcia uczniów zostały oznaczone w następujący sposób:

- oznacza treści kształcenia i umiejętności zawarte w podstawie programowej z matematyki dla szkół ponadgimnazjalnych lub w standardach wymagań egzaminacyjnych dla tych szkół oraz treści i umiejętności bezpośrednio z nimi związane;
- oznacza treści kształcenia i umiejętności zawarte w podstawie programów z matematyki na niższych etapach kształcenia i jest ważny dla MKKE oraz kształcenia w zawodzie technik informatyk;

- ♥ oznacza treści kształcenia i umiejętności, które nie występują w podstawie programowej, standardach wymagań egzaminacyjnych i MKKE ale jest istotny dla kształcenia w zawodzie technik informatyk.
- ◇ oznacza treści kształcenia i umiejętności, które nie występują w podstawie programowej ani w standardach wymagań egzaminacyjnych dla zakresu podstawowego

Na realizację programu w zakresie podstawowym przeznaczono 9 godzin tygodniowo, co jest zgodne z rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej w sprawie ramowych planów nauczania.

Aktualnie realizowany program nauczania matematyki w szkołach ponadgimnazjalnych Oficyny Edukacyjnej Pazdro jest spójny z założeniami MKKE. Niestety specyfika szkoły, kierunków kształcenia i zasoby uczniów wymuszają konieczność modyfikacji tego programu.

Kształcenie uczniów w zawodzie technik informatyk wymaga poszerzenia wiadomości z zakresu logiki matematycznej, funkcji liniowej i kwadratowej, przekształceń płaszczyzny (w szczególności translacje), ciągów liczbowych (w tym ciąg Fibonacciego), silni oraz zamiany systemów liczbowych. Biorąc pod uwagę możliwości uczniów oraz dotychczasowy rozkład materiału należy dopasować treści kształcenia do możliwości uczniów i przydziału godzin przeznaczonych na realizację programu nauczania.

Nauczanie matematyki to nie tylko przekazywanie wiedzy i wykształcanie nowych umiejętności, ale również kształtowanie pozytywnej postawy młodego człowieka. Realizacja tego celu jest możliwa poprzez: wdrażanie ucznia do samodzielnego rozwiązywania problemów, ponoszenia odpowiedzialności za powierzone zadanie, piętnowanie nieuczciwości, pracę w grupie – która uczy kultury dyskusji i szacunku do człowieka o odmiennych poglądach.

Zwracając uwagę na aspekt praktyczny matematyki, dużą uwagę przywiązuje się do jej realistycznego ujęcia. Zarówno w zakresie działań na liczbach rzeczywistych, ogólnych wiadomości dotyczących funkcji, treści geometrycznych czy związanych ze statystyką i rachunkiem prawdopodobieństwa zwraca się uwagę na wyrobienie prawidłowych intuicji omawianych pojęć, odnosząc się możliwie jak najczęściej do tzw. zadań z życia codziennego. Dużą uwagę przykładana się do analizy ilościowej i jakościowej danych przedstawionych w różnorodny sposób, do gromadzenia i opracowywania tych danych z zastosowaniem technologii informatycznych.

Wizualizacja treści nauczania jest bodźcem pozytywnie oddziałującym na ucznia, rozwija jego logiczne myślenie i wyobraźnię geometryczną. Pozwala „dotknąć” tego, co wydaje się dla ucznia „niezrozumiałą abstrakcją”. Dlatego oprócz podręczników, zeszytów ćwiczeń i zbioru zadań w realizacji programu wskazane jest korzystanie z urządzeń multimedialnych.

Pracownia matematyczna, w której będą odbywały się zajęcia powinna więc być wyposażona w modele brył geometrycznych, tablice funkcji, plansze z wzorami matematycznymi i jednostkami miar, płyty CD przedstawiające treści matematyczne, oraz urządzenia multimedialne.

1. Cele nauczania

Opracowany program nauczania musi służyć osiągnięciu następujących celów (spójnych z podstawą programową, standardami wymagań egzaminacyjnych oraz MKKE):

WIEDZA:

- W1:** rozumienie terminów i pojęć matematycznych;
- W2:** dobrze opanowana umiejętność liczenia;
- W3:** znajomość miar i struktur;
- W4:** znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej;
- W5:** świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.

UMIEJĘTNOŚCI:

- U1:** stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny);
- U2:** śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny);
- U3:** przekazywać komunikaty stosując język matematyczny;
- U4:** korzystać z tekstu matematycznego.

POSTAWY:

- P1:** przejawiać szacunek dla prawdy;
- P2:** dążyć do szukania przyczyn;
- P3:** oceniać zasadność wnioskowań i działań.

USZCZEGÓLOWIENIE MKKE:

W3. znajomość miar i struktur

1. Rozumie pojęcia: odległość punktów, odległość punktu od prostej, odległość punktu od płaszczyzny, długość, obwód, pole, objętość, miara kąta.
2. Rozumie pojęcia: figura płaska, figura przestrzenna.
3. Odczytuje i oszacowuje odległości.
4. „wymierza” dane wielkości znanymi jednostkami miary (długości, pola, objętości, masy, czasu, prędkości).
5. Przelicza (zamienia) jednostki miar.
6. Zna własności miar.
7. Zna twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych.
8. Oblicza obwody i pola figur płaskich stosując wzory i/lub własności tych miar;
9. Oblicza pola powierzchni i objętości brył stosując wzory i/lub własności tych miar.
10. stosuje własności miar w prostych zadaniach i rozumowaniach.

W4: znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,

1. Zna pojęcie zbioru i podzbioru i odnosi je do zbiorów liczbowych, zbiorów punktów, zbiorów wyników pomiaru, zbiorów wyników doświadczeń.
2. Wykonuje działania na zbiorach z wykorzystaniem własności działań.
3. Rozumie pojęcie zmiennej.

4. Rozumie pojęcie funkcji i ich własności, proporcjonalność.
5. Opisuje zbiory punktów płaszczyzny za pomocą równań i nierówności.
6. Opisuje zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji.
7. Wykorzystuje przekształcenia geometryczne do badania zależności (podobieństwo i przystawanie figur) pomiędzy zbiorami punktów (figurami geometrycznymi).

W5: świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.

1. Rozumie, że algorytm to niezawodny przepis postępowania.
2. Wie, że rozumowanie przez analogię oraz rozumowanie indukcyjne (indukcja skończona) są czasem zawodne.
3. Rozpoznaje sytuację, w której twierdzenia nie można zastosować.
4. Wysnuwa proste wnioski z danego twierdzenia w konkretnej sytuacji.
5. Rozumie rolę matematyzacji, uogólniania i specyfikacji.
6. Wskaże sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej:
 - obliczanie podatków;
 - zyski z lokat;
 - kredyty bankowe;
 - zakupy – szacowanie kosztów – budżet domowy;
 - analiza techniczna – giełda;
 - obliczanie niezbędnej ilości materiałów, wykorzystując pola powierzchni lub objętość, przeliczanie jednostek, itp.
 - zużycie paliwa;
 - planowanie podróży;
 - gry losowe, hazard, sport;
 - statystyka;
 - logika wypowiedzi;
 - proporcjonalność prosta – np. kulinaria;
 - projektowanie przestrzeni;
 - zadania optymalizacyjne – krawiectwo, budownictwo, największy zysk, koszt, strata.

U1: stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),

1. Grupuje i porządkuje dane empiryczne.
2. Wyznacza stosunki wielkości i opisuje je z użyciem liczb wymiernych, rzeczywistych.
3. Szacuje wielkości, posługuje się procentami.
4. Posługuje się liczbami i działaniami do modelowania stosunków wielkościowych.
5. Posługuje się własnościami figur oraz wyobraźnią do modelowania stosunków geometrycznych, konstruowania graficznego schematu danego układu stosunków przestrzennych.
6. Dostrzega regularności w prostych sytuacjach.
7. Stosuje algorytmy.
8. Stosuje równania, nierówności, układy równań w rozwiązywaniu problemów.
9. Ustala związki między danymi, wydziela związki znaczące.
10. Wykorzystuje funkcje do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych.
11. Przeprowadza uogólnianie i specyfikację.
12. Rozumuje przez analogię.

13. Redaguje definicje nowych pojęć.
14. Korzysta z gotowych definicji i twierdzeń.
15. Klasyfikuje obiekty.
16. Rozwiązuje zadania schematyczne.
17. Planuje, zapisuje plan rozwiązania i rozwiązuje zadania nieschematyczne.

U2: śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny)

1. Odróżnia założenie i tezę w twierdzeniu.
2. Zaprzecza twierdzenie.
3. Obala tezę podając kontrprzykład.
4. Stosuje prawa logiczne: podwójnego przeczenia, de Morgana, przechodności implikacji.
5. Ocenia poprawność doboru argumentów oraz sposobów wnioskowania.
6. Ocenia poprawność przekształceń algebraicznych.
7. Rozumie różnicę między dowodem twierdzenia a przykładem potwierdzającym jego prawdziwość.
8. Buduje zaprzeczenie definicji rozpoznając uprzednio jej strukturę logiczną.
9. Rozumie różnice pomiędzy różnymi metodami dowodzenia.
10. Podąża za tokiem rozumowania autora dowodu.
11. Dostrzega luki bądź błędy w rozumowaniu.
12. Sprawdza zasadność uogólnień.

U3: przekazywać komunikaty stosując język matematyczny

1. Kojarzy zwroty języka naturalnego z odpowiednimi terminami matematycznymi, czynności konkretne z operacjami abstrakcyjnymi, wielkości z liczbami.
2. Wyraża w języku matematyki informacje podane werbalnie, rysunkiem, schematem, tabelą, diagramem oraz zaobserwowane w rzeczywistości.
3. Przedstawia werbalnie, za pomocą zwrotów języka naturalnego, informacje zapisane w języku matematyki.
4. Przedstawia werbalnie informacje zapisane rysunkiem, grafem, schematem, wykresem, tabelą, diagramem.
5. Zapisuje symbolicznie definicje pojęć.
6. Formułuje twierdzenia w postaci implikacji; zapisuje symbolicznie dowody twierdzeń.
7. Przedstawia dane za pomocą tabel, diagramów, grafów, wzorów.
8. Zapisuje wzory, zależności matematyczne stosując symbolikę matematyczną, podaje opis zależności w postaci funkcji.
9. Opisuje zbiory za pomocą układów nierówności i równań.
10. Prezentuje wyniki badań używając terminologii z zakresu języka matematycznego, używa przybliżeń.
11. Tworzy wypowiedzi matematyczne i wartościuje je buduje wypowiedzi poprawne pod względem pojęciowym i logicznym.
12. Przygotowuje i wygłasza krótki referat na wybrany temat matematyczny.

U4: korzystać z tekstu matematycznego

1. Wyszukuje w tekście definicje i twierdzenia.
2. Analizuje przedstawione rozwiązania zadań, obliczenia, wnioskowania, dane.
3. Wydziela fragmenty tekstu, dotyczące określonych kwestii.
4. Przekształca informacje z tekstu zapisując je w formie dogodnej do dalszych działań.
5. Odczytuje własności funkcji z wykresu.

6. Odczytuje informacje przedstawione za pomocą rysunków pomocniczych.
7. Interpretuje dane przedstawione za pomocą diagramów i tabel.
8. Ustala relacje między wskazanymi w tekście obiektami.
9. Uzupełnia luki w tekście.
10. Poszukuje w innych źródłach wyjaśnienia napotkanych w tekście terminów i pojęć.
11. Stosuje podane w tekście definicje i twierdzenia.
12. Naśladuje przedstawione rozwiązania w analogicznych sytuacjach.

P1: przejawiać szacunek dla prawdy

1. Rozumie potrzebę dowodzenia.
2. Weryfikuje zgromadzone dane.
3. Nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy.
4. Protestuje w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi.
5. Wytrwale poszukuje informacji.
6. Jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych.
7. Nie uogólnia bez uprzedniego upewnienia się, co do prawdziwości przesłanek.
8. Podejmuje decyzje na podstawie sprawdzonych informacji.

P2: dążyć do szukania przyczyn

1. Rozumie potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach.
2. Przewiduje skutki planowanych działań.
3. Rozważa różne przypadki nie ograniczając się do przypadków szczególnych.
4. Wnikliwie analizuje problem.

P3: oceniać zasadność wnioskowań i działań

1. Ocenia poprawność rozwiązania zadania.
2. Wartościuje rozwiązania tego samego zadania różnymi sposobami.
3. Dostrzega sprzeczne informacje lub błędy w rozumowaniach.
4. Ocenia dobór argumentów uzasadniających tezę (stanowisko).

2. Treści nauczania

1. Elementy logiki. Zbiory. Zbiory liczbowe

Tematyka

- ◇ Pojęcie zdania w logice, zaprzeczenie zdania.
- ◇ Koniunkcja zdań, alternatywa zdań.
- ◇ Implikacja, równoważność zdań.
- ♥ Tautologie.
- ♥ Metoda 0-1.
- Definicja, twierdzenie, twierdzenie odwrotne.
- ◇ Prawa logiczne, prawa De Morgana.
- Zbiór, działania na zbiorach.
- Zbiory liczbowe, oś liczbowa.
- Przedziały.
- ◇ Forma zdaniowa jednej zmiennej.
- ◇ Kwantyfikator ogólny, kwantyfikator szczegółowy.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ◇ pozna zdania proste i złożone;
- ◇ pozna spójniki logiczne;
- pozna, co to jest definicja i czym różni się od twierdzenia;
- dowie się, co to jest twierdzenie odwrotne;
- ◇ pozna podstawowe prawa logiki, takie jak negacja alternatywy i negacja koniunkcji;
- ♥ pozna prawa logiczne (tautologie) i metody ich dowodzenia
- pozna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiór skończony (nieskończony), element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru;
- zapozna się z symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów (\hat{I} , \check{E} , \cap , $,$, $-$, $'$);
- pozna pojęcie sumy, różnicy, iloczynu i dopełnienia zbiorów;
- przypomni sobie wiadomości dotyczące liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych;
- pozna relacje, jakie zachodzą między podzbiórami zbioru liczb rzeczywistych;
- przypomni sobie, czym jest oś liczbowa;
- pozna pojęcie przedziału (ograniczonego, nieograniczonego, otwartego, domkniętego, jednostronnie otwartego);
- nauczy się wykonywać działania na przedziałach (znajdować sumę, iloczyn, różnicę przedziałów, dopełnienie przedziału);
- ◇ pozna kwantyfikator ogólny i szczegółowy oraz nauczy się zaprzeczać zdania z kwantyfikatorem.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- ◇ odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi i ocenić jego wartość logiczną;

- posługiwać się spójnikami logicznymi i rozumie, że potoczne rozumienie spójników „i” oraz „lub” może być inne niż znaczenie spójników logicznych
- ◇ zaprzeczać zdanie;
- ◇ budować zdania złożone i oceniać ich wartość logiczną;
- odróżnić definicję od twierdzenia;
- ♥ udowadniać twierdzenie za pomocą metody 0-1
- mając dane twierdzenie w postaci implikacji zbudować twierdzenie odwrotne do danego twierdzenia;
- ◇ stosować poznane prawa logiczne;
- wyznaczać część wspólną, sumę i różnicę zbiorów oraz dopełnienie zbioru;
- wskazać w podanym zbiorze liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne;
- posługiwać się pojęciem osi liczbowej;
- zaznaczyć przedziały na osi liczbowej;
- wykonywać działania na przedziałach;
- ◇ odróżnić zadanie od formy zdaniowej;
- stosować określenia „dla każdego”, „dla pewnego”, „istnieje”, „dla dowolnego”;
- wykorzystywać język matematyki w komunikowaniu się.

2. Działania w zbiorach liczbowych

Tematyka

- Zbiór liczb naturalnych, zbiór liczb całkowitych.
- Zbiór liczb wymiernych, zbiór liczb niewymiernych.
- Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych.
- Porównywanie liczb w zbiorze \mathbf{R} . Przypomnienie wiadomości o równaniach i nierównościach.
- Procenty.
- Punkty procentowe.
- Wartość bezwzględna.
- Przybliżenia.
- Błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia, szacowanie.
- ♥ Systemy liczbowe (dwójkowy, ósemkowy, szesnastkowy).

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie pojęcie liczb pierwszych i złożonych;
- przypomni sobie cechy podzielności liczb naturalnych oraz jak znajduje się NWD i NWW liczb naturalnych;
- przypomni sobie, jak wykonuje się działania na ułamkach;
- ◇ pozna pojęcie części całkowitej i ułamkowej;
- przypomni sobie prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;
- przypomni sobie własności równości i nierówności w zbiorze \mathbf{R} ;
- przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami;
- pozna pojęcie punktu procentowego;
- pozna pojęcie wartości bezwzględnej;
- pozna pojęcie błędu bezwzględnego i względnego;
- nauczy się szacować wyrażenia liczbowe.
- ♥ nauczy się zapisywać liczby a różnych systemach (dwójkowym, ósemkowym, szesnastkowym)
- ♥ nauczy się odczytywać liczby zapisane w np. w systemie dwójkowym.



Założone osiągnięcia ucznia:

Uczeń potrafi:

- stosować cechy podzielności liczb naturalnych do znajdowania NWW i NWD (w tym również w celu rozwiązania zagadnień praktycznych);
- sprawnie wykonywać działania na ułamkach;
- ◇ wyznaczyć część całkowitą i część ułamkową liczby;
- zaplanować i wykonać obliczenia na liczbach rzeczywistych (w tym z wykorzystaniem praw działań);
- stwierdzić, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną czy niewymierną;
- wyznaczać rozwinięcia dziesiętne liczb;
- zapisać liczbę wymierną (w tym mającą rozwinięcie dziesiętne okresowe) w postaci ilorazu liczb całkowitych;
- stosować własności równości i nierówności w zbiorze \mathbf{R} oraz rozwiązywać proste równania i nierówności;
- stosować pojęcie procentu w obliczeniach;
- odczytywać dane z tabel i diagramów;
- wykorzystywać tabele i diagramy do przedstawiania danych;
- posługiwać się pojęciem punktu procentowego;
- obliczyć wartość bezwzględną danej liczby;
- zastosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej;
- zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu $|x - a| = b$, $|x - a| \geq b$
- zapisać nierówność (równanie) z wartością bezwzględną, znając zbiór rozwiązań tej nierówności (tego równania);
- znaleźć przybliżenie liczby z zadaną dokładnością;
- stosować reguły zaokrąglania liczb;
- stosować pojęcie błędu bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia;
- oszacować wartość wyrażenia liczbowego.

3. Wyrażenia algebraiczne

Tematyka

- Potęga o wykładniku naturalnym.
- Pierwiastek arytmetyczny.
- Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej.
- Wzory skróconego mnożenia.
- Potęga o wykładniku całkowitym.
- Potęga o wykładniku wymiernym.
- Informacja o potędze o wykładniku rzeczywistym.
- Pojęcie logarytmu, własności logarytmów.
- Przekształcanie wzorów.
- Średnia arytmetyczna, średnia geometryczna, średnia ważona.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym;
- przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych;
- pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej;

- pozna wzory skróconego mnożenia (kwadrat sumy i różnicy liczb wyrażeń, różnica kwadratów wyrażeń, sześcian sumy i różnicy wyrażeń, różnica i suma sześcianów wyrażeń);
- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym;
- pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym i własności działań na takich potęgach;
- pozna, jak konstruuje się potęgę o wykładniku niewymiernym;
- pozna prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- pozna pojęcie logarytmu;
- pozna podstawowe własności logarytmu (wzór na logarytm ilorazu, iloczynu, potęgi);
- ◇ pozna wzór na zamianę podstaw logarytmu;
- ◇ pozna przykładowe zastosowanie logarytmów;
- nauczy się przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii;
- przypomni sobie pojęcie średniej arytmetycznej oraz pozna pojęcie średniej geometrycznej i średniej ważonej.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym i całkowitym;
- zapisywać liczby w postaci wykładniczej $a \cdot 10^k$, gdzie $a \in <1, 10>$ i $k \in \mathbb{C}$
- sprawnie wykonywać działania na pierwiastkach;
- sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia (w tym do rozkładania sum algebraicznych na czynniki);
- usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka;
- wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym (wymiernym i niewymiernym);
- obliczyć logarytm danej liczby przy danej podstawie;
- stosować w obliczeniach podstawowe własności logarytmu;
- ◇ znaleźć przybliżenie liczby zapisanej przy użyciu potęgi i przedstawić je (używając kalkulatora) w notacji wykładniczej;
- sprawnie przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii;
- obliczać średnią arytmetyczną, geometryczną, ważoną.

4. Funkcja i jej własności

Tematyka

- Pojęcie funkcji, funkcja liczbowa.
- Dziedzina i zbiór wartości funkcji.
- Sposoby opisywania funkcji.
- Wykres funkcji.
- Miejsce zerowe funkcji.
- Monotoniczność funkcji.
- ◇ Różnowartościowość funkcji.
- Najmniejsza i największa wartość funkcji.
- Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie pojęcie funkcji;
- pozna różne sposoby opisywania funkcji (graf, wzór, tabela, wykres, opis słowny);



- przypomni sobie takie pojęcia jak: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej;
- pozna pojęcie monotoniczności funkcji;
- ◇ pozna pojęcie różnowartościowości funkcji;
- pozna wykresy niektórych funkcji jak np. $y = x$, $y =$, $y = x^2$,
 $y = x^3$, $y = |x|$
- pozna pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji.
- nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- nauczy się szkicować wykres funkcji o podanych własnościach;
- nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić przyporządkowanie, które jest funkcją, od przyporządkowania, które funkcją nie jest;
- opisywać funkcje na różne sposoby (grafem, wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym);
- wskazać wykres funkcji liczbowej;
- wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej;
- określić zbiór wartości funkcji (proste przykłady);
- obliczyć miejsca zerowe funkcji;
- określić na podstawie wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartość największą i najmniejszą funkcji, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie (maleje, jest stała) oraz zbiory, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);
- ◇ określić na podstawie wykresu, czy dana funkcja jest różnowartościowa;
- sporządzić wykres funkcji spełniającej podane warunki;
- podać opis matematyczny zależności dwóch zmiennych w postaci funkcji;
- odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji, dotyczące różnych zjawisk, np. przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych, chemicznych;
- przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru funkcji lub wykresu funkcji.

5. Przekształcenia wykresów funkcji

Tematyka

- ◇ Wektor w układzie współrzędnych.
- Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX .
- Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY .
- ♥ Translacja o podany wektor.
- Symetria osiowa względem osi OX .
- Symetria osiowa względem osi OY .
- ◇ Symetria środkowa względem początku układu współrzędnych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- ◇ pozna pojęcie wektora w układzie współrzędnych;
- ◇ nauczy się dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę;
- ◇ pozna pojęcie wektorów przeciwnych;

- ◇ pozna pojęcie przesunięcia równoległego;
- nauczy się przesuwać równolegle wykres funkcji wzdłuż osi OX ;
- nauczy się przesuwać równolegle wykres funkcji wzdłuż osi OY ;
- ♥ nauczy się przesuwać równolegle wykres funkcji o dowolny wektor;
- ◇ pozna pojęcie symetrii osiowej;
- nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX ;
- nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OY ;
- ◇ pozna pojęcie symetrii środkowej;
- ◇ nauczy się przekształcać wykres funkcji względem początku układu współrzędnych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- ◇ obliczyć współrzędne wektora i długość wektora;
- ◇ dodać i odjąć wektory, pomnożyć wektor przez liczbę;
- ◇ stosować pojęcie wektorów równych i przeciwnych w rozwiązaniach prostych zadań;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a)$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x) + b$;
- ♥ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a) + b$ i odwrotnie;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(x)$;
- ◇ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = |f(x)|$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(-x)$;
- ◇ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(-x)$;

6. Funkcja liniowa

Tematyka

- Proporcjonalność prosta.
- Funkcja liniowa. Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej.
- Własności funkcji liniowej.
- Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych.
- Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego.
- Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- ◇ Nierówność pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- ◇ Układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi.
- Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie informacje o proporcjonalności prostej;
- przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej;
- pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej;
- przypomni sobie własności funkcji liniowej;
- nauczy się znajdować równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe lub prostopadłe do danej funkcji liniowej;
- nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;
- przypomni sobie, jak się rozwiązuje równania i nierówności liniowe;
- przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;

- ◇ nauczy się opisywać zbiory za pomocą układów nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- sporządzić wykres proporcjonalności prostej oraz podać jej własności;
- zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań;
- sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;
- wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań;
- wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostokątny) do danej funkcji liniowej;
- stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego;
- rozwiązywać równania oraz nierówności liniowe z jedną niewiadomą oraz interpretować je graficznie;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą;
- stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
- ◇ graficznie przedstawiać nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi oraz opisywać podane zbiory za pomocą układów równań i nierówności z dwiema niewiadomymi.

7. Funkcja kwadratowa

Tematyka

- Jednomian kwadratowy, trójmian kwadratowy.
- Przekształcenia wykresów funkcji kwadratowych.
- Postać ogólna i postać kanoniczna funkcji kwadratowej.
- Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.
- Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.
- Badanie trójmianu kwadratowego, zadania optymalizacyjne.
- Równania kwadratowe.
- Nierówności kwadratowe.
- Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności;
- nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej;
- nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych;
- nauczy się przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;
- pozna metodę rozwiązywania równań kwadratowych;
- pozna metodę rozwiązywania nierówności kwadratowych;
- nauczy się znajdować największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych;

- nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań (w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym).

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji;
- sporządzić wykres funkcji kwadratowej i zbadać jej własności na podstawie wykresu;
- wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji kwadratowej;
- przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;
- wyznaczyć wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu;
- wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej i postać iloczynową funkcji kwadratowej;
- sprawnie zamieniać jedną postać funkcji kwadratowej na inną (postać kanoniczna, iloczynowa, ogólna);
- sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie, zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych;
- wyznaczyć wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- rozwiązywać zadania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne);
- rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych;
- przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej;
- opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej.

8. Geometria płaska – pojęcia wstępne

Tematyka

- Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt.
- ◇ Figura wypukła, figura ograniczona.
- Położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta.
- Dwie proste przecięte trzecią prostą.
- Twierdzenie Talesa.
- Okrąg i koło.
- Kąty i koła.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie podstawowe pojęcia geometryczne (punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt);
- ◇ pozna pojęcie figury wklęsłej i wypukłej;
- ◇ pozna pojęcie figury ograniczonej i nieograniczonej;
- przypomni sobie wiadomości o kątach (kąt prosty, ostry, rozwarty, kąty przyległe, kąty wierzchołkowe);

- przypomni sobie położenie prostych na płaszczyźnie, pojęcie odległości punktu od prostej i pojęcie odległości między prostymi równoległymi;
- przypomni sobie pojęcie symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta oraz jaką własność ma dowolny punkt leżący na symetralnej odcinka (dwusiecznej kąta);
- przypomni sobie twierdzenie o dwóch prostych równoległych, przeciętych trzecią prostą;
- przypomni sobie twierdzenie Talesa;
- przypomni sobie pojęcie koła i okręgu;
- pozna określenie kąta środkowego w kole, wpisanego w koło i kąta dopisanego oraz własności tych kątów.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- określać własności poznanych figur geometrycznych i posługiwać się tymi własnościami;
- wyznaczać odległość: dwóch punktów, punktu od prostej, dwóch prostych równoległych;
- konstruować: proste prostopadłe, proste równoległe, symetralną odcinka, dwusieczną kąta;
- określić wzajemne położenie prostej i okręgu;
- ◇ określić wzajemne położenie dwóch okręgów;
- stosować w rozwiązywaniu zadań poznane twierdzenia (m.in. twierdzenie o dwóch prostych przeciętych trzecią prostą, twierdzenie Talesa, twierdzenia dotyczące kątów środkowych, wpisanych w okrąg, dopisanych do okręgu).

9. Geometria płaska – trójkąty

Tematyka

- Podział trójkątów.
- Suma kątów w trójkącie.
- Nierówność trójkąta.
- Odcinek łączący środki boków w trójkącie.
- Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.
- Wysokości w trójkącie.
- Środki w trójkącie.
- Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie.
- Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt.
- Przystawianie trójkątów.
- Podobieństwo trójkątów.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
- przypomni sobie twierdzenie o sumie kątów w trójkącie;
- przypomni sobie, na czym polega nierówność trójkąta;
- przypomni sobie twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta;
- przypomni sobie twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;
- pozna twierdzenie o wysokościach w trójkącie;
- pozna twierdzenie o środkowych w trójkącie;

- przypomni sobie twierdzenie o symetralnych boków trójkąta;
- przypomni sobie twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta;
- przypomni sobie pojęcie trójkątów przystających oraz cechy przystawiania trójkątów;
- przypomni sobie pojęcie trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań (w tym m.in. twierdzenie o sumie kątów trójkąta, twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta, twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa, twierdzenie o wysokościach w trójkącie, twierdzenie o środkowych w trójkącie);
- określić – znając długości boków trójkąta – czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny czy rozwartokątny;
- opisać okrąg na trójkącie, wpisać okrąg w trójkąt, wyznaczać promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny i w trójkąt równoramienny, wyznaczać promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym i na trójkącie równoramiennym – znając długości boków trójkąta;
- rozpoznawać trójkąty przystające;
- stosować cechy przystawiania trójkątów w rozwiązywaniu zadań;
- rozpoznawać trójkąty podobne;
- stosować cechy podobieństwa trójkątów w rozwiązywaniu zadań (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym).

10. Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta

Tematyka

- Pole figury geometrycznej.
- Pole trójkąta.
- Pola trójkątów podobnych.
- Pole koła, pole wycinka koła.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna pojęcie pola figury;
- przypomni sobie stosowane wcześniej wzory na pole trójkąta (np. $P = 1/2ah$);
- pozna nowe wzory na pole trójkąta (np. $P = 1/2absin\gamma$);
- pozna twierdzenie dotyczące pól trójkątów podobnych;
- przypomni sobie wzór na pole koła i długość okręgu;
- pozna wzór na pole wycinka koła i wzór na długość łuku okręgu.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- obliczyć pole figury, wykorzystując podział tej figury na rozłączne części;
- stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów;
- stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach (np. długość wysokości, długość promienia koła wpisanego w trójkąt);
- zastosować twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu zadań;
- zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań.

11. Trygonometria kąta ostrego

Tematyka

- Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym.
- Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla 30° , 45° , 60° .
- Podstawowe tożsamości trygonometryczne.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna określenie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;
- nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° ;
- pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- wyznaczyć funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;
- rozwiązać równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, gdzie $0^\circ < x < 90^\circ$, korzystając z kalkulatora, tablic lub posługując się wartościami funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów;
- stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w rozwiązywaniu zadań;
- znając wartości jednej funkcji potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego.

12. Geometria płaska – czworokąty

Tematyka

- Podział czworokątów.
- Trapezy.
- Równoległoboki.
- Trapezoidy.
- ◇ Okrąg opisany na czworokącie.
- ◇ Okrąg wpisany w czworokąt.
- Podobieństwo. Podobieństwo czworokątów.
- Skala i plan.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie podział czworokątów;
- przypomni sobie niektóre własności czworokątów;
- pozna twierdzenie o linii łączącej środki ramion trapezu;
- ◇ pozna twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt;
- pozna pojęcie podobieństwa i jego własności;
- nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące mapy, planu, skali mapy.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- posługiwać się własnościami czworokątów w rozwiązywaniu zadań;
- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących wielokątów;
- stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;

- stosować własności podobieństwa w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali).

13. Geometria płaska – pole czworokąta

Tematyka

- Pole równoległoboku.
- Pole trapezu.
- Pola figur podobnych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie wzory na pola czworokątów (kwadratu, prostokąta, równoległoboku, rombu, trapezu);
- pozna nowe wzory na pole czworokąta;
- pozna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów;
- stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy);
- rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.

14. Elementy geometrii analitycznej

Tematyka

- ◇ Wektor w układzie współrzędnych – powtórzenie wiadomości.
- Odległość punktów w układzie współrzędnych.
- Współrzędne środka odcinka.
- Równanie kierunkowe prostej.
- Równanie ogólne prostej.
- Równoległość prostych.
- Prostopadłość prostych.
- ◇ Odległość punktu od prostej.
- Równanie okręgu.

Cele edukacyjne ucznia

Uczeń:

- ◇ przypomni sobie podstawowe informacje o wektorze w układzie współrzędnych;
- przypomni sobie, jak oblicza się odległość punktów w układzie współrzędnych;
- pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka;
- przypomni sobie informacje o równaniu kierunkowym prostej;
- nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej;
- przypomni sobie warunki na równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych;
- ◇ pozna wzór na obliczanie odległości punktu od prostej;
- nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej;
- nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu;



- nauczy się zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach (np. stycznego do jednej z osi układu);
- nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;
- ◇ nauczy się określać wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych;
- wyznaczyć współrzędne środka odcinka;
- ◇ zastosować informacje o wektorze w układzie współrzędnych do rozwiązywania prostych zadań;
- znaleźć równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym;
- zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;
- ◇ stosować wzór na obliczanie odległości punktu od prostej w zadaniach;
- posługiwać się równaniem okręgu;
- przekształcić równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytać współrzędne środka i promień okręgu;
- wyznaczyć równanie okręgu o zadanych własnościach;
- wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;
- ◇ określić wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami;
- ◇ wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów.

15. Wielomiany

Tematyka

- Wielomian jednej zmiennej stopnia n ($n \geq 1$).
- Równość wielomianów.
- Dodawanie odejmowanie, mnożenie wielomianów.
- ◇ Dzielenie wielomianów.
- Pierwiastek wielomianu, pierwiastek wielokrotny.
- ◇ Twierdzenie Bezouta.
- Rozkład wielomianów na czynniki.
- Równania wielomianowe.
- Zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję wielomianu stopnia n ($n \geq 1$) jednej zmiennej;
- pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować;
- nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany;
- ◇ nauczy się dzielić wielomian przez wielomian;
- pozna pojęcie pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu;
- ◇ pozna twierdzenie Bezouta i nauczy się je stosować;
- ◇ pozna twierdzenie o reszcie i nauczy się je stosować;
- pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki (wyłączanie czynnika poza nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów);
- nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe;
- nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem;
- dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany;
- ◇ podzielić wielomiany;

- ◇ zastosować twierdzenie Bezouta i twierdzenie o reszcie w rozwiązaniach zadań;
- rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias;
- rozwiązać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;
- rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, stosując poznane definicje i twierdzenia.

16. Funkcje wymierne

Tematyka

- Definicja funkcji wymiernej, dziedzina funkcji wymiernej.
- Działania na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie).
- Proporcjonalność odwrotna i jej własności.
- ◇ Funkcja homograficzna i jej własności.
- Proste równania wymierne.
- ◇ Proste nierówności wymierne.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję funkcji wymiernej;
- nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- nauczy się skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej;
- nauczy się szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;
- nauczy się rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną;
- ◇ nauczy się rysować wykresy funkcji homograficznych;
- ◇ nauczy się opisywać własności funkcji homograficznej na podstawie jej wykresu;
- ◇ nauczy się rozwiązywać zadania z wykorzystaniem własności funkcji homograficznej;
- nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne;
- ◇ nauczy się rozwiązywać proste nierówności wymierne (dające się sprowadzić do nierówności stopnia co najwyżej drugiego).

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji;
- wyznaczać dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych lub kwadratowych za pomocą grupowania wyrazów, stosowania wzorów skróconego mnożenia, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias;
- obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;

- rozwiązywać zadania z proporcjonalnością odwrotną;
- ◇ rysować wykresy i określać własności funkcji homograficznych;
- ◇ rozwiązywać zadania dotyczące funkcji homograficznych;
- rozwiązywać proste równania wymierne;
- ◇ rozwiązywać proste nierówności wymierne prowadzące do nierówności liniowych lub nierówności kwadratowych;
- rozwiązywać zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych.

17. Ciągi

Tematyka

- Określenie ciągu, ciąg liczbowy.
- Sposoby opisywania ciągów.
- Monotoniczność ciągu.
- Ciąg arytmetyczny.
- Ciąg geometryczny.
- Oprocentowanie lokat i kredytów (procent prosty i procent składany).
- ♥ Ciąg Fibonacciego.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję ciągu;
- pozna sposoby opisywania ciągów (wzór ogólny, wykres);
- pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu;
- pozna definicję ciągu arytmetycznego;
- pozna własności ciągu arytmetycznego;
- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego (n -ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów tego ciągu, średnia arytmetyczna);
- pozna definicję ciągu geometrycznego;
- pozna własności ciągu geometrycznego;
- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego (n -ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna);
- pozna pojęcie procentu prostego i składanego;
- nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów.
- ♥ pozna własności ciągu Fibonacciego.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- określać ciąg wzorem ogólnym;
- wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu;
- zbadać monotoniczność ciągu;
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym;
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych;
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego;
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym;
- wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych;
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;

- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego;
- rozwiązywać zadania stosując wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym;
- stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;
- ♥ będzie potrafił wyznaczyć n -ty wyraz ciągu Fibonacciego oraz jego sumę.

18. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna

Tematyka

- Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie.
- Funkcja wykładnicza i jej własności.
- ◇ Proste równania i nierówności wykładnicze.
- Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym.
- Logarytm – powtórzenie wiadomości.
- ◇ Funkcja logarytmiczna i jej własności.
- ◇ Proste równania i nierówności logarytmiczne.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- będzie doskonalił umiejętności wykonywania działań na potęgach;
- pozna pojęcie funkcji wykładniczej;
- pozna własności funkcji wykładniczej;
- ◇ nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;
- nauczy się stosować własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań;
- przypomni sobie pojęcie logarytmu;
- przypomni sobie własności logarytmów i ich zastosowanie w rozwiązywaniu zadań;
- ◇ pozna pojęcie funkcji logarytmicznej;
- ◇ pozna własności funkcji logarytmicznej;
- ◇ nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności logarytmiczne;
- ◇ nauczy się stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań;
- odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;
- sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;
- przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;
- opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów;
- ◇ rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;
- rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym;
- obliczać logarytm liczby dodatniej;
- stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań;
- ◇ odróżnić funkcję logarytmiczną od innych funkcji;
- ◇ sporządzać wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;

- ◇ przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych;
- ◇ opisywać własności funkcji logarytmicznych na podstawie ich wykresów;
- ◇ rozwiązywać proste równania i nierówności logarytmiczne;
- ◇ rozwiązywać zadania dotyczące funkcji logarytmicznych, umieszczone w kontekście praktycznym.

19. Elementy statystyki opisowej

Tematyka

- Dane statystyczne i ich klasyfikacja.
- Średnia z próby.
- Mediana z próby.
- Odchylenie standardowe z próby.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- dowie się, na czym polega klasyfikacja danych statystycznych;
- nauczy się obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby;
- nauczy się interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, odchylenie standardowe z próby;
- interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne;
- odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów;
- przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;
- przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych;
- porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi.

20. Elementy kombinatoryki

Tematyka

- Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych.
- Zasada mnożenia.
- Drzewa stochastyczne.
- Symbol silni. Symbol Newtona
- ◇ Permutacje.
- ◇ Wariacje z powtórzeniami.
- ◇ Wariacje bez powtórzeń.
- ◇ Kombinacje.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- pozna zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować;
- nauczy się przedstawiać pewne sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań;
- pozna symbol silni i nauczy się go stosować;

- ◇ pozna pojęcie permutacji, wariacji z powtórzeniami i wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji;
- ◇ nauczy się obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji;
- nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających używania wzorów kombinatorycznych;
- stosować zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań;
- rozwiązywać pewne zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa;
- stosować symbol silni;
- ◇ obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń i kombinacji;
- rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki.

21. Rachunek prawdopodobieństwa

Tematyka

- Doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, zdarzenie, działania na zdarzeniach.
- Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa.
- Własności prawdopodobieństwa.
- „Klasyczna definicja prawdopodobieństwa”.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna takie pojęcia, jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe;
- nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu;
- nauczy się znajdować sumę zdarzeń, różnicę zdarzeń, iloczyn zdarzeń oraz zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia;
- pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa;
- pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować w rozwiązywaniu zadań;
- pozna „klasyczną definicję prawdopodobieństwa”;
- nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc;
- wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu;
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”;

- stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań;
- wykorzystywać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa;
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa.

22. Geometria przestrzenna

Tematyka

- Płaszczyzny i proste w przestrzeni.
- ◇ Rzut równoległy na płaszczyznę.
- Rzut prostokątny na płaszczyznę, kąt między prostą i płaszczyzną.
- Kąt dwuścienny, kąt liniowy kąta dwuściennego.
- ◇ Wielościany, pole powierzchni wielościanu, objętość wielościanu.
- Graniastosłupy – podział, pole powierzchni, objętość.
- Ostrosłupy – podział, pole powierzchni, objętość.
- Bryły obrotowe – walec, stożek, kula; pole powierzchni i objętość brył obrotowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
- ◇ nauczy się rysować figury w rzucie równoległym na płaszczyznę;
- pozna wzajemne położenie prostej i płaszczyzny;
- nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną;
- pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
- poprawnie narysować wielościany (graniastosłupy, ostrosłupy) i bryły obrotowe;
- wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości;
- podać własności figur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy czy bryły obrotowe;
- rysować siatki figur przestrzennych;
- wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych;
- wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii.

Realizując podane treści w technikum informatycznym oprócz tematów dodanych specjalnie dla tego kierunku, należy zwrócić szczególną uwagę na takie działy jak: funkcja liniowa, kwadratowa oraz silnie i symbol Newtona. Dlatego też na realizację tych treści przeznaczyłam większą ilość godzin nauczania.

3. Procedury osiągnięcia celów

Procedury osiągnięcia celów odpowiadają na pytanie, jak skutecznie organizować proces nauczania i uczenia się. Podczas prezentacji treści programowych proponowanych do realizacji w poszczególnych klasach proponuje się różne sposoby organizacji zajęć umożliwiające osiągnięcie zamierzonych celów opisanych poprzez pożądane wiadomości, umiejętności i postawy. Bardzo ważną rolę w procesie nauczania mają metody i formy pracy z uczniami z uwzględnieniem zdolności i możliwości uczniów oraz kierunku kształcenia zawodowego. Różnorodność metod i form pracy ma nie tylko uatrakcyjnić przedmiot, ale także zaktywizować uczniów w procesie uczenia się, zachęcić do rozwiązywania różnych problemów, spowodować kształtowanie odpowiednich postaw.

3.1. Proponowany podział godzin lekcyjnych

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację.

Przydział godzin na poszczególne treści jest adekwatny do kierunku kształcenia w zawodzie technik informatyk oraz uwzględnia możliwości uczniów i specyfikę szkoły. Przydział godzin uwzględnia czteroletni cykl kształcenia, przerwy świąteczne, praktyki zawodowe (1 miesiąc w klasie trzeciej) oraz krótszy okres nauki w klasie czwartej. Stąd:

Klasa I 37 tygodni x 3 godz. = 111 godz.

Klasa II 37 tygodni x 2 godz. = 74 godz.

Klasa III 33 tygodnie x 2 godz. = 66 godz.

Klasa IV 29 tygodni x 2 godz. = 58 godz.

KLASA I (11 godzin do dyspozycji nauczyciela)

1	Elementy logiki matematycznej. Zbiory. Zbiory liczbowe.	15
2	Działania w zbiorach liczbowych.	15
3	Wyrażenia algebraiczne.	12
4	Funkcja i jej własności.	10
5	Przekształcenia wykresów funkcji (w tym translacje o wektor)	8
6	Funkcja liniowa i jej własności.	18
7	Funkcja kwadratowa, jej własności, postacie i zastosowanie.	22

KLASA II (9 godzin do dyspozycji nauczyciela)

1	Geometria płaska (pojęcia wstępne, trójkąty i ich własności i pola, pole koła, czworokąty i ich pola, trygonometria)	25
2	Geometria analityczna (równanie prostej przechodzącej przez jeden lub dwa punkty, warunek równoległości i prostokątności prostych, długość odcinka i jego środek)	20
3	Wielomiany	20

KLASA III (6 godzin do dyspozycji nauczyciela)

1	Funkcja wymierna	20
2	Ciągi liczbowe	20
3	Funkcja wykładnicza	10
4	Funkcja logarytmiczna	10

KLASA IV

1	Elementy statystyki.	8
2	Elementy kombinatoryki (w tym szczególne uwzględnienie silni i symbolu Newtona).	10
3	Rachunek prawdopodobieństwa.	15
4	Geometria przestrzenna.	15
5	Powtórki do matury.	10

3.2. Metody i formy nauczania

Wśród metod i form nauczania najczęściej stosowanych na lekcjach matematyki na uwagę zasługują:

- a) wykład (prezentacja materiału przez nauczyciela), bardzo ważne jest staranne przygotowanie wykładu, pomocne może być wykorzystanie rzutnika;
- b) pogadanka;
- c) praca z podręcznikiem lub innymi źródłami informacji (encyklopedia, Internet, prasa), wdraża do samodzielnego uczenia się, kształtuje umiejętność czytania ze zrozumieniem, analizowania i wnioskowania, samodzielnego zbierania informacji, ich przetwarzania i opracowywania- uczniowie mogą samodzielnie przygotowywać referaty;
- d) lekcje ćwiczeniowe – rozwiązywanie zadań jest niezbędnym elementem uczenia się matematyki;
- e) praca w grupach – kształtuje postawę odpowiedzialności za wszystkich, uczy współpracy w zespole, odpowiedniego podziału ról, umiejętność komunikowania się;
- f) metoda projektu – uczy samodzielności oraz współdziałania w grupie, organizacji pracy, uczniowie zdobywają umiejętność samokształcenia i samodzielnego wyszukiwania informacji;
- g) uczestnictwo w kołach matematycznych, konkursach matematycznych.

W nauczaniu matematyki bardzo ważne jest ugruntowanie pojęć, dlatego temu zagadnieniu warto poświęcić na lekcjach więcej czasu. Jeżeli jest to możliwe to należy korzystać na lekcjach z nowoczesnych technik informacji – komputerów, Internetu, kalkulatorów.

3.3. Środki dydaktyczne

1. Wykonywanie siatek i modeli figur przestrzennych-w ten sposób rozwijania jest wyobraźnia przestrzenna uczniów.
2. Wykorzystanie telewizji edukacyjnej, filmów edukacyjnych, komputerów – jest elementem edukacji medialnej; daje możliwość prezentowania różnych modeli matematycznych; zwiększa atrakcyjność prezentowanego materiału.

3. Analizowanie informacji z prasy, np.: danych giełdowych, kursu walut, zmian cen różnych towarów na rynku itp.
4. Wykorzystanie środków multimedialnych.
5. Wykorzystanie tablic poglądowych i programów edukacyjnych.
6. Udział w konkursach matematycznych.
7. Uczestnictwo w kołach matematycznych i kołach interdyscyplinarnych.

3.4. Postulowane wyposażenie pracowni przedmiotowej – oprzyrządowanie programu.

- Podręczniki (klasa I-III) – seria „MATEMATYKA, kształcenie ogólne w zakresie podstawowym dla liceum i technikum.” – M. Kurczab, E. Kurczab, E. Świda, wyd. Oficyna Edukacyjna PAZDRO.
- Zbiór zadań (klasa I-III) do w/w serii.
- Płyty CD - ROM z zadaniami.
- Modele figur przestrzennych.
- Plansze ze wzorami matematycznymi, jednostkami miar.
- Programy komputerowe.
- Laptop, rzutnik multimedialny, ekran.
- Sprawdziany, testy.

4. Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycja metod ich oceny

Kontrolowanie i ocenianie uczniów powinno być spójne z tym, co było przedmiotem nauczania. Sprawdzanie i ocenianie osiągnięć uczniów jest jednym z czynników, który ma duży wpływ na wyniki nauczania. Częste i systematyczne dokonywanie oceny pomaga na bieżąco kontrolować postępy ucznia w nauce, gromadzić informacje o stopniu opanowania przez niego wiedzy i umiejętności wymaganych w programie. Ocenianiu powinna podlegać nie tylko wiedza i umiejętności zdobyte przez ucznia, ale także jego postawa i zaangażowanie w zdobywanie wiedzy. Ocena ma informować ucznia o czynionych przez niego postępach oraz uświadamiać mu, z czym ma jeszcze problemy, i ostatecznie zachęcać go do dalszej pracy. Dlatego też ocena powinna być rzetelna i obiektywna oraz dokonywana jak najszybciej.

System oceniania powinien być zawarty w przedmiotowym systemie oceniania, stanowiącym część WSO. Uczeń powinien być poinformowany o stosowanych na lekcjach matematyki zasadach oceniania.

Sprawdzanie osiągnięć ucznia można realizować poprzez ocenianie:

- odpowiedzi ustnych;
- kartkówek (obejmujących realizowany aktualnie materiał, na bieżąco informujących o postępach w nauce);
- testów z zadaniami zamkniętymi lub otwartymi;
- prac klasowych (zapowiadanych wcześniej, obejmujących większy zakres materiału).

Oceni podlegać powinny także:

- prace domowe;
- projekty;
- praca w grupach;
- aktywność na lekcji;
- udział w konkursach przedmiotowych.

Stosując zasady oceniania zapisane w PSO i WSO poszczególnym ocenom odpowiadają poniższe przedziały określające stopień wiadomości i umiejętności ucznia:

- 0-30%- ocena niedostateczna
- 31-50%- ocena dopuszczająca
- 51-71%- ocena dostateczna
- 72-90%- ocena dobra
- 91-100%- ocena bardzo dobra

Podczas ustalania ocen śródrocznych oraz końcoworocznych nie należy brać średniej z ocen uzyskiwanych przez ucznia w trakcie roku szkolnego, gdyż znaczenie ocen z różnych form kontroli jest różne. Należy brać pod uwagę stopień opanowania danych treści lub umiejętności, zwracając przy tym uwagę na zrozumienie pojęcia, znajomość oraz umiejętność stosowania definicji i twierdzeń, podawanie przykładów i kontrprzykładów, posługiwanie się językiem matematycznym. Ocena powinna także uwzględniać indywidualne możliwości ucznia, jego zdolności oraz zaangażowanie.

Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia:

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady.
- rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji.
- rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami.
- potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania.
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- korzysta z kalkulatora;
- zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- wyjaśnia, w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;

- posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- stosuje nowe twierdzenia;
- ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);
- zna dowody twierdzeń objętych programem;
- rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych.

Stopień celujący:

Uczeń:

- analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.



5. Procedura ewaluacji programu

1. Test diagnozujący wiadomości ucznia „na wejściu”.
2. Wymiana uwag z nauczycielami przedmiotów zawodowych dotyczących umiejętności matematycznych uczniów – w trakcie realizacji programu.
3. Test diagnozujący wiadomości ucznia „na wyjściu”.
4. Przeprowadzenie wśród uczniów ankiety oceniającej program - na koniec realizacji programu.
5. Analiza dokumentów z wynikami egzaminu maturalnego – w rok po zakończeniu realizacji programu.

Bibliografia

- [1] M. Kurczab, E.Kurczab, E.Świda, *Matematyka, program nauczania w liceach i technikum-zakres podstawowy*, Warszawa 2008.
- [2] M.Sobczak, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Lublin 2009.
- [3] świętokrzyskie, Sandomierz 2009.
- [4] J.Szempruch, *Założenia, zasady opracowania i modyfikacji programu kształcenia kompetencji kluczowych w zakresie przedsiębiorczości*, Lublin 2009.
- [5] W.Warzecha, *Diagnoza implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy; diagnoza regionalna-województwo*
- [6] Ustawa z dnia 19 marca 2009r. o zmianie ustawy o systemie oświaty oraz o zmianie niektórych innych ustaw (Dz. U. Nr 56, poz. 458).
- [7] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 26 lutego 2002r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. Nr 51, poz. 458, z późn. zm.)
- [8] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 10 sierpnia 2001r. w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz. U. Nr 92, poz. 1020 oraz z 2003r. Nr 90, poz. 846,).
- [9] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 28 sierpnia 2007r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz. U. z dnia 31 sierpnia 2007r. nr 157, poz. 1102).
- [10] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 8 czerwca 2009r. W sprawie dopuszczania do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczenia do użytku szkolnego podręczników (Dz. U. Nr 89, poz. 730).
- [11] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 23 marca 2009r. zmieniające rozporządzenie w sprawie ramowych planów nauczania w szkołach publicznych.



Autor
Zygfrieda Karkocha

MATEMATYKA
ZAKRES PODSTAWOWY

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

Technikum Mechaniczne Nr 2
w Jędrzejowie

Koordynator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki

Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści:

Informacja o autorze programu	5
Wstęp	7
Uwarunkowania realizacji programu.....	9
1. Cele ogólne edukacji matematycznej	11
1.1. Cele edukacyjne.....	11
1.2. Cele wychowawcze	11
2. Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania	12
2.1. Cele kształcenia	12
2.2. Cele wychowania.....	12
3. Materiał nauczania z rozpisaniem liczby godzin na realizację poszczególnych działów	13
4. Uszczegółowiony materiał nauczania powiązany ze szczegółowymi celami kształcenia.	14
5. Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych	19
6. Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycje metod ich oceny.....	20
6.1. Zakładane osiągnięcia ucznia	20
6.2. Metody oceny osiągnięć matematycznych ucznia.....	23
6.3. Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia.....	24
7. Oprzyrządowanie programu	26
8. Projekt ewaluacji programu.....	27
Bibliografia.....	29





Informacja o autorze programu

Mgr Zygfryda Karkocha – nauczyciel dyplomowany, z wieloletnim stażem pracy dydaktyczno – wychowawczej. Doświadczenie zawodowe zdobywała najpierw w ośmioklasowej szkole podstawowej. Od 11 lat jest nauczycielem Zespołu Szkół Ponadgimnazjalnych Nr2 im. gen. Stefana Roweckiego „Grotą” w Jędrzejowie. Uczy matematyki w klasach: zasadniczej szkoły zawodowej, technikum oraz liceum uzupełniającego. Przez szereg lat współpracowała z Zasadniczą Szkołą Zawodową Ochotniczego Hufca Pracy. Ponadto współpracowała z uczelniami wyższymi jako opiekun praktyk studenckich.



Wstęp

Program nauczania matematyki w zakresie podstawowym dla technikum mechanicznego został opracowany w oparciu o cele, zadania, treści kształcenia i osiągnięcia zawarte w podstawie programowej (PP), standardach wymagań egzaminacyjnych (ST WYM) oraz zaleceniach parlamentu europejskiego i rady z dnia 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (MKKE).

Wśród ośmiu wyróżnionych kompetencji kluczowych ważne miejsce zajmują kompetencje matematyczne, które definiowane są następująco:

„Kompetencje matematyczne obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Istotne są zarówno proces i czynność, jak i wiedza, przy czym podstawę stanowi należyte opanowanie umiejętności liczenia. Kompetencje matematyczne obejmują w różnym stopniu – zdolność i chęć wykorzystywania matematycznych sposobów myślenia (myślenie logiczne i przestrzenne) oraz prezentacji (wzory, modele, konstrukty, wykresy, tabele)”

Kompetencje definiujemy w poszczególnych zakresach:

Wiedza:

- W1 – rozumienie terminów i pojęć matematycznych,
- W2 – dobrze opanowana umiejętność liczenia,
- W3 – znajomość miar i struktur,
- W4 – znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,
- W5 – świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.

Umiejętności:

- U1 – stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),
- U2 – śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny),
- U3 – przekazywać komunikaty stosując język matematyczny,
- U4 – korzystać z tekstu matematycznego.

Postawy:

- P1 – przejawiać szacunek dla prawdy,
- P2 – dążyć do szukania przyczyn,
- P3 – oceniać zasadność wnioskowań i działań.

Program będzie realizowany w Technikum Mechanicznym Nr 2 w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych im. gen. Stefana Roweckiego „Grotą” w Jędrzejowie. Jest to szkoła z 80-letnią tradycją w zakresie kształcenia zawodowego. W roku szkolnym 2008/2009 naukę kontynuowało w jej murach 1061 uczniów w 46 oddziałach. 86% ogólnej liczby uczniów jest mieszkańcami gmin wiejskich, na co dzień dojeżdżającymi do szkoły.

Środowisko, z którego pochodzą uczniowie jest mało zróżnicowane, przeważają rodziny biedne pochodzenia wiejskiego, utrzymujące się z gospodarstw rolnych oraz z małych miast utrzymujące się z pracy rzemieślniczej i usługowo-handlowej.

Aby podnieść jakość pracy i uatrakcyjnić ofertę edukacyjną szkoła od lat uczestniczy w różnych projektach finansowanych ze środków Unii Europejskiej.

Z regionalnej diagnozy implementacji Kluczowych Kompetencji przeprowadzonej w ramach projektu „SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI – program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej”, w którym szkoła uczestniczy wynika, iż znaczącym problemem w kształceniu uczniów są: zaległości edukacyjne, niska motywacja, ograniczone możliwości zastosowania wiedzy teoretycznej w praktyce, bariery dostępu do kształcenia związane z problemem dojazdu na zajęcia pozalekcyjne. Zatem szansą dla uczniów na ich rozwój zawodowy jest kształtowanie kompetencji kluczowych, w tym również kompetencji matematycznych.

Dotychczas realizowany program Nr dopuszczenia: DKOS-5002-79/07, autorstwa: Wojciech Babiński, Katarzyna Hall, Dorota Ponczek chociaż jest zgodny z założeniami MKKE, to nie uwzględnia specyfiki nauczania matematyki w technikum. To też potrzeba korelacji treści nauczania matematyki z przedmiotami zawodowymi oraz kształcenie matematycznych kompetencji kluczowych jest źródłem powstania niniejszego programu dla technikum mechanicznego.

Realizacja programu:

- umożliwi zdobycie wiadomości i umiejętności opisanych w podstawie programowej, w standardach wymagań egzaminacyjnych oraz zaleceniach parlamentu europejskiego, w tym m.in.:
- umiejętności budowania modeli matematycznych zjawisk z różnych dziedzin życia codziennego oraz ich wykorzystania do rozwiązywania problemów praktycznych;
- umiejętności wykorzystywania podstawowych narzędzi i technik matematycznych;
- umiejętności przeprowadzania prostego rozumowania dedukcyjnego;
- umiejętności zdobywania i krytycznego analizowania informacji, formułowania hipotez oraz ich weryfikacji;
- umiejętności projektowania obliczeń i ich wykonywania;
- da matematyczne podstawy do uczenia się przedmiotów zawodowych i przyrodniczych np. fizyka, chemia, geografia;
- umożliwi powtórzenie najważniejszych zagadnień występujących w podstawie programowej z matematyki na niższych etapach kształcenia.

Program ma charakter liniowo-spiralny.

Szczegółowe treści kształcenia oraz odpowiadające im cele edukacyjne i osiągnięcia uczniów zostały oznaczone w programie w następujący sposób.

Symbol:

- ✓ Znajduje się w PP, ST WYM i MKKE oraz jest istotny dla kształcenia w zawodzie;
- Nie występuje w PP i ST WYM, ale jest ważny dla MKKE;
- ❖ Występuje w PP dla wcześniejszych etapów kształcenia i jest ważny dla MKKE i kształcenia w zawodzie;
- 🚧 Nie występuje w PP i ST WYM, ale jest ważny dla kształcenia w zawodzie.

Program będzie realizowany w oparciu o podręcznik wydawnictwa *Nowa Era* seria „MATEMATYKA, kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Nowa podstawa. Matura.” – W. Babiński, L. Chańko, D. Ponczek,

Program zawiera: uwarunkowania realizacji programu, ogólne i szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania, ramowy rozkład materiału, szczegółowe treści kształcenia, procedury osiągania celów edukacyjnych, opis przewidywanych osiągnięć ucznia i metody ich oceniania, oprzyrządowanie programu, projekt ewaluacji programu oraz bibliografię.

Uwarunkowania realizacji programu

Program będzie realizowany w klasie pierwszej czteroletniego technikum mechanicznego. Uwzględniając potrzeby nauczycieli przedmiotów zawodowych w treściach nauczania zostały ujęte wiadomości poszerzające zakres podstawowy materiału w dziale: *Wektory* - o działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie wektora przez liczbę oraz w dziale *Funkcje trygonometryczne* – o wzory redukcyjne, wzory na sinus i cosinus podwojonego kąta. Ponadto w trakcie zajęć będą wykorzystywane zadania, treścią związane z zawodowym kierunkiem kształcenia uczniów w technikum mechanicznym.

Poszerzenie programu jest ograniczone obowiązującą liczbą godzin nauczania matematyki w klasach technikum, która zgodnie z rozporządzeniem MENiS w sprawie ramowych planów nauczania na realizację programu w zakresie podstawowym w szkołach typu technikum wynosi 9 godzin tygodniowo - w ciągu 4 lat, w systemie: 3 + 2 + 2 + 2 oraz poziomem przygotowania matematycznego uczniów rozpoczynających edukację na tym etapie kształcenia.

Nauczanie matematyki to nie tylko przekazywanie wiedzy i kształcenie nowych umiejętności, ale również kształtowanie pozytywnej postawy młodego człowieka. Realizacja tego celu jest możliwa poprzez:

- wdrażanie ucznia do samodzielnego rozwiązywania problemów;
- ponoszenie odpowiedzialności za powierzone zadanie;
- piętnowanie nieuczciwości;
- pracę w grupie – która uczy kultury dyskusji i szacunku do człowieka o odmiennych poglądach;
- precyzyjne formułowanie myśli i logiczną konstrukcję wypowiedzi, które kształcą umiejętności komunikacyjne ucznia.

Zwracając uwagę na aspekt praktyczny matematyki, dużą uwagę przywiązuje się do jej realistycznego ujęcia. Zarówno w zakresie działań na liczbach rzeczywistych, ogólnych wiadomości dotyczących funkcji, treści geometrycznych czy związanych ze statystyką i rachunkiem prawdopodobieństwa, zwraca się uwagę na wyrobienie prawidłowych intuicji omawianych pojęć, odnosząc się możliwie jak najczęściej do tzw. zadań z życia codziennego. Dużą uwagę przykładana się do analizy ilościowej i jakościowej danych przedstawionych w różnorodny sposób, do gromadzenia i opracowywania tych danych z zastosowaniem technologii informatycznych.

Wizualizacja treści nauczania jest bodźcem pozytywnie oddziałującym na ucznia, rozwija jego logiczne myślenie i wyobraźnię geometryczną. Pozwala „dotknąć” to, co wydaje się dla ucznia „niezrozumiałą abstrakcją”. Dlatego oprócz podręczników, zeszytów ćwiczeń, tablic matematycznych i zbioru zadań / dla nauczyciela/, w realizacji programu wskazane jest korzystanie z urządzeń multimedialnych.

Pracownia matematyczna, w której będą odbywały się zajęcia wyposażona jest w modele brył geometrycznych, prezynter brył obrotowych, podświetlane tablice funkcji, plansze z wzorami matematycznymi i jednostkami miar, płyty CD przedstawiające treści matematyczne. Jednakże do realizacji powyższego programu niezbędne jest korzystanie podczas zajęć z urządzeń multimedialnych.



1. Cele ogólne edukacji matematycznej

Nadrzędnym celem nauczania matematyki w technikum mechanicznym jest wyposażenie przyszłego absolwenta w umiejętności przydatne w codziennym życiu. Ponadto program podstawowy powinien dać absolwentowi umiejętności matematyczne niezbędne do sprostania wymogom egzaminu maturalnego z matematyki oraz egzaminu z praktycznej nauki zawodu. Osiągnięcie tych założeń jest możliwe poprzez realizację następujących celów ogólnych zawartych w podstawie programowej (PP) i standardach wymagań (ST WYM) zgodnych z zapisami MKKE oraz celów szczegółowych.

1.1. Cele edukacyjne

1. Przygotowanie do świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne odgrywają kluczową rolę; U1
2. Przyswojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych życia codziennego i niezbędnych w kształceniu w zawodzie technik mechanik, w szczególności:
 - a. usystematyzowanie wiedzy o liczbach rzeczywistych oraz nabycie sprawności wykonywania obliczeń; W1, W2, W3
 - b. opanowanie reguł rachunku algebraicznego; W1
 - c. rozwój wyobraźni geometrycznej; W3, U2, P2
 - d. poznanie elementarnych metod analizy zjawisk statystycznych i losowych oraz ich najprostszych opisów kombinatorycznych; W4, W5, U1
 - e. wdrożenie do opisywania oraz analizy zależności i zmienności za pomocą elementarnych funkcji. W3, U1
3. Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania bądź otrzymanego wyniku obliczeń. U1, P1, P2, P3
4. Wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji; stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji. W5, U4, P1, P2
5. Kształtowanie umiejętności precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania. U3
6. Wykorzystywanie nowoczesnych narzędzi wspomagających rozwiązywanie problemów matematycznych. U4
7. Rozwijanie pamięci.

1.2. Cele wychowawcze

1. Kształtowanie wytrwałości w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych. P1, P2
2. Rozwijanie umiejętności logicznego myślenia i wyciągania wniosków. P2
3. Wdrażanie do uzasadnień. U4, P3
4. Rozwijanie umiejętności pracy w zespole oraz odpowiedzialności za powierzone zadania.
5. Dbłość o kulturę i precyzję wypowiedzi. U3, P3
6. Wdrażanie do systematycznej i estetycznej pracy.

2. Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania

2.1. Cele kształcenia

- kształcenie i rozwijanie umiejętności logicznego myślenia;
- rozwijanie i doskonalenie języka, tak by był precyzyjny i jednoznaczny; U3
- wyrobienie umiejętności wyszukiwania i właściwego interpretowania zebranych informacji; U4
- przygotowanie do umiejętnego korzystania z różnych źródeł informacji oraz nowoczesnych technologii; U4
- doskonalenie rozumienia i biegłości technik obliczeniowych; W2
- doskonalenie i kształcenie umiejętności wykonywania działań na wyrażeniach algebraicznych; W2, U2
- doskonalenie i rozwijanie umiejętności sporządzania wykresów funkcji oraz odczytywania ich własności; W4, U4
- wykrywanie związków i zależności funkcyjnych między wielkościami liczbowymi; U1
- rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego; W2, U1
- doskonalenie umiejętności rozwiązywania równań, nierówności i układów równań; W2, U1
- kształcenie umiejętności prowadzenia prostego rozumowania dedukcyjnego; U2, P3
- rozwijanie wyobraźni geometrycznej; W3, U1, P2
- doskonalenie i kształcenie umiejętności rozwiązywania problemów z planimetrii, stereometrii oraz geometrii analitycznej; W3, U1, P2, P3
- wprowadzenie pojęć trygonometrycznych, kształcenie umiejętności rozwiązywania problemów z planimetrii i stereometrii z użyciem trygonometrii; W3, U1, P2, P3
- doskonalenie i kształcenie umiejętności stosowania podstawowych pojęć statystycznych; W1, U1, U3, U4, P1
- kształcenie umiejętności prowadzenia prostych badań statystycznych; U1, U3, U4
- kształcenie umiejętności rozwiązywania prostych problemów kombinatorycznych; W2, U1
- doskonalenie umiejętności czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego. U4

2.2. Cele wychowania

- kształcenie nawyku dobrej organizacji pracy;
- kształcenie wytrwałości, pracowitości i systematyczności przy podejmowaniu działań; P1
- kształtowanie postawy samodzielności, dociekliwości i krytycyzmu w stosunku do swoich działań oraz pozytywnych postaw etycznych; P1, P2
- kształtowanie postawy otwartości i szacunku dla poglądów innych ludzi; P1
- rozwijanie umiejętności społecznych takich jak: współpraca w zespole, prowadzenie dyskusji –umiejętności komunikacyjne, prezentowanie wyników własnej pracy.



3. Materiał nauczania z rozpisaniem liczby godzin na realizację poszczególnych działów

Poniższe zestawienie przedstawia podział materiału nauczania na poszczególne klasy i działy. Przewidywana liczba godzin uwzględnia specyfikę nauczania w klasach technikum mechanicznego. Rok szkolny trwa przeważnie 38 tygodni, jednakże przy realizacji materiału należy odliczyć dni przypadające na czas ferii świątecznych, egzaminu maturalnego, świąt państwowych, uroczystości wewnętrznych oraz praktyk zawodowych (klasa III - IV). Przyjęto, że efektywnie zostaną wykorzystane w roku szkolnym w klasie pierwszej i drugiej – 34 tygodnie, w klasie trzeciej 32 tygodnie a w klasie czwartej – 26.

Lp.	DZIAŁ	LICZBA GODZ.
Klasa 1 – 3 godz. tygodniowo		
1.	Wektory	6
2.	Trygonometria	10
3.	Liczby rzeczywiste	20
4.	Język matematyki	10
5.	Funkcje	15
6.	Funkcja liniowa	15
7.	Funkcja kwadratowa	18
	Godziny do dyspozycji nauczyciela	8
		Suma: 102 godz.
Klasa 2 – 2 godz. tygodniowo		
1.	Planimetria	20
2.	Wielomiany	18
3.	Wyrażenia wymierne	17
	Godziny do dyspozycji nauczyciela	13
		Suma: 68 godz.
Klasa 3 – 2 godz. tygodniowo		
1.	Ciągi liczbowe	18
2.	Funkcje wykładnicze i logarytmy	16
3.	Stereometria	18
	Godziny do dyspozycji nauczyciela	12
		Suma: 64 godz.
Klasa 4 – 2 godz. tygodniowo		
1.	Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka	22
2.	Elementy statystyki opisowej	10
3.	Powtórzenie do matury	20
		Suma: 52 godz.

4. Uszczegółowiony materiał nauczania powiązany ze szczegółowymi celami kształcenia

Treści nauczania	Cele kształcenia
Wektory	
1. Pojęcie wektora, długość, równość, wektory przeciwne. 2. Wektory w prostokątnym układzie współrzędnych. 3. Dodawanie wektorów, mnożenie wektora przez liczbę. 4. Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem wiadomości o wektorach.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> ✓ pozna pojęcie wektora, wektorów równych i przeciwnych; ✓ nauczy się obliczać współrzędne wektora na płaszczyźnie; ✓ nauczy się obliczać długość wektora; ✚ nauczy się dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę.
Trygonometria	
1. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego. 2. Rozwiązywanie zadań z geometrii płaskiej z zastosowaniem trygonometrii. 3. Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego; proste tożsamości trygonometryczne. 4. Wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z nich. 5. Rozwiązywanie równań trygonometrycznych typu $f(x) = a$, gdy f jest funkcją trygonometryczną, a x oznacza miarę kąta ostrego. 6. Wzory redukcyjne; wzory na sinus i cosinus podwojonego kąta.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> ✓ pozna pojęcie miary łukowej i przypomni sobie wiadomości o mierze stopniowej; ✓ pozna definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym; ✓ nauczy się stosować funkcje trygonometryczne kąta ostrego w zadaniach z geometrii płaskiej; ✓ nauczy się rozwiązywać równania trygonometryczne typu $f(x) = a$; ✓ nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych niektórych kątów ($30^0, 45^0, 60^0$); ✓ nauczy się korzystać z wartości funkcji trygonometrycznych odczytanych z tablic matematycznych lub obliczonych na kalkulatorze; ✓ pozna związki między funkcjami tego samego kąta ✚ nauczy się stosować wzory redukcyjne, ✚ pozna wzory na sinus i cosinus podwojonego kąta;
Liczby rzeczywiste	
1. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory; porównywanie i przedstawianie w różnych postaciach – ułamek zwykły, ułamek dziesiętny; liczby niewymierne – rozpoznawanie, usuwanie niewymierności z mianownika, przekształcenia algebraiczne. 2. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych i prawa działań, w tym potęga o wykładniku wymiernym, pierwiastek dowolnego stopnia z uwzględnieniem pierwiastka nieparzystego z liczb ujemnych. 3. Notacja wykładnicza. 4. Pojęcie względnego i bezwzględnego błędu przybliżenia; wyznaczanie przybliżenia dziesiętnego danej liczby rzeczywistej zadaną dokładnością (również z użyciem kalkulatora),	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> ❖ przypomni sobie: liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne, pojęcia - liczby pierwsze i złożone; ❖ przypomni sobie rozkład na czynniki pierwsze liczb naturalnych, NWW i NWD; ❖ przypomni sobie jak porównuje się liczby rzeczywiste, przekształca ułamki; ❖ przypomni sobie własności działań na potęgach i pierwiastkach; ✓ pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym; ✓ pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej; ✓ nauczy się poprawnie wykonywać działania na liczbach rzeczywistych z uwzględnieniem



<p>szacowanie wyniku obliczeń zadaną dokładnością.</p> <p>5. Obliczenia procentowe; posługiwanie się pojęciem procentu i punktu procentowego w rozwiązywaniu zadań praktycznych, lokaty, kredyty.</p>	<p>potęgowania i pierwiastkowania;</p> <ul style="list-style-type: none">❖ przypomni sobie prawa działań;✓ pozna wzory skróconego mnożenia;❖ nauczy się przekształcać wzory;✓ nauczy się szacować wyniki działań, wartości liczbowe wyrażeń;✓ pozna pojęcie notacji wykładniczej i nauczy się ją poprawnie stosować;✓ pozna pojęcie błędu względnego i bezwzględnego;❖ przypomni sobie pojęcie procentu;✓ pozna pojęcie punktu procentowego;✓ nauczy się stosować obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych.
<p>Język matematyki</p>	
<p>1. Zbiory, działania na zbiorach.</p> <p>2. Oś liczbowa, przedziały na osi liczbowej.</p> <p>3. Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej, własności, interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">✚ zapozna się z symboliką dotyczącą zbiorów;✓ pozna pojęcia: zbiór pusty, element zbioru, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru;✓ pozna pojęcie przedziału, nauczy się wykonywać działania na przedziałach;✓ pozna pojęcie wartości bezwzględnej, zaznaczy na osi liczbowej przedziały opisane z użyciem nierówności, w której może wystąpić wartość bezwzględna.
<p>Funkcje</p>	
<p>1. Pojęcie funkcji, określanie funkcji za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego.</p> <p>2. Wykres i własności funkcji: dziedzina, miejsce zerowe, zbiór wartości, wartość największa i najmniejsza w danym przedziale, przedziały monotoniczności.</p> <p>3. Przesuwanie wykresu wzdłuż osi OX i osi OY, przekształcenia wykresu przez symetrię względem osi układu współrzędnych.</p> <p>4. Zastosowanie funkcji do opisu zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">❖ przypomni sobie pojęcie funkcji;✓ pozna różne sposoby opisywania funkcji;❖ przypomni sobie pojęcia: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej;✓ pozna pojęcie monotoniczności, najmniejszej i największej wartości funkcji;✓ nauczy się odczytywać własności funkcji z wykresu;✓ pozna wykresy funkcji: $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$ $y = \frac{1}{x}$, $y = x$;✓ nauczy się szkicować wykres funkcji o podanych własnościach;▪ nauczy się szkicować wykres funkcji przedziałami liniowy;✓ nauczy się przesuwać wykres funkcji wzdłuż osi OX, osi OY oraz o dowolny wektor;✓ nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX, osi OY oraz względem początku układu współrzędnych;✓ nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji;
<p>Funkcja liniowa</p>	
<p>1. Proporcjonalność prosta.</p> <p>2. Funkcja liniowa: sporządzanie wykresu, wyznaczanie wzoru funkcji na podstawie jej wykresu, interpretacja współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego.</p> <p>3. Własności funkcji liniowej.</p> <p>4. Równanie prostej na płaszczyźnie; warunek</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">❖ przypomni sobie wiadomości o proporcjonalności prostej;❖ przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej i jej własności;✓ pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji;



<p>równoległości i warunek prostokątności prostych dla równań w postaci kierunkowej.</p> <p>5. Równania i nierówności liniowe; równanie liniowe z dwiema niewiadomymi; układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi, interpretacja geometryczna układu.</p> <p>6. Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego.</p>	<ul style="list-style-type: none">✓ nauczy się wyznaczać równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty;✓ nauczy się wyznaczać równania prostych równoległych i prostych prostokątnych do danej funkcji liniowej;❖ przypomni sobie, jak się rozwiązuje równania i nierówności liniowe;❖ przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań I-ego stopnia z dwiema niewiadomymi;✓ nauczy się stosować funkcje liniową do opisu zjawisk z życia codziennego.
Funkcja kwadratowa	
<p>1. Jednomian kwadratowy; trójmian kwadratowy.</p> <p>2. Wykres funkcji kwadratowej, odczytywanie własności funkcji z wykresu.</p> <p>3. Postać ogólna i kanoniczna funkcji kwadratowej.</p> <p>4. Miejsca zerowe funkcji kwadratowej; postać iloczynowa funkcji kwadratowej.</p> <p>5. Wyznaczanie wartości najmniejszej i największej funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.</p> <p>6. Zadania optymalizacyjne prowadzące do badania funkcji.</p> <p>7. Równania i nierówności stopnia drugiego; rozwiązywanie zadań w kontekście praktycznym, prowadzących do równań i nierówności stopnia drugiego.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">✓ pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności;✓ nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej;✓ nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych;✓ pozna metody rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych;✓ nauczy się wyznaczać najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;✓ nauczy się korzystać z wykresu funkcji do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych;✓ nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań w kontekście praktycznym.
Wielomiany	
<p>1. Działania na wyrażeniach algebraicznych, wzory skróconego mnożenia.</p> <p>2. Wielomian jednej zmiennej stopnia n, równość wielomianów.</p> <p>3. Działania na wielomianach: dodawanie, odejmowanie i mnożenie.</p> <p>4. Rozkładanie wielomianów na czynniki.</p> <p>5. Równania wielomianowe.</p> <p>6. Zadania z kontekstem praktycznym, prowadzące do prostych równań wielomianowych.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">✓ pozna definicję wielomianu stopnia n jednej zmiennej;✓ pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować;✓ nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany;✓ pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki;✓ pozna pojęcie pierwiastka;✓ nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe;✓ nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.
Wyrażenia wymierne	
<p>1. Proporcjonalność odwrotna, jej wykres i własności.</p> <p>2. Rozwiązywanie zadań praktycznych związanych z proporcjonalnością odwrotną.</p> <p>3. Wyrażenia wymierne i ich dziedzina; wyznaczenie wartości liczbowej wyrażenia.</p> <p>4. Przekształcanie i wykonywanie działań na wyrażeniach wymiernych: skracanie, rozszerzanie, dodawanie, odejmowanie, mnożenie.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">❖ przypomni sobie pojęcie proporcjonalności odwrotnej i jej własności;✓ nauczy się szkicować i przesuwając wykres proporcjonalności odwrotnej;✓ pozna definicję wyrażenia wymiernego;✓ nauczy się wyznaczać dziedzinę wyrażenia;✓ nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia;✓ nauczy się rozszerzać i skracać wyrażenia



<p>5. Rozwiązywanie prostych równań wymiernych typu: $\frac{x+1}{x+3}=2$, $\frac{x+1}{x}=2$</p> <p>6. Zadania o kontekście praktycznym, prowadzące do rozwiązywania prostych równań wymiernych.</p>	<p>wymierne;</p> <ul style="list-style-type: none">✓ nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia;✓ nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne;✓ nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe umieszczone w kontekście praktycznym.
<p>Planimetria</p>	
<p>1. Trójkąty podobne, cechy podobieństwa trójkątów.</p> <p>2. Twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem;</p> <p>3. Trójkąty prostokątne – rozwiązywanie.</p> <p>4. Pola figur płaskich: trójkąta, czworokąta.</p> <p>5. Długość okręgu i pole koła, pole wycinka i odcinka koła.</p> <p>6. Pola figur podobnych.</p> <p>7. Wyznaczanie związków miarowych w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii, także w sytuacjach praktycznych.</p> <p>8. Okręgi i proste; kąty w okręgu; zastosowanie własności kątów środkowych, wpisanych oraz kąta między styczną a cięciwą.</p> <p>9. Okrąg wpisany i opisany na trójkącie.</p> <p>10. Odległość punktów na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej.</p> <p>11. Współrzędne środka odcinka.</p> <p>12. Równanie okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">❖ przypomni sobie definicję trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów;❖ przypomni sobie tw. Talesa;❖ przypomni sobie tw. Pitagorasa i funkcje trygonometryczne;❖ przypomni sobie klasyfikację trójkątów i czworokątów;❖ przypomni sobie pojęcie koła i okręgu;❖ przypomni sobie wzory na pola figur płaskich;✓ pozna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych;✓ nauczy się wyznaczać związki miarowe w figurach;✓ pozna określenie kąta środkowego, kąta wpisanego i kąta między styczną a cięciwą;✓ pozna wzór na odległość punktów w układzie współrzędnych;✓ nauczy się obliczać odległość między dwoma punktami, odległość punktu od prostej;✓ pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka;✓ pozna równanie okręgu;✓ nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu;✓ nauczy się zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach.
<p>Ciągi liczbowe</p>	
<p>1. Definicja i przykłady ciągów liczbowych.</p> <p>2. Ciąg arytmetyczny i jego własności;</p> <p>3. Ciąg geometryczny i jego własności;</p> <p>4. Procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów;</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">✓ pozna definicje ciągu, sposoby opisywania ciągów;✓ nauczy się badać monotoniczność ciągu;✓ pozna definicję i własności ciągu arytmetycznego;✓ pozna definicję i własności ciągu geometrycznego;✓ nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory;✓ nauczy się badać czy ciąg jest ciągiem arytmetycznym czy geometrycznym;✓ pozna pojęcie procentu prostego i składanego, stopy procentowej;✓ nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów.
<p>Funkcje wykładnicze i logarytmy</p>	
<p>1. Potęga o wykładniku rzeczywistym i jej własności.</p> <p>2. Funkcja wykładnicza, wykres i jej własności.</p> <p>3. Proste równania i nierówności wykładnicze.</p> <p>4. Pojęcie i własności logarytmu.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">✓ przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;✓ pozna pojęcie i własności funkcji wykładniczej;



5. Rozwiązywanie zadań o kontekście praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczych.	<ul style="list-style-type: none">✓ nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;✓ pozna pojęcie i własności logarytmów;✓ nauczy się rozwiązywać zadania z własnościami funkcji wykładniczej i logarytmami.
Stereometria	
1. Własności podstawowych figur przestrzennych: graniastosłupów i ostrosłupów. 2. Wzajemne położenie krawędzi i ścian brył; kąt nachylenia prostej do płaszczyzny, kąt dwuścienny. 3. Własności brył obrotowych: kuli, stożka, walca. 4. Pola powierzchni i objętości. 5. Wyznaczanie związków miarowych w bryłach z zastosowaniem trygonometrii.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">❖ przypomni sobie i uzupełni wiadomości o wielościanach i bryłach obrotowych;✓ nauczy się wyznaczać kąt nachylenia prostej do płaszczyzny;✓ pozna pojęcie kąta dwuściennego;✓ nauczy się wyznaczać kąty między krawędziami, wysokościami i innymi odcinkami w wielościanach;✓ nauczy się rysować figurę w rzucie równoległym na płaszczyznę oraz jej siatkę;✓ nauczy się wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych; stosować trygonometrię.
Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka	
1. Elementy kombinatoryki: - zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych; - permutacje, wariacje, kombinacje. 2. Reguła mnożenia. 3. Doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, działania na zdarzeniach. 4. Definicja klasyczna prawdopodobieństwa i jej zastosowanie do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">✓ doborze model do doświadczenia;✓ zliczy wyniki doświadczenia, określi podzbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających dane sytuacji;✓ zastosuje poprawnie regułę mnożenia;✓ pozna symbol silni;✓ pozna pojęcie permutacji, wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń oraz kombinacji;✓ pozna pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie;✓ nauczy się wyznaczać sumę, różnicę, iloczyn zdarzeń, zdarzenie przeciwne;✓ obliczy prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia stosując wzory lub rysując „drzewo”.
Elementy statystyki opisowej	
1. Odczytywanie i interpretowanie danych statystycznych z tabel, diagramów i wykresów. 2. Przedstawianie danych empirycznych w postaci tabel, diagramów i wykresów. 3. Obliczanie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany i odchylenia standardowego; interpretacja tych parametrów.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">✓ nauczy się odczytywać, przedstawiać i interpretować dane statystyczne;✓ nauczy się obliczać wartość średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany i odchylenia standardowego;✓ nauczy się odczytywać i analizować informacje z tabel, diagramów i wykresów, wyznaczać i interpretować liczby charakteryzujące zestawy danych.

5. Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych

Osiągnięcie założonych celów edukacyjnych i wychowawczych na lekcjach matematyki jest możliwe dzięki:

1. Zastosowaniu różnorodnych metod nauczania, np.:
 - 1.1. Metoda podająca – wykład.
 - 1.2. Metody aktywizujące uczniów:
 - 1.2.1. Pogadanka, dyskusja.
 - 1.2.2. Metoda problemowa.
 - 1.2.3. Praca z tekstem matematycznym:
 - a) praca z podręcznikiem;
 - b) praca w zeszytach ćwiczeń;
 - c) praca z wykorzystaniem roczników statystycznych itp.
 - 1.2.4. Rozwiązywanie ciągu zadań.
2. Odpowiedniemu doborowi form organizacyjnych lekcji:
 - 2.1. Praca z całą klasą.
 - 2.2. Praca w grupach.
 - 2.3. Praca indywidualna.
3. Stopniowaniu trudności.
4. Indywidualizacji nauczania – usuwaniu niekorzystnych różnic między uczniami i mobilizowaniu ich do efektywniejszej pracy.
5. Motywowaniu uczniów do różnego rodzaju działalności matematycznej.
6. Stwarzaniu sytuacji problemowych.
7. Wykorzystywaniu urządzeń technicznych typu: kalkulator, wizualizer, laptop, projektor multimedialny.
8. Dyskusji przy odczytywaniu i interpretacji informacji z tabel, diagramów i wykresów.
9. Samodzielnemu sporządzaniu tabel, diagramów i wykresów.
10. Utrwalaniu i powtarzaniu nabytych wiadomości i umiejętności.

Ta różnorodność procedur ma nie tylko za zadanie uatrakcyjnić przedmiot, ale także zaktywizować uczniów w procesie uczenia się, zachęcić do rozwiązywania różnorodnych problemów, spowodować kształtowanie odpowiednich postaw.

Aktywność uczniów powstaje w wyniku stosowania metod aktywizujących, ponieważ:

- akcent przeniesiony jest z programu nauczania na osobę uczącą się i rozwijanie jej kompetencji;
- uczący się jest aktywnym podmiotem zdobywającym wiedzę drogą własnych doświadczeń i poszukiwań;
- nauczyciel wspomaga ucznia przez sposobność do nabywania nowych doświadczeń, zaangażowanie emocjonalne czy samodzielne przemyślenie problemu.

Zatem metody aktywizujące służą indywidualizacji nauczania.

6. Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycje metod ich oceny

6.1. Zakładane osiągnięcia ucznia

Uczeń powinien znać i rozumieć:	Uczeń powinien umieć:
Klasa I	
<p>WEKTORY</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ pojęcie wektora, wektorów równych i przeciwnych. <p>FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ pojęcie miary łukowej; ✓ definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym; ✓ związki między funkcjami tego samego kąta; ✚ wzory redukcyjne; wzory na sinus i cosinus podwojonego kąta. <p>LICZBY RZECZYWISTE</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ pojęcia - liczby pierwsze i złożone; ❖ cechy podzielności; ❖ własności działań na potęgach i pierwiastkach; ✓ pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym; ✓ pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej; ✓ prawa działań; ✓ wzory skróconego mnożenia; ✓ pojęcie notacji wykładniczej; ✓ pojęcie błędu względnego i bezwzględnego; ✓ pojęcie procentu; ✓ pojęcie punktu procentowego. <p>JĘZYK MATEMATYKI</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ pojęcia: zbiór pusty, element zbioru, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru; ✓ pojęcie przedziału; ✓ pojęcie wartości bezwzględnej. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ obliczać współrzędne wektora na płaszczyźnie; ✓ obliczać długość wektora; ✚ dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę; ✓ stosować funkcje trygonometryczne kąta ostrego w zadaniach z geometrii płaskiej; ✓ rozwiązywać równania trygonometryczne typu $f(x) = a$; ✓ obliczać wartości funkcji trygonometrycznych niektórych kątów ($30^0, 45^0, 60^0$); ✓ korzystać z wartości funkcji trygonometrycznych odczytanych z tablic matematycznych lub obliczonych na kalkulatorze; ✚ stosować wzory redukcyjne, ✚ stosować wzory na sinus i cosinus podwojonego kąta; ❖ rozpoznać liczby naturalne całkowite, wymierne niewymierne; ❖ rozłożyć na czynniki pierwsze liczby naturalne; ❖ porównywać liczby rzeczywiste, przekształcać ułamki; ✓ poprawnie wykonywać działania na liczbach rzeczywistych z uwzględnieniem potęgowania i pierwiastkowania; ✓ przekształcać wzory; ✓ szacować wyniki działań, wartości liczbowe wyrażeń; ✓ stosować posiadaną wiedzę do rozwiązywania zadań praktycznych, np.: korzystać z procentów w zagadnieniach związanych z podatkami, inflacją, ubezpieczeniami; ✓ przybliżyć wyniki z zadaną dokładnością; ✓ wykonywać działania na przedziałach; ✓ zaznaczać na osi liczbowej przedziały opisane z użyciem nierówności, w której może wystąpić wartość bezwzględna; ✓ odczytywać własności funkcji z wykresu; ✓ szkicować wykres funkcji o podanych



<p>FUNKCJE</p> <ul style="list-style-type: none">❖ pojęcie funkcji;✓ różne sposoby opisywania funkcji;✓ pojęcia: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej;✓ pojęcie monotoniczności, najmniejszej i największej wartości funkcji; <p>FUNKCJA LINIOWA</p> <ul style="list-style-type: none">❖ pojęcie proporcjonalności prostej;❖ pojęcie funkcji liniowej i jej własności;✓ znaczenie współczynników we wzorze funkcji;❖ algorytm rozwiązywania równań i nierówności liniowych;❖ metody rozwiązywania układów równań I-ego stopnia z dwiema niewiadomymi. <p>FUNKCJA KWADRATOWA</p> <ul style="list-style-type: none">✓ definicję trójkąta kwadratowego;✓ własności;✓ metody rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych.	<ul style="list-style-type: none">własnościach;✓ przesuwać wykres funkcji wzdłuż osi OX, osi OY oraz o dowolny wektor;✓ przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX, osi OY oraz względem początku układu współrzędnych;✓ opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji;✓ rozpoznać wzór funkcji liniowej, odczytać współczynniki;✓ sporządzić wykres, odczytać własności;✓ wyznaczać równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty;✓ wyznaczać równania prostych równoległych i prostych prostopadłych do danej funkcji liniowej;✓ rozwiązywać równania, nierówności i układy równań liniowych oraz interpretować je graficznie;✓ stosować funkcje liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;✓ przedstawiać trójkąt kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej;✓ szkicować wykresy funkcji kwadratowych;✓ wyznaczać wzór ogólny funkcji o zadanych własnościach lub na podstawie wykresu;✓ rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe;✓ wyznaczać najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;✓ korzystać z wykresu funkcji do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych;✓ wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań w kontekście praktycznym;✓ dobierać odpowiednie modele matematyczne czy algorytmy do prostych sytuacji problemowych i weryfikować uzyskane wyniki;✓ precyzyjnie formułować myśli;✓ wykorzystywać urządzenia techniczne, takie jak kalkulator czy komputer w różnych sytuacjach.
<p>Klasa II</p>	
<p>WIELOMIANY</p> <ul style="list-style-type: none">✓ definicję wielomianu stopnia n jednej zmiennej;✓ twierdzenie o równości wielomianów;✓ metody rozkładania wielomianów na czynniki;✓ pojęcie pierwiastka wielomianu.	<ul style="list-style-type: none">✓ stosować twierdzenie o równości wielomianów;✓ dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany;✓ rozkładać wielomian na czynniki;✓ rozwiązywać równania wielomianowe;✓ rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;



<p>WYRAŻENIA WYMIERNE</p> <ul style="list-style-type: none">✓ pojęcie proporcjonalności odwrotnej;✓ definicję wyrażenia wymiernego. <p>PLANIMETRIA</p> <ul style="list-style-type: none">❖ pojęcia: odległość punktów, odległość punktu od prostej, odległość punktu od płaszczyzny, długość, obwód, pole, miara kąta;❖ pojęcia: figura płaska;❖ własności miar;✓ twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych;❖ definicję trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów;❖ tw. Talesa;❖ tw. Pitagorasa❖ klasyfikację trójkątów i czworokątów;❖ pojęcie koła i okręgu;❖ wzory na pola figur płaskich;✓ twierdzenie dotyczące pól figur podobnych;✓ określenie kąta środkowego, kąta wpisanego i kąta między styczną a cięciwą;✓ wzór na odległość punktów w układzie współrzędnych;✓ wzór na równanie okręgu;\.	<ul style="list-style-type: none">✓ szkicować i przesuwając wykres proporcjonalności odwrotnej;✓ wyznaczać dziedzinę wyrażenia;✓ obliczać wartość liczbową wyrażenia;✓ rozszerzać i skracać wyrażenia wymierne;✓ dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia;✓ rozwiązywać proste równania wymierne;✓ rozwiązywać zadania tekstowe umieszczone w kontekście praktyczny❖ odczytać i oszacować odległości;❖ „wymierzać” dane wielkości znanymi jednostkami miary (długości, pola, masy, czasu, prędkości);❖ przeliczać (zamieniać) jednostki miar;❖ obliczać obwody i pola figur płaskich stosując wzory i/lub własności tych miar;❖ stosować własności miar w prostych zadaniach i rozumowaniach;✓ wyznaczać związki miarowe w figurach;✓ obliczać odległość między dwoma punktami, odległość punktu od prostej;✓ wyznaczać współrzędne środka odcinka;✓ wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu;✓ zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach.
<p>Klasa III</p> <p>CIĄGI</p> <ul style="list-style-type: none">✓ definicje ciągu, sposoby opisywania ciągów;✓ definicję ciągu arytmetycznego;✓ definicję ciągu geometrycznego;✓ pojęcie procentu prostego i składanego, stopy procentowej. <p>FUNKCJA WYKŁADNICZA I LOGARYTMY</p> <ul style="list-style-type: none">✓ pojęcie funkcji wykładniczej;✓ pojęcie logarytmu.	<ul style="list-style-type: none">✓ określić ciąg wzorem ogólnym,✓ wyznaczać wyrazy ciągu określonym wzorem ogólnym;✓ zbadać monotoniczność ciągu;✓ stosować w zadaniach poznane wzory;✓ badać czy ciąg jest ciągiem arytmetycznym czy geometrycznym;✓ rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego lub geometrycznego;✓ stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących lokat i kredytów;✓ stosować działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;✓ sporządzać i przekształcać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;✓ opisywać własności na podstawie wykresu funkcji;✓ rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;✓ obliczać logarytm liczby dodatniej;✓ rozwiązywać zadania z własnościami funkcji wykładniczej i logarytmami;



<p>STEREOMETRIA</p> <ul style="list-style-type: none">❖ pojęcie: figura przestrzenna;✓ pojęcie kąta dwuściennego.	<ul style="list-style-type: none">✓ podać własności figur przestrzennych;✓ wyznaczać kąt nachylenia prostej do płaszczyzny✓ wyznaczać kąty między krawędziami, wysokościami i innymi odcinkami w wielościanach;✓ rysować figurę w rzucie równoległym na płaszczyznę oraz jej siatkę;✓ wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych;✓ stosować trygonometrię;✓ dokonywać obliczeń miarowych – obwodów, pól, objętości.
Klasa IV	
<p>TEORIA PRAWDOPODOBIENSTWA I KOMBINATORYKA</p> <ul style="list-style-type: none">✓ regułę mnożenia;✓ symbol silni;✓ pojęcie permutacji, wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń oraz kombinacji;✓ pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie;✓ definicję klasyczną prawdopodobieństwa. <p>ELEMENTY STATYSTYKI OPISOWEJ</p> <ul style="list-style-type: none">✓ pojęcia: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, dominanta, wariancja, odchylenie standardowe.	<ul style="list-style-type: none">✓ zliczyć wyniki doświadczenia,✓ określić zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, podzbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danej sytuacji;✓ stosować regułę mnożenia;✓ stosować symbol silni;✓ obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń oraz kombinacji;✓ rozwiązywać zadania z kombinatoryki;✓ wyznaczać sumę, różnicę, iloczyn zdarzeń, zdarzenie przeciwne;✓ obliczyć prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia stosując wzory lub rysując „drzewo”;✓ odczytywać, przedstawiać i interpretować dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów;✓ obliczać wartość średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany i odchylenia standardowego;✓ stosować posiadaną wiedzę do rozwiązywania zadań praktycznych, np.:✓ odczytywać i analizować informacje z tabel, diagramów i wykresów, wyznaczać i interpretować liczby charakteryzujące zestawy danych;✓ dobierać odpowiednie modele matematyczne czy algorytmy do prostych sytuacji problemowych i weryfikować uzyskane wyniki;✓ precyzyjnie formułować myśli;✓ wykorzystywać urządzenia techniczne, takie jak kalkulator, komputer, w różnych sytuacjach.

6.2. Metody oceny osiągnięć matematycznych ucznia

Prawidłowo przeprowadzona ocena osiągnięć uczniów podnosi ich motywację do dalszego kształcenia się i dowartościowuje ich, wyrabia systematyczność w pracy i ułatwia ocenę własnych zainteresowań oraz uzdolnień w aspekcie dalszego kształcenia się. Aby osiągnąć powyższe cele podczas zajęć edukacyjnych ocenie powinny podlegać:

1. Prace pisemne:
 - 1.1. sprawdziany wiadomości, – gdy chcemy ocenić stopień opanowania przez uczniów np. działu programu;
 - 1.2. kartkówki, – gdy chcemy zbadać przyswojenie przez uczniów wiedzy i umiejętności z ostatnich dwóch, trzech lekcji;
 - 1.3. testy;
2. odpowiedzi ustne, podczas których oceniamy nie tylko wiedzę i umiejętności matematyczne ucznia, ale również umiejętności komunikacyjne;
3. prace domowe;
4. aktywność ucznia na lekcji.

Systematyczne i przejrzyste zasady oceniania oraz konsekwencja w stawianiu wymagań to podstawowe elementy oceniania, które powinny nauczycielowi towarzyszyć na co dzień.

6.3. Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- ⇒ intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- ⇒ rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- ⇒ rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- ⇒ potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- ⇒ stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?; czego szukamy?; jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?; czy można ułożyć równanie?; czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- ⇒ podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- ⇒ zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- ⇒ sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- ⇒ korzysta z kalkulatora;
- ⇒ zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- ⇒ stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- ⇒ naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- ⇒ samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- ⇒ sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- ⇒ przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;

- ⇒ zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- ⇒ intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- ⇒ wyjaśnia, w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- ⇒ zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- ⇒ rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- ⇒ rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- ⇒ ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- ⇒ zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- ⇒ posługuje się językiem matematycznym w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- ⇒ samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- ⇒ przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- ⇒ potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- ⇒ korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- ⇒ stosuje nowe twierdzenia;
- ⇒ ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego;
- ⇒ rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- ⇒ skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- ⇒ analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- ⇒ rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych.

Stopień celujący:

Uczeń:

- ⇒ analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- ⇒ zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- ⇒ potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- ⇒ zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- ⇒ buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- ⇒ stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- ⇒ poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- ⇒ uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

7. Oprzyrządowanie programu

- podręczniki (klasa I-III) – seria „*MATEMATYKA, kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Nowa podstawa. Matura.*” – W. Babiański, L. Chańko, D. Ponczek, J. Czarnowska; wyd. NOWA ERA. 2007r. – **dla ucznia;**
- zeszyty ćwiczeń (klasa I-III) – „*MATEMATYKA, kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Nowa podstawa. Matura.*” – W. Babiański, L. Chańko, J. Czarnowska; wyd. NOWA ERA. 2008r. – **dla ucznia;**
- zbiory zadań – różnych wydawnictw dostosowane do nowej podstawy programowej i standardów wymagań egzaminu maturalnego z matematyki. – **dla ucznia i dla nauczyciela;**
- tablice matematyczne - **dla ucznia i dla nauczyciela;**
- płyty CD z ROM z zadaniami;
- podele figur przestrzennych;
- prezenter brył obrotowych;
- podświetlane tablice funkcji;
- plansze z wzorami matematycznymi, jednostkami miar;
- programy komputerowe;
- wizualizer;
- laptop, rzutnik multimedialny, ekran;
- sprawdziany, testy.

8. Projekt ewaluacji programu

Trafność każdego przedsięwzięcia należy ocenić. Ewaluacja programu polega na uzyskaniu danych niezbędnych do podjęcia decyzji o wartości programu. Jest ona bliższa badaniu jakości niż ocenie szczegółowych osiągnięć. Przeprowadza się ją na różnych etapach realizacji programu. Dzięki niej możemy:

- określić związek między sposobami i warunkami działania a końcowymi wynikami;
- sprawdzić, czy spełnione zostały oczekiwania organizatorów i uczestników programu;
- lepiej planować dalsze działania.

W ewaluacji powyższego programu ocenie podlega projekt programu oraz jego skuteczność. Jeśli chodzi o ocenę projektu programu musimy odpowiedzieć na pytania:

- Czy i w jakim stopniu program uwzględnia zasoby realizatora, potrzeby i ograniczenia odbiorców oraz możliwości rozwijania MKKE?
- Czy i w jakim stopniu program jest poprawny koncepcyjnie?

W przypadku oceny skuteczności ocenie poddajemy: wykorzystane zasoby, zastosowane strategie, wyniki bezpośrednie dotyczące przyrostu wiedzy i umiejętności oraz skutków odroczonech.

Podstawę ewaluacji stanowią:

- test diagnozujący wiadomości ucznia „na wejściu”;
- wymiana uwag z nauczycielami przedmiotów zawodowych dotyczących umiejętności matematycznych uczniów – w trakcie realizacji programu;
- test diagnozujący wiadomości ucznia „na wyjściu”;
- przeprowadzenie wśród uczniów ankiety oceniającej program - na koniec realizacji programu;
- analiza dokumentów z wynikami egzaminu maturalnego – w rok po zakończeniu realizacji programu.

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych/raport
Przed rozpoczęciem realizacji programu.	Projekt autorskiego programu nauczania.	1.Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia zasoby realizatora? 2.Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców? 3.Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia możliwości MKKE? 4.Czy i w jakim stopniu projekt programu jest	Co najmniej 50% punktów wg. arkusza oceny, j.w. j.w. j.w.	Studium przypadku; analiza wyników diagnozy implementacji KK oraz danych z arkusza oceny programu.	Szkoła uczestnicząca w Projekcie.	Raport ewaluacyjny.



W czasie realizacji programu.	Skuteczność programu.	<p>poprawny koncepcyjnie?</p> <p>5.Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności?</p> <p>6.Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu oceny programu?</p>	<p>odpowiedź „Tak”.</p> <p>Co najmniej 50% punktów wg. arkusza oceny,</p>			Raport ewaluacyjny.
		<p>1.Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w projekcie?</p> <p>2.W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?</p> <p>3.Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły?</p>	<p>Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas.</p> <p>Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy dydaktycznych</p> <p>Wzrost o 20% liczby hospicjacji dyrektora; udział nauczyciela w doskonaleniu u zawodowym.</p>	<p>Analiza dokumentów.</p> <p>Analiza dokumentów.</p> <p>Analiza dokumentów. Wyniki monitoringu.</p>		<p>Raport ewaluacyjny.</p> <p>Raport ewaluacyjny.</p>
Na koniec realizacji programu.		<p>4.Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?</p> <p>5.Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu?</p> <p>6.W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?</p>	<p>Przewaga metod aktywizujących nad podającymi.</p> <p>Co najmniej przeciętne wyniki w skalach KI i JK arkusza.</p> <p>Wzrost o min. 0,20 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE.</p>	<p>Analiza dokumentów. Obserwacja.</p> <p>Ankietowanie uczniów.</p> <p>Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”.</p>	<p>Wszyscy uczestnicy</p> <p>Wszyscy uczestnicy</p>	<p>Raport ewaluacyjny.</p> <p>Promocja projektu.</p> <p>Raport ewaluacyjny. Promocja projektu. Promocja szkoły w środowisku.</p>
Po pewnym czasie od realizacji programu.		<p>7.Na ile trwałe są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?</p>	<p>Wzrost min. o 15% średniego wyniku matury z matematyki.</p>	<p>Analiza dokumentów (z wynikami egzaminu maturalnego).</p>	<p>Wszyscy uczestnicy</p>	<p>Raport ewaluacyjny. Promocja projektu – konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie.</p>



Bibliografia

- [1] M. Sobczak, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*. WSEI w Lublinie, Lublin 2009.
- [2] W. Babiański, K. Hall, D. Ponczek, *Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym*. Nr dopuszczenia: DKOS – 5002 – 79/07
- [3] ROZPORZĄDZENIE MINISTRA EDUKACJI NARODOWEJ z dnia 26 lutego 2002r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (DZ.U. z 2002 r. Nr 51, poz. 458 z późn. zm.)
- [4] ROZPORZĄDZENIE MINISTRA EDUKACJI NARODOWEJ z dnia 28 sierpnia 2007r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (DZ.U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102)
- [5] ROZPORZĄDZENIE MINISTRA EDUKACJI NARODOWEJ I SPORTU z dnia 12 lutego 2002r. w sprawie ramowych planów nauczania w szkołach publicznych (Dz.U. Nr 15, poz. 142, z późniejszymi zmianami).
- [6] ZALECENIE PARLAMENTU EUROPEJSKIEGO I RADY z dnia 18 grudnia 2006r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie. (2006/962/WE).



Autor
Marta Kozłowska

MATEMATYKA
poziom podstawowy

**AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH**

**Zespół Szkół Informatycznych
im. Gen. Józefa Hauke Bosaka
w Kielcach
Technikum Nr 7
technik informatyk**

*Koordynator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

O autorze. Uwarunkowania programu.....	5
1. Cele nauczania.....	7
1.1. Cele nauczania wynikające z kompetencji matematycznych.....	7
1.2. Cele nauczania wynikające z diagnozy lokalnych potrzeb rynku pracy i oświaty	7
1.3. Cele nauczania wynikające z profilu zawodowego – technik informatyk	8
1.4. Cele nauczania wynikające z podstawy programowej	8
2. Materiał nauczania z rozpisaniem liczby godzin na realizację poszczególnych działów ...	10
3. Procedury osiągnięcia celów	30
3.1. Metody nauczania i formy pracy.....	30
3.2. Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia.....	31
3.3. Proponowane metody oceny osiągnięć ucznia	32
3.4. Proponowany podział godzin lekcyjnych.....	34
4. Oprzyrządowanie programu kształcenia kompetencji kluczowych w zakresie matematyki	35
5. Projekt ewaluacji programu nauczania.....	37
Bibliografia.....	39



O autorze. Uwarunkowania programu

Marta Kozłowska – nauczyciel matematyki w Zespole Szkół Informatycznych im. gen. Józefa Hauke Bosaka w Kielcach. Jestem nauczycielem dyplomowanym z 14-letnim stażem zawodowym, posiadającym następujące kwalifikacje:

- **Dyplom ukończenia studiów magisterskich o kierunku matematyka w Wyższej Szkole Pedagogicznej im. Komisji Edukacji Narodowej w Krakowie na Wydziale Mat.-Fiz.-Techn.**
- **Świadectwo ukończenia Podyplomowych Studiów w zakresie Informatyki dla nauczycieli na politechnice Świętokrzyskiej.**
- **Świadectwo ukończenia dwusemestralnych Studiów Podyplomowych w zakresie Zarządzania Oświatą na Akademii Świętokrzyskiej im. Jana Kochanowskiego w Kielcach na Wydziale Zarządzanie i Administracja.**

Od 2004 roku współpracuję z OKE w Łodzi, sprawdzam arkusze egzaminacyjne po gimnazjum z bloku przedmiotów matematyczno-przyrodniczych, a od 2008r. pełnię funkcję weryfikatora w zespole egzaminatorów. Ponadto od maja 2005r. pracuję w zespole egzaminatorów maturalnych z matematyki sprawdzając poziom podstawowy i rozszerzony.

Uwarunkowania realizacji programu.

Poziom matematycznych umiejętności uczniów jest niski, a na dodatek panuje nieuzasadnione przekonanie, że matematyka jest dostępna tylko dla wybranych, szczególnie uzdolnionych ludzi. Tymczasem postępujący rozwój technologii wymaga od każdego jej użytkownika znajomości matematyki, jej metod i języka. W analizach porównawczych systemów edukacyjnych w ramach Unii Europejskiej, matematyka stanowi obecnie bardzo ważny element jako podstawowy czynnik warunkujący postęp naukowo-techniczny Europy. Nowe ujęcie standardów wydobywa na plan pierwszy podstawowe cele kształcenia uczniów w zakresie matematyki: umiejętność modelowania, myślenia strategicznego i rozumowania. Matematyki uczymy po to, by uczeń nauczył się rozumować, planować strategię itp., a nie wyłącznie aby umiał rozwiązywać równania kwadratowe lub nierówności. Taki sposób formułowania wymagań jest obecnie powszechnie przyjęty w świecie, zarówno przez systemy egzaminacyjne, jak i przez międzynarodowe badania porównawcze.

Umiejętności matematyczne mierzy się za pomocą zadań, które można scharakteryzować w trzech wymiarach:

- **treści matematycznych**, do których trzeba się odwołać, rozwiązując dany problem;
- **kompetencji matematycznych**, które należy uaktywnić, by skojarzyć postawiony problem z matematyka i znaleźć rozwiązanie;
- **sytuacji lub kontekstu**, w jakim umieszczony jest postawiony problem.

Kompetencje matematyczne określone w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” są zdefiniowane, jako połączenie: wiedzy, umiejętności i postaw właściwych do danej sytuacji. W związku z powyższym konieczna jest modyfikacja programu nauczania, aby osiągnąć założone cele.

Adresatami programu są uczniowie Technikum nr 7 klasy 1DTi o kierunku: technik informatyk. Rekrutacja do klasy odbywa się na zasadzie powszechnej dostępności (nabór elektroniczny). Zakłada się realizację programu nauczania matematyki na poziomie podstawowym w wymiarze 12 godzin (3+3+3+3).

Główne założenie modyfikacji programu to zapoczątkowanie przyjaznego uczniom procesu nauczania matematyki w kierunku sukcesu na egzaminie maturalnym poprzez stałe badanie i monitorowanie postępów ucznia za pomocą zewnętrznych, jednolitych sprawdzianów oraz aktywne uczestnictwo uczniów i rodziców w procesie nauczania. Dzięki realizacji tego programu uczniowie będą mogli rozwijać kluczowe kompetencje matematyczne a swoją wiedzę ugruntowywać i poszerzać na wakacyjnych obozach naukowych.

Matematyka jest dziedziną wiedzy, bogatą w pojęcia, twierdzenia a jednocześnie dziedziną ludzkiej aktywności, sposobem opisu świata i komunikowania się z nim, wszechstronnie wspierającym działalność każdego człowieka. Dlatego też w procesie nauczania nauczyciel powinien motywować uczniów do zdobywania i pogłębiania wiedzy matematycznej poprzez:

- wyrównania braków w podstawowych sprawnościach matematycznych, w tym działania na liczbach;
- aktywizowanie uczniów i stwarzanie możliwości poczucia sukcesu;
- wyrobienia u uczniów przekonania o możliwościach wykorzystania matematyki w rozwiązywaniu problemów wynikających z codziennej sytuacji,
- rozwijania wszystkich kluczowych kompetencji wskazanych przez Parlament Europejski;
- inspirowanie do samodzielnego zdobywania wiedzy, prowadzenia prac badawczych, doświadczeń i obserwacji praktycznych;
- stwarzanie życzliwych przyjaznych relacji z młodzieżą.

Program został opracowany w taki sposób, aby do jego realizacji mogły być wykorzystane istniejące podręczniki i zbiory zadań wydawnictwa Nowa Era. (Warszawa 2008). Do każdego podręcznika w serii dołączona jest płyta CD dla ucznia.

Program ten może realizować każdy nauczyciel matematyki, któremu zależy aby młodzieży nauczyła się odkrywania i rozumienia świata, który nas otacza. Aby stworzyć uczniom warunki umożliwiające zrozumieć skomplikowane zależności przyrodnicze czy też społeczne, a w efekcie końcowym umieć je opisać, uprościć i wybrać najistotniejsze cechy. Na podstawie których można wyciągnąć wnioski i je uogólnić, a potem uzasadnić.

Program ten jest zgodny z *Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009r. w sprawie dopuszczenia do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczenia do użytku szkolnego podręczników (Dz.U.Nr 89, poz.730).*

1. Cele nauczania

1.1. Cele nauczania wynikające z kompetencji matematycznych

- rozwiązywanie problemów wynikających z codziennej sytuacji poprzez rozwijanie i wykorzystywanie myślenia matematycznego
- wykorzystanie matematycznych sposobów myślenia (myślenie logiczne i przestrzenne) i prezentacji (wzory, modele, wykresy, tabele)
- umiejętność liczenia miar i struktur, głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej, rozumienie terminów i pojęć matematycznych, a także świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź,
- umiejętność stosowania głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych, a także śledzenia i oceniania ciągów argumentów,
- umiejętność komunikowania się językiem matematycznym, w tym rozumienie odwołu matematycznego oraz przejawiać szacunek dla prawdy i chęć szukania przyczyn i oceniania ich zasadności

1.2. Cele nauczania wynikające z diagnozy lokalnych potrzeb rynku pracy i oświaty

Szkoły realizują program nauczania matematyki w zakresie: umiejętności operowania najprostszymi obiektami abstrakcyjnymi takimi jak liczby, zmienne, wyrażenia algebraiczne, zbiory liczb, figury geometryczne, zdarzenia, funkcje. Realizowane przez szkoły cele to m.in.: poznawanie i rozumienie podstawowych pojęć i faktów matematycznych; umiejętne stosowanie zdobytej wiedzy do rozwiązywania problemów matematycznych; stosowanie metod matematycznych do opisu i interpretacji sytuacji, analizowanie otrzymanych rozwiązań. W klasie pierwszej przeprowadzana jest diagnoza podstawowych sprawności matematycznych uczniów po gimnazjum. Wyniki tej diagnozy są niskie i świadczą o poważnych brakach w wiadomościach uczniów w zakresie umiejętności wykonywania podstawowych działań matematycznych. Przyczyny niskich efektów kształcenia umiejętności kluczowych z zakresu matematyki są zapewne bardzo złożone. Wśród nich należy podkreślić możliwości intelektualne uczniów, braki w wiadomościach z poprzednich etapów edukacyjnych, ale przede wszystkim brak motywacji do nauki matematyki, która wymaga pracowitości i systematyczności zwłaszcza od uczniów słabo uzdolnionych. Być może obligatoryjny egzamin maturalny z matematyki zwiększy motywację do nauki tego przedmiotu. Uczniowie i ich rodzice muszą zrozumieć rolę, jaką matematyka odgrywa we współczesnym świecie.

Kompetencje matematyczne obejmują umiejętności posługiwania się w życiu codziennym operacjami matematycznymi, takimi jak: dodawanie, odejmowanie, mnożenie dzielenie oraz obliczanie proporcji. Dużą rolę przywiązuje się do logicznego

i przestrzennego myślenia oraz wyrażania swoich idei z zastosowaniem wzorów, modeli, tabel czy wykresów. Kompetencja ta jest charakterystyczna dla środowisk biznesowych, gdzie operowanie odpowiednimi danymi, przedstawionymi w określonej formie jest na porządku dziennym.

1.3. Cele nauczania wynikające z profilu zawodowego – technik informatyk

I.p	Cele nauczania matematyki	Uwagi
1.	Stworzenie podstaw wiedzy matematycznej w zakresie znajomości i rozumienia terminów i pojęć matematycznych	W1
2.	Doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie technik informatyk	W2
3.	Wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego, innych dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie technik informatyk	W3, W4
4.	Wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych	U1
5.	Wykształcenie umiejętności i nawyku uzasadniania swoich sądów (istota sądów matematycznych, kategoryczność twierdzeń, jednoznaczność i precyzja definicji)	U2, P1
6.	Rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin wiedzy	U3
7.	Doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym – w tym podręcznikiem – oraz innymi źródłami informacji matematycznej	U4
8.	Wykształcenie umiejętności samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi – umiejętność stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych, poszukiwania dróg ich weryfikacji)	W5, P1, P2
9.	Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń	U1, P1, P2, P3
10.	Kształcenie wyobraźni matematycznej (intuicja zakresie obiektów abstrakcyjnych, wyobraźnia geometryczna dotycząca obiektów płaskich i przestrzennych) oraz przewidywania skutków podejmowanych działań (głównie podczas rozwiązywania problemów matematycznych)	U2, U3, P2

Technik informatyk powinien umieć wykorzystywać i posługiwać się narzędziami i urządzeniami technicznymi oraz danymi naukowymi do osiągnięcia celu bądź podjęcia decyzji lub wyciągnięcia wniosku na podstawie dowodów.

1.4. Cele nauczania wynikające z podstawy programowej

- wykształcenie umiejętności operowania najprostszymi obiektami abstrakcyjnymi: liczbami, zmiennymi i zbudowanymi z nich wyrażeniami algebraicznymi, zbiorami (liczb, punktów, zdarzeń elementarnych) oraz funkcjami;
- wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji z życia codziennego oraz ich wykorzystania do rozwiązywania problemów praktycznych,

- wykształcenie umiejętności projektowania obliczeń i ich wykonywania;
- poznanie podstawowych elementów myślenia matematycznego;
- nabycie umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej.

Zadania szkoły

Zadaniem szkoły jest pomoc uczniom w osiągnięciu wskazanych celów edukacyjnych ze szczególnym uwzględnieniem:

- umiejętności precyzyjnego formułowania myśli w mowie i piśmie;
- kształcenia wyobraźni geometrycznej;
- umiejętności odczytywania oraz przedstawiania danych w różnych formach (symbolicznej, graficznej, za pomocą wzorów);
- umiejętności wykorzystania nowoczesnych narzędzi wspomagających rozwiązywanie problemów matematycznych (kalkulatory, komputery);
- umiejętności współpracy przy rozwiązywaniu problemów.

Obowiązująca w polskim systemie edukacji **Podstawa programowa** dla IV etapu edukacji (szkoły ponadgimnazjalnej) w odniesieniu do matematyki zawiera następujące zapisy celów edukacyjnych:

- 1) Przygotowanie do świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne odgrywają kluczową rolę.
- 2) Przystwojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności w sytuacjach praktycznych, w szczególności:
 - a) usystematyzowanie wiedzy o liczbach rzeczywistych oraz nabycie sprawności wykonywania obliczeń;
 - b) opanowanie reguł rachunku algebraicznego;
 - c) wdrożenie do opisywania oraz analizy zależności i zmienności za pomocą elementarnych funkcji;
 - d) poznanie struktury otaczającej nas przestrzeni poprzez własności klasycznych obiektów geometrycznych: rozwój wyobraźni przestrzennej;
 - e) poznanie elementarnych metod analizy zjawisk statystycznych i losowych oraz najprostszyc opisów kombinatorycznych.
- 3) Przyzwyczajenie się do typowych elementów rozumowań matematycznych, w szczególności do stosowania pojęć takich jak: założenie, wniosek, dowód (także nie wprost), przykład i kontrprzykład.
- 4) Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń.
- 5) Wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji, stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji.
- 6) Kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania.

Z kolei Standardy wymagań (wg rozporządzenia MEN z dn. 28.08.07), będące podstawą przeprowadzania egzaminu maturalnego z matematyki, charakteryzują oczekiwane kompetencje maturzystów.

Porównując w/w zapisy MKKE, podstawy programowej (PP) i standardów wymagań maturalnych (ST_WYM), zauważamy, że istnieje niemal pełna zgodność w zapisie celów.

2. Materiał nauczania z rozpisaniem liczby godzin na realizację poszczególnych działów

Uszczegółowiony materiał nauczania,

Kompetencje matematyczne określone w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” (MKKE) są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

WIEDZA:

W1: rozumienie terminów i pojęć matematycznych;

1. Zna zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory: liczby naturalne (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne.
2. Zna rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej.
3. Zna pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną.
4. Zna pojęcie błędu przybliżenia.
5. Zna i rozumie pojęcie funkcji i sposoby jej określania.
6. Zna i rozumie funkcję liniową, funkcję kwadratową.
7. Zna i rozumie wielomiany.
8. Zna, rozumie ciągi oraz rozróżnia ciąg arytmetyczny i geometryczny.
9. Rozumie pojęcie procentu składanego.
10. Zna i rozumie funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.
11. Zna i rozumie pojęcia statystyki opisowej: średnia arytmetyczna, średnia ważona, wariancja, odchylenie standardowe.
12. Zna i rozumie pojęcia: częstość zdarzenia, prawdopodobieństwo zdarzenia.

W2: dobrze opanowana umiejętność liczenia;

1. Planować i wykonywać obliczenia.
2. Porównywać liczby wymierne, rzeczywiste.
3. Przedstawiać liczby wymierne w różnych postaciach.
4. Usuwać niewymierność z mianownika.
5. Wyznaczać przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadana dokładnością, szacować wartości liczbowe.
6. Wykonywać działania na wyrażeniach algebraicznych (w tym stosować wzory skróconego mnożenia).
7. Wykonywać działania na potęgach o wykładnikach całkowitych i wymiernych.
8. Wykonywać obliczenia procentowe.
9. Wyznaczać pole powierzchni figur płaskich.
10. Obliczać pole powierzchni i objętości brył przestrzennych.

W3: znajomość miar i struktur

1. Rozumie pojęcia: odległość punktów, odległość punktu od prostej, odległość punktu od płaszczyzny, długość, obwód, pole, objętość, miara kąta.
2. Rozumie pojęcia: figura płaska, figura przestrzenna.
3. Odczytuje i oszacowuje odległości.

4. „wymierza” dane wielkości znanymi jednostkami miary (długości, pola, objętości, masy, czasu, prędkości).
5. Przelicza (zamienia) jednostki miar.
6. Zna własności miar.
7. Zna twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych.
8. Oblicza obwody i pola figur płaskich stosując wzory i/lub własności tych miar.
9. Oblicza pola powierzchni i objętości brył stosując wzory i/lub własności tych miar.
10. Stosuje własności miar w prostych zadaniach i rozumowaniach.

W4: znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,

1. Zna pojęcie zbioru i podzbioru i odnosi je do zbiorów liczbowych, zbiorów punktów, zbiorów wyników pomiaru, zbiorów wyników doświadczeń.
2. Wykonuje działania na zbiorach z wykorzystaniem własności działań.
3. Rozumie pojęcie zmiennej.
4. Rozumie pojęcie funkcji i ich własności, proporcjonalność.
5. Opisuje zbiory punktów płaszczyzny za pomocą równań i nierówności.
6. Opisuje zależności między zmiennymi za pomocą wzorów i funkcji.
7. Wykorzystuje przekształcenia geometryczne do badania zależności (podobieństwo i przystawanie figur) pomiędzy zbiorami punktów (figurami geometrycznymi).

W5: świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.

1. Rozumie, że algorytm to niezawodny przepis postępowania.
2. Wie, że rozumowanie przez analogię oraz rozumowanie indukcyjne (indukcja skończona) są czasem zawodne.
3. Rozpoznaje sytuację, w której twierdzenia nie można zastosować.
4. Wysnuwa proste wnioski z danego twierdzenia w konkretnej sytuacji.
5. Rozumie rolę matematyzacji, uogólniania i specyfikacji.
6. Wskaże sytuacje praktyczne, w których można rozwiązać problemy korzystając z wiedzy matematycznej.
 - Obliczanie podatków.
 - Zyski z lokat.
 - Kredyty bankowe.
 - Zakupy – szacowanie kosztów – budżet domowy.
 - Analiza techniczna – giełda.
 - Obliczanie niezbędnej ilości materiałów, wykorzystując pola powierzchni lub objętość, przeliczanie jednostek, itp.
 - Zużycie paliwa.
 - Gry losowe, hazard, sport.
 - Statystyka.
 - Logika wypowiedzi.
 - Proporcjonalność prosta.
 - Projektowanie przestrzeni.
 - Zadania optymalizacyjne –największy zysk, koszt, strata.

UMIEJETNOŚCI:

U1: stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny),

1. Grupuje i porządkuje dane empiryczne.

2. Wyznacza stosunki wielkości i opisuje je z użyciem liczb wymiernych, rzeczywistych.
3. Szacuje wielkości, posługuje się procentami.
4. Posługuje się liczbami i działaniami do modelowania stosunków wielkościowych.
5. Posługuje się własnościami figur oraz wyobraźnią do modelowania stosunków geometrycznych, konstruowania graficznego schematu danego układu stosunków przestrzennych.
6. Dostrzega regularności w prostych sytuacjach.
7. Stosuje algorytmy.
8. Stosuje równania, nierówności, układy równań w rozwiązywaniu problemów.
9. Ustala związki między danymi, wydziela związki znaczące.
10. Wykorzystuje funkcje do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych.
11. Przeprowadza uogólnianie i specyfikację.
12. Rozumuje przez analogię.
13. Redaguje definicje nowych pojęć.
14. Korzysta z gotowych definicji i twierdzeń.
15. Klasyfikuje obiekty.
16. Rozwiązuje zadania schematyczne.
17. Planuje, zapisuje plan rozwiązania i rozwiązuje zadania nieschematyczne.

U2: śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny)

1. Odróżnia założenie i tezę w twierdzeniu.
2. Zaprzecza twierdzenie.
3. Obala tezę podając kontrprzykład.
4. Ocenia poprawność doboru argumentów oraz sposobów wnioskowania.
5. Ocenia poprawność przekształceń algebraicznych.
6. Rozumie, różnicę między dowodem twierdzenia a przykładem potwierdzającym jego prawdziwość.
7. Buduje zaprzeczenie definicji rozpoznając uprzednio jej strukturę logiczną.
8. Rozumie różnice pomiędzy różnymi metodami dowodzenia.
9. Podąża za tokiem rozumowania autora dowodu.
10. Dostrzega luki bądź błędy w rozumowaniu.
11. Sprawdza zasadność uogólnień.

U3: przekazywać komunikaty stosując język matematyczny

1. Kojarzy zwroty języka naturalnego z odpowiednimi terminami matematycznymi, czynności konkretne z operacjami abstrakcyjnymi, wielkości z liczbami.
2. Wyraża w języku matematyki informacje podane werbalnie, rysunkiem, schematem, tabelą, diagramem oraz zaobserwowane w rzeczywistości.
3. Przedstawia werbalnie, za pomocą zwrotów języka naturalnego, informacje zapisane w języku matematyki.
4. Przedstawia werbalnie informacje zapisane rysunkiem, grafem, schematem, wykresem, tabelą, diagramem.
5. Zapisuje symbolicznie definicje pojęć.
6. Formułuje twierdzenia w postaci implikacji.
7. Zapisuje symbolicznie dowody twierdzeń.
8. Przedstawia dane za pomocą tabel, diagramów, grafów, wzorów.
8. Zapisuje wzory, zależności matematyczne stosując symbolikę matematyczną, podaje opis zależności w postaci funkcji.
9. Opisuje zbiory za pomocą układów nierówności i równań.

10. Prezentuje wyniki badań używając terminologii z zakresu języka matematycznego, używa przybliżeń.
11. Tworzy wypowiedzi matematyczne i wartościuje je.
12. Buduje wypowiedzi poprawne pod względem pojęciowym i logicznym.
13. Przygotowuje i wygłasza krótki referat na wybrany temat matematyczny.

U4: korzystać z tekstu matematycznego

1. Wyszukuje w tekście definicje i twierdzenia.
2. Analizuje przedstawione rozwiązania zadań, obliczenia, wnioskowania, dane.
3. Wydziela fragmenty tekstu, dotyczące określonych kwestii.
4. Przekształca informacje z tekstu zapisując je w formie dogodnej do dalszych działań.
5. Odczytuje własności funkcji z wykresu.
6. Odczytuje informacje przedstawione za pomocą rysunków pomocniczych.
7. Interpretuje dane przedstawione za pomocą diagramów i tabel.
8. Ustala relacje między wskazanymi w tekście obiektami.
9. Uzupełnia luki w tekście.
10. Poszukuje w innych źródłach wyjaśnienia napotkanych w tekście terminów i pojęć.
11. Stosuje podane w tekście definicje i twierdzenia.
12. Naśladuje przedstawione rozwiązania w analogicznych sytuacjach.

POSTAWY:

P1: przejawiać szacunek dla prawdy

1. Rozumie potrzebę dowodzenia.
2. Weryfikuje zgromadzone dane.
3. Nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy.
4. Protestuje w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi.
5. Wytrwale poszukuje informacji.
6. Jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych.
7. Nie uogólnia bez uprzedniego upewnienia się, co do prawdziwości przesłanek.
8. Podejmuje decyzje na podstawie sprawdzonych informacji.

P2: dążyć do szukania przyczyn

1. Rozumie potrzebę ustalenia przyczyn błędów w obliczeniach lub rozumowaniach.
2. Przewiduje skutki planowanych działań.
3. Rozważa różne przypadki nie ograniczając się do przypadków szczególnych.
4. Wnikliwie analizuje problem.

P3: oceniać zasadność wnioskowań i działań

1. Ocenia poprawność rozwiązania zadania.
2. Wartościuje rozwiązania tego samego zadania różnymi sposobami.
3. Dostrzega sprzeczne informacje lub błędy w rozumowaniach.
4. Ocenia dobór argumentów uzasadniających tezę (stanowisko).

Tabela 1: Klasa 1 technikum

Diagnoza - sprawdzian podstawowych wiadomości matematycznych po gimnazjum.			
Temat	Materiał nauczania	Uczeń:	UWAGI
Liczby naturalne	Dzielnik liczby, liczby pierwsze, liczby złożone, cechy podzielności liczb	Zna cechy podzielności liczb oraz określenie liczb pierwszych i złożonych, umie wyznaczyć dzielniki danej liczby naturalnej, rozłożyć liczby naturalne na czynniki pierwsze	
Liczby całkowite. Liczby wymierne.	Określenie liczby wymiernej, działania na liczbach wymiernych, liczby względnie pierwsze, zaznaczanie liczb na osi liczbowej, porównywanie liczb.	Umie powiedzieć, jakiej postaci są liczby całkowite, wymierne, skrócić i rozszerzyć ułamki, porównać liczby wymierne na osi liczbowej, wykonać obliczenia na liczbach wymiernych stosując prawidłową kolejność wykonywania działań.	
Liczby niewymierne.	Twierdzenie Pitagorasa. Przykłady liczb niewymiernych. *)Dowód niewymierności liczby $\sqrt{2}$. Zaznaczanie liczb niewymiernych na osi liczbowej.	Zna twierdzenie Pitagorasa, rozróżnia liczby niewymierne, zaznacza na osi liczbowej punkty odpowiadające liczbom niewymiernym, porównać liczby niewymierne.	
Pierwiastek z liczby nieujemnej	Pojęcie pierwiastka kwadratowego i sześciennego, własności działań na pierwiastkach, działania na liczbach niewymiernych, konstrukcja \sqrt{n} .	Zna określenie pierwiastka kwadratowego oraz pierwiastka trzeciego stopnia, zna i potrafi stosować własności działań na pierwiastkach.	
Pierwiastek nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej	Pojęcie pierwiastka nieparzystego stopnia	Zna określenie pierwiastka nieparzystego stopnia, zna i potrafi stosować własności działań na pierwiastkach	
Zastosowanie przekształceń algebraicznych.	Wzory skróconego mnożenia, usuwanie niewymierności z mianownika	Zna wzory skróconego mnożenia i potrafi je stosować w przekształceniach algebraicznych, usuwać niewymierność z mianownika stosując wzór na różnicę kwadratów.	
Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej.	Ułamki dziesiętne, rozwinięcie dziesiętne liczb wymiernych, rozwinięcie dziesiętne liczb niewymiernych. Zamiana rozwinięcia dziesiętnej liczby wymiernej na ułamek zwykły i odwrotnie.	Umie wyznaczyć postać dziesiętną liczby wymiernej, zamieniać rozwinięcia dziesiętne liczby wymiernej na ułamek zwykły i odwrotnie.	
Potęga o wykładniku	Definicja potęgi o wykładniku naturalnym i całkowitym ujemnym. Prawa działań na	Zna definicję potęgi o wykładniku całkowitym i potrafi ją stosować w obliczeniach, zna i umie stosować	



całkowitym.	potęgach	w obliczeniach własności działań na potęgach.	
Potęga o wykładniku wymiernym.	Definicja potęgi o wykładniku wymiernym oraz prawa działań na potęgach.	Zna definicję potęgi o wykładniku wymiernym i potrafi ją stosować w obliczeniach, zna i umie stosować w obliczeniach własności działań na potęgach.	
Notacja wykładnicza.	Określenie notacji wykładniczej dla bardzo małych i dużych liczb.	Zna def. notacji wykładniczej, potrafi zapisać liczbę w notacji wykładniczej i odwrotnie.	
Przybliżenia. Błąd bezwzględny i względny	Reguła zaokrąglania liczb. Błąd przybliżenia. Przybliżenie z nadmiarem oraz przybliżenie z niedomiarem.	Zna regułę zaokrąglania liczb, prawidłowo przybliżać z zadaną dokładnością liczbę zapisaną w postaci rozwinięcia dziesiętnego, umie oszacować wartość wyrażenia liczbowego oraz błędu przybliżenia.	
Obliczenie procentowe.	Obliczanie procentu danej liczby. Obliczanie, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba. Wyznaczanie liczby, gdy dany jest jej procent.	Oblicza procent danej liczby, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba oraz wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent.	
JĘZYK MATEMATYKI. ELEMENTY LOGIKI. ZBIORY			
Podstawowe pojęcia z teorii zbiorów.	Element zbioru, oznaczenia zbiorów liczbowych: N, C, W, NW, R. Zbiór skończony, zbiór nieskończony. Zbiór pusty i jego symboliczne oznaczenie. Element należy do zbioru, element nie należy do zbioru. Podzbiór danego zbioru, zawieranie się zbiorów.	Zna pojęcia: zbiór, element zbioru, zbiór pusty i jego symboliczne oznaczenie, element należy do zbioru, element nie należy do zbioru oznaczenia zbiorów liczbowych: N, C, W, NW, R oraz podzbiór danego zbioru., zawieranie się zbiorów Podaje przykłady zbiorów skończonych i nieskończonych.	
Działania na zbiorach.	Definicja i zapis symboliczny: iloczynu zbiorów, sumy zbiorów, różnicy zbiorów. Określenie przestrzeni jako zbioru wszystkich rozpatrywanych obiektów.	Zna definicję i zapis symboliczny: iloczynu zbiorów, sumy zbiorów, różnicy zbiorów. Zna i rozumie określenie przestrzeni jako zbioru wszystkich rozpatrywanych obiektów.	
Przedziały i działania na przedziałach.	Końce przedziału. Przedział ograniczony, przedział nieograniczony. Przedział otwarty, przedział domknięty (obustronnie, lewostronnie, prawostronnie). Zaznaczanie przedziałów na osi liczbowej. Działania na przedziałach (suma, iloczyn i różnica).	Zna pojęcia: końce przedziału, przedział ograniczony, przedział nieograniczony, przedział otwarty, przedział domknięty (obustronnie, lewostronnie, prawostronnie). Zaznacza	



		przedziały na osi liczbowej oraz wykonuje działania na przedziałach (suma, iloczyn i różnica).	
Wartość bezwzględna liczby.	Definicja wartości bezwzględnej. Interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej. Własność $\sqrt{a^2} = a$.	Zna i rozumie definicję wartości bezwzględnej oraz jej interpretację geometryczną. Zna i stosuje własności wartości bezwzględnej.	
Równania i nierówności z wartością bezwzględną.	Rozwiązywanie prostych równań i nierówności z wartością bezwzględną.	Rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną stosując własności wartości bezwzględnej.	
FUNKCJE			
Sposoby opisu funkcji.	Definicja funkcji. Wykres funkcji. Sposoby zadawania funkcji.	Zna definicję funkcji oraz wykresu, umie rozpoznać funkcje wśród przyporządkowań, oraz określać funkcje na różne sposoby, umie podać dziedzinę funkcji i narysować jej wykres.	
Dziedzina i miejsca zerowe funkcji.	Wyznaczanie dziedziny funkcji zadanej wzorem. Definicja miejsca zerowego funkcji.	Umie określić dziedzinę funkcji oraz obliczyć miejsca zerowe funkcji.	
Odczytywanie własności funkcji z wykresu.	Definicja zbioru wartości funkcji. Odczytywanie z wykresu: dziedziny funkcji, zbioru wartości funkcji, miejsca zerowe funkcji, zbioru argumentów, dla których $f(x) > 0$, itd., maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie, maleje, ma stały znak.	Zna definicję zbioru wartości funkcji, potrafi odczytać dziedzinę, zbiór wartości funkcji, miejsca zerowe oraz argumenty spełniające np. warunek $f(x) > 0$ z wykresu funkcji, rysuje wykres funkcji mając zadaną dziedzinę i zbiór wartości funkcji.	
Odczytywanie własności funkcji z wykresu.	Odczytywanie własności funkcji z wykresu: przedziały monotoniczności, wartość największa i najmniejsza funkcji. Funkcja opisana przy użyciu klamry.	Odczytuje własności funkcji z wykresu: wartość największa i najmniejsza funkcji. przedziały monotoniczności. Rysuje wykres funkcji określonej za pomocą klamry i określa jej własności.	
Przesuwanie wykresu funkcji wzdłuż osi.	Przesunięcie wykresu funkcji wzdłuż osi OX, OY. Przesunięcie w prawo, w lewo, przesunięcie w górę, w dół. Wzór funkcji po przesunięciu.	Przesuwa wykres funkcji wzdłuż osi OX, OY. Wyznacza wzór funkcji po przesunięciu.	



Przekształcanie wykresu przez symetrię względem osi układu współrzędnych.	Symetria wykresu funkcji względem osi: OX, OY.	Przekształca wykres funkcji w symetrii względem osi: OX, OY. Podaj wzór funkcji po przekształceniu.	
Funkcje – zastosowania.	Funkcje i ich zastosowanie w otaczającym nas świecie.	Odczytuje z tabel i wykresów funkcji (opisujących sytuacje praktyczne) własności funkcji: dziedzina, zbiór wartości funkcji oraz wartości dla wybranych argumentów.	
FUNKCJA LINIOWA			
Funkcja liniowa i jej własności.	Definicja funkcji liniowej. Współczynnik kierunkowy. Zbiór wartości funkcji liniowej. Miejsca zerowe funkcji liniowej. Monotoniczność funkcji liniowej.	Zna definicja funkcji liniowej. Potrafi wyznaczyć punkty przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu oraz wie jak w zależności od współczynników funkcji zmieniają się jej własności.	
Równanie prostej na płaszczyźnie.	Równanie kierunkowe prostej. Równanie ogólne prostej.	Zna równanie kierunkowe i ogólne prostej, potrafi sprawdzić, czy punkt należy do prostej oraz wyznaczyć równanie.	
Współczynnik kierunkowy prostej.	Współczynnik kierunkowy prostej oraz jego interpretacja.	Umie obliczyć współczynnik kierunkowy prostej, do której należą dwa punkty, wyznaczyć równanie prostej przy zadanych warunkach..	
Równoległość i prostopadłość prostych	Warunek równoległości i prostopadłości prostych.	Zna warunek równoległości i prostopadłości prostych. Potrafi wyznaczyć równanie prostej równoległej, prostopadłej do zadanej prostej.	
Układy równań liniowych.	Algebraiczne metody rozwiązywania układów równań liniowych: metoda podstawiania i metoda przeciwnych współczynników. Definicja układu oznaczonego, sprzecznego i nieoznaczonego.	Zna i stosuje algebraiczne metody rozwiązywania układów równań liniowych: metodę podstawiania i metodę przeciwnych współczynników. Rozróżnia i nazywa układ oznaczony, spreczny	



		i nieoznaczony.	
Interpretacja geometryczna układu równań liniowych.	Interpretacja geometryczna układu oznaczonego, sprzecznego i nieoznaczonego. Graficzne rozwiązanie układu równań.	Zna interpretację geometryczną układu oznaczonego, sprzecznego i nieoznaczonego. Rozwiązuje graficznie układ równań.	
Funkcja liniowa - zastosowania	Rozwiązywanie zadań umieszczonych w kontekście praktycznym		
FUNKCJA KWADRATOWA			
Funkcja kwadratowa. Wykres funkcji $f(x) = ax^2$.	Definicja funkcji kwadratowej (trójmianu kwadratowego). Parabola – wykres funkcji kwadratowej. Wierzchołek paraboli, oś symetrii paraboli, wartość największa, wartość najmniejsza, przedziały monotoniczności.	Zna definicję funkcji kwadratowej (trójmianu kwadratowego). Rysuje parabolę – wykres funkcji kwadratowej. Wyznacza wierzchołek paraboli, podaje wartość największą, wartość najmniejszą oraz określa przedziały monotoniczności funkcji kwadratowej.	
Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = ax^2$	Wykres funkcji otrzymanej po przesunięciu wzdłuż osi. Wzór funkcji otrzymanej po przesunięciu. Własności funkcji otrzymanej po przesunięciu.	Przesuwa wykres funkcji wzdłuż osi oraz wyznacza wzór funkcji otrzymanej po przesunięciu. Określa własności funkcji otrzymanej po przesunięciu.	
Postać kanoniczna i ogólna funkcji kwadratowej.	Definicja postaci ogólnej i kanonicznej trójmianu kwadratowego. Wyróżnik trójmianu. Współrzędne wierzchołka paraboli.	Zna postać ogólną i kanoniczną trójmianu kwadratowego oraz je wyznacza. Oblicza wyróżnik trójmianu. Wyznacza współrzędne wierzchołka paraboli.	
Równania kwadratowe. Wprowadzenie.	Rozwiązanie równania kwadratowego, jako miejsca zerowego odpowiedniej funkcji kwadratowej. Pojęcie pierwiastka. Rozwiązywanie równań metodą: wyłączania czynnika przed nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia.	Rozumie określenie rozwiązania równania kwadratowego, jako miejsca zerowego odpowiedniej funkcji kwadratowej. Zna pojęcie pierwiastka. Rozwiązuje równania metodą: wyłączania czynnika przed nawias oraz stosuje wzory skróconego mnożenia.	
Rozwiązywanie równań kwadratowych - wzory na	Wzory na pierwiastki. Pierwiastek podwójny. Istnienie pierwiastków w zależności od znaku wyróżnika. Związek między położeniem paraboli w układzie	Zna wzory na pierwiastki. Interpretuje istnienie pierwiastków w zależności od znaku wyróżnika. Zna	



pierwiastki.	współrzędnych (znak współczynnika i znak delty) a liczba pierwiastków danego równania kwadratowego.	i rozumie związek między położeniem paraboli w układzie współrzędnych (znak współczynnika i znak delty) a liczbą pierwiastków danego równania kwadratowego.	
Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.	Definicja postaci iloczynowej (rozkład na czynniki liniowe) trójmianu kwadratowego.	Zna definicję postaci iloczynowej (rozkład na czynniki liniowe) trójmianu kwadratowego. Umie rozkładać trójmian na czynniki liniowe.	
Nierówności kwadratowe.	Określenie nierówności kwartowej. Przybliżony wykres trójmianu. Zbiór rozwiązań nierówności kwadratowej.	Zna określenie nierówności kwartowej. Umie rozwiązywać nierówności kwadratowe.	
Funkcja kwadratowa – zastosowania.	Wyznaczanie najmniejszej i największej wartości trójmianu kwadratowego w podanym przedziale. Funkcja kwadratowa w zadaniach praktycznych.	Wyznacza najmniejszą i największą wartość trójmianu kwadratowego w podanym przedziale. Umie stosować poznane wiadomości o funkcji kwartowej w zadaniach praktycznych.	
PLANIMETRIA			
Trójkąty. Miara kątów w trójkącie.	Klasyfikacja trójkątów ze względu na miary kątów. Suma miar kątów w dowolnym trójkącie (dowód). Pojęcie środkowej oraz środek ciężkości trójkąta	Umie dokonać klasyfikacji trójkątów ze względu na miary kątów. Umie udowodnić, że w dowolnym trójkącie suma miar kątów jest równa 180° . Zna, rozumie i potrafi wyznaczyć pojęcie środkową oraz środek ciężkości trójkąta	
Trójkąty podobne.	Definicja trójkątów podobnych. Cecha BBB, BKB, KKK. Skala podobieństwa.	Zna i stosuje definicję trójkątów podobnych. cechy BBB, BKB, KKK. Potrafi wyznaczyć skalę podobieństwa.	
Wielokąty podobne.	Określenie wielokątów podobnych. Stosunek pól figur podobnych. Stosunek objętości brył podobnych.	Zna określenie wielokątów podobnych oraz rozumie i stosuje własności o polach figur podobnych i objętościach brył podobnych.	
Twierdzenie Talesa.	Twierdzenie Talesa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa. Podział odcinaka na 3, 5 i itd. równe części.	Zna i rozumie twierdzenie Talesa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa. Potrafi wykonać konstrukcyjnie podział odcinka na 3, 5 i itd. równe części.	

Trójkąty prostokątne.	Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa. Długość przekątnej kwadratu, długość wysokości trójkąta równobocznego.	Zna i rozumie twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa. Umie obliczać długość przekątnej kwadratu oraz długość wysokości trójkąta równobocznego	
-----------------------	--	---	--

Tabela 2: Klasa 2 technikum

Temat	Realizowane treści	Szczegółowe cele kształcenia Uczeń:	Uwagi
Wielomiany			
Pojęcie wielomianu. Dodawanie wielomianów.	Jednomian, wielomian, współczynniki wielomianu, stopień wielomianu, wielomian zerowy, wielomian przeciwny, suma wielomianów	Zna określenie jednomianu i wielomianu, potrafi wskazać jednomian, wielomian, umie wykonać dodawanie i odejmowanie wielomianów	
Mnożenie wielomianów.	Iloczyn wielomianów, wzory skróconego mnożenia, stopień iloczynu wielomianów	Umie wykonać mnożenie i dzielenie wielomianów, zna związek między stopniami wielomianów a stopniem wielomianu otrzymanego z ich pomnożenia przez siebie	
Rozkład wielomianu na czynniki.	Postać iloczynowa wielomianu, pierwiastek wielomianu	Zna twierdzenie o postaci iloczynowej wielomianu, potrafi rozłożyć wielomian na czynniki,	
Równania wielomianowe. Rozwiązywanie równań wielomianowych	Pierwiastek dwukrotny, pierwiastek k-krotny Rozwiązywanie równań wielomianowych	Zna pojęcie pierwiastka wielomianu, potrafi sprawdzić czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, umie rozwiązywać równania wielomianowe	
Równość wielomianów.	Pojęcie równości wielomianów	Potrafi zdefiniować równość wielomianów, umie sprawdzić i uzasadnić czy dane wielomiany są równe	
Funkcje trygonometryczne			
Funkcje trygonometryczne kąta ostrego.	Definicja sinusa, cosinusa, tangensa, cotangensa kąta ostrego w trójkącie prostokątnym	Zna i stosuje definicje funkcji trygonometrycznych	<i>podręcznik klasa 1</i>
Związki między funkcjami trygonometrycznymi.	Jedynka trygonometryczna $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$, $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$, itd.	Zna i stosuje podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi danego kąta	<i>podręcznik klasa 1</i>



Trygonometria-zastosowania.	Zastosowanie trygonometrii w rozwiązywaniu zadań.	Umie stosować trygonometrię w rozwiązywaniu zadań.	<i>podręcznik klasa 1</i>
Dowodzenie tożsamości trygonometrycznych.	Dowodzenie prostych tożsamości trygonometrycznych, związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta	Umie sprawdzać tożsamości trygonometryczne wykorzystując podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta	
Rozwiązywanie zadań z funkcji trygonometrycznych.	Rozwiązywanie zadań z funkcji trygonometrycznych	Umie stosować poznane wiadomości o funkcjach trygonometrycznych w rozwiązywaniu zadań	
Planimetria i geometria analityczna			
Trójkąty. Miara kątów w trójkącie.	Klasyfikacja trójkątów ze względu na miary kątów. Suma miar kątów w dowolnym trójkącie (dowód). Pojęcie środkowej oraz środek ciężkości trójkąta	Umie dokonać klasyfikacji trójkątów ze względu na miary kątów. Umie udowodnić, że w dowolnym trójkącie suma miar kątów jest równa 180° . Zna, rozumie i potrafi wyznaczyć pojęcie środkową oraz środek ciężkości trójkąta	<i>podręcznik kl. 1</i>
Pole trójkąta. Rozwiązywanie zadań na obliczanie pola trójkąta.	Wzory na pole trójkąta: $P=0,5ah$, $P=a^2\sqrt{3}/4$, $P=0,5ab\sin\alpha$.	Zna i stosuje wzory na obliczanie pola trójkąta	<i>podręcznik kl. 1</i>
Pole czworokąta Rozwiązywanie zadań na obliczanie pola czworokąta.	Wzory na pola czworokątów: $P= ah$, $P=0,5d_1d_2$, $P= 0,5(a+b)h$	Zna wzory na obliczanie pól czworokątów i stosuje je w obliczeniach	<i>podręcznik kl. 1</i>
Długość okręgu i pole koła.	Pojęcie okręgu. Wzór na długość okręgu $l= 2\pi r$ Wzór na długość łuku okręgu $L= \alpha/360^\circ \cdot 2\pi r$ Wzór na pole koła i pole wycinak koła: $P= \pi r^2$, $P= \alpha/360^\circ \cdot \pi r^2$ Wzajemne położenie prostej i okręgu.	Zna określenie okręgu. Zna wzory na długość okręgu, długość łuku okręgu, na pole koła i pole wycinak koła oraz stosuje je w obliczeniach. Zna i określa wzajemne położenie prostej i okręgu.	<i>podręcznik kl. 1</i>
Obliczanie pól wielokątów z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.	Rozwiązywanie zadań o polach wielokątów na zastosowanie funkcji trygonometrycznych	Umie rozwiązywać zadania o polach wielokątów z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.	<i>podręcznik kl. 1</i>



Odległość punktów w układzie współrzędnych.	Wzór na odległość punktów w układzie współrzędnych. Współrzędne środka odcinka. Tangens kąta nachylenia prostej do dodatniej półosi OX.	Zna wzory na odległość punktów, środek odcinka. Oblicza odległość między punktami i wyznacza środek odcinka. Wyznacza kąt nachylenia prostej do dodatniej półosi OX.	<i>podręcznik kl. 1</i>
Odległość punktu od prostej	Definicja odległości punktu od prostej. Wzór na odległość punktu od prostej.	Zna określenie i wzór na odległości punktu od prostej. Wyznacza odległość punktu od prostej.	<i>podręcznik kl. 1</i>
Odległość prostych równoległych.	Pojęcie odległości prostych równoległych	Zna i rozumie pojęcie odległości prostych równoległych oraz stosuje w rozwiązaniach.	<i>podręcznik kl. 1</i>
Wzajemne położenie prostej i okręgu.	Położenie prostej i okręgu	Potrafi określić położenie prostej i okręgu	
Wzajemne położenie dwóch okręgów.	Wzajemne położenie dwóch okręgów	Potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów	
Prosta i okrąg - rozwiązywanie zadań	Rozwiązywanie zadań o prostych i okręgach i ich wzajemnym położeniu	Umie rozwiązywać zadania o prostych i okręgach i ich wzajemnym położeniu	
Kąty w okręgu. Kąt środkowy i kąt wpisany.	Kąty wpisane i środkowe, twierdzenia (własności) kątów wpisanych i środkowych	Zna rodzaje kątów w okręgu oraz potrafi je wskazać i narysować, zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych	
Okrąg wpisany w trójkąt. Okrąg opisany na trójkącie.	Okrąg opisany na trójkącie, symetralna boku trójkąta, środek okręgu wpisanego w trójkąt; okrąg opisany na trójkącie, dwusieczna kąta, środek okręgu opisanego na trójkącie	Zna i stosuje własności okręgu wpisanego w trójkąt; zna i stosuje własności okręgu opisanego na trójkącie	
Rozwiązywanie zadań o okręgu wpisanym w trójkąt i okręgu opisanym na trójkącie.	Własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie	Zna i posługuje się własnościami: dwusiecznej kąta, symetralnej odcinka oraz okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt w rozwiązywaniu zadań	
Czworokąty wypukłe.	Pojęcie wielokąta wypukłego i czworokąta wypukłego, przykłady czworokątów wypukłych, wklęsłych	Zna określenie czworokąta wypukłego, wklęsłego. Rozróżnia, wskazuje czworokąty wypukłe, wklęsłe	
Rozwiązywanie zadań o czworokątach.	Własności czworokątów	Zna i stosuje własności czworokątów w rozwiązywaniu zadań	
Przekształcenia geometryczne na płaszczyźnie.			
Symetria osiowa. Symetria osiowa na płaszczyźnie	Definicja symetrii osiowej i figur symetrycznych względem prostej, symetria w układzie	Zna i rozumie określenia symetrii osiowej, potrafi wskazać i narysować figury osiowosymetryczne, zna i stosuje	



kartezjańskiej.	współrzędnych	związki między współrzędnymi punktów symetrycznych względem osi układu współrzędnych	
-----------------	---------------	--	--

Tabela 3: Klasa 3 technikum

Temat	Realizowane treści	Szczegółowe cele kształcenia Uczeń:	Uwagi
Funkcje wymierne			
Rozwiązywanie równań i nierówności kwadratowych	Równania i nierówności kwadratowe, pierwiastki równania, zbiór rozwiązań nierówności kwadratowej	Umie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe	<i>podręcznik kl. 2</i>
Rozwiązywanie równań wielomianowych.	Równania i nierówności wielomianowe, pierwiastki wielomianu	Umie rozwiązywać równania wielomianowe	<i>podręcznik kl. 2</i>
Proporcjonalność odwrotna	Definicja proporcjonalności odwrotnej, jej wykres i własności	Zna def. proporcjonalności odwrotnej, umie sporządzić jej wykres, potrafi rozwiązać zad. tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej	<i>podręcznik kl. 2</i>
Wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$	Wykres i własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, asymptota pozioma i pionowa	Umie sporządzić wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ i podać jej własności	<i>podręcznik kl. 2</i>
Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ wzdłuż osi X i osi Y	Wykresy funkcji typu: $f(x) = \frac{a}{x} + q$, $f(x) = \frac{a}{x - p}$, $f(x) = \frac{a}{x - p} + q$ i ich własności	Umie przesunąć wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ wzdłuż osi X i osi Y; podać wzór funkcji po przesunięciu, określić własności otrzymanych funkcji	<i>podręcznik kl. 2</i>
Funkcja homograficzna i jej wykres	Definicja funkcji homograficznej, jej wykres i własności, wyznaczanie dziedziny, zbioru wartości i miejsca zerowe funkcji homograficznej	Zna def. funkcji homograficznej, potrafi narysować jej wykres i określić własności, potrafi rozpoznać równanie hiperboli wśród innych równań, umie wyznaczyć dziedzinę, zbiór wartości i miejsca zerowe funkcji homograficznej	<i>podręcznik kl. 2</i>
Wyrażenia wymierne. Działania na wyrażeniach	Przykłady wyrażeń wym., dziedzina wyrażenia wymiernego, którego mianownik jest funkcją liniową lub kwadratową, wartość wyrażenia wym.; dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych; skracanie i	Umie podać przykład wyrażenia wymiernego, wyznaczyć dziedzinę wyrażenia wymiernego; potrafi obliczyć wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości liczbowej; umie dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić	<i>podręcznik kl. 2</i>



	rozszerzanie wyrażeń wymiernych	wyrażenia wymierne; potrafi skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne	
Rozwiązywanie równań wymiernych.	Przykłady równań wymiernych, algebraiczne i graficzne rozwiązywanie równań wymiernych typu: $\frac{ax+b}{cx+d} = k$	Umie podać przykład równania wymiernego, rozwiązać algebraicznie i graficznie równania wymierne typu: $\frac{ax+b}{cx+d} = k$	<i>podręcznik kl. 2</i>
Zastosowanie funkcji wymiernej w zadaniach.	Funkcja wymierna i jej własności w zadaniach	Umie stosować poznane wiadomości o funkcji wym. W zad. realistycznych	<i>podręcznik kl. 2</i>
Ciągi			
Pojęcie ciągu.	Def. ciągu, przykłady ciągów liczbowych i nieliczbowych, wyraz ciągu, ciągi skończone i nieskończone	Zna def. ciągu, umie podać przykłady ciągów liczbowych i nieliczbowych, wie, co to jest wyraz ciągu, rozróżnia ciągi skończone i nieskończone	<i>podręcznik kl. 2</i>
Sposoby określania ciągu.	Opis słowny ciągu, wzór ogólny ciągu, wykres ciągu, monotoniczność ciągu	Zna sposoby określania ciągu, umie obliczyć wartość dowolnego wyrazu ciągu, gdy dany jest wzór ogólny, określić ciąg wzorem ogólnym, gdy dane są jego wyrazy, potrafi określić monotoniczność ciągu na podstawie jego wyrazów, wykresu	<i>podręcznik kl. 2</i>
Ciąg arytmetyczny.	Def. ciągu arytmetycznego, przykłady ciągu arytmetycznego i jego własności, wzoru ogólny ciągu arytmetycznego, średnia arytmetyczna, związek między różnicą ciągu arytmetycznego a monotonicznością ciągu.	Zna def. ciągu arytmetycznego, potrafi sprawdzić czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym, podać przykład ciągu arytmetycznego, obliczyć średnią arytm., podać wzór ogólny ciągu arytmetycznego, podać związek między różnicą ciągu arytmetycznego a monotonicznością ciągu	<i>podręcznik kl. 2</i>
Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.	Suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego. Obliczanie sumy wyrazów ciągu arytmetycznego.	Obliczyć sumę wyrazów ciągu arytmetycznego	<i>podręcznik kl. 2</i>
Ciąg geometryczny.	Def. ciągu geometrycznego przykłady ciągu geometrycznego skończonego i nieskończonego, wzór ogólny wyraz ciągu geometrycznego średnia geometryczna, związek między ilorzem ciągu geometrycznego a monotonicznością ciągu	Zna def. ciągu geometrycznego, potrafi sprawdzić czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym, podać przykład ciągu geometrycznego, podać wzór ogólny ciągu geometrycznego, obliczyć średnią geometryczną, podać związek między ilorzem	<i>podręcznik kl. 2</i>



		ciągu geometrycznego a monotonicznością ciągu	
Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	Suma n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego. Rozwiązywanie zadań dotyczących sumy ciągu geometrycznego.	Zna wzór na sumę wyrazów skończonego ciągu geometrycznego, obliczyć sumę ciągu geometrycznego	<i>podręcznik kl. 2</i>
Procent składany	Przedstawienie na przykładach pojęcia procentu składanego. Wzór ogólny na kapitał końcowy przy stałej stopie procentowej przy określonym kapitale początkowym i liczbie lat oszczędzaniu, pojęcie kapitalizacji, oprocentowania nominalnego i efektywnego.	Umie rozwiązywać zadania na zastosowanie procentu składanego	<i>podręcznik kl. 2</i>
Rozwiązywanie zadań z ciągu arytmetycznego i geometrycznego	Ciąg arytmetyczny i geometryczny w zadaniach	Umie stosować poznane wiadomości o ciągu arytmetycznym i geometrycznym w zadaniach	<i>podręcznik kl. 2</i>
Elementy statystyki			
Średnia arytmetyczna Odczytywanie i interpretowanie danych statystycznych z tabel, diagramów i wykresów	Def. średniej arytmetycznej obliczanie średniej arytmetycznej odczytywanie danych z tabel, diagramów i wykresów, interpretowanie danych	Zna def. średniej arytmetycznej, umie obliczać średnią arytmetyczną, potrafi odczytać dane z tabel, diagramów i wykresów, potrafi zinterpretować przedstawione dane statystyczne, umie wykonać podstawowe obliczenia procentowe,	<i>podręcznik kl. 3</i>
Mediana i dominanta.	Pojęcie mediany i dominanty, wyznaczanie mediany i dominanty danych statystycznych	zna określenie mediany i dominanty danych statystycznych, umie podać medianę i dominantę zebranych danych statystycznych	<i>podręcznik kl.3</i>
Pojęcie wariancji i odchylenia standardowego. Rozwiązywanie zadań.	def. wariancji i odchylenia standardowego, obliczanie wariancji i odchylenia standardowego	Zna i stosuje def. wariancji i odchylenia standardowego, umie obliczać wariancję i odchylenie standardowe	<i>podręcznik kl.3</i>
Pojęcie średniej ważonej. Rozwiązywanie zadań.	Def. średniej ważonej, obliczanie średniej ważonej	Zna def. średniej ważonej, umie obliczać średnią ważoną	<i>podręcznik kl.3</i>
Przedstawianie danych empirycznych w postaci tabel, diagramów i wykresów.	Porządkowanie i przedstawianie danych statystycznych na wykresach i ich interpretacja, wykorzystanie arkusza kalkulacyjnego do sporządzania różnego rodzaju wykresów	Umie uporządkować i przedstawić dane statystyczne na wykresach i diagramach słupkowych i kołowych, potrafi wykorzystać arkusz kalkulacyjny do sporządzania różnego rodzaju wykresów, umie wykonać	<i>podręcznik kl.3</i>



		obliczenia procentowe, porówna wielkości i wyrazi zależność w procentach, potrafi przeprowadzić analizę ilościową i jakościową przedstawionych danych	
Rozwiązywanie zadań ze statystyki opisowej.	Średnia arytmetyczna i średnia ważona oraz wariancja i odchylenie standardowe w zadaniach	Umie stosować poznane wiadomości ze statystyki opisowej w rozwiązywaniu zadań	<i>podręcznik kl.3</i> <i>zadania maturalne</i>
Elementy kombinatoryki			
Reguła mnożenia.	Reguła mnożenia, przykłady	Zna twierdzenie reguły mnożenia i potrafi go stosować w obliczeniach	<i>podręcznik kl.3</i>
Pojęcie silni.	Definicja funkcji, obliczanie silni;	Zna def. silni i umie ją stosować w obliczeniach	<i>podręcznik kl.3</i>
Rozwiązywanie zadań na zastosowanie reguły mnożenia i funkcji silni.		Umie rozwiązywać zadania na zastosowanie reguły mnożenia i funkcji silni.	<i>podręcznik kl.3</i>
Funkcja wykładnicza. Logarytmy			
Działania na potęgach. Funkcja potęgowa.	Def. funkcji potęgowej; wykresy funkcji potęgowych; własności działań na potęgach	Zna def. funkcji potęgowej; rysuje wykresy funkcji potęgowych; wykonuje działania na potęgach	<i>podręcznik kl.3</i>
Funkcja wykładnicza i jej własności	Def. funkcji wykładniczej; wykres funkcji wykładniczej dla różnych podstaw; własności funkcji wykładniczej	Zna def. funkcji wykładniczej; umie sporządzić wykres funkcji wykładniczej przy różnych podstawach; potrafi określić własności funkcji wykładniczej	<i>podręcznik kl.3</i>
Logarytm liczby dodatniej	Definicja logarytmu; obliczanie logarytmów	Zna definicję logarytmu i potrafi ją stosować w obliczeniach	<i>podręcznik kl.3</i>
Podstawowe własności logarytmów.	Logarytm iloczynu; logarytm ilorazu; logarytm potęgi o wykładniku naturalnym	Zna i stosuje w obliczeniach podstawowe własności działań na logarytmach: logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi o wykładniku naturalnym	<i>podręcznik kl.3</i>
Geometria analityczna			
Poste na płaszczyźnie kartezjańskiej - rozwiązywanie	Równanie ogólne i kierunkowe prostej, równoległość prostych, prostopadłość prostych	Umie wyznaczyć równanie ogólne prostej, równanie kierunkowe, wyznaczyć równanie prostej równoległej	<i>podręcznik kl. 3</i>



zadań.		do danej prostej i prostopadłej	
Odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej. Równanie okręgu..	Długość odcinka, środek odcinka, równanie okręgu	Umie obliczyć długość odcinka, wyznaczyć środek odcinka oraz wyznaczyć równanie okręgu	<i>podręcznik kl. 3</i>
Pola i obwody wielokątów na płaszczyźnie kartezjańskiej	Pola i obwody wielokątów w układzie współrzędnych	Potrafi obliczać pola i obwody wielokątów na płaszczyźnie kartezjańskiej	<i>podręcznik kl. 3</i>

Tabela 4: Klasa 4 technikum

Temat	Treści nauczania	Szczegółowe cele kształcenia. Uczeń:	Uwagi
Rachunek prawdopodobieństwa			
Pojęcie zdarzenia losowego. Działania na zdarzeniach	Zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie losowe, zdarzenie niemożliwe, zdarzenie pewne, suma zdarzeń, iloczyn zdarzeń, różnica zdarzeń, zdarzenia rozłączne (wykluczające się), zdarzenie przeciwne	Zna i rozumie pojęcia: zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie losowe; zdarzenie niemożliwe, zdarzenie pewne, suma zdarzeń, iloczyn zdarzeń, różnica zdarzeń, zdarzenia rozłączne (wykluczające się), zdarzenie przeciwne, umie stosować zapis symboliczny tych pojęć oraz potrafi matematyzować sytuacje	
Częstość zdarzeń	Pojęcie częstości zdarzeń, przykłady na obliczanie częstości zdarzeń	Rozumie pojęcie częstości zdarzeń, potrafi obliczać częstość zdarzeń w doświadczeniu losowym	
Pojęcie prawdopodobieństwa klasycznego	Definicja prawdopodobieństwa klasycznego, przykłady na zastosowanie tej definicji, związek prawdopodobieństwa zdarzenia z częstością	Zna definicje prawdopodobieństwa klasycznego i umie ją stosować w rozwiązywaniu zadań, rozumie związek prawdopodobieństwa z częstością	
Rozwiązywanie zadań na zastosowanie prawdopodobieństwa klasycznego	Zastosowanie poznanej definicji w rozwiązywaniu zadań praktycznych, w tym zadania maturalne	Umie stosować definicję klasyczną w rozwiązywaniu zadań	<i>zadania maturalne strona: www.cke.edu</i>
Rozkład prawdopodobieństwa	Definicja rozkładu prawdopodobieństwa oraz prawdopodobieństwa danego zdarzenia, określenie zdarzeń jednakowo prawdopodobnych	Zna i stosuje definicję rozkładu prawdopodobieństwa i prawdopodobieństwa zdarzenia	



Własności prawdopodobieństwa	Własności: $P(A) \geq 0$, $P(A) \leq 1$, prawdopodobieństwo zdarzenia pewnego i niemożliwego; $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$, prawdopodobieństwo sumy zdarzeń oraz prawdopodobieństwo sumy zdarzeń wykluczających się	Zna i stosuje własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań	
Rozwiązywanie zadań na zastosowanie własności prawdopodobieństwa	Stosowanie własności prawdopodobieństw w rozwiązywaniu zadań	Zna i stosuje własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań	
Doświadczenia wieloetapowe. Metoda drzewa.	Przykłady doświadczenia wieloetapowego, sporządzanie drzewa dla danego doświadczenia losowego	Wie i rozumie, na czym polega doświadczenie wieloetapowe, potrafi sporządzić drzewo dla danego doświadczenia	
Rozwiązywanie zadań z prawdopodobieństwa metodą drzewa	Zastosowanie drzewa w rozwiązywaniu zadań	Potrafi sporządzić drzewo dla danego doświadczenia losowego, obliczanie prawdopodobieństwa, analiza otrzymanych wyników	
Rozwiązywanie zadań z prawdopodobieństwa	Zastosowanie teorii z prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań	Umie stosować poznaną teorię w rozwiązywaniu zadań na obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń, potrafi matematyzować daną sytuację praktyczną	

Stereometria. Wielościany.

Proste i płaszczyzny w przestrzeni	Położenie prostych i płaszczyzn, równoległość prostych, równoległość płaszczyzn, równoległość prostej do płaszczyzny, prostopadłość prostych w przestrzeni, prostopadłość płaszczyzn, prostopadłość prostej do płaszczyzny, proste skośne; twierdzenie o trzech prostych prostopadłych	Zna i rozróżnia wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni, rozpoznaje proste i płaszczyzny równoległe oraz proste i płaszczyzny prostopadłe, oraz proste skośne; zna i stosuje tw. O trzech prostych prostopadłych	
Kąt między prostą a płaszczyzną	Pojęcie kąta między prostą i płaszczyzną	Umie zdefiniować i zaznaczyć kąt między prostą i płaszczyzną, potrafi obliczać miarę takiego kąta	
Pojęcie kąta dwuściennego. Obliczanie miary kąta dwuściennego.	Pojęcie kąta dwuściennego; miara kąta dwuściennego	Umie zdefiniować i zaznaczyć kąt dwuścienny, potrafi obliczać miarę takiego kąta	



Graniastosłupy, ich rodzaje i własności	Pojęcie graniastosłupa, graniastosłup prosty, graniastosłup prawidłowy, siatki graniastosłupa, pole powierzchni graniastosłupa	Zna definicje graniastosłupa, rozpoznaje rodzaje graniastosłupów i podaje ich własności, potrafi narysować siatkę graniastosłupa, umie obliczać pole powierzchni graniastosłupa	
Odcinki w graniastosłupach. Przekątna graniastosłupa.	Wysokość graniastosłupa, przekątne graniastosłupa	Zna określenie wysokości graniastosłupa i przekątnej graniastosłupa, potrafi wskazać te wielkości na modelu bryły i umie obliczać ich długość	
Objętość graniastosłupa. Obliczanie objętości graniastosłupów.	Jednostki objętości, pojęcie objętości graniastosłupa, wór na objętość graniastosłupa	Oblicza objętość graniastosłupa	
Ostrosłupy, ich rodzaje i własności. Pole powierzchni ostrosłupa.	Pojęcie ostrosłupa, klasyfikacja ostrosłupów, wysokość ostrosłupa, wór na pole powierzchni ostrosłupa	Rozróżnia ostrosłupy, potrafi je sklasyfikować, umie obliczać pole powierzchni ostrosłupa	
Objętość ostrosłupa. Obliczanie objętości ostrosłupa	Wzór na objętość ostrosłupa	Oblicza objętość ostrosłupa	
Rozwiązywanie zadań o wielościanach	Zastosowanie teorii w rozwiązywaniu zadań	Umie stosować teorię o wielościanach w rozwiązywaniu zadań, potrafi matematyzować sytuacje praktyczne	zadania maturalne

Stereometria. Bryły obrotowe

Walec i jego własności. Pole powierzchni i objętość walca.	Walec obrotowy, pole powierzchni bocznej, pole powierzchni całkowitej, objętość walca, przekrój osiowy walca, przekrój poprzeczny walca	Umie obliczać pole powierzchni i objętość walca oraz pole przekroju osiowego walca	
Stożek i jego własności. Pole powierzchni i objętość stożka.	Stożek obrotowy, pole powierzchni bocznej, pole powierzchni całkowitej, objętość walca, przekrój osiowy walca, przekrój poprzeczny stożka	Umie obliczać pole powierzchni i objętość stożka oraz pole przekroju osiowego stożka	
Kula i jej własności. Pole powierzchni i objętość kuli.	Kula jako bryła obrotowa, pole powierzchni kuli, objętość kuli, przekroje kuli, koło wielkie	Umie obliczać pole powierzchni i objętość kuli, oraz pole przekroju kuli	
Obliczanie pól powierzchni i objętości brył obrotowych.	Zastosowanie teorii w rozwiązywaniu zadań	Umie stosować teorię do rozwiązywania zadań o bryłach obrotowych; potrafi matematyzować sytuacje praktyczne	zadania maturalne

3. Procedury osiągnięcia celów

3.1. Metody nauczania i formy pracy.

Przed realizacją danej jednostki lekcyjnej należy określić cele danej lekcji, a następnie dokonać wyboru metod do ich osiągnięcia. Oczywiście można stosować kilka różnych metod nauczania na jednej lekcji.

Metody nauczania:

- **pogadanka, dyskusja** (nauczyciel prowadzi rozmowę z uczniami, zadając im pytania, pozwala działać i wypowiadać się, naprowadzając na odpowiedzi, kierując dyskusją i rozstrzygając ewentualne spory),
- **wykład problemowy** (nauczyciel formułuje, rozwija i rozwiązuje przed uczniami problem, zadaje sobie pytania i pokazuje drogi prowadzące do odpowiedzi, rozwiązuje zadania, projektuje, opisuje i wykonuje obliczenia, wydaje polecenia rozwiązania analogicznych zadań, dyktuje notatki do zeszytów),
- **rozwiązywanie zadań problemowych** (nauczyciel formułuje problem i kieruje procesem jego rozwiązania, zaś uczniowie zapoznają się z nim, zgłaszają dodatkowe zapytania, analizują informację budując plan ich rozwiązania),
- **praca z tekstem, pokaz, obserwacja** (źródłem wiedzy jest podręcznik, pokaz lub obserwacja),
- **ćwiczenia utrwalające i systematyzujące** (celem jest powtórzenie i utrwalenie wiadomości oraz podwyższenie sprawności wykonywania działań uczniów).

Formy pracy

Na efekty kształcenia szkolnego mają wpływ także formy pracy, czyli sposoby sposobów organizacji zajęć na lekcji.

Można wyróżnić następujące formy pracy z młodzieżą:

- **nauczanie zbiorowe** (najczęściej występującą formą nauczania w szkole, nauczyciel pracuje z całą klasą i realizuje ze wszystkimi uczniami jednakowe treści nauczania.
- **nauczanie grupowe** (podział klasy na niewielkie grupy składające się zarówno z uczniów słabych i mocniejszych, a pracami grupy kieruje lider, wszystkie grupy pracują nad tym samym problemem lub każda grupa pracuje nad częścią pewnego większego problemu, a efekty prac grupowych przedstawiane są na forum klasy),
- **nauczanie zindywidualizowane** (podział treści programowych na tematy i problemy, które uczniowie opracowują we własnym dla siebie tempie, nauczaniem zindywidualizowanym należy objąć zarówno uczniów słabych jak i uzdolnionych),
- **nauczanie wielopoziomowe** (kierowanie do niektórych uczniów dodatkowych treści i zadań, nauczanie to ma na względzie uczniów uzdolnionych, jak i uczniów słabych).

3.2. Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- ⇒ Intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- ⇒ Rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- ⇒ Rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- ⇒ Potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- ⇒ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy? jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- ⇒ Podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ Podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- ⇒ Wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- ⇒ Zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- ⇒ Sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- ⇒ Korzysta z kalkulatora;
- ⇒ Zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- ⇒ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- ⇒ Naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- ⇒ Samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- ⇒ Sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- ⇒ Przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ Zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- ⇒ Intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- ⇒ Wyjaśnia, w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- ⇒ Zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- ⇒ Rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- ⇒ Rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- ⇒ Ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- ⇒ Zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- ⇒ Posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- ⇒ Samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- ⇒ Przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- ⇒ Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- ⇒ Korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- ⇒ Stosuje nowe twierdzenia;
- ⇒ Ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu twierdzenia);
- ⇒ Zna dowody twierdzeń objętych programem;
- ⇒ Rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- ⇒ Skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- ⇒ Analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- ⇒ Rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych;

Stopień celujący:

Uczeń:

- ⇒ Analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- ⇒ Zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- ⇒ Potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- ⇒ Zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- ⇒ Buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- ⇒ Stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- ⇒ Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- ⇒ Uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

3.3. Proponowane metody oceny osiągnięć ucznia

Ocenianie osiągnięć uczniów to ważne ogniwo w procesie dydaktycznym, którego zadaniem jest motywowanie ich do nauki. Motywacja ta będzie tym większa, im wyraźniej uczniowie będą postrzegać stawiane przed nimi zadania. Rolą nauczyciela w procesie nauczania jest tworzenie troski i zainteresowania każdym uczniem, słabym jak i zdolnym. W razie niepowodzenia nie należy karać, lecz wskazywać drogę do uzupełnienia wiedzy i umiejętności. Aby kontrolować wyniki nauczania, stosujemy różnorodne metody pomiaru wiedzy i umiejętności

Metody kontroli wyników nauczania:

- kartkówki (krótkie 10 i 15 -minutowe sprawdziany pisemne pozwalające na bieżąco ocenić stopień opanowania materiału; powinny zawierać proste zadania lub pytania,
- klasówki (całogodzinne lub dłuższe sprawdziany pisemne pozwalające ocenić stopień przyswojenia całego działu programu lub nawet wiadomości z całego roku),
- testy jednokrotnego lub wielokrotnego wyboru; pozwala one sprawdzić nie tylko stan wiedzy ucznia, ale także to, czy potrafi krytycznie odnieść się do proponowanych jemu odpowiedzi.

- pisemne opracowanie danego tematu w domu, z wykorzystaniem środków multimedialnych (komputer, rzutnik),
- odpowiedź ustna ucznia lub grupy uczniów (bezpośredni kontakt ucznia z nauczycielem pozwala na dokładniejsze sprawdzenie umiejętności, a także natychmiastową korektę popełnianych błędów),
- wygłoszenie przez ucznia bądź grupę uczniów referatu (jest to forma sprawdzenia nie tylko wiedzy ucznia, lecz także jego samodzielności w opracowywaniu poszczególnych tematów).

Propozycja systemu nauczycielskiego oceniania za pomocą stopni.

1. Obowiązująca skala ocen: od 1 do 6.
2. Ocenie w stopniach od 1 do 6 podlegają:
 - krótkie sprawdziany – mogą być nie zapowiedziane, z 2-3 ostatnich tematów, 6-8 sprawdzianów w trakcie semestru.
 - prace klasowe – zapowiedziane, 2-3 prace w semestrze. Oceny niedostateczne z pracy klasowej można poprawić w trakcie konsultacji, w ciągu dwóch tygodni po otrzymaniu oceny. Jeśli uczeń był na pracy klasowej nieobecny, należy pracę napisać po powrocie do szkoły, w trakcie konsultacji.
3. W czasie semestru stawiane będą również plusy i minusy. Trzy plusy dają ocenę bardzo dobrą, trzy minusy ocenę niedostateczną. Plusami i minusami oceniane będą:
 - praca ucznia na lekcji – wypowiedzi ustne, aktywność i zaangażowanie ucznia (wyróżniająca się wypowiedź – plus; kompletny brak zaangażowania, nie wykonywanie poleceń – minus).
 - prace domowe (wyróżniające się wykonanie zadania domowego – plus; brak pracy domowej – minus).
 - zadania dodatkowe (bardzo dobre wykonanie – plus)

Na podstawie otrzymanych w trakcie okresu stopni wystawiana jest łączna ocena za cały okres (śródroczna/końcoworoczna). Najważniejszym, z punktu widzenia ucznia, ocenianiem jest sytuacja egzaminacyjna. Od 2010 roku matematyka będzie przedmiotem obowiązkowym na maturze. Dlatego warto, aby szkoła starała się organizować sytuacje zbliżone do egzaminacyjnej w celu oswojenia uczniów z tym, co ich czeka. Te przedmioty, z których wiadomości są przydatne na egzaminach, uznawane są na ogół w szkole za ważniejsze. Jeśli jednak konkretna grupa uczniów przygotowuje się do egzaminu z jakiegoś przedmiotu, praca nauczyciela, im bliżej egzaminu, tym staje się coraz bardziej podporządkowana temu egzaminowi. Jest to zupełnie naturalne, jeśli tylko szkoła i nauczyciele wychodzą z założenia, że ich celem jest pomoc uczniom w pokonywaniu kolejnych progów, zapewnienie każdemu szansy jak najlepszego rozwoju możliwości. Dobrze zdane egzaminy zapewniają bowiem możliwość wyboru uczelni, w której uczeń chciałby kontynuować naukę, a wymarzony przez ucznia kierunek studiów to szansa na satysfakcjonujący zawód i pracę w przyszłości.

Wychowanie jest zadaniem szkoły najtrudniejszym do dobrego zaplanowania i ocenienia jego realizacji, wykonywanym często zupełnie wbrew planom czy też niezamierzone. Każda szkoła, funkcjonuje przez wiele lat w określonym środowisku i wytwarza pewne – lepsze lub gorsze – swoje tradycje w tym zakresie. W szkole na wychowanie wpływ mają wszyscy, i to w każdym momencie: koledzy, nauczyciele, sekretarka, woźna, a większość z nich niechcący i bez planu.

Uwzględniając dotychczasowe tradycje, szanując poglądy rodziców, trzeba próbować wciągnąć jak najwięcej członków społeczności szkolnej do realizowania wspólnego planu

wychowawczego. Prezentowany plan polega na pokazaniu drogi wychowawczej, którą mają przejść uczniowie na poszczególnych etapach kształcenia. Nauczyciel matematyki również, poprzez pracę na swoich lekcjach, uczestniczy w realizowaniu tego planu i musi mieć świadomość wszystkich celów wychowawczych przyjętych w szkole oraz wspólnej z innymi

3.4. Proponowany podział godzin lekcyjnych

Klasa 1-program podstawowy	Liczba godzin (3godz. x 38 tygodni =114 godz.)
1. Liczby i ich zbiory	25
2. Funkcje i ich własności	15
3. Funkcja liniowa	15
4. Funkcja kwadratowa	25
5. Planimetria.	15
Godziny do dyspozycji nauczyciela	9

Klasa II – program podstawowy	Liczba godzin (3godz. x 38 tygodni =114 godz.)
1. Funkcja kwadratowa. Wielomiany	30
2. Funkcje trygonometryczne	20
3. Planimetria	15
4. Geometria analityczna	25
5. Godziny do dyspozycji nauczyciela.	24

Klasa III – program podstawowy	Liczba godzin (3godz. x 34 tygodni =102 godz.)
1. Funkcja wymierna	20
2. Ciągi liczbowe	30
3. Logarytmy. Funkcja wykładnicza.	10
4. Elementy statystyki opisowej.	15
5. Geometria analityczna.	15
6. Godziny do dyspozycji nauczyciela.	12

Klasa IV – program podstawowy	Liczba godzin (3godz. x 30 tygodni =90 godz.)
1. Rachunek prawdopodobieństwa	30
2. Stereometria	30
3. Powtórzenie materiału przed maturą	30

4. Oprzyrządowanie programu kształcenia kompetencji kluczowych w zakresie matematyki

Podręcznik:

1. **MATEMATYKA 1. Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum.** Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym, podręcznik z płytą CD, Wojciech Babiański, Lech Chańko, Dorota Ponczek; Wydawnictwo Nowa Era; Warszawa 2008.
2. **MATEMATYKA 1. Ćwiczenia i zadania dla liceum ogólnokształcącego.** Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym; Wojciech Babiański, Lech Chańko, Joanna Czarnowska; Wydawnictwo Nowa Era; Warszawa 2008.
3. **MATEMATYKA 2. Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum.** Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym, podręcznik z płytą CD, Wojciech Babiański, Lech Chańko, Joanna Czarnowska; Wydawnictwo Nowa Era; Warszawa 2008.
4. **MATEMATYKA 2. Zbiór zadań dla liceum ogólnokształcącego.** Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym; Cezary Fernes, Emilia Czapla, Rafał Kołodziej; Wydawnictwo Nowa Era; Warszawa 2008.
5. **MATEMATYKA 3. Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum.** Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym, podręcznik z płytą CD, Wojciech Babiański, Lech Chańko, Joanna Czarnowska; Wydawnictwo Nowa Era; Warszawa 2008.
6. **MATEMATYKA 3. Zbiór zadań dla liceum ogólnokształcącego.** Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym; Cezary Fernes, Emilia Czapla, Rafał Kołodziej; Wydawnictwo Nowa Era; Warszawa 2008.

Wybór podręczników w zakresie kształcenia ogólnego na poziomie podstawowym i rozszerzonym pozwoli realizować podstawy programowe treści rozszerzonych w zakresie standardu I i II dla uczniów poziomu podstawowego z zastosowaniem daleko idącej indywidualizacji procesu nauczania i uczenia się. Umożliwia uczniom, którzy wybrali niematematyczny profil kształcenia, uzupełnienie wiadomości i umiejętności z zakresu rozszerzonego w stopniu pozwalającym na samodzielne uzupełnienie treści i umiejętności do matury na poziomie rozszerzonym.

W geometrii płaskiej i przestrzennej niezbędne są przyrządy geometryczne służące do rysowania na tablicy (cyrkiel, linijka, ekierka i kątomierz). W geometrii przestrzennej realizację programu ułatwiają modele brył geometrycznych (prostokątów, sześcian, graniastosłupy, ostrosłupy, walec, stożek zwykły i ścięty; zarówno modele druciane, jak i wykonane kartonu czy pleksy). W prowadzeniu lekcji z rachunku prawdopodobieństwa i statystyki ułatwiają realizację programu różne generatory zdarzeń losowych (np. deska Galtona, karty do gry, kości do gry, monety, urny z kulami różnych kolorów itp.).

W realizacji wszystkich treści programowych jest użyteczna płyta CD-ROM, która jest skorelowana z podręcznikiem. Zawiera materiały do samodzielnej pracy ucznia, filmy, ciekawe ćwiczenia pomagające utrwalić nowe wiadomości, a także testy sprawdzające. W podręczniku znajdują się odsyłacze do konkretnych treści na płycie.



Warto nadmienić, iż zalety pracy z komputerem czy też rzutnikiem multimedialnym zna niemal każdy nauczyciel.

L.p.	Niezbędne do realizacji programu	środki do realizacji MKKE	Uwagi
1.	Podręczniki poziom podstawowy i rozszerzony z płytą CD. Zbiory zadań.	+	
2.	Stanowisko komputerowe.		
3.	Rzutnik multimedialny.		
4.	Zbiory zadań.	+	
5.	Ekran interaktywny.	+	
6.	Tablice poglądowe.	zakup nowych	
7.	Modele brył przestrzennych.	zakup nowych	
8.	Deska Galtona.	+	
9.	Kości do gry.	+	
10.	Literatura metodyczna*).	+	prenumerata
11.	Poradniki dla nauczyciela.	+	
12.	Sprawdziany diagnozujące na wstępie.	+	
13.	Testy do sprawdzania osiągnięć uczniów na poszczególnych poziomach.	+	
14.	Pisaki.	+	do pracy w grupach
15.	Arkusze papieru i masa mocująca.	+	do pracy w grupach

*)

1. Matematyka w szkole.
2. Pomagamy uczyć. Biuletyn Klubu Nauczyciela



5. Projekt ewaluacji programu nauczania

Ewaluacja programu polega na uzyskaniu danych niezbędnych do podjęcia decyzji o wartości programu, w tym:

- ⇒ ocena wyników z punktu widzenia celów,
- ⇒ ocena trwałości uzyskanych efektów,
- ⇒ porównanie rezultatów tego programu z rezultatami podobnych programów,
- ⇒ refleksja nauczycieli nad oczekiwaniami szkoły i dostosowania własnego postępowania do oczekiwań

Tabela 5: Tabela ewaluacji programu

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych/raport	Uwagi
Przed rozpoczęciem realizacji	Autorski program nauczania	<p>1. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia zasoby realizatora?</p> <p>2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców?</p> <p>3. Czy i jakim stopniu program uwzględnia możliwości rozwijania MKKE?</p> <p>4. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie?</p> <p>5. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności?</p> <p>6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu oceny programu?</p>	<p>Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny</p> <p>Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny</p> <p>j.w.</p> <p>j.w.</p> <p>Odpowiedź „TAK”</p> <p>Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny</p>	<p>Studium przypadku; analiza wyników diagnozy implementacji KK oraz danych z arkusza oceny programu</p>	<p>Klasa technikum informatycznego ZSI w Kielcach</p>	<p>Szkoła uczestnicząca w projekcie</p>	<p>Raport ewaluacyjny</p>	



Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych /raport	Uwagi
W czasie realizacji programu	Skuteczność programu	1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu?	Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas.	Analiza dokumentów.		Raport ewaluacyjny.		
j.w.		2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy dydaktycznych.	Analiza dokumentów		j.w.		
j.w.		3. Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły?	Wzrost o 20% liczby hospitacji dyrektora; udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym.	Analiza dokumentów.		j.w.		
j.w.		4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizując program?	Przewaga metod aktywizujących nad podającymi	Analiza dokumentów.		j.w.		
Na koniec realizacji programu		5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu?	Co najmniej przeciętne wyniki w skali KI i JK arkusza	Ankiety uczniów	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu.		
Na koniec realizacji programu		6. W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów zakresie rozwoju MKKE?	Wzrost o min. 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE	Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”	Wszyscy uczestnicy	j.w. Promocja szkoły w środowisku		
Po pewnym czasie od realizacji programu		7. Na ile trwały zmiany w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?	Wzrost minimum o 20% średniego wyniku matur dokumentów matematyki.	Analiza dokumentów (z wynikami egzaminu maturalnego).	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu-konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie.		



Bibliografia

- [1] W. Babiański, K. Hall, D. Ponczek, *Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum, Kształcenia ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym*, Wydawnictwo Nowa Era, W-wa 2002.
- [2] K. Dałek, E. Łakoma, L. Rudak, Wacław Zawadowski, *Matematyka się liczy. Program nauczania matematyki w liceum ogólnokształcącym, liceum profilowanym i technikum, Kształcenie w zakresach podstawowym i rozszerzonym, WSiP, W-wa 2002.*



Autor
Mariola Kumor

MATEMATYKA
(Program podstawowy)

**AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH**

**Zespół Szkół Zawodowych
im. Stanisława Staszica
w Pińczowie**

*Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

O autorze programu	5
Wstęp	7
Uwarunkowania realizacji programu.....	11
1. Cele nauczania.....	13
1.1. Cele ogólne	13
1.2. Szczegółowe cele kształcenia matematycznego.....	13
1.3. Szczegółowe cele wychowawcze	16
2. Materiał nauczania.....	17
3. Treść nauczania i przewidywane umiejętności, które uczniowie powinni zdobyć	18
3.1. Klasa I (3 godziny tygodniowo)	18
3.1.1. Treści nauczania	18
3.1.2. Przewidywane umiejętności ucznia po ukończeniu klasy I.....	20
3.2. Klasa II (2 godziny tygodniowo).....	20
3.2.1. Treści nauczania	20
3.2.2. Przewidywane umiejętności ucznia po ukończeniu klasy II	21
3.3. Klasa III (3 godziny tygodniowo)	22
3.3.1. Treści nauczania	22
3.3.2. Przewidywane umiejętności ucznia po ukończeniu klasy II	23
3.4. Klasa IV (3 godziny tygodniowo)	24
3.4.1. Treści nauczania	24
3.4.2. Przewidywane umiejętności ucznia po ukończeniu klasy IV	24
4. Procedury osiągnięcia celów	25
4.1. Zasady nauczania.....	26
4.2. Metody preferowane w dydaktyce	27
4.3. Formy pracy.....	28
5. Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycje metod ich oceny.....	30
5.1. Główne narzędzia kontroli	30
5.2. Katalog wymagań programowych.....	31
6. Oprzyrządowanie programu	41
7. Projekt ewaluacji programu nauczania.....	42
Bibliografia.....	46





O autorze programu

Jestem nauczycielem w Zespole Szkół Zawodowych im. Stanisława Staszica w Pińczowie, gdzie pracuję od dziewięciu lat. Posiadam ukończone 5-letnie studia magisterskie na kierunku matematyka oraz studia podyplomowe z pedagogiki opiekuńczo-wychowawczej. Nadal podnoszę swoje kwalifikacje i w tym celu jestem w trakcie kończenia studiów podyplomowych z informatyki z elementami dydaktyki. W chwili obecnej jestem nauczycielem mianowanym, po ukończonym stażu na nauczyciela dyplomowanego.

Angażuję się w pracę w szkole biorąc udział w różnych projektach międzyprzedmiotowych. Jestem kreatywna, aktywna i otwarta na nowe metody pracy oraz współpracę z uczniami, rodzicami i innymi nauczycielami.



Wstęp

Polska wstępując do Unii Europejskiej otworzyła granice państwa i ułatwiła przemieszczanie się ludzi, a co się z tym wiąże, konieczność podejmowania przez nich pracy w innych krajach, niż te, w których otrzymali wykształcenie. Należy więc, przygotować ich i wykształcić tak, aby potrafili odnaleźć się i włączyć w życie zawodowe w każdym miejscu aktualnego pobytu. Każdy obywatel będzie potrzebował szerokiego wachlarza kompetencji kluczowych, by łatwo przystosować się w świecie do zmian i postępu.

Kompetencje kluczowa możemy zdefiniować jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw, których wszyscy ludzie potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia.

Ustanowiono osiem kompetencji kluczowych:

1. Porozumiewanie się w języku ojczystym,
2. Porozumiewanie się w językach obcych,
3. Kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo – techniczne,
4. Kompetencje informatyczne,
5. Umiejętność uczenia się,
6. Kompetencje społeczne i obywatelskie,
7. Inicjatywność i przedsiębiorczość,
8. Świadomość i ekspresja kulturalna.

Wszystkie wymienione kompetencje są jednakowo ważne, ponieważ każda może przyczynić się do udanego życia w społeczeństwie wiedzy.

Na rynku pracy coraz więcej potrzebnych jest osób wykształconych w kierunkach technicznych i inżynierów. Warunkiem podjęcia nauki na studiach wyższych jest zdanie egzaminu maturalnego, do którego od 2010 roku, jako przedmiot obowiązkowy, dołączy matematyka. Dlatego też matematyczne kompetencje kluczowe (MKKE) są szczególnie ważne i muszą być koniecznie uwzględnione w programach nauczania matematyki.

Kompetencje matematyczne określone w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” (MKKE) **obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji.**

Kompetencje są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

Wiedza:

- o rozumienie terminów i pojęć matematycznych (W1)
- o dobrze opanowana umiejętność liczenia (W2)
- o znajomość miar i struktur (W3)
- o znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej (W4)
- o świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź (W5)

Umiejętności:

- o stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny) (U1)
- o śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny) (U2)
- o przekazywać komunikaty stosując język matematyczny (U3)

- korzystać z tekstu matematycznego (U4)

Postawy:

- przejawiać szacunek dla prawdy (P1)
- dążyć do szukania przyczyn (P2)
- oceniać zasadność wnioskowań i działań (P3)

Natomiast obowiązująca w polskim systemie edukacji **Podstawa programowa** dla IV etapu edukacji (szkoły ponadgimnazjalnej) w odniesieniu do matematyki zawiera następujące zapisy celów edukacyjnych:

- 1) przygotowanie do świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne odgrywają kluczową rolę.
- 2) przyswojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności w sytuacjach praktycznych, w szczególności:
 - a) usystematyzowanie wiedzy o liczbach rzeczywistych oraz nabycie sprawności wykonywania obliczeń,
 - b) opanowanie reguł rachunku algebraicznego,
 - c) wdrożenie do opisywania oraz analizy zależności i zmienności za pomocą elementarnych funkcji,
 - d) poznanie struktury otaczającej nas przestrzeni poprzez własności klasycznych obiektów geometrycznych: rozwój wyobraźni przestrzennej,
 - e) poznanie elementarnych metod analizy zjawisk statystycznych i losowych oraz najprostszyc opisów kombinatorycznych.
- 3) przyzwyczajanie się do typowych elementów rozumowań matematycznych. W szczególności do stosowania pojęć takich jak: założenie, wnioski, dowód (także nie wprost), przykład i kontrprzykład,
- 4) wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń,
- 5) wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji, stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji,
- 6) kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania.

Z kolei Standardy wymagań (wg rozporządzenia MEN z dn. 28.08.07), będące podstawą przeprowadzania egzaminu maturalnego z matematyki, charakteryzują oczekiwane kompetencje maturzystów.

Zdający posiada umiejętności w zakresie	
POZIOM PODSTAWOWY	POZIOM ROZSZERZONY
1. wykorzystania i tworzenia informacji:	
interpretuje tekst matematyczny i formułuje uzyskane wyniki	używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników
2. wykorzystania i interpretowania reprezentacji	
używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych	rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi
3. modelowania matematycznego:	
dobiera model matematyczny do prostej sytuacji	buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia
4. użycia i tworzenia strategii:	
stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania	tworzy strategię rozwiązywania problemu
5. rozumowania i argumentacji:	
prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków	tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność

Porównując w/w zapisy MKKE, podstawy programowej (PP) i standardów wymagań maturalnych (ST_WYM), zauważamy, że istnieje niemal pełna zgodność w zapisie celów, oznaczałoby to konieczność modyfikowania nie tyle celów i materiału nauczania, co sposobów nauczania eksponujących cele kształcące i motywacyjne.

Wyniki diagnozy przeprowadzonej w ZSZ w Pińczowie na potrzeby projektu

Szkoła posiada podstawowe środki dydaktyczne, które jednak są w części przestarzałe i niewystarczające do prowadzenie zajęć lekcyjnych na poziomie europejskim. Wyposażenie pracowni matematycznej przedstawia się następująco: przyrządy kreślarskie, tablice poglądowe, modele brył przestrzennych i literatura przedmiotowa.

Diagnoza przeprowadzona w mojej szkole wykazała, że efekty dotychczasowego kształcenia matematycznego nie są imponujące. Średnia ocen z metamatematyki na świadectwie ukończenia szkoły w roku szkolnym 2007/2008 w klasach technikum wahała się między 2,0 a 3,3. Przyczyn takich niepowodzeń może być wiele:

- sytuacja rodzinna (brak wsparcia ze strony rodziców, niski status materialny),
- mała liczba godzin w cyklu kształcenia,
- uwarunkowania osobowościowe (niska samoocena, niska motywacja),
- małe uzdolnienia matematyczne,
- brak zainteresowania nauką (niska frekwencja, małe zaangażowanie, brak chęci do nauki).

W procesie nauczania nauczyciel powinien dążyć do:

- wyrównania ujawnionych braków w podstawowych sprawnościach matematycznych (w tym rachunkowych),
- uatrakcyjniania lekcji matematyki, w taki sposób, aby zachęcić i zmotywować uczniów do nauki tego przedmiotu.
- zwiększenia możliwości bezpośredniego wsparcia uczniów mających trudności edukacyjne spowodowane okolicznościami osobistymi, społecznymi, kulturowymi lub ekonomicznymi,
- wyrobienia u uczniów przekonania o możliwościach wykorzystania matematyki w rozwiązywaniu problemów wynikających z codziennej sytuacji,
- rozwijania wszystkich kluczowych kompetencji wskazanych przez Parlament Europejski;
- aktywizowanie uczniów i stwarzanie możliwości poczucia sukcesu;
- inspirowanie do samodzielnego zdobywania wiedzy, prowadzenia prac badawczych, doświadczeń i obserwacji praktycznych;
- unikanie sytuacji stresogennych i eliminowanie poczucia zagrożenia;
- stwarzanie życzliwych i partnerskich relacji z młodzieżą.



Uwarunkowania realizacji programu

Niniejszy program nauczania jest przeznaczony dla technikum informatycznego, które realizuje nauczanie matematyki w zakresie podstawowym. Został on opracowany zgodnie z „Podstawą programową kształcenia ogólnego” - Rozporządzenie MENiS z dnia 26 lutego 2002 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz.U. Nr 51, poz.458), standardami wymagań egzaminacyjnych zgodnie z Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz.U. z 2007 r. Nr 157, poz. 1102) oraz Matematycznymi Kompetencjami Kluczowymi w ujęciu dokumentów Parlamentu Europejskiego (MKKE) oraz Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 roku w sprawie dopuszczenia do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczania do użytku szkolnego podręczników (Dz.U.Nr 89, poz. 730).

Powinien być realizowany przez wykwalifikowanego nauczyciela tj. ukończone studia magisterskie na kierunku matematyka z przygotowaniem pedagogicznym.

Moim zadaniem było stworzenie programu, który:

- wskaże kierunki pracy nauczyciela zmierzające do dobrego przygotowania uczniów technikum informatycznego do egzaminu maturalnego i zawodowego;
- zawiera wyczerpujące informacje o ogólnych i szczegółowych celach pracy z uczniami oraz procedurach osiągnięcia tych celów;
- zawiera cele programowe pozwalające kształcić takie umiejętności ucznia zgodne z MKKE, które lepiej go przygotowują do działania we współczesnym świecie;
- uwzględnia potrzeby wprowadzenia i kształcenia dodatkowych treści dla zawodu informatyka;

Wiadomości i umiejętności matematyczne są niezbędnym składnikiem przygotowania człowieka do życia w społeczeństwie. Mają one szczególne znaczenie dla dobrego przygotowania do pracy zawodowej (również w specjalnościach informatycznych).

Opracowany program jest programem spiralnym, ponieważ zakłada ciągły powrót do tych samych zagadnień w celu powtórzenia potrzebnego materiału. Treści niniejszego programu są kontynuacją (a miejscami powtórzeniem) programu nauczania matematyki w szkole gimnazjalnej, dostosowaną do potrzeb i możliwości kształcenia matematycznego młodzieży w technikum. Dobrane i ułożone są tak, by wiadomości i umiejętności uczniów, nabyte do tej pory, można było rozszerzać, pogłębiać i utrwalać zgodnie z potrzebami przygotowania do zawodu (uwzględnione zostały wskazówki i zalecenia nauczycieli zawodu).

Nauczanie matematyki w technikum winno być tak zorganizowane i prowadzone, aby przyczyniło się do jak najlepszego przygotowania uczniów nie tylko do matury, ale również do egzaminu zawodowego i do działania we współczesnym świecie. Chodzi o wyposażenie uczniów w wiadomości i umiejętności matematyczne potrzebne do przygotowania zawodowego w uzyskiwanej specjalności oraz niezbędne do dalszego



kształcenia się. Dlatego też należy rozszerzyć zakres podstawowy programu nauczania o takie treści, które przyczynią się do tego.

W celu wyeksponowania tych elementów celów, materiału i osiągnięć, które są ważne dla Projektu „Szkoła Kluczowych Kompetencji” wprowadzam następujący sposób oznakowania:

- ♠ Znajduje się w PP, ST_WYM i MKKE oraz jest istotny dla kształcenia w zawodzie;
- ♣ Niezbędność dla rozwijania MKKE;
- ♥ Nie występuje w PP i ST_WYM, ale jest ważny dla kształcenia w zawodzie;
- ♦ Występuje w PP dla wcześniejszych etapów kształcenia i jest ważny dla MKKE.



1. Cele nauczania

1.1. Cele ogólne

l.p	Cele nauczania matematyki	Uwagi
1.	Stworzenie podstaw wiedzy matematycznej w zakresie znajomości i rozumienia terminów i pojęć matematycznych	W1
2.	Doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie	W2
3.	Wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego, innych dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie	W3, W4
4.	Wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych	U1
5.	Wykształcenie umiejętności i nawyku uzasadniania swoich sądów (istota sądów matematycznych, kategoryczność twierdzeń, jednoznaczność i precyzja definicji)	U2, P1
6.	Rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin wiedzy	U3
7.	Doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym – w tym podręcznikiem – oraz innymi źródłami informacji matematycznej	U4
8.	Wykształcenie umiejętności samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi – umiejętność stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych, poszukiwania dróg ich weryfikacji	W5, P1, P2
9.	Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń	U1, P1, P2, P3
10.	Kształcenie wyobraźni matematycznej (intuicja w zakresie obiektów abstrakcyjnych, wyobraźnia geometryczna dotycząca obiektów płaskich i przestrzennych) oraz przewidywania skutków podejmowanych działań (głównie podczas rozwiązywania problemów matematycznych)	U2, U3, P2

Realizując wymienione cele, należy pamiętać, iż służą one podniesieniu poziomu kształcenia matematycznego wszystkich uczniów, nie tylko tych uzdolnionych matematycznie oraz mają pomóc przygotować ich do obowiązkowej matury z matematyki na poziomie podstawowym i do egzaminu zawodowego.

1.2. Szczegółowe cele kształcenia matematycznego

- poznanie podstawowych działań na zbiorach (suma, iloczyn, różnica zbiorów); ♣

- doskonalenie techniki wykonywania obliczeń na liczbach rzeczywistych w szczególności działania na potęgach o wykładnikach całkowitych oraz na pierwiastkach; ♠ ♦ ♣
- nabycie sprawności odróżniania liczb wymiernych od liczb niewymiernych; ♠ ♣
- opanowanie techniki zamiany ułamków zwykłych na ułamki dziesiętne okresowe i odwrotnie; ♦ ♣
- poznanie pojęcia wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej związek z odległością na osi liczbowej; ♣
- nabycie sprawności porównywania liczb rzeczywistych; ♦ ♣
- opanowanie techniki szacowania wartości wyrażeń liczbowych; ♣
- nabycie sprawności rozwiązywania nierówności liniowych oraz ich układów i przedstawiania rozwiązania na osi liczbowej; ♣
- doskonalenie techniki stosowania obliczeń procentowych; ♠ ♦ ♣
- poznanie innych układów liczbowych (systemy: binarne, ósemkowe, dziesiętne, szesnastkowe). ♥
- nabycie sprawności przeliczania liczb zapisanych w danym systemie na liczby zapisane w innym systemie. ♥
- nabycie sprawności rysowania wykresów funkcji liczbowych zadanych tabelką oraz funkcji przedziałami liniowych; ♠ ♦ ♣
- nabycie umiejętności odczytywania z dowolnego wykresu własności funkcji; ♣
- nabycie sprawności przekształcania wykresów funkcji; ♠ ♣
- poznanie techniki wyznaczania równania prostej na płaszczyźnie; ♣
- nabycie sprawności rozwiązywania układów równań liniowych ♦ ♣
- poznanie interpretacji geometrycznej układów równań; ♣
- nabycie umiejętności stosowania układów równań liniowych do rozwiązywania zadań tekstowych; ♦ ♣
- nabycie sprawności obliczania długości odcinka na płaszczyźnie kartezjańskiej; ♣
- opanowanie umiejętności określania pojęć i formułowania podstawowych twierdzeń dotyczących funkcji kwadratowej; ♣
- nabycie sprawności rysowania wykresów funkcji kwadratowej i odczytywania z wykresów ich własności ♠ ♣
- nabycie sprawności rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych. ♣
- opanowanie techniki redukcji wyrazów podobnych i uporządkowania wielomianów; ♦
- kształtowanie sprawności wyznaczania współczynników i określania stopnia wielomianu; ♣
- doskonalenie techniki dodawania, odejmowania i mnożenia wielomianów oraz rozkładania ich na czynniki; ♣
- nabycie sprawności stosowania grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias w celu rozłożenia wielomianu na czynniki; ♣
- doskonalenie sprawności stosowania wzorów skróconego mnożenia w celu rozłożenia wielomianu na czynniki; ♣
- opanowanie sprawności odczytywania pierwiastków wielomianu z jego postaci iloczynowej; ♣
- opanowanie sprawności rozwiązywania prostych równań wielomianowych; ♣
- nabycie sprawności wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych; ♣
- poznanie definicji macierzy i wyznaczników; ♥

- nabycie sprawności wykonywania działań na macierzach i obliczania wyznaczników; ♥
- opanowanie sprawności sporządzania wykresów i odczytywania własności funkcji

$$f(x) = \frac{a}{x}; \spadesuit \clubsuit$$
- nabycie umiejętności rozwiązywania zadań praktycznych związanych z proporcjonalnością odwrotną; ♣
- nabycie sprawności rozwiązywania prostych równań wymiernych; ♣
- opanowanie sprawności opisywania związków pomiędzy wielkościami liczbowymi za pomocą równań i nierówności; ♣
 - nabycie sprawności rozwiązywania zadania praktycznych prowadzących do prostych równań wymiernych; ♣
 - doskonalenie techniki stosowania praw działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym; ♣
 - opanowanie sprawności sporządzania wykresów funkcji wykładniczej (o różnych podstawach) i opisywania jej własności; ♣
 - poznanie pojęcia logarytmu
 - nabycie sprawności stosowania wzorów na logarytm iloczynu i logarytm ilorazu oraz logarytm potęg; ♣
 - nabycie sprawności wyznaczania wyrazów ciągu liczbowego zadanego wzorem oraz podawania przykładów ciągów liczbowych skończonych i nieskończonych; ♠ ♣
 - opanowanie sprawności stosowania wzorów na n -ty wyraz oraz sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego; ♠ ♣
 - poznanie i stosowanie zależności między trzema sąsiednimi wyrazami ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego; ♠ ♣
 - opanowanie sprawności stosowania własności ciągu geometrycznego do zadań związanych z bankowością ♠ ♣
 - nabycie sprawności stosowania związków pomiędzy kątem środkowym, katami wpisanymi i kątem między styczną a cięciwą koła; ♣
 - przyswojenie techniki wyznaczania związków metrycznych i miarowych dla figur płaskich; ♦ ♣
 - nabycie sprawności stosowania twierdzenie Talesa i podobieństwa figur; ♦ ♣
 - kształtowanie sprawności określania funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym; ♦ ♣
 - poznanie podstawowych związków między funkcjami trygonometrycznymi; ♣
 - doskonalenie techniki wyznaczania wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych; ♣
 - doskonalenie techniki wyznaczania miary kąta ostrego znając wartość funkcji trygonometrycznej tego kąta; ♣
 - nabycie sprawności wyznaczania wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych znając wartość funkcji trygonometrycznej tego kąta; ♣
 - poznanie twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów i ich zastosowania; ♥
 - nabycie sprawności stosowania funkcje trygonometrycznych w zadaniach dotyczących związków miarowych figur, także w sytuacjach praktycznych. ♣
 - kształtowanie umiejętności wyznaczania długości wektora i wykonywania działań na wektorach; ♥
 - nabycie sprawności wyznaczania iloczynu skalarnego wektorów. ♥

- poznanie własności iloczynu skalarnego; ♥
- doskonalenie techniki zliczania obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych; ♣
- opanowanie zasady mnożenia i jej stosowania; ♣
- nabycie sprawności konstruowania modelu matematycznego doświadczeń losowych; ♣
- nabycie sprawności wykonywania działań na zdarzeniach; ♣
- opanowanie techniki obliczania prawdopodobieństwa wykorzystując klasyczną definicję prawdopodobieństwa
- nabycie sprawności zbierania, porządkowania i przedstawiania danych; ♠ ♦ ♣
- opanowanie techniki obliczania średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany, wariancji i odchylenia standardowego ♦ ♣
- opanowanie umiejętności wskazywania i obliczania kątów między ścianami wielościanu, ścianami i odcinkami oraz między odcinkami (krawędzie, wysokości, przekątne); ♣
- opanowanie sprawności opisywania własności podstawowych wielościanów i brył obrotowych; ♣
- doskonalenie techniki rachunkowej obliczania pól powierzchni i objętości wielościanów, brył obrotowych również z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych. ♣

1.3. Szczegółowe cele wychowawcze

- rozbudzanie zainteresowania naukami ścisłymi, wskazując je jako narzędzia do opisu i interpretowania otaczającej nas rzeczywistości; ♣
- przyzwyczajanie do długotrwałego wysiłku intelektualnego w celu znalezienia odpowiedniego rozwiązania problemu; ♣
- budowanie rzetelności i dojrzałości intelektualnej; ♣
- przyzwyczajanie do wypowiedzi (ustnych i pisemnych) zawierających argumentację (uzasadnienie i dowodzenie); ♣
- opieranie swoich wniosków na jasnych i rzetelnych podstawach; ♣
- planowanie własnych działań, wybieranie optymalnej strategii postępowania; ♣
- skuteczne porozumiewanie się z rówieśnikami oraz nauczycielem w różnych sytuacjach oraz interpretowanie otrzymanych informacji; ♣
- efektywne współdziałanie w zespole podczas rozwiązywania zadań, analizowania problemów i budowania podstaw teoretycznych; ♣
- kształtowanie kultury dyskusji opartej na argumentowaniu, uzasadnianiu i dowodzeniu; ♣
- rozwijanie osobistych zainteresowań. ♣



2. Materiał nauczania

Tabela 1: Przydział godzin lekcyjnych w czteroletnim cyklu kształcenia (3+2+3+3)

Klasa	Dział	Liczba godzin
Klasa I	Liczby i ich zbiory	33
	Funkcje i ich własności	20
	Geometria analityczna	20
	Funkcja liniowa	15
	Funkcja kwadratowa	20
	Godziny do dyspozycji nauczyciela	6
	Razem (3 godz. x 38 tyg.)	114
Klasa II	Funkcja kwadratowa – powtórzenie	10
	Wielomiany i funkcje wymierne	30
	Potęga wykładnika rzeczywistym	20
	Godziny do dyspozycji nauczyciela	16
	Razem (2 godz. x 38 tyg.)	76
Klasa III	Geometria analityczna - powtórzenie	20
	Związki miarowe w figurach płaskich	30
	Ciągi	30
	Godziny do dyspozycji nauczyciela	22
	Razem (3 godz. x 34 tyg.)	102
Klasa IV	Stereometria	30
	Rachunek prawdopodobieństwa i elementy statystyki opisowej	30
	Powtórzenie materiału przed maturą	30
	Razem (3 godz. x 30 tyg.)	90

3. Treść nauczania i przewidywane umiejętności, które uczniowie powinni zdobyć

3.1. Klasa I (3 godziny tygodniowo)

3.1.1. Treści nauczania

3.1.1.1. Liczby i ich podzbiory

- Zbiór i jego elementy, relacja należenia i zawierania, wprowadzenie symboli \in, \subset ♣
- Działania na zbiorach. ♣
- Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory ♠ ♦ ♣
- Liczby naturalne i całkowite. Liczby wymierne – ułamki zwykłe, rozwinięcia dziesiętne okresowe, zamiana ułamków dziesiętnych okresowych na ułamki zwykłe. ♠ ♦ ♣
- Pierwiastki (w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych). ♣
- Liczby niewymierne, rozwinięcia dziesiętne nieokresowe, przybliżenia oraz pojęcie błędu przybliżenia (błąd bezwzględny, błąd względny), rachunki na kalkulatorach, szacowanie wartości wyrażeń liczbowych. ♣
- Cztery działania w zbiorze liczb rzeczywistych i ich własności, działania na pierwiastkach, usuwanie niewymierności z mianownika. ♦ ♣
- Działania na potęgach o wykładnikach naturalnych i ich własności ♣
- Definicje potęg a^0, a^{-n} ($n \in \mathbb{N}_+$). Działania na potęgach o wykładnikach całkowitych i ich własności. ♣
- Oś liczbowa, przedziały liczbowe, część wspólna przedziałów liczbowych, suma przedziałów, różnice przedziałów. ♦ ♣
- Wartość bezwzględna liczby i jej podstawowe własności, interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej na osi liczbowej, określenie przedziałów liczbowych za pomocą wartości bezwzględnej, długość odcinka na osi liczbowej. ♣
- Obliczenia procentowe, diagramy procentowe, wielkości większe (mniejsze) o a procent, obliczenia procentowe z użyciem kalkulatorów, punkty procentowe. ♠ ♦ ♣
- Inne układy liczbowe, systemy: binarne, ósemkowe, dziesiętne, szesnastkowe. Zamiana liczb zapisanych w danym systemie na i liczby zapisane w innym systemie. ♥

3.1.1.2. Funkcje i ich własności

- Definicja funkcji jako przyporządkowania $y = f(x)$, przykłady funkcji, funkcje używane w statystyce opisowej, tabelki, diagramy, funkcje opisujące zjawiska przyrodnicze, ekonomiczne, socjologiczne itp. ♠ ♣
- Dziedzina funkcji i zbiór wartości funkcji, wyznaczanie dziedziny funkcji liczbowej określonej wzorem. ♣
- Definicja wykresu funkcji liczbowej, wykresy funkcji opisujące zależności w gospodarce i życiu codziennym – uwzględnienie różnych jednostek na osiach.

Odczytywanie z wykresu funkcji jej dziedziny i zbioru wartości, a także wartości największej (najmniejszej) osiąganej przez funkcję w dziedzinie lub w określonym przedziale, odczytywanie z wykresu argumentów, dla których funkcja przyjmuje określone wartości ($f(x) = m, f(x) > m, f(x) < m$). ♣

- Miejsce zerowe funkcji, odczytywanie z wykresu funkcji jej miejsc zerowych. ♣
- Definicja funkcji monotonicznej na przedziale (a;b), wyznaczanie przedziałów monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu. ♣
- Przekształcanie wykresów funkcji: $y = f(x) + q, y = f(x - p), y = f(x - p) + q$, wykonywanie takich przesunięć, jeżeli funkcja dana jest wykresem. ♠ ♣

3.1.1.3. Funkcja liniowa i jej własności

- Proporcjonalność prosta. Funkcja liniowa, interpretacja jej współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego. Rysowanie wykresu funkcji liniowej i kawałkami liniowej. Przekształcanie wzoru i wykresu funkcji liniowej. ♠ ♦ ♣
- Wyznaczanie wzoru funkcji na podstawie jej wykresu. ♣
- Wyznaczanie miejsc zerowych funkcji liniowej i kawałkami liniowej oraz miejsc przecięcia się z osiami układu współrzędnych. ♣
- Ustalanie monotoniczności funkcji liniowej na podstawie wzoru. ♣
- Rozwiązywanie układów dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi i ich interpretacja geometryczna. ♦ ♣
- Rozwiązywanie zadań tekstowych prowadzących do układów równań z dwiema niewiadomymi. ♦ ♣

3.1.1.4. Geometria analityczna

- Równanie prostej w postaci ogólnej $ax + by + c = 0$ - przejście do wykresu funkcji liniowej. ♠ ♣
- Punkty przecięcia prostej z osiami układu współrzędnych, równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty płaszczyzny kartezjańskiej. ♣
- Wzajemne położenie dwóch prostych na płaszczyźnie. Proste równoległe i proste prostopadłe na płaszczyźnie. ♠ ♣
- Odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej. ♣
- Wyznaczanie współrzędnych środka odcinka. ♣
- Równanie okręgu na płaszczyźnie ♠ ♣

3.1.1.5. Funkcja kwadratowa

- te Funkcja $f(x) = ax^2$ ($a \neq 0$) i jej wykres. Odczytywanie z wykresu własności tej funkcji w całej dziedzinie lub na przedziale. ♣
- Funkcja $f(x) = ax^2 + q$ i jej wykres. Odczytywanie z wykresu własności tej funkcji w całej dziedzinie lub na przedziale. ♣
- Funkcja $f(x) = a(x - p)^2$ i jej wykres. Odczytywanie z wykresu własności tej funkcji w całej dziedzinie lub na przedziale. ♠ ♣
- Postać kanoniczna funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli. ♣
- Postać ogólna funkcji kwadratowej i jej własności. Wykresy funkcji kwadratowej. Wartość najmniejsza i wartość największa – zastosowanie w zadaniach tekstowych. ♠ ♣
- Zamiana postaci ogólnej funkcji kwadratowej na kanoniczną i odwrotnie. ♣
- Równanie kwadratowe. Liczba miejsc zerowych funkcji kwadratowej, wprowadzenie wzorów na pierwiastki równania kwadratowego ♣

- Nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą. ♣
- Rozwiązywanie zadań prowadzących do równań i nierówności stopnia drugiego. ♣

3.1.2. Przewidywane umiejętności ucznia po ukończeniu klasy I

Uczeń powinien:

- wykonywać podstawowe działania na zbiorach (suma, iloczyn, różnica zbiorów); ♣
- wykonywać obliczenia na liczbach rzeczywistych w szczególności działania na potęgach o wykładnikach całkowitych oraz na pierwiastkach; ♠ ♦ ♣
- odróżniać liczby wymierne od liczb niewymiernych; ♠ ♣
- zamieniać ułamki zwykłe na ułamki dziesiętne okresowe i odwrotnie; ♦ ♣
- znać pojęcie wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej związek z odległością na osi liczbowej; ♣
- porównywać liczby rzeczywiste; ♦ ♣
- szacować wartości wyrażeń liczbowych; ♣
- rozwiązywać nierówności liniowe oraz ich układy i przedstawiać rozwiązania na osi liczbowej; ♣
- stosować obliczenia procentowe; ♠ ♦ ♣
- znać inne układy liczbowe (systemy: binarne, ósemkowe, dziesiętne, szesnastkowe). ♥
- przeliczać liczby zapisane w danym systemie na liczby zapisane w innym systemie. ♥
- rysować wykresy funkcji liczbowych zadanych tabelką oraz funkcji przedziałami liniowych; ♠ ♦
- odczytywać z dowolnego wykresu własności funkcji; ♣
- przekształcać wykresy funkcji; ♠ ♣
- wyznaczać równanie prostej na płaszczyźnie; ♣
- rozwiązywać układy równań liniowych ♦ ♣
- znać interpretację geometryczną układów równań; ♣
- stosować układy równań liniowych do rozwiązywania zadań tekstowych; ♦ ♣
- obliczać długość odcinka na płaszczyźnie kartezjańskiej; ♣
- określać pojęcia i formułować podstawowe twierdzenia dotyczące funkcji kwadratowej; ♣
- rysować wykresy funkcji kwadratowych i odczytywać z wykresów ich własności ♠ ♣
- rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe. ♣

3.2. Klasa II (2 godziny tygodniowo)

3.2.1. Treści nauczania

3.2.1.1. Funkcja kwadratowa - powtórzenie

- Postać kanoniczna funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli. ♣
- Postać ogólna funkcji kwadratowej i jej własności. Wykresy funkcji kwadratowej. Wartość najmniejsza i wartość największa – zastosowanie w zadaniach tekstowych. ♠ ♣
- Zamiana postaci ogólnej funkcji kwadratowej na kanoniczną i odwrotnie. ♣
- Równanie kwadratowe. Liczba miejsc zerowych funkcji kwadratowej, wprowadzenie wzorów na pierwiastki równania kwadratowego 7 ♣
- Nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą. ♣

- Rozwiązywanie zadań prowadzących do równań i nierówności stopnia drugiego. ♣

3.2.1.2. Wielomiany i funkcje wymierne

- Jednomiany i wielomiany stopnia n z jedną zmienną, wielomian stopnia zero, wielomian zerowy, równość wielomianów. ♦ ♣
- Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów. ♣
- Wzory skróconego mnożenia, w tym suma i różnica sześcianów oraz sześcian sumy i sześcian różnicy. ♦ ♣
- Pierwiastki wielomianu i odczytywanie ich z postaci iloczynowej wielomianu. ♣
- Rozkład wielomianu na czynniki ♣
- Rozwiązywanie prostych równań wielomianowych metodą rozkładu wielomianu na czynniki. ♣
- Macierze i wyznaczniki. Definicja macierzy i wyznaczników, wykonywanie działań na macierzach i obliczanie wyznaczników. ♥
- Działania na wyrażeniach wymiernych: rozszerzanie i skracanie, sprowadzanie do wspólnego mianownika, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie. ♣
- Wyznaczanie dziedziny wyrażenia wymiernego z jedną zmienną. Obliczanie wartości liczbowej wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej. ♣
- Funkcja wymierna i jej dziedzina. ♣
- Proporcjonalność odwrotna. ♦ ♣
- Funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$, jej dziedzina i wykres oraz odczytywanie własności funkcji z wykresu ♣
- Rozwiązywanie prostych równań wymiernych. ♣
- Rozwiązywanie zadań o kontekście praktycznym, prowadzących do prostych równań wymiernych. ♣

3.2.1.3. Potęga o wykładniku rzeczywistym

- Potęga liczb nieujemnych o wykładniku wymiernym. ♣
- Działania na potęgach o wykładniku wymiernym. ♣
- Potęga liczb nieujemnych o wykładniku rzeczywistym (informacja). ♣
- Funkcja wykładnicza, jej wykres i podstawowe własności. ♣
- Określenie logarytmu. ♣
- Własności logarytmów: logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym. ♣

3.2.2. Przewidywane umiejętności ucznia po ukończeniu klasy II

Uczeń powinien:

- określać pojęcia i formułować podstawowe twierdzenia dotyczące funkcji kwadratowej; ♣
- rysować wykresy funkcji kwadratowych i odczytywać z wykresów ich własności ♣ ♣
- rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe. ♣
- zredukować wyrazy podobne i uporządkować wielomian; ♦ ♣
- wyznaczać współczynniki i określić stopień wielomianu; ♣
- dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany; ♣
- rozkładać wielomiany na czynniki; ♣

- stosować grupowanie wyrazów i wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias w celu rozłożenia wielomianu na czynniki; ♣
- stosować wzory skróconego mnożenia w celu rozłożenia wielomianu na czynniki; ♣
- odczytywać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej; ♣
- rozwiązywać proste równania wielomianowe; ♣
- wykonywać działania na wyrażeniach wymiernych; ♣
- znać definicję macierzy i wyznaczników; ♥
- wykonywać działania na macierzach i obliczać wyznaczniki; ♥
- sporządzać wykres i odczytywać własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$; ♠ ♣
- rozwiązywać zadania praktyczne związane z proporcjonalnością odwrotną; ♣
- rozwiązywać proste równania wymierne; ♣
- opisywać związki pomiędzy wielkościami liczbowymi za pomocą równań i nierówności; ♣
- rozwiązywać zadania praktyczne prowadzące do prostych równań wymiernych; ♣
- stosować prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym; ♣
- sporządzać wykresy funkcji wykładniczej (o różnych podstawach) i opisywać jej własności;
- stosować pojęcie logarytmu; ♣
- stosować wzory na logarytm iloczynu i logarytm ilorazu oraz logarytm potęg; ♣

3.3. Klasa III (3 godziny tygodniowo)

3.3.1. Treści nauczania

3.3.1.1. Geometria analityczna – powtórzenie

- równanie prostej w postaci ogólnej $ax + by + c = 0$ - przejście do wykresu funkcji liniowej ♠ ♣;
- punkty przecięcia prostej z osiami układu współrzędnych, równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty płaszczyzny kartezjańskiej ♣;
- wzajemne położenie dwóch prostych na płaszczyźnie. proste równoległe i proste prostopadłe na płaszczyźnie ♠ ♣;
- odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej ♣;
- wyznaczanie współrzędnych środka odcinka ♣;
- równanie okręgu na płaszczyźnie ♠ ♣;

3.3.1.2. Związki miarowe w figurach płaskich

- Kąty w kole (kąąt środkowy, kąąt wpisany, kąąt między styczną a cięciwą) ♣;
- Podobieństwo, figury podobne ♦ ♣;
- Cechy podobieństwa trójkątów ♦ ♣;
- Twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem ♦ ♣;
- Związki miarowe w trójkącie prostokątnym ♦ ♣;
- Definicja funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym ♦ ♣;
- Podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego ♣;
- Związki miarowe, twierdzenie sinusów i twierdzenie cosinusów ♥;

- Pola wielokątów, pole i obwód koła, obliczanie pól i obwodów i innych związków miarowych z zastosowanie poznanych wzorów i trygonometrii ♦ ♣;
- Działania na rektorach. Iloczyn skalarny wektorów ♥.

3.3.1.3. Ciągi liczbowe

- definicja ciągu liczbowego – funkcji, której dziedziną jest zbiór liczb naturalnych, ciąg skończony i nieskończony. ♠ ♣;
- ciąg arytmetyczny, wzór na n -ty wyraz oraz sumę n początkowych wyrazów, wyraz środkowy jako średnia arytmetyczna wyrazów sąsiednich, monotoniczność ciągu arytmetycznego. ♠ ♣;
- ciąg geometryczny, wzór na n -ty wyraz oraz sumę n początkowych wyrazów, średnia geometryczna, monotoniczność ciągu. ♠ ♣;
- procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów bankowych oraz sprzedaży ratalnej. ♠ ♣.

3.3.2. Przewidywane umiejętności ucznia po ukończeniu klasy II

Uczeń powinien:

- obliczać długość odcinka na płaszczyźnie kartezjańskiej; ♣
- wyznaczać równanie prostej i równanie okręgu na płaszczyźnie; ♣
- stosować związki pomiędzy kątem środkowym, kątami wpisanymi i kątem między styczną a cięciwą koła; ♣
- wyznaczać związki metryczne i miarowe dla figur płaskich; ♦ ♣
- stosować twierdzenie Talesa, i podobieństwo; ♦ ♣
- określać funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym; ♦ ♣
- znać podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi; ♣
- wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych; ♣
- wyznaczać miarę kąta ostrego znając wartość funkcji trygonometrycznej tego kąta; ♣
- wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych znając wartość funkcji trygonometrycznej tego kąta; ♣
- stosować twierdzenie sinusów i twierdzenie cosinusów; ♥
- stosować funkcje trygonometryczne w zadaniach dotyczących związków miarowych figur, także w sytuacjach praktycznych; ♣
- wyznaczać długość wektora i wykonywać działania na wektorach; ♥
- wyznaczać iloczyn skalarny wektorów; ♥
- znać własności iloczynu skalarnego; ♥
- wyznaczać wyrazy ciągu liczbowego zadanego wzorem; ♣
- podawać przykłady ciągów liczbowych skończonych i nieskończonych; ♠ ♣
- stosować wzory na n -ty wyraz oraz sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego; ♠ ♣
- znać i stosować zależność między trzema sąsiednimi wyrazami ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego; ♠ ♣
- stosować własności ciągu geometrycznego do zadań związanych z bankowością; ♠ ♣

3.4. Klasa IV (3 godziny tygodniowo)

3.4.1. Treści nauczania

3.4.1.1. Kombinatoryka, rachunek prawdopodobieństwa oraz elementy statystyki opisowej

- o proste zadania kombinatoryczne uwzględniające losowanie kolejno ze zwracaniem i bez zwracania oraz losowania podzbiorów danego zbioru; ♣
- o zasada mnożenia; ♣
- o doświadczenia losowe, zdarzenia losowe, zbiór zdarzeń elementarnych, działania na zdarzeniach – zdarzenie pewne, niemożliwe, koniunkcja i alternatywa zdarzeń, zdarzenie przeciwne, zdarzenia wykluczające się; ♣
- o klasyczna definicja prawdopodobieństwa i jego podstawowe własności; ♣
- o obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń w skończonych przestrzeniach probabilistycznych, zastosowanie własności prawdopodobieństwa; ♣
- o elementy statystyki opisowej – badanie próby losowej i jej opis za pomocą liczb charakterystycznych, średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariancja i odchylenie standardowe, przykłady badań statystycznych GUS. ♠ ♦ ♣

3.4.1.2. Stereometria

- o równoległość i prostopadłość przestrzeni; ♣
- o twierdzenie o trzech prostych prostopadłych; ♣
- o kąt nachylenia prostej do płaszczyzny; ♣
- o kąt dwuścienny; ♣
- o graniastosłupy i ich własności; ♣
- o ostrosłupy i ich własności; ♣
- o pola powierzchni i objętości wielościanów. obliczenia z zastosowaniem trygonometrii; ♣
- o figury obrotowe – własności, pola powierzchni i objętości. ♣

3.4.1.3. Powtórzenie przed maturą

3.4.2. Przewidywane umiejętności ucznia po ukończeniu klasy IV

Uczeń powinien:

- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych; ♣
- stosować zasadę mnożenia; ♣
- konstruować model matematyczny doświadczeń losowych; ♣
- wykonywać działania na zdarzeniach; ♣
- obliczać prawdopodobieństwa wykorzystując klasyczną definicję prawdopodobieństwa
- zbierać, porządkować i przedstawiać dane; ♠ ♦ ♣
- obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, wariancję i odchylenie standardowe ♦ ♣
- Wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, ścianami i odcinkami oraz między odcinkami (krawędzie, wysokości, przekątne); ♣
- Opisywać własności podstawowych wielościanów i brył obrotowych; ♣
- Obliczać pola powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych również z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych. ♣

4. Procedury osiągnięcia celów

Realizacja celów nauczania matematyki założonych w niniejszym programie wymaga stosowania odpowiednich procedur nauczania. Metody i formy pracy oraz procedury postępowania dydaktycznego, zależą od wielu czynników. Między innymi od poziomu przygotowania klasy do pracy metodami twórczego odkrywania matematyki, od zainteresowania poszczególnych grup uczniów, wyposażenia technicznego szkoły czy liczebności klasy.

Należy jednak od razu stwierdzić, że nie ma jednej uniwersalnej drogi gwarantującej osiągnięcie sukcesu w nauczaniu matematyki. Uczniowie, którzy rozpoczynają naukę w szkole ponadgimnazjalnej, przeszli już dziewięcioletni okres nauczania szkolnego i mają ukształtowane odpowiednie nawyki postępowania oraz sposoby osiągania sukcesów. Będziemy więc mieli do czynienia z różnymi uczniami. Zarówno z tymi, którzy uczą się systematycznie na każdą lekcję, z uczniami sprytnymi i inteligentnymi, ale niepracującymi systematycznie, jak i z uczniami opanowującymi każdą lekcję pamięciowo oraz z uczniami mało zainteresowanymi matematyką. Należy jednak każdemu uczniowi umożliwić dalszą drogę rozwoju, wskazując mu różne możliwości i sposoby uczenia się.

W każdym momencie pracy z uczniem **należy dążyć nie tylko do opanowania przez niego pewnych zagadnień, lecz starać się uczyć, jak należy postępować w kolejnych fazach zdobywania wiedzy matematycznej, w jaki sposób doskonalić umiejętności samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi oraz jak wybierać (budować) strategie związane z rozwiązaniem problemów matematycznych.** Sposób pracy podczas lekcji powinien być dla ucznia wzorem, jak należy pracować nad tymi zagadnieniami.

W szczególności należy dążyć do wykształcenia **umiejętności stawiania pytań i umiejętności operowania całą zdobytą wiedzą**, a nie tylko fragmentem związanym z aktualnie przerabianym materiałem. Bardzo ważnym elementem w edukacji matematycznej jest **rozwijanie intuicji matematycznej oraz umiejętność prowadzenia rozumowań** poprzez:

- podawanie przykładów i kontrprzykładów;
- ilustracja wniosku przez podanie przykładów i kontrprzykładów;
- uzasadnianie wniosku za pomocą definicji lub twierdzenia;
- stosowanie poznanych schematów rozumowań w podobnych sytuacjach;
- stosowanie nowej definicji, twierdzenia do przeprowadzenia rozumowania.

Jednym z głównych celów nauczania jest **przygotowanie uczniów do samodzielnego zdobywania wiedzy**. Należy zatem zwrócić uwagę na kształcenie umiejętności czytania tekstu matematycznego. Wskazane jest, aby w pierwszym etapie pracy nauczyciel, wspólnie z uczniami czytał wybrane fragmenty podręcznika. Należy pokazać uczniom, że:

- tekst matematyczny czytamy powoli, dążąc do zrozumienia każdego przeczytanego fragmentu;
- czytając korzystamy zawsze z kartki i ołówka, na której wykonujemy pomocnicze obliczenia, rysunki;
- fakty, których nie znamy lub nie pamiętamy, wyszukujemy w książce;
- jeśli nie potrafimy wykonać pewnych obliczeń, szukamy w podręczniku odpowiednich przykładów.

Bardzo istotna jest również **sprawność wykonywania obliczeń** oraz **umiejętność ustalania przybliżeń liczb rzeczywistych**. Są one w pewnym sensie podstawowymi umiejętnościami matematycznymi, które są niezbędne do rozwijania dalszych umiejętności. Niewielka sprawność rachunkowa uczniów jest często przyczyną trudności w opanowaniu nowego materiału, kłopotów z rozwiązaniem nawet prostych zadań i w efekcie prowadzi do zniechęcenia młodzieży.

Niezmiernie ważne jest również **pokazanie uczniom praktycznego wykorzystanie matematyki**, które powinno być nie tylko ilustracją zastosowań poznanych faktów, lecz również stałym bodźcem motywacyjnym przy wprowadzaniu materiału. Bardzo ważne jest, by omawiając zagadnienia praktyczne, pokazywać, w jaki sposób wykorzystujemy fakty matematyczne do analizowania problemów.

Przedstawiam więc krótki przegląd zasad, metod nauczania, form pracy oraz środków dydaktycznych, których stosowanie powinno przyczynić się do pełnej realizacji celów nauczania matematyki.

4.1. Zasady nauczania

Zasada pogłębłości

Stosowanie tej zasady w nauczaniu polega na reprezentacji i wizualizacji pojęć. W matematyce zasada ta powinna być stosowana wszędzie tam, gdzie abstrakcyjne pojęcia mogą być zastąpione przez model, rysunek, schemat, diagram lub powiększony fragment wykresu. Zasada ta przyczynia się do wyrobienia przez uczniów właściwego zrozumienia pojęć matematycznych.

Zasada przystępności nauczania

Polega ona na stopniowaniu trudności i dbałości o zrozumienie materiału. Nauczyciel powinien zawsze starać się o to, aby treści nauczania były wprowadzane w odpowiedniej kolejności – od pojęć łatwiejszych przechodzić do trudniejszych – oraz powinien być zawsze świadomy, czy są one zrozumiałe.

Zasada systematyczności

Oczywistość stosowania tej zasady jest powszechnie akceptowana. Systematyczna praca ucznia i nauczyciela daje zdecydowanie lepsze rezultaty od pracy wyrывkowej i nieskoordynowanej. Uczeń systematycznie realizujący materiał nauczania oraz systematycznie oceniany przez nauczyciela jest stale gotowy do wykonywania dalszych zadań i nie stwarza problemów wychowawczych.

Zasada świadomego i aktywnego uczestnictwa

Zasada ta stawia ucznia w centralnym miejscu procesu nauczania. Wynika ona z tego, że młoda osoba jest ciekawa świata, ludzi i procesów, posiada olbrzymie procesy poznawcze i poszukuje własnych zainteresowań. Cały proces nauczania szkolnego i działalność nauczyciela to przede wszystkim kierowanie uczeniem. Jeśli uczeń będzie pracował ze świadomością i pozytywnym przekonaniem, że nauczyciel jest pomocnikiem w jego rozwoju i wykaże aktywność w zdobywaniu wiedzy, to jego osiągnięcia będą znacznie wyższe.

Zasada praktyczności

Zasada ta ma szczególne znaczenie w nauczaniu matematyki w zakresie podstawowym. Rezygnujemy tutaj z formalizmów, dowodzenia twierdzeń, szerszych

uogólnień i wszędzie, gdzie możliwe, odwołujemy się do praktycznych zastosowań matematyki. Przy wprowadzaniu nowych pojęć również wychodzimy od sytuacji z życia codziennego, modelujemy je i projektujemy dla nich odpowiednie obliczenia. Zastosowanie matematyki do opisu zjawisk i procesów zachodzących w przyrodzie oraz jej nieodzowności przy kształceniu logicznego myślenia, to główne powody powszechności nauczania tego przedmiotu na wszystkich etapach kształcenia.

Zasada indywidualizacji

Stosowanie tej zasady jest nieodzowne w procesie nauczania matematyki. Wymaga tego system oceniania i egzaminów szkolnych. Mimo, iż nauczanie w klasie jest zespołowe, nauczyciel cały czas musi mieć na względzie indywidualne postępy każdego ucznia. Musi ocenić jego wiadomości i umiejętności, systematycznie informować jego rodziców o osiągnięciach i motywować go do dalszej pracy.

Zasada zespołowości

Nie stoi ona w sprzeczności z zasadą indywidualizacji. Dotyczy ona bowiem innych zagadnień, mianowicie organizacji pracy na lekcji oraz współczesnych potrzeb społecznych. Nauczyciel powinien często organizować prace zespołowe, co przyczyni się do wyrobienia u uczniów umiejętności współdziałania, wysłuchiwania racji innych, wzajemnej pomocy i uzupełniania się oraz przygotuje do zespołowej pracy zawodowej.

Zasada trwałości wiedzy

Zasadę tą należy stosować, aby utrwalić zdobyte przez uczniów wiadomości i umiejętności. Zadaniem nauczyciela jest częste sprawdzanie, czy materiał został należycie zrozumiany i organizowanie powtórzenia przerobionych partii materiału. Stosowaniu tej zasady sprzyja również spiralny układ treści nauczania matematyki..

4.2. Metody preferowane w dydaktyce

Zestaw wszystkich metod nauczania stosowanych przez nauczycieli jest bardzo bogaty. Dobór metod do konkretnych lekcji może przebiegać na podstawie różnych cech i kryteriów. Najważniejszą rzeczą jest określenie, jakie cele będą realizowane na lekcji, czy będzie to lekcja wprowadzająca nowy materiał, czy powtórzeniowa, czy może sprawdzająca wiadomości i umiejętności. Należy jednak pamiętać, że na jednej lekcji można stosować kilka różnych metod. Przedstawiam kilka metod nauczania, które warto zastosować.

Wykład problemowy

Jest to jedna z metod wprowadzania nowego materiału. W tej metodzie nauczyciel formułuje, rozwija i rozwiązuje przed uczniami problem, zadaje sobie pytania i pokazuje drogi prowadzące do odpowiedzi, rozwiązuje zadania, projektuje, opisuje i wykonuje obliczenia, wydaje polecenia rozwiązania analogicznych zadań, dyktuje notatki do zeszytów. Źródłem wiedzy jest nauczyciel.

Pogadanka, dyskusja

Są to metody, w których nauczyciel prowadzi rozmowę z uczniami, zadaje im pytania, pozwala działać i wypowiadać się, naprowadzana odpowiedzi i sugeruje właściwe rozwiązania, kieruje ewentualną dyskusją i rozstrzyga spory, wydobywa odpowiednie wnioski i projekty działań. Uczniowie sami są źródłem wiedzy, formułują nowe fakty,

sporządzają opisy, wykonują praktyczne czynności i nabywają nowe umiejętności. Są to metody aktywizujące, wśród których możemy wyróżnić np. „**Dywanik pomysłów**”. Jest to metoda aktywizująca prowadzona techniką dyskusji w grupach. Jest ona oparta na wizualizacji, podczas której tworzony jest plakat (tzw. dywanik) z pomysłami rozwiązania danego problemu.

Rozwiązywanie zadań problemowych

W tej metodzie nauczyciel formułuje problem i kieruje procesem jego rozwiązania. Uczniowie zapoznają się z nim, zgłaszają dodatkowe zapytania, analizują informację, rozkładają problem na mniejsze problemy i budują plan ich rozwiązania. Metoda ta powinna być jak najczęściej stosowana, ponieważ nauczania matematyki polega między innymi na kształceniu umiejętności rozwiązywania problemów. Do tej metody możemy zaliczyć wszystkie metody aktywizujące, których jest bardzo dużo np. „**Rybi szkielet**”.

Metoda ta może być znana również jako „Schemat przyczyn i skutków”, jej nazwa pochodzi od formy graficznej przypominające rybi szkielet. Jest to metoda rozwiązywania problemów w twórczy sposób, poszukiwania, porządkowania i wykorzystywania informacji z różnych źródeł. Służy poszukiwaniu przyczyn powstania danego problemu, planowaniu działań, które mają dać określone wyniki. Poprzez stosowanie tej metody uczniowie nabywają umiejętności efektywnej pracy w zespole, odpowiedzialności za podejmowane decyzje, samooceny własnych osiągnięć i oceny pracy innych.

Praca z tekstem, pokaz, obserwacja

W tych metodach źródłem wiedzy jest podręcznik, pokaz lub obserwacja. Można za ich pomocą nauczać w sposób podający, polecając opanowanie odpowiednich tematów. Najlepsze efekty przynosi jednak nauczanie problemowe z wykorzystaniem tych źródeł. Należy formułować problem i do jego rozwiązania wykorzystywać odpowiedni tekst, pokaz lub obserwację.

Ćwiczenia utrwalające i systematyzujące

Są to metody powtarzania materiału. Mają one na celu powtórzenie i utrwalenie wiadomości oraz podwyższenie sprawności wykonywania działań uczniów. Każdy sprawdzian pisemny powinien być poprzedzony etapem powtórzenia materiału. Na takiej lekcji uczniowie nie muszą się nudzić lub zestresowani czekać na podchwytliwe pytania postawione im przez nauczyciela. Proponuję, więc przykład gry dydaktycznej. „**Poziomy wiadomości i umiejętności**”. Sprawdza się ona na lekcjach w różnych typach szkół i na różnych poziomach kształcenia. Gra ta jest lubiana przez uczniów, ponieważ daje im możliwość „wyżycia się” przy rozwiązywaniu zadań. Uczy ona [planowania pracy, samooceny i oceny innych. Uczniowie przeżywają emocjonalnie tę grę i nie zauważają, że rozwiązują zwykłe zadania i utrwalają swoje wiadomości i umiejętności.

4.3. Formy pracy

Na skuteczność procesu nauczania mają również wpływ formy pracy. Odnoszą się one do sposobów organizacji pracy na lekcji. Wśród nich można wyróżnić:

- **nauczanie zbiorowe**, które jest najczęściej występującą formą nauczania w szkole. Nauczyciel pracuje z całą klasą i realizuje ze wszystkimi uczniami jednakowe treści nauczania. Praca idzie równym tempem, wszyscy wykonują te same czynności i pracują na tym samym materiale;



- **nauczanie grupowe** polega na podziale klasy na niewielkie grupy składające się zarówno z uczniów słabych i mocniejszych. Pracami grupy kieruje lider. Wszystkie grupy pracują nad tym samym problemem lub każda grupa pracuje nad częścią pewnego większego problemu. Wyniki prac grupowych przedstawiane są na forum klasy, po czym następuje podsumowanie pracy wszystkich grup;
- **nauczanie zindywidualizowane** polega na dotarciu w nauczaniu zbiorowym z nauczonymi treściami do każdego ucznia osobno. Istotą jego jest podział treści programowych na tematy i problemy, które uczniowie opracowują we własnym dla siebie tempie. Nauczaniem zindywidualizowanym należy objąć przede wszystkim uczniów słabych;
- **nauczanie wielopoziomowe** polega na kierowaniu do niektórych uczniów dodatkowych treści i zadań. Uczniowie sami decydują, czy mają podjąć się wykonania dodatkowych zadań, czy skupić tylko na materiale podstawowym. Nauczanie to ma na względzie przede wszystkim uczniów uzdolnionych, jak i uczniów słabych.

Różnorodność form pozwala na uniknięcie znużenia przedmiotem, powoduje, że lekcja jest bardziej atrakcyjna, a nauczycielowi nie pozwala popaść w rutynę.

5. Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycje metod ich oceny

5.1. Główne narzędzia kontroli

Jednym z najtrudniejszych zadań nauczyciela jest sprawdzanie i ocenianie osiągnięć uczniów. Do kontroli i oceny ucznia trzeba się więc gruntownie przygotować, by ostateczny wynik wysiłków nauczyciela miał oczekiwane przez wszystkich cechy – był przemyślany, rzetelny i sprawiedliwy. Wtedy jest szansa, że będzie pozytywnie i ze zrozumieniem przyjęty przez uczniów i ich rodziców.

Ocena szkolna pełni w procesie nauczania wiele funkcji. Funkcja diagnostyczna polega na określeniu stopnia opanowania wiedzy i umiejętności ucznia. Pozwala nauczycielowi na wykrycie luk, opóźnień, błędów i podjęcie prób ich usunięcia. Pełni też funkcję informacyjną i motywacyjną, gdyż informuje ucznia i jego rodziców o wynikach uczenia się.

Kontrolując osiągnięć oceniając uczniów, należy eksponować korzystne elementy jego pracy. Stanowi to dobre umotywowanie do budzenia aktywności matematycznej, gdyż nawet drobne sukcesy są bodźcem do dalszych poszukiwań. Niepowodzenia ucznia powinny być natomiast materiałem do rzetelnej analizy dydaktycznej, formułowania diagnozy, propozycji „terapii dydaktycznej” osiągnięć innych działań.

Sprawdzanie osiągnięć uczniów najlepiej jest realizować poprzez różnorodne formy:

- odpowiedzi ustne przy tablicy;
- kartkówki i sprawdziany z aktualnie opracowywanego materiału;
- prace klasowe całogodzinne zapowiadane z wyprzedzeniem obejmujące większą partię materiału;
- testy z zadaniami zamkniętymi i otwartymi;
- prace domowe;
- wykonywanie modeli, plansz, tablic
- aktywność na lekcji;
- udział w konkursach i olimpiadach przedmiotowych.

Ponieważ każda z wymienionych form sprawdzania odnosi się tylko do niektórych elementów wiedzy i umiejętności, nauczyciel, aby osiągnąć zamierzone cele, powinien stosować je wszystkie.

Okazja do oceny **odpowiedzi ustnej** może się zdarzyć niemal na każdej lekcji. Może być to udział w dyskusji, prezentacja samodzielnie rozwiązane zadania lub omówienie pewnego zagadnienia. Prawie zawsze jednak znajdują się uczniowie mało aktywni, którzy własnej inicjatywy nie zabrają głosu. Nauczyciel więc, w celu wyrobienia sobie zdania na temat stopnia ich kompetencji matematycznych, powinien polecić im wypowiedzenie się ustnie na konkretny temat. Wydając takie polecenie, należy dbać o to, aby zadanie nie przekraczało możliwości ucznia. Oceniając odpowiedź ustną, należy brać pod uwagę poprawność merytoryczną wypowiedzi, stan wiedzy ucznia oraz język, którym uczeń się posługuje. Ocena powinna być opatrzona komentarzem.

Klasyfikacją formą kontroli wiedzy uczniów są wszelkiego rodzaju **prace pisemne**. Ponieważ zbliżająca się obowiązkowa matura z matematyki będzie zawierała zarówno zadania testowe zamknięte jak i zadania otwarte dłuższej i krótszej odpowiedzi, więc bardzo ważne jest wykształcenie umiejętności rozwiązywania takich zadań. Niezwykle ważne jest staranne, rzetelne, w pełni profesjonalne przygotowanie każdego sprawdzianu. Zadania powinny mieć zróżnicowany stopień trudności, a ich rozwiązania powinny dać możliwość oceny pracy w pełnej skali. Oddanie prac klasowych powinno nastąpić nie później niż dwa tygodnie po ich napisaniu. Najlepiej byłoby jednak oddanie uczniom ocenionych prac już na następnej lekcji. Często jest to jednak niemożliwe, tym bardziej, że informacja o wynikach powinna nastąpić w momencie, gdy nauczyciel ma przemyślany komentarz oraz gdy jest pewien, że sprawdził prace rzetelnie, a ocenił je obiektywnie i sprawiedliwie.

Stałym elementem lekcji poświęconej na omówienie prac pisemnych powinna być rozmowa z klasą na temat przyczyn niepowodzeń oraz sposobów poprawienia wyników w przyszłości. Osobom, którym się nie powiodło i otrzymali ocenę niesatysfakcjonującą, trzeba umożliwić poprawę.

Uczniom należy zadawać **pracę domową**. Jest to konieczne ze względu na zbyt duży zakres materiału w stosunku do liczby godzin. Praca taka spełni swoje zadanie, o ile nauczyciel będzie kontrolował poprawność jej wykonania.

Uczniom warto zadawać (do domu) przygotowanie publicznej **prezentacji** w kilkusobowych grupach. Takie zadanie skutecznie motywuje do dokładnego zrozumienia tematu. Podczas prezentowania wyników pracy, należy bardzo dociekliwie pytać o dane zagadnienie. Jest to bardzo efektywny sposób nauki, a dla nauczyciela jedna z najlepszych metod sprawdzania rozumienia pojęć i teorii matematycznych.

Zadaniem każdego nauczyciela jest opracowanie na początku roku szkolnego Przedmiotowego Systemu Oceniania zgodnego z Wewnątrzszkolnym Systemem Oceniania. Obydwa dokumenty powinny uwzględniać specyfikę szkoły, środowisko uczniów, profil klasy itp.

5.2. Katalog wymagań programowych

Podział na dwie kategorie: wymagania podstawowe – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) i wymagania ponadpodstawowe - na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5):

Liczby i ich zbiory

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- ❖ stosować prawidłowo pojęcie zbioru;
- ❖ podać przykłady zbiorów skończonych i nieskończonych;
- ❖ wypisać wszystkie elementy prostych zbiorów skończonych;
- ❖ stosować prawidłowo pojęcia zbioru pustego, podzbioru, zbiorów równych;
- ❖ wykonywać podstawowe działania na zbiorach;
- ❖ podać przykłady podzbiorów danego zbioru;
- ❖ powiedzieć, jakiej postaci są liczby naturalne, całkowita, wymierne;
- ❖ rozwiązać proste zadania tekstowe dotyczące liczb całkowitych;
- ❖ wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb naturalnych;
- ❖ odróżniać liczby pierwsze i liczby złożone;
- ❖ zamieniać ułamek zwykły na ułamek dziesiętny;
- ❖ podać przykłady liczb niewymiernych;
- ❖ podać przybliżenie dziesiętne liczb z zadaną dokładnością;

- ❖ stosować kolejność działań w zbiorze liczb rzeczywistych;
- ❖ stosować wzory skróconego mnożenia;
- ❖ obliczyć średnią arytmetyczną n liczb;
- ❖ rozwiązywać zadania tekstowe dotyczące średniej arytmetycznej;
- ❖ porównać liczby wymierne;
- ❖ odróżnić liczbę wymierną od niewymiernej;
- ❖ porównać liczby rzeczywiste;
- ❖ stosować własności działań na potęgach o wykładniku wymiernym;
- ❖ wykonać działania na pierwiastkach;
- ❖ wyłączać czynnik spod pierwiastka;
- ❖ włączać czynnik pod pierwiastek;
- ❖ usuwać niewymierność wyrażeniu typu $\frac{1}{\sqrt{a}}$;
- ❖ wykonać działania dodawania, odejmowania i mnożenia na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$;
- ❖ wykazać różnicę między definicją pierwiastka stopnia parzystego a definicją pierwiastka stopnia nieparzystego;
- ❖ wykonywać działania na pierwiastkach wyższych stopni;
- ❖ wyłączać czynnik spod pierwiastka wyższego stopnia;
- ❖ włączać czynnik pod pierwiastek wyższego stopnia;
- ❖ wyznaczyć na osi liczbowej daną liczbę wymierną;
- ❖ posługiwać się potęgami o wykładnikach wymiernych;
- ❖ stosować pojęcie logarytmu;
- ❖ stosować wzory na logarytm iloczynu i logarytm ilorazu;
- ❖ wyznaczać na osi liczbowej przedziały liczbowe;
- ❖ wyznaczyć sumę i część wspólną przedziałów liczbowych;
- ❖ obliczyć wartość bezwzględną liczby rzeczywistej;
- ❖ stosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania prostych równań i nierówności;
- ❖ obliczyć odległość dwóch liczb na osi liczbowej;
- ❖ obliczyć $p\%$ danej wielkości w ;
- ❖ obliczyć wielkość w , gdy dany jest jej procent;
- ❖ obliczyć, jakim procentem wielkości w jest wielkość a ;
- ❖ wykonać w pamięci proste obliczenia typu: o 50% więcej niż 10, o 200% więcej od 15, o 20% mniej od 50;
- ❖ prawidłowo odczytać informacje zawarte w różnego rodzaju diagramach statystycznych;
- ❖ obliczyć błąd bezwzględny i względny przybliżenia;
- ❖ oszacować wartość wyrażenia liczbowego;
- ❖ przekształcić proste wyrażenia algebraiczne;
- ❖ sprawdzić, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania, nierówności I stopnia z jedną niewiadomą;
- ❖ rozwiązać równanie i nierówność I stopnia z jedną niewiadomą;
- ❖ rozwiązać układ nierówności I stopnia i zapisać wynik w postaci przedziału liczbowego;
- ❖ ułożyć równanie do zależności przedstawionej tekstem;

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- ❖ odróżniać relację *należenia* od relacji *zawierania*;

- ❖ podporządkować zbiory zgodnie z relacją zawierania (w prostych przykładach);
- ❖ wpisać wszystkie podzbiory zbioru 1, 2, 3 i 4-elementowego;
- ❖ stosować ogólny zapis liczb naturalnych parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
- ❖ uzasadnić niewykonalność dzielenia przez zero;
- ❖ zapisać liczbę naturalną w postaci np. $3n + k$ ($k = 0, 1, 2$);
- ❖ zamieniać ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły;
- ❖ rozwiązywać zadania wymagające użycia zapisu wykładniczego;
- ❖ konstruować odcinki o długości $\sqrt{n}, n \in N$;
- ❖ usuwać niewymierność o mianowniku wyrażenia typu: $\frac{d}{a \pm b\sqrt{c}}$;
- ❖ wykonywać bardziej złożone działania na przedziałach liczbowych np. $(A \cup B) - C \cap D$;
- ❖ prawidłowo zastosować definicję $\sqrt{x^2} = |x|$ podczas przekształcania wyrażeń algebraicznych;
- ❖ rozwiązać zadanie tekstowe wymagające zastosowania pierwiastków wyższych stopni;
- ❖ porównywać pierwiastki (bez stosowania kalkulatora);
- ❖ krytycznie czytać teksty zawierające uśrednione dane;
- ❖ obliczyć, o ile procent wielkość a jest większa (mniejsza) od wielkości b ;
- ❖ swobodnie operować pojęciem punktu procentowego;
- ❖ krytycznie czytać teksty zawierające i komentujące dane procentowe;
- ❖ rozwiązywać złożone zadania tekstowe prowadzące do równania (układu równań) z wykorzystaniem obliczeń procentowych;
- ❖ przeliczać liczby zapisane w danym systemie liczbowym na liczby zapisane w innym systemie;
- ❖ przeprowadzić proste badanie statyczne, opracować i zaprezentować jego wyniki;
- ❖ ocenić dokładność zastosowanego przybliżenia.

Funkcje i ich własności

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- ❖ rozpoznać funkcje wśród przyporządkowań;
- ❖ podać przykłady zależności funkcyjnych w otaczającej nas rzeczywistości;
- ❖ określać funkcje na różne sposoby (diagram, tabela, wzór, wykres, opis słowny);
- ❖ obliczyć wartości funkcji dla różnych argumentów;
- ❖ wyznaczyć dziedzinę funkcji na podstawie diagramu, tabeli, opisu słownego;
- ❖ wyznaczyć, w prostych przypadkach, dziedzinę na podstawie wzoru funkcji;
- ❖ znaleźć, w prostych przypadkach, zbiór wartości funkcji o danej dziedzinie i wzorze;
- ❖ swobodnie operować układem współrzędnych;
- ❖ rozpoznać funkcję wśród wykresów;
- ❖ sporządzić wykresy funkcji o kilkuelementowej dziedzinie;
- ❖ na podstawie wykresu funkcji odczytać jej dziedzinę;
- ❖ na podstawie wykresu funkcji odczytać zbiór jej wartości;
- ❖ na podstawie wykresu funkcji wskazać największą wartość funkcji i jej najmniejszą wartość funkcji (w całej dziedzinie lub w podanych przedziale);
- ❖ na podstawie wykresu funkcji odczytać jej miejsca zerowe;
- ❖ znajdować miejsca zerowe funkcji w przypadku, gdy prowadzi to do rozwiązania równań liniowych;

- ❖ na podstawie wykresu funkcji określić liczbę rozwiązań $f(x) = m$ równania dla ustalonej wartości m ;
- ❖ odczytać z wykresu funkcji rozwiązanie nierówności, $f(x) > m$, $f(x) < m$, $f(x) \geq m$, $f(x) \leq m$;
- ❖ określić przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu;
- ❖ przesunąć wykres wzdłuż osi x zgodnie z podanym wzorem $y = f(x - a)$;
- ❖ przesunąć wykres wzdłuż osi y zgodnie z podanym wzorem $y = f(x + b)$;
- ❖ narysować wykres funkcji $y = f(x - a) + b$, mając dany wykres albo wzór funkcji $y = f(x)$;

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- ❖ wyznaczyć zbiór wartości funkcji zdefiniowanych w bardziej złożony sposób;
- ❖ znaleźć na podstawie zadania tekstowego zależność funkcyjną między dwiema wielkościami i wyznaczyć dziedzinę otrzymanej funkcji;
- ❖ narysować wykres funkcji na podstawie wykonanych pomiarów różnych zjawisk;
- ❖ na podstawie wykresu funkcji określić liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od wartości m ;
- ❖ znajdować miejsca zerowe funkcji o dziedzinie ograniczonej pewnym warunkiem;
- ❖ uzasadnić, że funkcja $y = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna na swojej dziedzinie;
- ❖ odczytać z wykresów funkcji rozwiązania równań (i nierówności) typ; $f(x) = (<, >) g(x)$;
- ❖ zaprojektować wykresy funkcji o zadanych własnościach.

Funkcja liniowa

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- ❖ zaznaczać punkty oraz zbiory na płaszczyźnie kartezjańskiej;
- ❖ rozpoznać wielkości wprost proporcjonalne;
- ❖ narysować wykres funkcji liniowej i omówić jej własności;
- ❖ podać wzór funkcji liniowej na podstawie jej wykresu;
- ❖ narysować wykres funkcji kawałkami liniowej i omówić jej własności;
- ❖ podać zależność funkcyjną między wielkościami wprost proporcjonalnymi opisanymi w zadaniu tekstowym;
- ❖ przekształcić równanie prostej z postaci kierunkowej do ogólnej i odwrotnie;
- ❖ wyznaczyć punkty przecięcia prostej (opisanej równaniem w postaci ogólnej) z osiami układu współrzędnych;
- ❖ sprawdzić rachunkowo, czy dany punkt leży na danej prostej;
- ❖ wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty;
- ❖ sprawdzić współliniowość punktów (na płaszczyźnie kartezjańskiej);
- ❖ wyznaczyć równanie prostej równoległej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt
- ❖ wyznaczyć równanie prostej prostopadłej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt;
- ❖ znajdować współrzędne wierzchołków wielokątów, mając dane równania ich boków;
- ❖ obliczyć odległości punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej;
- ❖ obliczyć odwody wielokątów o danych wierzchołkach;
- ❖ obliczyć pole trójkąta prostokątnego o danych wierzchołkach;
- ❖ wyznaczyć współrzędne środka odcinka, znając współrzędne jego końców;

- ❖ wyznaczyć współrzędne końca odcinka, znając współrzędne jego środka i drugiego końca.

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- ❖ przeanalizować, jak – w zależności od współczynników (zapisanych w postaci parametrów) funkcji liniowej – zmieniają się jej własności;
- ❖ podać wzór funkcji kawałkami liniowej na podstawie jej wykresu;
- ❖ rozwiązać proste zadania z parametrem dotyczące położenia prostej na płaszczyźnie kartezjańskiej;
- ❖ rozwiązać zadanie tekstowe wymagające znalezienia wzoru funkcji liniowej na podstawie jej dwóch danych wartości;
- ❖ rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
- ❖ wyznaczyć czwarty wierzchołek równoległoboku, mając dane trzy pozostałe;
- ❖ rozwiązać zadanie z geometrii analitycznej, wykorzystując wzór na środek odcinka.

Funkcja kwadratowa

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- ❖ narysować wykres funkcji $f(x) = a x^2$ ($x \in R; a \neq 0$) i podać jej własności;
- ❖ narysować wykres funkcji kwadratowej podanej w postaci kanonicznej i podać jej własności;
- ❖ określić własności (zbiór wartości, przedziały monotoniczności, wartość ekstremalną) funkcji kwadratowej na podstawie jej postaci kanonicznej;
- ❖ przekształcić wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej;
- ❖ przekształcić wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do ogólnej i odwrotnie;
- ❖ obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli $y = a x^2 + b x + c$;
- ❖ wyznaczyć wartość największą i wartość najmniejszą funkcji kwadratowej w podanym przedziale;
- ❖ rozwiązać równanie kwadratowe niepełne ($a x^2 + b x = 0$, $a x^2 + c = 0$) metodą rozkładu na czynniki;
- ❖ określić liczbę pierwiastków równania kwadratowego na podstawie znaku wyróżnika;
- ❖ rozwiązać równanie kwadratowe za pomocą wzoru na pierwiastki;
- ❖ sprowadzić funkcję kwadratową do postaci iloczynowej;
- ❖ odczytać miejsce zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej;
- ❖ rozwiązać nierówność kwadratową;
- ❖ zapisać równanie okręgu o danym środku i promieniu;
- ❖ wyznaczyć z równania okręgu jego środek i promień;
- ❖ narysować okrąg i koło na płaszczyźnie kartezjańskiej.

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- ❖ przekształcić parabolę przez symetrię względem prostej równoległej do osi x lub osi y układu współrzędnych oraz napisać równanie otrzymanego obrazu tej paraboli;
- ❖ narysować wykres i opisać właściwości funkcji przedziałami kwadratowej;
- ❖ znaleźć brakujące współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej wykresie;
- ❖ rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do wartości ekstremalnych funkcji kwadratowej;
- ❖ rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do równania kwadratowego;

- ❖ wykonać działania na zbiorach rozwiązań nierówności kwadratowej;
- ❖ znaleźć równanie okręgu na podstawie różnych informacji o jego położeniu.

Wielomiany i funkcje wymierne

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- ❖ rozpoznać, które wyrażenia algebraiczne są jednomianami i określić ich stopień;
- ❖ wykonać redukcję jednomianów podobnych;
- ❖ napisać wielomian o danych współczynnikach i wypisać współczynniki danego wielomianu;
- ❖ określić stopień wielomianu oraz obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu;
- ❖ dobrać wartość parametrów tak, aby dwa wielomiany były równe;
- ❖ przekształcić wielomiany z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;
- ❖ wykonać działania arytmetyczne w zbiorze wielomianów;
- ❖ odczytać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej;
- ❖ rozłożyć wielomian na czynniki metodą grupowania wyrazów;
- ❖ sprawdzić, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;
- ❖ rozwiązać proste równanie wielomianowe metodą rozkładu na czynniki;
- ❖ określić stopień jednomianu i wielomianu wielu zmiennych;
- ❖ zredukować jednomiany podobne (wielu zmiennych);
- ❖ obliczyć wartość wielomianu dla podanych wartości zmiennych;
- ❖ zapisać zależność między danymi wielkościami za pomocą wielomianu wielu zmiennych;
- ❖ dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany wielu zmiennych;
- ❖ skrócić i rozszerzyć wyrażenia wymierne;
- ❖ mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- ❖ uprościć wyrażenia wymierne;
- ❖ rozwiązać równanie wymierne prowadzące do równania liniowego lub kwadratowego;
- ❖ wyznaczyć (w prostych przypadkach) ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych;
- ❖ opisywać związki pomiędzy wielkościami liczbowymi za pomocą równań lub nierówności
- ❖ rozwiązać (w prostych przypadkach) zadania praktyczne związane z proporcjonalnością odwrotną;
- ❖ narysować wykres i podać własności funkcji $y = \frac{a}{x}$.

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- ❖ podać przykład wielomianu, znając np. jego miejsca zerowe i stopień;
- ❖ rozłożyć na czynniki wielomiany niemające pierwiastków (w prostych przykładach, np.: $x^4 + 1$ czy $x^4 + 5x^2 + 1$);
- ❖ zdefiniować macierze i wyznaczniki;
- ❖ wykonywać działania na macierzach i obliczać wyznaczniki;
- ❖ sprowadzić wyrażenie wymierne do najprostszego wspólnego mianownika w sytuacjach wymagających stosowania np. wzoru na sumę sześcianu;
- ❖ rozwiązać (w bardziej skomplikowanych przypadkach) zadania praktyczne związane z proporcjonalnością odwrotną;
- ❖ określić (w prostych przypadkach) dziedzinę funkcji wymiernej;
- ❖ narysować wykres i opisać własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$;



- ❖ narysować wykres funkcji typu $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$;
- ❖ wyznaczyć ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych w przypadkach wymagających wykonania bardziej skomplikowanych przekształceń.

Planimetria

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- ❖ określić wzajemne położenie dwóch okręgów;
- ❖ określić wzajemne położenie okręgów i prostej;
- ❖ zastosować w zadaniach warunki wewnętrznej i zewnętrznej styczności okręgów;
- ❖ wskazać kąty środkowe i wpisane oparte na danych łukach;
- ❖ zastosować twierdzenie o zależności między kątem środkowym, katami wpisanymi i kątem między styczną a cięciwą (wyznaczoną przez ten sam łuk);
- ❖ stosować wzory na pole i obwód podstawowych figur geometrycznych (trójkąt, czworokąt, koło);
- ❖ obliczyć potrzebne wielkości z trójkątów prostokątnych o kątach 30° , 60° lub 45° , wykonując wzór na wysokość trójkąta równobocznego i przekątną kwadratu;
- ❖ rozwiązać proste zadania tekstowe prowadzące do obliczenia pól i obwód figur geometrycznych;
- ❖ korzystać z twierdzenia Pitagorasa oraz zwiłków miarowych w trójkącie prostokątnym;
- ❖ rozpoznać odcinki proporcjonalne;
- ❖ wykorzystać twierdzenie Talesa do obliczenia długości odcinków;
- ❖ podzielić konstrukcyjnie odcinek w zadanym (wymiernym) stosunku;
- ❖ rozwiązać proste zadania z zastosowaniem twierdzenia Talesa;
- ❖ sprawdzić czy dane (np. na płaszczyźnie kartezjańskiej) figury są podobne;
- ❖ obliczyć długości boków figur podobnych, wykorzystując skalę podobieństwa;
- ❖ oszacować rzeczywistą odległość między punktami, znając odległość między tymi punktami na mapie i skalę mapy;
- ❖ zastosować zadaniami twierdzenia o stosunku pól figur podobnych;
- ❖ sprawdzić czy dwa trójkąty są podobne, stosując podobieństwa;
- ❖ prawidłowo zapiąć proporcje boków w trójkątach podobnych;
- ❖ stosować podobieństwa trójkątów w elementarnych zadaniach;
- ❖ obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, mając dane boki tego trójkąta;
- ❖ obliczyć długości boków i kąty trójkąta prostokątnego, mając dany jeden bok i wartość funkcji trygonometrycznej jednego z kątów ostrych;
- ❖ podać wartości funkcji trygonometrycznej kątów 30° , 60° i 45° ;
- ❖ odczytać z tablic wartości funkcji trygonometrycznej danego kąta ostrego;
- ❖ stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi;
- ❖ znaleźć w tablicach kąt ostry, znając wartości jego funkcji trygonometrycznej;
- ❖ obliczyć wartości wszystkich funkcji trygonometrycznych kąta, znając jedną z nich;
- ❖ udowodnić prostą tożsamość trygonometryczną;

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- ❖ udowodnić twierdzenie o odcinkach stycznych;
- ❖ udowodnić twierdzenie Pitagorasa;
- ❖ wyprowadzić związki miarowe w trójkącie prostokątnym;

- ❖ skonstruować odcinek o długości równej średniej geometrycznej dwóch odcinków danych;
- ❖ konstruować odcinki o szukanych długościach (typu $\frac{a^2 - b^2}{ab}$) w oparciu o twierdzeniu Talesa i twierdzenie Pitagorasa;
- ❖ swobodnie operować skalą map;
- ❖ stosować podobieństwo trójkątów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;
- ❖ rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do wyznaczenia kątów i boków w trójkącie prostokątnym z zastosowaniem trygonometrii;
- ❖ stosować twierdzenie sinusów i twierdzenie cosinusów do zadań;
- ❖ wyznaczać długość wektora i wykonywać działania na wektorach;
- ❖ wyznaczać iloczyn skalarny wektorów.

Ciągi

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- ❖ obliczyć n -ty wyraz ciągu, znając jego wzór ogólny;
- ❖ wyznaczyć miejsca zerowe ciągu o danym wzorze ogólnym;
- ❖ narysować wykres ciągu;
- ❖ odczytać z wykresu własności ciągu;
- ❖ rozpoznać ciąg arytmetyczny;
- ❖ obliczyć n -ty wyraz ciągu arytmetycznego, znając wyraz pierwszy i różnicę;
- ❖ wyznaczyć ciąg arytmetyczny, znając wyraz pierwszy i różnicę;
- ❖ wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów danego ciągu arytmetycznego;
- ❖ rozpoznać ciąg geometryczny;
- ❖ obliczyć n -ty wyraz ciągu geometrycznego, znając wyraz pierwszy i iloraz;
- ❖ wyznaczyć ciąg geometryczny, znając jego dwa wyrazy;
- ❖ obliczyć sumę n początkowych wyrazów danego ciągu geometrycznego;
- ❖ zastosować w zadaniach zależności między wyrazami a_{n-1}, a_n, a_{n+1} ciągu arytmetycznego lub ciągu geometrycznego;
- ❖ rozwiązać proste zadania tekstowe, w którym dane wielkości są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego lub ciągu geometrycznego;
- ❖ wyznaczyć wielkość zmieniającą się zgodnie z zasadą procentu składanego;
- ❖ obliczyć wartość lokaty, znając stopę procentową, okres rozrachunkowy i czas oszczędzania.

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- ❖ podać wzór ogólny ciągu, znając kilka początkowych wyrazów;
- ❖ zbadać monotoniczność ciągu;
- ❖ wyznaczyć ciąg arytmetyczny, znając np. jeden z jego wyrazów i iloczyn pewnych dwóch wyrazów lub dwie sumy częściowe itp.;
- ❖ obliczyć, ile wyrazów danego ciągu arytmetycznego należy dodać, aby otrzymać określona sumę;
- ❖ zastosować w zadaniach zależność między wyrazami a_{n-k}, a_n, a_{n+k} ciągu arytmetycznego lub ciągu geometrycznego;
- ❖ rozwiązać zadania wymagające jednoczesnego stosowania własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego;
- ❖ obliczyć wartość lokaty o zmieniającym się oprocentowaniu;

- ❖ obliczyć wysokość raty kredytu spłacanego (w równych wielkościach) systemem procentu składanego;
- ❖ obliczyć wysokość rat malejących;
- ❖ porównać zyski z różnych lokat i różne sposoby spłacania kredytu.

Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

Na poziomie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- ❖ rozpoznać, czy dana sytuacja jest doświadczeniem losowym;
- ❖ określić zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczeniem losowym;
- ❖ zliczyć obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- ❖ stosować zasadę mnożenia;
- ❖ obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia A ($A \subset \Omega$) z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa, znając \bar{A} oraz $\bar{\Omega}$;
- ❖ obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych zadaniach o monetach, kulach i kartach;
- ❖ wyznaczyć sumę, iloczyn, różnicę danych zdarzeń;
- ❖ rozpoznać zdarzenia wykluczające się;
- ❖ wyznaczyć medianę, dominantę, średnią, diagramu, surowych;
- ❖ obliczyć średnią ważoną wyników;
- ❖ odczytać podstawowe informacje z wykresu, diagram, histogramu;
- ❖ zaprezentować dane w postaci diagramu kołowego, diagramu słupkowego, wykresu narysować histogram.

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- ❖ zastosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo sumy dwóch zdarzeń;
- ❖ zastosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego;
- ❖ rozwiązać zadania dotyczące średniej ważonej (np. znajdować brakujące wagi);
- ❖ obliczyć odchylenie przeciętne, wariację i odchylenie standardowe zbioru danych;
- ❖ narysować histogram wymagający zgrupowania danych w klasy;
- ❖ porównać różne zestawy danych surowych na podstawie opisujących je parametrów (w prostych przypadkowych).

Stereometria

Na podstawie wymagań podstawowych uczeń potrafi:

- ❖ wskazać płaszczyzny równoległe i prostopadłe do danej płaszczyzny;
- ❖ wskazać proste równoległe i prostopadłe do danej płaszczyzny;
- ❖ odróżnić proste równoległe od prostych skośnych;
- ❖ wskazać proste prostopadłe w przestrzeni;
- ❖ wyznaczyć kat nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa;
- ❖ wyznaczyć kat nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa;
- ❖ rozpoznawać graniastosłupy proste i pochyłe, równoległościanny i prostopadłościanny;
- ❖ rysować siatki graniastosłupów i ostrosłupów wypukłych;
- ❖ zastosować w zadaniach związki między liczbą ścian, krawędzi wierzchołków graniastosłupów i ostrosłupów wypukłych;
- ❖ wskazać promień podstawy, wysokość i tworzące walca oraz stożka; zastosować w zadaniach związki między nimi;



- ❖ wskazać kąt rozwarcia stożka oraz kąt nachylenia tworzącej do podstawy;
- ❖ zastosować funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków i miar kątów w bryłach;
- ❖ obliczyć objętość i pole powierzchni graniastosłupa, ostrosłupa, walca, stożka i kuli.

Na poziomie wymagań ponadpodstawowych uczeń potrafi:

- ❖ wyznaczyć kąt nachylenia odcinka w graniastosłupie do ściany niebędącej podstawą graniastosłupa;
- ❖ wyznaczyć kąt dwuścienny między ścianami bocznymi ostrosłupa;
- ❖ rozpoznać wielościany foremne i opisać ich podstawowe własności;
- ❖ zbadać własności brył powstałych z obrotu wokół osi różnych figur płaskich (np. sumy dwóch trójkątów);
- ❖ wyznaczyć i pole powierzchni brył, w których dane mają postać wyrażeń algebraicznych i doprowadzić wynik do prostej postaci;
- ❖ obliczyć objętość i pole powierzchni brył, mając nietypowe dane (np. kąt między ścianami bocznymi ostrosłupa lub kąt nachylenia przekątnej ściany bocznej graniastosłupa trójkątnego do sąsiedniej ściany).

6. Oprzyrządowanie programu

✓ **PODRĘCZNIKI I ZBIORY ZADAŃ, które będą wykorzystywała do realizacji programu**

1. MATEMATYKA prosto do matury – podręcznik dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum – kształcenie ogólne w zakresie podstawowym, Maciej Antek, Krzysztof Belka, Piotr Grafowski; Wydawnictwo Nowa Era; Warszawa 2007
2. Zbiór zadań do liceum i technikum; zakres podstawowy; Marcin Kurczak, Elżbieta Kurczak, Elżbieta Świdra; Wydawnictwo Oficyna edukacyjna Krzysztof Pazdro 2009

✓ **INNE ŚRODKI DYDAKTYCZNE**

Są to różnego rodzaju przedmioty i urządzenia, które dostarczają uczniom określonych bodźców poprzez oddziaływanie na ich słuch, wzrok oraz dotyk i które ułatwiają im poznanie nauczanych treści. Rozbudzają one zainteresowanie matematyką, stymulują rozwój logicznego myślenia, rozwijają zdolności obserwacji i wyobraźni przestrzennej.

Środki dydaktyczne to przede wszystkim **materiały i pomoce**: plansze, zestawienia, arkusze danych, rysunki, programy komputerowe, różnego rodzaju modele, podręczniki, zbiory zadań, tablice matematyczne, foliogramy.

Do środków dydaktycznych zaliczamy również **techniczne urządzenia**, takie jak: tablice z układem współrzędnych, przyrządy kreślarskie, rzutniki pisma, kserokopiarki, projektory, kalkulatory tradycyjne i graficzne, komputery, tablice multimedialne.

Dobór środków dydaktycznych zależy od założonych celów lekcji i metod nauczania. Nauczyciel powinien często korzystać ze środków dydaktycznych, urozmaicając ich zakres i wzbogacając proces nauczania.

Do realizacji niniejszego programu nieodzowne jest wykorzystywanie **kalkulatorów graficznych i komputerów oraz wszystkich innych wymienionych wyżej pomocy dydaktycznych**. Narzędzia te inspirują do twórczej pracy wielu uczniów oraz znacznie ułatwiają obliczenia i wizualizację matematyki.

7. Projekt ewaluacji programu nauczania

Tabela 2: projekt ewaluacji autorskiego programu nauczania rozwijania MKKE

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania (badawcze)	kluczowe	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych/raport
Przed rozpoczęciem realizacji	Projekt autorskiego programu nauczania	1. Czy dokument programowy informuje o tym, przedmiotu lub zakresu przedmiotów dotyczy?	dokument informuje o tym, jakiego przedmiotu nauczania lub zakresu przedmiotów dotyczy?	100% odpowiedzi TAK	Studium przypadku ; analiza wyników diagnozy implementacji KK oraz danych z arkusza oceny programu.	Klasa technikum informatycznego ZSZ w Pińczowie	
Przed rozpoczęciem realizacji	Projekt autorskiego programu nauczania	2. Czy dokument programowy podaje informację o jego autorze i jego doświadczeniu zawodowym?	dokument podaje informację o jego autorze i jego doświadczeniu zawodowym?				
		3. Czy dokument programowy precyzuje typ szkoły, dla którego jest przeznaczony?	dokument precyzuje typ szkoły, dla którego jest przeznaczony?				
		4. Czy cele programu uwzględniają uwarunkowania lokalne i regionalne (wnioski i rekomendacje diagnoz)?	cele programu uwzględniają uwarunkowania lokalne i regionalne (wnioski i rekomendacje diagnoz)?				
		5. Czy dokument programowy określa liczbę godzin nauki?	dokument określa liczbę godzin nauki?				
		6. Czy cele określone w programie obejmują w całości Podstawę Programową?	cele określone w programie obejmują w całości Podstawę Programową?				
		7. Czy cele edukacyjne określone w programie uwzględniają w całości problematykę Kompetencji Kluczowych w zakresie matematyki?	cele edukacyjne określone w programie uwzględniają w całości problematykę Kompetencji Kluczowych w zakresie matematyki?				
		8. Czy cele edukacyjne określone w programie uwzględniają kierunek kształcenia zawodowego danej szkoły i klasy?	cele edukacyjne określone w programie uwzględniają kierunek kształcenia zawodowego danej szkoły i klasy?	100% odpowiedzi TAK			
		9. Czy materiał nauczania jest trafnie dobrany do założonych celów?	materiał nauczania jest trafnie dobrany do założonych celów?				
		10. Czy materiał nauczania uwzględnia wszystkie treści określone w podstawie programowej?	materiał nauczania uwzględnia wszystkie treści określone w podstawie programowej?				
		11. Czy materiał nauczania jest właściwie ustrukturyzowany?	materiał nauczania jest właściwie ustrukturyzowany?				
		12. Czy w programie	w programie				



Przed rozpoczęciem realizacji	Projekt autorskiego programu nauczania	<p>określone zostały procedury osiągania celów szczegółowych?</p> <p>13. Czy program określa wyniki kształcenia (osiągnięcia uczniów)?</p> <p>14. Czy program określa sposoby oceniania osiągnięć uczniów?</p> <p>15. Czy przewidziane osiągnięcia uczniów są adekwatne do założeń Kompetencji Kluczowych?</p> <p>16. Czy zaplanowane wyniki kształcenia są zgodne ze standardami wymagań egzaminacyjnych?</p> <p>17. Czy w dokumencie określone zostały założenia dydaktyczne koncepcji programu?</p> <p>18. Czy w programie określone zostały założenia wychowawcze?</p> <p>19. Czy dokument programowy rekomenduje określone metody pracy, zapewniające: osiągnięcie wskazanych celów, motywowanie i indywidualizację pracy z uczniem;</p> <p>20. Czy dokument programowy określa niezbędne warunki realizacji programu: lokal i jego wyposażenie, kwalifikacje nauczyciela;</p> <p>21. Czy dokument programowy wskazuje: podręczniki, książki pomocnicze dla ucznia i nauczyciela; inne materiały, które szczególnie wspomogą pracę nauczyciela i ucznia, środki dydaktyczne;</p> <p>22. Czy program może zostać zrealizowany w przewidzianym czasie?</p> <p>23. Czy dokument zawiera projekt ewaluacji programu?</p> <p>24. Czy program spełnia formalne wymagania określone rozporządzeniem MEN z dn. 06.01.2009?</p>	100% odpowiedzi TAK			
-------------------------------	--	---	---------------------------	--	--	--



Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych/raport
W czasie realizacji programu	Skuteczność programu	1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu?	Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas	Analiza dokumentów		Raport ewaluacyjny
		2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	Zakupienie pomocy dydaktycznych	Analiza dokumentów		Raport ewaluacyjny
		3. Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły?	Wzrost o 20% liczby hospitacji dyrektora; udział n-la w doskonaleniu zawodowym	Analiza dokumentów		Raport ewaluacyjny
	Skuteczność programu	4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizując program?	Przewaga metod aktywizujących nad podającymi	Analiza dokumentów.		Raport ewaluacyjny
W czasie realizacji programu	Skuteczność programu	5. Jaki jest poziom osiągnięć uczniów?	Konieczny poziom osiągnięć ($p > 0,50$)	Pomiar dydaktyczny: test na wstępie uczniów po każdej klasie. Analiza dokumentów. Obserwacja		Raport ewaluacyjny . Promocja projektu
Na koniec realizacji programu		6. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu?	Wskaźnik aprobaty na poziomie „raczej tak”	Ankietywanie uczniów	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny . Promocja projektu. Promocja szkoły w środowisku.
Na koniec realizacji programu		7. W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów zakresie rozwoju MKKE?	Wzrost o min. 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE	Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”	Wszyscy uczestnicy	Raport ewaluacyjny . Promocja projektu – konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie.
Po pewnym		7. Na ile trwałe są zmiany w zakresie nabytych	Wzrost minimum o	Analiza dokument	Wszyscy uczestnicy	



czasie od realizacji programu		wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?	20% średniego wyniku matur dokumentó w matematyki	ów (z wynikami egzaminu maturalnego).		
-------------------------------	--	---	---	---------------------------------------	--	--

Bibliografia

- [1] S. Dabiński, *Diagnoza implementacji Kompetencji Kluczowych w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych i regionalnych oświaty i rynku pracy*; ZSZ w Pińczowie: Lublin 2009
- [2] P. Grabowski, *Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum – kształcenie ogólne w zakresie podstawowym*; Wydawnictwo Nowa Era; Warszawa 2008
- [3] E. Jakuba, P. Nodzyński, J. Szut, *Matematyka przyjemna i pożyteczna – program nauczania*; Wydawnictwo Szkolne PWN; Warszawa 2002
- [4] H. Komorowska, *O programach prawie wszystko*; WSiP; Warszawa 1999
- [5] Z. Krygowska, *Zarys dydaktyki matematyki*; WSiP; Warszawa 1977
- [6] M. Sobczak, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*; Lublin 2009
- [7] S. Turnau, *Wykłady o nauczaniu matematyki*; Warszawa 1990

Autor
Zofia Marcinkowska

MATEMATYKA

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

**Technikum Informatyczne
w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych Nr 2
im. Hetmana Stefana Czarnieckiego
we Włoszczowie**

*Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Wstęp.....	5
Uwarunkowania realizacji programu.....	7
1. Cele ogólne.....	9
1.1. Cele nauczania wynikające z kompetencji matematycznej.....	9
1.2. Cele nauczania wynikające z profilu zawodowego.....	9
1.3. Cele nauczania wynikające z podstawy programowej.....	10
1.4. Cele nauczania wynikające ze standardów wymagań.....	11
1.5. Zakładane cele ogólne.....	11
2. Szczegółowe cele edukacyjne.....	13
3. Treść nauczania.....	20
4. Oczekiwane osiągnięcia matematyczne ucznia.....	23
4.1. Klasa I technikum.....	23
4.2. Klasa II technikum.....	28
4.3. Klasa III technikum.....	31
4.4. Klasa IV technikum.....	35
5. Przydział godzin na realizację działów.....	39
10. Procedury osiągania celów.....	40
11. Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycje metod ich oceny.....	42
11.1. Osiągnięcia konieczne absolwenta technikum.....	42
11.2. Proponowane metody oceny osiągnięć ucznia.....	42
11.3. Propozycja systemu oceniania.....	44
11.4. Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia.....	44
12. Oprzyrządowanie programu.....	47
13. Projekt ewaluacji programu.....	49
Bibliografia.....	52



Wstęp

W historii cywilizacji matematyka na każdym jej etapie rozwoju była fundamentem do rozumienia otaczającego świata. Wspierała wszelką działalność człowieka i ułatwiała jego aktywność we wszystkich sferach życia.

Trudno wyobrazić sobie istnienie cywilizacji bez matematyki.

W społeczeństwie wiedzy doniosłość roli matematyki wynika z jej wszechobecności i przenikania do wszystkich dziedzin działalności człowieka. Jej znajomość jest niezbędna do prawidłowego funkcjonowania w szybko zmieniającej się rzeczywistości.

Wprowadzenie obowiązku zdawania egzaminu maturalnego z matematyki sprawia, że wśród przedmiotów szkolnych matematyka odzyskuje dawną pozycję. Choć urok „królowej nauk” podkreśla wiele pięknych cytatów, to fascynacja tym przedmiotem jest niewspółmiernie mała do należnej jej rangi.

Wśród wielu uczniów panuje przekonanie, iż nie są w stanie opanować matematyki w stopniu zapewniającym im sukces na egzaminie maturalnym. Brak wiary we własne możliwości zniechęca ich do wysiłku i pokonywania pojawiających się trudności. Z tego też powodu duża część absolwentów szkół ponadgimnazjalnych rezygnuje z podejmowania dalszego kształcenia na tych kierunkach, na których wymagana jest matematyka.

Realizowane w praktyce szkolnej dotychczasowe programy z matematyki nie przyczyniły się do zniwelowania niekorzystnej opinii o tym przedmiocie.

W tej sytuacji istnieje pilna potrzeba przełamania stereotypów, spowodowania bardziej przyjaznego postrzegania matematyki oraz podniesienia skuteczności jej nauczania.

W erze postępującej globalizacji, aby wyjść naprzeciw wyzwaniom rynku i sprostać wymaganiom gospodarki Unii Europejskiej, szkoła musi kłaść coraz większy nacisk na kształcenie kompetencji, które Parlament Europejski i Rada Unii Europejskiej określiły, jako kluczowe. W dokumencie „Kompetencje Kluczowe w uczeniu się przez całe życie – europejskie ramy odniesienia” wymienia się osiem kluczowych kompetencji niezbędnych każdemu człowiekowi do samorealizacji i rozwoju osobistego:

- Porozumiewanie się w języku ojczystym;
- Porozumiewanie się w językach obcych;
- Kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo – techniczne;
- Kompetencje informatyczne;
- Umiejętność uczenia się;
- Kompetencje społeczne i obywatelskie;
- Inicjatywność i przedsiębiorczość;
- Świadomość i ekspresja kulturalna¹

Rozwinięcie kompetencji kluczowych stanowi bazę do dalszego kształcenia i stwarza szanse elastycznego przystosowania się do ciągłych zmian na rynku pracy.

Wiodącą rolę odgrywają tu kompetencje matematyczne.

¹ „Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie” ; 2006/962/WE.

Wziąwszy pod uwagę wskazane problemy, potrzeby społeczne oraz postulaty wynikające z prawa oświatowego i zaleceń Parlamentu Europejskiego, zasadne staje się opracowanie programu uwzględniającego w szerszym wymiarze realia współczesnego świata i dokonujące się zmiany w gospodarce krajowej i europejskiej.

Autorski program kształtowania kompetencji kluczowych powstał w ramach Projektu SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI. Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej”. Jest przeznaczony dla uczniów Technikum Informatycznego w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych nr 2 im. Hetmana Stefana Czarnieckiego we Włoszczowie. Szkoła posiada wieloletnie tradycje i doświadczenie w kształceniu zawodowym. Dysponuje dobrą bazą lokalową i systematycznie wzbogaca pracownię w niezbędne środki i pomoce dydaktyczne. W chwili obecnej szkoła wyposażona jest w 60 komputerów z dostępem do Internetu, z czego 45 znajduje się w nowoczesnych pracowniach komputerowych oraz 15 komputerów w centrum multimedialnym.

Prezentowany program nauczania matematyki w zakresie podstawowym obejmuje czwarty etap edukacyjny. Zakłada się, że będzie on realizowany w wymiarze 12 godzin w czteroletnim cyklu nauczania (3+3+3+3), dzięki przydziałowi 3 dodatkowych godzin przez Dyrektora szkoły. Osiągnięciu założonych celów edukacyjnych programu będą sprzyjać wakacyjne obozy naukowe dla młodzieży w ramach Projektu Szkoła Kluczowych Kompetencji oraz wyposażenie pracowni matematycznej w nowoczesne pomoce multimedialne.

Program kształtowania kompetencji kluczowych uwzględnia Podstawę programową z matematyki dla liceum i technikum określoną Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 sierpnia 2007 roku² oraz standardy wymagań³ będących podstawą przeprowadzenia egzaminu maturalnego z matematyki od roku 2010.

Program w maksymalnym stopniu umożliwi kształcenie kluczowych kompetencji z matematyki, zgodnie z zaleceniem Parlamentu Europejskiego i Rady Unii Europejskiej.⁴

Ponadto uwzględnia potrzeby kształcenia w technikum informatycznym.

Nota o autorze

Zofia Marcinkowska- nauczyciel dyplomowany z wieloletnim doświadczeniem – w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych nr 2 im. Hetmana Stefana Czarnieckiego we Włoszczowie. Posiada wykształcenie wyższe magisterskie z zakresu matematyki oraz studia podyplomowe z matematyki i informatyki.

² Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 sierpnia 2007 roku zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz.1100).

³ Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 roku zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz. U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz.1102).

⁴ Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie” ; 2006/962/WE

Uwarunkowania realizacji programu

Diagnoza przeprowadzona dla potrzeb Projektu SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI. Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej” wykazała niezadawalający stan wiedzy startowej uczniów klas pierwszych. Braki w podstawowych sprawnościach matematycznych sięgają wcześniejszych etapów kształcenia. O słabej kondycji wiedzy matematycznej świadczy mała liczba uczniów wybierających matematykę, jako przedmiot egzaminacyjny w latach 2005 –2009.

Młodzież poddana diagnozie w 81% pochodzi z obszarów wiejskich powiatu włoszczowskiego. W gminach wiejskich województwa świętokrzyskiego ludność z ukończonym wykształceniem podstawowym stanowi 39, 9%, podczas gdy w miastach 21,5%⁵.

Znaczna część uczniów pochodzi z rodzin o niskim statusie społeczno – ekonomicznym. Obecna stopa bezrobocia kształtuje się na poziomie 15, 1 % (dane z dnia 31.03.2009 r. ze strony internetowej Powiatowego Urzędu Pracy we Włoszczowie).

Województwo świętokrzyskie należy do grupy województw o najwyższym procencie ludności korzystającej z pomocy społecznej⁶.

Pierwszoplanową rolę nauczyciela jest w tej sytuacji:

- przewartościowanie dotychczasowych preferencji życiowych uczniów i ich rodziców;
- spowodowanie wzrostu aspiracji młodzieży;
- przeciwdziałanie i przewyciężanie biernej postawy wśród uczniów;
- kształtowanie potrzeby dążenia do sukcesu;
- rozwijanie mocnych stron uczniów;
- wspieranie poczucia własnej wartości i podwyższenie samooceny uczniów;
- wzmacnianie motywacji wewnętrznej do podjęcia działań w kierunku swojego rozwoju;
- rozwinięcie aktywności i kreatywności w życiu codziennym;
- doskonalenie umiejętności komunikacyjnych i pracy zespołowej młodzieży;
- wdrożenie do formułowania własnych wniosków i sądów;
- pomoc w przewyciężaniu problemów osobistych i edukacyjnych.
- W procesie nauczania nauczyciel powinien dążyć do:
 - wyrównania ujawnionych braków w podstawowych sprawnościach matematycznych (w tym rachunkowych),
 - zwiększenia możliwości bezpośredniego wsparcia uczniów mających trudności edukacyjne spowodowane okolicznościami osobistymi, społecznymi, kulturowymi lub ekonomicznymi,
 - wyrobienia u uczniów przekonania o możliwościach wykorzystania matematyki w rozwiązywaniu problemów wynikających z codziennej sytuacji,
 - rozwijania wszystkich kluczowych kompetencji wskazanych przez Parlament Europejski;

⁵ Raport z wyników spisów powszechnych 2002 – Województwo Świętokrzyskie, Urząd Statystyczny w Kielcach

⁶ Rocznik statystyczny województwa świętokrzyskiego, 2008. Urząd Statystyczny w Kielcach.



- aktywizowanie uczniów i stwarzanie możliwości poczucia sukcesu;
- inspirowanie do samodzielnego zdobywania wiedzy, prowadzenia prac badawczych, doświadczeń i obserwacji praktycznych;
- unikanie sytuacji stresogennych i eliminowanie poczucia zagrożenia;
- stwarzanie życzliwych i partnerskich relacji z młodzieżą.

Mając na uwadze wykazane w diagnozie duże zróżnicowanie młodzieży pod względem możliwości poznawczych i uzdolnień postuluje się:

- przydzielanie uczniom zadań adekwatnych do ich predyspozycji i możliwości poznawczych oraz różnicowanie wymagań;
- kładzenie nacisku na rozumienie realizowanych treści;
- systematyczną kontrolę postępu uczniów i udzielaniem informacji zwrotnej nakierowanej na ich rozwój;
- bieżące badanie opinii uczniów na temat prowadzonych zajęć i uwzględnianie ich sugestii w planowaniu procesu dydaktycznego;
- wspieranie uczniów słabszych przy jednoczesnym stawianiu wymagań;
- częstsze nagradzanie uczniów za wykazanie się postępami w pracy.

1. Cele ogólne

1.1. Cele nauczania wynikające z kompetencji matematycznej

Kompetencje matematyczne określone w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” (MKKE) obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Kompetencje matematyczne to zdolność i chęć wykorzystywania matematycznych sposobów myślenia oraz prezentacji (wzory, modele, schematy, wykresy, tabele). Uznanie za wiodący cel kształcenia matematycznego rozwijania i doskonalenia MKKE definiowanego jako połączenia wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji jest wynikiem niemal pełnej zgodności zapisów MKKE, Podstawy programowej (PP) standardów wymagań maturalnych (ST_WYM) oraz celów kształcenia matematycznego według dydaktyków matematyki.⁷ W tej sytuacji zasadne jest przytoczenie celów MKKE dla wszystkich trzech obszarów: Wiedza, Umiejętności i Postawy.

Wiedza:

- rozumienie terminów i pojęć matematycznych - W1;
- dobrze opanowana umiejętność liczenia - W2;
- znajomość miar i struktur - W3;
- znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej - W4;
- świadomość pytań na które matematyka może dać odpowiedź - W5.

Umiejętności:

- stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny) - U1;
- śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny) - U2;
- przekazywać komunikaty stosując język matematyczny - U3;
- korzystać z tekstu matematycznego - U4.

Postawy:

- przejawiać szacunek dla prawdy - P1;
- dążyć do szukania przyczyn - P2;
- oceniać zasadność wnioskowania – P3.

1.2. Cele nauczania wynikające z profilu zawodowego

Wskazane poniżej cele (poza algorytmem Euklidesa i schematem Hornera) wynikające z kształcenia zawodowego w zawodzie technik informatyk są zbieżne z celami wynikającymi z podstawy programowej z matematyki dla szkół ponadgimnazjalnych.

- znajomość pojęcia algorytmu;

⁷ Sobczak, Maria, 2009, Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki; Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji: Lublin

- znajomość sposobu zapisu algorytmu;
- rozwiązywanie równania liniowego;
- rozwiązywanie równania kwadratowego;
- rozwiązywanie układu równań liniowych;
- wyznaczanie NWD i NWW (algorytm Euklidesa);
- znajomość liczb pierwszych i liczb złożonych;
- rozkład liczby naturalnej na czynniki pierwsze;
- znajomość liczb całkowitych, wymiernych i rzeczywistych;
- obliczanie wartości wielomianu;
- dzielenie wielomianu przez dwumian $(x-k)$, schemat Hornera;
- obliczanie pierwiastka kwadratowego z liczby dodatniej;
- znajomość operatorów logicznych: koniunkcji, alternatywy, negacji;
- konstruowanie i czytanie wykresów (kolumnowych, kołowych, punktowych);
- znajomość wartości bezwzględnej;
- opanowanie podstawowych sprawności rachunkowych.

1.3. Cele nauczania wynikające z podstawy programowej

- Przygotowanie do świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne odgrywają kluczową rolę;
- Przystwojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności w sytuacjach praktycznych, w szczególności:
 - usystematyzowanie wiedzy o liczbach rzeczywistych oraz nabycie sprawności wykonywania obliczeń;
 - opanowanie reguł rachunku algebraicznego;
 - wdrożenie do opisywania oraz analizy zależności i zmienności za pomocą elementarnych funkcji;
 - poznanie struktury otaczającej nas przestrzeni poprzez własności klasycznych obiektów geometrycznych: rozwój wyobraźni przestrzennej;
 - poznanie elementarnych metod analizy zjawisk statystycznych i losowych oraz najprostszych opisów kombinatorycznych.
- Przyzwyczajanie się do typowych elementów rozumowań matematycznych. W szczególności do stosowania pojęć takich jak: założenie, wniosek, dowód (także nie wprost), przykład i kontrprzykład;
- Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń;
- Wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji, stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji;
- Kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania.



1.4. Cele nauczania wynikające ze standardów wymagań

Zdający posiada umiejętności w zakresie:

Poziom podstawowy	Poziom rozszerzony
1. wykorzystania i tworzenia informacji:	
interpretuje tekst matematyczny i formułuje uzyskane wyniki	używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników
2. wykorzystania i interpretowania reprezentacji:	
używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych	rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi
3. modelowania matematycznego:	
dobiera model matematyczny do prostej sytuacji	buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia
4. użycia i tworzenia strategii:	
stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania	tworzy strategie rozwiązywania problemu
5. rozumowania i argumentacji:	
prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków	tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność

1.5. Zakładane cele ogólne

Mając na uwadze podstawę programową, standardy wymagań będące podstawą przeprowadzania egzaminu maturalnego z matematyki oraz Kompetencje matematyczne określone w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” (MKKE) wyodrębniono i sformułowano cele ogólne nauczania matematyki wspólne dla wszystkich dokumentów.

Lp.	Cele nauczania matematyki	PP	ST_WYM	MKKE
1	Przygotowanie do świadomego i pełnego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne ogrywają kluczową rolę.	1	1,2,3,4,5	U1,U2,U3,U4
2	Stworzenie podstaw wiedzy matematycznej obejmującej znajomość i rozumienie terminów i pojęć.	2	2	W1
3	Doskonalenie sprawności rachunkowych umożliwiających odniesienie sukcesu w wykonywaniu niezbędnych obliczeń pojawiających się w codziennych kontekstach życia osobistego i zawodowego oraz podczas kształcenia w zawodzie technik informatyk	2.1, 2.2	2	W2
4	Wykształcenie umiejętności operowania prostymi dobrze znanymi obiektami matematycznymi.	2.3, 2.4	2	W3, W4
5	Rozwijanie umiejętności dobierania modeli matematycznych do różnorodnych sytuacji życia codziennego.	2.3	3	W3, W4
6	Kształcenie umiejętności wykonywania modelowania matematycznego do rozwiązywania problemów w innych dziedzinach wiedzy	2.4	3	U1
7	Wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych	1, 2, 3	4	U1



	i zawodowych, a także podczas kształcenia w zawodzie technik informatyk			
8	Doskonalenie umiejętności posługiwania się językiem matematycznym oraz jego symboliką do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin wiedzy.	6	5	U3
9	Wykształcenie umiejętności konstruowania algorytmów do rozwiązywania zaistniałych sytuacji problemowych.	2.3	1	U4
10	Poznanie elementarnych metod analizowania i interpretowania zjawisk statystycznych i losowych.	2.5	2	W4, W5, U3
11	Doskonalenie umiejętności korzystania z tekstu matematycznego zamieszczonego w podręczniku lub innych źródłach wiedzy informatycznej	5	1	U4
12	Wykształcenie umiejętności samodzielnego opracowywania zagadnień matematycznych, stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych i ich weryfikacja	5	1	W5, p1, P2
13	Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny swoich sądów, przeprowadzonych rozumowań, wyciągniętych wniosków, uzyskanych obliczeń oraz nawyku uzasadniania	4	4	U1, U2, P1, P2, P3
14	Kształcenie i rozwijanie intuicji i wyobraźni matematycznej oraz przewidywania skutków podejmowanych działań podczas rozwiązywania problemów matematycznych	3	5	U1, P1, P2, P3
15	Nabycie umiejętności przeprowadzania prostych rozumowań składających się z niewielkiej liczby kroków	3	5	P2, P3

2. Szczegółowe cele edukacyjne

Uszczegółowienie przyjętych i zapisanych w punkcie 2.5. ogólnych celów nauczania matematyki.

Ad. 1.

- Zdobycie wprawy w odczytywaniu, analizowaniu i interpretowaniu informacji pochodzących z różnych źródeł dotyczących najważniejszych zjawisk społecznych i ekonomicznych z punktu aktualnego i przyszłego życia w społeczeństwie wiedzy.
- Nabycie umiejętności łączenia wybranych faktów lub informacji z kilku źródeł, radzenia sobie ze sprzecznością, argumentowania i formułowania wniosków.
- Wyrobienie nawyku kierowania się logicznym myśleniem i obiektywnym argumentowaniem przy podejmowaniu decyzji ekonomicznych stanowiących podstawę udanego życia osobistego.
- Wychowanie zdolności dostrzegania zależności funkcyjnych w życiu codziennym i interpretowania związków wyrażonych za pomocą wzorów, tabel i wykresów.
- Wdrażanie świadomego wykorzystania algorytmicznego podejścia w rozwiązywaniu napotykanym problemów w życiu codziennym i zawodowym.

Ad. 2.

Dział programowy	Podstawowe pojęcia i terminy	Uwagi
Liczby rzeczywiste	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie liczby naturalnej, pierwszej i złożonej; • cechy podzielności liczb; • pojęcie liczby całkowitej, wymiernej i niewymiernej - pojęcie ułamka dziesiętnego; • pojęcie pierwiastka kwadratowego i sześciennego; • pojęcie potęgi o wykładniku naturalnym, całkowitym, ujemnym, wymiernym; • pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej; • pojęcie logarytmu liczby dodatniej; • pojęcie notacji wykładniczej; • pojęcie procentu i punktu procentowego; • pojęcie kapitału, stopy procentowej i kapitalizacji; • pojęcie względnego i bezwzględnego błędu przybliżenia. 	
Język matematyki	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie zdania matematycznego; • pojęcie wartości logicznej zdania; • pojęcie negacji, koniunkcji alternatywnej i implikacji; • pojęcie zbioru i podzbioru; • pojęcie sumy, różnicy oraz iloczynu zbiorów; • pojęcie przedziałów: otwartego, domkniętego, lewostronnie domkniętego, prawostronnie domkniętego, nieograniczonego; • znajomość symbolicznych zapisów przedziałów; • pojęcie wartości bezwzględnej. 	
Funkcje	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie funkcji, sposoby opisu funkcji, wykres funkcji, dziedzina, miejsce zerowe, zbiór wartości, monotoniczność funkcji; • pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji; 	
Funkcja liniowa	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie funkcji liniowej i współczynnika kierunkowego; • pojęcie równania kierunkowego ogólnego prostej, wykres 	



	<p>funkcji, dziedzina miejsce zerowe, zbiór wartości, monotoniczność funkcji;</p> <ul style="list-style-type: none">• pojęcie warunku równoległości i prostopadłości prostych o równaniach kierunkowych;• pojęcia układu dwóch równań liniowych;• interpretacja geometryczna układu równań;• pojęcie układu oznaczonego, sprzecznego i nieoznaczonego.	
Funkcja kwadratowa	<ul style="list-style-type: none">• pojęcie funkcji kwadratowej;• postać ogólna funkcji kwadratowej, postać kanoniczna, postać iloczynowa;• pojęcie wyróżnika trójmianu kwadratowego, wzory na wyróżnik trójmianu kwadratowego i pierwiastki trójmianu kwadratowego;• pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji kwadratowej w przedziale;• pojęcie równania kwadratowego.	
Wielomiany	<ul style="list-style-type: none">• pojęcie jednomianu oraz wielomianu stopnia n;• pojęcie równości wielomianów;• pojęcie algorytmu dodawania, odejmowania i mnożenia wielomianów;• algorytm dzielenie wielomianu, schemat Hornera, dzielenie wielomianu przez dwumian $(x-k)$;• twierdzenie Bezouta o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $(x-k)$	
Proporcjonalność odwrotna	<ul style="list-style-type: none">• pojęcie proporcjonalności odwrotnej;• wykres proporcjonalności odwrotnej, dziedzina miejsce zerowe, zbiór wartości funkcji, monotoniczność funkcji w przedziale.	
Funkcja homograficzna	<ul style="list-style-type: none">• pojęcie funkcji homograficznej, dziedzina, miejsce zerowe, zbiór wartości.	
Wyrażenia wymierne	<ul style="list-style-type: none">• pojęcie wyrażenia wymiernego, dziedzina wyrażenia wymiernego;• pojęcie sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu wyrażeń wymiernych ;• pojęcie równania wymiernego	
Funkcja trygonometryczna	<ul style="list-style-type: none">• pojęcie funkcji sinus, cosinus, tangens, cotangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;• trygonometryczna wersja twierdzenia Pitagorasa (wzór na jedynek trygonometryczną).	
Ciągi	<ul style="list-style-type: none">• pojęcie ciągu;• wykres ciągu;• pojęcie ciągu arytmetycznego i geometrycznego ;• wzory na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego .	
Funkcja wykładnicza	<ul style="list-style-type: none">• pojęcie funkcji wykładniczej ;• wykres funkcji wykładniczej;• monotoniczność funkcji wykładniczej.	
Planimetria	<ul style="list-style-type: none">• pojęcie trójkąta, środkowej, środka ciężkości;• pojęcie trójkątów przystających, cechy przystawiania trójkątów;• pojęcie trójkątów podobnych, cechy podobieństwa trójkątów podobnych ;• twierdzenie Talesa ;• twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa ;• twierdzenie Pitagorasa;	



	<ul style="list-style-type: none">• twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;• wzory na pola trójkątów i czworokątów;• pojęcie okręgu;• wzór na długość łuku;• wzór na pole koła i wycinka koła ;• pojęcie kąta wpisanego i środkowego;• pojęcie kąta zawartego między cięciwą a styczną okręgu;• pojęcie symetralnej boku ;• pojęcie dwusiecznej kąta;• pojęcie kręgu wpisanego w trójkąt i opisanego na trójkącie;• pojęcie wielokąta wypukłego i wklęsłego;• pojęcie symetrii osiowej i figury symetrycznej względem prostej.	
Geometria analityczna	<ul style="list-style-type: none">• pojęcie odległości punktów w układzie współrzędnych;• pojęcie kąta nachylenia do dodatniej osi ox;• pojęcie odległości punktu od prostej;• równanie okręgu.	
Elementy statystyki	<ul style="list-style-type: none">• pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej;• pojęcie mediany i dominanty;• pojęcie wariancji i odchylenia standardowego;• pojęcie diagramów i wykresów-pojęcie średniej arytmetycznej.	
Elementy kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none">• pojęcie reguły mnożenia ;• pojęcie silni;• pojęcie zdarzenia elementarnego;• pojęcie zdarzenia losowego;• pojęcie sumy, różnicy i iloczynu zdarzeń;• pojęcie częstości zdarzeń;• pojęcie prawdopodobieństwa klasycznego.	
Stereometria	<ul style="list-style-type: none">• pojęcie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;• pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną;• pojęcie kąta dwuściennego;• pojęcie graniastosłupa, ostrosłupa, walca, stożka i kuli;• pojęcie pola powierzchni graniastosłupa, ostrosłupa, walca, stożka i kuli;• pojęcie objętości graniastosłupa, ostrosłupa, walca, stożka i kuli.	

Ad. 3.

- Wykonuje działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych z uwzględnieniem kolejności wykonywanych działań;
- Rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze;
- Skraca i rozszerza ułamki;
- Wykonuje działania na liczbach wymiernych;
- Porównuje liczby wymierne;
- Wykonuje działania na liczbach niewymiernych, usuwa niewymierność mianownika;
- Oblicza potęgi o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;
- Oblicza wartości pierwiastków drugiego i trzeciego stopnia;
- Wyłącza czynnik przed znak pierwiastka;
- Włącza czynnik pod znak pierwiastka;
- Zapisuje przybliżenie liczby z zadaną dokładnością;
- Wykonuje obliczenia procentowe;
- Oblicza wartość funkcji dla dowolnego argumentu;

- Oblicza miejsca zerowe;
- Wyznacza argument funkcji mając daną jej wartość;
- Oblicza pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych;
- Oblicza logarytm liczby dodatniej;
- Stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi o wykładniku naturalnym;
- Posługuje się wzorami skróconego mnożenia;
- Oblicza wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- Oblicza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej;
- Wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem;
- Oblicza odległości punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej;
- Wyznacza współrzędne środka odcinka;
- Oblicza średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i odchylenie standardowe;
- Oblicza obwody i pola figur płaskich;
- Oblicza pola powierzchni i objętość brył.

Ad. 4.

- Poprawnie wykonuje działania na liczbach i zbiorach;
- Wyznacza sumę, różnicę i iloczyn przedziałów;
- Zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane z użyciem wartości bezwzględnej;
- Przekształca wyrażenia algebraiczne (w tym z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia);
- Rozwiązuje równania liniowe;
- Rozwiązuje równania kwadratowe;
- Rozwiązuje układy równań liniowych oraz układy równań prowadzące do równań kwadratowych;
- Dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany,
- Dzieli wielomiany,
- Rozwiązuje proste równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki oraz z wykorzystaniem twierdzenia Bezouta;
- Dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne;
- Skraca i rozszerza wyrażenia wymierne;
- Rozwiązuje proste równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych;
- Rozwiązuje nierówności liniowe;
- Rozwiązuje nierówności kwadratowe;
- Sporządza wykresy funkcji: liniowej, kwadratowej, proporcjonalności odwrotnej i funkcji wykładniczej;
- Odczytuje w wykresie własności funkcji (dziedzinę funkcji, zbiór wartości, miejsca zerowe, znak wartości funkcji, największą i najmniejszą wartość funkcji);
- Wyznacza wyrazu ciągu określonego wzorem ogólnym, a także wzorem rekurencyjnym,
- Bada, czy ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny,
- Stosuje wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągów arytmetycznego i geometrycznego,
- Wykorzystuje pojęcie układu współrzędnych na płaszczyźnie;
- Posługuje się równaniem prostej w postaci ogólnej i kierunkowej;
- Bada równoległość i prostopadłość prostych;

- Interpretuje geometrycznie układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
- Posługuje się równaniem okręgu;
- Oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych;
- Oblicza odległość punktu od prostej;
- Określa wzajemne położenie prostej i okręgu;
- Wykorzystuje twierdzenie Pitagorasa oraz związki miarowe w trójkącie prostokątnym;
- Wykorzystuje twierdzenie Talesa do obliczania długości odpowiednich odcinków;
- Oblicza obwody i pola figur wymagających bezpośredniego zastosowania funkcji trygonometrycznych kąta ostrego;
- Stosuje wzory na pole i obwód podstawowych figur geometrycznych (trójkąt, czworokąt i koło);
- Oblicza obwody i pola figur płaskich, wykorzystując własności tych miar;
- Oblicza pola powierzchni i objętości brył;
- Zamienia jednostki miar pola powierzchni i objętości;
- Posługuje się jednostkami masy, czasu i prędkości;
- Sprawdza czy dane figury są podobne;
- Oblicza długości boków figur podobnych;
- Wykorzystuje skalę podobieństwa.

Ad.5.

- Opisuje związki między wielkościami liczbowymi za pomocą równań i nierówności liniowych i kwadratowych oraz ich układów;
- Posługuje się własnościami figur oraz wyobraźnią do modelowania stosunków geometrycznych, konstruowania graficznego schematu danego układu stosunków przestrzennych,
- Wyznacza związki miarowe na płaszczyźnie otaczającej nas przestrzeni;
- Rozwiązuje zadania optymalizacyjne na zastosowanie funkcji kwadratowej.

Ad. 6.

- Rozpoznaje problemy, które można rozwiązać przy pomocy równań liniowych, kwadratowych i prostych równań wymiernych;
- Rozwiązuje problemy praktyczne, których modelem matematycznym są równania, nierówność lub układ równań;
- Dostrzega wielkości, których modelem matematycznym jest funkcja wykładnicza i w prostych przypadkach buduje dla nich model;
- Wykorzystuje ciąg arytmetyczny, jako model do oprocentowania prostego;
- Wykorzystuje ciąg geometryczny do naliczenia procentu składanego;
- Wykorzystuje podobieństwo figur i funkcje trygonometryczne do pomiarów obiektów realistycznych.

Ad. 7.

- Zna i stosuje zasady naliczania oprocentowania, lokat i kredytów, marży, podatku VAT i akcyzy;
- Potrafi dokonać rozliczenia podatkowego;
- Dokonuje operacji związanych z kapitałem początkowym, końcowym, odsetkami prostymi i złożonymi oraz stopy procentowymi;
- Oblicza niezbędną ilość materiałów wykorzystując pola powierzchni lub objętość brył, przelicza jednostki;

- Dokonuje analiz giełdowych;
- Dokonuje optymalnych wyborów w sferze gier losowych i sportu.

Ad. 8.

- Kojarzy zwroty języka naturalnego z odpowiednimi terminami matematycznymi;
- Wyraża w języku matematyki informacje podane werbalnie, rysunkiem, schematem, tabelą, diagramem oraz zaobserwowane w rzeczywistości;
- Buduje wypowiedzi poprawne pod względem pojęciowym i logicznym;
- Przekształca informacje z tekstu matematycznego zapisując je w formie dogodnej do dalszych działań;
- Tworzy wypowiedzi matematyczne i wartościuje je;
- Przygotowuje i wygłasza krótki referat na wybrany referat matematyczny,
- Zapisuje symbolicznie definicje pojęć;
- Formułuje twierdzenia w postaci implikacji;
- Zapisuje symbolicznie dowody twierdzeń.

Ad. 9.

- Rozwiązuje zadania schematyczne;
- Konstruuje algorytmy do typowych sytuacji;
- Ustala związki między danymi, wydziela związki znaczące;
- Przeprowadza uogólnienie i specyfikację;
- Planuje, zapisuje plan rozwiązania i rozwiązuje zadania nieschematyczne;

Ad. 10.

- Gromadzi potrzebne dane statystyczne, dokonuje ich specyfikacji oraz przedstawia je za pomocą tabel, diagramów, grafów i wzorów;
- Interpretuje dane empiryczne przedstawione za pomocą diagramów i tabel;
- Oblicza średnie, odchylenie standardowe oraz dokonuje ich analizy i interpretacji;
- Prezentuje wyniki badań używając terminologii z zakresu języka matematycznego, używa przybliżeń.

Ad. 11.

- Analizuje przedstawione rozwiązania zadań, obliczenia i wnioski;
- Naśladuje przedstawione rozwiązania w analogicznych sytuacjach;
- Wyszukuje w materiałach źródłowych potrzebne informacje matematyczne, definicje, twierdzenia;
- Dokonuje selekcji zdobytych informacji pod kątem przydatności do rozwiązania problemu;
- Ustala relacje między wskazanymi w tekście obiektami;
- Analizuje przedstawione rozwiązania zadań, obliczenia i wnioski;
- Uzupełnia pominięte obliczenia i zastosowane skróty w rozumowaniu;
- Sporządza rysunki pomocnicze ułatwiające rozumienie informacji;
- Przekształca informacje z tekstu matematycznego zapisując je w formie dogodnej do dalszych działań;
- Poszukuje w innych źródłach wyjaśnienia nieznanymi w tekście terminów i pojęć.

Ad. 12.

- Gromadzi niezbędne informacje;
- Weryfikuje zgromadzone dane;
- Nie korzysta nieuczciwie z cudzej pracy;
- Protestuje w przypadku nieuprawnionego manipulowania danymi;

- Przygotowuje referaty, opracowuje nowy materiał dotyczący zagadnień występujących w otaczającej rzeczywistości;
- Formułuje hipotezy matematyczne oraz dokonuje ich weryfikacji;

Ad. 13.

- Sprawdza uzyskane rozwiązanie z warunkami zadania;
- Sprawdza poprawność obliczeń rachunkowych;
- Weryfikuje wyniki zadań dotyczących różnych sytuacji praktycznych;
- Ustala przyczynę błędu w obliczeniach lub rozumowaniach;
- Jest krytyczny wobec wyników swoich dociekań oraz argumentacji innych;
- Wnikliwie analizuje problem,
- Nie uogólnia bez poprzedniego upewnienia się, co do prawdziwości przesłanek.

Ad. 14.

- Wykonuje poprawne rysunki pomocnicze z zakresu geometrii płaskiej i przestrzennej;
- Rozważa różne przypadki nie ograniczając się do przypadków szczególnych;
- Sporządza siatki i modele brył;
- Wyszukuje zależności i prawidłowości;
- Dostrzega potrzeby uogólniania;
- Potrafi przenosić własności obiektów z jednych na drugie (np.: własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym na własność działań na potęgach o wykładniku wymiernym);
- Wyciąga wnioski ogólne na podstawie zależności;
- Ma świadomość, że rozumowanie przez analogię jest czasem zawodne;
- Przewiduje skutki podjętych działań;
- Rozumie potrzebę ustalania przyczyn błędów.

Ad. 15.

- Odróżnia założenie i tezę w twierdzeniu;
- Podąża za tokiem rozumowania autora dowodu;
- Zna ideę dowodu nie wprost i potrafi ją wykorzystać w prostych przypadkach;
- Rozumie różnicę między dowodem twierdzenia a przykładem potwierdzającym jego prawdziwość;
- Zaprzecza twierdzenie;
- Podważa prawdziwość tezy twierdzenia podając kontrprzykład;
- Stosuje w praktyce przyswojone schematy rozumowań;
- Stosuje prawa logiczne: podwójnego przeczenia, de Morgana, przechodniości implikacji.

3. Treść nauczania

1. Liczby rzeczywiste

- Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory;
- Liczby naturalne (liczby pierwsze i liczby złożone), liczby całkowite, liczby wymierne (porównywanie i przedstawianie w różnych postaciach - ułamek zwykły, dziesiętny) i liczby niewymierne (rozpoznawanie liczb niewymiernych, usuwanie niewymierności z mianownika);
- Wyznaczanie NWD i NWW (algorytm Euklidesa);
- Potęga o wykładniku całkowitym;
- Potęga o wykładniku wymiernym;
- Wykonywanie działań na potęgach o wykładniku całkowitym i wymiernym;
- Pojęcie błędu przybliżenia;
- Wyznaczanie przybliżenia dziesiętnego danej liczby rzeczywistej zadaną dokładnością (również z użyciem kalkulatora);
- Szacowanie wyniku obliczeń !1 z zadaną dokładnością;
- Obliczenia procentowe.

2. Język matematyki

- Posługiwanie się procentem w rozwiązywaniu zadań;
- Podstawowe pojęcia rachunku zdań: zdanie, negacja zdania, spójniki logiczne;
- Prawa logiczne: podwójnego przeczenia, de Morgana, przechodności implikacji;
- Zbiory. Operacje na zbiorach (suma, iloczyn i różnica);
- Oś liczbowa. Przedziały na osi liczbowej;
- Wyznaczanie sumy iloczynu i różnicy przedziałów oraz innych podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych;
- Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej;
- Własności wartości bezwzględnej;
- Interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej.

3. Funkcje i ich własności.

- Pojęcie funkcji;
- Określanie funkcji (wzorem, tabelką, wykresem, grafem, opisem słownym);
- Wyznaczanie dziedziny funkcji, jej miejsc zerowych, zbioru wartości, wartości największej i najmniejszej w danym przedziale, przedziałów monotoniczności, znaku funkcji;
- Zastosowanie funkcji do opisu zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu;
- Przesuwanie wykresu wzdłuż osi OX i osi OY;
- Przekształcenia wykresu funkcji przez symetrię względem osi.

4. Funkcja liniowa.

- Pojęcie funkcji liniowej;
- Sporządzanie wykresu funkcji liniowej;
- Wyznaczanie wzoru funkcji na podstawie wykresu;
- Interpretacja współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego wzoru funkcji liniowej;

- Równanie prostej na płaszczyźnie;
 - Warunek równoległości i prostopadłości prostych zapisanych w postaciach kierunkowych;
 - Interpretacja geometryczna układu dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
 - Półpłaszczyzna- opis za pomocą nierówności
- 5. Funkcja kwadratowa.**
- Sporządzanie wykresu funkcji kwadratowej, odczytywanie własności z wykresu;
 - Wyznaczanie miejsc zerowych funkcji kwadratowej;
 - Przedstawianie wzoru funkcji kwadratowej w różnych postaciach (ogólnej, iloczynowej, kanonicznej);
 - Wyznaczanie najmniejszej i największej wartości funkcji kwadratowej w przedziale);
 - Rozwiązywanie praktycznych zadań optymalizacyjnych z wykorzystaniem własności funkcji kwadratowej;
 - Równania i nierówności stopnia drugiego;
 - Rozwiązywanie zadań o kontekście realistycznym prowadzących do równań i nierówności stopnia drugiego.
- 6. Planimetria.**
- Zastosowanie własności kątów środkowych, kątów wpisanych oraz kąta między styczną i cięciwą,
 - Twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem;
 - Cechy podobieństwa trójkątów;
 - Twierdzenie Pitagorasa;
 - Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;
 - Wyznaczanie związków miarowych w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii;
- 7. Wielomiany.**
- Wielomiany.
 - Działania na wielomianach, dodawanie, odejmowanie i mnożenie;
 - Obliczanie wartości wielomianu;
 - Dzielenie wielomianów, schemat Hornera;
 - Twierdzenie Bezouta;
 - Rozwiązywanie równań i nierówności wielomianowych z jedną niewiadomą poprzez rozkład na czynniki, stosując: wyłączanie wspólnego czynnika, grupowanie wyrazów oraz stosując wzory skróconego mnożenia;
- 8. Wyrażenia wymierne.**
- Proporcjonalność odwrotna jej wykres i własności;
 - Przesuwanie wykresu o wektor;
 - Rozwiązywanie zadań praktycznych związanych z proporcjonalnością odwrotną;
 - Wyrażenia wymierne i ich dziedzina;
 - Wyznaczanie liczbowej wartości wyrażenia wymiernego;
 - Działania na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie);
 - Rozwiązywanie prostych równań wymiernych;
 - Rozwiązywanie zadań realistycznych prowadzących do rozwiązywania prostych równań wymiernych;



9. Funkcje wykładnicze i logarytmy.

- Potęga o wykładniku rzeczywistym i jej własności;
- Pojęcie i własności logarytmu;
- Funkcja wykładnicza, wykres i własności;
- Rozwiązywanie zadań realistycznych na zastosowanie funkcji wykładniczej;

10. Ciągi liczbowe.

- Definicja (również rekurencyjna) i przykłady ciągów liczbowych;
- Ciąg arytmetyczny i geometryczny;
- Wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego i geometrycznego;
- Wzór na sumę n początkowych wyrazów tych ciągów;
- Procent składany;
- Oprocentowanie lokat i kredytów;

11. Geometria analityczna

- Odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej;
- Odległość punktu od prostej,
- Współrzędne środka odcinka;
- Równanie okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$,

12. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka.

- Elementy kombinatoryki: zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych;
- Zasada mnożenia;
- Definicja klasyczna prawdopodobieństwa i jej zastosowanie do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych.

13. Elementy statystyki opisowej.

- Odczytywanie i interpretowanie danych statystycznych z tabel, diagramów i wykresów;
- Przedstawianie danych empirycznych w postaci tabel, diagramów i wykresów;
- Obliczanie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany i odchylenia standardowego oraz ich interpretacja;

14. Stereometria.

- Własności podstawowe figur przestrzennych: graniastosłupów (prostych, prawidłowych) i ostrosłupów;
- Wzajemne położenie krawędzi i ścian brył, kąt nachylenia prostej do płaszczyzny i kąt dwuścienny;
- Własności brył obrotowych: kuli, walca, stożka;
- Wyznaczanie związków miarowych w bryłach z zastosowaniem trygonometrii.



4. Oczekiwane osiągnięcia matematyczne ucznia

4.1. Klasa I technikum

Dział I. LICZBY RZECZYWISTE

Temat	Materiał nauczania	Osiągnięcia ucznia	Uwagi
Rozkład na czynniki pierwsze	Dzielnik liczby naturalnej, liczby pierwsze, liczby złożone, cechy podzielności liczb, rozkład na czynniki pierwsze NWW i NWD, algorytm Euklidesa.	Zna cechy podzielności liczb oraz określić liczb pierwszych i złożonych, wyznacza dzielniki danej liczby naturalnej, rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze, wyznacza NWW i NWD	Kształce nie zawodowe
Liczby całkowite. Liczby wymierne.	Określenie liczby całkowitej i wymiernej, działania na liczbach wymiernych.	Rozpoznaje liczby całkowite, wymierne, skraca i rozszerza ułamki, porównuje liczby wymierne, zaznacza liczby wymierne na osi liczbowej, wykonuje obliczenia na liczbach wymiernych (w tym działania łączne).	
Liczby niewymierne.	Przykłady liczb niewymiernych. Zaznaczanie liczb niewymiernych na osi liczbowej. Twierdzenie Pitagorasa.	Rozróżnia liczby niewymierne, zaznacza na osi liczbowej punkty odpowiadające liczbom niewymiernym, porównuje liczby niewymierne, usuwa niewymierność z mianownika. Zna twierdzenie Pitagorasa	
Pierwiastek z liczby nieujemnej	Pojęcie pierwiastka kwadratowego i sześciennego, własności działań na pierwiastkach, działania na liczbach niewymiernych, konstrukcja \sqrt{n} .	Zna określenie pierwiastka kwadratowego oraz pierwiastka trzeciego stopnia, wyłącza czynnik przed znak pierwiastka, włącza czynnik przed znak pierwiastka, zna i stosuje własności działań na pierwiastkach.	
Pierwiastek nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej	Pojęcie pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby ujemnej.	Zna określenie pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby ujemnej, zna i stosuje własności działań na pierwiastkach	
Zastosowanie przekształceń algebraicznych.	Wzory skróconego mnożenia, usuwanie niewymierności z mianownika	Zna wzory skróconego mnożenia i stosuje je w przekształceniach algebraicznych, usuwa niewymierność z mianownika stosując wzór na różnicę kwadratów.	
Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej.	Ułamki dziesiętne, rozwinięcie dziesiętne liczb wymiernych, rozwinięcie dziesiętne liczb niewymiernych. Zamiana rozwinięcia dziesiętnej liczby wymiernej na ułamek zwykły i odwrotnie.	Wyznacza postać dziesiętną liczby wymiernej, zamienia rozwinięcia dziesiętne liczby wymiernej na ułamek zwykły i odwrotnie.	
Potęga o wykładniku całkowitym.	Definicja potęgi o wykładniku naturalnym i całkowitym ujemnym. Prawa działań na potęgach	Zna definicję potęgi o wykładniku całkowitym i stosuje ją w obliczeniach, zna i stosuje w obliczeniach własności działań na potęgach.	



Potęga o wykładniku wymiernym.	Definicja potęgi o wykładniku wymiernym oraz prawa działań na potęgach.	Zna definicję potęgi o wykładniku wymiernym i stosuje ją w obliczeniach, zna i stosuje w obliczeniach własności działań na potęgach.	
Potęga o wykładniku rzeczywistym	Informacja o własnościach potęg o wykładniku rzeczywistym.	Stosuje w obliczeniach własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym.	
Notacja wykładnicza.	Określenie notacji wykładniczej dla bardzo małych i dużych liczb.	Zna definicję notacji wykładniczej, zapisuje liczbę w notacji wykładniczej i odwrotnie.	
Przybliżenia. Błąd bezwzględny i względny	Reguła zaokrąglania liczb. Błąd przybliżenia. Przybliżenie z nadmiarem oraz przybliżenie z niedomiarem.	Zna regułę zaokrąglania liczb, prawidłowo przybliży zadaną dokładnością liczbę zapisaną w postaci rozwinięcia dziesiętnego, szacuje wartość wyrażenia liczbowego oraz błąd przybliżenia.	
Obliczenie procentowe.	Obliczanie procentu danej liczby. Obliczanie, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba. Wyznaczanie liczby, gdy dany jest jej procent.	Oblicza procent danej liczby, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba oraz wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent.	
Procenty wokół nas	Obliczenia procentowe Punkty procentowe Diagramy procentowe Lokaty i kredyty	Stosuje obliczenia procentowe w zadaniach z życia codziennego (obniżka, podwyżka, oprocentowanie kredytów i lokat, podatek VAT)	MKKE
Powtórzenie wiadomości o liczbach rzeczywistych	Liczby rzeczywiste, własności, działania.	Doskonali umiejętności wykonywania działań w zbiorze R.	
Praca klasowa, omówienie i poprawa	Liczby rzeczywiste.	Dokonyuje oceny efektów własnego uczenia się.	

Dział II. JĘZYK MATEMATYKI. ELEMENTY LOGIKI. ZBIORY

Temat	Materiał nauczania	Osiągnięcia ucznia	Uwagi
Zdanie logiczne	Pojęcie zdania matematycznego, pojęcie wartości logicznej zdania	Rozpoznaje zdanie prawdziwe lub fałszywe w sensie matematycznym, formułuje zdanie prawdziwe lub fałszywe w sensie matematycznym	MKKE
Negacja, koniunkcja, alternatywa zdań	Negacja zdania i wartość logiczna negacji, koniunkcja zdań, wartość logiczna koniunkcji, alternatywa zdań, wartość logiczna alternatywy	Zna wartości logiczne negacji, koniunkcji, alternatywy zdań, podaje przykłady negacji zdania, koniunkcji zdań, alternatywy zdań, określa wartość logiczną negacji, koniunkcji, alternatywy zdań.	MKKE
Implikacja i równoważność	Implikacja zdań, wartość logiczna implikacji, równoważność zdań, wartości logiczne równoważności zdań	Zna wartości logiczne implikacji i równoważności zdań, podaje przykłady implikacji równoważności zdań, określa wartość logiczną implikacji i równoważności zdań	MKKE
Wybrane prawa logiczne i ich zastosowanie	Prawa rachunku zdań Prawo podwójnego przeczenia, prawo de Morgana, prawo przechodniości	Zna wybrane prawa rachunku zdań, sprawdza prawdziwość zdań stosując prawa rachunku zdań	MKKE
Podstawowe pojęcia z teorii	Element zbioru, oznaczenia zbiorów liczbowych: N, C, W, NW, R. Zbiór skończony, zbiór nieskończony. Zbiór pusty i jego	Zna pojęcia: zbiór, element zbioru, zbiór pusty i jego symboliczne oznaczenie, element należy do zbioru, element nie należy do zbioru	



zbiorów.	symboliczne oznaczenie. Element należy do zbioru, element nie należy do zbioru. Podzbiór danego zbioru, zawieranie się zbiorów.	oznaczenia zbiorów liczbowych: N, C, W, NW, R oraz podzbiór danego zbioru., Zawieranie się zbiorów Podaje przykłady zbiorów skończonych i nieskończonych.	
Działania na zbiorach.	Definicja i zapis symboliczny: iloczynu zbiorów, sumy zbiorów, różnicy zbiorów.	Zna definicję i zapis symboliczny: iloczynu zbiorów, sumy zbiorów, różnicy zbiorów.	
Przedziały i działania na przedziałach.	Końce przedziału. Przedział ograniczony, przedział nieograniczony. Przedział otwarty, przedział domknięty (obustronnie, lewostronnie, prawostronnie). Zaznaczanie przedziałów na osi liczbowej. Działania na przedziałach (suma, iloczyn i różnica).	Zna pojęcia: końce przedziału, przedział ograniczony, przedział nieograniczony, przedział otwarty, przedział domknięty (obustronnie, lewostronnie, prawostronnie). Zaznacza przedziały na osi liczbowej oraz wykonuje działania na przedziałach (suma, iloczyn i różnica).	
Wartość bezwzględna liczby.	Definicja wartości bezwzględnej. Interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej. Własności wartości bezwzględnej, zapisywanie przedziałów za pomocą wartości bezwzględnej.	Zna i rozumie definicję wartości bezwzględnej oraz jej interpretację geometryczną. Zna i stosuje własności wartości bezwzględnej.	
Równania i nierówności z wartością bezwzględną.	Rozwiązywanie prostych równań i nierówności z wartością bezwzględną z wykorzystaniem interpretacji geometrycznej	Rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną stosując własności wartości bezwzględnej i interpretacją geometryczną.	

Dział III. FUNKCJE

Temat	Materiał nauczania	Osiągnięcia ucznia	Uwagi
Pojęcie funkcji i sposoby jej opisywania.	Definicja funkcji. Wykres funkcji. Sposoby opisywania funkcji.	Zna definicję funkcji oraz wykresu, rozpoznaje funkcje wśród przyporządkowań, oraz określa funkcje na różne sposoby, podaje dziedzinę funkcji i rysuje jej wykres.	
Dziedzina i miejsca zerowe funkcji.	Wyznaczanie dziedziny funkcji zadanej wzorem. Definicja miejsca zerowego funkcji.	Określa dziedzinę funkcji oraz oblicza miejsca zerowe funkcji.	
Odczytywanie własności funkcji z wykresu.	Definicja zbioru wartości funkcji. Odczytywanie z wykresu: dziedziny funkcji, zbioru wartości funkcji, miejsca zerowe funkcji, zbioru argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości ujemne lub dodatnie, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie, maleje, ma stały znak.	Zna definicję zbioru wartości funkcji, odczytuje dziedzinę, zbiór wartości funkcji, miejsca zerowe oraz argumenty dla których funkcja przyjmuje wartości ujemne lub dodatnie, rysuje wykres funkcji o zadanych podstawowych własnościach.	
Odczytywanie własności funkcji z wykresu.	Odczytywanie własności funkcji z wykresu: przedziały monotoniczności, wartość największa i najmniejsza funkcji. Funkcja opisana przy użyciu klamry.	Odczytuje własności funkcji z wykresu: wartość największa i najmniejsza funkcji. Przedziały monotoniczności. Rysuje wykres funkcji określonej za pomocą klamry i określa jej własności.	
Przesuwanie wykresu funkcji wzdłuż osi.	Przesunięcie wykresu funkcji wzdłuż osi OX, OY. Wzór funkcji po przesunięciu.	Przesuwa wykres funkcji wzdłuż osi OX, OY. Wyznacza wzór funkcji po przesunięciu.	



Przekształcanie wykresu przez symetrię względem osi układu współrzędnych.	Symetria wykresu funkcji względem osi: OX, OY.	Przekształca wykres funkcji w symetrii względem osi: OX, OY. Podaje wzór funkcji po przekształceniu.	
Funkcje i ich zastosowanie w otaczającym świecie.	Zależności funkcyjne zaczerpnięte z różnych dziedzin życia.	Odczytuje z tabel wykresów funkcji lub ich wzorów informacje dotyczące sytuacji praktycznych lub zjawisk z różnych dziedzin życia. Interpretuje i przetwarza odczytane informacje. Opisuje za pomocą funkcji zależności występujące w różnych sytuacjach praktycznych życia codziennego.	MKKE
Praca klasowa, omówienie i poprawa	Funkcje i zastosowania	Dokonuje oceny efektów własnego uczenia się.	

Dział IV. FUNKCJA LINIOWA

Temat	Materiał nauczania	Osiągnięcia ucznia	Uwagi
Funkcja liniowa i jej własności.	Definicja funkcji liniowej. Współczynnik kierunkowy. Zbiór wartości funkcji liniowej. Miejsca zerowe funkcji liniowej. Monotoniczność funkcji liniowej.	Zna definicja funkcji liniowej. Wyznacza punkty przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu oraz wie jak w zależności od współczynników funkcji zmieniają się jej własności.	
Równanie prostej na płaszczyźnie.	Równanie kierunkowe prostej. Równanie ogólne prostej.	Zna równanie kierunkowe i ogólne prostej, sprawdza, czy punkt należy do prostej oraz wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty.	
Współczynnik kierunkowy prostej.	Współczynnik kierunkowy prostej oraz jego interpretacja.	Oblicza współczynnik kierunkowy prostej do której należą dwa punkty, wyznacza równanie prostej przy zadanych warunkach..	
Równoległość i prostopadłość prostych	Warunek równoległości i prostopadłości prostych.	Zna warunek równoległości i prostopadłości prostych. Wyznacza równanie prostej równoległej, prostopadłej do zadanej prostej.	
Układy równań liniowych.	Algebraiczne metody rozwiązywania układów równań liniowych: metoda podstawiania i metoda przeciwnych współczynników. Definicja układu oznaczonego, sprzecznego i nieoznaczonego.	Zna i stosuje algebraiczne metody rozwiązywania układów równań liniowych: metodę podstawiania i metodę przeciwnych współczynników. Rozróżnia i nazywa układ oznaczony, spreczny i nieoznaczony.	
Interpretacja geometryczna układu równań liniowych.	Interpretacja geometryczna układu oznaczonego, sprzecznego i nieoznaczonego. Graficzne rozwiązanie układu równań.	Zna interpretację geometryczną układu oznaczonego, sprzecznego i nieoznaczonego. Rozwiązuje graficznie układ równań.	
Układy nierówności liniowych	Interpretacja geometryczna nierówności z dwiema niewiadomymi, pojęcie półpłaszczyzny otwartej i domkniętej, ilustracja geometryczna układu nierówności	Zna interpretację geometryczną nierówności z dwiema niewiadomymi oraz pojęcie półpłaszczyzny otwartej i domkniętej, rozwiązuje graficznie układ nierówności z dwiema niewiadomymi.	MKKE
Rozwiązywanie zadań tekstowych	Rozwiązywanie zadań umieszczonych w kontekście praktycznym	Tworzy model matematyczny opisujący przedstawiony problem praktyczny.	MKKE



prowadzących do równania lub układu równań liniowych.			
Powtórzenie wiadomości	Funkcja liniowa i jej zastosowanie	Wykorzystuje model funkcji liniowej do rozwiązywania zadań praktycznych	MKKE
Praca klasowa, omówienie i poprawa	Funkcja liniowa i jej zastosowanie	Dokonuje oceny efektów własnego uczenia się.	

Dział V. FUNKCJA KWADRATOWA

Temat	Materiał nauczania	Osiągnięcia ucznia	Uwagi
Funkcja kwadratowa. Wykres funkcji $f(x) = ax^2$.	Definicja funkcji kwadratowej (trójmianu kwadratowego). Parabola – wykres funkcji kwadratowej. Wierzchołek paraboli, oś symetrii paraboli, wartość największa, wartość najmniejsza, przedziały monotoniczności.	Zna definicja funkcji kwadratowej (trójmianu kwadratowego). Rysuje parabolę – wykres funkcji kwadratowej. Wyznacza wierzchołek paraboli, podaje wartość największą, wartość najmniejszą oraz określa przedziały monotoniczności funkcji kwadratowej.	
Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = ax^2$	Wykres funkcji otrzymanej po przesunięciu wzdłuż osi. Wzór funkcji otrzymanej po przesunięciu. Własności funkcji otrzymanej po przesunięciu.	Przesuwa wykres funkcji wzdłuż osi oraz wyznacza wzór funkcji otrzymanej po przesunięciu. Określa własności funkcji otrzymanej po przesunięciu.	
Postać kanoniczna i ogólna funkcji kwadratowej.	Definicja postaci ogólnej i kanoniczne trójmianu kwadratowego. Wyróżnik trójmianu. Współrzędne wierzchołka paraboli.	Zna postać ogólną i kanoniczną trójmianu kwadratowego oraz je wyznacza. Oblicza wyróżnik trójmianu. Wyznacza współrzędne wierzchołka paraboli.	
Równania kwadratowe. Wprowadzenie.	Rozwiązanie równania kwadratowego, jako miejsca zerowego odpowiedniej funkcji kwadratowej. Pojęcie pierwiastka. Rozwiązywanie równań metodą: wyłączania czynnika przed nawisa, stosowanie wzorów skróconego mnożenia.	Rozumie określenie rozwiązania równania kwadratowego, jako miejsca zerowego odpowiedniej funkcji kwadratowej. Zna pojęcie pierwiastka. Rozwiązuje równania metodą: wyłączania czynnika przed nawisa oraz stosuje wzory skróconego mnożenia.	
Rozwiązywanie równań kwadratowych za pomocą wzorów	Wyróżnik trójmianu kwadratowego, zależność między znakiem wyróżnika a liczbą rozwiązań równania kwadratowego, wzory na pierwiastki.	Zna wzory na pierwiastki. Interpretuje istnienie pierwiastków w zależności od znaku wyróżnika trójmianu kwadratowego.	
Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.	Definicja postaci iloczynowej (rozkład na czynniki liniowe) trójmianu kwadratowego.	Zna definicję postaci iloczynowej (rozkład na czynniki liniowe) trójmianu kwadratowego. Rozkłada trójmian na czynniki liniowe.	
Nierówności kwadratowe.	Określenie nierówności kwadratowej. Przybliżony wykres trójmianu. Zbiór rozwiązań nierówności kwadratowej.	Zna określenie nierówności kwadratowej. Rozwiązuje nierówności kwadratowe.	
Najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale.	Wyznaczanie najmniejszej i największej wartości trójmianu kwadratowego w podanym przedziale.	Wyznacza najmniejszą i największą wartość trójmianu kwadratowego w podanym przedziale.	



Zastosowanie funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań	Wykorzystanie funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych.	Wykorzystuje wiadomości do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych, wykorzystuje model funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań praktycznych	MKKE
Rozwiązywanie układów równań z których co najwyżej jedno jest stopnia drugiego.	Układy równań.	Rozwiązuje układy równań, z których co najwyżej jedno jest stopnia drugiego. Wykorzystuje model układu równań do rozwiązywania zadań praktycznych	MKKE
Praca klasowa, omówienie i poprawa	Funkcja kwadratowa i jej zastosowanie	Dokonuje oceny efektów własnego uczenia się.	

Dział VI. PLANIMETRIA

Temat	Materiał nauczania	Osiągnięcia ucznia	Uwagi
Trójkąty. Miara kątów w trójkącie.	Klasyfikacja trójkątów ze względu na miary kątów. Suma miar kątów w dowolnym trójkącie (dowód). Pojęcie środkowej oraz środek ciężkości trójkąta	Klasyfikuje trójkąty ze względu na miary kątów. Uzasadnia, że w dowolnym trójkącie suma miar kątów jest równa 180° . Zna i rozumie pojęcie środkowej oraz wyznacza środek ciężkości trójkąta	
Trójkąty przystające	w przystających, cechy kątów.	Zna definicję trójkątów przystających, wskazuje trójkąty przystające i zna cechy przystawiania trójkątów	
Trójkąty podobne.	Definicja trójkątów podobnych. Cecha BBB, BKB, KKK. Skala podobieństwa.	Zna i stosuje definicję trójkątów podobnych. cechy BBB, BKB, KKK. Wyznacza skalę podobieństwa.	
Wielokąty podobne.	Określenie wielokątów podobnych. Związek między skalą podobieństwa a obwodami wielokątów podobnych, polami figur i objętością brył podobnych.	Zna określenie wielokątów podobnych oraz rozumie i stosuje własności o polach figur podobnych i objętościach brył podobnych.	
Twierdzenie Talesa.	Twierdzenie Talesa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa. Podział odcinka na równe części.	Zna i rozumie twierdzenie Talesa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa. Wykonuje konstrukcyjne podział odcinka na równe części.	
Trójkąty prostokątne.	Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa. Długość przekątnej kwadratu, długość wysokości trójkąta równobocznego.	Zna i rozumie twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa. Oblicza długość przekątnej kwadratu oraz długość wysokości trójkąta równobocznego.	

4.2. Klasa II technikum

Dział I. Wielomiany

Temat	Realizowane treści	Osiągnięcia ucznia	Uwagi
Pojęcie wielomianu. Dodawanie i odejmowanie wielomianów.	Jednomian, wielomian, współczynniki wielomianu, stopień wielomianu, wielomian zerowy, wielomian przeciwny, suma i różnica wielomianów	Zna określenie jednomianu i wielomianu, wskazuje jednomian, wielomian, wykonuje dodawanie i odejmowanie wielomianów	



Mnożenie wielomianów.	Iloczyn wielomianów, wzory skróconego mnożenia, stopień iloczynu wielomianów	Wykonuje mnożenie i dzielenie wielomianów, zna związek między stopniami wielomianów a stopniem wielomianu otrzymanego z ich iloczynu	
Dzielenie wielomianów.	Algorytm dzielenia wielomianów, twierdzenie o rozkładzie wielomianów, schemat Hornera dzielenia wielomianu przez dwumian $(x-k)$	Zna algorytm dzielenia wielomianów, wykonuje dzielenia wielomianów, stosuje schemat Hornera do dzielenia wielomianów.	Kształcenie zawodowe
Twierdzenie Bezouta i jego zastosowanie	Twierdzenie Bezouta, twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $(x-a)$.	Zna twierdzenie Bezouta oraz twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $(x-a)$, wykorzystuje twierdzenie Bezouta do znajdowania pierwiastków wielomianu.	Kształcenie zawodowe
Rozkład wielomianu na czynniki.	Postać iloczynowa wielomianu, pierwiastek wielomianu	Zna twierdzenie o postaci iloczynowej wielomianu, rozkłada wielomian na czynniki,	
Równania wielomianowe.	Rozwiązywanie równań wielomianowych.	Zna pojęcie pierwiastka wielomianu, sprawdza czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, rozwiązuje równania wielomianowe	
Równość wielomianów.	Pojęcie równości wielomianów	Zna definicję równości wielomianów, sprawdza i uzasadnia warunek równości wielomianów	
Praca klasowa, omówienie i poprawa.	Wielomiany	Dokonuje oceny efektów własnego uczenia się.	

Dział II. Funkcje trygonometryczne

Temat	Realizowane treści	Osiągnięcia ucznia	Uwagi
Funkcje trygonometryczne kąta ostrego.	Definicja sinusa, cosinusa, tangensa, cotangensa kąta ostrego w trójkącie prostokątnym	Zna i stosuje definicje funkcji trygonometrycznych	
Odczytywanie wartości wartości funkcji trygonometrycznych z tablic	Zasady korzystania z tablic matematycznych przy znajdowaniu wartości funkcji trygonometrycznych dla danych kątów	Odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych dla danych kątów oraz znajduje wartości kąta, dla którego funkcja trygonometryczna przyjmuje określoną wartość.	
Związki między funkcjami trygonometrycznymi.	Jedynka trygonometryczna $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $tg \alpha \cdot ctg \alpha = 1$, $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = tg \alpha$, itd.	Zna i stosuje podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi danego kąta	
Trygonometria-zastosowania.	Zastosowanie trygonometrii w rozwiązywaniu zadań.	Stosuje trygonometrię w rozwiązywaniu zadań	MKKE
Dowodzenie tożsamości trygonometrycznych.	Dowodzenie prostych tożsamości trygonometrycznych, związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta	Sprawdza tożsamości trygonometryczne wykorzystując podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta	

Rozwiązywanie zadań z funkcji trygonometrycznych.	Rozwiązywanie zadań z funkcji trygonometrycznych	Stosuje poznane wiadomości o funkcjach trygonometrycznych w rozwiązywaniu zadań z zakresu życia codziennego	
Praca klasowa, omówienie i poprawa.	Funkcje trygonometryczne kąta ostrego.	Dokonuje oceny efektów własnego uczenia się.	

Dział III. Planimetria i geometria analityczna

Temat	Realizowane treści	Osiągnięcia ucznia	Uwagi
Pole trójkąta.	Różne wzory na obliczanie pola trójkąta. Rozwiązywanie zadań na obliczanie pola trójkąta.	Zna i stosuje różne wzory na obliczanie pola trójkąta	
Pole czworokąta	Wzory na pola czworokątów (kwadrat, prostokąt, równoległobok, romb, trapez, deltoid). Rozwiązywanie zadań na obliczanie pola czworokąta.	Zna wzory na obliczanie pól czworokątów i stosuje je w obliczeniach	
Długość okręgu i pole koła.	Pojęcie okręgu. Wzór na długość okręgu Wzór na długość łuku okręgu Wzór na pole koła i pole wycinak koła:	Zna określenie okręgu. Zna wzory na długość okręgu, długość łuku okręgu, na pole koła i pole wycinak koła oraz stosuje je w obliczeniach.	
Obliczanie pól wielokątów z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.	Rozwiązywanie zadań dotyczących pól wielokątów na zastosowanie funkcji trygonometrycznych	Rozwiązuje zadania dotyczące pól wielokątów z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.	
Odległość punktów w układzie współrzędnych.	Wzór na odległość punktów w układzie współrzędnych. Współrzędne środka odcinka. Tangens kąta nachylenia prostej do dodatniej półosi OX.	Zna wzory na odległość punktów, środek odcinka. Oblicza odległość między punktami i wyznacza środek odcinka. Wyznacza kąt nachylenia prostej do dodatniej półosi OX.	
Odległość punktu od prostej	Definicja odległości punktu od prostej. Wzór na odległość punktu od prostej.	Zna określenie i wzór na odległości punktu od prostej. Wyznacza odległość punktu od prostej.	
Odległość prostych równoległych.	Pojęcie odległości prostych równoległych	Zna i rozumie pojęcie odległości prostych równoległych	
Wzajemne położenie prostej i okręgu.	Położenie prostej i okręgu	Określa położenie prostej i okręgu	
Wzajemne położenie dwóch okręgów.	Wzajemne położenie dwóch okręgów	Określa wzajemne położenie dwóch okręgów	
Prosta i okrąg - rozwiązywanie zadań	Rozwiązywanie zadań o prostych i okręgach i ich wzajemnym położeniu	Rozwiązuje zadania o prostych i okręgach i ich wzajemnym położeniu	
Kąty w okręgu. Kąt środkowy i kąt wpisany. Kąt między cięciwą a styczną okręgu	Kąty wpisane i środkowe, twierdzenia (własności) kątów wpisanych i środkowych	Zna rodzaje kątów w okręgu oraz wskazuje je i rysuje, zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych	



Okrąg wpisany w trójkąt. Okrąg opisany na trójkącie.	Okrąg opisany na trójkącie, symetralna boku trójkąta, środek okręgu wpisanego w trójkąt; okrąg opisany na trójkącie, dwusieczna kąta, środek okręgu opisanego na trójkącie	Zna i stosuje własności okręgu wpisanego w trójkąt; zna i stosuje własności okręgu opisanego na trójkącie	
Rozwiązywanie zadań o okręgu wpisanym w trójkąt i okręgu opisanym na trójkącie.	Własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie	Zna i posługuje się własnościami: dwusiecznej kąta, symetralnej odcinka oraz okręgu opisanego w trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt w rozwiązywaniu zadań	
Czworokąty wypukłe.	Pojęcie wielokąta wypukłego i czworokąta wypukłego, przykłady czworokątów wypukłych, wklęsłych	Zna określenie czworokąta wypukłego i wklęsłego. Rozróżnia i wskazuje czworokąty wypukłe i wklęsłe	
Rozwiązywanie zadań o czworokątach.	Własności czworokątów	Zna i stosuje własności czworokątów w rozwiązywaniu zadań	
Praca klasowa, omówienie i poprawa.	Planimetria.	Dokonuje oceny efektów własnego uczenia się.	

Dział IV. Przekształcenia geometryczne na płaszczyźnie.

Symetria osiowa. Symetria osiowa na płaszczyźnie kartezjańskiej.	Definicja symetrii osiowej i figur symetrycznych względem prostej, symetria w układzie współrzędnych	Zna i rozumie określenia symetrii osiowej, wskazuje i rysuje figury osiowosymetryczne, zna i stosuje związki między współrzędnymi punktów symetrycznych względem osi układu współrzędnych	
--	--	---	--

4.3. Klasa III technikum

Dział I. Funkcje wymierne

Temat	Realizowane treści	Osiągnięcia ucznia	Uwagi
Proporcjonalność odwrotna	Definicja proporcjonalności odwrotnej, jej wykres i własności	Zna definicję proporcjonalności odwrotnej, sporządza jej wykres, rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej w sytuacjach praktycznych	
Wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$	Wykres i własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, asymptota pozioma i pionowa	Sporządza wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ i podaje jej własności	
Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ wzdłuż osi OX i osi OY	Wykresy funkcji typu: $f(x) = \frac{a}{x} + q$ $f(x) = \frac{a}{x - p}$, $f(x) = \frac{a}{x - p} + q$ i ich	Przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ wzdłuż osi OX i osi OY; podaje wzór funkcji po przesunięciu, określa własności otrzymanych funkcji	



	własności		
Funkcja homograficzna i jej wykres	Definicja funkcji homograficznej, jej wykres i własności, wyznaczanie dziedziny, zbioru wartości i miejsca zerowe funkcji homograficznej	Zna definicję funkcji homograficznej, rysuje jej wykres i określa własności, rozpoznaje równanie hiperboli wśród innych równań, wyznacza dziedzinę, zbiór wartości i miejsca zerowe funkcji homograficznej	
Wyrażenia wymierne. Działania na wyrażeniach	Przykłady wyrażen wym., dziedzina wyrażenia wymiernego, którego mianownik jest funkcją liniową lub kwadratową, wartość wyrażenia wym.; dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie wyrażen wymiernych; skracanie i rozszerzanie wyrażen wymiernych	Podaje przykład wyrażenia wymiernego, wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego; oblicza wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości liczbowej; dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne; skracca i rozszerza wyrażenia wymierne	
Proste równania wymierne	Rozwiązywanie prostych równań wymiernych prowadzących do równania liniowego lub kwadratowego.	Rozwiązuje proste równania wymierne.	
Zastosowanie funkcji wymiernej w zadaniach.	Funkcja wymierna i jej własności w zadaniach	Stosuje poznane wiadomości o funkcji wymiernej w zadaniach realistycznych	MKKE
Praca klasowa, omówienie i poprawa.	Funkcje wymierne.	Dokonuje oceny efektów własnego uczenia się.	

Dział II. Ciągi

Teamt	Realizowane treści	Osiągnięcia ucznia	Uwagi
Pojęcie ciągu.	Definicja ciągu, przykłady ciągów liczbowych i nieliczbowych, wyraz ciągu, ciągi skończone i nieskończone	Zna definicję ciągu, podaje przykłady ciągów liczbowych i nieliczbowych, wie, co to jest wyraz ciągu, rozróżnia ciągi skończone i nieskończone	
Sposoby określania ciągu.	Opis słowny ciągu, wzór ogólny ciągu, wykres ciągu, monotoniczność ciągu	Zna sposoby określania ciągu, oblicza wartość dowolnego wyrazu ciągu, gdy dany jest wzór ogólny, określa ciąg wzorem ogólnym, gdy dane są jego wyrazy, określa monotoniczność ciągu na podstawie jego wyrazów, wykresu	
Ciąg arytmetyczny.	Definicja ciągu arytmetycznego, przykłady ciągu arytmetycznego i jego własności, wzoru ogólny ciągu arytmetycznego, średnia arytmetyczna, związek między różnicą ciągu arytmetycznego a monotonicznością ciągu.	Zna definicję. Ciągu arytmetycznego, sprawdza, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym, podaje przykład ciągu arytmetycznego, oblicza średnią arytmetyczną., Podaje wzór ogólny ciągu arytmetycznego, podaje związek między różnicą ciągu arytmetycznego a monotonicznością ciągu	
Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.	Suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego. Obliczanie sumy wyrazów ciągu	Oblicza sumę wyrazów ciągu arytmetycznego	



	arytmetycznego.		
Ciąg geometryczny.	Definicja ciągu geometrycznego przykłady ciągu geometrycznego skończonego i nieskończonego, wzór ogólny wyraz ciągu geometrycznego średnia geometryczna, związek między ilorazem ciągu geometrycznego a monotonicznością ciągu	Zna definicja. Ciągu geometrycznego, sprawdza czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym, podaje przykład ciągu geometrycznego, podaje wzór ogólny ciągu geometrycznego, oblicza średnią geometryczną, podaje związek między ilorazem ciągu geometrycznego a monotonicznością ciągu	
Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	Suma n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego. Rozwiązywanie zadań dotyczących sumy ciągu geometrycznego.	Zna wzór na sumę wyrazów skończonego ciągu geometrycznego, oblicza sumę ciągu geometrycznego	
Procent składany	Przedstawienie na przykładach pojęcia procentu składanego. Wzór ogólny na kapitał końcowy przy stałej stopie procentowej przy określonym kapitale początkowym i liczbie lat oszczędzania., Pojęcie kapitalizacji, oprocentowania nominalnego i efektywnego.	R rozwiązuje zadania na zastosowanie procentu składanego	MKKE
Rozwiązywanie zadań z ciągu arytmetycznego i geometrycznego	Ciąg arytmetyczny i geometryczny w zadaniach	Stosuje poznane wiadomości o ciągu arytmetycznym i geometrycznym w zadaniach	MKKE
Praca klasowa, omówienie i poprawa.	Ciągi arytmetyczne i geometryczne.	Dokonuje oceny efektów własnego uczenia się.	

Dział III. Elementy statystyki

Temat	Realizowane treści	Osiągnięcia ucznia	Uwagi
Średnia arytmetyczna Odczytywanie i interpretowanie danych statystycznych z tabel, diagramów i wykresów	Definicja średniej arytmetycznej obliczanie średniej arytmetycznej odczytywanie danych z tabel, diagramów i wykresów, interpretowanie danych	Zna definicję średniej arytmetycznej, oblicza średnią arytmetyczną, odczytuje dane z tabel, diagramów i wykresów, interpretuje przedstawione dane statystyczne, wykonuje podstawowe obliczenia procentowe,	
Mediana i dominanta.	Pojęcie mediany i dominanty, wyznaczanie mediany i dominanty danych statystycznych	Zna określenie mediany i dominanty danych statystycznych, podaje medianę i dominantę zebranych danych statystycznych	
Pojęcie wariancji i odchylenia standardowego. Rozwiązywanie zadań.	Definicja wariancji i odchylenia standardowego, obliczanie wariancji i odchylenia standardowego	Zna i stosuje definicję wariancji i odchylenia standardowego, oblicza wariancję i odchylenie standardowe	



Pojęcie średniej ważonej. Rozwiązywanie zadań.	Definicja średniej ważonej, obliczanie średniej ważonej	Zna definicję średniej ważonej, umie obliczać średnią ważoną	
Przedstawianie danych empirycznych w postaci tabel, diagramów i wykresów.	Porządkowanie i przedstawianie danych statystycznych na wykresach i ich interpretacja, wykorzystanie arkusza kalkulacyjnego do sporządzania różnego rodzaju wykresów	Porządkuje i przedstawia dane statystyczne na wykresach i diagramach słupkowych i kołowych, wykorzystuje arkusz kalkulacyjny do sporządzania różnego rodzaju wykresów, wykonuje obliczenia procentowe, porównuje wielkości i wyraża zależność w procentach, przeprowadza analizę ilościową i jakościową przedstawionych danych	MKKE
Rozwiązywanie zadań ze statystyki opisowej.	Średnia arytmetyczna i średnia ważona oraz wariancja i odchylenie standardowe w zadaniach	Stosuje poznane wiadomości ze statystyki opisowej w rozwiązywaniu zadań	MKKE

Dział IV. Elementy kombinatoryki

Teamt	Realizowane treści	Osiągnięcia ucznia	Uwagi
Reguła mnożenia.	Reguła mnożenia, przykłady	Zna reguły mnożenia i stosuje je w obliczeniach	
Pojęcie silni.	Definicja funkcji, obliczanie silni;	Zna definicję silni i stosuje je w obliczeniach	
Rozwiązywanie zadań na zastosowanie reguły mnożenia i funkcji silni.	Rozwiązywanie zadań	Rozwiązuje zadania na zastosowanie reguły mnożenia i funkcji silni.	
Praca klasowa, omówienie i poprawa.	Statystyka i elementy kombinatoryki.	Dokonuje oceny efektów własnego uczenia się.	

Dział V. Funkcja wykładnicza. Logarytmy.

Teamt	Realizowane treści	Osiągnięcia ucznia	Uwagi
Działania na potęgach. Funkcja potęgowa.	Definicja funkcji potęgowej; wykresy funkcji potęgowych; własności działań na potęgach	Zna definicję funkcji potęgowej; rysuje wykresy funkcji potęgowych; wykonuje działania na potęgach	
Funkcja wykładnicza i jej własności	Definicja funkcji wykładniczej; wykres funkcji wykładniczej dla różnych podstaw; własności funkcji wykładniczej	Zna definicję funkcji wykładniczej; sporządza wykres funkcji wykładniczej przy różnych podstawach; określa własności funkcji wykładniczej	
Logarytm liczby dodatniej	Definicja logarytmu; obliczanie logarytmów	Zna definicję logarytmu i stosuje ją w obliczeniach	
Podstawowe własności logarytmów.	Logarytm iloczynu; logarytm ilorazu; logarytm potęgi o wykładniku naturalnym	Zna i stosuje w obliczeniach podstawowe własności działań na logarytmach: logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi o wykładniku naturalnym	
Praca klasowa, omówienie i poprawa.	Logarytmy.	Dokonuje oceny efektów własnego uczenia się.	



Dział VI. Geometria analityczna

Temat	Realizowane treści	Osiągnięcia ucznia	Uwagi
Poste na płaszczyźnie kartezjańskiej - rozwiązywanie zadań.	Równanie ogólne i kierunkowe prostej, równoległość prostych, prostopadłość prostych	Wyznacza równanie ogólne prostej, równanie kierunkowe, wyznacza równanie prostej równoległej do danej prostej i prostej prostopadłej	
Odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej. Równanie okręgu..	Długość odcinka, środek odcinka, równanie okręgu	Oblicza długość odcinka, wyznacza współrzędne środka odcinka oraz równanie okręgu	
Pola i obwody wielokątów na płaszczyźnie kartezjańskiej	Pola i obwody wielokątów w układzie współrzędnych	Oblicza pola i obwody wielokątów na płaszczyźnie kartezjańskiej	
Praca klasowa, omówienie i poprawa.	Geometria analityczna.	Dokonuje oceny efektów własnego uczenia się.	

4.4. Klasa IV technikum

Dział I. Rachunek prawdopodobieństwa

Temat	Treści nauczania	Osiągnięcia ucznia	Uwagi
Pojęcie zdarzenia losowego. Działania na zdarzeniach	Zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie losowe, zdarzenie niemożliwe, zdarzenie pewne, suma zdarzeń, iloczyn zdarzeń, różnica zdarzeń, zdarzenia rozłączne (wykluczające się), zdarzenie przeciwne	Zna i rozumie pojęcia: zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie losowe; zdarzenie niemożliwe, zdarzenie pewne, suma zdarzeń, iloczyn zdarzeń, różnica zdarzeń, zdarzenia rozłączne (wykluczające się), zdarzenie przeciwne, zapisuje symbolicznie te pojęcia	
Częstość zdarzeń	Pojęcie częstości zdarzeń, przykłady na obliczanie częstości zdarzeń	Rozumie pojęcie częstości zdarzeń, i oblicza częstość zdarzeń w doświadczeniu losowym	
Pojęcie prawdopodobieństwa klasycznego	Definicja prawdopodobieństwa klasycznego, przykłady na zastosowanie tej definicji, związek prawdopodobieństwa zdarzenia z częstością	Zna definicje prawdopodobieństwa klasycznego i stosuje ją w rozwiązywaniu zadań, rozumie związek prawdopodobieństwa z częstością	
Rozwiązywanie zadań na zastosowanie prawdopodobieństwa klasycznego	Zastosowanie poznanej definicji w rozwiązywaniu zadań praktycznych, w tym zadania maturalne	Stosuje definicję klasyczną w rozwiązywaniu zadań	
Rozkład prawdopodobieństwa	Definicja rozkładu prawdopodobieństwa danego zdarzenia, określenie zdarzeń jednakowo prawdopodobnych	Zna i stosuje definicję rozkładu prawdopodobieństwa i zdarzeń jednakowo prawdopodobnych	



Własności prawdopodobieństwa	Własności: $P(A) \geq 0$, $P(A) \leq 1$, prawdopodobieństwo zdarzenia pewnego i niemożliwego; $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$, prawdopodobieństwo sumy zdarzeń oraz prawdopodobieństwo sumy zdarzeń wykluczających się	Zna i stosuje własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań	
Rozwiązywanie zadań na zastosowanie własności prawdopodobieństwa	Stosowanie własności prawdopodobieństw w rozwiązywaniu zadań	Zna i stosuje własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań	
Doświadczenia wieloetapowe. Metoda drzewa.	Przykłady doświadczenia wieloetapowego, sporządzanie drzewa dla danego doświadczenia losowego	Rozumie doświadczenie wieloetapowe, i sporządza drzewo dla danego doświadczenia	
Rozwiązywanie zadań z prawdopodobieństwa metodą drzewa	Zastosowanie drzewa w rozwiązywaniu zadań	Sporządza drzewo dla danego doświadczenia losowego, oblicza prawdopodobieństwa, analizuje otrzymane wyniki	MKKE
Rozwiązywanie zadań z prawdopodobieństwa	Zastosowanie teorii z prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań	Stosuje poznaną teorię w rozwiązywaniu zadań na obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń, matematyzuje daną sytuację praktyczną	MKKE
Praca klasowa, omówienie i poprawa.	Rachunek prawdopodobieństwa.	Dokonuje oceny efektów własnego uczenia się.	

Dział II. Stereometria. Wielościany.

Temat	Treści nauczania	Osiągnięcia ucznia	Uwagi
Proste i płaszczyzny w przestrzeni	Położenie prostych i płaszczyzn, równoległość prostych, równoległość płaszczyzn, równoległość prostej do płaszczyzny, prostopadłość prostych w przestrzeni, prostopadłość płaszczyzn, prostopadłość prostej do płaszczyzny, proste skośne; twierdzenie o trzech prostych prostopadłych	Zna i rozróżnia wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni, rozpoznaje proste i płaszczyzny równoległe oraz proste i płaszczyzny prostopadłe, oraz proste skośne; zna i stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych	
Kąt między prostą a płaszczyzną	Pojęcie kąta między prostą i płaszczyzną	Definiuje i zaznacza kąt między prostą i płaszczyzną, oblicza miarę takiego kąta	
Pojęcie kąta dwuściennego. Obliczanie miary kąta dwuściennego.	Pojęcie kąta dwuściennego; miara kąta dwuściennego	Definiuje i zaznacza kąt dwuścienny, oblicza miarę takiego kąta	



Graniastosłupy, ich rodzaje i własności	Pojęcie graniastosłupa, graniastosłup prosty, graniastosłup prawidłowy, siatki graniastosłupa, pole powierzchni graniastosłupa	Zna definicję graniastosłupa, rozpoznaje rodzaje graniastosłupów i podaje ich własności, rysuje siatkę graniastosłupa, sporządza model, oblicza pole powierzchni graniastosłupa	
Odcinki w graniastosłupach. Przekątna graniastosłupa.	Wysokość graniastosłupa, przekątne graniastosłupa	Zna określenie wysokości graniastosłupa i przekątnej graniastosłupa, wskazuje te wielkości na modelu bryły i oblicza ich długość	
Objętość graniastosłupa. Obliczanie objętości graniastosłupów.	Jednostki objętości, pojęcie objętości graniastosłupa, wzór na objętość graniastosłupa	Oblicza objętość graniastosłupa	
Ostrosłupy, ich rodzaje i własności. Pole powierzchni ostrosłupa.	Pojęcie ostrosłupa, klasyfikacja ostrosłupów, wysokość ostrosłupa, wzór na pole powierzchni ostrosłupa	Rozróżnia ostrosłupy, klasyfikuje je, oblicza pole powierzchni ostrosłupa	
Objętość ostrosłupa. Obliczanie objętości ostrosłupa	Wzór na objętość ostrosłupa	Oblicza objętość ostrosłupa	
Rozwiązywanie zadań o wielościanach	Zastosowanie teorii w rozwiązywaniu zadań	Stosuje teorię o wielościanach w rozwiązywaniu zadań, matematyzuje sytuacje praktyczne	<i>MKKE</i>
Praca klasowa, omówienie i poprawa.	Stereometria. Wielościany.	Dokonuje oceny efektów własnego uczenia się.	

Dział III. Stereometria. Bryły obrotowe.

Temat	Treści nauczania	Osiągnięcia ucznia	Uwagi
Walec i jego własności. Pole powierzchni i objętość walca.	Walec obrotowy, pole powierzchni bocznej, pole powierzchni całkowitej, objętość walca, przekrój osiowy walca, przekrój poprzeczny walca	Obliczać pole powierzchni i objętość walca oraz pole przekroju osiowego walca	
Stożek i jego własności. Pole powierzchni i objętość stożka.	Stożek obrotowy, pole powierzchni bocznej, pole powierzchni całkowitej, objętość walca, przekrój osiowy walca, przekrój poprzeczny stożka	Obliczać pole powierzchni i objętość stożka oraz pole przekroju osiowego stożka	
Kula i jej własności. Pole powierzchni i objętość kuli.	Kula, jako bryła obrotowa, pole powierzchni kuli, objętość kuli, przekroje kuli, koło wielkie	Obliczać pole powierzchni i objętość kuli, oraz pole przekroju kuli	
Obliczanie pól powierzchni i objętości brył obrotowych.	Zastosowanie teorii w rozwiązywaniu zadań	Stosuje teorię do rozwiązywania zadań o bryłach obrotowych; matematyzuje sytuacje praktyczne	
Praca klasowa, omówienie i poprawa.	Stereometria. Bryły obrotowe.	Dokonuje oceny efektów własnego uczenia się	



Powtórzenie wybranych zagadnień z klas 1-4.	Standardy wymagań egzaminacyjnych. Kluczowe kompetencje matematyczne.	Rozwiązuje zadania i dokonuje oceny efektów własnego kształcenia	
Rozwiązywanie zestawów maturalnych.	Materiały dydaktyczne wydawnictw: Nowa Era, Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON, Oficyna Edukacyjna* Krzysztof Pazdro.	Rozwiązuje zadania i dokonuje oceny efektów własnego kształcenia.	



5. Przydział godzin na realizację działów

Klasa I – program podstawowy	Liczba godzin (3godz. x 38 tygodni =114 godz.)
1. Liczby rzeczywiste	25
2. Język matematyki	10
3. Funkcje i ich własności	15
4. Funkcja liniowa	15
5. Funkcja kwadratowa	25
6. Planimetria.	15
Godziny do dyspozycji nauczyciela	9

Klasa II – program podstawowy	Liczba godzin (3godz. x 38 tygodni =114 godz.)
1. Wielomiany	30
2. Funkcje trygonometryczne	20
3. Planimetria	15
4. Geometria analityczna	25
Godziny do dyspozycji nauczyciela.	24

Klasa III – program podstawowy	Liczba godzin (3godz. x 34 tygodni =102 godz.)
1. Funkcja wymierna	20
2. Ciągi liczbowe	30
3. Logarytmy. Funkcja wykładnicza.	10
4. Elementy statystyki opisowej.	10
5. Elementy kombinatoryki	5
6. Geometria analityczna.	15
Godziny do dyspozycji nauczyciela.	12

Klasa IV – program podstawowy	Liczba godzin (3godz. x 30 tygodni =90 godz.)
1. Rachunek prawdopodobieństwa	30
2. Stereometria	30
3. Powtórzenie materiału przed maturą	30

10. Procedury osiągnięcia celów

Przed nauczycielem matematyki rozpoczynającym pracę z młodzieżą klas pierwszych stoi wyjątkowo trudne zadanie. Decyzję o planowaniu strategii i metod kształcenia musi, bowiem poprzedzić wstępną diagnozą i rozpoznaniem potrzeb uczniów. Fakt ten wywołuje u większości uczniów liczne obawy o wyniki pierwszego sprawdzianu w nowej szkole. Na ogół, bowiem nawet najslabsi uczniowie rozpoczynają kolejny etap nauki z pozytywnym nastawieniem, chcą się zaprezentować nowym kolegom z jak najlepszej strony, dlatego test diagnozujący musi być starannie zaplanowany i przemyślany, a informacje o jego wynikach powinny być komunikowane indywidualnie. Aby zapewnić realną możliwość wyrównania ujawnionych braków w podstawowych sprawnościach matematycznych należy stworzyć listę zadań niezbędnych do opanowania na tym etapie kształcenia. W przypadku napotykanymi trudności (komentarze kolegów, śmiechy) zasadne wydaje się zastosowanie indywidualnych kart pracy. Dodatkowo można zawrzeć z rodzicami kontrakt, że będą na bieżąco wspierać i kontrolować postępy uczniów. Wskazane jest także objęcie tych uczniów opieką psychologiczną. W działalności nauczyciela nie należy zaniedbywać ucznia zdolnego. Uczniowie o dużym potencjale intelektualnym wymagają także pracy dodatkowej, stymulującej ich rozwój. Praca ta jest niezbędna, gdy chcemy ukształtować, zgodnie z oczekiwaniami i potrzebami społecznymi, człowieka aktywnego i twórczego, umiającego współpracować w grupie. W tej złożonej dla nauczyciela sytuacji konieczne jest wdrażanie najbardziej aktywizujących i najskuteczniejszych metod i form pracy.

Szczególnie cenne wydają się być takie metody aktywizujące jak:

- lista pytań;
- burza mózgów;
- studium przypadku;
- dyskusje i debaty;
- ćwiczenia;
- metody rozwijające twórcze myślenie;
- praca metoda projektu;
- praca z tekstem;
- gry dydaktyczne.

Dzięki liście pytań uczniowie stają się dociekliwi, określają zakres swoich zainteresowań. Pogłębia się ich zainteresowanie przedmiotem, umiejętność autoprezentacji i słuchania innych.

Burza mózgów jest metodą pozwalającą na wygenerowanie wielu możliwych rozwiązań bez ich wartościowania w pierwszym etapie. Stosowanie tej metody wyrabia u uczniów otwartość, życzliwe zainteresowanie, unikanie nadmiernej krytyki. Studium przypadku uczy czytania ze zrozumieniem, analizowania sytuacji, wnioskowania, uogólniania i oceniania.

Dzięki zastosowaniu dyskusji i debaty uczniowie rozwijają umiejętności komunikacyjne, uczą się logicznego myślenia, jasnego wypowiedzenia swoich sądów argumentowania, panowania nad emocjami i szanowania poglądów innych.

Praca metodą projektu może być adresowana nie tylko do pojedynczych uczniów szczególnie zainteresowanych i uzdolnionych. Podczas pracy tą metodą wyzwała się aktywność uczniów, ich inwencja i wyobraźnia. Każdy współpracujący w grupie uczeń może odnieść sukces.

Praktyka szkolna dowodzi, że nie ma uniwersalnej metody ani strategii kształcenia gwarantujących sukces edukacyjny w każdej sytuacji i z każdym uczniem. Aktywizująca może być każda metoda, jeśli wyzwała pozytywne reakcje ucznia i stwarza warunki do samodzielnego uczenia się.

W nauczaniu matematyki nie sposób pominąć elementu wykładu, czyli metody uważanej powszechnie za mało efektywną. Znajduje ona zastosowanie przy wprowadzaniu nowych i trudnych treści.

Niezależnie od stosowanych metod czynnikiem ułatwiającym uczenie się jest życzliwa postawa, właściwe relacje panujące w klasie, wzajemne zaufanie, bezpieczeństwo i akceptacja. Swoboda działania upewnia ucznia, że jest on w stanie osiągnąć stawiane przed nim cele. Uczeń powinien mieć świadomość, że może popełniać błędy podejmując działanie. Błędy te powinny być traktowane, jako naturalna sytuacja związana z prowadzeniem rozważań matematycznych, w myśl przysłowia- „Błędów nie popełnia ten, kto nic nie robi.” Badania dydaktyczne dowodzą, że znacznie dłużej pamięta się informacje zdobyte wyniku własnych poszukiwań, niż gotowe, podane przez nauczyciela. W większości przypadków praca metodami aktywizującymi oznacza potrzebę podziału na grupy. Korzyści odnoszą zarówno uczniowie jak i nauczyciele. Dzięki czynnemu udziałowi w pracy grupowej uczniowie uczą się między innymi tolerancji, życzliwości, przygotowania do publicznych wystąpień. Wzmacnia się ich wiara we własne możliwości, zaangażowanie i motywacja do pracy.

Ważnym elementem w edukacji matematycznej jest system oceniania, który powinien być prosty, czytelny i niestresujący ucznia. Nauczyciel powinien jasno określić, co ocenia, kiedy i w jaki sposób i musi być konsekwentny w swoich działaniach. Uczeń powinien mieć możliwość poprawy niesatysfakcjonującej oceny, zgodnie z zasadami określonymi w Szkolnym systemie Oceniania.

11. Opis założonych osiągnięć ucznia i propozycje metod ich oceny

11.1. Osiągnięcia konieczne absolwenta technikum

Uczeń powinien znać:

- Pojęcia własności, algorytmy dotyczące: liczb rzeczywistych, funkcji, funkcji liniowej i funkcji kwadratowej, równań i nierówności liniowych, równań i nierówności kwadratowych, układów równań liniowych, podobieństwa trójkątów, funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, wielomianów i wyrażeń wymiernych, ciągów, funkcji wykładniczych i logarytmów, kątów w kole, odległości między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej, równań okręgu, prawdopodobieństwa, statystyki i stereometrii.

Uczeń powinien umieć:

- posługiwać się pojęciami, własnościami i algorytmami dotyczącymi: liczb rzeczywistych, funkcji, funkcji liniowej i funkcji kwadratowej, równań i nierówności liniowych, równań i nierówności kwadratowych, układów równań liniowych, podobieństwa trójkątów, funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, wielomianów i wyrażeń wymiernych, ciągów, funkcji wykładniczych i logarytmów, kątów w kole, odległości między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej, równań okręgu, prawdopodobieństwa, statystyki i stereometrii;
- stosować posiadaną wiedzę do rozwiązywania zadań praktycznych, np.:
 - ✓ korzystać z procentów w zagadnieniach związanych z podatkami, ubezpieczeniami, podatkiem VAT, akcyzą, lokatami bankowymi i kredytowymi;
 - ✓ dokonywać obliczeń miarowych – obwodów pól, objętości i przybliżać wyniki z zadana dokładnością;
 - ✓ odczytywać i analizować informacje z tabel, diagramów i wykresów, wyznaczać i interpretować liczby charakteryzujące zestawy danych.
- dobierać odpowiednie modele matematyczne do prostych sytuacji problemowych i weryfikować uzyskane wyniki;
- precyzyjnie formułować i uzasadniać sądy;
- wykorzystywać urządzenia techniczne (kalkulator, komputer) w życiu codziennym.

11.2. Proponowane metody oceny osiągnięć ucznia

Ważnym elementem w edukacji matematycznej jest prawidłowo zaplanowane i przemyślane ocenianie, którego celem powinno być między innymi:

- Sprawdzanie wiadomości i umiejętności uczniów;
- Rozpoznawanie uzdolnień, zainteresowań i predyspozycji;
- Uświadomienie i wskazanie uczniowi, w jakim kierunku powinny iść jego działania, by mógł odnieść sukces;

- Psychiczne wzmocnienie ucznia (wskazywanie „mocnych” stron);
- Wdrażanie do samooceny;
- Rozbudzenie motywacji uczenia się;
- Diagnozowanie osiągnięć dydaktycznych ucznia;
- Rozpoznanie i klasyfikacja wszelkich trudnień w uczeniu się.

Wszystkie te cele są jednakowo ważne.

Nieodłącznym czynnikiem związanym z ocenianiem jest ocena, jako rezultat pracy ucznia określona stopniem szkolnym.

Ocena spełnia zasadnicze funkcje wtedy, gdy dokonywana jest zgodnie z jej podstawowymi cechami, co oznacza, że ocena musi być obiektywna, trafna, rzetelna, jawna i mobilizująca.

Zasadnicze funkcje oceny:

- **wychowawcza**; związana jest ze wspomaganiem rozwoju postaw uczniów;
- **diagnostyczna**; rozpoznaje indywidualne potrzeby ucznia;
- **informacyjna**; dostarcza informację zwrotną o wiedzy i umiejętności uczniów;
- **kontrolna**; umożliwia ustalenie stanu faktycznego w stosunku do standardów wymagań programowych;
- **metodyczna**; ułatwia analizę i krytyczną samoocenę działalności dydaktyczno – wychowawczej nauczyciela, umożliwia wdrażanie odpowiednich środków zaradczych, korygujących proces edukacyjny;
- **motywacyjna**; dopinguje ucznia do pogłębiania wiedzy;
- **dydaktyczna**; wskazuje to co uczeń już umie, a co powinien jeszcze opanować.

Wyróżnia się trzy rodzaje oceniania:

- bieżące;
- sumujące;
- długofalowe;

Ocenianie bieżące służy obserwacji rozwoju postępów ucznia. Dzięki ocenie sumującej łatwo dostrzec zróżnicowany poziom uczniów oraz przydatność stosowanych metod.

Ocena długofalowa wyznacza perspektywę działań nauczyciela, a dla ucznia jest sygnałem właściwego lub nie opanowania większej partii materiału.

Aby kontrolować wyniki nauczania, stosujemy różnorodne metody pomiaru wiedzy i umiejętności.

Metody kontroli wyników nauczania:

- kartkówki (krótkie 10 i 15 -minutowe sprawdziany pisemne pozwalające na bieżąco ocenić stopień opanowania materiału; powinny zawierać proste zadania lub pytania);
- klasówki (całogodzinne lub dłuższe sprawdziany pisemne pozwalające ocenić stopień przyswojenia całego działu programu lub nawet wiadomości z całego roku);
- testy jednokrotnego lub wielokrotnego wyboru; pozwala one sprawdzić nie tylko stan wiedzy ucznia, ale także to, czy potrafi krytycznie odnieść się do proponowanych jemu odpowiedzi;
- pisemne opracowanie danego tematu w domu, z wykorzystaniem środków multimedialnych (komputer, rzutnik);
- odpowiedź ustna ucznia lub grupy uczniów (bezpośredni kontakt ucznia z nauczycielem pozwala na dokładniejsze sprawdzenie umiejętności, a także natychmiastową korektę popełnianych błędów);

- wygłoszenie przez ucznia bądź grupę uczniów referatu (jest to forma sprawdzenie nie tylko wiedzy ucznia, lecz także jego samodzielności w opracowywaniu poszczególnych tematów).

11.3. Propozycja systemu oceniania

1. Obowiązująca skala ocen: od 1 do 6.
2. Ocenie w stopniach od 1 do 6 podlegają:
 - krótkie sprawdziany – mogą być nie zapowiedziane, z 2-3 ostatnich tematów, 6-8 sprawdzianów w trakcie semestru;
 - prace klasowe – zapowiedziane, 2-3 prace w semestrze. Oceny niedostateczne z pracy klasowej można poprawić w trakcie konsultacji, w ciągu dwóch tygodni po otrzymaniu oceny. Jeśli uczeń był na pracy klasowej nieobecny, należy pracę napisać po powrocie do szkoły, w trakcie konsultacji.
3. W czasie semestru stawiane będą również plusy i minusy. Trzy plusy dają ocenę bardzo dobrą, trzy minusy ocenę niedostateczną. Plusami i minusami oceniane będą:
 - praca ucznia na lekcji – wypowiedzi ustne, aktywność i zaangażowanie ucznia (wyróżniająca się wypowiedź – plus; kompletny brak zaangażowania, nie wykonywanie poleceń – minus);
 - prace domowe (wyróżniające się wykonanie zadania domowego – plus; brak pracy domowej – minus).
 - zadania dodatkowe (bardzo dobre wykonanie – plus)

Na podstawie otrzymanych w trakcie okresu stopni wystawiana jest łączna ocena za cały okres (śródroczna/końcoworoczna).

11.4. Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- Intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- Rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- Rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- Potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: „co jest dane?”, „Czego szukamy?”, „Jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?”, „Czy można ułożyć równanie?”, „Czy warto wykonać rysunek pomocniczy?”

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- Podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- Podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego;
- Wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- Zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;



- Sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- Korzysta z kalkulatora;
- Zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- Naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- Samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- Sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- Przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- Zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- Intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;
- Wyjaśnia, w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- Zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- Rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- Rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- Ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- Zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- Posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- Samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- Przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- Korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- Stosuje nowe twierdzenia;
- Ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego (dowodu_ twierdzenia);
- Zna dowody twierdzeń objętych programem;
- Rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- Skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- Analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- Rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych;

Stopień celujący:

Uczeń:

- Analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- Zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- Potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;



- Zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- Buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- Stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- Uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

12. Oprzyrządowanie programu

Podręczniki:

MATEMATYKA 1. Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym, podręcznik z płytą CD, Wojciech Babiański, Lech Chańko, Dorota Ponczek; Wydawnictwo Nowa Era; Warszawa 2007.

MATEMATYKA 1. Ćwiczenia i zadania dla liceum ogólnokształcącego. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym; Wojciech Babiański, Lech Chańko, Joanna Czarnowska; Wydawnictwo Nowa Era; Warszawa 2009.

MATEMATYKA 2. Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym, podręcznik z płytą CD, Wojciech

Babiański, Lech Chańko, Joanna Czarnowska; Wydawnictwo Nowa Era; Warszawa 2008.

MATEMATYKA 2. Ćwiczenia i zadania dla liceum ogólnokształcącego. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym; Wojciech Babiański, Lech Chańko, Joanna Czarnowska; Wydawnictwo Nowa Era; Warszawa 2008.

MATEMATYKA 3. Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym, podręcznik z płytą CD, Wojciech Babiański, Lech Chańko, Joanna Czarnowska; Wydawnictwo Nowa Era; Warszawa 2009.

MATURA Z MATEMATYKI OD ROKU 2010. Praca zbiorowa pod redakcją Alicji Cewe i Haliny Nahornej. Wydawnictwo Podkowa; Gdańsk 2009

Realizację celów kształcenia ułatwia wyposażenie pracowni matematycznej, nowoczesne środki i pomoce dydaktyczne

W geometrii płaskiej i przestrzennej niezbędne są przyrządy geometryczne służące do rysowania na tablicy (cyrkiel, linijka, ekierka i kątomierz). W geometrii przestrzennej realizację programu ułatwiają modele brył geometrycznych (prostopadłościan, sześcian, graniastosłupy, ostrosłupy, walec, stożek zwykły i ścięty; zarówno modele druciane, jak i wykonane kartonu czy pleksy). W prowadzeniu lekcji z rachunku prawdopodobieństwa i statystyki ułatwiają realizację programu różne generatory zdarzeń losowych (np. deska Galtona, karty do gry, kości do gry, monety, urny z kulami różnych kolorów itp.).

W realizacji wszystkich treści programowych jest użyteczna płyta CD-ROM, która jest skorelowana z podręcznikiem. Zawiera materiały do samodzielnej pracy ucznia, filmy, ciekawe ćwiczenia pomagające utrwalić nowe wiadomości, a także testy sprawdzające. W podręczniku znajdują się odsyłacze do konkretnych treści na płycie.

W technikum informatycznym zastosowanie komputera, jako narzędzia wspomagającego naukę wydaje się oczywiste. Komputer może nie tylko uatrakcyjnić tok lekcji, zaktywizować uczniów, ale przede wszystkim pomóc rozwiązać problem matematyczny, ułatwić zaprezentowanie samodzielnie zdobytej wiedzy, usprawnić sprawdzenie poprawności rozwiązywanych zadań testowych



L.p.	Niezbędne środki do realizacji programu	Środki na wyposażeniu pracowni	Brakujące środki do realizacji MKKE	Uwagi
1.	Podręczniki poziom podstawowy i rozszerzony z płytą CD Zbiory zadań	+	+	
2.	Stanowisko komputerowe		+	
3.	Rzutnik multimedialny		+	
4.	Komputerowe programy edukacyjne		+	
5.	Ekran interaktywny		+	
6.	Tablice poglądowe	+	zakup nowych	
7.	Modele brył przestrzennych	+	zakup nowych	
8.	Deska Galtona		+	
9.	Wizualizer		+	
10.	Urządzenie wielofunkcyjne		+	
11.	Kalkulatory graficzne		+	
12.	Sprawdziany diagnozujące na wstępie		+	
13.	Testy do sprawdzania osiągnięć uczniów na poszczególnych poziomach		+	
14.	Poradniki dla nauczyciela		+	



13. Projekt ewaluacji programu

Ewaluacja programu obejmuje: ocenę projektu programu oraz ocenę jego skuteczności. Ocena projektu programu obejmuje: auto ewaluację oraz ocenę dokonaną przez trenera.

Ocena skuteczność programu obejmuje:

- analizę wyników dwukrotnego pomiaru osiągnięć uczniów uczestniczących w projekcie przygotowanego i przeprowadzonego zgodnie z zasadami pomiaru dydaktycznego, przed i po realizacji programu.
- odpowiedź na szereg pytań zawartych w tabeli 2.

Produktem końcowym tej części ewaluacji programu będzie raport ewaluacyjny dający odpowiedź na pytania zawarte w tabeli 1 sporządzony przez dokonujących oceny.

Wyniki tej części ewaluacji zadecydują o zatwierdzeniu tego projektu programu do realizacji.

Produktem końcowym tej oceny będzie raport ewaluacyjny

Projekt ewaluacji autorskiego programu nauczania rozwijania MKKE

Obiekt ewaluacji: Autorski program nauczania

Próba badawcza: Klasa technikum informatycznego ZSP Nr2 we Włoszczowe

Etap ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Prezentacja danych /raport
Przed rozpoczęciem realizacji	1. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia zasoby realizatora? 2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców? 3. Czy i jakim stopniu program uwzględnia możliwości rozwijania MKKE? 4. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie? 5. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności? 6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu oceny programu?	Co najmniej 50% punktów wg arkusza oceny	Studium przypadku; analiza wyników diagnozy implementacji KK oraz danych z arkusza oceny programu.	

Obiekt ewaluacji: Skuteczność programu

Próba badawcza: Wszyscy uczestnicy

Etap ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Prezentacja danych/ra-port
W czasie realizacji programu	1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu?	Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas	Analiza dokumentów	Raport ewaluacyjny
	2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy dydaktycznych	Analiza dokumentów	Raport ewaluacyjny
	3. Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczyciela i szkoły?	Wzrost o 20% liczby hospitacji dyrektora; udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym	Analiza dokumentów	Raport ewaluacyjny
	4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizując program?	Przewaga metod aktywizujących nad podającymi	Analiza dokumentów.	Raport ewaluacyjny
Na koniec realizacji programu	5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu?	Co najmniej przeciętne wyniki w skali KI i JK arkusza	Ankietowanie uczniów	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu
Na koniec realizacji programu	6. W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów zakresie rozwoju MKKE?	Wzrost o min. 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE	Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu. Promocja szkoły w środowisku.
Po pewnym czasie od realizacji programu	7. Na ile trwały są zmiany w zakresie nabytych	Wzrost minimum o 20% średniego wyniku matur dokumentów matematyki.	Analiza dokumentów (z wynikami egzaminu	Raport ewaluacyjny. Promocja projektu – konferencja ogólnopolska.



	wiomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE?		maturalnego).	Promocja szkoły w regionie.
--	---	--	---------------	-----------------------------



Bibliografia

- [1] Babiański Wojciech, Hall Katarzyna, Ponczek Dorota, *Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum*, Warszawa 2008.
- [2] Sobczak Maria, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształcenia kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, Lublin 2009.

Autor
Włodzimierz Piasecki

MATEMATYKA
ZAKRES PODSTAWOWY

AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH

Technikum Nr 1
w Jędrzejowie

*Koordynator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*

Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Nota o autorze.....	5
Wstęp.....	7
1. Cele nauczania.....	11
1.1. Cele ogólne	11
1.1.1 Cele edukacyjne.....	11
1.1.2 Cele wychowawcze	11
2. Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania	12
2.1. Cele kształcenia	12
2.2. Cele wychowania.....	12
3. Materiał nauczania.....	14
3.1. Materiał nauczania z rozpisaniem liczby godzin na realizację poszczególnych działów.....	14
3.2. Uszczegółowiony materiał nauczania powiązany ze szczegółowymi celami kształcenia.....	15
4. Procedury osiągania celów	20
5. Opis założonych osiągnięć ucznia.....	22
5.1. Główne narzędzia kontroli.....	25
5.2. Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia.....	26
6. Procedura ewaluacji programu nauczania	28
Bibliografia.....	31





Nota o autorze

Mgr Włodzimierz Piasecki - nauczyciel matematyki w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych nr 1 im. ks. Stanisława Konarskiego w Jędrzejowie. Jest nauczycielem dyplomowanym, z pełnymi kwalifikacjami oraz wieloletnim stażem w zawodzie. Ukończył studia wyższe na kierunku – matematyka oraz podyplomowe z ekonomii i informatyki. Przez kilkanaście lat pracował w szkole podstawowej oraz w średnich i policealnych szkołach dla dorosłych na terenie Jędrzejowa.



Wstęp

Autorski program kształtowania kompetencji kluczowych z matematyki jest jednym z elementów projektu „SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI - program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej” realizowanego przez Wyższą Szkołę Ekonomii i Innowacji w Lublinie wraz z Partnerami: Podkarpackim Centrum Doskonalenia Nauczycieli w Rzeszowie, Wyższą Szkołą Administracji Publicznej im. Stanisława Staszica w Białymstoku, Wyższą Szkołą Humanistyczno -Przyrodniczą w Sandomierzu oraz Wyższą Szkołą Biznesu im. bpa Jana Chrapka w Radomiu. Celem projektu jest zwiększenie dostępności do rozwoju kompetencji kluczowych uczniów szkół ponadgimnazjalnych o profilu zawodowym w Polsce Wschodniej.

Program nauczania matematyki w zakresie podstawowym dla technikum o specjalności *technik ekonomista* został opracowany w oparciu o cele, zadania, treści kształcenia i osiągnięcia zawarte w podstawie programowej (PP)– Dz.U.z 2007 r. Nr 157, poz. 1100, standardach wymagań egzaminacyjnych (ST WYM) – Dz.U.z 2007 r. Nr157, poz. 1102 oraz zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (MKKE).

Parlament Europejski i Rada Europy w grudniu 2006, zaleciły państwom członkowskim rozwijanie kompetencji kluczowych dla wszystkich, z równoczesnym wykorzystaniem dokumentu „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia”.

Kompetencje kluczowe zdefiniowane przez dokument Parlament Europejski to te, których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia.

Kompetencje matematyczne określone w dokumencie „Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia” (MKKE) obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji.

Kompetencje matematyczne to zdolność i chęć wykorzystywania matematycznych sposobów myślenia oraz prezentacji (wzory, modele, schematy, wykresy, tabele).

Kompetencje MKKE są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

Wiedza:

- W1- rozumienie terminów i pojęć matematycznych;
- W2- dobrze opanowana umiejętność liczenia;
- W3- znajomość miar i struktur;
- W4- znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej;
- W5- świadomość pytań na, na które matematyka daje odpowiedź.

Umiejętności:

- U1- stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych(rozumować w sposób matematyczny);
- U2- śledzić i oceniać ciągi argumentów(rozumieć dowód matematyczny);
- U3- przekazywać komunikaty stosując język matematyczny;

U4- korzystać z tekstu matematycznego.

Postawy:

P1- przejawiać szacunek dla prawdy;

P2- dążyć do szukania przyczyn;

P3- oceniać zasadność wnioskowań i działań.

Analiza celów ogólnych zapisanych jako matematyczne kompetencje kluczowe w ujęciu dokumentów Parlamentu Europejskiego (MKKE), Podstawie Programowej (PP), Standardach Wymagań Egzaminacyjnych (ST_WYM) oraz wskazanych przez dydaktyków matematyki (DYD_MAT) pozwala stwierdzić niemal ich pełną zgodność dla wszystkich trzech obszarów Wiedza, Umiejętności i Postawy. Natomiast MKKE nie są w pełni reprezentowane w zapisach standardów wymagań egzaminacyjnych, ponieważ nie wszystkie wiadomości i umiejętności objęte programami nauczania dadzą się sprawdzić podczas egzaminu pisemnego. Nie ma jednak między nimi sprzeczności, gdyż wszystkie standardy mają swoje odniesienie do MKKE. Oznacza to konieczność zmodyfikowania nie tyle celów i materiału nauczania, co sposobów nauczania eksponujących cele kształcące i motywacyjne.

Modyfikacja realizowanego dotychczas programu Nr dopuszczenia: **DKOS-5002-05/08**, autorstwa: Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda jest wynikiem uczestnictwa szkoły w projekcie „SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI – program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej”, jak również potrzeby dostosowania rozkładu treści nauczania do danego typu szkoły.

Realizacja programu umożliwi zdobycie wiadomości i umiejętności opisanych w podstawie programowej, w standardach wymagań egzaminacyjnych oraz zaleceniach parlamentu europejskiego, w tym m.in.:

- umiejętności budowania modeli matematycznych zjawisk z różnych dziedzin życia codziennego oraz ich wykorzystania do rozwiązywania problemów praktycznych;
- umiejętności wykorzystywania podstawowych narzędzi i technik matematycznych;
- umiejętności przeprowadzania prostego rozumowania dedukcyjnego;
- umiejętności zdobywania i krytycznego analizowania informacji, formułowania hipotez oraz ich weryfikacji;
- umiejętności projektowania obliczeń i ich wykonywania;
- daje matematyczne podstawy do uczenia się przedmiotów zawodowych i przyrodniczych np. fizyka, chemia, geografia.
- umożliwia powtórzenie najważniejszych zagadnień występujących w podstawie programowej z matematyki na niższych etapach kształcenia.

Szczegółowe treści kształcenia oraz odpowiadające im cele edukacyjne i osiągnięcia uczniów zostały oznaczone w programie w następujący sposób.

Symbol:

- ✓ Znajduje się w PP, ST WYM i MKKE oraz jest istotny dla kształcenia w zawodzie;
- Nie występuje w PP i ST WYM, ale jest ważny dla MKKE;
- ❖ Występuje w PP dla wcześniejszych etapów kształcenia i jest ważny dla MKKE i kształcenia w zawodzie
- 🇺🇦 Nie występuje w PP i ST WYM, ale jest ważny dla kształcenia w zawodzie.

Program będzie realizowany w klasach I – IV technikum o specjalności *technik ekonomista*.

Uwzględniając potrzeby nauczycieli przedmiotów zawodowych oraz ogólnokształcących (szczególnie – fizyka) w treściach nauczania zostały ujęte wiadomości poszerzające zakres podstawowy materiału w działach:

- **Wektory** - działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie wektora przez liczbę;
- **Działania w zbiorach liczbowych** – działania z wykorzystaniem procentów: obliczanie lokat i kredytów, obliczenia podatkowe;
- **Elementy statystyki** – średnie liczbowe;
- **Ciągi** – procent składany.

Ponadto w trakcie zajęć będą wykorzystywane zadania, treścią związane z zawodowym kierunkiem kształcenia uczniów. Poszerzenie programu jest ograniczone obowiązującą liczbą godzin nauczania matematyki w klasach technikum, która zgodnie z rozporządzeniem MENiS w sprawie ramowych planów nauczania na realizację programu w zakresie podstawowym w szkołach typu technikum wynosi 9 godzin tygodniowo – w ciągu 4 lat, w systemie: 2 + 2 + 2 + 3 oraz umiejętnościami matematycznymi uczniów rozpoczynającymi edukację na tym etapie kształcenia.

Autorski program nauczania matematyki jest przeznaczony do realizacji w czteroletnim technikum ekonomicznym **Zespołu Szkół Ponadgimnazjalnych nr 1 im. ks. S. Konarskiego w Jędrzejowie**, w skład którego wchodzi:

- **Technikum nr 1**
- **Liceum Profilowane nr 1**
- **Liceum Ogólnokształcące nr 2**
- **Szkoła Policealna nr 1**

Szkoła mieści się w stosunkowo nowej siedzibie, do której wprowadziła się przed kilkoma laty. Średnio w ciągu roku szkolnego uczy się w niej ok. 700 uczniów z powiatu jędrzejowskiego oraz powiatów ościennych. Corocznie chęć podjęcia nauki wyraża więcej absolwentów gimnazjów niż jest miejsc w szkole, stąd do pierwszych klas przyjmowani są gimnazjaliści z ilością punktów więcej niż przeciętną. Szczególnym powodzeniem cieszą się kierunki technikalne i tak np. Technikum Ekonomicznego ma zawsze „pełne obłożenie”, choć ilość absolwentów zdających końcowy egzamin zawodowy jest coraz niższa - od 90% w pierwszym roku do ok. 20% w obecnym. Absolwenci bardzo rzadko wybierali dotychczas matematykę do zdawania na egzaminie maturalnym. Obecnie, czyli od roku szkolnego 2009/2010 nie będzie pod tym względem wyboru. W związku z tym uczniowie kończący naukę w tym lub późniejszym terminie zdają sobie sprawę z wagi przedmiotu i bardziej przykładają się do matematyki niż wcześniej.

Pracownie matematyczne, w których odbywają się zajęcia wyposażone są w modele brył geometrycznych, tablice funkcji, plansze z wzorami matematycznymi i jednostkami miar, płyty CD przedstawiające treści matematyczne.

Brak jest natomiast urządzeń multimedialnych, których wykorzystanie podczas zajęć jest niezbędne.



1. Cele nauczania

1.1. Cele ogólne

Nadrzędnym celem nauczania matematyki w technikum jest wyposażenie przyszłego absolwenta w umiejętności matematyczne niezbędne do sprostania wymogom egzaminu maturalnego z matematyki oraz egzaminu z praktycznej nauki zawodu. Ponadto program podstawowy powinien dać absolwentowi umiejętności przydatne w codziennym życiu. Osiągnięcie tych założeń jest możliwe poprzez realizację następujących celów.

1.1.1 Cele edukacyjne

1. Przygotowanie do świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne odgrywają kluczową rolę;
2. Przyswojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych, w szczególności:
 - a) usystematyzowanie wiedzy o liczbach rzeczywistych oraz nabycie sprawności wykonywania obliczeń,
 - b) opanowanie reguł rachunku algebraicznego,
 - c) rozwój wyobraźni geometrycznej,
 - d) poznanie elementarnych metod analizy zjawisk statystycznych i losowych oraz ich najprostszych opisów kombinatorycznych,
 - e) wdrożenie do opisywania oraz analizy zależności i zmienności za pomocą elementarnych funkcji.
3. Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania bądź otrzymanego wyniku obliczeń.
4. Wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji; stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji.
5. Kształtowanie umiejętności precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania.
6. Wykorzystywanie nowoczesnych narzędzi wspomagających rozwiązywanie problemów matematycznych.
7. Rozwijanie pamięci.

1.1.2 Cele wychowawcze

1. Kształtowanie wytrwałości w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych.
2. Rozwijanie umiejętności logicznego myślenia i wyciągania wniosków.
3. Wdrażanie do uzasadnień.
4. Rozwijanie umiejętności pracy w zespole oraz odpowiedzialności za powierzone zadania.
5. Dbłość o kulturę i precyzję wypowiedzi.
6. Wdrażanie do systematycznej i estetycznej pracy.
7. Przygotowanie do życia we współczesnym świecie.

2. Szczegółowe cele edukacyjne kształcenia i wychowania

2.1. Cele kształcenia

- kształcenie i rozwijanie umiejętności logicznego myślenia;
- rozwijanie i doskonalenie języka, tak by był precyzyjny i jednoznaczny;
- wyrobienie umiejętności wyszukiwania i właściwego interpretowania zebranych informacji;
- przygotowanie do umiejętnego korzystania z różnych źródeł informacji oraz nowoczesnych technologii;
- doskonalenie rozumienia i biegłości technik obliczeniowych;
- doskonalenie i kształcenie umiejętności wykonywania działań na wyrażeniach algebraicznych;
- doskonalenie i rozwijanie umiejętności sporządzania wykresów funkcji oraz odczytywania ich własności;
- wykrywanie związków i zależności funkcyjnych między wielkościami liczbowymi;
- rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego;
- doskonalenie umiejętności rozwiązywania równań, nierówności i układów równań;
- kształcenie umiejętności prowadzenia prostego rozumowania dedukcyjnego;
- rozwijanie wyobraźni geometrycznej;
- doskonalenie i kształcenie umiejętności rozwiązywania problemów z planimetrii, stereometrii oraz geometrii analitycznej;
- wprowadzenie pojęć trygonometrycznych, kształcenie umiejętności rozwiązywania problemów z planimetrii i stereometrii z użyciem trygonometrii;
- doskonalenie i kształcenie umiejętności stosowania podstawowych pojęć statystycznych;
- kształcenie umiejętności prowadzenia prostych badań statystycznych;
- kształcenie umiejętności rozwiązywania prostych problemów kombinatorycznych;
- doskonalenie umiejętności czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego.

2.2. Cele wychowania

- kształcenie nawyku dobrej organizacji pracy;
- dbanie o estetykę;
- kształcenie wytrwałości, pracowitości i systematyczności przy podejmowaniu działań;
- kształtowanie postawy samodzielności, dociekliwości i krytycyzmu w stosunku do swoich działań oraz pozytywnych postaw etycznych;
- kształtowanie postawy otwartości i szacunku dla poglądów innych ludzi;



- rozwijanie umiejętności społecznych takich jak: współpraca w zespole, prowadzenie dyskusji;
- umiejętności komunikacyjne, prezentowanie wyników własnej pracy.

3. Materiał nauczania

3.1. Materiał nauczania z rozpisaniem liczby godzin na realizację poszczególnych działów

Poniższe zestawienie przedstawia podział materiału nauczania na poszczególne klasy i działy. Przyjęto, że efektywnie zostaną wykorzystane w roku szkolnym w klasie pierwszej i drugiej – 34 tygodnie, w klasie trzeciej 32 tygodnie, a w klasie czwartej – 26.

Tabela 1: Rozkład Materiału w poszczególnych klasach

<i>Lp.</i>	<i>DZIAŁ</i>	<i>Godziny</i>	<i>Uwagi</i>
Klasa I – 2 godz. tygodniowo			
1	Elementy logiki matematycznej.	6	
2	Zbiory. Zbiory liczbowe.	12	
3	Działania w zbiorach liczbowych	22	
4	Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna	12	
5	Wektory	10	
	Godziny do dyspozycji nauczyciela	6	
Suma		68 godz.	
Klasa II – 2 godz. tygodniowo			<i>3 tyg. praktyki</i>
1	Trygonometria kąta ostrego	8	
2	Geometria płaska – pojęcia wstępne, pole koła, pole trójkąta	15	
3	Funkcja i jej własności	8	
4	Przekształcanie wykresów funkcji	4	
5	Funkcja liniowa	2	
6	Geometria płaska – czworokąty	6	
7	Geometria płaska – elementy geometrii analitycznej	8	
	Godziny do dyspozycji nauczyciela	4	
Suma		60 godz.	
Klasa III – 2 godz. tygodniowo			<i>2 tyg. praktyki</i>
1	Funkcja kwadratowa	14	
2	Wielomiany	14	
3	Funkcje wymierne	10	
4	Ciągi	18	
	Godziny do dyspozycji nauczyciela	4	
Suma		60 godz.	
Klasa IV – 3 godz. tygodniowo			
1	Elementy kombinatoryki	12	
2	Rachunek prawdopodobieństwa	12	
3	Elementy statystyki	12	
4	Stereometria	12	
	Godziny do dyspozycji nauczyciela	20	
Suma		68 godz.	

3.2. Uszczegółowiony materiał nauczania powiązany ze szczegółowymi celami kształcenia

Tabela 2: Zestawienie treści nauczania z celami kształcenia

Treści nauczania	Cele kształcenia
Elementy logiki matematycznej	
1. Zdania w logice; negacja zdania. 2. Koniunkcja, alternatywa, implikacja i równoważność zdań. 3. Niektóre prawa logiczne i ich zastosowania. 4. Forma zdaniowa jednej zmiennej; 5. Kwantyfikator ogólny i szczegółowy, negacja zdania z kwantyfikatorem.	Uczeń: 🚩 zapozna się z symboliką logiki; ✓ pozna pojęcia: alternatywa, koniunkcja, negacja, tożsamość; ✓ pozna podstawowe prawa logiki; ✓ pozna kwantyfikatory i operacje z ich użyciem; ✓ przewartościuje proste zdanie logiczne
Zbiory. Zbiory liczbowe.	
1. Zbiory, działania na zbiorach. 2. Oś liczbowa, przedziały na osi liczbowej. 3. Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej, własności, interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej.	Uczeń: 🚩 zapozna się z symboliką dotyczącą zbiorów; ✓ pozna pojęcia: zbiór pusty, element zbioru, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru; ✓ pozna pojęcie przedziału, nauczy się wykonywać działania na przedziałach; ✓ pozna pojęcie wartości bezwzględnej, zaznaczy na osi liczbowej przedziały opisane z użyciem nierówności, w której może wystąpić wartość bezwzględna;
Działania w zbiorach liczbowych	
1. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory; porównywanie i przedstawianie w różnych postaciach – ułamek zwykły, ułamek dziesiętny; liczby niewymierne – rozpoznawanie, usuwanie niewymierności z mianownika, przekształcenia algebraiczne. 2. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych i prawa działań, w tym potęga o wykładniku wymiernym, pierwiastek dowolnego stopnia z uwzględnieniem pierwiastka nieparzystego z liczb ujemnych. 3. Notacja wykładnicza. 4. Pojęcie względnego i bezwzględnego błędu przybliżenia; wyznaczanie przybliżenia dziesiętnego danej liczby rzeczywistej zadaną dokładnością (również z użyciem kalkulatora), szacowanie wyniku obliczeń zadaną dokładnością. 5. Obliczenia procentowe; posługiwanie się pojęciem procentu i punktu procentowego w rozwiązywaniu zadań praktycznych, lokaty, kredyty.	Uczeń: ❖ przypomni sobie: liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne, pojęcia - liczby pierwsze i złożone; ❖ przypomni sobie rozkład na czynniki pierwsze liczb naturalnych, NWW i NWD; ❖ przypomni sobie jak porównuje się liczby rzeczywiste, przekształca ułamki; ❖ przypomni sobie własności działań na potęgach i pierwiastkach; ✓ pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym; ✓ pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej; ✓ nauczy się poprawnie wykonywać działania na liczbach rzeczywistych z uwzględnieniem potęgowania i pierwiastkowania; ❖ przypomni sobie prawa działań; ✓ pozna wzory skróconego mnożenia; ❖ nauczy się przekształcać wzory; ✓ nauczy się szacować wyniki działań, wartości liczbowe wyrażeń; ✓ pozna pojęcie notacji wykładniczej i nauczy się ją poprawnie stosować; ✓ pozna pojęcie błędu względnego i bezwzględnego; ❖ przypomni sobie pojęcie procentu; ✓ pozna pojęcie punktu procentowego,; ✓ nauczy się stosować obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych.
Funkcja wykładnicza i logarytm	
1. Potęga o wykładniku rzeczywistym i jej własności. 2. Funkcja wykładnicza, wykres i jej	Uczeń: ✓ przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;



<p>własności.</p> <p>3. Proste równania i nierówności wykładnicze.</p> <p>4. Pojęcie i własności logarytmu.</p> <p>5. Rozwiązywanie zadań o kontekście praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczych.</p>	<p>✓ pozna pojęcie i własności funkcji wykładniczej;</p> <p>✓ nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;</p> <p>✓ pozna pojęcie i własności logarytmów;</p> <p>✓ nauczy się rozwiązywać zadania z własnościami funkcji wykładniczej i logarytmami;</p>
<p>Wektory</p>	
<p>1. Pojęcie wektora, długość, równość, wektory przeciwne.</p> <p>2. Wektory w prostokątnym układzie współrzędnych.</p> <p>3. Dodawanie wektorów, mnożenie wektora przez liczbę.</p> <p>4. Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem wiadomości o wektorach.</p>	<p>Uczeń:</p> <p>✓ pozna pojęcie wektora, wektorów równych i przeciwnych;</p> <p>✓ nauczy się obliczać współrzędne wektora na płaszczyźnie;</p> <p>✓ nauczy się obliczać długość wektora;</p> <p>✚ nauczy się dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę;</p>
<p>Trygonometria</p>	
<p>1. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego.</p> <p>2. Rozwiązywanie zadań z geometrii płaskiej z zastosowaniem trygonometrii.</p> <p>3. Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego; proste tożsamości trygonometryczne.</p> <p>4. Wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z nich.</p> <p>5. Rozwiązywanie równań trygonometrycznych typu $f(x) = a$, gdy f jest funkcją trygonometryczną a x- oznacza miarę kąta ostrego.</p>	<p>Uczeń:</p> <p>✓ pozna pojęcie miary łukowej i przypomni sobie wiadomości o mierze stopniowej;</p> <p>✓ pozna definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;</p> <p>✓ nauczy się stosować funkcje trygonometryczne kąta ostrego w zadaniach z geometrii płaskiej;</p> <p>✓ nauczy się rozwiązywać równania trygonometryczne typu $f(x) = a$;</p> <p>✓ nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych niektórych kątów ($30^0, 45^0, 60^0$);</p> <p>✓ nauczy się korzystać z wartości funkcji trygonometrycznych odczytanych z tablic matematycznych lub obliczonych na kalkulatorze;</p> <p>✓ pozna związki między funkcjami tego samego kąta</p>
<p>Geometria płaszczyzny</p>	
<p>1. Trójkąty podobne, cechy podobieństwa trójkątów.</p> <p>2. Twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem.</p> <p>3. Trójkąty prostokątne – rozwiązywanie.</p> <p>4. Pola figur płaskich: trójkąta, czworokąta.</p> <p>5. Długość okręgu i pole koła, pole wycinka i odcinka koła.</p> <p>6. Pola figur podobnych.</p> <p>7. Wyznaczanie związków miarowych w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii, także w sytuacjach praktycznych.</p> <p>8. Okręgi i proste; kąty w okręgu; zastosowanie własności kątów środkowych, wpisanych oraz kąta między styczną a cięciwą.</p> <p>9. Okrąg wpisany i opisany na trójkącie.</p> <p>10. Odległość punktów na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej.</p> <p>11. Współrzędne środka odcinka.</p> <p>12. Równanie okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.</p>	<p>Uczeń:</p> <p>❖ przypomni sobie definicję trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów;</p> <p>❖ przypomni sobie tw. Talesa;</p> <p>❖ przypomni sobie tw. Pitagorasa i funkcje trygonometryczne;</p> <p>❖ przypomni sobie klasyfikację trójkątów i czworokątów;</p> <p>❖ przypomni sobie pojęcie koła i okręgu;</p> <p>❖ przypomni sobie wzory na pola figur płaskich;</p> <p>✓ pozna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych;</p> <p>✓ nauczy się wyznaczać związki miarowe w figurach;</p> <p>✓ pozna określenie kąta środkowego, kąta wpisanego i kąta między styczną a cięciwą;</p> <p>✓ pozna wzór na odległość punktów w układzie współrzędnych;</p> <p>✓ nauczy się obliczać odległość między dwoma punktami, odległość punktu od prostej;</p> <p>✓ pozna równanie okręgu;</p> <p>✓ nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu;</p> <p>✓ nauczy się zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach;</p>



Funkcje	
<ol style="list-style-type: none">1. Pojęcie funkcji, określanie funkcji za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego.2. Wykres i własności funkcji: dziedzina, miejsce zerowe, zbiór wartości, wartość największa i najmniejsza w danym przedziale, przedziały monotoniczności.3. Przesuwanie wykresu wzdłuż osi OX i osi OY, przekształcenia wykresu przez symetrię względem osi układu współrzędnych.4. Zastosowanie funkcji do opisu zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">❖ przypomni sobie pojęcie funkcji;✓ pozna różne sposoby opisywania funkcji;❖ przypomni sobie pojęcia: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej;✓ pozna pojęcie monotoniczności, najmniejszej i największej wartości funkcji;✓ nauczy się odczytywać własności funkcji z wykresu;✓ pozna wykresy funkcji: $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{x}$, $y = x$;✓ nauczy się szkicować wykres funkcji o podanych własnościach;▪ nauczy się szkicować wykres funkcji przedziałami liniowy;✓ nauczy się przesuwać wykres funkcji wzdłuż osi OX, osi OY oraz o dowolny wektor;✓ nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX, osi OY oraz względem początku układu współrzędnych;✓ nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji;
Funkcja liniowa	
<ol style="list-style-type: none">1. Proporcjonalność prosta.2. Funkcja liniowa: sporządzanie wykresu, wyznaczenie wzoru funkcji na podstawie jej wykresu, interpretacja współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego.3. Własności funkcji liniowej.4. Równanie prostej na płaszczyźnie; warunek równoległości i warunek prostokątowości prostych dla równań w postaci kierunkowej.5. Równania i nierówności liniowe; równanie liniowe z dwiema niewiadomymi; układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi, interpretacja geometryczna układu.6. Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">❖ przypomni sobie wiadomości o proporcjonalności prostej;❖ przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej i jej własności;✓ pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji;✓ nauczy się wyznaczać równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty;✓ nauczy się wyznaczać równania prostych równoległych i prostych prostokątnych do danej funkcji liniowej;❖ przypomni sobie, jak się rozwiązuje równania i nierówności liniowe;❖ przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań I-szego stopnia z dwiema niewiadomymi;✓ nauczy się stosować funkcje liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;
Funkcja kwadratowa	
<ol style="list-style-type: none">1. Jednomian kwadratowy; trójmian kwadratowy.2. Wykres funkcji kwadratowej, odczytywanie własności funkcji z wykresu.3. Postać ogólna i kanoniczna funkcji kwadratowej.4. Miejsca zerowe funkcji kwadratowej; postać iloczynowa funkcji kwadratowej.5. Wyznaczanie wartości najmniejszej i największej funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">✓ pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności;✓ nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej;✓ nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych;✓ pozna metody rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych;✓ nauczy się wyznaczać najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale

<p>6. Zadania optymalizacyjne prowadzące do badania funkcji.</p> <p>7. Równania i nierówności stopnia drugiego; rozwiązywanie zadań w kontekście praktycznym, prowadzących do równań i nierówności stopnia drugiego.</p>	<p>domkniętym;</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ nauczy się korzystać z wykresu funkcji do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych; ✓ nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań w kontekście praktycznym;
Wielomiany	
<p>1. Działania na wyrażeniach algebraicznych, wzory skróconego mnożenia.</p> <p>2. Wielomian jednej zmiennej stopnia n, równość wielomianów.</p> <p>3. Działania na wielomianach: dodawanie, odejmowanie i mnożenie.</p> <p>4. Rozkładanie wielomianów na czynniki.</p> <p>5. Równania wielomianowe.</p> <p>6. Zadania z kontekstem praktycznym, prowadzące do prostych równań wielomianowych.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ pozna definicję wielomianu stopnia n jednej zmiennej; ✓ pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować; ✓ nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany; ✓ pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki; ✓ pozna pojęcie pierwiastka; ✓ nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe; ✓ nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;
Funkcja wymierna	
<p>1. Proporcjonalność odwrotna, jej wykres i własności.</p> <p>2. Rozwiązywanie zadań praktycznych związanych z proporcjonalnością odwrotną.</p> <p>3. Wyrażenia wymierne i ich dziedzina. wyznaczanie wartości liczbowej wyrażenia.</p> <p>4. Przekształcanie i wykonywanie działań na wyrażeniach wymiernych: skracanie, rozszerzanie, dodawanie, odejmowanie, mnożenie.</p> <p>5. Rozwiązywanie prostych równań wymiernych typu: $\frac{x+1}{x+3} = 2$,</p> <p>6. Zadania o kontekście praktycznym, prowadzące do rozwiązywania prostych równań wymiernych.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ przypomni sobie pojęcie proporcjonalności odwrotnej i jej własności; ✓ nauczy się szkicować i przesuwac wykres proporcjonalności odwrotnej; ✓ pozna definicję wyrażenia wymiernego; ✓ nauczy się wyznaczać dziedzinę wyrażenia; ✓ nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia; ✓ nauczy się rozszerzać i skracać wyrażenia wymierne; ✓ nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia; ✓ nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne; ✓ nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe umieszczone w kontekście praktycznym;
Ciągi	
<p>1. Definicja i przykłady ciągów liczbowych.</p> <p>2. Ciąg arytmetyczny i jego własności.</p> <p>3. Ciąg geometryczny i jego własności.</p> <p>4. Procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ pozna definicje ciągu, sposoby opisywania ciągów; ✓ nauczy się badać monotoniczność ciągu; ✓ pozna definicję i własności ciągu arytmetycznego; ✓ pozna definicję i własności ciągu geometrycznego; ✓ nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory; ✓ nauczy się badać czy ciąg jest ciągiem arytmetycznym czy geometrycznym; ✓ pozna pojęcie procentu prostego i składanego, stopy procentowej; ✓ nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów;
Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa	
<p>1. Elementy kombinatoryki: - zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych; - permutacje, wariacje, kombinacje;</p> <p>2. Reguła mnożenia.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ dobierze model do doświadczenia; ✓ zliczy wyniki doświadczenia, określi podzbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających dane sytuacji; ✓ zastosuje poprawnie regułę mnożenia;



<p>3. Doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, działania na zdarzeniach.</p> <p>4. Definicja klasyczna prawdopodobieństwa i jej zastosowanie do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych.</p>	<ul style="list-style-type: none">✓ pozna symbol silni;✓ pozna pojęcie permutacji, wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń oraz kombinacji;✓ pozna pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie;✓ nauczy się wyznaczać sumę, różnicę, iloczyn zdarzeń, zdarzenie przeciwne;✓ obliczy prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia stosując wzory lub rysując „drzewo”;
<p>Elementy statystyki</p>	
<p>1. Odczytywanie i interpretowanie danych statystycznych z tabel, diagramów i wykresów.</p> <p>2. Przedstawianie danych empirycznych w postaci tabel, diagramów i wykresów.</p> <p>3. Obliczanie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany i odchylenia standardowego; interpretacja tych parametrów.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">✓ nauczy się odczytywać, przedstawiać i interpretować dane statystyczne;✓ nauczy się obliczać wartość średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany i odchylenia standardowego;✓ nauczy się odczytywać i analizować informacje z tabel, diagramów i wykresów, wyznaczać i interpretować liczby charakteryzujące zestawy danych;
<p>Stereometria</p>	
<p>1. Własności podstawowych figur przestrzennych: graniastosłupów i ostrosłupów.</p> <p>2. Wzajemne położenie krawędzi i ścian brył; kąt nachylenia prostej do płaszczyzny, kąt dwuścienny.</p> <p>3. Własności brył obrotowych: kuli, stożka, walca.</p> <p>4. Pola powierzchni i objętości.</p> <p>5. Wyznaczanie związków miarowych w bryłach z zastosowaniem trygonometrii.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">❖ przypomni sobie i uzupełni wiadomości o wielościanach i bryłach obrotowych;✓ nauczy się wyznaczać kąt nachylenia prostej do płaszczyzny;✓ pozna pojęcie kąta dwuściennego;✓ nauczy się wyznaczać kąty między krawędziami, wysokościami i innymi odcinkami w wielościanach;✓ nauczy się rysować figurę w rzucie równoległym na płaszczyznę oraz jej siatkę;✓ nauczy się wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych; stosować trygonometrię;

4. Procedury osiągnięcia celów

Osiągnięcie założonych celów edukacyjnych i wychowawczych na lekcjach matematyki jest możliwe dzięki:

- stosowaniu różnorodnych metod nauczania, np.:
 - a) metoda podająca – wykład;
 - b) metody aktywizujące uczniów – pogadanka, dyskusja;
 - i) metoda problemowa;
 - ii) praca z tekstem matematycznym;
 - iii) praca z podręcznikiem;
 - iv) praca w zeszytach ćwiczeń;
 - v) praca z wykorzystaniem roczników statystycznych itp.;
 - vi) rozwiązywanie ciągu zadań;
- odpowiedniemu doborowi form organizacyjnych lekcji:
 - a. praca z całą klasą;
 - b. praca w grupach;
 - c. praca indywidualna;
- stopniowaniu trudności;
- indywidualizacji nauczania;
- motywowaniu uczniów do różnego rodzaju działalności matematycznej;
- stwarzaniu sytuacji problemowych;
- wykorzystywaniu urządzeń technicznych typu: kalkulator, kalkulator graficzny, laptop, projektor multimedialny;
- dyskusji przy odczytywaniu i interpretacji informacji z tabel, diagramów i wykresów;
- samodzielnemu sporządzaniu tabel, diagramów i wykresów;
- utrwalaniu i powtarzaniu nabytych wiadomości i umiejętności.

Ta różnorodność procedur ma nie tylko za zadanie uatrakcyjnić przedmiot, ale także zaktywizować uczniów w procesie uczenia się, zachęcić do rozwiązywania różnorodnych problemów, spowodować kształtowanie odpowiednich postaw.

Tabela 3: Przegląd metod nauczania przydatnych w rozwijaniu MKKE.

Metody i techniki nauczania	Charakterystyka	Wartość metody	Zastosowanie (dla rozwoju MKKE)
<i>Ćwiczenia</i>	Wyzwała aktywność odtwórczą i twórczą uczniów odpowiednio dobranych i uporządkowanych zadań do rozwiązywania przez uczniów. Pozwala ostrzegać różnorodne zastosowania nabywanej wiedzy i budować przekonanie o jej użyteczności. Odpowiednio dobrany układ zadań może organizować lekcję problemową, albo pozwala obserwować określone prawidłowości prowadzące do sformułowania hipotezy.	Budowanie przekonań o celowości systematycznej nauki.	Doskonalenie umiejętności (W2), konstruowanie lub odkrywanie nowych informacji (W3,U3,U4).



Praca z tekstem	Rozwija aktywność twórczą, samodzielność i wytrwałość w zdobywaniu nowej wiedzy pod warunkiem dobrania tekstów odpowiednio do możliwości uczniów.	Rozwój krytycznego myślenia.	Wdrażanie do samokształcenia (U3, U4).
Wykład problemowy ilustrowany	Prezentacja wzorów analitycznego i syntetycznego myślenia nauczyciela, wzorów formułowania problemów, prezentacja wzorcowych sposobów rozwiązań, powiązana z wizualizacją odwołującą się do różnych typów sensomotorycznych, z możliwością zadania pytań.	Konstrukcja logiczna, jasność wywodu.	Wprowadzanie nowych trudnych wiadomości, nauka notowania (W1, U2).
Obserwacja	Rejestrowanie wyników obliczeń wykonywanych na papierze lub kalkulatorze czy efektów „eksperymentów” przeprowadzanych za pomocą kalkulatora graficznego lub komputera oraz redagowanie wniosków dotyczących wyników tych działań. Dostrzeganie zastosowań matematyki w sytuacjach życia codziennego oraz przyszłym działaniu zawodowym.	Budowanie hipotez na podstawie obserwacji wyników uzyskanych za pomocą kalkulatora i komputera.	Gromadzenie spostrzeżeń i obserwacji nt. obiektów matematycznych (W3, W4, U3, U1)
Dyskusja	Rozwija umiejętności komunikacyjne, umiejętności dobierania argumentacji, jasnego wypowiedzenia swoich sądów, umiejętność podejmowania decyzji, jednak angażuje tylko część uczniów.	Różnorodność wiedzy i poglądów, możliwość prezentacji swojego zdania.	Np. ustalenie planu rozwiązania problemu (U1, P2, P3).
Projekt badawczy	Kształci i doskonali wiele umiejętności, a zwłaszcza pozwala na opanowanie metod poznania wykraczających poza program kształcenia szkolnego. Może być adresowany do pojedynczych uczniów szczególnie zainteresowanych i uzdolnionych w danej dziedzinie.	Autytyzm poznania naukowego.	Samodzielne pozyskanie dodatkowych wiadomości i umiejętności (W4, W5, P1, P2, P3).
Projekt edukacyjny	Pozwala na wykorzystanie zdobytej wiedzy do rozwijania rzeczywistych problemów praktycznych przez grupę uczniów o różnym poziomie osiągnięć matematycznych z wykorzystaniem talentów i uzdolnień poszczególnych członków zespołu.	Podnosi samoocenę i buduje poczucie własnej wartości.	Przedsięwzięcie na rzecz środowiska (W2, W3, U1).
Pogadanka	Dobrze przygotowana może służyć wytworzeniu sytuacji problemowej lub sprawdzeniu efektów zajęć. Jej skutki mogą być ograniczone dominacją nauczyciela albo stosowaniem przez niego heurystyki pozornej.	Uwidocznia konstrukcję logiczną zajęć, ożywia lekcję, mobilizuje uczniów.	Wprowadzenie do tematu lub podsumowanie lekcji (W1, U1).

5. Opis założonych osiągnięć ucznia

Tabela 4: Zakładane osiągnięcia ucznia

Uczeń powinien znać i rozumieć:	Uczeń powinien umieć:
Klasa I	
Elementy logiki matematycznej	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ pojęcia: zdanie logiczne, koniunkcja, alternatywa; negacja; ✓ podstawowe prawa logiki; ✓ formy zdaniowe; ✓ kwantyfikatory: ogólny i szczegółowy. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi i ocenić jego wartość logiczną; ✓ posługiwać się funktorami logicznymi; ✓ negować zdanie; ✓ budować zdania złożone i oceniać ich wartość logiczną; ✓ stosować poznane prawa logiczne; ✓ negować zdanie z kwantyfikatorem; ✓ odróżniać zdanie od formy zdaniowej; ✓ odróżniać definicje od twierdzenia; ✓ wykorzystać język matematyki w komunikowaniu się.
Zbiory	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ pojęcia: zbiór pusty, element zbioru, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru; ✓ pojęcie przedziału; ✓ pojęcie wartości bezwzględnej. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ wykonywać działania na przedziałach; ✓ zaznaczać na osi liczbowej przedziały opisane z użyciem nierówności, w której może wystąpić wartość bezwzględna;
Działania w zbiorach liczbowych	
<ul style="list-style-type: none"> ❖ pojęcia - liczby pierwsze i złożone; ❖ cechy podzielności; ❖ własności działań na potęgach i pierwiastkach; ✓ pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym; ✓ pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej; ✓ prawa działań; ✓ wzory skróconego mnożenia; ✓ pojęcie notacji wykładniczej; ✓ pojęcie błędu względnego i bezwzględnego; ✓ pojęcie procentu; ✓ pojęcie punktu procentowego; 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ rozpoznać liczby naturalne całkowite, wymierne niewymierne; ❖ rozłożyć na czynniki pierwsze liczby naturalne; ❖ porównywać liczby rzeczywiste, przekształcać ułamki; ✓ poprawnie wykonywać działania na liczbach rzeczywistych z uwzględnieniem potęgowania i pierwiastkowania; ✓ przekształcać wzory; ✓ szacować wyniki działań, wartości liczbowe wyrażeń; ✓ stosować posiadaną wiedzę do rozwiązywania zadań praktycznych, np.: korzystać z procentów (podatki)
Funkcja wykładnicza i logarytmy	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ pojęcie funkcji wykładniczej; ✓ pojęcie logarytmu; 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ stosować działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; ✓ sporządzać i przekształcać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw; ✓ opisywać własności na podstawie wykresu funkcji; ✓ rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze; ✓ obliczać logarytm liczby dodatniej; ✓ rozwiązywać zadania z własnościami funkcji wykładniczej i logarytmami;
Wektory	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ pojęcie wektora, wektorów równych i przeciwnych; 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ obliczać współrzędne wektora na płaszczyźnie; ✓ obliczać długość wektora;



	<ul style="list-style-type: none"> ✚ dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę;
Klasa II	
Trygonometria	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ pojęcie miary łukowej; ✓ definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym; ✓ związki między funkcjami tego samego kąta; 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ stosować funkcje trygonometryczne kąta ostrego w zadaniach z geometrii płaskiej; ✓ rozwiązywać równania trygonometryczne typu $f(x) = a$; ✓ obliczać wartości funkcji trygonometrycznych niektórych kątów ($30^0, 45^0, 60^0$); ✓ korzystać z wartości funkcji trygonometrycznych odczytanych z tablic matematycznych lub obliczonych na kalkulatorze;
Geometria płaszczyzny	
<ul style="list-style-type: none"> ❖ pojęcia: odległość punktów, odległość punktu od prostej, odległość punktu od płaszczyzny, długość, obwód, pole, miara kąta; ❖ pojęcia: figura płaska; ❖ własności miar; ✓ twierdzenia dotyczące związków miarowych w figurach geometrycznych; ❖ definicję trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów; ❖ tw. Talesa; ❖ tw. Pitagorasa; ❖ klasyfikację trójkątów i czworokątów; ❖ pojęcie koła i okręgu; ❖ wzory na pola figur płaskich; ✓ twierdzenie dotyczące pól figur podobnych; ✓ określenie kąta środkowego, kąta wpisanego i kąta między styczną, a cięciwą; ✓ wzór na odległość punktów w układzie współrzędnych; - wzór na równanie okręgu. 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ odczytać i oszacować odległości; ❖ „wymierzać” dane wielkości znanymi jednostkami miary (długości, pola, masy, czasu, prędkości); ❖ przeliczać (zamieniać) jednostki miar; ❖ obliczać obwody i pola figur płaskich stosując wzory i/lub własności tych miar; ❖ stosować własności miar w prostych zadaniach i rozumowaniach; ✓ wyznaczać związki miarowe w figurach; ✓ obliczać odległość między dwoma punktami, odległość punktu od prostej; ✓ wyznaczać współrzędne środka odcinka; ✓ wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu; - zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach;
Funkcje	
<ul style="list-style-type: none"> ❖ pojęcie funkcji; ✓ różne sposoby opisywania funkcji; ✓ pojęcia: dziedziła, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej; ✓ pojęcie monotoniczności, najmniejszej i największej wartości funkcji. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ odczytywać własności funkcji z wykresu; ✓ szkicować wykres funkcji o podanych własnościach; ✓ przesuwac wykres funkcji wzdłuż osi OX, osi OY oraz o dowolny wektor; ✓ przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX, osi OY oraz względem początku układu współrzędnych; ✓ opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji;
Funkcja liniowa	
<ul style="list-style-type: none"> ❖ pojęcie proporcjonalności prostej; ❖ pojęcie funkcji liniowej i jej własności; ✓ znaczenie współczynników we wzorze funkcji; ❖ algorytm rozwiązywania równań i nierówności liniowych; ❖ metody rozwiązywania układów równań I-szego stopnia z dwiema niewiadomymi. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ rozpoznać wzór funkcji liniowej, odczytać współczynniki; ✓ sporządzić wykres, odczytać własności; ✓ wyznaczać równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty; ✓ wyznaczać równania prostych równoległych i prostych prostopadłych do danej funkcji liniowej; ✓ rozwiązywać równania, nierówności i układy równań liniowych oraz interpretować je graficznie;



	✓ stosować funkcje liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;
Klasa III	
Funkcja kwadratowa	
✓ definicję trójmianu kwadratowego; ✓ własności; ✓ metody rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych.	✓ przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej; ✓ szkicować wykresy funkcji kwadratowych; ✓ wyznaczać wzór ogólny funkcji o zadanych własnościach lub na podstawie wykresu; ✓ rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe; ✓ wyznaczać najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym; ✓ korzystać z wykresu funkcji do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych; ✓ wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań w kontekście praktycznym; ✓ dobierać odpowiednie modele matematyczne czy algorytmy do prostych sytuacji problemowych i weryfikować uzyskane wyniki; ✓ precyzyjnie formułować myśli; ✓ wykorzystywać urządzenia techniczne, takie jak kalkulator czy komputer w różnych sytuacjach;
Wielomiany	
✓ definicję wielomianu stopnia n jednej zmiennej; ✓ twierdzenie o równości wielomianów; ✓ metody rozkładania wielomianów na czynniki; ✓ pojęcie pierwiastka wielomianu.	✓ stosować twierdzenie o równości wielomianów; ✓ dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany; ✓ rozkładać wielomian na czynniki; ✓ rozwiązywać równania wielomianowe; ✓ rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;
Funkcja wymierna	
✓ pojęcie proporcjonalności odwrotnej; ✓ definicję wyrażenia wymiernego.	✓ szkicować i przesuwac wykres proporcjonalności odwrotnej; ✓ wyznaczać dziedzinę wyrażenia; ✓ obliczać wartość liczbowa wyrażenia; ✓ rozszerzać i skracać wyrażenia wymierne; ✓ dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia; ✓ rozwiązywać proste równania wymierne; ✓ rozwiązywać zadania tekstowe umieszczone w kontekście praktycznym
Ciągi	
✓ definicje ciągu, sposoby opisywania ciągów; ✓ definicję ciągu arytmetycznego; ✓ definicję ciągu geometrycznego; ✓ pojęcie procentu prostego i składanego, stopy procentowej.	✓ określić ciąg wzorem ogólnym, ✓ wyznaczać wyrazy ciągu określonym wzorem ogólnym; ✓ zbadać monotoniczność ciągu; ✓ stosować w zadaniach poznane wzory; ✓ badać czy ciąg jest ciągiem arytmetycznym czy geometrycznym; ✓ rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego lub geometrycznego; ✓ stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących lokat i kredytów



<i>Klasa IV</i>	
Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ regułę mnożenia; ✓ symbol silni; ✓ pojęcie permutacji, wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń oraz kombinacji; ✓ pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie; ✓ definicję klasyczną prawdopodobieństwa; 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ zliczyć wyniki doświadczenia, ✓ określić zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, podzbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danej sytuacji; ✓ stosować regułę mnożenia; ✓ stosować symbol silni; ✓ obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń oraz kombinacji; ✓ rozwiązywać zadania z kombinatoryki; ✓ wyznaczać sumę, różnicę, iloczyn zdarzeń, zdarzenie przeciwne; ✓ obliczyć prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia stosując wzory lub rysując „drzewo”
Elementy statystyki	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ pojęcia: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, dominanta, wariancja, odchylenie standardowe; 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ odczytywać, przedstawiać i interpretować dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów; ✓ obliczać wartość średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany i odchylenia standardowego; ✓ stosować posiadaną wiedzę do rozwiązywania zadań praktycznych, ✓ odczytywać i analizować informacje z tabel, diagramów i wykresów, wyznaczać i interpretować liczby charakteryzujące zestawy danych; ✓ dobierać odpowiednie modele matematyczne czy algorytmy do prostych sytuacji problemowych i weryfikować uzyskane wyniki; ✓ precyzyjnie formułować myśli; ✓ wykorzystywać urządzenia techniczne, takie jak kalkulator, komputer, w różnych sytuacjach
Stereometria	
<ul style="list-style-type: none"> ❖ pojęcie: figura przestrzenna; ✓ pojęcie kąta dwuściennego. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ podać własności figur przestrzennych; ✓ wyznaczać kąt nachylenia prostej do płaszczyzny ✓ wyznaczać kąty między krawędziami, wysokościami i innymi odcinkami w wielościanach; ✓ rysować figurę w rzucie równoległym na płaszczyznę oraz jej siatkę; ✓ wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych; ✓ stosować trygonometrię; - dokonywać obliczeń miarowych – obwodów, pól, objętości

5.1. Główne narzędzia kontroli

Prawidłowo przeprowadzona ocena osiągnięć uczniów podnosi ich motywację do dalszego kształcenia się i dowartościowuje ich, wyrabia systematyczność w pracy i ułatwia ocenę własnych zainteresowań oraz uzdolnień w aspekcie dalszego kształcenia się. Aby osiągnąć powyższe cele podczas zajęć edukacyjnych ocenie powinny podlegać :

1) **Prace pisemne:**

1. **Sprawdziany wiadomości** – gdy chcemy ocenić stopień opanowania przez uczniów np. działu programu.
2. **Kartkówki** – gdy chcemy zbadać przyswojenie przez uczniów wiedzy i umiejętności z ostatnich dwóch, trzech lekcji.
3. **Testy**.
- 2) **Odpowiedzi ustne**, podczas których oceniamy nie tylko wiedzę i umiejętności matematyczne ucznia, ale również umiejętności komunikacyjne.
- 3) **Prace domowe**.
- 4) **Aktywność ucznia na lekcji**.

5.2. Ogólne kryteria oceny osiągnięć matematycznych ucznia

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

- ⇒ Intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady;
- ⇒ Rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji;
- ⇒ Rozwiązuje proste standardowe zadania posługując się metodami typowymi i algorytmami;
- ⇒ Potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania;
- ⇒ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest dane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

- ⇒ Podaje definicje najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ Wyróżnia w tekście definicje i twierdzenia;
- ⇒ Zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania;
- ⇒ Sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach;
- ⇒ Korzysta z kalkulatora;
- ⇒ Zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych;
- ⇒ Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych;
- ⇒ Naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji;
- ⇒ Samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne;
- ⇒ Sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

- ⇒ Przytacza definicje większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady;
- ⇒ Zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować;
- ⇒ Intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą;

- ⇒ Wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a jakiej nie można zastosować danego twierdzenia;
- ⇒ Zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych;
- ⇒ Rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania;
- ⇒ Rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów;
- ⇒ Ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

- ⇒ Zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi;
- ⇒ Posługuje się językiem matematycznych w komunikowaniu i tworzeniu informacji;
- ⇒ Samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego;
- ⇒ Przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki;
- ⇒ Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie;
- ⇒ Korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia (hipotezy);
- ⇒ Stosuje nowe twierdzenia;
- ⇒ Ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego;
- ⇒ Rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody;
- ⇒ Skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania;
- ⇒ Analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizuje liczbę rozwiązań;
- ⇒ Rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych.

Stopień celujący:

Uczeń:

- ⇒ Analizuje budowę (strukturę logiczną) podanej definicji;
- ⇒ Zna i wykorzystuje definicje i twierdzenia spoza programu;
- ⇒ Potrafi redagować i dowodzić nowe twierdzenia;
- ⇒ Zna podstawowe typy dowodów i potrafi się nimi posłużyć;
- ⇒ Buduje oryginalne sposoby rozwiązywania nietypowych zadań złożonych;
- ⇒ Stosuje matematykę do rozwiązywania problemów praktycznych;
- ⇒ Poszukuje innych sposobów rozwiązania zadania;
- ⇒ Uczestniczy w konkursach matematycznych szczebla centralnego lub jest finalistą zawodów na szczeblu województwa.

6. Procedura ewaluacji programu nauczania

Tabela 5: Projekt ewaluacji autorskiego programu nauczania rozwijania MKKE

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Próba badawcza	Prezentacja danych / raport
Przed rozpoczęciem realizacji programu	Projekt autorskiego programu nauczania	1. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia zasoby realizatora?	Co najmniej 50% punktów wg. arkusza oceny programu autorskiego.	Studium przypadku; Analiza wyników diagnozy implementacji KK oraz danych z arkusza oceny programu.	Szkoła uczestnicząca w Projekcie .	Raport ewaluacyjny
		2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia odbiorców?	j.w.			
		3. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania MKKE?	j.w.			
		4. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie?	j.w.			
		5. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności?	Odpowiedź „Tak”			



		6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu oceny programu?	Co najmniej 50% punktów wg. arkusza oceny			
W czasie realizacji programu.	Skuteczność programu	1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu?	Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas.	Analiza dokumentów.		Raport ewaluacyjny
		2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy dydaktycznych.	Analiza dokumentów.		Raport ewaluacyjny
		3. Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczycieli i szkoły?	Wzrost o 20% liczby hospitacji dyrektora; udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym.	Analiza dokumentów.		Raport ewaluacyjny
		4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	Przewaga metod aktywizujących nad podającymi.	Analiza dokumentów. Obserwacja.		Raport ewaluacyjny
Na koniec realizacji programu.		5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela realizującego projekt programu?	Co najmniej przeciętne wyniki w skalach KI i JK arkusza.	Ankietowanie uczniów.	Wszyscy uczestnicy.	Raport ewaluacyjny Promocja projektu.



		6. W jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE?	Wzrost o min. 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE.	Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”.	Wszyscy uczestnicy.	Raport ewaluacyjny Promocja projektu. Promocja szkoły w środowisku.
Po pewnym czasie od realizacji programu.		7. Na ile trwały zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE.	Wzrost minimum o 20% średniego wyniku matury z matematyki	Analiza dokumentów(z wynikami egzaminu maturalnego).	Wszyscy uczestnicy.	Raport ewaluacyjny Promocja projektu – konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie.

Bibliografia

- [1] M. Kurczab, E. Kurczab, E. Świda, *Matematyka – program nauczania w liceach i technikach – zakres podstawowy*, PAZDRO, Warszawa 2008
- [2] M. Kurczab, E. Kurczab, E. Świda, *Matematyka - podręczniki i zbiory zadań dla klas I-III – zakres podstawowy*, PAZDRO, Warszawa 2008-2009
- [3] M. Sobczak, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki*, WSEI, Lublin 2009
- [4] Akty prawne:
- [5] *Ustawa z dnia 7 września 1991 r. o systemie oświaty (Dz. U. z 2004r. Nr 256, poz. 2572, z późn. zm.)*,
- [6] *Ustawa z dnia 19 marca 2009 r. o zmianie ustawy o systemie oświaty oraz o zmianie niektórych innych ustaw (Dz. U. nr 56, poz. 458)*,
- [7] *Ustawa z dnia 26 stycznia 1982r. – Karta Nauczyciela (Dz. U. z 2006r. Nr 97, poz. 674, z późn. zm.)*,
- [8] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 26 lutego 2002r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. Nr 51, poz. 458, z późn. zm.)*,
- [9] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 10 sierpnia 2001 r. w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz. U. Nr 92, poz. 1020 oraz z 2003 r. Nr 90, poz. 846)*,
- [10] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz. U. z dnia 31 sierpnia 2007 r. Nr 157, poz. 1102)*,
- [11] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 8 czerwca 2009 r. w sprawie dopuszczenia do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczania do użytku szkolnego podręczników (Dz. U. Nr 89, poz. 730)*,
- [12] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 12 lutego 2002 r. w sprawie ramowych planów nauczania w szkołach publicznych (Dz. U. Nr 15, poz. 142 z późn. zm.)*,
- [13] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 marca 2009 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie ramowych planów nauczania w szkołach publicznych.*



Autor
Magdalena Skubida

MATEMATYKA
zakres podstawowy

**AUTORSKI PROGRAM KSZTAŁTOWANIA
KOMPETENCJI KLUCZOWYCH**

**Technikum Ekonomiczne
w Ponadgimnazjalnym Zespole Szkół Ekonomicznych
im. E. Kwiatkowskiego
w Sandomierzu**

*Koordinator merytoryczny kompetencji kluczowej
w zakresie matematyki*
Maria Sobczak

Lublin 2009





Spis treści

Wstęp.....	5
1 Założenia dydaktyczne i wychowawcze.....	7
2 Cele edukacyjne.....	9
2.1 Cele kształcenia	9
2.2 Cele wychowawcze	9
3 Rozkład materiału.....	10
4 Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia uczniów	11
4.1 Klasa I.....	11
4.1.1. Świat liczb rzeczywistych	11
4.1.2. Elementy logiki matematycznej. Zbiory.	13
4.1.3. Funkcje	14
4.1.4. Funkcja liniowa	15
4.1.5. Funkcja kwadratowa.....	16
4.1.6. Trygonometria	17
4.2 Klasa II	18
4.2.1. Planimetria cz. I.....	18
4.2.2. Wielomiany	20
4.2.3. Funkcje wymierne	21
4.2.4. Ciągi	21
4.3 Klasa III	22
4.3.1. Logarytmy i funkcja wykładnicza	22
4.3.2. Planimetria cz. II.....	23
4.3.3. Elementy statystyki opisowej.....	24
4.3.4. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryki.....	24
4.3.1 Stereometria.....	26
5 Procedury osiągania szczegółowych celów kształcenia.....	27
5.1 Metody i formy pracy z uczniami	27
5.2 Metody kontroli i oceny osiągnięć uczniów	30
5.3 Środki dydaktyczne	32
6 Projekt ewaluacji programu.....	33
Bibliografia.....	36



Wstęp

Autor:

Mgr Magdalena Skubida – dyplomowany nauczyciel matematyki w Ponadgimnazjalnym Zespole Szkół Ekonomicznych w Sandomierzu, staż pracy 15 lat

Autorski program kształtowania kompetencji kluczowych z matematyki jest jednym z elementów projektu „SZKOŁA KLUCZOWYCH KOMPETENCJI. Program rozwijania umiejętności uczniów szkół Polski Wschodniej” realizowanego przez Wyższą Szkołę Ekonomii i Innowacji w Lublinie wraz z Partnerami: Podkarpackim Centrum Doskonalenia Nauczycieli w Rzeszowie, Wyższą Szkołą Administracji Publicznej im. Stanisława Staszica w Białymstoku, Wyższą Szkołą Humanistyczno -Przyrodniczą w Sandomierzu oraz Wyższą Szkołą Biznesu im. bpa Jana Chrapka w Radomiu. Celem projektu jest zwiększenie dostępności do rozwoju kompetencji kluczowych uczniów szkół ponadgimnazjalnych o profilu zawodowym w Polsce Wschodniej.

W związku z postępującą globalizacją Unia Europejska staje przed coraz to nowymi wyzwaniami, dlatego też każdy obywatel będzie potrzebował szerokiego wachlarza kompetencji kluczowych, by łatwo przystosować się do szybko zmieniającego się świata, w którym zachodzą rozliczne wzajemne powiązania.

Edukacja w swym podwójnym – społecznym i ekonomicznym – wymiarze ma do odegrania zasadniczą rolę polegającą na zapewnieniu nabycia przez obywateli Europy kompetencji kluczowych koniecznych, aby umożliwić im elastyczne dostosowywanie się do nowych rynków pracy w społeczeństwie wiedzy. Wyposażenie młodych ludzi w kompetencje kluczowe jest zasadniczym elementem działań na rzecz wzrostu gospodarczego i zatrudnienia.

Parlament Europejski i Rada Unii Europejskiej w grudniu 2006 roku zaleciły państwom członkowskim rozwijanie kompetencji kluczowych. Kompetencje kluczowe zdefiniowane przez dokument „Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 roku w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie” to te, których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia.

Kompetencje matematyczne(MKKE) określone w tym dokumencie obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Kompetencje matematyczne to zdolność i chęć wykorzystywania matematycznych sposobów myślenia oraz prezentacji (wzory, modele, schematy, wykresy, tabele).

Kompetencje są definiowane jako połączenie wiedzy, umiejętności i postaw odpowiednich do sytuacji.

Wiedza:

W1- rozumienie terminów i pojęć matematycznych,

W2- dobrze opanowana umiejętność liczenia,

W3- znajomość miar i struktur,

W4- znajomość głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej,

W5- świadomość pytań na, na które matematyka daje odpowiedź.

Umiejętności:

- U1- stosować główne zasady i procesy matematyczne w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (rozumować w sposób matematyczny);
- U2- śledzić i oceniać ciągi argumentów (rozumieć dowód matematyczny);
- U3- przekazywać komunikaty stosując język matematyczny;
- U4- korzystać z tekstu matematycznego.

Postawy:

- P1- przejawiać szacunek dla prawdy;
- P2- dążyć do szukania przyczyn;
- P3- oceniać zasadność wnioskowań i działań.

Analiza celów ogólnych zapisanych jako matematyczne kompetencje kluczowe w ujęciu dokumentów Parlamentu Europejskiego (MKKE), Podstawie Programowej (PP), Standardach Wymagań Egzaminacyjnych (ST_WYM) oraz wskazanych przez dydaktyków matematyki (DYD_MAT) pozwala stwierdzić niemal ich pełną zgodność dla wszystkich trzech obszarów Wiedza, Umiejętności i Postawy. Natomiast MKKE nie są w pełni reprezentowane w zapisach standardów wymagań egzaminacyjnych ponieważ nie wszystkie wiadomości i umiejętności objęte programami nauczania dadzą się sprawdzić podczas egzaminu pisemnego. Nie ma jednak między nimi sprzeczności, gdyż wszystkie standardy mają swoje odniesienie do MKKE. Oznacza to konieczność zmodyfikowania nie tyle celów i materiału nauczania co sposobów nauczania eksponujących cele kształcące i motywacyjne.

1 Założenia dydaktyczne i wychowawcze

Program nauczania matematyki w zakresie podstawowym przeznaczony jest dla uczniów technikum ekonomicznego. Został opracowany w oparciu o cele, zadania, treści kształcenia i osiągnięcia zawarte w podstawie programowej – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 26 lutego 2002 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz.U. Nr 51, poz.458), standardach wymagań egzaminacyjnych – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (Dz.U. z 2007 r. Nr 157, poz. 1102) oraz zapisach dotyczących rozwijanie matematycznych kompetencji kluczowych (MKKE) w ujęciu dokumentów Unii Europejskiej. Uwzględnia również wnioski i rekomendacje diagnozy regionalnej dla województwa świętokrzyskiego (wydanej w ramach projektu „Szkoła Kluczowych Kompetencji”) oraz sugestie nauczycieli przedmiotów ekonomicznych.

Diagnoza regionalna pokazała że:

- a) uczniowie w przeważającej części są absolwentami z niskimi wynikami egzaminu gimnazjalnego, przy czym zaległości z poprzednich etapów nawarstwiają się w kolejnych latach edukacji;
- b) w szkołach istnieje problem niezadowolającego opanowania kluczowych kompetencji przez uczniów;
- c) wielu uczniów przypadkowo wybrało kierunek kształcenia, nie planując swojej przyszłości zawodowej; nieprzemyślane wybory i decyzje przekładają się na niskie zaangażowanie uczniów;
- d) uczniowie wykazują niski poziom świadomości zawodowej.

Po zakończeniu kształcenia w zakresie podstawowym uczniowie powinni być wyposażeni w wiedzę, która jest przystępna, niezbędna do dalszej edukacji i o dużej użyteczności pozaszkolnej. Ich umiejętności powinny być ukierunkowane na przetwarzanie wiedzy matematycznej i wykorzystywanie jej jako narzędzia do rozwiązywania problemów. Modelowanie matematyczne powinniśmy ćwiczyć, odnosząc się do różnorodnych sytuacji z życia codziennego. Również powinniśmy stosować technologię informacyjną. Wszędzie tam, gdzie istnieje możliwość zastosowania komputerów do modelowania i wizualizacji zyskujemy czas na rozwiązywanie ciekawych problemów, dyskusję i rozmowę z uczniem.

Program ten:

- ❖ ma charakter liniowo-spiralny. Przy jego realizacji uczeń będzie miał możliwość powrotu do treści już poznanych (szczególnie ważnych dla rozwijania MKKE oraz do udoskonalania umiejętności intelektualnych, niezbędnych do uczenia się przedmiotów zawodowych) poprzez odpowiedni dobór zadań;
- ❖ ma taki układ treści nauczania, aby nabyte umiejętności matematyczne można było wykorzystywać w nauczaniu innych przedmiotów;
- ❖ zakres materiału jest dostosowany do potrzeb kształcenia na tym etapie nauczania edukacyjnego;
- ❖ treści nauczania są zgodne z podstawą programową i niezbędne do rozwijania MKKE oraz do kształcenia w zawodzie- technik ekonomista;



- ❖ uwzględnić możliwość indywidualizacji pracy w zależności od potrzeb i możliwości uczniów oraz od warunków, w jakich będzie realizowany.

2 Cele edukacyjne

Celem nauczania matematyki jest wspomaganie wszechstronnego rozwoju ucznia ukierunkowanego na przygotowanie go do rozumienia współczesnego świata i aktywnego uczestnictwa w życiu.

2.1 Cele kształcenia

1. Stworzenie podstaw wiedzy matematycznej w zakresie znajomości i rozumienia terminów i pojęć matematycznych (W1).
2. Doskonalenie sprawności rachunkowych, ze szczególnym uwzględnieniem sprawności rachunkowych niezbędnych w kształceniu w zawodzie technik ekonomista (W2).
3. Wykształcenie umiejętności operowania obiektami matematycznymi oraz stosowanie ich do budowy modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji życia codziennego, innych w dziedzin wiedzy i kształcenia w zawodzie technik ekonomista (W3, W4).
4. Wykształcenie umiejętności stosowania zasad i procesów matematycznych codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych (U1).
5. Wykształcenie umiejętności nawyku uzasadniania swoich sądów(istota sądów matematycznych, kategoryczność twierdzeń, jednoznaczność i precyzja definicji) (U2, P1)
6. Rozwijanie umiejętności stosowania języka matematycznego do opisu zjawisk życia codziennego i innych dziedzin życia (U3).
7. Doskonalenie umiejętności posługiwania się tekstem matematycznym, w tym podręcznikiem oraz innymi źródłami informacji matematycznej (U4).
8. Wykształcenie umiejętności samodzielnej pracy nad zagadnieniami matematycznymi – umiejętność stawiania pytań, formułowania hipotez matematycznych, poszukiwania dróg weryfikacji (W5, P1, P2).
9. Kształcenie wyobraźni matematycznej (intuicja w zakresie obiektów abstrakcyjnych, wyobraźnia geometryczna dotycząca obiektów płaskich i przestrzennych) oraz przewidywanie działań głównie podczas rozwiązywania problemów matematycznych (U2, U3, P2).

2.2 Cele wychowawcze

1. Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku (U1, P1, P2, P3).
2. Prawidłowe współdziałanie w zespole przy rozwiązywaniu problemów.
3. Wyrabianie systematyczności w pracy.
4. Nabycie umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki.
5. Wytrwałość w pokonywaniu trudności.
6. Kształtowanie postaw dociekliwych, poszukujących i krytycznych.
7. Kształtowanie odpowiedzialności za powierzone zadanie.

3 Rozkład materiału

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację. W zakresie podstawowym tematy realizowane będą w techniku w trybie 3+2+2+2. W rozkładzie materiału uwzględnione zostały miesięczne praktyki zawodowe w klasie drugiej i trzeciej.

Tabela. I. Klasa I – 111 godzin [101 godz. + 10 godz. do dyspozycji nauczyciela]

1.	Świat liczb rzeczywistych	30
2.	Elementy logiki matematycznej. Zbiory	10
3.	Funkcje	15
4.	Funkcja liniowa	17
5.	Funkcja kwadratowa	20
6.	Trygonometria	8

Tabela. II. Klasa II – 66 godzin [58godz. + 6godz. do dyspozycji nauczyciela]

1.	Planimetria cz. I	22
2.	Wielomiany	10
3.	Funkcje wymierne	10
4.	Ciągi	16

Tabela. III. Klasa III – 66 godzin [58godz. + 6godz. do dyspozycji nauczyciela]

1.	Logarytmy i funkcja wykładnicza	10
2.	Planimetria cz. II	20
3.	Elementy statystyki opisowej.	12
4.	Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryki	16

Tabela. IV. Klasa – IV 58 godzin

1.	Stereometria	23
2.	Przygotowanie do matury	35

4 Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia uczniów

Szczegółowe treści kształcenia oraz odpowiadające im cele edukacyjne i osiągnięcia uczniów zostały oznaczone w następujący sposób:

Symbol

- oznacza treści kształcenia i umiejętności zawarte w PP, ST_WYM i MKKE oraz są istotne dla kształcenia w zawodzie technika ekonomisty;
- oznacza treści kształcenia i umiejętności zawarte w PP i ST_WYM oraz MKKE;
- oznacza treści kształcenia i umiejętności zawarte w PP dla wcześniejszych etapów kształcenia (a zatem takie, które podlegają sprawdzeniu również na egzaminie maturalnym) i są ważne dla MKKE lub kształcenia w zawodzie technika ekonomisty;
- oznacza treści kształcenia i umiejętności nie zawarte w PP i ST_WYM dla zakresu podstawowego, ale ich wprowadzenie spowodowane jest tym, że ułatwiają zrozumienie zagadnień występujących w PP (ST_WYM) lub są związane z zagadnieniami z PP, (ST_WYM) lub odgrywają istotną rolę w uczeniu się innych przedmiotów.

4.1 Klasa I

4.1.1. Świat liczb rzeczywistych

Treści kształcenia

- Liczby naturalne. Liczby całkowite.
- Liczby wymierne. Liczby niewymierne.
- Oś liczbowa.
- Rozwinięcie dziesiętne liczby wymiernej.
- Porównywanie liczb rzeczywistych. Przypomnienie wiadomości o równaniach i nierównościach.
- Pierwiastek arytmetyczny.
- Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej.
- Zastosowanie przekształceń algebraicznych.
- Potęga o wykładniku naturalnym.
- Potęga o wykładniku całkowitym.
- Potęga o wykładniku wymiernym.
- Informacje o potędze o wykładniku rzeczywistym.
- Notacja wykładnicza.
- Przybliżenia.
- Błąd przybliżenia, szacowanie.
- Procenty.
- Punkty procentowe.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- utrwali sobie pojęcie liczb pierwszych i złożonych;
- utrwali sobie cechy podzielności liczb naturalnych oraz jak znajduje się NWD i NWW liczb naturalnych;
- utrwali sobie co to jest oś liczbowa;
- utrwali sobie, jak wykonuje się działania na ułamkach;
- utrwali sobie własności równości i nierówności w zbiorze \mathbb{R} ;
- utrwali sobie przedstawiać liczby wymierne w różnych postaciach (ułamek zwykły, ułamek dziesiętny);
- utrwali sobie własności równości i nierówności w zbiorze \mathbb{R} ;
- utrwali sobie prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych
- pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej;
- pozna wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$;
- utrwali sobie jak usuwa się niewymierność z mianownika;
- utrwali sobie własności działań na wyrażeniach algebraicznych;
- utrwali sobie własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym;
- utrwali sobie własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym;
- pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym i własności działań na takich potęgach;
- pozna prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- utrwali sobie jak posługiwać się notacją wykładniczą;
- pozna jak wyznaczyć przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej zadaną dokładnością;
- pozna pojęcie błędu przybliżenia;
- nauczy się szacować wyniki obliczeń;
- utrwali sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami;
- pozna pojęcie punktu procentowego.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- podawać przykłady liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych; pierwszych, złożonych oraz przyporządkować liczbę do danego zbioru;
- porównywać liczby wymierne, stosować cechy podzielności liczb naturalnych do znajdowania NWW i NWD (w tym również w celu rozwiązania zagadnień praktycznych);
- sprawnie wykonywać działania na ułamkach;
- posługiwać się pojęciem osi liczbowej;
- zaplanować i wykonać obliczenia na liczbach rzeczywistych;
- stwierdzić, czy wynik jest liczbą wymierną czy niewymierną;
- wyznaczyć rozwinięcie dziesiętne liczb;
- zapisać liczbę wymierną (w tym mającą rozwinięcie dziesiętne okresowe) w postaci ilorazu liczb całkowitych;
- stosować własności równości i nierówności w zbiorze \mathbb{R} oraz rozwiązywać proste równania i nierówności;
- sprawnie wykonywać działania na pierwiastkach;
- sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia;
- usuwać niewymierność z mianownika;
- sprawnie przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii;
- wykonywać działania na wyrażeniach wymiernych;

- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym;
- wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym (wymiernym i niewymiernym);
- zapisywać liczby w postaci wykładniczej;
- wyznaczać przybliżenia dziesiętne liczby rzeczywiste z zadana dokładnością;
- stosować reguły zaokrąglania liczb;
- stosować pojęcie błędu przybliżenia;
- oszacować wartość wyrażenia liczbowego;
- stosować pojęcie procentu w obliczeniach;
- odczytywać dane z tabel i diagramów;
- wykorzystywać tabele i diagramy do przedstawiania danych;
- posługiwać się pojęciem punktu procentowego;
- posługiwać się procentem w zadaniach praktycznych.

4.1.2. Elementy logiki matematycznej. Zbiory.

Treści kształcenia

- Pojęcie zdania w logice, zaprzeczenie zdania.
- Koniunkcja i alternatywa zdań.
- Implikacja i równoważność zdań.
- Zbiór. Działania na zbiorach.
- Przedziały.
- Wartość bezwzględna.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna zdania proste i złożone;
- pozna spójniki logiczne;
- pozna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiór skończony(nieskończony), element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbiorów;
- zapozna się z symboliką dotyczącą zbiorów;
- pozna pojęcie sumy, różnicy, iloczynu i dopełnienia zbiorów;
- utrwali sobie wiadomości dotyczące liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych;
- pozna relacje jakie zachodzą między podzbiorami liczb rzeczywistych;
- pozna pojęcie przedziału(ograniczonego, nieograniczonego, otwartego, domkniętego, jednostronnie otwartego);
- nauczy się wykonywać działania na przedziałach;
- pozna pojęcie wartości bezwzględnej.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi i ocenić jego wartość logiczną;
- posługiwać się spójnikami logicznymi;
- zaprzeczać zdanie;
- budować zdania złożone i oceniać ich wartość logiczną;
- wyznaczać część wspólną, sumę, różnicę zbiorów oraz dopełnienie zbioru;

- wskazać w podanym zbiorze liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne;
- zaznaczyć przedziały na osi liczbowej;
- wykonywać działania na przedziałach;
- obliczyć wartość bezwzględną danej liczby;
- zastosować interpretacje geometryczną wartości bezwzględnej;
- zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu $|x - a| = b$, $|x - a| \geq b$;
- zapisać nierówność(równanie) z wartością bezwzględną, znając zbiór rozwiązań tej nierówności(tego równania).

4.1.3. Funkcje

Treści kształcenia

- Pojęcie funkcji, funkcja liczbowa.
- Dziedzina i zbiór wartości funkcji.
- Sposoby opisywania funkcji.
- Wykres funkcji.
- Miejsce zerowe funkcji.
- Monotoniczność funkcji.
- Najmniejsza i największa wartość funkcji.
- Odczytywanie własności funkcji z wykresu.
- Wektory w układzie współrzędnych.
- Przekształcanie wykresów funkcji.
- Symetria osiowa względem osi OX i OY.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- utrwali sobie pojęcie funkcji;
- pozna różne sposoby opisywania funkcji (graf, tabelka, wzór, wykres, opis słowny);
- utrwali sobie takie pojęcia jak: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej;
- pozna pojęcie monotoniczności funkcji;
- pozna wykresy niektórych funkcji;
- pozna pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji;
- nauczy się odczytywać własności funkcji z wykresu;
- nauczy się sporządzać wykresy funkcji o podanych własnościach;
- nauczy się opisywać i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji;
- pozna pojęcie wektora w układzie współrzędnych;
- nauczy się dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę;
- nauczy się przesuwać wykres funkcji wzdłuż osi OX i OY;
- nauczy się przesuwać wykres funkcji o wektor;
- pozna pojęcie symetrii osiowej;
- nauczy się przesuwać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX i OY;

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić przyporządkowanie, które jest funkcją od przyporządkowania, które funkcją nie jest;
- opisywać funkcje na różne sposoby;
- wskazać wykres funkcji liczbowej;
- wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej;
- określić zbiór wartości funkcji (proste przykłady);
- obliczyć miejsca zerowe funkcji;
- określić na podstawie wykresu poznane własności funkcji;
- sporządzić wykres funkcji spełniającej podane warunki;
- podać opis matematyczny zależności dwóch zmiennych w postaci funkcji;
- odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji, dotyczące różnych zjawisk, np. przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych, chemicznych;
- przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru funkcji lub wykresu funkcji;
- obliczyć współrzędne wektora i jego długość;
- dodać i odjąć wektory, pomnożyć wektor przez liczbę;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji: $y = f(x + a)$, $y = f(x) + b$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji: $y = f(x + a) + b$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(x)$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(-x)$;

4.1.4. Funkcja liniowa

Treści kształcenia

- Proporcjonalność prosta.
- Funkcja liniowa. Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej.
- Własności funkcji liniowej.
- Równanie prostej na płaszczyźnie.
- Współczynnik kierunkowy prostej.
- Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowej.
- Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego.
- Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- Nierówność pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- Układy nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- utrwali sobie informacje o proporcjonalności prostej;
- utrwali sobie pojęcie funkcji liniowej;
- pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej;
- utrwali sobie własności funkcji liniowej;
- utrwali sobie informacje o równaniu kierunkowym prostej;
- pozna wzór na wyznaczenie współczynnika kierunkowego prostej;
- nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej;

- nauczy się znajdować równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe lub prostopadłe do danej funkcji liniowej;
- nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;
- utrwali sobie, jak się rozwiązuje równania i nierówności liniowe;
- utrwali sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- nauczy się opisywać zbiory za pomocą układów nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- sporządzić wykres proporcjonalności prostej oraz podać jej własności;
- zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań;
- sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;
- wykorzystać interpretacje współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań;
- znaleźć równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym;
- wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danej funkcji;
- stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego;
- rozwiązywać równania oraz nierówności liniowe z jedną niewiadomą oraz interpretować je graficznie;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą;
- stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
- graficznie przedstawiać nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi oraz opisywać podane zbiory za pomocą układów równań i nierówności z dwiema niewiadomymi.

4.1.5. Funkcja kwadratowa

Treści kształcenia

- Jednomian kwadratowy, trójmian kwadratowy.
- Przekształcanie wykresów funkcji kwadratowych.
- Postać ogólna i kanoniczna funkcji kwadratowej.
- Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.
- Najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.
- Badanie trójmianu kwadratowego, zadania optymalizacyjne.
- Równania kwadratowe.
- Nierówności kwadratowe.
- Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności;

- nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej;
- nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych;
- nauczy się przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;
- pozna metodę rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych;
- nauczy się znajdować największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych;
- nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowych do rozwiązywania zadań (w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym).

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić wzór funkcji kwadratowej od innych funkcji;
- sporządzić wykres funkcji i zbadać jej własności na podstawie wykresu;
- wyznaczyć współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji;
- przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;
- wyznaczyć wzór ogólny funkcji kwadratowych o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu;
- wyznaczyć miejsca zerowe i postać iloczynową funkcji kwadratowych;
- sprawnie zamieniać jedną postać funkcji na inną;
- sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych;
- wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym;
- rozwiązywać zadania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne);
- przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej;
- opisać dane zjawisko za pomocą funkcji.

4.1.6. Trygonometria

Treści kształcenia

- Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa kąta ostrego.
- Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla kąta $30^0, 45^0, 60^0$.
- Podstawowe tożsamości trygonometryczne.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna określenie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;
- nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów $30^0, 45^0, 60^0$;
- pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- wyznaczyć funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;

- stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w rozwiązywaniu zadań;
- znając wartości jednej funkcji potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego.

4.2 Klasa II

4.2.1. Planimetria cz. I

Treści kształcenia

- Miara kątów w trójkącie.
- Trójkąty przystające,
- Trójkąty podobne.
- Wielokąty podobne.
- Trójkąty prostokątne.
- Twierdzenie Talesa.
- Pole trójkąta.
- Pole czworokąta.
- Pola figur podobnych.
- Długość okręgu i pole koła.
- Odległość punktów w układzie współrzędnych.
- Współrzędne środka odcinka.
- Odległość punktu od prostej.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- utrwali sobie podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
- utrwali sobie twierdzenie o sumie kątów w trójkącie;
- utrwali sobie własności: symetralnej odcinka, wysokości trójkąta, dwusiecznej kąta, środkowych boków trójkąta;
- utrwali sobie pojęcie trójkątów przystających oraz cechy przystawiania trójkątów,
- utrwali sobie pojęcie trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów;
- utrwali sobie twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;
- utrwali sobie twierdzenie Talesa;
- pozna pojęcie pola figury;
- utrwali sobie stosowane wcześniej wzory na pole trójkąta;
- pozna nowe wzory na pole trójkąta;
- utrwali sobie podział czworokątów i niektóre własności czworokątów;
- utrwali sobie wzory na pola czworokątów;
- pozna nowe wzory na pole czworokąta;
- pozna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych;
- utrwali sobie wzór na pole koła i długość okręgu;
- pozna wzór na pole wycinka koła i wzór na długość łuku okręgu;
- utrwali sobie podstawowe informacje o wektorze w układzie współrzędnych;
- utrwali sobie jak oblicza się odległość punktów w układzie współrzędnych;



- pozna wzór na obliczanie odległości punktu od prostej;
- pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań;
- posługiwać się własnościami boków i kątów trójkąta;
- rozpoznawać trójkąty przystające;
- stosować cechy przystawiania trójkątów w rozwiązywaniu zadań;
- rozpoznawać trójkąty podobne;
- stosować cechy podobieństwa trójkątów w rozwiązywaniu zadań;
- obliczyć pole figury, wykorzystując podział tej figury na rozłączne części;
- stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów;
- stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach;
- stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym;
- rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych;
- zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań;
- obliczyć odległość dwóch punktów oraz punktu od prostej w układzie współrzędnych.
- wyznaczyć współrzędne środka odcinka.

4.2.2. Wielomiany

Treści kształcenia

- Wielomian jednej zmiennej stopnia n ($n \geq 1$).
- Równość wielomianów. Dodawanie, odejmowanie, mnożenie wielomianów.
- Pierwiastek wielomianu, pierwiastek wielokrotny.
- Rozkład wielomianu na czynniki.
- Równania wielomianowe.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję wielomianu stopnia n ($n \geq 1$) jednej zmiennej;
- pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować;
- nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany;
- pozna pojęcie pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu;
- pozna metody rozkładu wielomianu na czynniki (wyłączanie czynnika przed nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów);
- nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem;
- dodać, odjąć, pomnożyć wielomiany;
- rozłożyć wielomian na czynniki stosując poznane metody;
- rozwiązać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki.

4.2.3. Funkcje wymierne

Treści kształcenia

- Definicja funkcji wymiernej, dziedzina funkcji wymiernej.
- Działania na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie).
- Proporcjonalność odwrotna i jej własności.
- Proste równania wymierne.
- Proste nierówności wymierne.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję funkcji wymiernej;
- nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- nauczy się skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej;
- nauczy się szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;
- nauczy się rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym, związane z proporcjonalnością odwrotną;
- nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne;
- nauczy się rozwiązywać proste nierówności wymierne.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji;
- wyznaczać dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną;
- obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- dodawać, odejmować, mnożyć, dzielić wyrażenia wymierne;
- szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać jej własności;
- rozwiązywać zadania z proporcjonalnością odwrotną;
- rozwiązywać proste równania wymierne;
- rozwiązywać proste nierówności wymierne;
- rozwiązywać zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych.

4.2.4. Ciągi

Treści kształcenia

- Określenie ciągu, ciąg liczbowy.
- Sposoby opisywania ciągów.
- Monotoniczność ciągów.
- Ciąg arytmetyczny.
- Ciąg geometryczny.
- Oprocentowanie lokat i kredytów (procent prosty i procent składany).

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję ciągu;
- pozna sposoby opisywania ciągów;
- pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu;
- pozna definicję ciągu arytmetycznego;
- pozna własności ciągu arytmetycznego
- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego (n-ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów tego ciągu, średnia arytmetyczna);
- pozna definicję ciągu geometrycznego;
- pozna własności ciągu geometrycznego;
- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego (n-ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów tego ciągu, średnia geometryczna);
- pozna pojęcie procentu prostego i składanego;
- nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- określić ciąg wzorem ogólnym;
- wyznaczyć wyraz ciągu określonego wzorem ogólnym;
- narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu;
- zbadać monotoniczność ciągu;
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym;
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych;
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego;
- zbadać czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym;
- wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych;
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego;
- rozwiązywać zadania stosując wzory na n-ty wyraz i sumę początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym;
- stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów.

4.3 Klasa III

4.3.1. Logarytmy i funkcja wykładnicza

Treści kształcenia

- Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie.
- Pojęcie logarytmu, własności logarytmów.
- Funkcja wykładnicza i jej własności.
- Proste równania i nierówności wykładnicze.
- Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań w kontekście praktycznym.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- pozna pojęcie logarytmu;
- pozna podstawowe własności logarytmu;
- pozna przykładowe zastosowanie logarytmów;
- pozna pojęcie funkcji wykładniczej;
- pozna własności funkcji wykładniczej;
- nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;
- nauczy się stosować własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań;

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- obliczyć logarytm danej liczby przy danej podstawie;
- stosować w obliczeniach podstawowe własności logarytmu;
- odróżniać funkcję wykładniczą od innych funkcji;
- sporządzać wykresy funkcji wykładniczych;
- opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie wykresu;
- przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;
- rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;
- rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym.

4.3.2. Planimetria cz. II

Treści kształcenia

- Okręgi i proste.
- Kąty w okręgu.
- Wysokości w trójkącie, środkowe w trójkącie.
- Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie.
- Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt.
- Okrąg w układzie współrzędnych. Równanie okręgu.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- utrwali sobie pojęcie okręgu;
- utrwali sobie wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi,
- utrwali sobie wiadomości o kątach;
- pozna określenie kąta środkowego w okręgu, wpisanego w okrąg i kąta dopisanego oraz własności tych kątów;
- pozna twierdzenie o wysokościach i środkowych w trójkącie;
- utrwali sobie twierdzenie o symetralnych boków trójkąta;
- utrwali sobie twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta;
- nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej;
- pozna wzajemne położenie prostej i okręgu;

- nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu;
- nauczy się wyznaczać równanie okręgu o zadanych własnościach;
- nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;
- rozwiązać zadania dotyczące prostej i okręgu;
- nauczy się określać wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- określić wzajemne położenie prostej i okręgu;
- określić wzajemne położenie dwóch okręgów;
- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań;
- opisać okrąg na trójkącie, wpisać okrąg w trójkąt, wyznaczyć promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny i w trójkąt równoramienny, wyznaczyć promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym i na trójkącie równoramiennym – znając długości boków trójkąta.

4.3.3. Elementy statystyki opisowej

Treści kształcenia

- Średnia arytmetyczna.
- Mediana i dominanta.
- Odchylenie standardowe.
- Średnia ważona

Cele edukacyjne

Uczeń:

- nauczy się obliczać wartość średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany i odchylenia standardowego;
- nauczy się interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, odchylenie standardowe oraz skomentować otrzymany wynik;
- interpretować wymienione wyżej parametry;
- odczytywać i zinterpretować dane empiryczne z tabel, diagramów, i wykresów;
- przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;
- porównać i określać zależności między odczytanymi danymi.

4.3.4. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryki

Treści kształcenia

- Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych.
- Reguła mnożenia.
- Drzewa stochastyczne.
- Symbol silni.
- Permutacje.

- Wariacje bez powtórzeń.
- Wariacje z powtórzeniami.
- Kombinacje.
- Zdarzenia losowe.
- Prawdopodobieństwo klasyczne.
- Własności prawdopodobieństwa.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- pozna regułę mnożenia i nauczy się ją stosować;
- nauczy się przedstawiać pewne sytuacje kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań;
- pozna symbol silni i nauczy się go stosować;
- pozna pojęcie silni, wariacji bez powtórzeń, wariacji z powtórzeniami i kombinacji;
- nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne;
- pozna takie pojęcia jak: doświadczenie losowe, zdarzenia elementarne doświadczenia losowego, zdarzenie, zdarzenie pewne i zdarzenie niemożliwe;
- nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia sprzyjające danemu zdarzeniu;
- nauczy się znajdować sumę zdarzeń, różnicę zdarzeń, iloczyn zdarzeń oraz zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia;
- pozna klasyczną definicję prawdopodobieństwa i nauczy się ją stosować w rozwiązywaniu zadań.
- pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować w rozwiązywaniu zadań;

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- stosować regułę mnożenia w rozwiązywaniu zadań;
- rozwiązywać pewne zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa;
- stosować symbol silni;
- obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń, kombinacji;
- rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki;
- określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc;
- wyznaczyć liczbę zdarzeń sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu;
- obliczać prawdopodobieństwo zdarzeń losowych na podstawie definicji klasycznej prawdopodobieństwa;
- stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań;
- wykorzystywać sumę, iloczyn, różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa;
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa.

4.3.1 Stereometria

Treści kształcenia

- Proste i płaszczyzny w przestrzeni.
- Graniastosłupy – podział, pole powierzchni i objętość.
- Ostrosłupy - podział, pole powierzchni i objętość.
- Kąt między prostą a płaszczyzną.
- Kąt dwuścienny, kąt liniowy kąta dwuściennego.
- Bryły obrotowe – walec, stożek, kula.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
- pozna wzajemne położenie prostej i płaszczyzny;
- nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną;
- pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego;
- utrwali sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach;
- utrwali sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach;
- utrwali sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
- poprawnie rysować wielościany (graniastosłupy, ostrosłupy) i bryły obrotowe;
- wskazywać i obliczać kąt między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości;
- podać własności figur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłup, bryły obrotowe;
- rysować siatki figur przestrzennych;
- wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych;
- wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii.

5 Procedury osiągania szczegółowych celów kształcenia

Osiągnięcie założonych celów edukacyjnych i wychowawczych jest możliwe tylko wtedy, gdy lekcje matematyki dają uczniom możliwość nabycia umiejętności niezbędnych w codziennym życiu, sytuacjach zawodowych oraz gwarantujących dalszą edukację. W matematyce na pierwszym miejscu w hierarchii celów powinno znaleźć się kształtowanie takich postaw u uczniów, które umożliwiają mu samodzielne i odpowiedzialne uczenie się. W zespole klasowym mamy uczniów o różnych predyspozycjach intelektualnych i o różnych potrzebach emocjonalnych, zatem rolą nauczyciela jest:

- przygotowanie uczniów do pracy metodami twórczego odkrywania matematyki;
- doskonalenie umiejętności wybierania strategii rozwiązywania problemów;
- stwarzanie przyjaznego klimatu;
- budowanie kultury wysiłku intelektualnego;
- wprowadzanie w świat dyskusji.

Jednym z głównych celów nauczania matematyki w szkole ponadgimnazjalnej jest przygotowanie uczniów do samodzielnego zdobywania wiedzy. Uczniowie powinni być świadomi tego, że są współodpowiedzialni za to jaką wiedzę posiadają i jakie umiejętności zdobędą. Nauczyciel, powinien uświadamiać uczniom, jak ważne miejsce zajmuje matematyka w problemach życia codziennego, jakie wymagania stawiają przed przyszłymi studentami uczelnie.

Bardzo istotne znaczenie w osiągnięciu celów mają:

- metody i formy organizacji zajęć;
- użyte na lekcjach pomoce dydaktyczne.

5.1 Metody i formy pracy z uczniami

W dobieraniu metod nauczyciel zawsze powinien pamiętać, że najważniejszy jest proces dochodzenia do rozwiązania, a nie samo rozwiązanie, bo wtedy zanika zaniepokojenie i nie ma dialogu. Rozmowa umożliwia ćwiczenie u ucznia języka, jakim posługuje się matematyka. Wśród metod nauczania które będą wspierać ten program należy zaakcentować metody aktywizujące, które:

- rozbudzają zainteresowania ucznia;
- zwiększają jego samodzielność;
- rozwijają twórcze myślenie i kreatywne działanie;
- motywują do działania;
- rozwijają umiejętności współpracy i komunikacji w grupie rówieśniczej;
- podnoszą skuteczność nauczania i uczenia się.

Tabela V. Przegląd najczęściej stosowanych metod nauczania przydatnych w rozwijaniu MKKE.

Metody i techniki nauczania	Charakterystyka	Wartość metody	Zastosowanie (dla rozwoju MKKE)
Ćwiczenia	Wyzwala aktywność odtwórczą i twórczą uczniów odpowiednio dobranych i uporządkowanych zadań do rozwiązywania przez uczniów. Pozwala ostrzegać różnorodne zastosowania nabywanej wiedzy i budować przekonanie o jej użyteczności. Odpowiednio dobrany układ zadań może organizować lekcję problemową, albo pozwala obserwować określone prawidłowości prowadzące do sformułowania hipotezy.	Budowanie przekonań o celowości systematycznej nauki.	Doskonalenie umiejętności (W2), konstruowanie lub odkrywanie nowych informacji (W3,U3,U4).
Praca z tekstem	Rozwija aktywność twórczą, samodzielność i wytrwałość w zdobywaniu nowej wiedzy pod warunkiem dobrania tekstów odpowiednio do możliwości uczniów.	Rozwój krytycznego myślenia.	Wdrażanie do samokształcenia (U3, U4).
Wykład problemowy ilustrowany	Prezentacja wzorów analitycznego i syntetycznego myślenia nauczyciela, wzorów formułowania problemów, prezentacja wzorcowych sposobów rozwiązań, powiązana z wizualizacją odwołującą się do różnych typów sensomotorycznych, z możliwością zadania pytań.	Konstrukcja logiczna, jasność wywodu.	Wprowadzanie nowych trudnych wiadomości, nauka notowania (W1, U2).
Obserwacja	Rejestrowanie wyników obliczeń wykonywanych na papierze lub kalkulatorze czy efektów „eksperymentów” przeprowadzanych za pomocą kalkulatora graficznego lub komputera oraz redagowanie wniosków dotyczących wyników tych działań. Dostrzeganie zastosowań matematyki w sytuacjach życia codziennego oraz przyszłym działaniu zawodowym.	Budowanie hipotez na podstawie obserwacji wyników uzyskanych za pomocą kalkulatora i komputera.	Gromadzenie spostrzeżeń i obserwacji nt. obiektów matematycznych (W3,W4,U3,U1)
Gra dydaktyczna	Występujący element zabawy mózgowi rywalizacji mózgowi naturalny sposób angażuje uczestników, rozwija umiejętność przewidywania mózgowi myślenie strategiczne. Gry mogą wykorzystywać własności struktur matematycznych.	Autentyzm reguł działania.	Doskonalenie umiejętności (W2,W5,P3).
Dyskusja	Rozwija umiejętności komunikacyjne, umiejętności	Różnorodność wiedzy i poglądów, możliwość	Np. ustalenie planu rozwiązania problemu

	dobierania argumentacji, jasnego wypowiedzenia swoich sądów, umiejętność podejmowania decyzji, jednak angażuje tylko część uczniów.	prezentacji swojego zdania.	(U1,P2,P3).
„Śnieżna kula”	Odmiana dyskusji pozwalająca przechodzić od pracy indywidualnej do pracy w grupach, a kończy się pracą zbiorową.	Możliwość dokonania oceny różnych pomysłów.	Negocjowanie i uzasadnianie stanowiska (U1, P2, P3).
Projekt badawczy	Kształci i doskonali wiele umiejętności, a zwłaszcza pozwala na opanowanie metod poznania wykraczających poza program kształcenia szkolnego. Może być adresowany do pojedynczych uczniów szczególnie zainteresowanych i uzdolnionych w danej dziedzinie.	Autentyzm poznania naukowego.	Samodzielne pozyskanie dodatkowych wiadomości i umiejętności (W4, W5, P1, P2, P3).
Projekt edukacyjny	Pozwala na wykorzystanie zdobytej wiedzy do rozwijania rzeczywistych problemów praktycznych przez grupę uczniów o różnym poziomie osiągnięć matematycznych z wykorzystaniem talentów i uzdolnień poszczególnych członków zespołu.	Podnosi samoocenę i buduje poczucie własnej wartości.	Przedsięwzięcie na rzecz środowiska (W2, W3, U1).
Pogadanka	Dobrze przygotowana może służyć wytworzeniu sytuacji problemowej lub sprawdzeniu efektów zajęć. Jej skutki mogą być ograniczone dominacją nauczyciela albo stosowaniem przez niego heurystyki pozornej.	Uwidocznia konstrukcję logiczną zajęć, ożywia lekcję, mobilizuje uczniów.	Wprowadzenie do tematu lub podsumowanie lekcji (W1, U1).
Mapa mentalna	Technika pozwalająca na wizualne przedstawienie treści wybranego zakresu, działu lub tematu. Może być wykorzystana podczas pracy z tekstem. Przydatna w matematyzowaniu sytuacji rzeczywistych.	Dogłębna analiza zawartości tekstu.	Wizualizacja treści tekstu (W4, U4).

Dobrym sposobem na pracę z każdym zespołem jest uatrakcyjnienie zajęć edukacyjnych poprzez stosowanie różnych form organizacyjnych lekcji, tak aby uczniowie czuli na sobie spoczywającą odpowiedzialność za zadanie, które mają do wykonania. Należą do nich między innymi:

- praca samodzielna;
- praca w parach;
- praca w grupach kilkusobowych;
- praca z wykorzystaniem różnych pomocy dydaktycznych jak gry, film, plakat, modele i siatki brył, kalkulatory graficzne, komputer.

Realizacja celów założonych w programie nauczania matematyki odbywać się powinna poprzez najważniejsze elementy w nauczaniu matematyki;

- dużą liczbę ćwiczeń sprawdzających rozumienie treści nauczania;
- rozwiązywanie problemów z „życia wziętych”;
- rozwiązywanie zadań o zróżnicowanym stopniu trudności;
- indywidualny kontakt ucznia z nauczycielem.

Wśród aktywności uczniowskich ważne jest podejmowanie zagadnień o charakterze problemów otwartych i badań zaplanowanych na dłuższy okres czasu. Uczeń samodzielnie rozwija wówczas swoją wiedzę, która staje się trwalsza poprzez to, że uczeń:

- wyraża swoje myśli słownie i na piśmie;
- samodzielnie rozwiązuje i konstruuje zadania;
- ćwiczy różne sprawności i umiejętności.

5.2 Metody kontroli i oceny osiągnięć uczniów

Kontrołowanie i ocenianie uczniów powinno być spójne z tym, co było przedmiotem nauczania. Przedmiotem oceny musi być postęp ucznia w procesie kształcenia. Głównymi obszarami oceniania powinny być: wiedza zdobyta przez ucznia, umiejętności pozwalające uczniowi gromadzenie i pogłębianie wiedzy, umiejętności społeczne i komunikacyjne, a także postawa młodego człowieka, wyrażająca się w dążeniu do samorealizacji.

Podczas zajęć edukacyjnych ocenie podlegają;

- o prace pisemne:
 - długie - zwane pracami klasowymi-zapowiedziane wcześniej z większej partii materiału;
 - krótkie – zwane sprawdzianami z ostatnich dwóch, trzech lekcji;
- o odpowiedzi ustne;
- o prace domowe;
- o aktywność ucznia na lekcji;
- o projekty;
- o prace długoterminowe (zadawane zwykle dla chętnych).

W każdej szkole nauczyciele oceniają zgodnie z przyjętym wewnątrzszkolnym systemem oceniania oraz przedmiotowym systemem oceniania.

Ogólne kryteria oceny osiągnięć ucznia:

Stopień dopuszczający:

Uczeń:

1. Intuicyjnie rozumie pojęcia – zna ich nazwy, potrafi podać przykłady.
2. Rozumie podstawowe twierdzenia – potrafi podać treść twierdzenia, odróżnić założenie i tezę, zastosować w typowej sytuacji.
3. Rozwiązuje proste standardowe zadania, posługując się metodami typowymi i algorytmami.
4. Potrafi odtworzyć objaśnione mu rozwiązanie zadania.
5. Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych: co jest zadane?, czego szukamy?, jaki warunek ma spełniać rozwiązanie?, czy można ułożyć równanie?, czy warto wykonać rysunek pomocniczy?

Stopień dostateczny:

Uczeń:

1. Podaje definicję najważniejszych pojęć, przykłady i kontrprzykłady.
2. Podaje treść twierdzeń, wskazuje założenie i tezę, podaje przykład ilustrujący twierdzenie, stosuje twierdzenie w analogicznych sytuacjach do podanego.
3. Wyróżnia w tekście definicję i twierdzenia.
4. Zna i potrafi zastosować algorytmy pozwalające zbudować plan rozwiązania zadania.
5. Sprawnie wykonuje obliczenia bez użycia kalkulatora, zna i stosuje prawa działań na liczbach.
6. Korzysta za kalkulatora.
7. Zna jednostki miar, potrafi je przeliczać i stosować w obliczeniach praktycznych.
8. Stosuje zasady rozwiązywania zadań otwartych.
9. Naśladuje podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji.
10. Samodzielnie rozwiązuje zadania średnio-trudne.
11. Sprawdza, czy otrzymany wynik spełnia warunki zadania.

Stopień dobry:

Uczeń:

1. Przytacza definicję większości pojęć, zapisuje symbolicznie definicje pojęć, stosuje definicje nowych pojęć, podaje przykłady i kontrprzykłady.
2. Zna twierdzenia objęte programem i potrafi je stosować.
3. Intuicyjnie rozumie konieczność dowodu, rozumie, że do tego nie wystarczy sprawdzenie tezy w konkretnej sytuacji, w prostych przypadkach potrafi podać kontrprzykład obalający tezę nieprawdziwą.
4. Wyjaśnia w jakiej sytuacji można, a w jakiej nie można zastosować danego twierdzenia.
5. Zna i stosuje metody pomocne w rozwiązywaniu zadań otwartych.
6. Rozwiązuje zadania, których redakcja albo doświadczenie ucznia sugeruje metodę rozwiązania.
7. Rozwiązuje typowe zadania złożone, łączące wiadomości z różnych działów.
8. Ocenia poprawność rozwiązania typowego zadania, przedstawionego przez innego ucznia.

Stopień bardzo dobry:

Uczeń:

1. Zna definicje pojęć występujących w programie i posługuje się nimi.
2. Posługuje się językiem matematycznym w komunikowaniu i tworzeniu informacji.
3. Samodzielnie korzysta z tekstu matematycznego.
4. Przekształca definicje poznanych pojęć, porządkuje je i klasyfikuje wyróżniając pojęcia ogólne i szczególne przypadki.
5. Potrafi redagować definicje nowych pojęć wykorzystując analogie i uogólnianie.
6. Korzystając z analogii i uogólnień formułuje nowe twierdzenia(hipotezy).
7. Stosuje nowe twierdzenia.
8. Ocenia poprawność podanego rozumowania ogólnego(dowodu twierdzenia).
9. Zna dowody twierdzeń objętych programem.
10. Rozwiązuje zadania „na dowodzenie” i zapisuje dowody.
11. Skutecznie buduje plany rozwiązania nietypowych zadań, dobierając odpowiednie strategie postępowania.
12. Analizuje i doskonali swoje rozwiązania, analizując liczbę rozwiązań.
13. Rozwiązuje zadania wymagające stosowania matematyki w sytuacjach praktycznych.



5.3 Środki dydaktyczne

1. Podręczniki i zbiory zadań do liceum i technikum w zakresie podstawowym wydawnictwa Nowa Era autorstwa:
Klasa I – W. Babiański, L. Chańko, D. Ponczek rok wydania 2009.
Klasa II – W. Babiański, L. Chańko, J. Czarnowska, G. Janocha rok wydania 2008.
Klasa III – W. Babiański, L. Chańko, J. Czarnowska, J. Wesołowska rok wydania 2009.
2. Modele figur przestrzennych.
3. Środki multimedialne.
4. Programy komputerowe.
5. Sprawdziany i testy.
6. Scenariusze zajęć.
7. Inne środki dydaktyczne swoiste dla przedmiotu.

Osiąganie zamierzonych celów kształcenia może odbywać się również przez uczestnictwo uczniów w kołach matematycznych, kołach interdyscyplinarnych a także konkursach matematycznych.

6 Projekt ewaluacji programu

Projekt ewaluacji programu oparty jest na ocenie:

- a) projektu programu,
- b) jego skuteczności.

Ocena projektu programu wymaga ustalenia odpowiedzi na pytania:

- Czy i w jakim stopniu projekt uwzględnia zasoby potencjalnego realizatora?
- Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia potrzeby i ograniczenia potencjalnych odbiorców?
- Czy i w jakim stopniu projekt uwzględnia możliwości rozwijania MKKE?
- Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie?
- Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności i jaka jest jej poprawność?

Ocena skuteczności to ocena:

- wykorzystanych zasobów (nakładów finansowych, wykorzystanych pomocy dydaktycznych, zaangażowania nauczycieli i szkoły);
- zastosowanych strategii, w tym zabiegów nauczyciela realizującego program i odbioru tych działań przez uczniów;
- wyników bezpośrednich, dotycząca przyrostu wiedzy i umiejętności na podstawie podłużnych badań diagnostycznych (określenia zasobów uczniów „na wejściu” oraz poziomu osiągnięć bezpośrednio po realizacji programu);
- skutków odroczonej (trwałości zmian i interioryzacji nabytych wiadomości i umiejętności, czyli przekształcenie ich w kompetencje).

Tabela. VI. Projekt ewaluacji autorskiego programu nauczania rozwijania MKKE

Próba badawcza: Klasa uczestnicząca w Projekcie.

Etap ewaluacji	Obiekt ewaluacji	Pytania kluczowe (badawcze)	Kryteria ewaluacji	Metody badawcze	Prezentacja danych / raport
Przed rozpoczęciem realizacji programu	a).Projekt autorskiego programu nauczania	1.Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia zasoby realizatora? 2. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia	Co najmniej 50% punktów wg. arkusza oceny programu autorskiego. j.w.	Studium przypadku; Analiza wyników diagnozy implementacji KK oraz danych z arkusza oceny programu.	Raport ewaluacyjny. j.w.



		potrzeby i ograniczenia odbiorców?			
		3. Czy i w jakim stopniu projekt programu uwzględnia możliwości rozwijania MKKE?	j.w.		j.w.
		4. Czy i w jakim stopniu projekt programu jest poprawny koncepcyjnie?	j.w.		j.w.
		5. Czy projekt programu zawiera propozycję oceny jego skuteczności?	Odpowiedź „Tak”		j.w.
		6. Jaka jest poprawność sposobu proponowanej w projekcie programu oceny programu?	Co najmniej 50% punktów wg. arkusza oceny.		j.w.
W czasie realizacji programu.	b).Skuteczność programu	1. Jakiego rzędu nakłady finansowe wykorzystano w realizacji projektu programu?	Wyższe o 20% niż ponoszone dotychczas.	Analiza dokumentów.	j.w.
		2. W jakim stopniu wzbogacono zestaw pomocy dydaktycznych?	Zakupienie co najmniej dwu rodzajów pomocy dydaktycznych.	Analiza dokumentów.	j.w.
		3. Na ile realizacja projektu programu powodowała wzrost zaangażowania nauczycieli i szkoły?	Wzrost o 20% liczby hospitacji dyrektora; udział nauczyciela w doskonaleniu zawodowym.	Analiza dokumentów m.in. wyników monitoringu.	j.w.
		4. Jakiego rodzaju zabiegi stosował nauczyciel realizujący program?	Przewaga metod aktywizujących nad podającymi.	Analiza dokumentów. Obserwacja.	j.w.
Na koniec realizacji programu.		5. Jak uczniowie ocenili działania nauczyciela	Co najmniej przeciętne wyniki	Ankietowanie uczniów.	Raport ewaluacyjny. Promocja



<p>Po pewnym czasie od realizacji programu. Próba badawcza: wszyscy uczestnicy</p>		<p>realizującego projekt programu? 6. Jakim stopniu w wyniku realizacji projektu programu wzrósł poziom osiągnięć uczniów w zakresie rozwoju MKKE? 7. Na ile trwałe są zmiany w uczniach w zakresie nabytych wiadomości, umiejętności i postaw określonych przez MKKE.</p>	<p>w skalach KI i JK arkusza. Wzrost o min. 0,30 łatwości grup zadań sprawdzających opanowanie MKKE. Wzrost minimum o 20% średniego wyniku matury z matematyki.</p>	<p>Pomiar dydaktyczny „na wejściu” i „na wyjściu”. Analiza dokumentów (z wynikami egzaminu maturalnego).</p>	<p>projektu. Raport ewaluacyjny. Promocja projektu. Promocja szkoły w środowisku. Raport ewaluacyjny. Promocja projektu – konferencja ogólnopolska. Promocja szkoły w regionie.</p>
---	--	--	---	---	---



Bibliografia

- [1] *Diagnoza regionalna implementacji Kluczowych Kompetencji w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynku pracy w województwie świętokrzyskim. Diagnoza implementacji Kluczowych Kompetencji w kontekście potrzeb i uwarunkowań lokalnych, regionalnych, oświaty oraz rynku pracy - Ponadgimnazjalny Zespół Szkół Ekonomicznych w Sandomierzu, Lublin 2009*
- [2] M. Sobczak, *Założenia programowe, zasady opracowania i modyfikacji programu kształtowania kompetencji kluczowych w zakresie matematyki. Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie, Lublin 2009.*
- [3] A. Przychoda, Z. Łaszczyk, *Matematyka. Program nauczania dla technikum i liceum, WSiP, Warszawa 2008.*
- [4] Dokument: *Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady Unii Europejskiej z dnia 18 grudnia 2006 roku w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie,(2006/962/WE).*
- [5] M. Kurczab, E. Kurczab, E. Świda, *Matematyka. Program nauczania w liceach i technikach, Warszawa 2008.*
- [6] *Podstawa programowa – strona internetowa MEN, www.men.gov.pl/oswiata/biezace*