MATEMATYKA
e - pokazy
dla szkół ponadgimnazjalnych w zakresie rozszerzonym

„Nauka z WAT jest fascynująca!”

projekt nr WND-POKL.03.03.04-00-110/12

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

e - pokaz nr 1

TEAMAT: Schemat Bernoulli'ego

Wykonujemy czynność, w której możliwe są tylko 2 wyniki:
– sukces z prawdopodobieństwem p
lub
– porażka z prawdopodobieństwem q = 1 – p
Czynność tę powtarzamy niezależnie n razy.
Liczbę sukcesów oznaczamy literą k.
"Niech P(k) oznacza prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na wystąpieniu dokładnie k sukcesów."

Wtedy:

$$P(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

W arkuszu "OBLICZ" jest możliwe wprowadzanie wartości n oraz p.
Liczby te wpisz w żółte pola (wstępnie są wprowadzone wartości: n = 8, p = 0,6).
Wówczas w tabeli zostaną wyświetlone prawdopodobieństwa P(k),
a pod tabelą jest wykres słupkowy prawdopodobieństw P(k).
Należy pamiętać, że n jest liczbą naturalną, zaś p musi spełniać warunek: 0 < p < 1.
Wprowadź różne wartości n oraz p i obserwuj, jak zmieniają się wartości P(k).
Pouczająca jest obserwacja wykresu dla ustalonego n (np. n = 50)
i zmieniającej się wartości p (np. kolejno: 0,1   0,2   0,3   …   0,9).
Zaobserwuj też, dla jakiej wartości k prawdopodobieństwo P(k) jest największe.

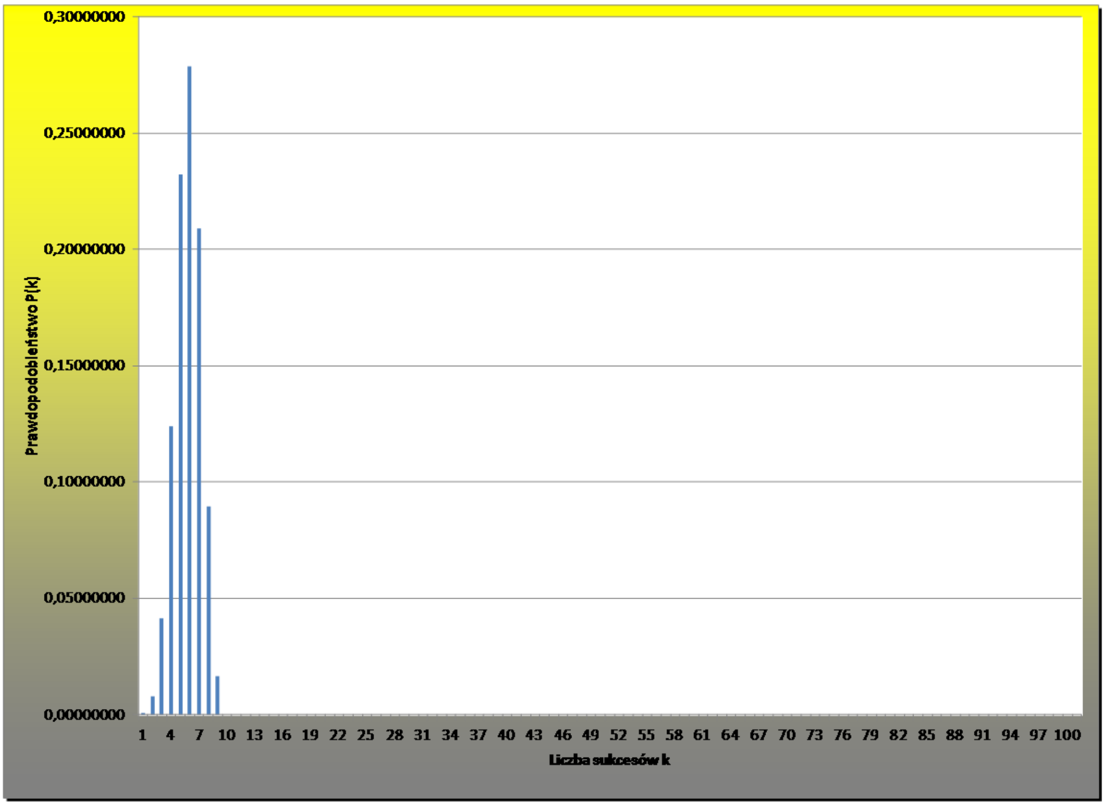
Załącznik nr 1 - plik Excel

Wprowadź *n* :	*n* =	8
Wprowadź *p* :	*p* =	0,6

Tablica prawdopodobieństw:

k	P(*k*)	*k*	P(*k*)	*k*	P(*k*)	*k*	P(*k*)	*k*	P(*k*)
0	0,00065536	21	----------	41	----------	61	----------	81	----------
1	0,00786432	22	----------	42	----------	62	----------	82	----------
2	0,04128768	23	----------	43	----------	63	----------	83	----------
3	0,12386304	24	----------	44	----------	64	----------	84	----------
4	0,23224320	25	----------	45	----------	65	----------	85	----------
5	0,27869184	26	----------	46	----------	66	----------	86	----------
6	0,20901888	27	----------	47	----------	67	----------	87	----------
7	0,08957952	28	----------	48	----------	68	----------	88	----------
8	0,01679616	29	----------	49	----------	69	----------	89	----------
9	----------	30	----------	50	----------	70	----------	90	----------
10	----------	31	----------	51	----------	71	----------	91	----------
11	----------	32	----------	52	----------	72	----------	92	----------
12	----------	33	----------	53	----------	73	----------	93	----------
13	----------	34	----------	54	----------	74	----------	94	----------
14	----------	35	----------	55	----------	75	----------	95	----------
15	----------	36	----------	56	----------	76	----------	96	----------
16	----------	37	----------	57	----------	77	----------	97	----------
17	----------	38	----------	58	----------	78	----------	98	----------
18	----------	39	----------	59	----------	79	----------	99	----------
19	----------	40	----------	60	----------	80	----------	100	----------
20	----------	41	----------	61	----------	81	----------		

Wykres dla ***n*** **=** ***8*** **oraz** ***p*** **=** ***0,6*** **jest na osobnym arkuszu**



0,30000000
0,25000000
0,20000000
0,15000000
0,10000000
0,05000000
0,00000000
Prawdopodobieństwo P(k)
1 4 7 10 13 16 19 22 25 28 31 34 37 40 43 46 49 52 55 58 61 64 67 70 73 76 79 82 85 88 91 94 97 100
Liczba sukcesów k

e - pokaz nr 2

TEMAT: Szereg geometryczny

Ciąg geometryczny jest to ciąg, którego każdy wyraz - oprócz wyrazu pierwszego - powstaje przez pomnożenie wyrazu poprzedniego przez stalą liczbę q zwaną ilorazem ciągu

Zatem jest to ciąg: a1, a1q, a1q2, a1q3, a1q4, ...
Wyrażenie: a1+a1q+a1q2+a1q3+a1q4, … nazywamy szeregiem geometrycznym

Składniki powyższej sumy nazywamy wyrazami szeregu, a liczbę q - ilorazem szeregu.
Sumę Sn = a1+a1q+a1q2+a1q3+…+a1qn-1, … nazywamy n-tą sumą częściową szeregu

Jeżeli ciąg (Sn) ma granicę skończoną, to tę granicę nazywamy sumą szeregu geometrycznego. W takim przypadku mówimy, że szereg geometryczny jest zbieżny. W pozostałych przypadkach (tzn. gdy ta granica jest plus nieskończonością lub minus nieskończonością lub nie istnieje) mówimy, że szereg geometryczny jest rozbieżny.

W sąsiednim arkuszu "OBLICZ" masz możliwość wprowadzania wartości a1 oraz q.
Komputer zbada zbieżność szeregu i - w przypadku szeregu zbieżnego - wyznaczy jego sumę.
W tabeli zobaczysz wartości wybranych wyrazów tego szeregu oraz odpowiednie wartości sum częściowych.
Zwróć uwagę na zbieżność ciągu sum częściowych do sumy szeregu lub na rozbieżność ciągu sum częściowych (zależnie od wprowadzonych danych).
Wprowadź inne wartości początkowe, także ujemne. Obserwuj jak zachowuje się ciąg sum częściowych.
Początkowo w arkuszu "OBLICZ" wprowadzono a1 = 5 oraz q = 0,86

Załącznik nr 2 – plik Excel

Pierwszy wyraz a_1 =	5
Iloraz q =	0,86

Moduł ilorazu q jest mniejszy niż 1, zatem szereg jest zbieżny

Suma szeregu jest równa	35,71428571

W tabeli przedstawiono wyrazy szeregu oraz sumy częściowe.
Ciąg sum częściowych dąży do sumy szeregu

n	*a_n*	*$a_1+a_2+…+a_n$*	*n*	*a_n*	*$a_1+a_2+…+a_n$*
1	5,00000000	5,00000000	30	0,06301226	35,32721037
2	4,30000000	9,30000000	40	0,01394471	35,62862533
3	3,69800000	12,99800000	50	0,00308599	35,69532894
4	3,18028000	16,17828000	60	0,00068293	35,71009055
5	2,73504080	18,91332080	70	0,00015113	35,71335732
6	2,35213509	21,26545589	80	0,00003345	35,71408026
7	2,02283618	23,28829206	90	0,00000740	35,71424025
8	1,73963911	25,02793117	100	0,00000164	35,71427565
9	1,49608964	26,52402081	200	0,00000000	35,71428571
10	1,28663709	27,81065790	300	0,00000000	35,71428571
11	1,10650789	28,91716579	400	0,00000000	35,71428571
12	0,95159679	29,86876258	500	0,00000000	35,71428571
13	0,81837324	30,68713582	1000	0,00000000	35,71428571
14	0,70380099	31,39093680	2000	0,00000000	35,71428571
15	0,60526885	31,99620565	3000	0,00000000	35,71428571
16	0,52053121	32,51673686	4000	0,00000000	35,71428571
17	0,44765684	32,96439370	5000	0,00000000	35,71428571
18	0,38498488	33,34937858	10000	0,00000000	35,71428571
19	0,33108700	33,68046558	50000	0,00000000	35,71428571
20	0,28473482	33,96520040	100000	0,00000000	35,71428571

e - pokaz nr 3

TEMAT: Określenie granicy ciągu - na przykładzie ciągu określonego wzorem

$$a_n = \frac{2n + 3}{5n + 1}$$

Przypomnijmy określenie granicy ciągu:
Ciąg (a_n) ma granicę g, jeśli dla każdego $\varepsilon > 0$

istnieje liczba naturalna k taka, że dla wszystkich n > k zachodzi nierówność:

$$|a_n - g| < \varepsilon$$

Rozpatrywany ciąg ma granicę równą 0,4.
W sąsiednim arkuszu "OBLICZ" masz możliwość wprowadzania wartości epsilon.
Komputer wyznaczy najmniejszą liczbę naturalną k o której mowa w powyższej definicji.
W tabeli zobaczysz wartości wyrazów tego ciągu dla wartości n bliskich wyznaczonemu k.
Zobaczysz też wartości lewej strony nierówności z definicji.
Zwróć uwagę, co się dzieje, gdy wartość n przekracza wyznaczone k.
Wprowadź inne wartości epsilon!
Pamiętaj, że interesujące efekty zobaczysz dla małych wartości epsilon.
Początkowo w arkuszu "OBLICZ" wprowadzono stałe: A = 2, B = 3, C = 4, D = 5, E = 6, F =

Załącznik nr 3 – plik Excel

$$a_n = \frac{2n + 3}{5n + 1} \qquad g = \lim_{n \to \infty} a_n = 0{,}4$$

Ciąg (a_n) ma granicę g, jeśli dla każdego $\varepsilon > 0$ istnieje liczba naturalna k taka, że dla wszystkich $n > k$ zachodzi nierówność:

$$|a_n - g| < \varepsilon$$

W żółtym polu wprowadź wartość epsilon:

$\varepsilon =$ 0,025

Dla wybranego przez Ciebie epsilon liczba *k* jest równa co najmniej **20**

W tabeli możesz zaobserwować wartości wyrazów danego ciągu dla n nieco mniejszych i nieco większych od k:

n	a_n	$\lvert a_n - g \rvert$
13	0,439393939	0,039393939
14	0,436619718	0,036619718
15	0,434210526	0,034210526
16	0,432098765	0,032098765
17	0,430232558	0,030232558
18	0,428571429	0,028571429
19	0,427083333	0,027083333
20	0,425742574	0,025742574
21	0,424528302	0,024528302
22	0,423423423	0,023423423
23	0,422413793	0,022413793
24	0,421487603	0,021487603
25	0,420634921	0,020634921

n	a_n	$\lvert a_n - g \rvert$
26	0,419847328	0,019847328
27	0,419117647	0,019117647
28	0,418439716	0,018439716
29	0,417808219	0,017808219
30	0,417218543	0,017218543
31	0,416666667	0,016666667
32	0,416149068	0,016149068
33	0,415662651	0,015662651
34	0,415204678	0,015204678
35	0,414772727	0,014772727
36	0,414364641	0,014364641
37	0,413978495	0,013978495
38	0,413612565	0,013612565

e - pokaz nr 4

TEMAT: Określenie pochodnej - analiza numeryczna na przykładzie funkcji

$$f(x) = x^3 - 4x^2$$

Przypomnijmy określenie pochodnej funkcji w punkcie x_0:

Jeśli istnieje skończona granica

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

to granicę te nazywamy pochodną funkcji f w punkcie x_0 i oznaczamy $f'(x_0)$

Zatem:

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Wyrażenie

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

nazywamy ilorazem różnicowym funkcji f w punkcie x_0.

W arkuszu "OBLICZ" masz możliwość wprowadzania wartości x_0.

Komputer wyznaczy wartość pochodnej we wprowadzonym przez Ciebie punkcie.

W tabeli zobaczysz wartości ilorazu różnicowego przy x dążącym do x_0.

Zwróć uwagę na zbieżność ilorazu różnicowego do obliczonej przez komputer pochodnej w tym punkcie.

Początkowo w arkuszu "OBLICZ" wprowadzono $x_0 = 3,2$

Załącznik nr 4 – plik Excel

$$f(x) = x^3 - 4x^2$$

W żółtym polu wprowadź wartość argumentu x_0:

x_0 = 3,2

W wybranym przez Ciebie punkcie pochodna ma wartość **5,12**

W poniższej tabeli możesz zaobserwować zbieżność ilorazu różnicowego do pochodnej gdy argument x dąży do x_0 z prawej strony

x	*x - x₀*	*f(x) - f(x₀)*	*iloraz różnicowy*
4,2	1	11,72000000	11,72000000
4	0,8	8,19200000	10,24000000
3,8	0,6	5,30400000	8,84000000
3,6	0,4	3,00800000	7,52000000
3,4	0,2	1,25600000	6,28000000
3,3	0,1	0,56900000	5,69000000
3,28	0,08	0,44595200	5,57440000
3,26	0,06	0,32757600	5,45960000
3,24	0,04	0,21382400	5,34560000
3,22	0,02	0,10464800	5,23240000
3,215	0,015	0,07806337	5,20422500
3,21	0,01	0,05176100	5,17610000
3,205	0,005	0,02574012	5,14802500
3,201	0,001	0,00512560	5,12560100
3,2001	0,0001	0,00051206	5,12056001
3,20001	0,00001	0,00005120	5,12005600

W poniższej tabeli możesz zaobserwować zbieżność ilorazu różnicowego do pochodnej gdy argument x dąży do x_0 z lewej strony

x	*x - x₀*	*f(x) - f(x₀)*	*iloraz różnicowy*
2,2	-1	-0,52000000	0,52000000
2,4	-0,8	-1,02400000	1,28000000
2,6	-0,6	-1,27200000	2,12000000
2,8	-0,4	-1,21600000	3,04000000
3	-0,2	-0,80800000	4,04000000
3,1	-0,1	-0,45700000	4,57000000
3,12	-0,08	-0,37427200	4,67840000
3,14	-0,06	-0,28725600	4,78760000
3,16	-0,04	-0,19590400	4,89760000
3,18	-0,02	-0,10016800	5,00840000
3,185	-0,015	-0,07554337	5,03622500
3,19	-0,01	-0,05064100	5,06410000
3,195	-0,005	-0,02546012	5,09202500
3,199	-0,001	-0,00511440	5,11440100
3,1999	-0,0001	-0,00051194	5,11944001
3,19999	-0,00001	-0,00005120	5,11994400

e - pokaz nr 5

TEMAT: Granica ciągu określonego wzorem

$$a_n = \frac{An^2 + Bn + C}{Dn^2 + En + F}$$

wraz z analizą numeryczną jego wyrazów
W arkuszu "OBLICZ" masz możliwość wprowadzania wartości stałych A, B, C, D, E, F.
"Komputer wyznaczy granicę ciągu dla tych stałych.
Spróbuj wyliczyć tę granicę na kartce papieru (sprawdź wynik!)."
W tabeli zobaczysz wartości wyrazów tego ciągu dla rosnących wartości n.
Obserwuj zbliżanie się tych wyrazów do granicy ciągu.
Zmieniaj wartości stałych i obserwuj zachowanie się wyrazów ciągu.
Zobacz co się stanie gdy A = 0.
Zobacz co się stanie gdy D = 0.
Zobacz co się stanie gdy A = 0 i D = 0.
Przeprowadź inne eksperymenty!
Początkowo w arkuszu "OBLICZ" wprowadzono stałe: A = 2, B = 3, C = 4, D = 5, E = 6, F =

Załącznik nr 5 – plik Excel

$$a_n = \frac{An^2 + Bn + C}{Dn^2 + En + F} \qquad \lim_{n\to\infty} a_n = \text{0,40000000}$$

W żółtych polach wprowadź wartości stałych *A, B, C, D, E, F* :

A =	2
B =	3
C =	4
D =	5
E =	6
F =	7

n	*licznik*	*mianownik*	a_n	*n*	*licznik*	*mianownik*	a_n
1	9	18	0,5	300	180904	451807	0,400401056
2	18	39	0,461538462	400	321204	802407	0,400300596
3	31	70	0,442857143	500	501504	1253007	0,400240382
4	48	111	0,432432432	600	721804	1803607	0,400200265
5	69	162	0,425925926	700	982104	2454207	0,400171624
6	94	223	0,421524664	800	1282404	3204807	0,400150149
7	123	294	0,418367347	900	1622704	4055407	0,400133451
8	156	375	0,416	1000	2003004	5006007	0,400120096
9	193	466	0,41416309	2000	8006004	20012007	0,400060024
10	234	567	0,412698413	3000	18009004	45018007	0,400040011
20	864	2127	0,406205924	5000	50015004	125030007	0,400024004
30	1894	4687	0,404096437	10000	200030004	500060007	0,400012001
40	3324	8247	0,403055657	20000	800060004	2000120007	0,400006
50	5154	12807	0,402436168	50000	5000150004	12500300007	0,4000024
100	20304	50607	0,401209319	100000	20000300004	50000600007	0,4000012
150	45454	113407	0,400804183	500000	5,00002E+11	1,25E+12	0,40000024
200	80604	201207	0,400602365	1000000	2E+12	5,00001E+12	0,40000012

e - pokaz nr 6

TEMAT: WYZNACZANNIE RÓWNANIA OKREGU Z RÓZNYCH WARUNKÓW

Cel: Rozpatrzenie szczególnych przypadków równania okręgu oraz przedstawienie podstawowych warunków, pozwalających napisać równanie okręgu.
Przedmiot nauczania: MATEMATYKA
Dział programowy: GEOMETRIA NA PŁASZCZYŹNIE KARTEZJAŃSKIEJ

Wnioski
Równanie okręgu możemy znaleźć, jeżeli:

- znamy współrzędne środka okręgu i jego promień;
- znamy współrzędne końców jego średnicy;
- znamy punkt leżący na okręgu oraz współrzędne jego środka;
- znamy trzy niewspółliniowe punkty leżące na okręgu;
- znamy dwa punkty leżące na okręgu oraz równanie prostej, na której leży środek tego okręgu;
- znamy współrzędne środka okręgu oraz równanie prostej stycznej do tego okręgu.

Załącznik nr 6 – prezentacja

e - pokaz nr 7

TEMAT: STYCZNA DO OKRĘGU

Cel: Pokazanie różnych sposobów napisania stycznej do okręgu z punktu leżącego poza okręgiem oraz z punktu leżącego na okręgu.

Przedmiot nauczania: MATEMATYKA

Dział programowy: GEOMETRIA NA PŁASZCZYŹNIE KARTEZJAŃSKIEJ

Wnioski
Równanie stycznej możemy napisać, stosując :

- pojęcia odległości ;
- pojęcie prostopadłości;
- metodę podstawiania, gdy punkt leży na okręgu.

Załącznik nr 7 - prezentacja

e - pokaz nr 8

TEMAT: WZORY REDUKCYJNE

Cel: Przeanalizowanie wszystkich możliwości wyrażenia wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego argumentu za pomocą wartości tej samej lub innej funkcji trygonometrycznej dla argumentu należącego do przedziału $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$.

Przedmiot nauczania: MATEMATYKA
Dział programowy: TRYGONOMETRIA

Wnioski

- zmiana funkcji na funkcję dopełniającą w przypadkach użycia kątów 90^0 i 270^0
- brak zmiany, gdy używamy kątów 0^0, 180^0, 360^0

Załącznik nr 8 – prezentacja

e - pokaz nr 9

TEMAT: CIĄG ARYTMETYCZNY I GEOMETRYCZNY

Cel: Przedstawienie podstawowych własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego.
Przedmiot nauczania: MATEMATYKA
Dział programowy: CIĄGI

Wnioski
Uczeń ma jasno określony pogląd na pojęcie :

- ciągu arytmetycznego ;
- ciągu geometrycznego.

Załącznik nr 9 – prezentacja

e - pokaz nr 10

TEMAT: WARTOŚĆ BEZWZGLĘDNA

Cel: Pogłębienie umiejętności rozwiązywania nierówności z wartością bezwzględną oraz zapisywania nierówności przy pomocy wartości bezwzględnej.

Przedmiot nauczania: MATEMATYKA
Dział programowy: RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI

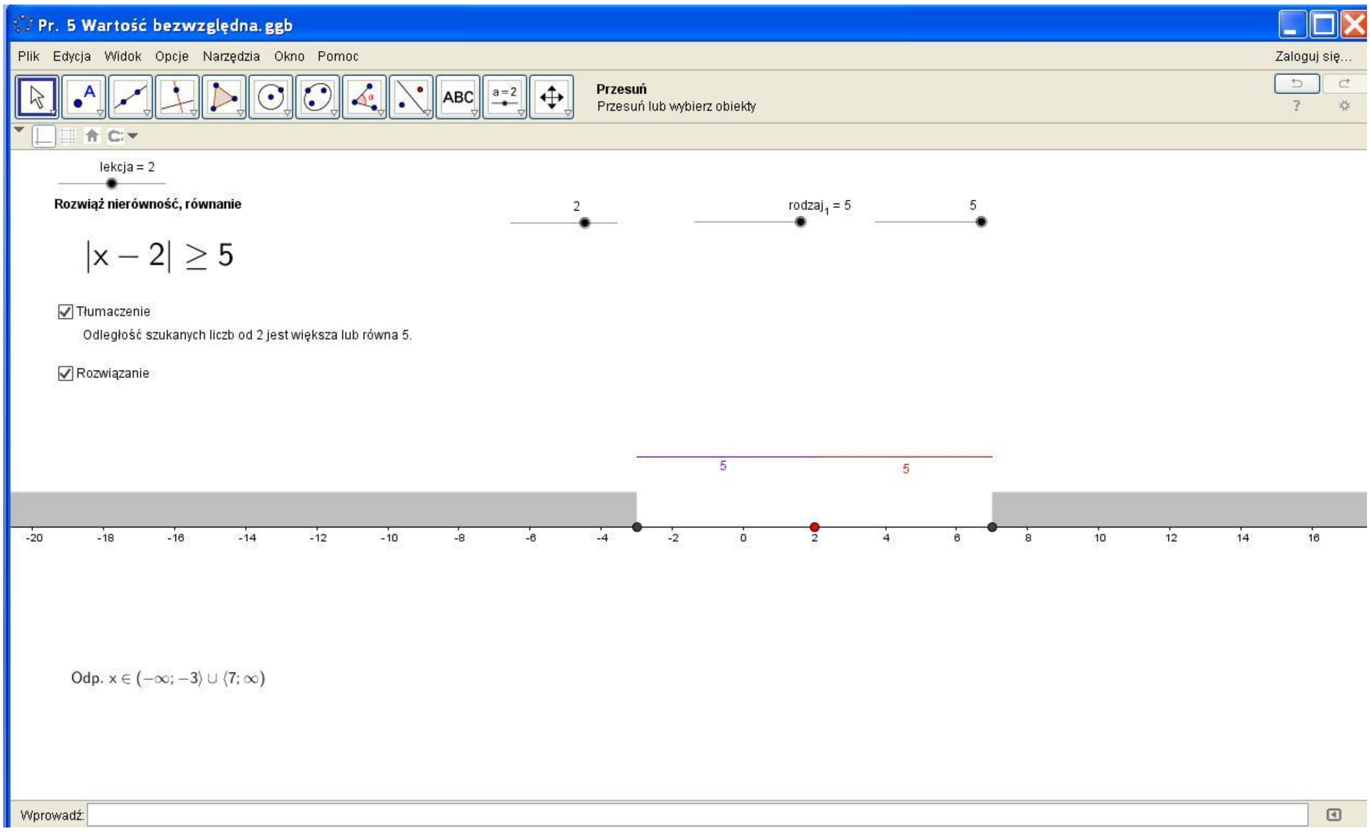
Wnioski

- uczeń interpretuje wartość bezwzględną jako odległość punktów na osi liczbowej;
- wskazuje poprawnie środek przedziału;
- zapisuje przedział z zastosowaniem wartości bezwzględnej.

Przedstawiony aplet GG pozwala na wykonanie wielkiej liczby ćwiczeń dotyczących nierówności i równań z wartością bezwzględną. Ponadto daje możliwość ćwiczeń odwrotnych – zapisania nierówności przy pomocy wartości bezwzględnej.

Załącznik nr 10 – plik GG

widok apletu



e - pokaz nr 11

TEMAT: TWIERDZENIE O PIERWIASTKACH WYMIERNYCH WIELOMIANU O WSPÓŁCZYNNIKACH CAŁKOWITYCH

Cel: Szybkie znajdowanie całkowitych dzielników wielomianu.
Przedmiot nauczania: MATEMATYKA

Dział programowy: RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI

Wnioski
Arkusz pozwala na szybkie wskazanie liczby całkowitej *a*, dla której dany wielomian jest podzielny przez dwumian $(x - a)$. Pozwala to na szybkie wykonanie dzielenia i np. rozkład wielomianu na czynniki.

Załączniki nr 11

Poszukiwanie dzielników wielomianu P(x) w postaci (x-a), gdzie a jest liczbą całkowitą								
Stopień składnika wielomianu P(x)		4	3	2	1	0		
Współczynniki wielomianu P(x)		1	3	-3	-7	6		
		Iloczyny					a	P(a)
		1296	-648	-108	42	6	-6	588
		625	-375	-75	35	6	-5	216
		256	-192	-48	28	6	-4	50
		81	-81	-27	21	6	-3	0
		16	-24	-12	14	6	-2	0
		1	-3	-3	7	6	-1	8
		0	0	0	0	#LICZBA!	0	#LICZBA!
		1	3	-3	-7	6	1	0
		16	24	-12	-14	6	2	20
		81	81	-27	-21	6	3	120
		256	192	-48	-28	6	4	378
		625	375	-75	-35	6	5	896
		1296	648	-108	-42	6	6	1800
Dany przykład dotyczy wielomianu P(x)=x^4+3x^3-3x^2-7x+6; szukamy dzielników typu (x-a) , gdzie a jest liczbą całkowitą								

Załączniki nr 11a i 11b - pliki Excel: twierdzenie o reszcie oraz dzielenie danego wielomianu przez dwumian $(x-a)$ metodą Hornera

Reszta z dzielenia wielomianu P(x) przez dwumian (x-a)									
		Twierdzenie o reszcie							
Stopień wielomianu		7	6	5	4	3	2	1	0
Współczynniki					3	-4	-5	3	5
a=	2								
Podstawienie		0	0	0	48	-32	-20	6	5
Reszta=	7								
Oblicz resztę z dzielenia wielomianu (3x^4-4x^3-5x^2+3x+5) przez (x-2), bez wykonywania dzielenia									

Dzielenie wielomianu P(x) przez dwumian (x-a) metodą Hornera									
Składniki P(x)		x^6	x^5	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0	
Współczynniki P(x)		0	0	3	-4	-5	3	5	
a=	2		0	0	6	4	-2	2	
Współczynniki ilorazu Q(x)		0	0	3	2	-1	1	7	Reszta
Stosując metodę Hornera podziel wielomian P(x)=3x^4-4x^3-5x^2+3x+5 przez dwumian (x-2)									

e - pokaz nr 12

TEMAT: RODZINA FUNKCJI LOGARYTMICZNYCH

Cel: Zapoznanie uczniów z wykresami różnych funkcji logarytmicznych.
Przedmiot nauczania: MATEMATYKA
Dział programowy: FUNKCJE

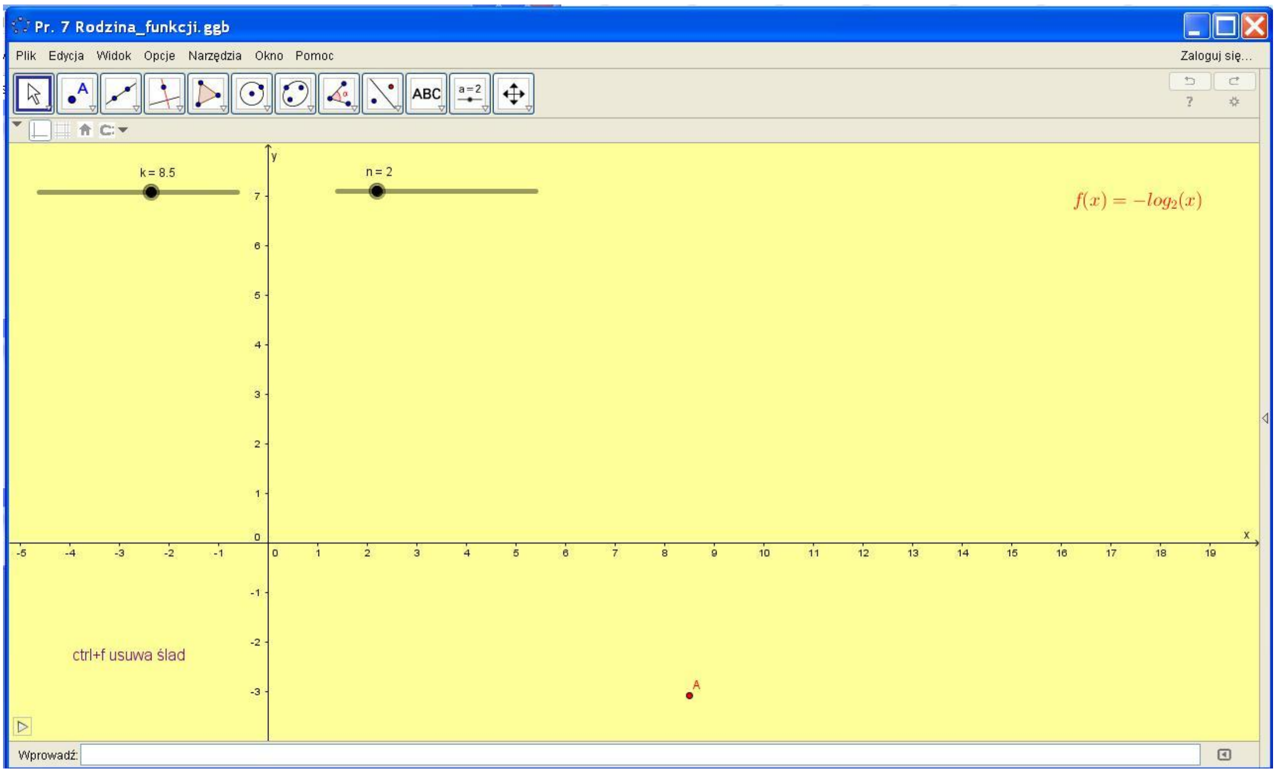
Wnioski
Dzięki apletowi GG mamy możliwość pokazania wielu wykresów funkcji logarytmicznych. Dzięki zastosowaniu funkcji **Ślad** możemy obserwować, jak dany wykres się tworzy. Po utworzeniu danego wykresu możemy omawiać własności funkcji: dziedzina, zbiór wartości , wartości dodatnie, itd.

Uwaga techniczna

W GG mamy oczywiście możliwość dodania różnych dodatkowych przycisków, np. **Rozpocznij animację**. Nie dodaję tych przycisków, gdyż chcę, by aplet był możliwie prosty. Zawsze można ustawić suwak na 0, usunąć ślad kombinacją ctrl + f, a następnie włączyć animację (ręczna animacja daje znaczne przerwy w wykresie).

Załącznik nr 12 – plik GG

widok apletu



e - pokaz nr 13

TEAMAT: RODZINA FUNKCJI TRYGONOMETRYCZNYCH

Cel: Zapoznanie uczniów z wykresami różnych funkcji trygonometrycznych.
Przedmiot nauczania: MATEMATYKA
Dział programowy: FUNKCJE

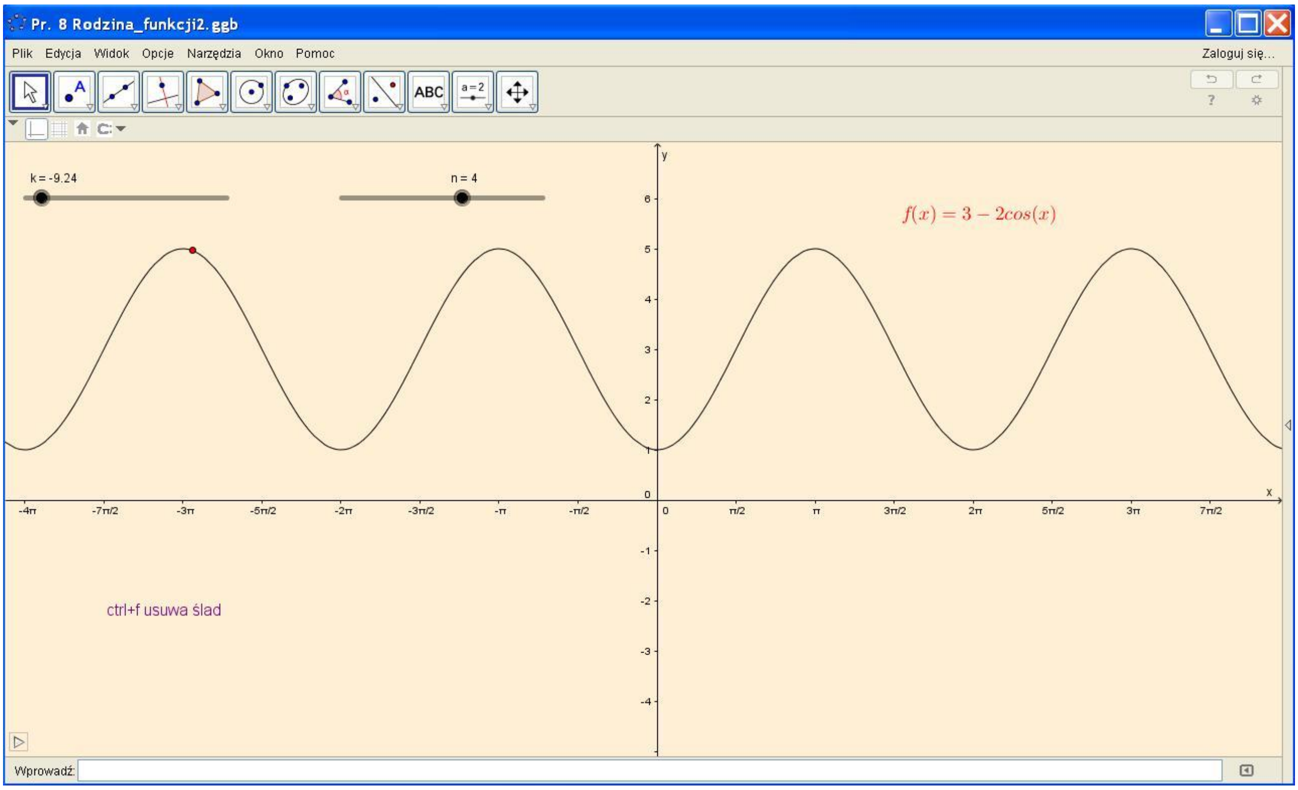
Wnioski
Dzięki apletowi GG mamy możliwość pokazania wielu wykresów funkcji trygonometrycznych. Dzięki zastosowaniu funkcji **Ślad** możemy obserwować, jak dany wykres się tworzy. Po utworzeniu danego wykresu możemy omawiać własności funkcji: dziedzina, zbiór wartości , wartości dodatnie, itd.

Uwaga techniczna

W GG mamy oczywiście możliwość dodania różnych dodatkowych przycisków, np. **Rozpocznij animację**. Nie dodaję tych przycisków, gdyż chcę, by aplet był możliwie prosty. Zawsze można ustawić suwak na 0, usunąć ślad kombinacją ctrl + f, a następnie włączyć animację (ręczna animacja daje znaczne przerwy w wykresie).

Załącznik nr 13 – plik GG

widok apletu



e - pokaz nr 14

TEMAT: RODZINA FUNKCJI WYKŁADNICZYCH

Cel: Zapoznanie uczniów z wykresami różnych funkcji wykładniczych.
Przedmiot nauczania: MATEMATYKA
Dział programowy: FUNKCJE

Wnioski

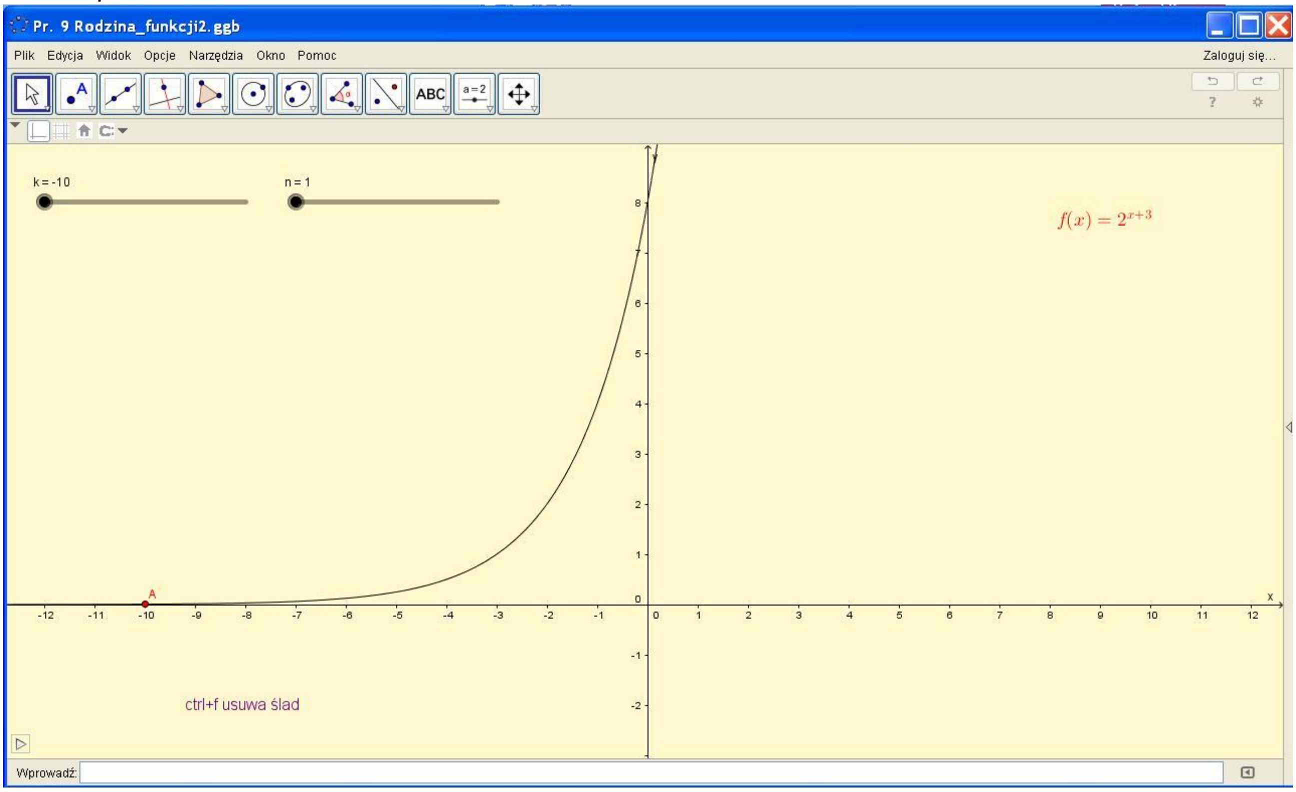
Dzięki apletowi GG mamy możliwość pokazania wielu wykresów funkcji wykładniczych. Dzięki zastosowaniu funkcji **Ślad** możemy obserwować, jak dany wykres się tworzy. Po utworzeniu danego wykresu możemy omawiać własności funkcji: dziedzina, zbiór wartości , wartości dodatnie, itd.

Uwaga techniczna

W GG mamy oczywiście możliwość dodania różnych dodatkowych przycisków, np. **Rozpocznij animację**. Nie dodaję tych przycisków, gdyż chcę, by aplet był możliwie prosty. Zawsze można ustawić suwak na 0, usunąć ślad kombinacją ctrl + f, a następnie włączyć animację (ręczna animacja daje znaczne przerwy w wykresie).

Załącznik nr 14 – plik GG

widok apletu



e - pokaz nr 15

Temat	**Funkcja i jej własności**
Podstawa programowa	**4** Uczeń : ➢ określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego ➢ oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu ➢ odczytuje z wykresu własności funkcji ➢ szkicuje wykres funkcji określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami
Tytuł pokazu	Funkcja jednej zmiennej.
Dział	Funkcje.
Cel	➢ Zapoznanie uczniów z definicją funkcji jednej zmiennej ➢ Zapoznanie uczniów z różnymi sposobami określania funkcji ➢ Nauczenie ucznia rozpoznawania, czy dane przyporządkowanie jest czy nie jest funkcją ➢ Zapoznanie ucznia z podstawowymi własnościami funkcji (funkcja „w” i „na”, różnowartościowość, monotoniczność, miejsce zerowe, dziedzina, zbiór wartości, wykres funkcji, parzystość, okresowość) ➢ Nauczenie ucznia odczytywania własności funkcji z jego wykresu ➢ Nauczenie ucznia wyznaczania: dziedziny funkcji, miejsca zerowego, wartości funkcji dla danego argumentu
Wnioski po pokazie	Nie dotyczy

Załącznik nr 15 – prezentacja

e - pokaz nr 16

Temat	**Granica funkcji. Obliczanie granic funkcji**
Podstawa programowa	**11.1** Uczeń oblicza granice funkcji (i granice jednostronne), korzystając z twierdzeń o działaniach na granicach.
Tytuł pokazu	Granica funkcji.
Dział	Analiza matematyczna, rachunek różniczkowy.
Cel	➢ Zapoznanie uczniów z pojęciem granicy funkcji (w punkcie, w nieskończoności, właściwej, niewłaściwej) ➢ Zapoznanie uczniów z graficzną interpretacją granicy funkcji ➢ Zapoznanie uczniów z pojęciem – asymptota wykresu funkcji ➢ Zapoznanie uczniów z typowymi granicami i sposobami ich obliczania
Wnioski po pokazie	Nie dotyczy.

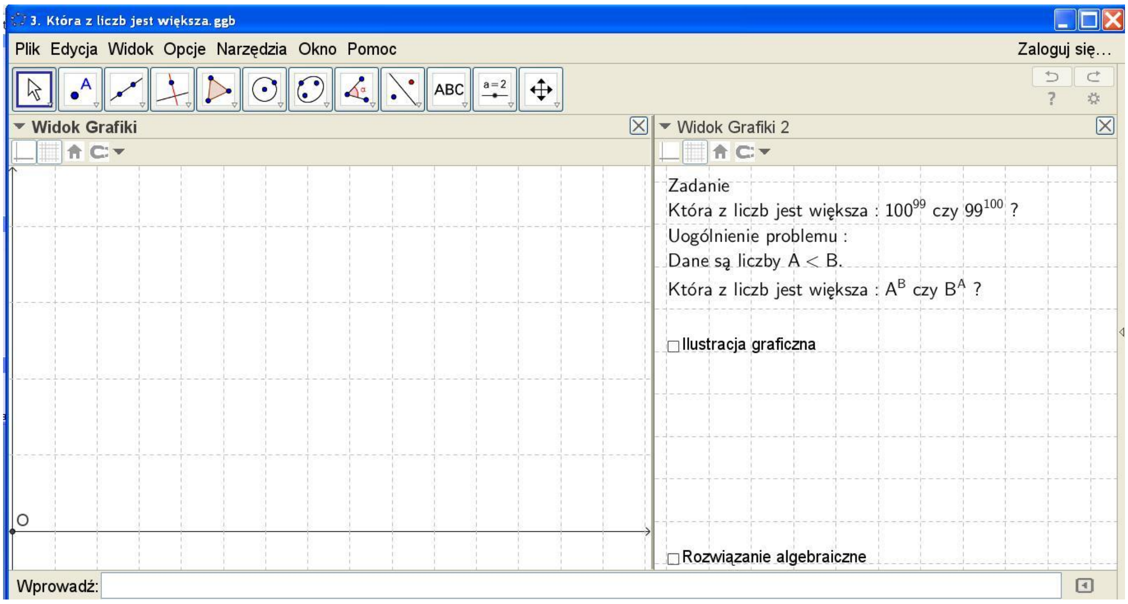
Załącznik nr 16 - prezentacja

e - pokaz nr 17

Temat	**Zastosowanie funkcji logarytmicznej w praktyce**
Podstawa programowa	**4.3** Uczeń posługuje się funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym.
Tytuł pokazu	Która z liczb jest większa.
Dział	Funkcje. Funkcja logarytmiczna.
Cel	➢ Zastosowanie funkcji logarytmicznej do dowodzenia twierdzeń
Zadanie/treść	Problem Która z liczb jest większa 99^{100} *czy* 100^{99} ? Uogólnienie problemu Dane są liczby naturalne (duże) A<B. Która z liczb jest większa A^B *czy* B^A? Jaki minimalny warunek muszą spełniać liczby A i B, by zachować nierówność ?
Wnioski po pokazie	Patrz aplet.

Załącznik nr 17 – plik GG

widok apletu

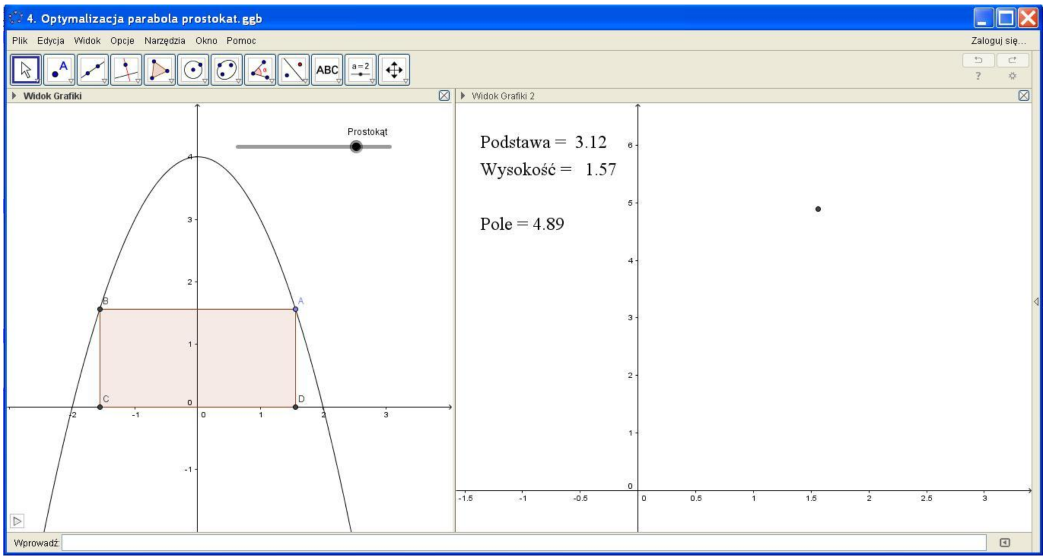


e - pokaz nr 18

Temat	**Zastosowanie pochodnej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych**
Podstawa programowa	**11.6** Uczeń stosuje pochodne do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych.
Tytuł pokazu	Optymalizacja parabola prostokąt.
Dział	Rachunek różniczkowy.
Cel	➢ Zapoznanie uczniów z zastosowaniem pochodnej do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych ➢ Nauczenie uczniów stosowania pochodnej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych w geometrii analitycznej
Zadanie/treść	Zadanie Na paraboli $y=-x^2+4$ obrano punkt A o dodatnich współrzędnych oraz punkt B do niego symetryczny względem osi OY. Punkty C i D są rzutami punktów A i B na oś OX. Punkty ABCD wyznaczają prostokąt. Wyznacz współrzędne punktu A dla którego pole prostokąta będzie największe.
Wnioski po pokazie	Patrz aplet. UWAGA ! Wyświetlane w aplecie rozwiązanie jest numeryczne ! Oznacza to, że wartości są przybliżone !

Załącznik nr 18 – plik GG

widok apletu



e - pokaz nr 19

Temat	**Pole figury**
Podstawa programowa	Brak bezpośrednich zapisów w podstawie programowej dla IV etapu.
Tytuł pokazu	Pole figury.
Dział	Geometria. Planimetria.
Cel	➢ Zapoznanie uczniów z pojęciem pola figury (w ujęciu Jordana) ➢ Zapoznanie uczniów z podstawowymi twierdzeniami dot. pola ➢ Pokazanie uczniom, że są figury, które nie mają pola ➢ Wyprowadzenie wzorów na pole podstawowych figur płaskich
Wnioski po pokazie	Nie dotyczy.

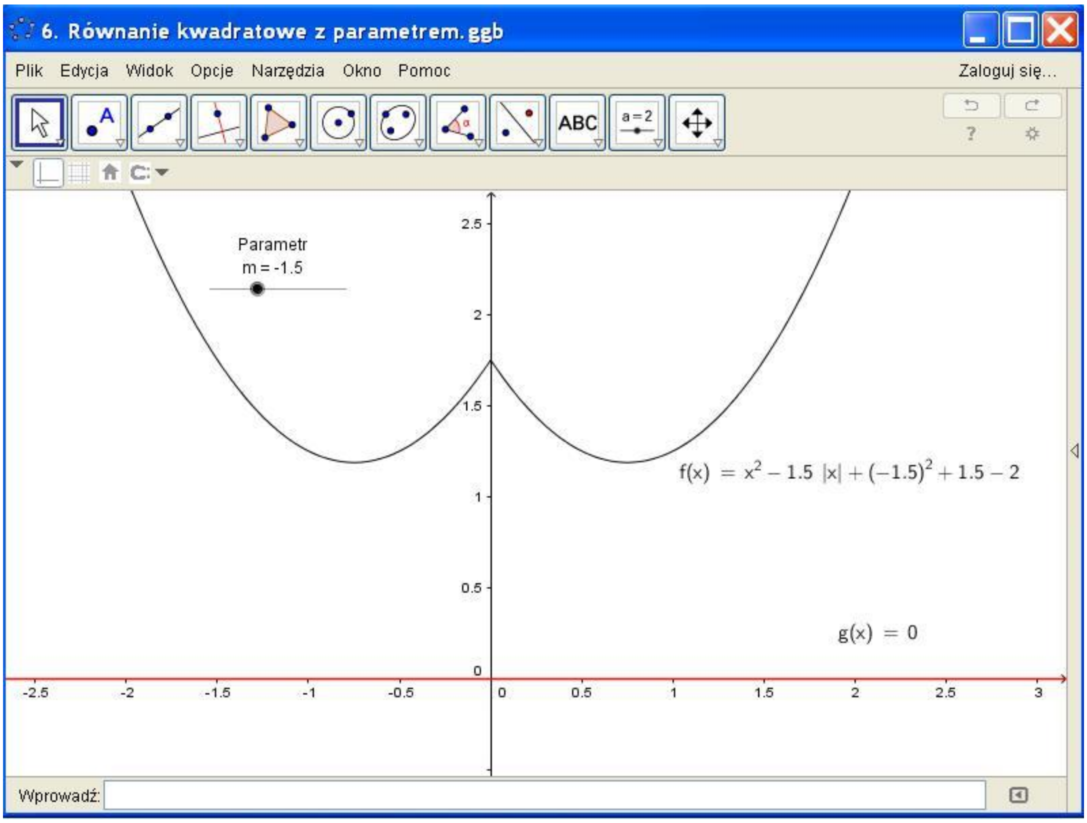
Załącznik nr 19 - prezentacja

e - pokaz nr 20

Temat	**Równanie kwadratowe z parametrem**
Podstawa programowa	**4.4** Uczeń szkicuje wykres funkcji określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami; odczytuje własności takiej funkcji z wykresu. **3.2** Uczeń rozwiązuje równania i nierówności liniowe i kwadratowe z parametrem.
Tytuł pokazu	Równanie kwadratowe z parametrem.
Dział	Funkcje. Funkcja kwadratowa.
Cel	➢ Nauczenie uczniów rozwiązywania równań z parametrem metodą graficzną
Zadanie/treść	Zadanie Dla jakiego parametru m równanie $x^2 + m\|x\| + m^2 - m - 2 = 0$ ma dokładnie trzy rozwiązania.
Wnioski po pokazie	Dla równań z parametrem warto stosować rozwiązania graficzne !

Załącznik nr 20 – plik GG

widok apletu



e - pokaz nr 21

Temat	**Twierdzenie sinusów**
Podstawa programowa	**7.5** Uczeń znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów.
Tytuł pokazu	Twierdzenie sinusów.
Dział	Geometria. Planimetria.
Cel	➢ Przedstawienie twierdzenia sinusów wraz z dowodem
Wnioski po pokazie	Nie dotyczy.

Załącznik nr 21 - prezentacja