

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy  
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

## Wstęp

Zbiór „Mój przedmiot matematyka” jest zestawem 132 scenariuszy przeznaczonych dla uczniów szczególnie zainteresowanych matematyką. Scenariusze mogą być wykorzystywane przez nauczycieli zarówno na typowych zajęciach lekcyjnych wpisanych w zakres podstawowy, jak też w ramach dodatkowych zajęć poszerzających wiedzę uczniów, np. koła zainteresowań. Scenariusze wymagają zastosowania komputerów z dostępem do internetu. Takie wyposażenie pozwoli na wykorzystanie środków dydaktycznych przewidzianych w projekcie „Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy” takich jak moduły e-learningowe: „Elementy statystyki i rachunek prawdopodobieństwa”, „Funkcja kwadratowa”, „Równania i nierówności liniowe i kwadratowe”, „Wielomiany”, gry strategiczne „Wyprawa Nasreddina”, „Herbatka u królowej Anglii”, „Wyprawa na grzyby”, „Matemafia” oraz „Międzykontynentalna szkoła”, poradniki „Ciągi”, „Planimetria”, „Trygonometria”, „Geometria analityczna”. Scenariusze mogą być realizowane na zajęciach lekcyjnych jako całość lub nauczyciel dokonuje wyboru określonych materiałów zgodnie z zaplanowanymi przez siebie tematami – zwiększa to elastyczność stosowania pakietu np. w sytuacji braku zapewnienia w placówce odpowiednich warunków technicznych do realizacji materiału w oparciu o cały pakiet.

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy  
**Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”**

## Spis scenariuszy

Wstęp .....	1
Scenariusz nr 1: Powtórzenie wiadomości z zakresu trygonometrii i geometrii płaszczyzny .....	3
Scenariusz nr 2: Wektory.....	5

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy  
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

## Scenariusz nr 1: Powtórzenie wiadomości z zakresu trygonometrii i geometrii płaszczyzny

<b>Temat zajęć</b>		<b>Powtórzenie wiadomości z zakresu trygonometrii i geometrii płaszczyzny</b>
<b>Dział</b>		<b>Geometria</b>
<b>Klasa (poziom edukacyjny)</b>		
<b>Czas trwania zajęć</b>		<b>90 min.</b>
<b>Lp.</b>	<b>Element scenariusza</b>	<b>Treść zajęć</b>
1	Cel ogólny	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kształcenie samodzielności pracy</li> <li>• Rozwijanie umiejętności czytania zadań ze zrozumieniem</li> <li>• Ćwiczenie umiejętności praktycznego zastosowania wiedzy</li> <li>• Ćwiczenie umiejętności rozwiązywania zadań dotyczących zagadnień trygonometrycznych</li> <li>• Ćwiczenie umiejętności rozwiązywania zadań dotyczących figur na płaszczyźnie i związków miarowych zachodzących w tych figurach</li> <li>• Ćwiczenie umiejętności analitycznego rozwiązywania zadań</li> </ul>
2	Cele szczegółowe	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wykazuje się znajomością definicji funkcji trygonometrycznych;</li> <li>• potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;</li> <li>• poprawnie wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań praktycznych;</li> <li>• poprawnie oblicza pola i obwody trójkątów i czworokątów;</li> <li>• zna zależności między kątami w okręgu;</li> <li>• rozwiązuje zadania z zastosowaniem twierdzenia Talesa i podobieństwa figur;</li> <li>• poprawnie wykorzystuje wzory dotyczące figur umieszczonych w układzie współrzędnych (równanie prostej i okręgu, długość odcinka, współrzędne środka odcinka);</li> </ul>

**Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy**  
**Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”**

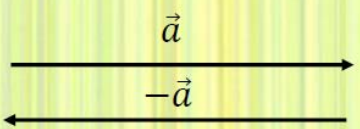
		<ul style="list-style-type: none"> <li>wykazuje się znajomością warunków równoległości i prostopadłości prostych w układzie współrzędnych.</li> </ul>
3	Formy i metody	<ul style="list-style-type: none"> <li>Praca indywidualna</li> </ul>
4	Środki dydaktyczne (ze szczegółowym wskazaniem środków opracowanych w projekcie np. moduł, gra)	Gra „Matemafia”.
5	Wprowadzenie do zajęć	<p>Wszystkim uczniom udostępnione będą wzorów matematycznych, z których uczniowie mogą korzystać w czasie egzaminu maturalnego z matematyki.</p> <p>Uczniowie zostają zapoznani z zasadami gry „Matemafia”, w której pokonując kolejne poziomy muszą rozwiązywać zadania z zakresu trygonometrii, planimetrii oraz geometrii analitycznej.</p>
6	Przebieg zajęć ( <i>pełna wersja</i> )	<p>Grający pokonuje pięć poziomów gry.</p> <p>Na każdym poziomie znajduje się 5 grup zadań. Każdy poziom będzie wymagał rozwiązania po jednym zadaniu z każdej grupy.</p> <p>Gracz przechodzi poziom po uzyskaniu 80% punktów możliwych do zdobycia na tym poziomie.</p>
7	Podsumowanie zajęć	Po zakończeniu gry nastąpi podsumowanie wyników i omówienie występujących problemów.
8	Uwagi metodyczne do realizacji	

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy  
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

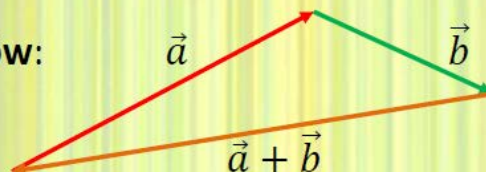
## Scenariusz nr 2: Wektory

<b>Temat zajęć</b>		<b>Wektory</b>
<b>Dział</b>		<b>Figury geometryczne</b>
<b>Klasa (poziom edukacyjny)</b>		<b>Klasa I (IV poziom edukacyjny)</b>
<b>Czas trwania zajęć</b>		<b>90 minut</b>
<b>Lp.</b>	<b>Element scenariusza</b>	<b>Treść zajęć</b>
1	Cel ogólny	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kształtowanie pojęć związanych z wektorem w ujęciu syntetycznym oraz analitycznym</li> <li>• Wykształcenie umiejętności dodawania i odejmowania wektorów</li> <li>• Kształtowanie u uczniów postawy dokładności, porządkowania ostatecznych wyników</li> </ul>
2	Cele szczegółowe	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• zna pojęcia związane z wektorem: kierunek, zwrot, długość, wektory równe, przeciwne;</li> <li>• umie narysować wektor mając dane jego współrzędne;</li> <li>• wyznacza analitycznie i syntetycznie sumę i różnicę wektorów, mnoży wektor przez liczbę;</li> <li>• oblicza długość wektora.</li> </ul>
3	Formy i metody	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dyskusja kierowana</li> <li>• Ćwiczenia</li> <li>• Praca z grupą</li> <li>• Praca indywidualna</li> </ul>
4	Środki dydaktyczne (ze szczegółowym wskazaniem środków)	Komputer, tablica interaktywna, prezentacja „Wektory”.

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy  
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

	opracowanych w projekcie np. moduł, gra)	
5	Wprowadzenie do zajęć	Omówienie organizacji pracy na lekcji oraz celów lekcji.
6	Przebieg zajęć ( <i>pełna wersja</i> )	<p>Lekcja składa się z dwóch części. W pierwszej wektory omawiane są w ujęciu syntetycznym, w drugiej – w ujęciu analitycznym.</p> <p>Każdy punkt w układzie współrzędnych ma przyporządkowane dwie liczby, tzw. współrzędne punktu. Wektory podobnie: mają dwie współrzędne, z tą różnicą, iż współrzędne punktu zapisujemy w zwykłych nawiasach, a wektora – w kwadratowych.</p> <p>Wektorem nazywamy <u>uporządkowaną parę</u> punktów.</p> <p>Omawiając pojęcia związane z wektorem wykorzystujemy prezentację „Wektory”:</p> <p>Strona 1:</p> <div style="background-color: #e6f2e6; padding: 10px; border: 1px solid #ccc;"> <p><b>Wektor</b> – uporządkowana para punktów.</p> <math display="block">\overrightarrow{AB} = \vec{u} \text{ (wektor o początku w punkcie A i końcu w punkcie B)}</math> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <p><b>Każdy wektor ma:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Długość <math> \overrightarrow{AB} </math>,</li> <li>• Kierunek,</li> <li>• Zwrot .</li> </ul> </div> <p>Strona 2:</p>

Suma wektorów:



Aby dodać do siebie dwa wektory należy początek jednego wektora ( $\vec{b}$ ) zaczepić w końcu drugiego wektora ( $\vec{a}$ ), a następnie połączyć początek wektora  $\vec{b}$  z końcem wektora  $\vec{a}$  – otrzymujemy sumę wektorów ( $\vec{a} + \vec{b}$ ) o początku w końcu wektora  $\vec{b}$  i końcu w początku wektora  $\vec{a}$ .  
W przypadku większej liczby postępujemy analogicznie (drugi do pierwszego, trzeci do drugiego itd.)

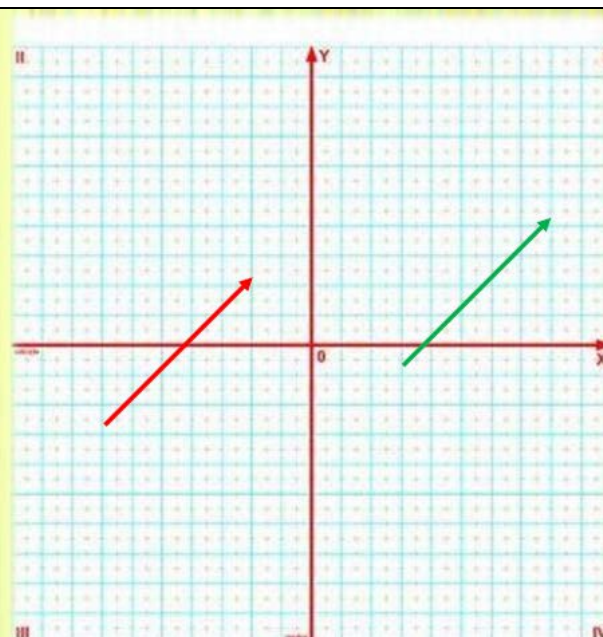
Strona 3:

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy  
**Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”**

**W ujęciu syntetycznym  
dwa wektory są równe**

wtedy i tylko wtedy, gdy:

- Mają ten sam zwrot,
- Mają ten sam kierunek,
- Mają tą samą długość.



Strona 4:





**Wektor ma dwie współrzędne**, które zapisujemy w nawiasie kwadratowym [...] oddzielone przecinkiem:

$$\vec{AB} = [x_2 - x_1, y_2 - y_1], \text{ gdzie:}$$

**A** – początek wektora o współrzędnych  $(x_1, y_1)$

**B** – koniec wektora o współrzędnych  $(x_2, y_2)$

Wektor  $\vec{AB}$  ma współrzędne  $\vec{AB} = [a_1, a_2]$  wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$a_1 = x_2 - x_1 \text{ i}$$

$$a_2 = y_2 - y_1$$

Przykład:

Wektor  $\vec{AB}$ , dla którego  $A(-3, 7)$  i  $B(4, -1)$  ma

$$\text{współrzędne: } \vec{AB} = [4 - (-3), -1 - 7] = [7, -8]$$

Strona 5:

**Długość wektora** można obliczyć wg wzoru na odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych, tj. wg wzoru:

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

Przykład:

Wektor o współrzędnych  $\vec{AB} = [7, -8]$  ma długość równą  
 $|\vec{AB}| = \sqrt{7^2 + (-8)^2} = \sqrt{113}$

Strona 6:

**W ujęciu analitycznym dwa wektory są równe**, gdy odpowiednie współrzędne wektorów są równe.

Przykład:

$$\vec{AB} = [-8, 9]$$

$$\vec{KL} = [2p, -3q]$$

$$\vec{AB} = \vec{KL} \Leftrightarrow \begin{cases} p = -4 \\ q = -3 \end{cases}$$

Strona 7:

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy  
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

**Wektorem przeciwnym** wektora  $\overrightarrow{AB} = [a_1, a_2]$  jest wektor  $-\overrightarrow{AB}$ , czyli  $\overrightarrow{BA}$ , którego współrzędne to:  $\overrightarrow{BA} = [-a_1, -a_2]$ .

Przykład:

Wektorem przeciwnym dla wektora  $\overrightarrow{KL} = [7, -3\frac{1}{2}]$  jest wektor  $\overrightarrow{LK} = [-7, 3\frac{1}{2}]$

Wektory możemy mnożyć przez liczby, np.:

Jeżeli pomnożymy wektor  $\overrightarrow{AB}$  przez liczbę  $k$ , to:

$$k * \overrightarrow{AB} = [k * a_1, k * a_2], (a_1, a_2 \text{ to współrzędne wektora})$$

Strona 8:

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy  
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

Odległość punktu  $P(x_0, y_0)$  od prostej  $l = Ax + By + C = 0$  obliczamy wg wzoru:

$$d(P, l) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Dwa wektory  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$  są równoległe jeśli istnieje taka liczba  $k$ , że:

$$k * \vec{u} = \vec{v}$$

Ponadto, jeśli  $k > 0$ , to wektory te mają ten sam zwrot.

Strona 9:



**Wektory:**  $\vec{u} = [x_u, y_u]$  i  $\vec{v} = [x_v, y_v]$  są równoległe wtedy i tylko wtedy, gdy ich współrzędne są proporcjonalne, tzn.

$$\frac{x_u}{x_v} = \frac{y_u}{y_v},$$

co z kolei jest równoważne zerowaniu się wyznacznika tych wektorów:

$$\begin{vmatrix} x_u & y_u \\ x_v & y_v \end{vmatrix} = x_u * y_v - x_v * y_u = 0$$

Przykład:

Wektory  $\vec{p} = [-4, 3]$  i  $\vec{q} = [-8, 6]$  są równoległe, ponieważ:

$$\frac{-4}{-8} = \frac{3}{6} \quad \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

W dalszej części uczniowie rozwiązują zadania, wykorzystując tablicę interaktywną. Nauczyciel może wykorzystać lekcję „WEKTORY” wraz z interaktywnymi ćwiczeniami, znajdującą się na CD Multimedialne lekcje Matematyka, szkoła ponadgimnazjalna. Jeden ze slajdów tej lekcji zamieszczam poniżej:

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy  
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

Wektory

Podstawowe pojęcia związane z wektorami

1

Modułem (długością) wektora nazywamy jego wartość.

oznaczenie

Dwa wektory są równe (lub równoważne), jeżeli mają tę samą wartość (długość) oraz ten sam kierunek i zwrot, nawet, jeżeli mają różne punkty początkowe.

ilustracja

Wektor zerowy, oznaczany przez  $\mathbf{0}$ , jest to wektor o długości równej  $0$ .

własność wektora zerowego

Jeżeli wektory  $\mathbf{u}$  i  $\mathbf{v}$  mają tę samą długość, ten sam kierunek, ale przeciwny zwrot, to nazywamy je wektorami przeciwnymi i piszemy:  $\mathbf{v} = -\mathbf{u}$ .

własności wektorów

Dla wektorów  $x, y$  znajdź wektory równe oraz przeciwne. Następnie podaj długości wektorów  $x$  i  $y$ .

	x	y
Wektor równy	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Wektor przeciwny	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Długość wektora	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Matematyka – Szkoła ponadgimnazjalna © YDP

Nauczyciel może także (w zależności od możliwości sprzętowych, technicznych, czasowych) wskazać uczniom zadania do rozwiązania i ocenić poprawność ich rozwiązań. Poniżej przedstawiam propozycję takich zadań:

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy  
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

		<p><b>Zadanie 1.</b></p> <p>Oblicz długość wektora <math>\vec{AB}</math> jeśli:</p> <p>a) <math>A=(1,6), B=(-1, 2)</math></p> <p>b) <math>\vec{AB} = [2, -\sqrt{7}]</math></p> <p><b>Zadanie 2:</b></p> <p>Dane są wektory: <math>\vec{a} = [4, -1], \vec{b} = [-2, 1], \vec{c} = [3, 0]</math>. Oblicz długość wektora: <math>2\vec{c} - \vec{a} + 3\vec{b}</math>.</p> <p><b>Zadanie 3:</b></p> <p>W równoległoboku ABCD wskaż pary wektorów równych.</p> <p><b>Zadanie 4:</b></p> <p>Punkty K, L, M są środkami boków trójkąta równobocznego ABC. Wektory <math>\vec{KM}</math> i <math>\vec{KL}</math> przedstaw w zależności od wektorów <math>\vec{AB}</math> i <math>\vec{BC}</math>.</p>
7	Podsumowanie zajęć	Nauczyciel podsumowuje pracę uczniów na lekcji, ich zaangażowanie.
8	Uwagi metodyczne do realizacji	Brak uwag

## Załączniki do scenariusza nr 2

Prezentacja „Wektory”