e-Matematyka i zajęcia komputerowe

skuteczne programy nauczania

e-Matematyka
klasa IV

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

WPQ

Tomasz Jakubowski TOMP

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

e-Matematyka
klasa IV

Wydanie I
Pruszków 2015

Książka **e-Matematyka klasa IV** powstała w ramach projektu
e-Matematyka i zajęcia komputerowe – skuteczne programy nauczania
współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej w ramach
Europejskiego Funduszu Społecznego.

Koordynator projektu – Wojciech Piotrowski
Koordynator ds. IT – Tomasz Jakubowski

Pierwotnie książka miała być jedynie dostępna na edukacyjnej
platformie MATI opracowanej w ramach projektu. W czasie realizacji
projektu podjęto decyzję o przygotowaniu jej w formacie PDF
ułatwiającym publikację w wydaniu papierowym.

Autorami materiałów dydaktycznych zamieszczonych na platformie edukacyjnej
MATI, a tym samym książki są:
Monika Jasińska, Małgorzata Tarnachowicz, Ewa Uljasz,
Małgorzata Zienkiewicz, Justyna Paszkiewicz, Agnieszka Bąk, Marcin Wojnowski,
Wojciech Piotrowski.

Znaczna część rysunków i zdjęć została wykonana przez autorów.
Szczególnie za przygotowanie rysunków i poprawki materiałów
graficznych dziękujemy Małgorzacie Tarnachowicz.

Niektóre rysunki zamieszczone w książce pochodzą z zasobów
openclipart.org.

Projekt graficzny – Marcin Piotrowski

Skład i przygotowanie do druku – Emil Popko

Przygotowanie książki w formie, którą właśnie przeglądasz zrealizował Wojciech Piotrowski
i Tomasz Jakubowski.

Wersje instalacyjne platformy MATI oraz książka w formie cyfrowej
są dostępne m.in. na stronie internetowej projektu
www.ematematyka.edu.pl

ISBN- 978-83-941707-0-7

9 788394 170707

Wydawca:
WPQ Wojciech Piotrowski
ul. Dolna 39
05-802 Pruszków

SPIS TREŚCI

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

1. LEKCJA PIERWSZA - JAK BĘDZIEMY SIĘ UCZYĆ MATEMATYKI PRZY POMOCY PLATFORMY CYFROWEJ?

Jest wrzesień - rozpoczyna się kolejny etap nauki w szkole podstawowej. Matematyka to ważny przedmiot - nazywana jest KRÓLOWĄ NAUK.

Wiedzę, którą przekażemy Ci w ciągu najbliższych lat, będziesz wykorzystywać w praktyce - w szkole, w domu, w sklepie - jednym słowem w życiu codziennym. W trakcie lekcji wspólnie będziemy wskazywać zastosowanie poznanej wiedzy i zdobytych umiejętności w praktyce.

Na lekcjach matematyki będziemy wykorzystywać tablety, komputery oraz tablicę interaktywną. Nauczyciel wyjaśni Ci nowe zagadnienia przy pomocy prezentacji multimedialnych a Ty na tablecie będziesz rozwiązywać ćwiczenia i zadania. Podczas zajęć komputerowych będziesz doskonalić umiejętność posługiwania się tymi urządzeniami oraz narzędziami, które będziemy wykorzystywać podczas naszych spotkań z matematyką. Może w Twojej szkole jest dostępna drukarka 3D, dzięki której zobaczysz, jak powstają modele brył i przedmiotów. Jeżeli takiej drukarki jeszcze nie ma w Twojej szkole, znajdź w Internecie, wspólnie z nauczycielem lub rodzicami, filmy pokazujące pracę i wykorzystanie tego urządzenia. Jak myślisz, w jakim zakresie wiedza matematyczna przydała się konstruktorom takiej drukarki?

Na platformie edukacyjnej umieszczone są: książka, prezentacje, zadania oraz ćwiczenia. Będziesz mieć do nich dostęp na lekcjach i w domu - praktycznie w każdej chwili i wszędzie, dokąd dociera Internet. Książka, która będzie pomagać ci w zdobywaniu i utrwalaniu wiedzy, jest także w postaci książki cyfrowej. Przy każdym temacie lekcji znajduje się odsyłacz do fragmentu książki dotyczącego zagadnień omawianych podczas bieżącej lekcji. W książce znajdziesz definicje nowych pojęć, wyjaśnienia oraz przykłady rozwiązanych zadań. Ważne informacje, które należy zapamiętać, zostały umieszczone w pomarańczowych i niebieskich ramkach.

Matematyka wymaga wyraźnego pisania, dokładnego zapisywania liczb oraz precyzyjnego rysowania. Dlatego, oprócz ćwiczeń umieszczonych na platformie cyfrowej, wiele zadań będziesz rozwiązywać w zeszycie oraz na kartach pracy przygotowanych przez nauczyciela. Ołówek, linijka, ekierki, cyrkiel to przyrządy, które z pewnością znajdą się w Twoim piórniku. Będą Ci one potrzebne do nauki geometrii. Czasami użyjesz również nożyczek oraz kleju.

W czasie nauki w klasie IV utrwalisz wiadomości i umiejętności, które nauczyciele przekazywali Ci w przedszkolu i pierwszych trzech latach nauki w szkole podstawowej. Staną się one podstawą do zrozumienia i przyswojenia wiedzy matematycznej w kolejnych latach nauki.

Jesteśmy przekonani, że nowa forma książki oraz materiałów i ćwiczeń interaktywnych zamieszczonych na platformie przyczyni się do lepszego przyswojenia i zrozumienia wiedzy matematycznej. Życzymy Ci sukcesów w poznawaniu tajników KRÓLOWEJ NAUK.

Autorzy

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ Tomasz Jakubowski TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

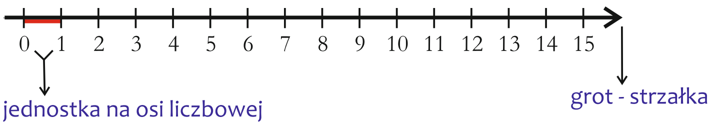
2. OŚ LICZBOWA I UKŁAD WSPÓŁRZĘDNYCH

Oś liczbowa to prosta, na której zaznaczono:

- grot (strzałkę, zwrot) - wskazuje, w którą stronę liczby rosną
- punkt, który odpowiada liczbie 0
- jednostkę (odcinek jednostkowy).

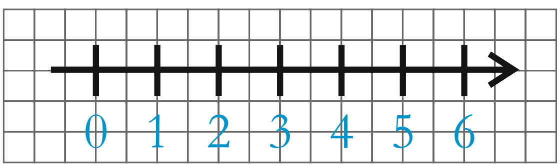
Odmierzając odcinki jednostkowe w kierunku, który wskazuje strzałka, możemy na osi liczbowej zaznaczyć punkty odpowiadające liczbom: 1, 2, 3, 4 itd.

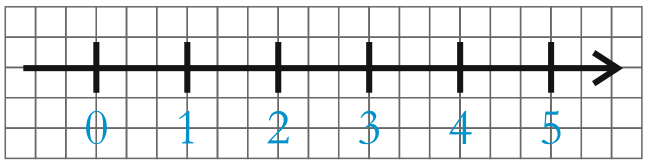
Liczby odpowiadające punktom na osi liczbowej to **współrzędne punktów**.



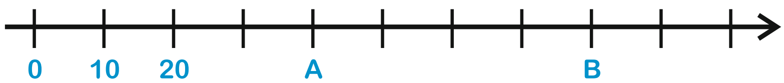
Długość odcinka jednostkowego wynosi 1.

Poniżej narysowano dwie osie liczbowe. Na pierwszej z nich przyjęto za jednostkę dwie kratki, a na drugiej - trzy kratki.





Gdy na osi chcemy zaznaczyć większe liczby, możemy przyjąć, że kolejna kreseczka będzie odpowiadała na przykład liczbie o 10 większej od poprzedniej liczby:

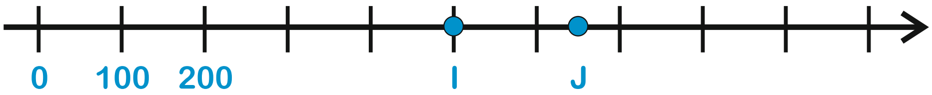


Ćwiczenie 1

Jakie są współrzędne punktów A oraz B?
Gdzie na osi liczbowej leży punkt o współrzędnej 35?

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Ćwiczenie 2



Jakie liczby na powyższej osi odpowiadają punktom I oraz J?
Gdzie na osi liczbowej leży punkt o współrzędnej 150?

Zaznaczanie punktów na osi liczbowej

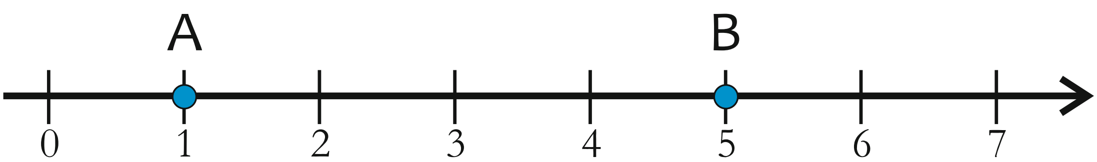
Przykład 1

Zaznacz na osi liczbowej punkty o współrzędnych 1 oraz 5.

Przy linijce ołówkiem rysujemy oś liczbową i zaznaczamy na niej jednakowej długości odcinki.

Zaznaczamy na osi liczbowej punkty o współrzędnych 0, 1, 2 ... .

Zaznaczamy na osi liczbowej punkty o współrzędnych 1 oraz 5.



Punkt A ma współrzędną 1. To zdanie można zapisać krócej A = 1

Analogicznie B = 5

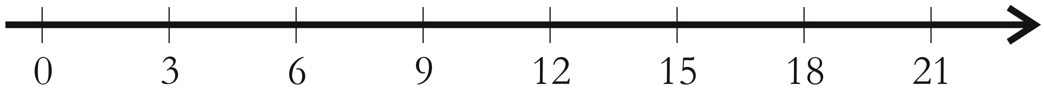
KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład 2

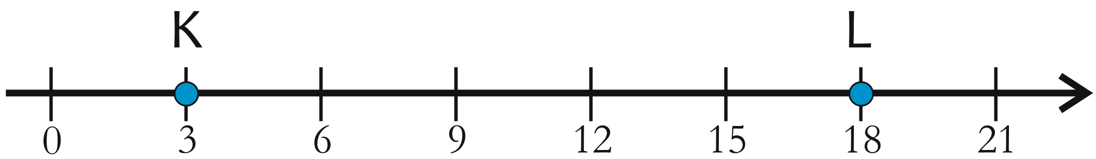
Zaznacz na osi liczbowej punkty: K = 3, L = 18.

Rysujemy oś liczbową i zaznaczamy na niej jednakowej długości odcinki.

Zaznaczamy na osi 0 oraz przyjmujemy, że kolejna kreseczka będzie odpowiadała liczbie o 3 większej od poprzedniej liczby,



Zaznaczamy na osi liczby o współrzędnych 3 i 18.



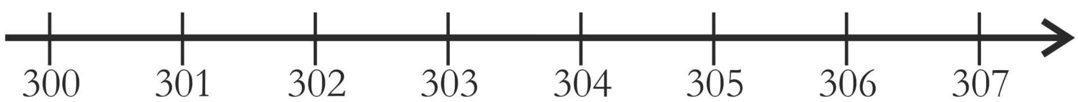
Przykład 3

Zaznacz na osi liczbowej punkty: M = 302, N = 306.

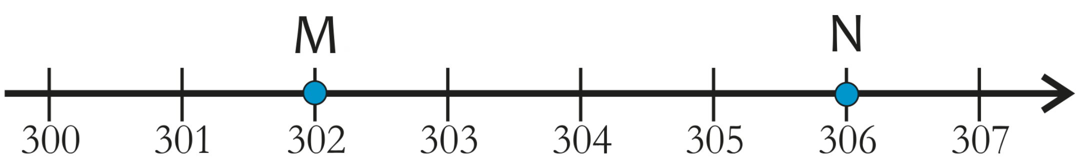
Rysujemy oś liczbową i zaznaczamy na niej jednakowej długości odcinki.

Na osi zaznaczamy punkty o współrzędnych 300, 301, 302 ... itd.

Gdybyśmy zaznaczyli 0, to musielibyśmy odmierzyć na prawo od zera 306 odcinków jednostkowych - a to nie jest możliwe ani w zeszycie, ani na ekranie monitora.



Zaznaczamy na osi punkty M oraz N.

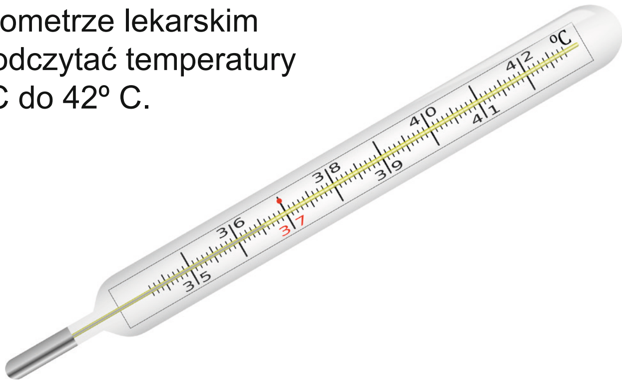


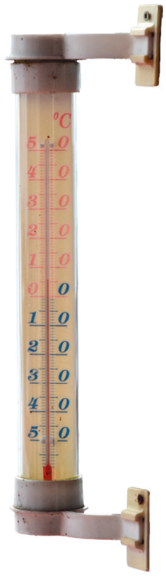
KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Współrzędne dodatnie i ujemne

Znamy różne zastosowania osi liczbowej w życiu codziennym. Jednym z nich jest termometr.

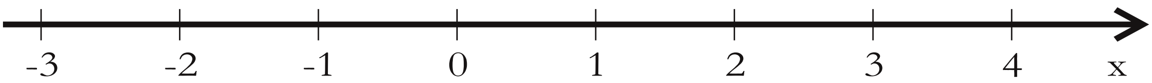
Na termometrze lekarskim można odczytać temperatury od 35° C do 42° C.





Na termometrze zaokiennym można odczytać temperatury od -50° C do 50° C. Gdy temperatura spada poniżej 0° C, mówimy, że temperatura jest ujemna. Na termometrze po prawej stronie temperatury ujemne zaznaczono kolorem niebieskim.

Na osi liczbowej również można zaznaczać liczby ujemne.



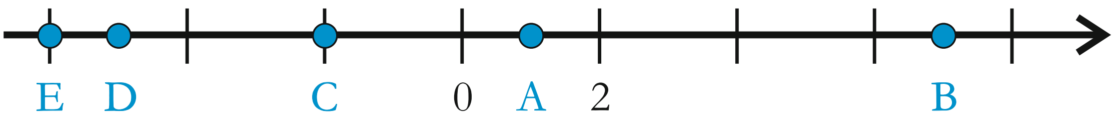
Punkty o współrzędnych dodatnich znajdują się po prawej stronie punktu zero, zaś punkty o współrzędnych ujemnych po lewej stronie.

Liczba - 1 leży po lewej stronie zera w odległości 1 od zera.

Liczba - 2 leży po lewej stronie zera w odległości 2 od zera itd.

Ćwiczenie 3

Odczytaj współrzędne zaznaczonych punktów:



2.1 Układ współrzędnych

Zadanie 1

Na widowni zajętych jest siedem miejsc.

Antek przyszedł do kina sam. W którym rzędzie i na którym miejscu siedzi Antek?

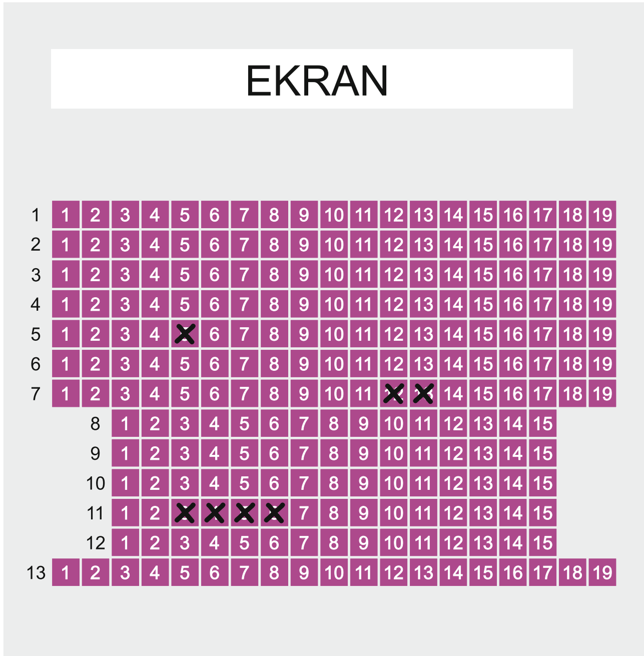
Antek zajmuje 5 miejsce w 5 rzędzie.

Ola przyszła do kina z Rafałem. W którym rzędzie i na którym miejscu siedzą Ola z Rafałem?

Ola z Rafałem zajmują 12 i 13 miejsce w 7 rzędzie.

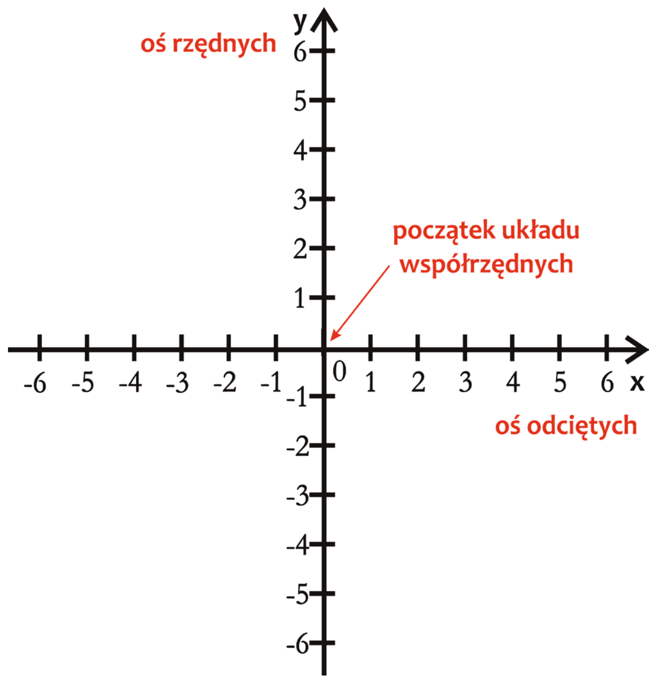
Rodzina Agaty zajmuje pozostałe cztery miejsca. Gdzie się one znajdują?

Rodzina Agaty siedzi w 11 rzędzie na miejscach 3, 4, 5 oraz 6.



Każde miejsce w kinie opisane jest przez dwie liczby – numer rzędu i numer miejsca – można powiedzieć, że są to „współrzędne tego miejsca”.

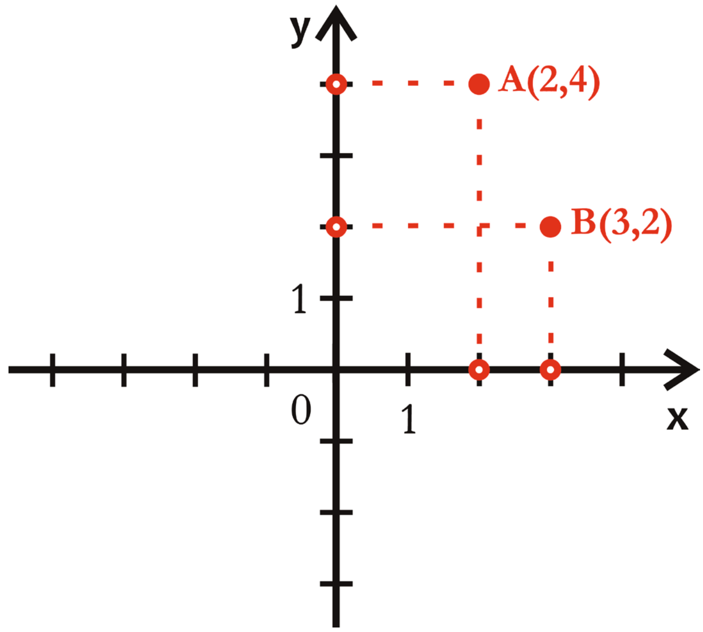
To jest układ współrzędnych:



Układ współrzędnych tworzą dwie prostopadłe osie liczbowe: pozioma oś odciętych (**oś x**) oraz pionowa oś rzędnych (**oś y**). Punkt przecięcia się osi to **początek układu współrzędnych**.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Współrzędne punktu w układzie współrzędnych



Położenie dowolnego punktu w układzie współrzędnych określają dwie liczby zwane współrzędnymi punktu:

- współrzędna x (odczytujemy ją z osi x)
- współrzędna y (odczytujemy ją z osi y).

A(2,4)

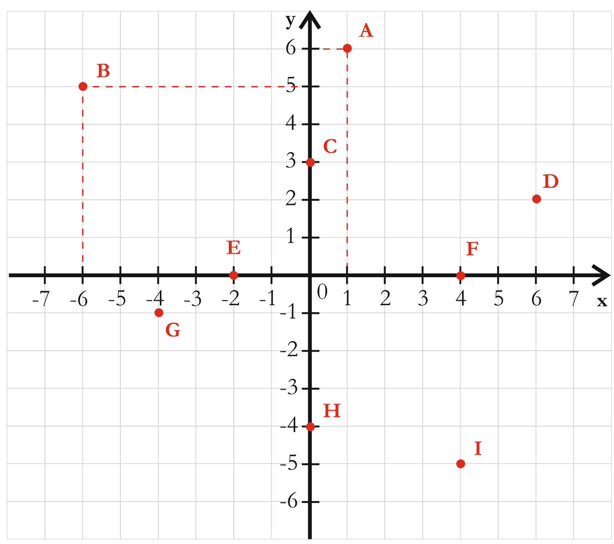
współrzędna x punktu A — współrzędna y punktu A

B(3,2)

współrzędna x punktu B — współrzędna y punktu B

Przykład 1

Odczytaj współrzędne zaznaczonych punktów. Pamiętaj, że zawsze zaczynamy od współrzędnej x.



KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Na osi x leżą punkty, których druga współrzędna równa się 0.

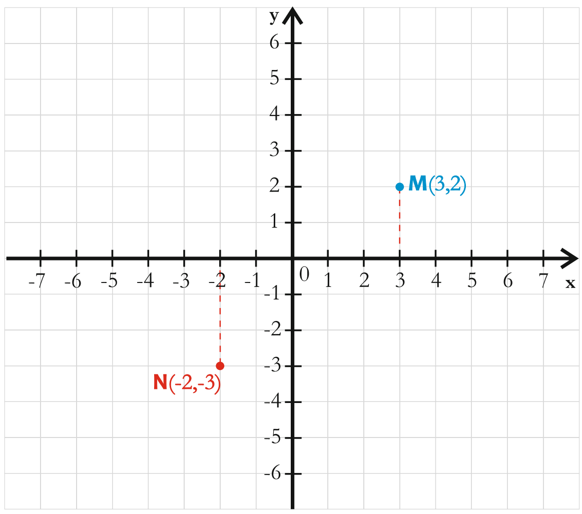
Na osi y leżą punkty, których pierwsza współrzędna równa się 0.

Początek układu współrzędnych ma obie współrzędne równe 0.

Zaznaczanie punktów o danych współrzędnych

Ćwiczenie 1

Zaznacz w układzie współrzędnych punkty **M(3, 2)** oraz **N(- 2, - 3)**.



M(3, 2)
Na osi x znajdujemy liczbę 3 i przesuwamy się o 2 jednostki do góry

N(- 2, - 3)
Na osi x znajdujemy liczbę -2 i przesuwamy się w dół o 3 jednostki

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

3. PORÓWNUJEMY LICZBY NATURALNE

Na co dzień bardzo często dokonujemy porównań liczb: porównujemy ceny towarów, masy przedmiotów, odległości itp. Na przykład mówimy, że:

sukienka jest droższa od bluzki

132 zł

45 zł

list jest lżejszy od paczki

30 g

2000 g

z Warszawy do Szczecina jest dalej niż z Warszawy do Łodzi

Gdy porównujemy liczby, możemy używać znaków nierówności: **> oraz <** .

23 > 16

czytamy:

liczba 23 jest większa od liczby 16

34 < 100

czytamy:

liczba 34 jest mniejsza od liczby 100

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zasady porównywania liczb

Jeśli dwie liczby mają różną liczbę cyfr, to ta liczba jest większa, która ma więcej cyfr.

543 > 98 111 > 99 10001 > 2345

Jeśli porównujemy liczby o tej samej liczbie cyfr, to musimy porównać odpowiednie cyfry, zaczynając od lewej strony.

1346 ? 1364

1 = 1

3 = 3

4 < 6

1346 < 1364

Ćwiczenie 1

Wskaż większą liczbę:
a) 230 i 99
b) 1001 i 1010

Ćwiczenie 2

Wymień liczby, które jednocześnie są większe od 139 ale mniejsze od 145.

Istnieją jeszcze inne znaki służące do porównywania liczb: ≤ oraz ≥.

□ ≤ 67

w kwadracik możemy wpisać liczbę mniejszą bądź równą liczbie 67 (zamiast kwadracika stosuje się zapis x ≤ 67)

□ ≥ 50

w kwadracik możemy wpisać liczbę większą bądź równą liczbie 50 (zamiast kwadracika stosuje się zapis x ≥ 50)

Przykład 1

Wymień wszystkie liczby dwucyfrowe spełniające warunek x ≥ 93. Ile jest takich liczb?

Szukamy liczb, które mają dwie cyfry i są większe bądź równe 93.

Oto one: 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99.

Istnieje sześć liczb dwucyfrowych spełniających warunek x ≥ 93.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
WPQ
Tomasz Jakubowski TOMP
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład 2

Wymień wszystkie liczby trzycyfrowe spełniające warunek $x \leq 201$. Ile jest takich liczb?

Szukamy liczb, które mają trzy cyfry i są mniejsze bądź równe 201.
Oto one: 100, 101, 102, 103, ...193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201.
Trudno wymienić je wszystkie, a jak policzyć, ile ich jest?

Wszystkich liczb naturalnych od 1 do 201 jest 201.
Wśród nich niepotrzebnie uwzględniliśmy pierwsze liczby od 1 do 99. Jest ich 99.
Zatem liczb od 100 do 201 jest 201 - 99 = 102

$$\overbrace{\underbrace{1,2,3,\ldots\ldots\, 97,98,99}_{99},\underbrace{100,101,102,\ldots\ldots\, 198,199,200,201}_{201-99=102}}^{201}$$

Istnieją 102 liczby trzycyfrowe spełniające warunek $x \leq 201$.

Zadanie 1

Wymień wszystkie liczby dwucyfrowe spełniające warunek $x \leq 32$. Ile jest takich liczb?

Treść tego zadania można sformułować inaczej: Wymień wszystkie liczby dwucyfrowe mniejsze bądź równe 32. Ile jest takich liczb?

Zadanie 2

Wymień wszystkie liczby naturalne spełniające warunek $15 \leq x \leq 42$. Ile jest takich liczb?

Treść tego zadania można sformułować inaczej:

Wymień wszystkie liczby naturalne większe bądź równe 15 i jednocześnie mniejsze bądź równe 42. Ile jest takich liczb?

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

4. LICZYMY W PAMIĘCI - DODAWANIE I ODEJMOWANIE

Dodawanie i odejmowanie to działania, które bardzo często wykorzystujemy na co dzień. Dlatego warto sprawnie wykonywać te działania w pamięci.

Na początku przypomnimy sobie własności dodawania i odejmowania.

Liczby, które do siebie dodajemy nazywamy **składnikami**. Wynik dodawania to **suma**.

Wyrażenie **23 + 34** czytamy **suma liczb 23 i 34**.

W dodawaniu mogą występować więcej niż dwa składniki.

suma

$\boxed{23+34} = \boxed{57}$

składnik składnik

róźnica

$\boxed{39 - 11} = \boxed{28}$

odjemna odjemnik

Liczba, od której odejmujemy nazywamy **odjemną**. Liczba, którą odejmujemy to **odjemnik**. Wynik odejmowania to **różnica**.

Wyrażenie **39-11** czytamy: **różnica** liczb **39 i 11**.

W dodawaniu i odejmowaniu szczególną rolę pełni liczba 0.

Jeżeli do dowolnej liczby dodamy 0, to ta liczba się nie zmieni.

73 + 0 = 73

Jeżeli od dowolnej liczby odejmiemy 0, to ta liczba się nie zmieni.

145 - 0 = 145

Przykład 1

Wskaż składniki sumy oraz oblicz w pamięci:

a) 24 + 8
b) 32 + 14

Przykład 2

Wskaż odjemną i odjemnik oraz oblicz w pamięci:

a) 25 - 7
b) 66 - 12

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Dodawanie jest działaniem przemiennym, czyli kolejność składników nie wpływa na wynik dodawania.	**Dodawanie jest działaniem łącznym, czyli składniki sumy możemy łączyć w dowolny sposób.**
6 + 7 = 7 + 6	**(7 + 1) + 9 = 7 + (1 + 9)**

Zmieniając kolejność składników i łącząc je w odpowiedni sposób, możemy ułatwić dodawanie w pamięci.

I sposób

25 + 49 =
= (20 + 5) + (40 + 9) = → obie liczby zapisujemy w postaci sumy pełnych dziesiątek i jedności
= (20 + 40) + (5 + 9) = → łączymy dziesiątki i jedności obu liczb
= 60 + 14 → dodajemy oddzielnie dziesiątki i oddzielnie jedności
= 74 → podajemy wynik

II sposób

25 + 49 =
= (20 + 5) + 49 = → jedną z liczb zapisujemy w postaci sumy pełnych dziesiątek i jedności
= 5 + (20 + 49) = → łączymy drugą liczbę z pełnymi dziesiątkami pierwszej liczby
= 5 + 69 = → pełne dziesiątki dodajemy do drugiej liczby
= 74 → podajemy wynik

A jak wygodnie odejmować?

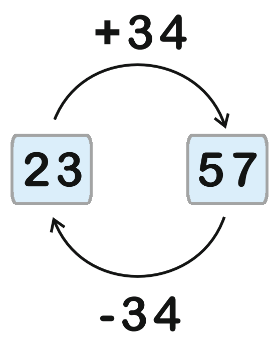
I sposób

62 - 35 =
= 62 - 30 - 5 = → odejmowanie liczby 35 zapisujemy jako odejmowanie pełnych dziesiątek oraz jedności
= 32 - 5 = → od pierwszej liczby odejmujemy pełne dziesiątki drugiej liczby
= 27 → podajemy wynik

II sposób

62 - 35 =
= 62 - 30 - 2 - 3 = → odejmowanie liczby 35 zapisujemy jako odejmowanie pełnych dziesiątek oraz 2 jedności (bo taka jest cyfra jedności liczby 62) i 3 jedności
= 32 - 2 - 3 = → od pierwszej liczby odejmujemy pełne dziesiątki
= 30 - 3 = → od otrzymanego wyniku odejmujemy 2 jedności
= 27 → od otrzymanego wyniku odejmujemy 3 jedności

Dodawanie i odejmowanie to działania wzajemnie odwrotne:



Odejmowanie można sprawdzić dodawaniem:

57 - 34 = 23 bo 23 + 34 = 57

Zadanie 1

Oblicz: 134 + 72 + 17 + 66 + 28 + 23 =

Dodawanie po kolei składników sumy 134 + 72 + 17 + 66 + 28 + 23 jest bardzo uciążliwe i łatwo przy tym popełnić błąd. Warto czasami zmienić kolejność składników i pogrupować je tak, by sumowały się do pełnych dziesiątek lub setek.

134 + 72 + 17 + 66 + 28 + 23 = (134 + 66) + (72 + 28) + (17 + 23) = 200 + 100 + 40 = 340

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 2

Piekarnia „U Witka”





bułka	chałka	chleb wiejski	kajzerka	rogalik
1 zł 24 gr	3 zł 85 gr	4 zł 60 gr	90 gr	1 zł 30 gr

Ile trzeba zapłacić za dwa chleby i rogalik?

Ile otrzymasz reszty, płacąc za pieczywo banknotem dwudziestozłotowym?

4 zł 60 gr + 4 zł 60 gr + 1 zł 30 gr = → dodajemy osobno złotówki osobno grosze

= 9 zł 150 gr = → zamieniamy grosze na złotówki **- Pamiętaj ! 100 gr = 1 zł**

= 10 zł 50 gr

20 zł - 10 zł 50 gr = → z 20 złotych jedną złotówkę zapisujemy jako 100 groszy

19 zł 100 gr - 10 zł 50 gr = → od złotówek odejmujemy złotówki, a od groszy grosze

= 9 zł 50 gr

Odpowiedź: Dwa chleby i jeden rogalik kosztują 10 zł 50 groszy. Z dwudziestu złotych otrzymam 9 zł 50 gr reszty.

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

5. O ILE WIĘCEJ, O ILE MNIEJ?

Na co dzień często używamy zwrotów „o ile więcej”, „ o ile mniej”:

O ile więcej zarobiłaś w maju niż w kwietniu?
O ile mniej kosztuje margaryna od masła?
Teraz ważę **o 5 kg mniej** niż w listopadzie.
Zebrałam **o 10 kasztanów więcej** od Ciebie.
Paweł jest starszy ode mnie o 3 lata.
Iga jest wyższa o 3 cm od Maćka.

Potrafisz zapewne podać wiele innych przykładów.

Aby odpowiedzieć na pytania, **o ile większa (o ile mniejsza) jest jedna liczba od drugiej**, musimy te liczby porównać, wykonując odejmowanie – od większej liczby odejmujemy mniejszą.

Przykład 1

a) O ile liczba 12 jest większa od liczby 8?

12 – 8 = 4

Liczba 12 jest większa od liczby 8 o 4.

Mogę również powiedzieć, że liczba 8 jest mniejsza o 4 od liczby 12.

b) O ile liczba 21 jest mniejsza od liczby 38?

38 – 21 = 17

Liczba 21 jest mniejsza od liczby 38 o 17 lub liczba 38 jest większa od liczby 21 o 17.

Przykład 2

a) Co to za liczba, która jest o 7 większa od liczby 19?

19 + 7 = 26

b) Co to za liczba, która jest o 11 mniejsza od 25?

25 - 11 = 14

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Porównywanie liczb mianowanych

Liczba, przy której podana jest jednostka, to **liczba mianowana**
np. 2 kg, 300 zł,
45 000 km, 3 600 s.

Liczba nieposiadająca jednostki to **liczba niemianowana**
np. 2, 300, 45 000, 3 600.

Wyrażenie dwumianowane zapisujemy przy pomocy dwóch jednostek
np. 3 zł 25 gr, 2 m 35 cm, 6 godz. 15 min.

Gdy porównujemy liczby mianowane, musimy pamiętać, by były wyrażone w tych samych jednostkach.

Przykład 3

Zosia waży 34 kg i jest cięższa od Kasi o 8 kg. Ile waży Kasia?

34 kg - 8 kg = 26 kg

Odpowiedź: Kasia waży 26 kg.

Przykład 4

Różowa kredka ma 25 cm długości, a żółta 300 mm. Która kredka jest dłuższa? O ile dłuższa?

Długość obu kredek zapiszemy w tej samej jednostce - w centymetrach:

300 mm = 30 cm

Gdy długości kredek są zapisane w tej samej jednostce, wiemy, która z nich jest dłuższa.

30 cm - 25 cm = 5 cm → od długości dłuższej kredki odejmujemy długość krótszej kredki

Odpowiedź: Żółta kredka jest dłuższa od różowej o 5 cm.

Przykład 5

Masło kosztuje 4 zł, a margaryna 2 zł 85 gr. O ile droższe jest masło od margaryny?

4 zł - 2 zł 85 gr = → z 4 złotych jedną złotówkę zapisujemy jako 100 groszy

= 3 zł 100 gr - 2 zł 85 gr = → od złotówek odejmujemy złotówki, a od groszy grosze

= 1 zł 15 gr

Odpowiedź: Masło jest droższe od margaryny o 1 zł 15 gr.

Zadanie 1

Zosia ma 24 zł, a Kasia o 12 zł więcej. Czy wystarczy im pieniędzy na prezent dla Oli, który kosztuje 43 zł?

W odpowiedzi użyj jednego ze sformułowań: „o ile więcej” lub „o ile mniej”.

24 zł + 12 zł = 36 zł → obliczamy, ile pieniędzy ma Kasia

24 zł + 36 zł = 60 zł → obliczamy, ile pieniędzy mają obie dziewczynki

60 zł - 43 zł = 17 zł → obliczamy, ile pieniędzy im zostanie po zakupie prezentu dla Oli

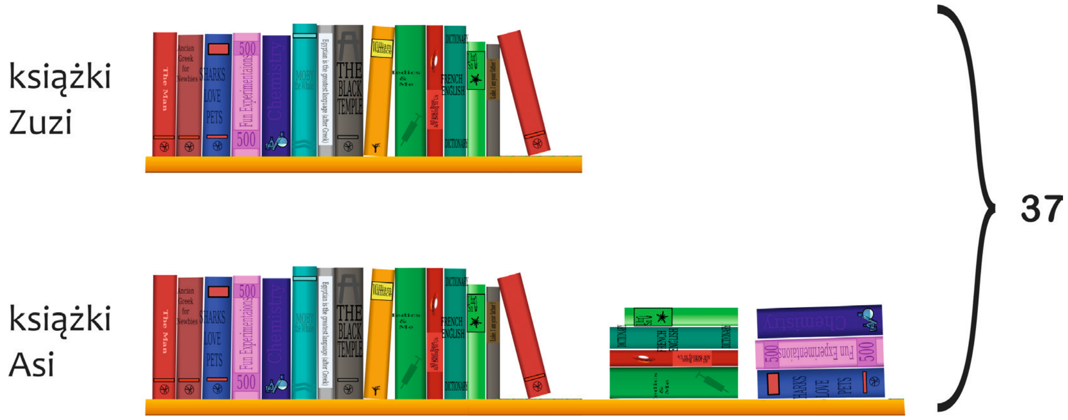
Odpowiedź: Dziewczynkom wystarczy pieniędzy na prezent. Mają o 17 zł więcej niż potrzebują.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 2

Asia przeczytała o 7 książek więcej niż Zuzia. Razem w ciągu roku przeczytały 37 książek. Ile książek przeczytała każda z dziewcząt?



Gdyby Asia przeczytała o 7 książek mniej, to wówczas:

- każda dziewczynka przeczytałaby taką samą liczbę książek,
- razem przeczytałyby 37 - 7 = 30 książek.

Skoro każda z dziewczynek przeczytałaby tyle samo książek, to każda z nich przeczytałaby 30 : 2 = 15

Zuzia przeczytała 15 książek.

15 + 7 = 22

Asia przeczytała 22 książki.

6. LICZYMY W PAMIĘCI - MNOŻENIE I DZIELENIE

Mnożenie i dzielenie to działania, które również często wykonujemy na co dzień. Czy pamiętasz, jak nazywają się liczby występujące w mnożeniu i dzieleniu?

$$5 \cdot 6 = 30 \leftarrow \text{iloczyn}$$

czynnik czynnik

Liczby, które mnożymy to **czynniki**. Wynik mnożenia to **iloczyn**.

Wyrażenie **5 • 6** czytamy **iloczyn liczb 5 i 6**.

W mnożeniu mogą występować więcej niż dwa czynniki.

$$20 : 4 = 5 \leftarrow \text{iloraz}$$

dzielna dzielnik

Liczba, którą dzielimy to **dzielna**. Liczba, przez którą dzielimy to **dzielnik**.

Wynik dzielenia to **iloraz**.

Wyrażenie **20 : 4** czytamy **iloraz liczb 20 i 4**.

Przykład 1

Wskaż czynniki iloczynu oraz oblicz w pamięci:

a) $4 \cdot 8$

b) $3 \cdot 14$

Przykład 2

Wskaż dzielną i dzielnik oraz oblicz w pamięci:

a) $25 : 5$

b) $16 : 2$

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

6.1 Własności mnożenia i dzielenia

W mnożeniu i dzieleniu szczególną rolę pełnią liczby 0 i 1.

Jeżeli dowolną liczbę pomnożymy bądź podzielimy przez **1**, to wynik jest równy tej liczbie.

3 • 1 = 3 1 • 10 = 10 154 : 1 = 154

Jeżeli dowolną liczbę pomnożymy przez **0**, to wynik jest równy **0**.

0 • 3 = 0 239 • 0 = 0 0 • 0 = 0

Jeżeli **0** podzielimy przez dowolną liczbę różną od 0, to wynik jest równy **0**.

0 : 24 = 0

Dzielenia przez zero nie wykonujemy!

Jeżeli dowolną liczbę różną od 0 podzielimy przez siebie, to wynik jest równy 1.

34 : 34 = 1

Mnożenie jest działaniem przemiennym, czyli kolejność czynników nie wpływa na wynik mnożenia.

6 • 7 = 7 • 6

Mnożenie jest działaniem łącznym, czyli czynniki iloczynu możemy łączyć w dowolny sposób.

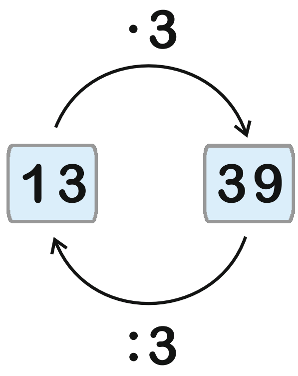
(3 • 2) • 5 = 3 • (2 • 5)

Dodawanie jednakowych składników można zapisać w postaci mnożenia,
a mnożenie w postaci dodawania jednakowych liczb.

7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 5 • 7

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Mnożenie i dzielenie to działania wzajemnie odwrotne:



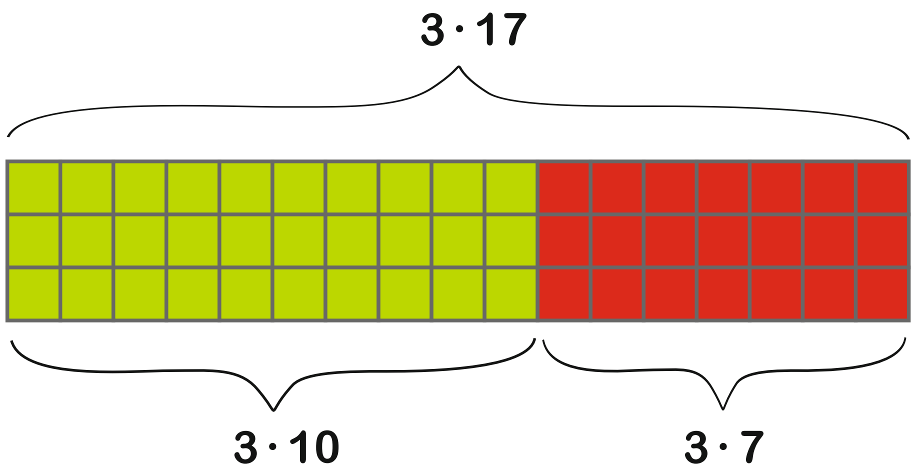
Dzielenie możemy sprawdzić mnożeniem:

39 : 3 = 13 bo 13 · 3 = 39

6.2 Sprytne sposoby mnożenia i dzielenia

Oblicz 3 • 17

I sposób



$$3\cdot 17=3\cdot(10+7)=3\cdot 10+3\cdot 7=30+21=51$$

3 • 17 =

= 3 • (10 + 7) = → liczbę dwucyfrową zapisujemy w postaci sumy pełnych dziesiątek i jedności

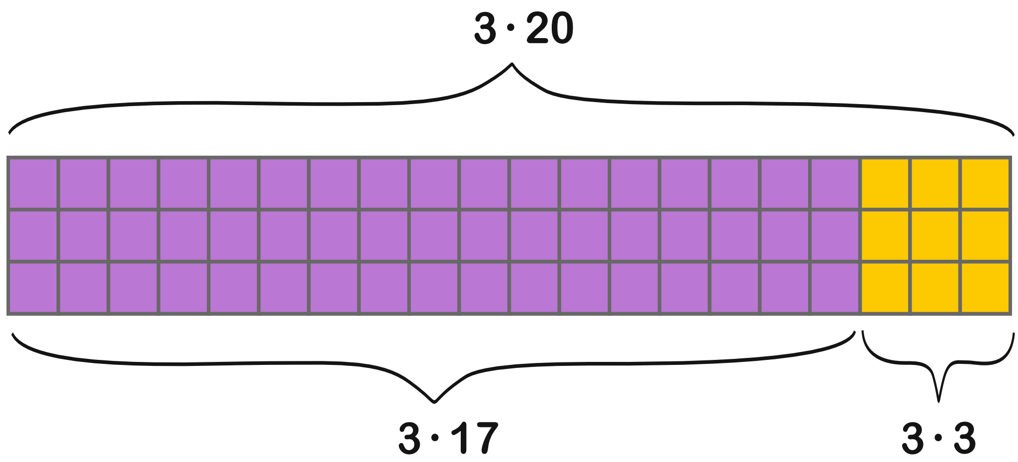
= 3 • 10 + 3 • 7 = → mnożymy każdy ze składników przez 3

= 30 + 21 = → dodajemy otrzymane iloczyny

= 51

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

II sposób



$$3\cdot17=3\cdot(20-3)=3\cdot20-3\cdot3=60-9=51$$

$3 \cdot 17 =$

$= 3 \cdot (20 - 3) =$ → liczbę dwucyfrową zapisujemy w postaci różnicy pełnych dziesiątek i jedności

$= 3 \cdot 20 - 3 \cdot 3 =$ → mnożymy odjemną i odjemnik przez 3

$= 60 - 9 =$ → odejmujemy otrzymane iloczyny

$= 51$

Podobnie możemy ułatwić sobie dzielenie:

I sposób

$78 : 3 =$

$= (60 + 18) : 3 =$ → liczbę dwucyfrową zapisujemy w postaci sumy dwóch liczb podzielnych przez 3

$= 60 : 3 + 18 : 3 =$ → dzielimy każdy ze składników przez 3

$= 20 + 6 =$ → dodajemy otrzymane ilorazy

$= 26$

II sposób

$78 : 3 =$

$= (90 - 12) : 3=$ → liczbę dwucyfrową zapisujemy w postaci różnicy dwóch liczb podzielnych przez 3

$= 90 : 3 - 12 : 3 =$ → dzielimy odjemną i odjemnik przez 3

$= 30 - 4 =$ → odejmujemy otrzymane ilorazy

$= 26$

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 1

Oblicz 2 • 13 • 5 =

Zmieniając kolejność czynników i łącząc je w odpowiedni sposób, możemy ułatwić sobie mnożenie w pamięci.

2 • 13 • 5 = (2 • 5) • 13 = 10 • 13 = 130

Przykład 2

a) Mnożenie liczby jednocyfrowej przez liczbę wielocyfrową z zerami na końcu:

4 • 700 =

= 4 • 7 • 100 = → *liczbę „z zerami na końcu" zapisujemy w postaci iloczynu, w którym jeden z czynników to „jedynka z zerami"*

= 28 • 100 = → *mnożymy czynniki „bez zer na końcu" i dopisujemy tyle zer, ile zer miał trzeci czynnik*

= 2800

4 • 700 = 2800

b) Mnożenie liczb wielocyfrowych z zerami na końcu:

30 • 700 =

= 3 • 10 • 7 • 100 = → *Liczby „z zerami na końcu" zapisujemy w postaci iloczynów, w którym jeden z czynników to „jedynka z zerami"*

= 3 • 7 • 10 • 100 = → *mnożymy czynniki „bez zer na końcu" i dopisujemy tyle zer, ile zer miały pozostałe czynniki*

= 21 • 1000 = 21000

30 • 700 = 21000

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

7. ILE RAZY WIĘCEJ, ILE RAZY MNIEJ?

Na co dzień często używamy zwrotów **„ileś razy więcej”, „ileś razy mniej”**:

Ile razy więcej jest chłopców niż dziewcząt w tej klasie?
Po otwarciu autostrady **3 razy mniej** samochodów przejeżdża przez nasze miasto.
W tym roku przyjechało nad morze **2 razy więcej** turystów niż rok temu.
Jabłka są **2 razy tańsze** od moreli.
Paweł jest **5 razy starszy** ode mnie.
Iga waży **2 razy mniej** niż jej tata.

Potrafisz zapewne podać wiele innych przykładów.

Przykład 1

Asia zjadła 15 czereśni, Karolina 2 razy więcej niż Asia, a Stefan 3 razy mniej niż Asia. Ile czereśni zjadła Karolina, a ile Stefan?

Karolina: $15 \cdot 2 = 30$ obliczyć liczbę **2 razy większą**, to znaczy **pomnożyć** tę liczbę **przez 2**.

Stefan: $15 : 3 = 5$ obliczyć liczbę **3 razy mniejszą,** to znaczy **podzielić** tę liczbę przez **3**.

Odpowiedź: Karolina zjadła 30 czereśni, a Stefan 5 czereśni.

Przykład 2

a) Ile razy mniejsza jest liczba 5 od liczby 20?

$20 : 5 = 4$

Liczba 5 jest cztery razy mniejsza od liczby 20.

b) Ile razy większa jest liczba 30 od liczby 6?

$30 : 6 = 5$

Liczba 30 jest pięć razy większa od liczby 6.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zamiast mówić **liczba 5 jest cztery razy mniejsza od liczby 20,** można powiedzieć **liczba 20 jest cztery razy większa od liczby 5**.

Sprzedaż masła dwukrotnie wzrosła w porównaniu z poprzednim miesiącem.
Sformułowanie **dwukrotnie wzrosła** oznacza to samo, co **dwa razy więcej**.

Po zainstalowaniu fotoradarów trzykrotnie zmalała liczba wypadków.
Sformułowanie **trzykrotnie zmalała** oznacza to samo, co **trzy razy mniej**.

Zadanie 1

Trzydziestodwuletnia Karolina jest cztery razy starsza od Kuby. O ile Kuba jest młodszy od Karoliny?

Najpierw obliczamy wiek Kuby:

32 : 4 = 8

Kuba ma 8 lat.

Obliczamy różnicę wieku dziewczyny i chłopca:

32 - 8 = 24

Odpowiedź: Kuba jest młodszy od Karoliny o 24 lata.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 1

Agnieszka i Ania zrywały jabłka w sadzie dziadka Remigiusza. Dziewczynki zerwały 35 kilogramów owoców, przy czym Ania zerwała cztery razy więcej niż Agnieszka.

Ile kilogramów jabłek zerwała każda z dziewczynek?

W rozwiązaniu tego zadania pomoże nam rysunek:

Ilość jabłek zerwanych przez Agnieszkę symbolizuje jeden kosz. Ania zerwała cztery razy więcej, czyli cztery kosze. Razem dziewczynki zerwały 5 jednakowych koszy jabłek.

5 jednakowych koszy jabłek waży 35 kilogramów.

35 kg : 5 = 7 kg tyle ważą jabłka w jednym koszu - tyle jabłek zerwała Agnieszka

7 kg · 4 = 28 kg tyle jabłek zerwała Ania

Odpowiedź: Ania zerwała 28 kg jabłek, a Agnieszka - 7 kilogramów.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

8. CZY NASZA PAMIĘĆ DA SOBIE RADĘ Z DUŻYMI LICZBAMI?

Potrafisz już w pamięci dodać i odjąć liczby dwucyfrowe oraz mnożyć i dzielić liczby dwucyfrowe przez jednocyfrowe. Dzisiaj nauczysz się wykonywać te działania w pamięci na znacznie większych liczbach.

Dodawanie i odejmowanie dziesiątkami

Liczba **60** to **6 dziesiątek**.
Liczba **120** to **12 dziesiątek**.
18 dziesiątek to **180**.

$$60 + 120 = 180$$

$$\underset{\text{dziesiątek}}{6} + \underset{\text{dziesiątek}}{12} = \underset{\text{dziesiątek}}{18}$$

Podobnie jest z odejmowaniem:

$$360 - 290 = 70$$

$$\underset{\text{dziesiątek}}{36} - \underset{\text{dziesiątek}}{29} = \underset{\text{dziesiątek}}{7}$$

Ćwiczenie 1

Oblicz w pamięci:

420 + 310	510 - 280
200 + 340	300 - 180

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Dodawanie i odejmowanie setkami

Liczba **1100** to **11 setek**.
Liczba **2000** to **20 setek**.
31 **setek** to 31**00**.

2000 + 1100 = 3100

20 setek + **11** setek = **31** setek

4000 - 2100 = 1900

40 setek - **21** setek = **19** setek

Ćwiczenie 1

Oblicz w pamięci:

2400 + 6300	2500 - 1200
1900 + 300	3000 - 600

Dodawanie i odejmowanie tysiącami

Liczba **12000** to **12 tysięcy**.
Liczba **19000** to **19 tysięcy**.
31 **tysięcy** to 31**000**.

12000 + 19000 = 31000

12 tysięcy + **19** tysięcy = **31** tysięcy

64000 - 2000 = 62000

64 tysiące - **2** tysiące = **62** tysiące

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Ćwiczenie 1

Oblicz w pamięci:

14000 + 5000 51000 - 4000
29000 + 3500 30000 - 7000

8.1 Mnożenie i dzielenie liczb z zerami na końcu

Przykład 1

Wykonaj mnożenie:

6 • 400 =

= 6 • 4 • 100 = → liczbę „z zerami na końcu" zapisujemy w postaci iloczynu, w którym jeden z czynników to „jedynka z zerami"

= 6 • 4 • 100 = → mnożymy czynniki „bez zer na końcu" i dopisujemy tyle zer, ile zer miał „czynnik z zerami"

= 24 • 100 = 2400

6 • 400 = 2400 bo 6 • 4 = 24 i dopisujemy tyle zer, ile zer miał jeden z czynników - w naszym przykładzie dwa.

Przykład 2

Wykonaj mnożenie:

60 • 200 • 30 = 360000 bo 6 • 2 • 3 = 36 i dopisujemy tyle zer, ile zer mają wszystkie czynniki - w naszym przykładzie cztery.

Czasami liczba zer w iloczynie będzie większa niż liczba zer w czynnikach - czy domyślasz się dlaczego?

40 • 150 = 6000

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Ćwiczenie 1

Wykonaj mnożenia:

$34 \cdot 20$ $150 \cdot 20$

$30 \cdot 17$ $40 \cdot 250$

Dzielenie liczb wielocyfrowych z zerami na końcu przez liczbę, która nie ma na końcu zer

Przykład 1

Wykonaj dzielenie:

3500 : 7 = 500 bo 35 : 7 = 5 i dopisujemy tyle zer, ile zer miała dzielna - w naszym przykładzie dwa.

Ćwiczenie 2

Wykonaj dzielenia:

340 : 2 14000 : 7

1800 : 3 25000 : 5

8.2 Dzielenie przez liczby z zerami na końcu

Zadanie 1

Masz 12 cukierków i chcesz je równo rozdzielić pomiędzy 6 osób. Ile cukierków przypadnie na jedną osobę?

12 : 6 = 2

Odpowiedź: Każda osoba otrzyma dwa cukierki.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Masz dziesięć razy więcej cukierków i chcesz je rozdzielić pomiędzy dziesięć razy liczniejszą grupę. Ile cukierków przypadnie na jedną osobę?

$12 \cdot 10 = 120$ cukierków
$6 \cdot 10 = 60$ osób
$120 : 60 = 2$, ponieważ $2 \cdot 60 = 120$, czyli:

$$\mathbf{120 : 60 = 12 : 6 = 2}$$

Jeśli dzielną i dzielnik zwiększymy bądź zmniejszymy tyle samo razy, to iloraz nie zmieni się.

Jeśli dzielna i dzielnik mają zera na końcu, to warto je zmniejszyć 10, 100 lub 1000 razy. Otrzymamy wówczas dzielenie znacznie mniejszych liczb, a wtedy łatwiej będzie wykonać dzielenie w pamięci.

Przypomnijmy dzielenie przez 10, 100, itd:

$$42\cancel{0} : 1\cancel{0} = 42$$
$$30\cancel{0} : 1\cancel{0} = 30$$
$$120\cancel{0}\cancel{0} : 1\cancel{0}\cancel{0} = 120$$

Przykład 2

$240 : 20 = 24 : 2 = 12$

$3500 : 50 = 350 : 5 = 70$

$3600 : 600 = 36 : 6 =6$

Dzielenia z przykładu 2 można zapisać krócej:

$$24\cancel{0} : 2\cancel{0} = 12$$
$$350\cancel{0} : 5\cancel{0} = 70$$
$$36\cancel{0}\cancel{0} : 6\cancel{0}\cancel{0} = 6$$

Mnożenie i dzielenie liczb z zerami na końcu wykorzystuje się w zadaniach dotyczących banknotów.

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 2

Pani Joanna wpłaciła do banku 20 banknotów dwustuzłotowych, 6 banknotów stuzłotowych, 40 banknotów pięćdziesięciozłotowych i 8 banknotów dwudziestozłotowych. Jaką kwotę pani Joanna wpłaciła do banku?

$20 \cdot 200$ zł = 4000 zł - wartość banknotów dwustuzłotowych

$6 \cdot 100$ zł = 600 zł - wartość banknotów stuzłotowych

$40 \cdot 50$ zł = 2000 zł - wartość banknotów pięćdziesięciozłotowych

$8 \cdot 20$ zł = 160 zł - wartość banknotów dwustuzłotowych

4000 zł + 600 zł + 2000 zł + 160 zł = 6760 zł

Odpowiedź: Pani Joanna wpłaciła do banku 6760 zł.

Zadanie 3

Kasjerka wypłaciła kwotę 4000 złotych banknotami pięćdziesięciozłotowymi. Ile banknotów otrzymał klient?

$4000 : 50 = 80$

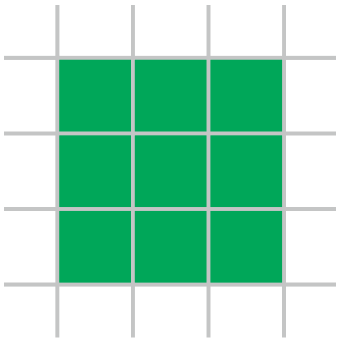
Odpowiedź: Klient otrzymał 80 banknotów pięćdziesięciozłotowych.

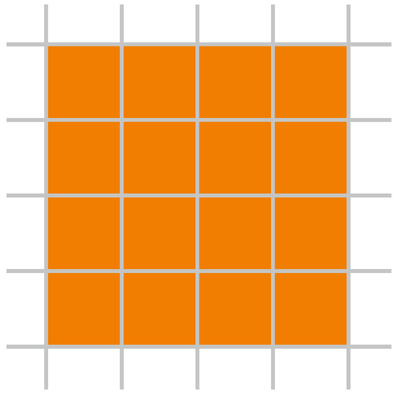
KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

9. POTĘGOWANIE LICZB.

Z ilu kratek zbudowane są poniższe kwadraty?





Zielony kwadrat składa się z 3 rzędów.
W każdym rzędzie znajdują się 3 kratki.

Pomarańczowy kwdrat składa się z 4 rzędów.
W każdym rzędzie znajdują się 4 kratki.

Liczbę wszystkich kratek obliczamy przy pomocy mnożenia:

$3 \cdot 3 = 9$ $\qquad$ $4 \cdot 4 = 16$

$3^2 = 9$ $\qquad$ $4^2 = 16$

Zapis 3^2 możemy odczytać na kilka sposobów:

- trzy do potęgi drugiej
- trzy do kwadratu
- kwadrat liczby trzy

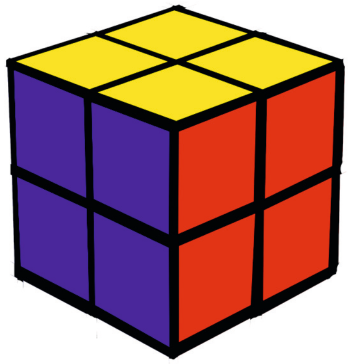
Ćwiczenie 1

Odczytaj zapisy:

a) 5^2	c) 9^2	e) 100^2
b) 7^2	d) 10^2	f) 1000^2

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Z ilu kosteczek zbudowana jest kostka?



Kostka zbudowana jest z dwóch warstw. W jednej warstwie mieszczą się dwa rzędy po dwie kosteczki, czyli 2 • 2 kosteczki. Liczba kosteczek w dwóch warstwach to 2 • (2 • 2) czyli 2 • 2 • 2

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$$

Zapis 2^3 możemy odczytać na kilka sposobów:

- dwa do potęgi trzeciej
- dwa do sześcianu
- sześcian liczby dwa

Ćwiczenie 2

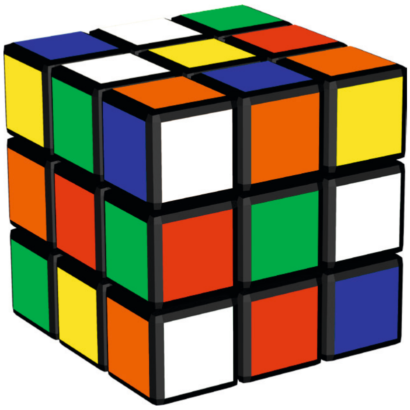
Odczytaj zapisy:

a) 4^3
c) 10^3
b) 6^3
d) 25^3

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Z ilu kosteczek zbudowana jest kostka Rubika?



Kostka zbudowana jest z trzech warstw. W jednej warstwie mieszczą się trzy rzędy po trzy kosteczki, czyli 3 • 3 kosteczki. Liczba kosteczek w dwóch warstwach to 3 • (3 • 3) czyli 3 • 3 • 3

$$3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3$$

Zapis 3^3 możemy odczytać na kilka sposobów:

- trzy do potęgi trzeciej
- trzy do sześcianu
- sześcian liczby trzy

Iloczyn jednakowych czynników możemy zapisać w postaci potęgi:

wykładnik potęgi

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^7$$

podstawa potęgi

Ćwiczenie 1

Odczytaj zapisy:

a) 4^5 c) 1^4

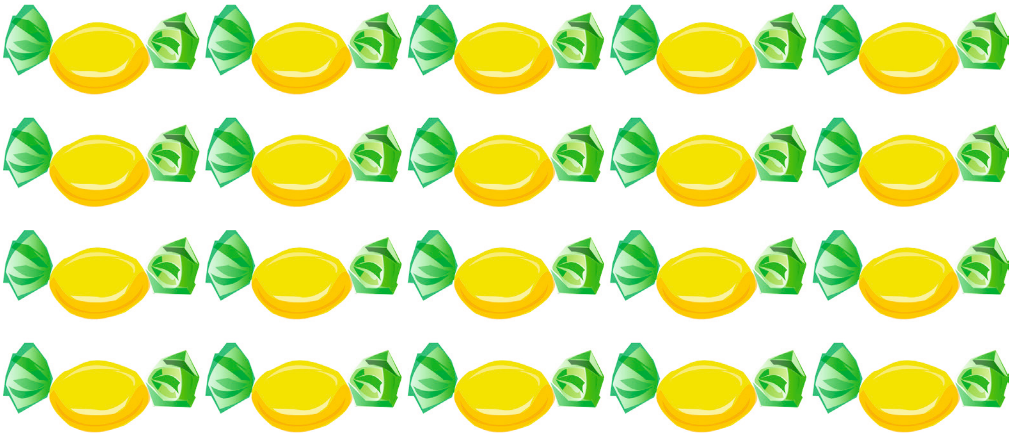
b) 6^9 d) 2^7

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

10. DZIELENIE Z RESZTĄ

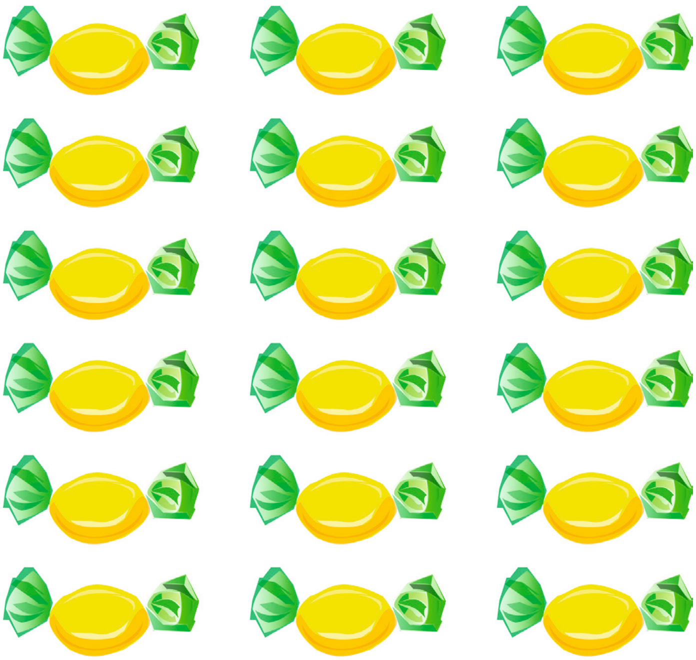
Co to jest reszta z dzielenia?



Masz do dyspozycji 20 cukierków. Chcesz je podzielić między siebie i dwóch swoich kolegów. Każdy ma dostać tyle samo cukierków.

Czy rozdzielisz wszystkie cukierki?

Ty Bartek Adaś



Udało Ci się rozdzielić 18 cukierków. Każdy dostał po 6 cukierków. Pozostałe dwa cukierki to reszta z dzielenia.

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
WPQ
Tomasz Jakubowski TOMP
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład 1

W ogrodzie rosło 7 pięknych kwiatów. Przyleciało 30 motyli i usiadło na kwiatach - na każdym po tyle samo. Po ile motyli usiadło na każdym kwiatku? Czy wszystkie motyle znalazły miejsce na kwiatkach?

Jest 30 motyli i 7 kwiatków.

$30 : 7 = 4$, reszta 2
$4 \cdot 7 = 28$
$30 - 28 = 2$ (krótszy zapis: $30 : 7 = 4$ r. 2)

Odpowiedź: *Na każdym kwiatku usiadły 4 motyle. 2 motyle nie znalazły miejsca na kwiatkach.*

Przykład 2

Zosia ma 19 lalek. Dziewczynka zaprosiła 4 koleżanki do wspólnej zabawy. Każda z dziewczynek wzięła tyle samo lalek. Ile lalek ma każda dziewczynka? Czy dziewczynki bawią się wszystkimi lalkami Zosi?

Jest 19 lalek i 5 dziewczynek.

$19 : 5 = 3$, reszta 4
$3 \cdot 5 = 15$
$19 - 15 = 4$
$19 : 5 = 3$ r. 4

Odpowiedź: *Każda dziewczynka ma po 3 lalki. Czterema lalkami nikt się nie* bawi.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Dzielenia używamy, gdy chcemy wszystkie przedmioty rozdzielić na grupy o takiej samej liczbie elementów.

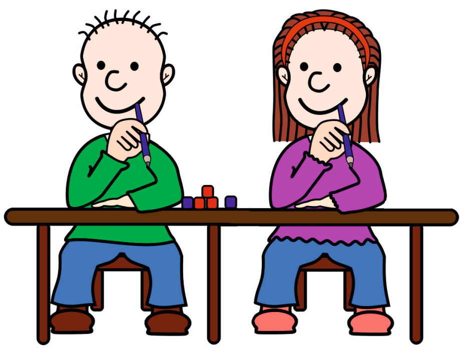
Na przykład 35 osób można podzielić na 7 grup po 5 osób w każdej (35 : 7 = 5).

Nie zawsze możemy podzielić dwie liczby naturalne przez siebie tak, aby w wyniku też otrzymać liczbę naturalną.

W przypadku podziału 36 osób na 7 grup, otrzymamy pięcioosobowe zespoły, ale pozostanie nam jeszcze jedna osoba (36 : 7 = 5 r. 1). W takim przypadku otrzymaliśmy dzielenie z resztą.

Zwróćcie uwagę, że w powyższych przykładach **reszta z dzielenia jest zawsze mniejsza od dzielnika**.

Przykład 3



Do klasy IV uczęszcza 28 uczniów. Ile co najmniej dwuosobowych ławek potrzeba, aby każdy uczeń tej klasy miał swojej miejsce? A ile trzyosobowych?

a) ławki dwuosobowe

28 uczniów dzielimy na dwuosobowe grupy. Jedna grupa uczniów usiądzie w jednej ławce.
28 : 2 = 14

Odpowiedź: *Dla 28 uczniów potrzeba co najmniej 14 dwuosobowych ławek.*

b) ławki trzyosobowe

28 uczniów dzielimy na trzyosobowe grupy. Jedna grupa uczniów usiądzie w jednaj ławce.
28 : 3 = 9 r. 1

W wyniku podziału otrzymamy 9 grup po 3 osoby oraz pozostanie nam jeden uczeń, który musi usiąść w dziesiątej ławce.

Odpowiedź: *Dla 28 uczniów potrzeba co najmniej 10 trzyosobowych ławek.*

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład 4

Dzisiaj jest poniedziałek. Jaki dzień tygodnia:
a) będzie za 36 dni,
b) był 36 dni temu?

36 dni - ile to pełnych tygodni?
36 : 7 = 5 r. 1
36 dni to 5 tygodni i 1 dzień

a) Za 5 tygodni znowu będzie poniedziałek. Do tego poniedziałku musimy jeszcze doliczyć jeden dzień, czyli za 36 dni będzie wtorek.

b) 5 tygodni temu również był poniedziałek. Od tamtego poniedziałku musimy się jeszcze cofnąć o 1 dzień, czyli 36 dni temu była niedziela.

Przykład 5

110 minut - ile to godzin i minut?

Jedna godzina to 60 minut. Ile godzin mieści się w 110 minutach?
110 : 60 = 1 r. 50

110 min = 1 godz 50 min

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

11. KOLEJNOŚĆ WYKONYWANIA DZIAŁAŃ

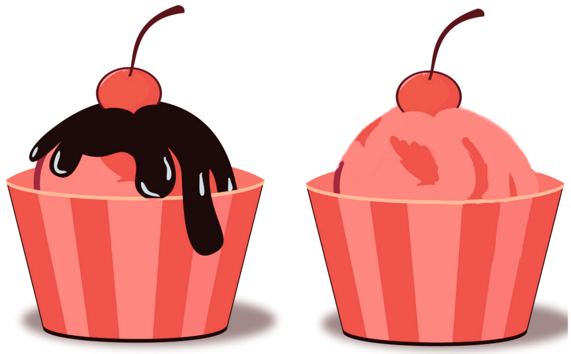
Zadanie 1

Porcja lodów kosztuje 5 zł, dodatkowa polewa – 1 zł.

Ile zapłacisz za dwie porcje lodów z polewą?

$$2 \cdot \underbrace{(5 + 1)}_{\text{Cena porcji lodów z polewą}} = 12$$

Ile zapłacisz za dwie porcje lodów, w tym jedną z polewą?



$$\underbrace{2 \cdot 5}_{\text{Koszt dwóch porcji lodów bez polewy}} + 1 = 11$$

W wyrażeniach

$2 \cdot (5 + 1) = 12$ **$2 \cdot 5 + 1 = 11$**

występują takie same liczby i działania, ale wyniki działań są różne, ponieważ działania zostały wykonane w różnej kolejności.

Obliczając wartość wyrażeń zawierających kilka działań, należy przestrzegać następujących zasad:

- Jeśli w wyrażeniu występują nawiasy, to najpierw wykonujemy działania w nawiasach.
- Potęgowanie wykonujemy przed mnożeniem i dzieleniem oraz dodawaniem i odejmowaniem.
- Mnożenie i dzielenie wykonujemy przed dodawaniem i odejmowaniem.
- Mnożenie i dzielenie wykonujemy w kolejności występowania.
- Dodawanie i odejmowanie wykonujemy w kolejności występowania.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład 1

Jeśli w wyrażeniu występują nawiasy, to najpierw wykonujemy działania w nawiasach.

$8 \cdot (2 + 5) = 8 \cdot 7 = 56$

$10 - (6 + 1) = 10 - 7 = 3$

$(4 - 2) \cdot 3 = 2 \cdot 3 = 6$

$16 : (2 + 6) = 16 : 8 = 2$

Przykład 2

Potęgowanie wykonujemy przed mnożeniem i dzieleniem oraz dodawaniem i odejmowaniem.

$6 \cdot 3^2 = 6 \cdot 9 = 54$

$16 : 2^4 = 16 : 16 = 1$

$8^2 + 3 = 64 + 3 = 67$

$5^2 - 4 = 25 - 4 = 21$

Przykład 3

Mnożenie i dzielenie wykonujemy przed dodawaniem i odejmowaniem.

$3 + 8 \cdot 4 = 3 + 32 = 35$

$50 - 5 \cdot 9 = 50 - 45 = 5$

$100 - 25 : 5 = 100 - 5 = 95$

$24 + 36 : 4 = 24 + 9 = 33$

Przykład 4

Mnożenie i dzielenie wykonujemy w kolejności występowania.

$12 : 2 \cdot 3 = 6 \cdot 3 = 18$

$12 \cdot 2 : 3 = 24 : 3 = 8$

Przykład 5

Dodawanie i odejmowanie wykonujemy w kolejności występowania.

$15 + 2 - 3 = 17 - 3 = 14$

$15 - 2 + 3 = 13 + 3 = 16$

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

12. ROZWIĄZUJEMY ZADANIA TEKSTOWE

Rozwiązując zadania tekstowe, pamiętaj, aby:

- dokładnie przeczytać treść zadania;
- wypisać dane - inny sposób zapisania treści zadania pomoże Ci znaleźć prawidłowe rozwiązanie;
- zapisać wszystkie działania, które wykonujesz w pamięci;
- sprawdzić obliczenia, wykonując działania odwrotne;
- sprawdzić, czy otrzymany wynik zgadza się z treścią zadania;
- zapisać odpowiedź.

W tym roku rozwiązywałeś już zadania tekstowe. Dotyczyły one porównań: *o ile więcej, o ile mniej oraz ile razy więcej, ile razy mniej*. Podczas najbliższych lekcji te sformułowania również będą się pojawiać w treściach zadań. Niektóre zadania tekstowe nie sprawią Ci trudności. Być może nad niektórymi będziesz musiał się chwilę zastanowić. Poniżej przedstawiamy rozwiązania kilku zadań. Podobne będziesz miał do rozwiązania w zeszycie.

Zadanie 1

Za smartfon i tablet, który jest o 300 zł tańszy od smartfona, zapłacono 2100 zł. Ile kosztował smartfon, a ile tablet?

2100 zł + 300 zł = 2400 zł	- tyle kosztowałyby oba urządzenia, gdyby tablet był w tej samej cenie, co smartfon
2400 zł : 2 = 1200 zł	- tyle kosztuje smartfon
1200 zł - 300 zł = 900 zł	- tyle kosztuje tablet

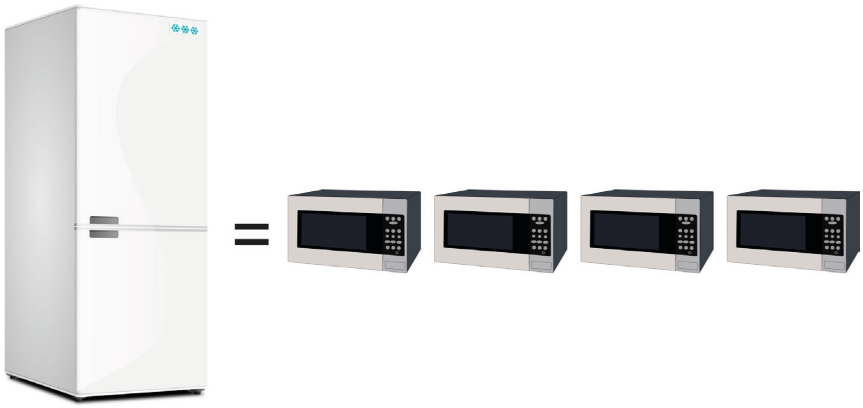
Odpowiedź: *Tablet kosztuje 900 zł, a smartfon 1200 zł.*

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 2

Za kuchenkę mikrofalową i lodówkę, która jest cztery razy droższa od kuchenki, zapłacono 3500 zł. Ile kosztuje kuchenka, a ile lodówka?



Cztery kuchenki kosztują tyle, co jedna lodówka. Czyli lodówka i kuchenka kosztują tyle, co pięć kuchenek.

3500 zł - tyle kosztuje lodówka i kuchenka
3500 zł - tyle kosztuje pięć kuchenek
3500 zł : 5 = 700 zł - tyle kosztuje kuchenka
700 zł · 4 = 2800 zł - tyle kosztuje lodówka, która jest cztery razy droższa od kuchenki

Odpowiedź: *Lodówka kosztuje 2800 zł, a kuchenka mikrofalowa 700 zł.*

Zadanie 3

Trzy bilety do kina kosztowały 36 zł. Czy sto złotych wystarczy na zakup ośmiu takich samych biletów?

36 zł : 3 = 12 zł - tyle kosztuje jeden bilet
12 zł · 8 = 96 zł

Odpowiedź: *Sto złotych wystarczy na zakup ośmiu biletów.*

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 4

Ania kupiła mleko oraz rogalik i zapłaciła 4 zł. Kuba za mleko i cztery rogaliki zapłacił 5 zł 50 gr. Ile kosztowało mleko, a ile rogalik?

5 zł 50 gr - 4 zł = 1 zł 50 gr - tyle kosztują trzy rogaliki
1 zł 50 gr : 3 = 50 gr - tyle kosztuje jeden rogalik
4 zł - 50 gr = 3 zł 50 gr - tyle kosztuje mleko

Odpowiedź: *Mleko kosztuje 3 zł 50 gr, a rogalik 50 gr.*

Zadanie 5

W sklepie meblowym LULA można kupować na raty. Klient odbierając meble, wpłaca połowę należności, a resztę spłaca comiesięcznymi ratami w wysokości 400 zł. Państwo Korzeniowscy kupili kanapę, dwa fotele, stół, sześć krzeseł oraz kredens. Wszystkie meble razem kosztowały 9600 zł. Państwo Korzeniowscy zdecydowali się kupić meble na raty. Oblicz, po ilu miesiącach spłacą całą kwotę.

9600 zł : 2 = 4800 zł - tyle muszą zapłacić w ratach po 400 zł
4800 zł : 400 zł = 12 - tyle wpłat muszą dokonać

Odpowiedź: *Korzeniowscy po 12 miesiącach spłacą całkowity koszt zakupu mebli.*

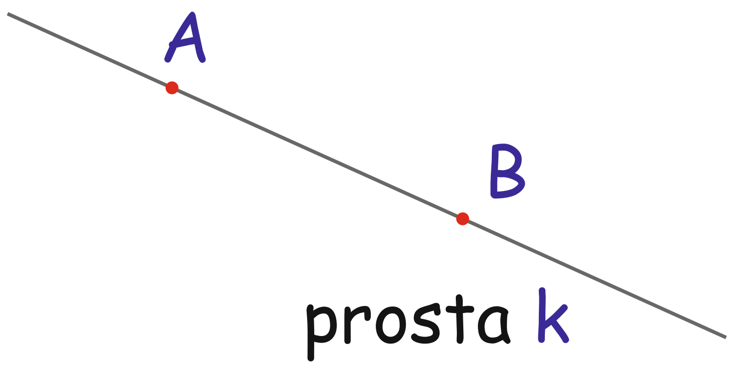
NOTATKI

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

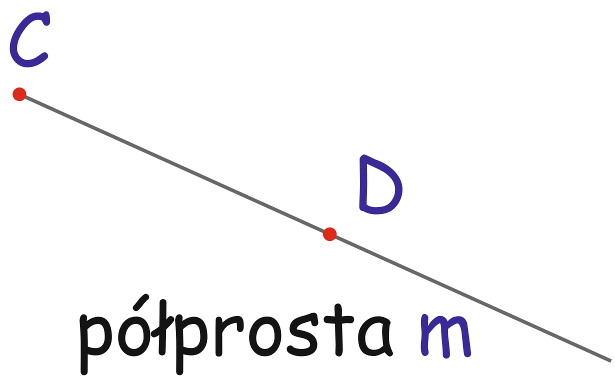
1. FIGURY GEOMETRYCZNE NA PŁASZCZYŹNIE - PUNKT, PROSTA, PÓŁPROSTA, ODCINEK, ŁAMANA, KRZYWA

Prosta to pojęcie, którego nie definiujemy w matematyce. Możemy ją sobie wyobrazić jako linię narysowaną przy użyciu linijki. Nie ma początku ani końca.

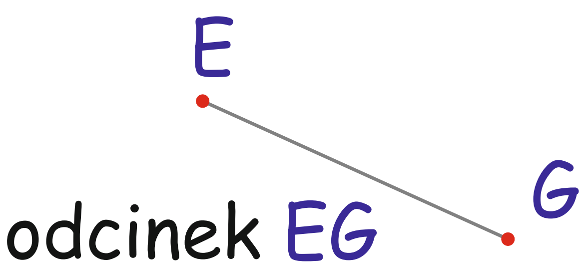
Oznaczamy ją małymi literami lub dwoma należącymi do niej punktami.



Półprosta to część prostej, ograniczona jednym punktem należącym do niej.



Odcinek to część prostej, zawarta pomiędzy dwoma jej punktami, z tymi punktami włącznie. Odcinek w całości zawiera się wewnątrz tej prostej.

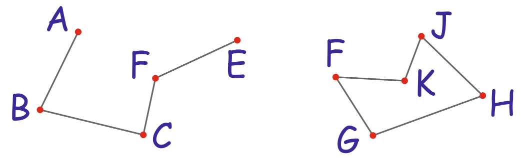


Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

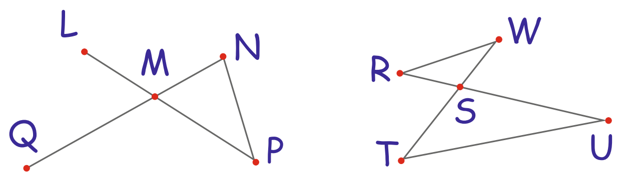
Łamana to linia utworzona z odcinków w taki sposób, że:

- żadne dwa następujące po sobie odcinki nie leżą na jednej prostej,
- wierzchołek będący końcem pierwszego odcinka jest początkiem drugiego odcinka, a wierzchołek stanowiący koniec drugiego – początkiem trzeciego i tak dalej.

łamane zwyczajne



łamane otwarte łamane zamknięte



łamane wiązane

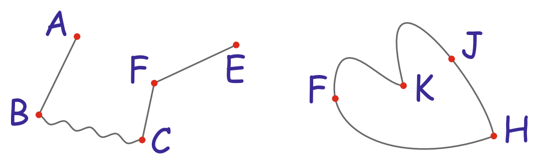
Jeśli wierzchołek będący początkiem pierwszego boku jest jednocześnie końcem ostatniego, to łamaną nazywamy **zamkniętą**. W przeciwnym razie łamana jest **otwarta**.

Jeżeli odcinki łamanej nie przecinają się (nie mają punktów wspólnych poza wierzchołkami), to łamaną nazywamy **zwyczajną**. W przeciwnym razie mówimy o łamanej **wiązanej**.

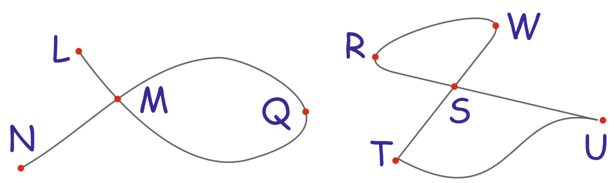
Krzywa to linia, która zawiera fragmenty nie będące odcinkami.

Podobnie jak w przypadku łamanej, wyróżniamy krzywą **otwartą** i **zamkniętą**.

krzywe zwyczajne



krzywe otwarte krzywe zamknięte

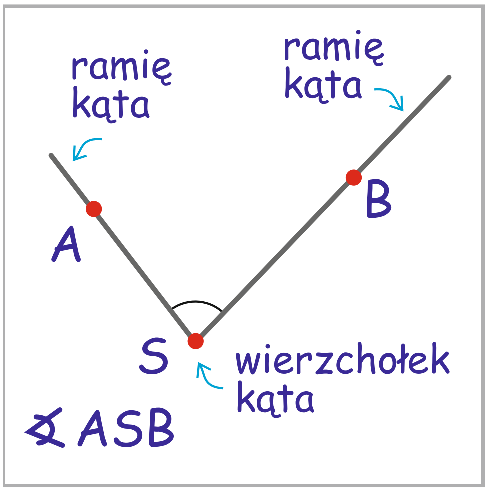


krzywe wiązane

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

2. MIERZENIE I PORÓWNYWANIE KĄTÓW

Kąt to każda z dwóch części płaszczyzny, ograniczonych dwiema półprostymi o wspólnym początku (zwanym wierzchołkiem kąta), wraz z tymi półprostymi (zwanymi ramionami kąta).

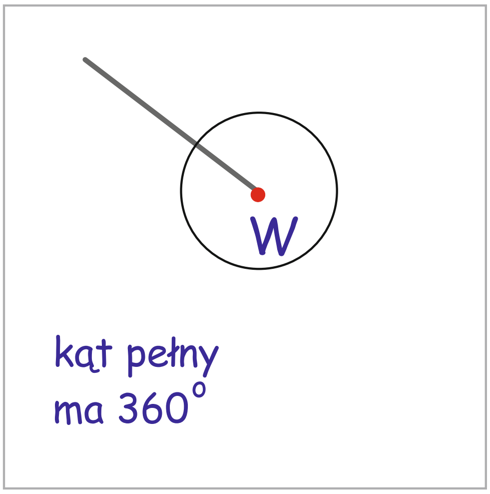


Do oznaczania kątów używamy pojedynczych liter alfabetu greckiego: α, β, γ, δ itd., lub zapisujemy symbolicznie: ∡ASB, gdzie środkowa litera oznacza wierzchołek kąta.

Najczęściej zamiast zamalowywania płaszczyzny między ramionami, rysujemy mały łuk wewnątrz kąta.

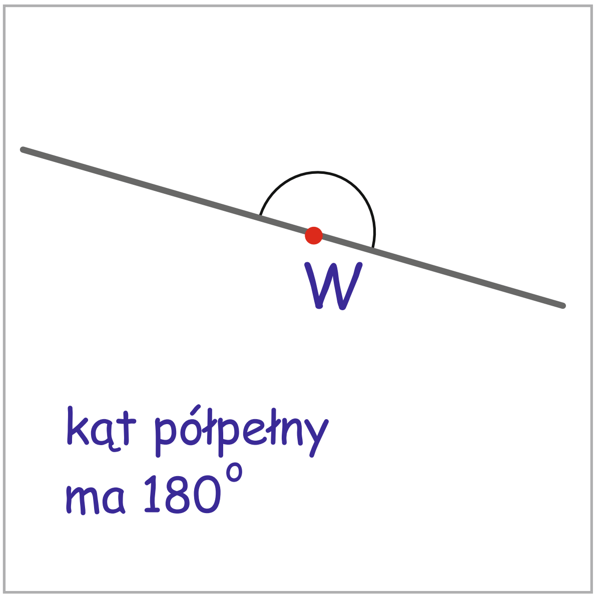
Jednostką miary kątów jest stopień, zapisywany jako °.

Kąt pełny to kąt, którego ramiona się pokrywają.

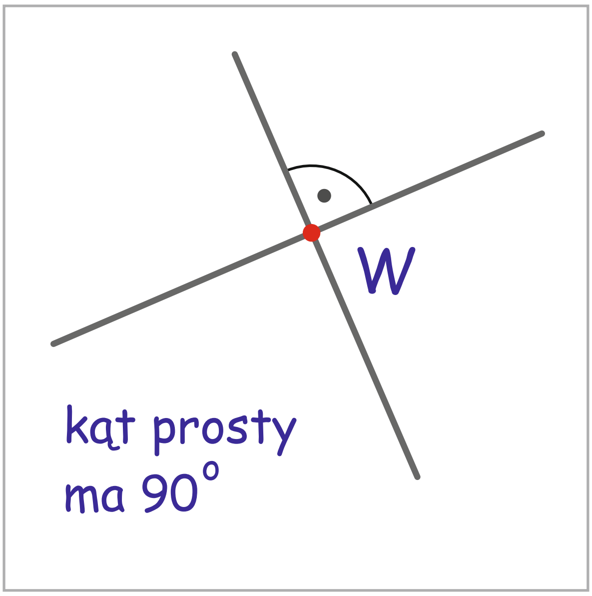


Miara kąta pełnego to **360°.**

Kąt półpełny to kąt, którego ramiona są półprostymi leżącymi na jednej prostej. Jedna prosta dzieli płaszczyznę na dwa kąty półpełne.



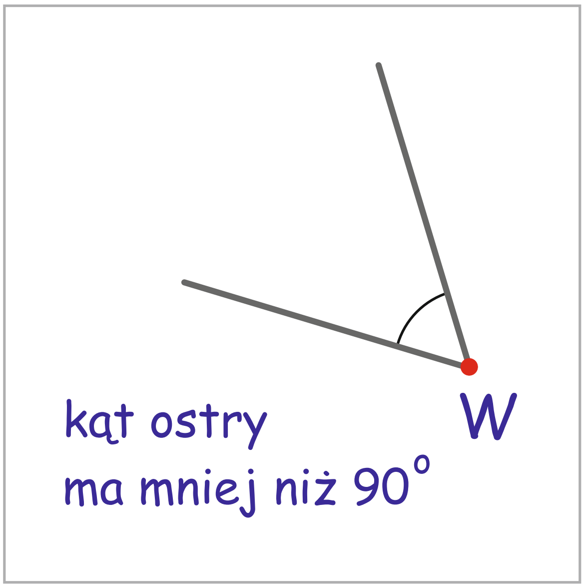
Miara kąta półpełnego to **180°**.



Kąt prosty to kąt,
który jest połową kąta półpełnego.
Ramiona tego kąta są prostopadłe.

Miara kąta prostego to **90°**.

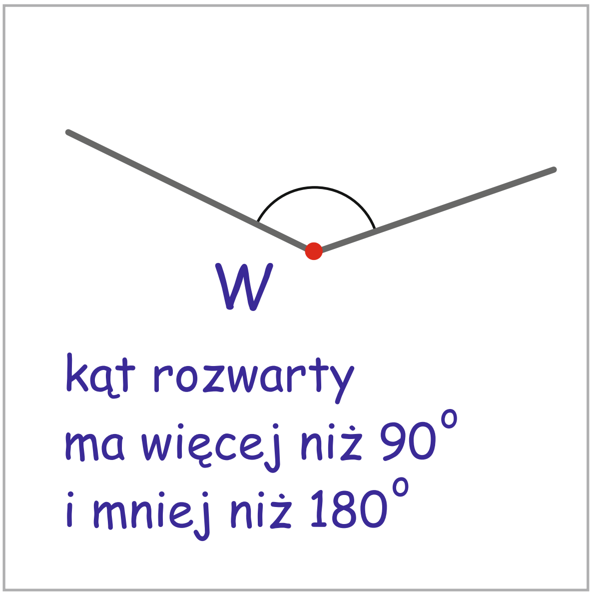
Kąt ostry to kąt mniejszy od kąta prostego.



0° < miara kąta ostrego < 90°

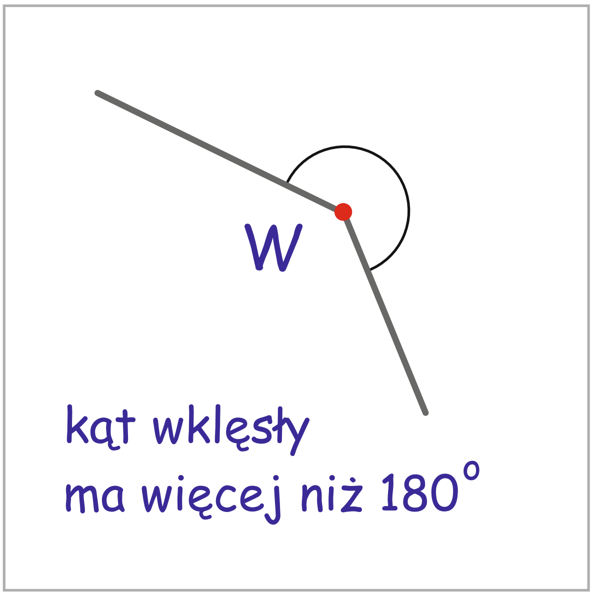
KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Kąt rozwarty to kąt większy od kąta prostego i mniejszy od półpełnego.



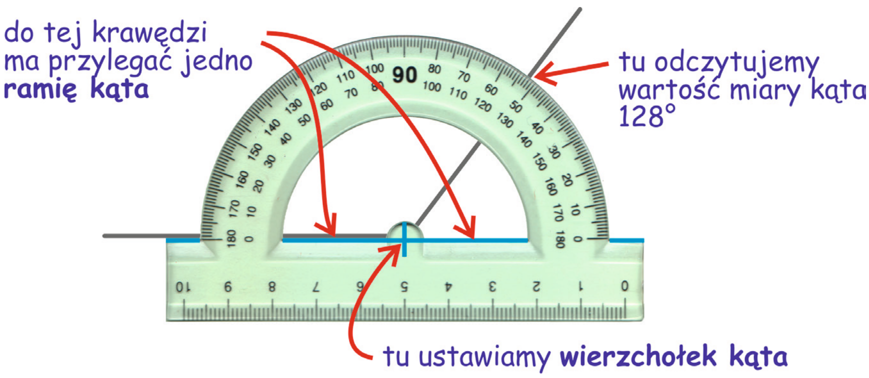
90° < miara kąta rozwartego < 180°

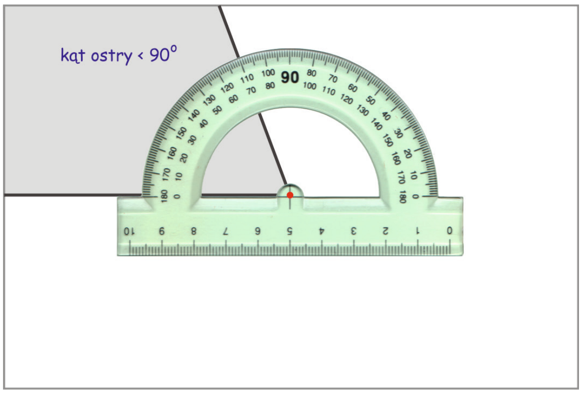
Kąt wklęsły to kąt większy od kąta półpełnego.

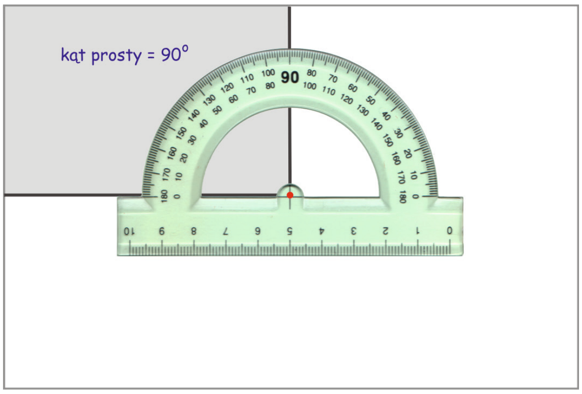


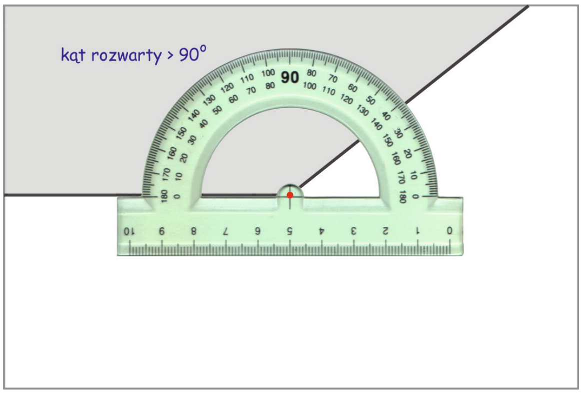
180° < miara kąta wklęsłego < 360°

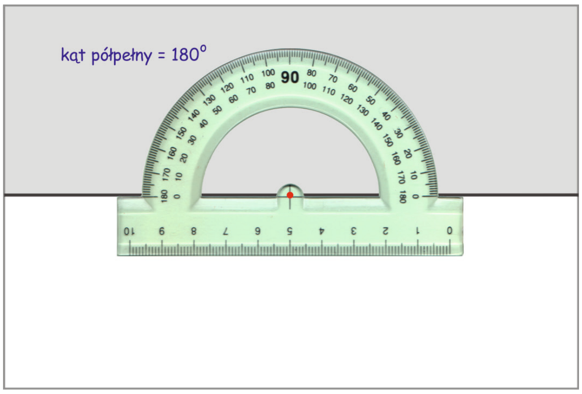
Do rysowania i mierzenia kątów służy kątomierz:

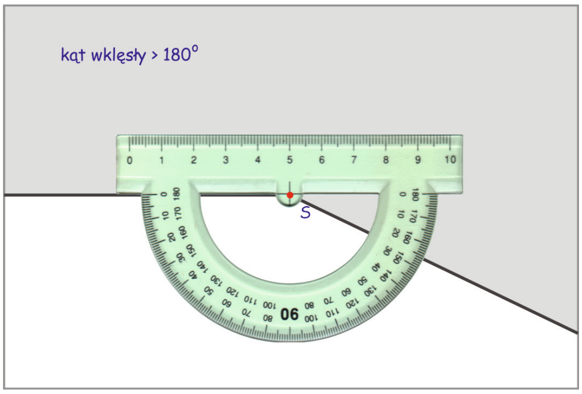



kąt ostry $< 90^\circ$

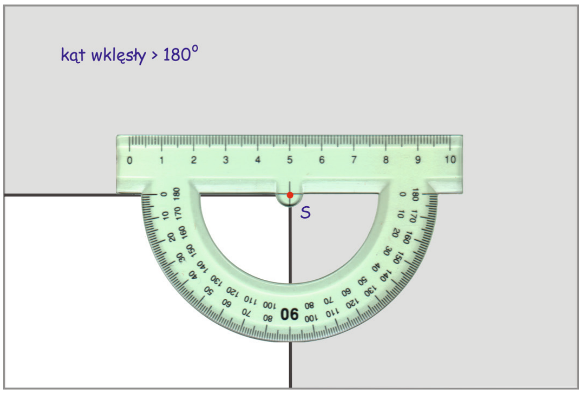

kąt prosty $= 90^\circ$


kąt rozwarty $> 90^\circ$

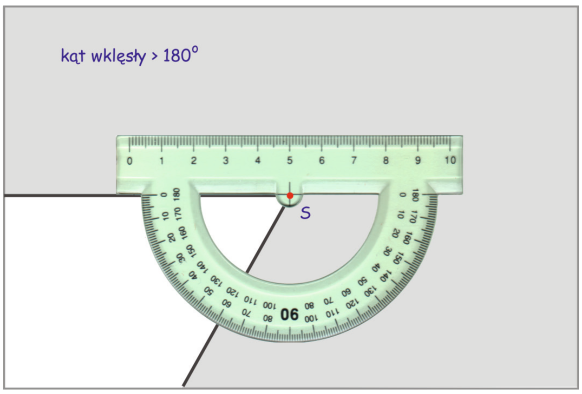

kąt półpełny $= 180^\circ$



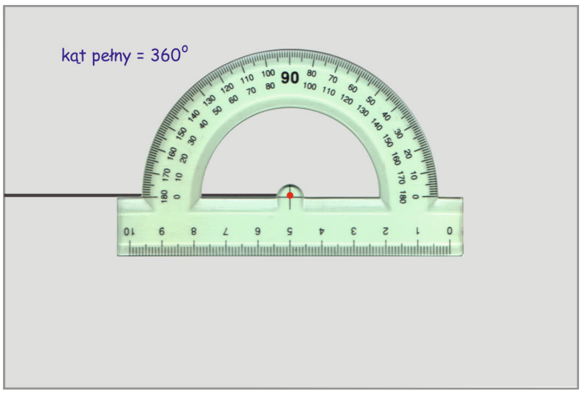
kąt wklęsły $> 180^\circ$



kąt wklęsły $> 180^\circ$



kąt wklęsły $> 180^\circ$


kąt pełny $= 360^\circ$

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

3. WZAJEMNE POŁOŻENIE PROSTYCH I ODCINKÓW

Proste równoległe to takie proste na płaszczyźnie, które nigdy się nie przetną.

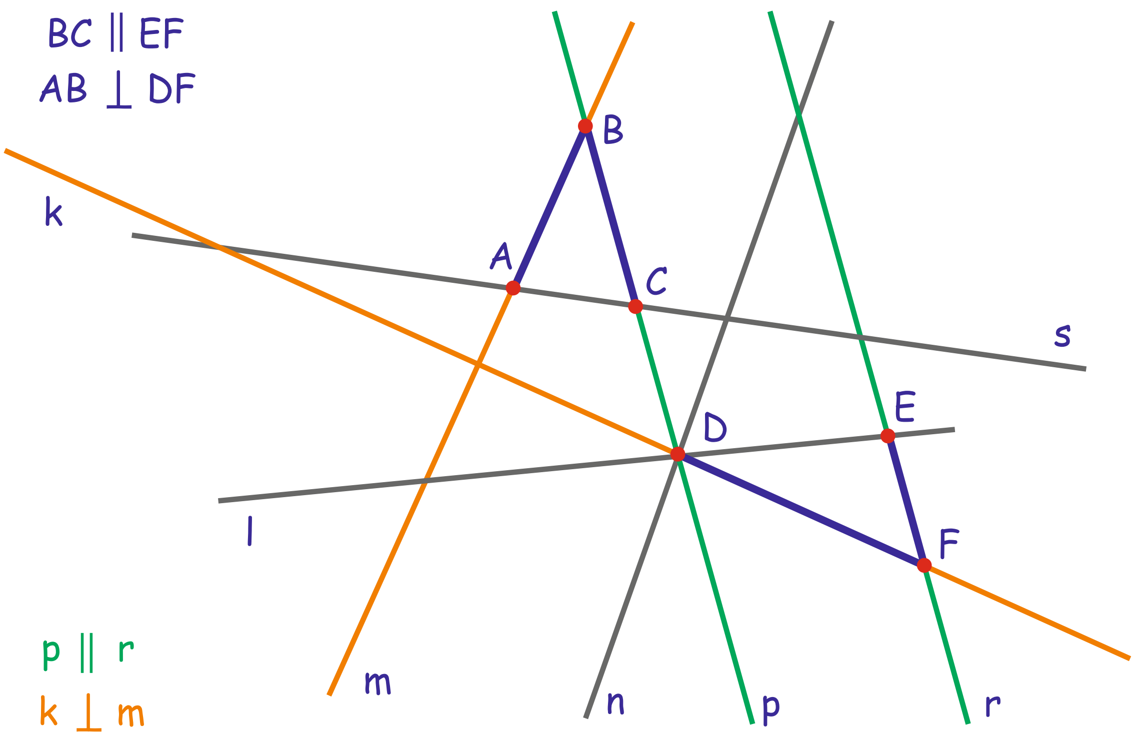
Proste równoległe ***p*** i ***r*** oznaczamy ***p*** ∥ ***r***.

Odcinki są równoległe, jeżeli leżą na prostych równoległych.

Proste prostopadłe to takie proste na płaszczyźnie, które przecinają się pod kątem prostym (tworzą one kąt o mierze 90°).

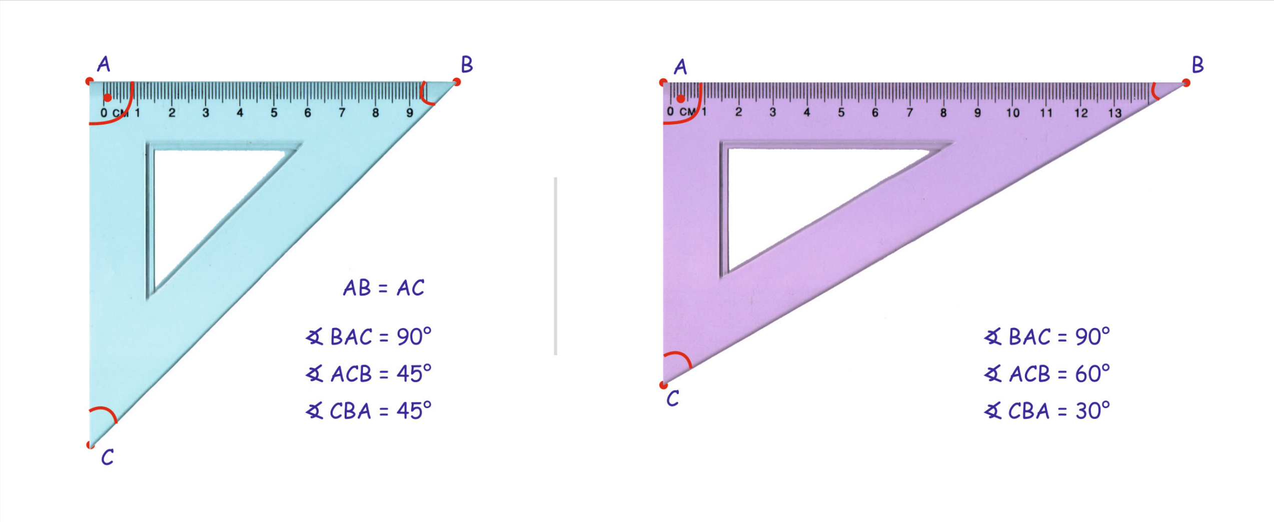
Proste prostopadłe ***k*** i ***m*** oznaczamy ***k***⊥***m***.

Odcinki są prostopadłe, jeżeli leżą na prostych prostopadłych.



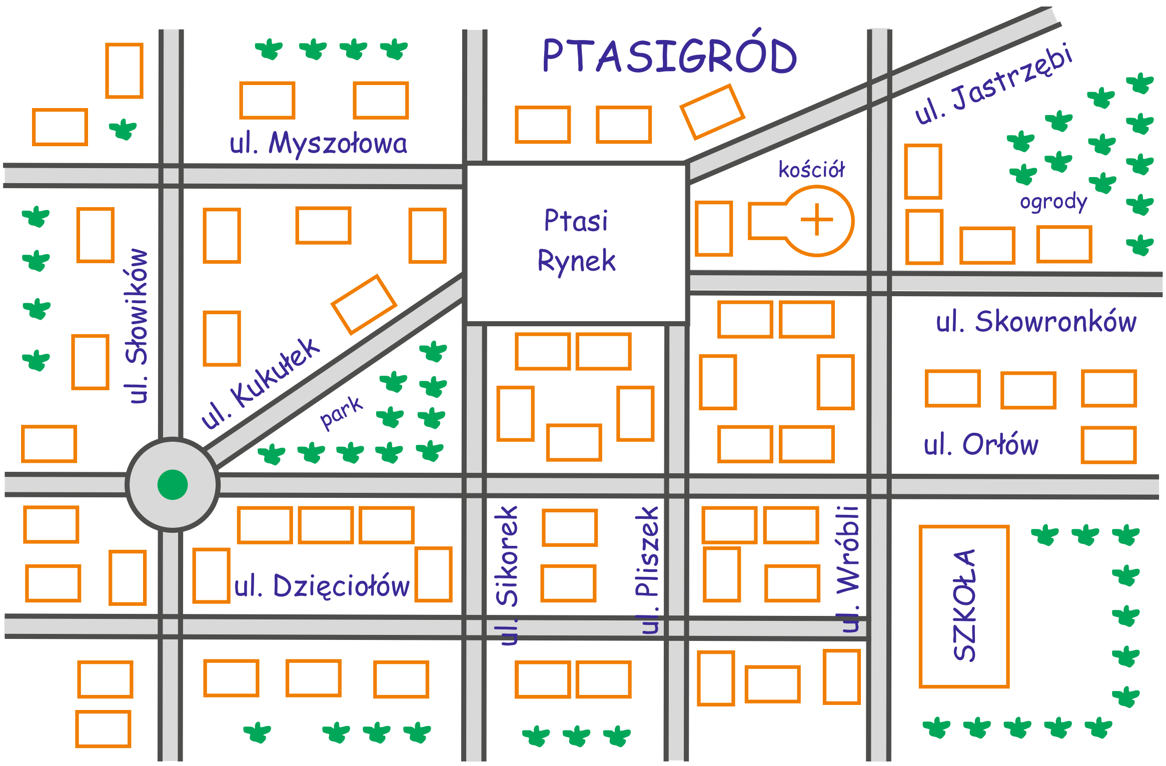
KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
WPQ
Tomasz Jakubowski TOMP
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Proste równoległe i prostopadłe rysujemy przy pomocy przyrządów geometrycznych zwanych ekierkami. Używamy dwóch rodzajów ekierek: „równoramiennej” i „prostokątnej”.



Zadanie 1

Wskaż na planie miasta Ptasigród ulice równoległe i prostopadłe.



KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
WPQ
TOMP
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

4. RYSOWANIE, MIERZENIE I PORÓWNYWANIE ODCINKÓW

Bardzo często mierzymy różne odcinki…

Używamy do tego różnych przyrządów: linijki, centymetra krawieckiego, miarki, licznika samochodowego…

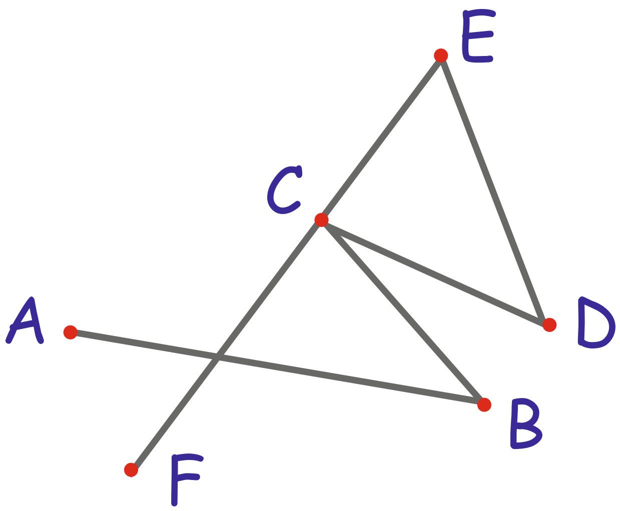
Długość odcinków wyrażamy w różnych jednostkach. W Polsce używamy układu SI (Międzynarodowy Układ Jednostek Miar zatwierdzony w 1960 roku przez Generalną Konferencję Miar), w którym podstawową jednostką jest **metr (m)**.

W naszych zeszytach trudno byłoby jednak mierzyć odcinki przy pomocy metrowej miarki. Do ich mierzenia użyjemy linijki z podziałką centymetrową (**cm**) i milimetrową (**mm**). Natomiast odległość między miastami określimy w kilometrach (**km**).

Jak zmierzyć długość łamanej?

Długość łamanej (zamkniętej, otwartej i wiązanej) to suma długości odcinków.

Sumując długości, trzeba pamiętać o tym, by długość każdego odcinka była wyrażona w tych samych jednostkach. Czyli milimetry dodajemy do milimetrów, centymetry do centymetrów, kilometry do kilometrów itd.



$$
\begin{array}{rl}
 & |AB| = 32\text{ mm} \\
 & |BC| = 19\text{ mm} \\
 & |CD| = 19\text{ mm} \\
 & |DE| = 23\text{ mm} \\
+ & |EF| = 40\text{ mm} \\
\hline
 & |AF| = 133\text{ mm}
\end{array}
$$

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

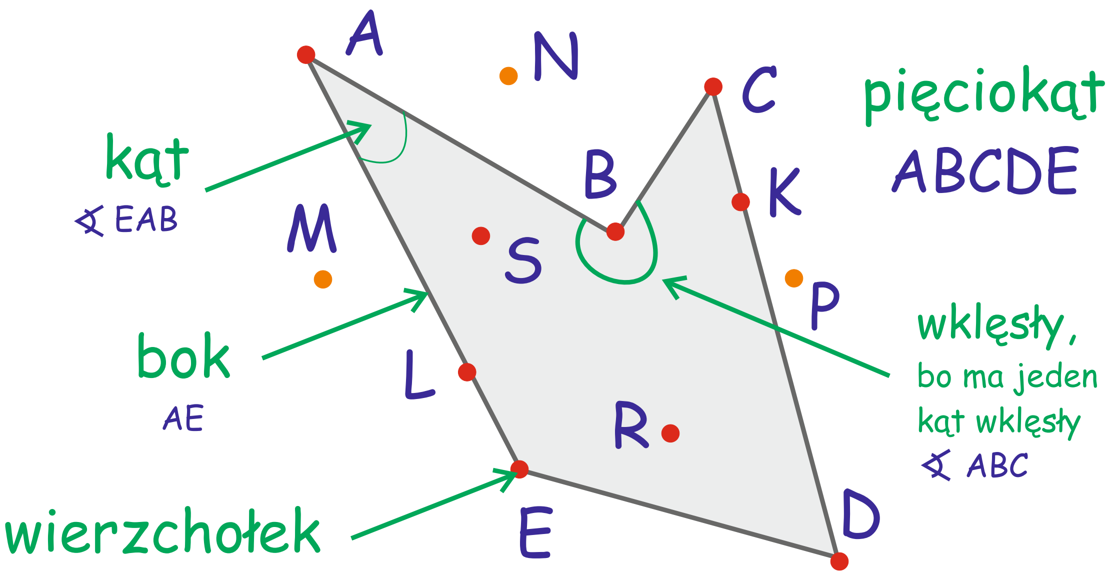
5. WIELOKĄTY

Wielokąt to łamana zamknięta, której żadne boki się nie przecinają.

Każdy wielokąt ma tyle samo boków, wierzchołków i kątów. Jego nazwa pochodzi od tej ilości – np. trójkąt ma trzy boki, wierzchołki i kąty. Czworokąt – cztery, pięciokąt – pięć itd.

Do wielokąta należą wszystkie punkty leżące na jego bokach oraz w jego wnętrzu.

Na rysunku do wielokąta nie należą punkty M, N i P.



Obwodem wielokąta nazywamy sumę długości wszystkich jego boków. Dla naszego pięciokąta ABCDE będzie to suma długości boków:

|AB| + |BC| + |CD| + |DE| + |EA|

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

6. PROSTOKĄTY I KWADRATY

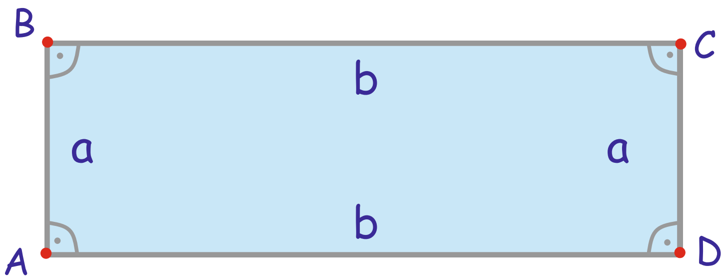
Szczególnym przypadkiem wielokąta o czterech wierzchołkach, czyli czworokąta, jest prostokąt.

Prostokąt to taki czworokąt, którego wszystkie kąty są proste. Ma on też taką własność, że dwa boki leżące naprzeciwko są równe i równoległe.

Mówimy też o wymiarach prostokąta – dłuższy jego bok nazywamy długością, a krótszy szerokością.

Szczególnym przypadkiem prostokąta jest kwadrat. Kwadrat ma nie tylko wszystkie kąty proste, ale również wszystkie boki równe.

Prostokąt ABCD



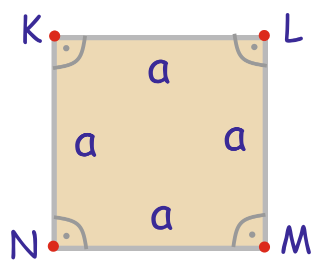
$|AB| = |CD|$ $|BC| = |AD|$

$AB \parallel CD$ $BC \parallel AD$

$AB \perp AD$

Obwód prostokąta to suma jego boków, czyli: 2a+2b

Kwadrat KLMN



$|KL| = |LM| = |MN| = |KN|$

Obwód kwadratu to suma jego boków, czyli: 4a

Obwód prostokąta obliczamy, dodając długości dwóch różnych boków i mnożąc przez 2.

Obwód kwadratu obliczamy, mnożąc przez 4 długość jednego boku.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

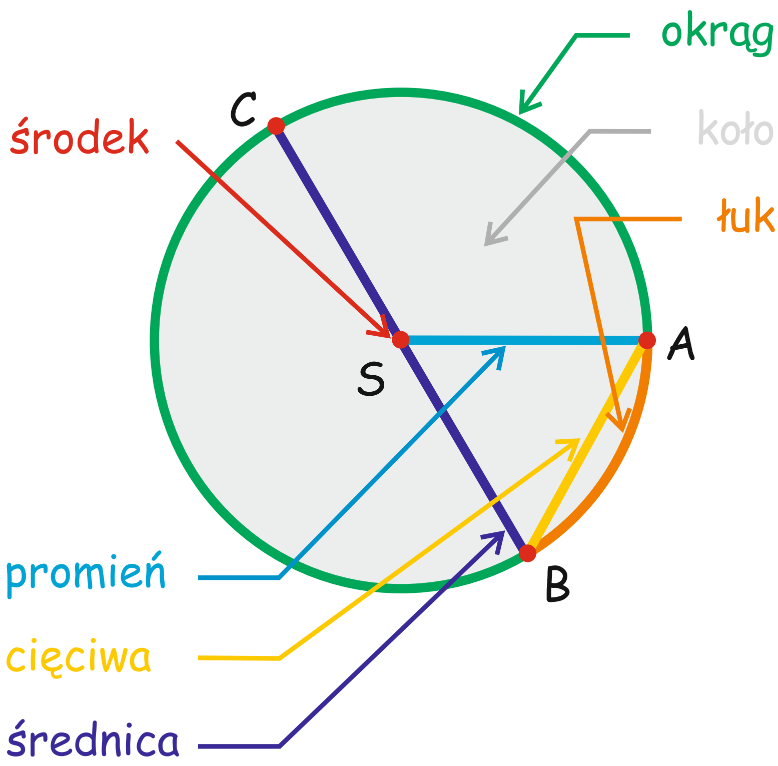
7. KOŁA I OKRĘGI

Koło wymyślono po to, aby móc przewozić ciężkie przedmioty na duże odległości. Archeolodzy mówią, że najprawdopodobniej wymyślono je w Azji ok. 8000 r. p.n.e. Najstarsze koło odnaleziono ok. 3500 lat p.n.e. w Mezopotamii.

Wyobrażacie sobie świat bez koła?

Okręgiem nazywamy krzywą, której wszystkie punkty leżą w tej samej odległości od danego punktu zwanego środkiem okręgu.

Koło to część płaszczyzny ograniczona okręgiem wraz z tym okręgiem.



Z okręgiem i kołem związane są ważne pojęcia geometryczne:

- **środek okręgu** lub **koła** (należy do koła, nie należy do okręgu)
- **promień** – odcinek(SA), który łączy dowolny punkt okręgu ze środkiem okręgu
- **średnica** – odcinek(BC), który zawiera środek i łączy dwa punkty okręgu – najdłuższa cięciwa (jest dwa razy dłuższa niż promień)
- **łuk** – jedna z dwóch części okręgu wyznaczona przez dwa punkty tego okręgu (AB - pomarańczowy)
- **cięciwa** – odcinek łączący dwa różne punkty okręgu (AB - żółty)

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład 1

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

NOTATKI

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

1. DZIAŁANIA PISEMNE - SYSTEM POZYCYJNY

System dziesiątkowy - liczby naturalne wielocyfrowe

Cyfry to znaki graficzne, którymi zapisujemy liczby.

Używane przez nas cyfry noszą miano **arabskich**.

W systemie dziesiętnym (dziesiątkowym) używamy dziesięciu cyfr: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Tworzą one swojego rodzaju matematyczny „alfabet", z którego budujemy liczby.

Liczby możemy opisać przez podanie z ilu cyfr się składają:

- jednocyfrowe: 1, 6 ...,
- dwucyfrowe: 12, 21, 36, 63 ...
- trzycyfrowe: 123, 163, 185 ...
- czterocyfrowe: 6325, 7195, 8632 ...
- pięciocyfrowe: 12345, 23456, 34567 ...
- itd.

Każda cyfra w liczbie stoi na swoim miejscu (pozycji). Mówimy, że korzystamy z pozycyjnego dziesiętnego systemu liczb.

Przykład 1

pięćset osiemdziesiąt trzy tysiące czterysta sześćdziesiąt dziewięć

Liczbę pięćset osiemdziesiąt trzy tysiące czterysta sześćdziesiąt dziewięć spróbujemy przedstawić w zapisie dziesiątkowym.

Nazwy cyfr w zapisie liczby (czytaj od strony prawej):

cyfra dziesiątek tysięcy ↓ cyfra setek ↓ cyfra jedności ↓

5 8 3 4 6 9

↑ cyfra setek tysięcy ↑ cyfra tysięcy ↑ cyfra dziesiątek

Przykład 2

Ta olbrzymia liczba przedstawiona w tabelce poniżej, to:

375 miliardów, 829 milionów, 661 tysięcy, 247.

Zaczynając od strony prawej, podzielmy tę liczbę na trzycyfrowe grupy. Mają one następujące nazwy:

setki	dziesiątki	jedności	setki	dziesiątki	jedności	setki	dziesiątki	jedności	setki	dziesiątki	jedności
3	7	5	8	2	9	6	6	1	2	4	7
	↑ grupa miliardów			↑ grupa milionów			↑ grupa tysięcy			↑ grupa jedności	

W każdej grupie są (od prawej): cyfra jedności, dziesiątek i setek.

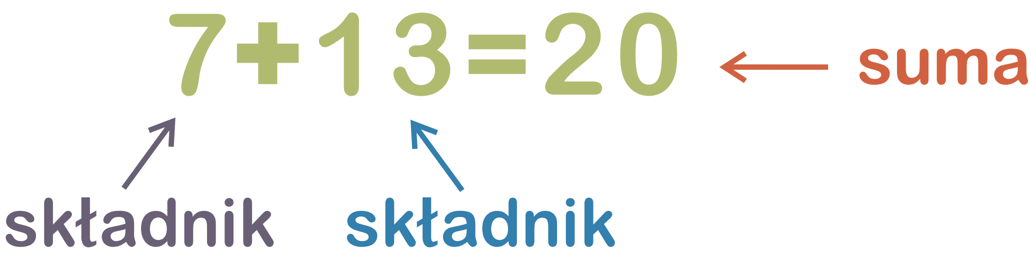
Zapisując liczby, pamiętaj, że dokładne zapisywanie liczb jest bardzo ważne. Zeszyt „w kratkę” powinien ci to ułatwić.

Zapisując liczby jedna pod drugą, zwracaj uwagę na pozycje cyfr.

setki tysięcy	dziesiątki tysięcy	tysiące	setki	dziesiątki	jedności
		1	2	3	4
			4	5	6
		4	3	3	3
7	3	2	4	5	6

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

2. DODAWANIE PISEMNE



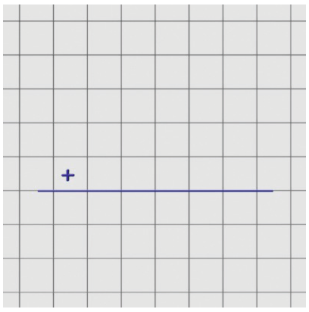
W niektórych przypadkach dodawanie w pamięci jest trudne. Można tę operację ułatwić, wykorzystując metodę dodawania pisemnego.

Metoda ta polega na sumowaniu w pamięci liczb jednocyfrowych. Dodawane liczby zapisujemy w słupkach, podpisywanie zaczynając od liczby jedności („od końca”), podpisując jedności pod jednościami, dziesiątki pod dziesiątkami itd. Umiejętność dodawania pisemnego ma dzisiaj mniejsze znaczenie niż kilkanaście lub kilkadziesiąt lat temu. Z pewnością znajdziesz się w sytuacji, w której umiejętność sprawnego wykonania podstawowych działań matematycznych bez użycia kalkulatora, smartfona, tabletu lub komputera okaże się przydatna.

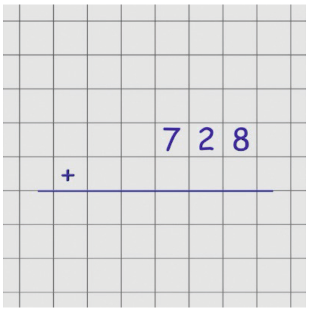
W czasie kolejnych lekcji poznasz zasady wykonywania działań pisemnych.

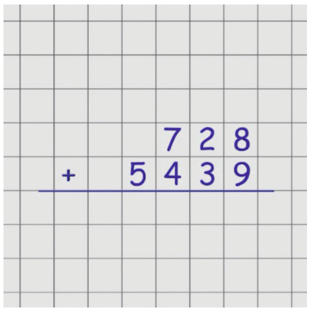
Część ćwiczeń utrwalających zasady działań pisemnych wykonasz, wykorzystując tablet lub komputer, które „zastąpią” kartkę papieru. Żeby dobrze utrwalić umiejętność liczenia pisemnego musisz poćwiczyć, wykorzystując do tego kartkę papieru lub zeszyt. Zestaw ćwiczeń znajdziesz w materiałach do lekcji.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

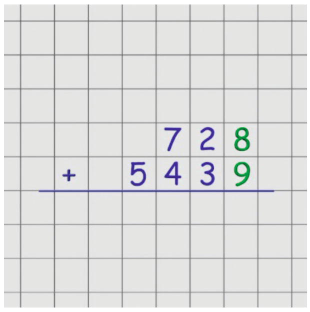


Mamy wykonać dodawanie: 728 + 5439

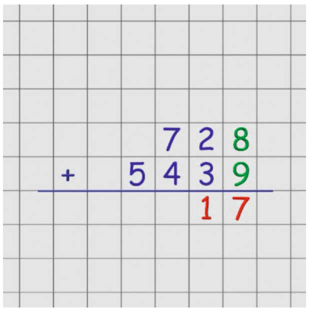




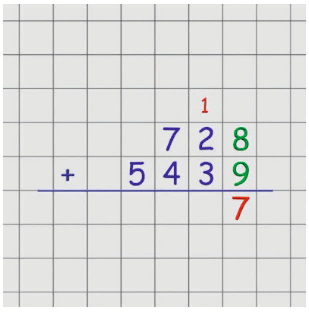
Podpisujemy obie liczby tak, aby cyfra jedności jednej liczby była pod cyfrą jedności drugiej liczby, cyfra dziesiątek jednej liczby była pod cyfrą dziesiątek drugiej liczby itd.



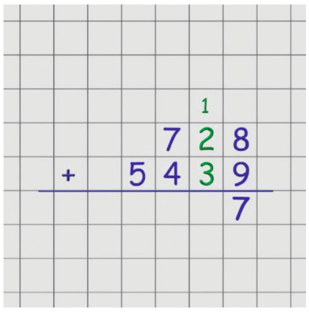
Dodawanie rozpoczniemy od cyfr jedności.



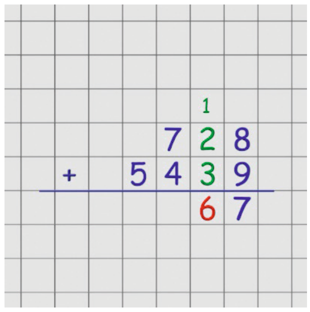
Suma cyfr jedności wynosi 17.



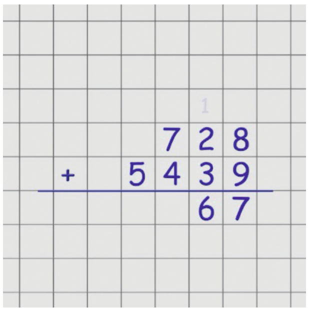
Przenosimy 1 (cyfrę dziesiątek obliczonej sumy) nad pozostałe cyfry dziesiątek.



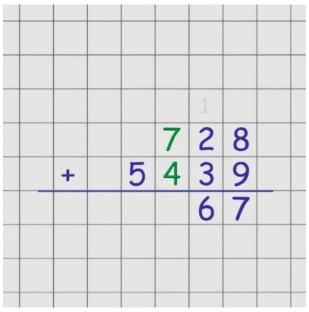
Teraz będziemy dodawali cyfry dziesiątek.



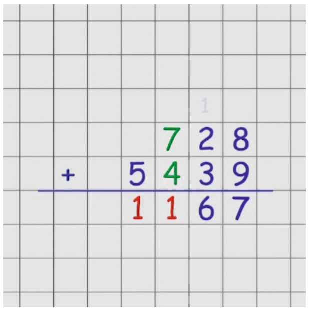
Suma cyfr dziesiątek wynosi 6.



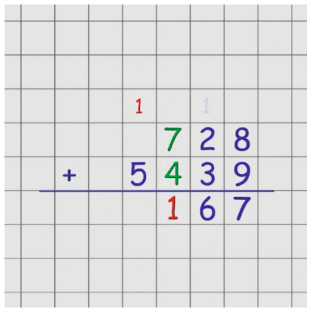
Suma cyfr dziesiątek wynosi 6. Nie musimy niczego przenosić nad cyfry setek.



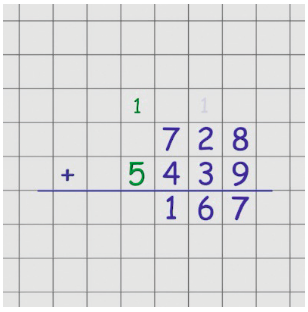
Teraz będziemy dodawali cyfry setek.



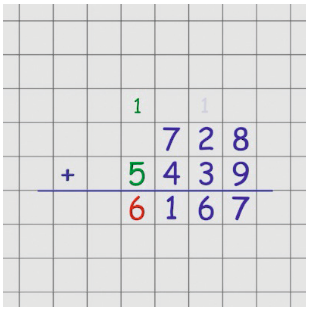
Suma cyfr setek wynosi 11.



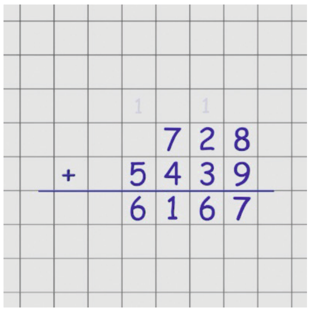
Przenosimy 1 (cyfrę dziesiątek obliczonej sumy) nad cyfry tysięcy.



Teraz będziemy dodawali cyfry tysięcy.



Suma cyfr tysięcy wynosi 6.



Wynik dodawania wynosi 6167.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
WPQ
Tomasz Jakubowski TOMP
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

3. ODEJMOWANIE PISEMNE

Odejmowanie – jedno z czterech podstawowych działań arytmetycznych, działanie odwrotne do dodawania.

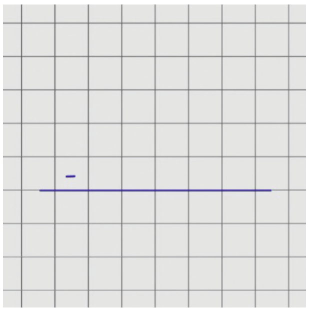
Odejmowane obiekty to odpowiednio **odjemna** i **odjemnik**, wynik zaś nazywany jest **różnicą**.

$$20-7=13 \leftarrow \text{różnica}$$

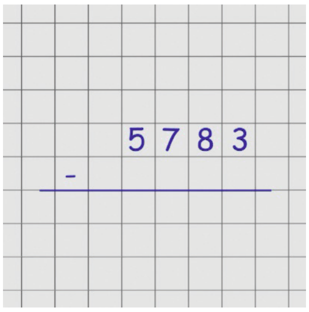
odjemna odjemnik

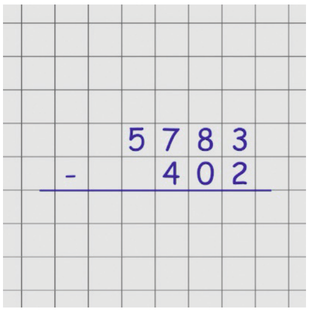
KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Poniżej przedstawiono sposób odejmowania pisemnego liczby 402 od 5783. Odjemną jest 5783, odjemnikiem - 402.

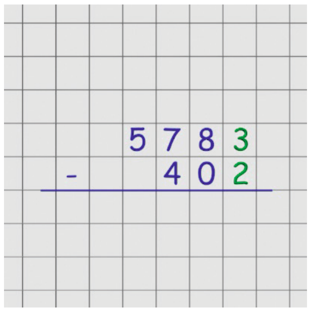


Mamy wykonać odejmowanie: 5783 - 402

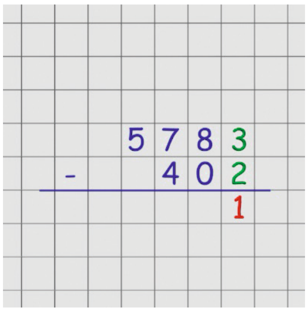




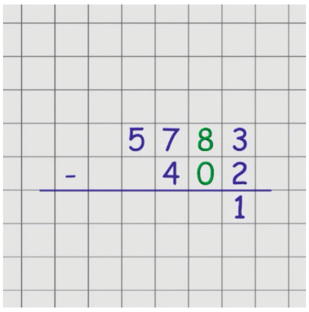
Podpisujemy liczby, wyrównując je do prawej - tak, aby cyfry jedności były pod cyframi jedności itd.



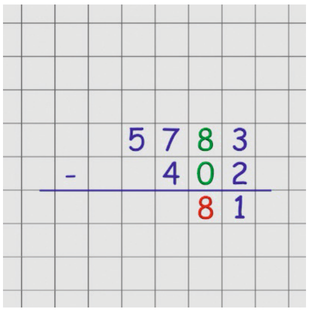
Zaczynamy od wykonania działań na cyfrach jedności.



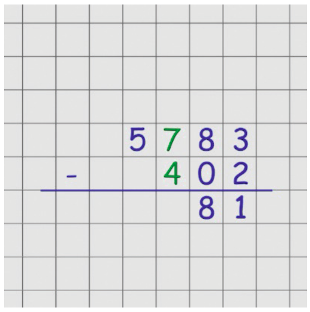
3-2=1 Wpisujemy wynik pod cyframi jedności.



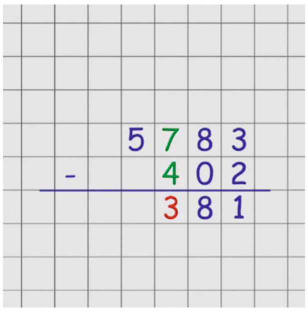
Przechodzimy do odejmowania cyfr dziesiątek.



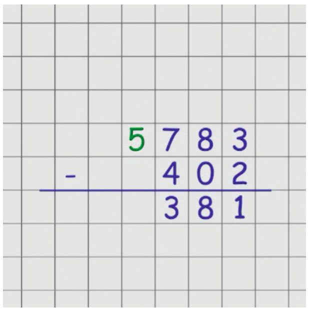
8-0=8 Wpisujemy wynik pod cyframi jedności.



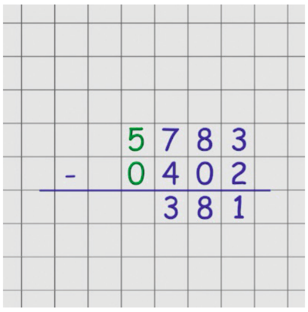
Przechodzimy do odejmowania cyfr setek.



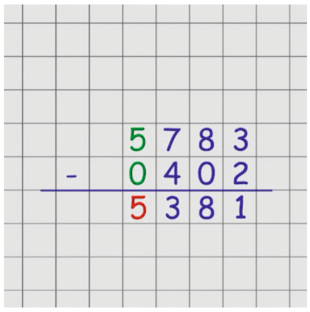
7-4=3 Wpisujemy wynik pod cyframi setek.



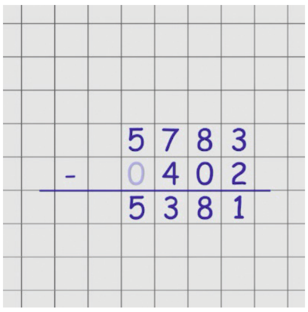
Przechodzimy do odejmowania cyfr tysięcy.



Brak cyfry możemy zastąpić zerem.



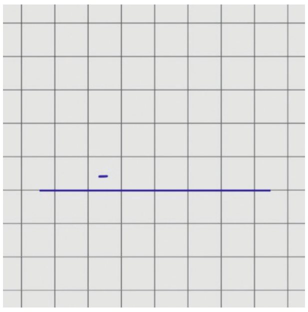
5-0=5 Wpisujemy wynik pod cyframi tysięcy.



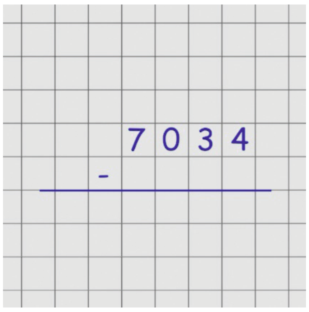
Zakończyliśmy odejmowanie.
5783-402=5381

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

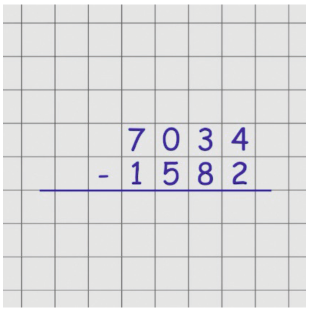
Poniżej zaprezentowano bardziej złożony przykład. Tutaj należy odjąć 1582 od 7034.

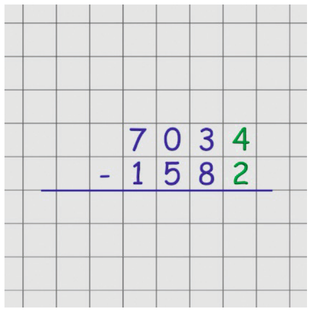


Mamy wykonać odejmowanie: 7034 - 1582

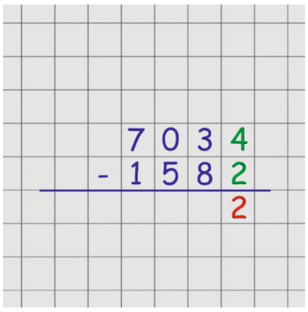


Podpisujemy liczby, wyrównując je do prawej - tak, aby cyfry jedności były pod cyframi jedności itd.

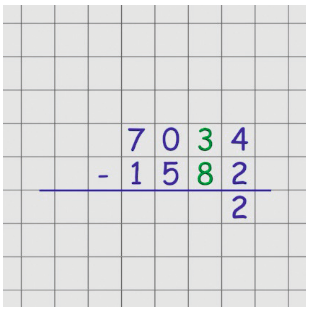




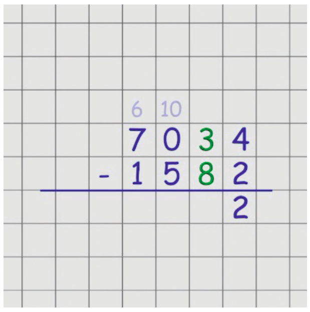
Zaczynamy od wykonania działań na cyfrach jedności.



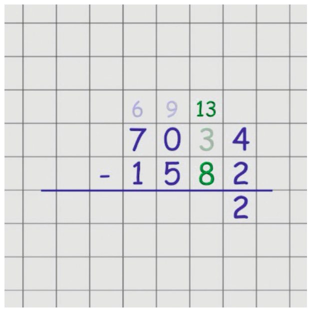
4-2=2 Wpisujemy wynik pod cyframi jedności.



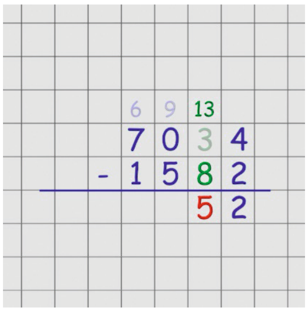
Przechodzimy do odejmowania cyfr dziesiątek. Niestety nie możemy odjąć 8 od 3.



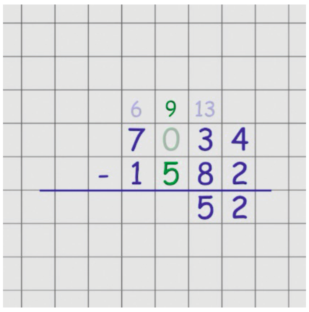
Musimy „pożyczyć” z kolumny setek 1 setkę, czyli 10 dziesiątek. A ponieważ nie ma z czego „pożyczyć” - pożyczamy z kolumny tysięcy 1 tysiąc, czyli 10 setek. Zapisujemy to ponad działaniem w odpowiednich kolumnach.



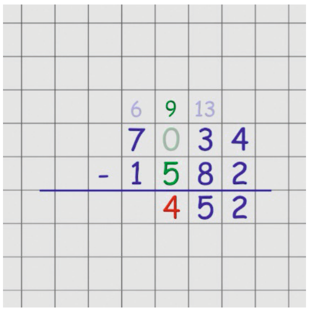
Dopiero teraz, z tych 10 setek, pożyczmy 1 setkę, czyli 10 dziesiątek. Zamiast 3 w kolumnie dziesiątek mamy 13. Zapisujemy to ponad działaniem w odpowiednich kolumnach.



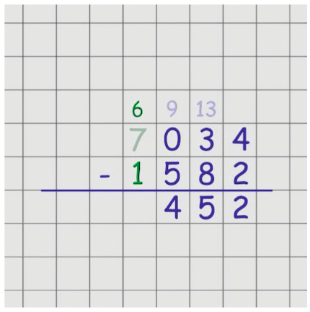
13-8=5 Wpisujemy wynik pod cyframi dziesiątek.



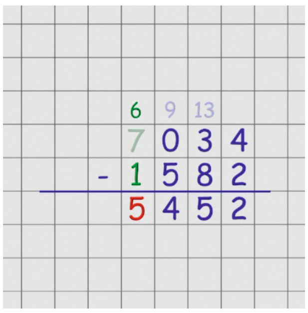
Przechodzimy do odejmowania cyfr setek, pamiętając o „pożyczonych” liczbach. Zamiast zera mamy teraz 9 setek.



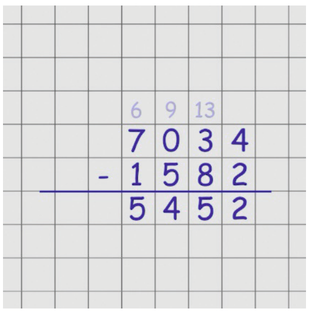
9-5=4 Wpisujemy wynik pod cyframi setek.



Przechodzimy do odejmowania cyfr tysięcy, pamiętając o „pożyczonych” liczbach. Zamiast 7 mamy teraz 6 tysięcy.



6-1=5 Wpisujemy wynik pod cyframi tysięcy.



Otrzymaliśmy wynik odejmowania: 7034-1582=5452.

4. MNOŻENIE PISEMNE

Mnożenie – działanie będące jednym z czterech podstawowych działań arytmetycznych.

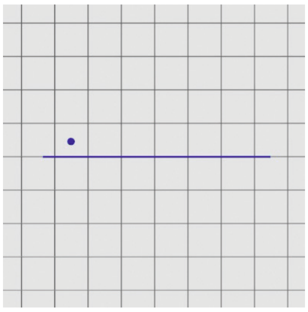
Mnożone elementy to **czynniki** (określane również jako **mnożna** i **mnożnik**), a jego wynik to **iloczyn**.

$$5 \cdot 6 = 30 \longleftarrow \text{iloczyn}$$

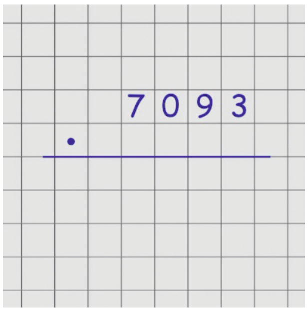
czynnik czynnik

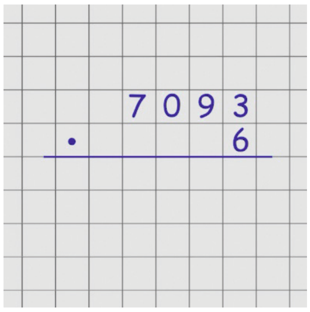
Na następnej stronie przedstawiono kolejne kroki, które należy przejść podczas mnożenia pisemnego liczby 7093 przez 6.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

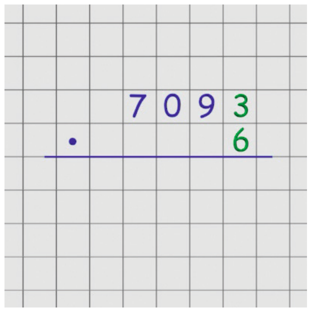


Mamy wykonać mnożenie:
7093 razy 6

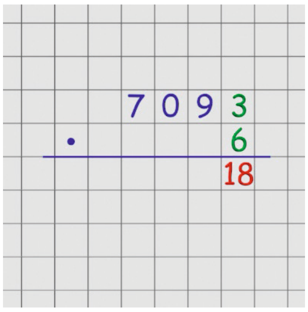




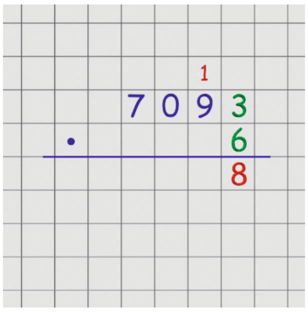
Podpisujemy liczby, wyrównując je do prawej - tak, aby liczba 6 była pod cyfrą jedności.



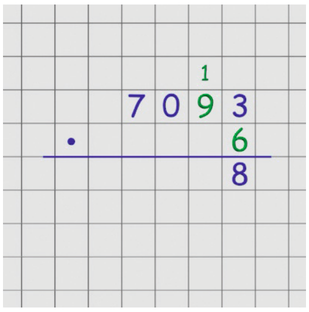
Zaczynamy od wykonania mnożenia przez cyfrę jedności.



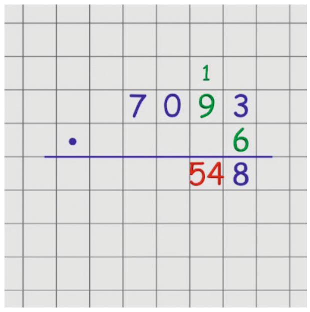
6 razy 3 = 18



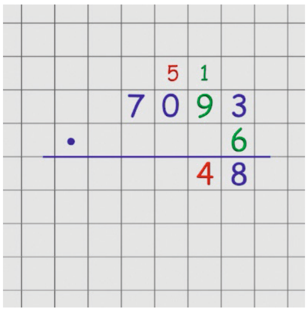
Pozostawiamy 8, a 1 przenosimy do rzędu dziesiątek i zapisujemy ponad cyfrą dziesiątek.



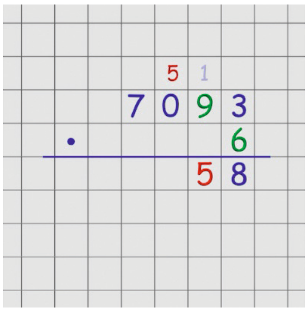
Przechodzimy do mnożenia cyfry dziesiątek.



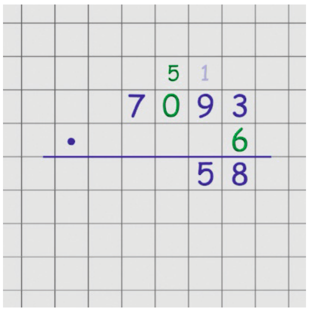
6 razy 9 = 54



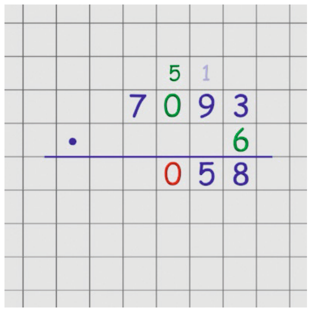
Do wyniku mnożenia dodajemy zapisaną powyżej, a przeniesioną z poprzedniego działania, liczbę dziesiątek.
Otrzymujemy: 54 +1 = 55.



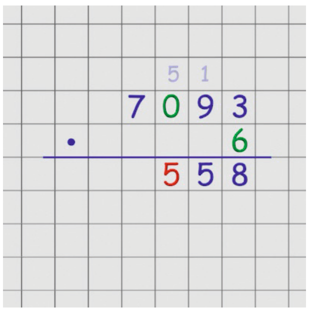
Zostawiamy 5 (jednostki) i przenosimy do rzędu setek 5 (dziesiątki).



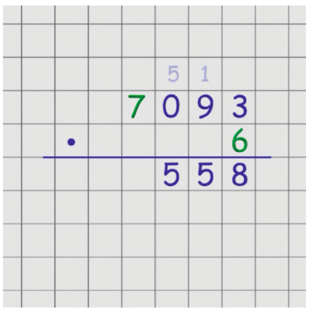
Przechodzimy do mnożenia cyfry setek.



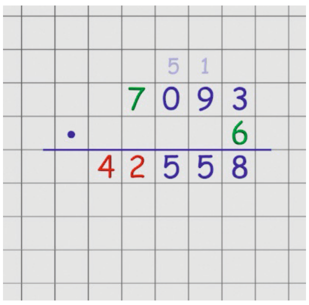
6 razy 0 = 0



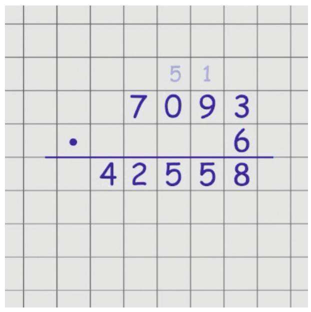
Teraz dodajemy przepisane z poprzedniego działania 5.



Przechodzimy do mnożenia cyfry tysięcy.



6 razy 7 = 42. Nie mieliśmy żadnej liczby przepisanej z poprzedniego działania. Jest to też ostatnie mnożenie, zapisujemy więc każdą z cyfr wyniku w odpowiednich kratkach.

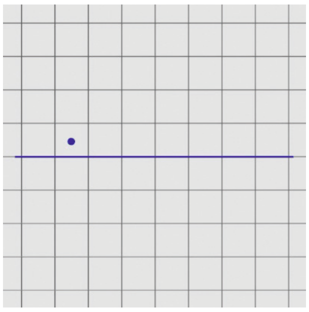


Otrzymaliśmy wynik: 7093 razy 6 = 42558

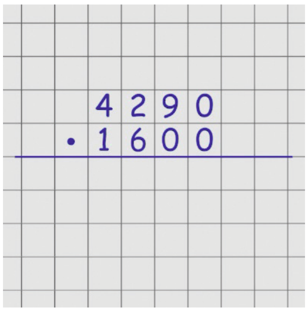
5. MNOŻENIE PISEMNE PRZEZ LICZBY Z ZERAMI NA KOŃCU

$4290 \cdot 1600 = ?$

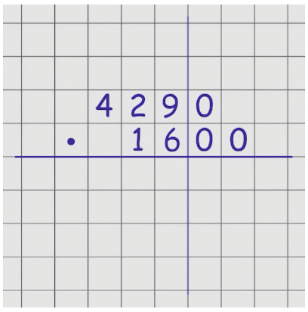
Mnożenie przez liczby zakończone zerami (typu 120, 30, 91 000) wykonuje się po „oddzieleniu zer". Do wyniku należy po prostu dopisać odpowiednią liczbę zer.



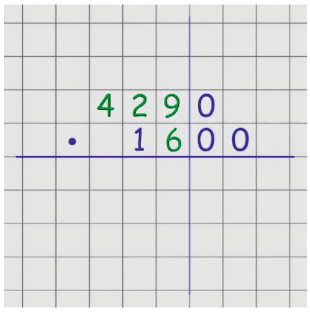
Mamy wykonać mnożenie: 4290 razy 1600



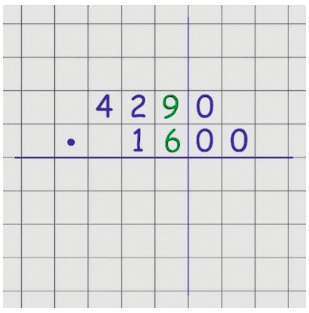
Podpisując liczby i wyrównując do prawej, musielibyśmy mnożyć przez zera, a tego robić nie warto...



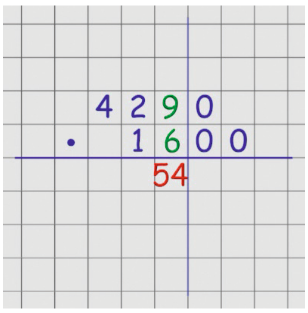
Podpisujemy te liczby tak, aby „oddzielić" zera. Będziemy wykonywali mnożenie tak, jakby tych zer nie było.



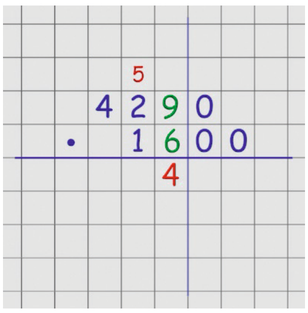
Zaczynamy od mnożenia 429 przez 6.



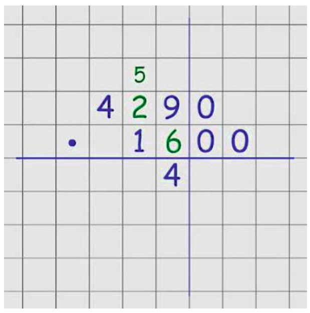
Wykonujemy to w poznany wcześniej sposób.



6 razy 9 = 54

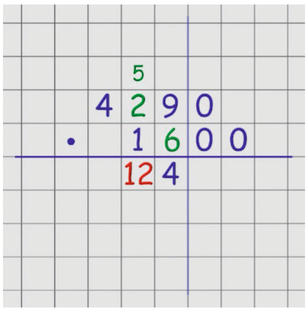


4 zostawiamy pod 6, a 5 przepisujemy do następnej kolumny i zapisujemy powyżej działania.

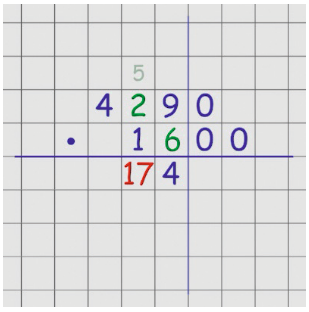


Przechodzimy do następnego mnożenia.

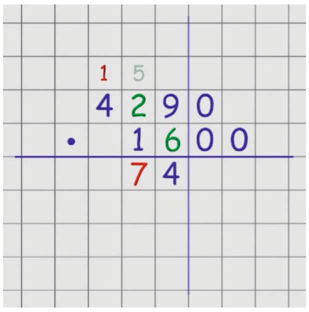
KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
WPQ
TOMP
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



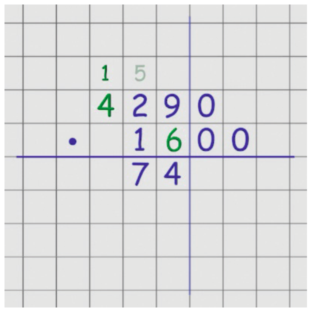
6 razy 2 = 12



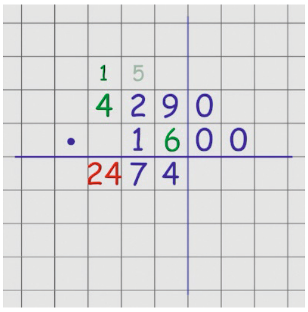
Do wyniku dodajemy przepisaną z poprzedniego mnożenia liczbę 5 i otrzymujemy 17.



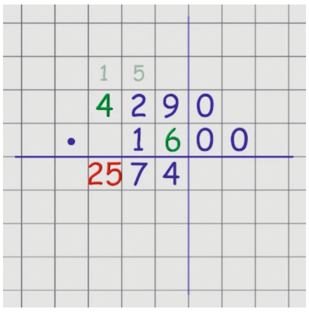
Pozostawiamy 7, a 1 przenosimy do następnej kolumny, zapisując powyżej.



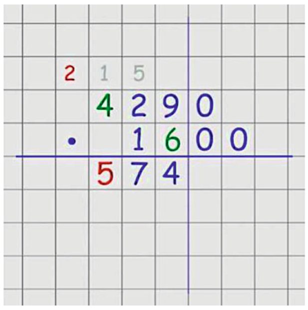
Przechodzimy do kolejnego mnożenia.



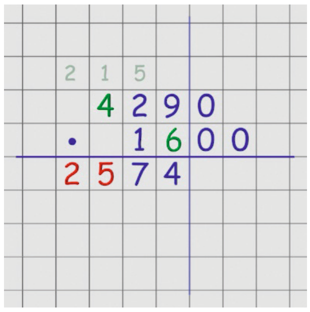
6 razy 4 = 24



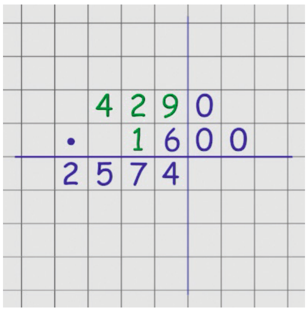
Do wyniku tego mnożenia dodajemy przeniesioną z poprzedniego mnożenia liczbę 1 i otrzymujemy 25.



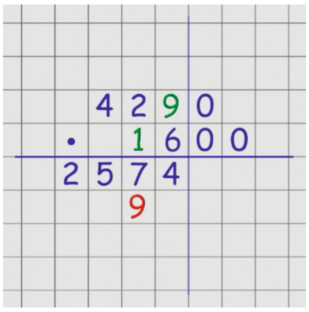
Pozostawiamy liczbę 5, a liczbę 2 przenosimy do następnej kolumny.



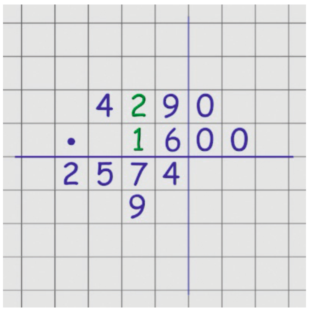
Skończyliśmy mnożenie liczby 429 przez 6, więc spisujemy do wyniku przeniesioną liczbę 2.



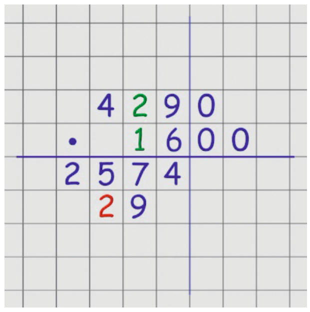
Otrzymaliśmy 6 razy 429 = 2574



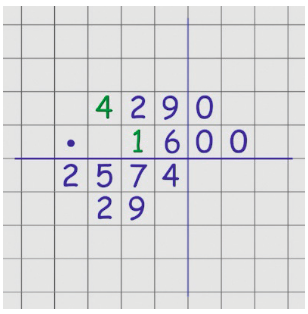
Przechodzimy do mnożenia 1 razy 429. Mnożenie przez 1 jest bardzo łatwe. Wystarczy przepisać odpowiednio liczbę 429.



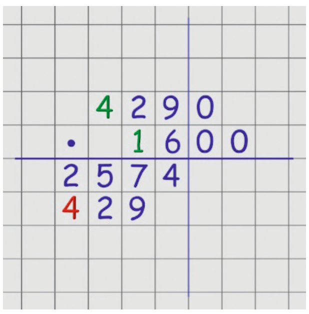
Trzeba jednak zwrócić uwagę na to, gdzie przepisujemy. Cyfrę jedności (9) należy wpisać w tej samej kolumnie co liczba 1, przez którą mnożymy.



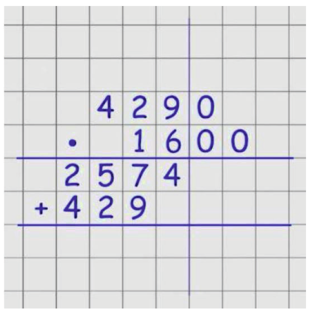
Wykonujemy kolejne mnożenie.



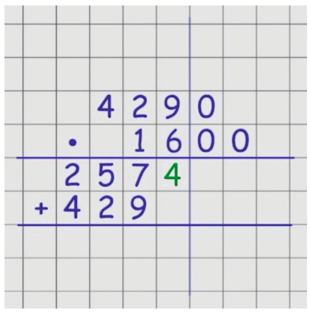
Wykonujemy kolejne mnożenie, pilnując miejsc, w które wpisujemy liczby.



Wykonujemy kolejne mnożenie.

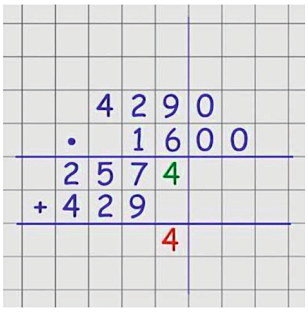


Wykonujemy kolejne mnożenie, pilnując miejsc, w które wpisujemy liczby.

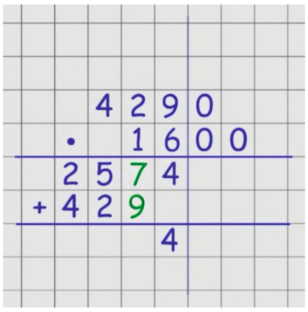


Teraz dodamy otrzymane iloczyny.

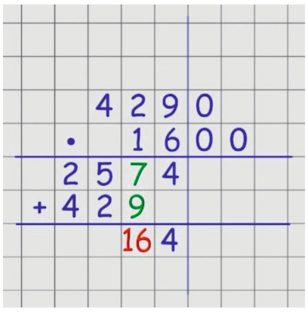
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



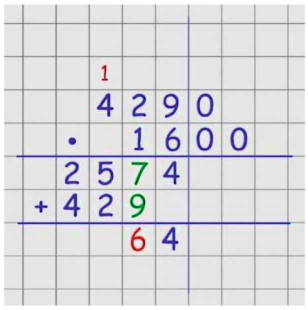
Uwaga! Dodajemy tylko cyfry z iloczynów, pomijając liczby, które mnożymy.



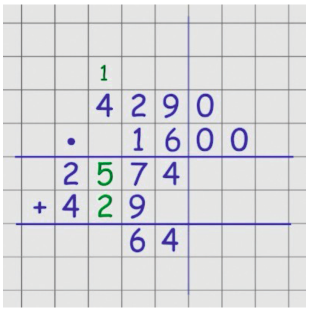
Wynik dodawania wpisujemy w odpowiednich kolumnach.



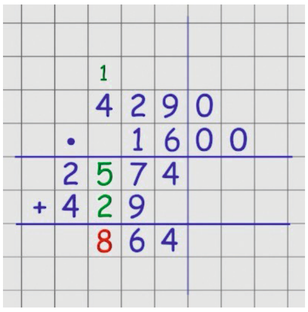
Uwaga! Dodajemy tylko cyfry z iloczynów, pomijając liczby, które mnożymy.



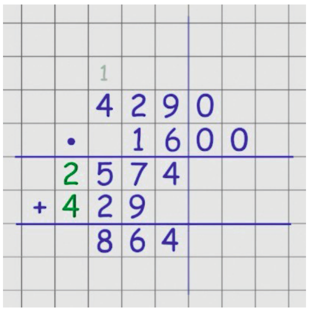
Jeżeli wynik jest dwucyfrowy - zostawiamy cyfrę jedności, a cyfrę dziesiątek przenosimy do następnej kolumny, zapisując powyżej działania.



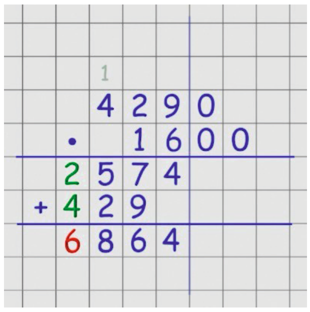
Jeżeli wynik jest dwucyfrowy - zostawiamy cyfrę jedności, a cyfrę dziesiątek przenosimy do następnej kolumny, zapisując powyżej działania.



Przechodzimy do dodawania cyfr z następnej kolumny. Uwaga! Dodajemy tylko cyfry z iloczynów, pomijając liczby, które mnożymy.

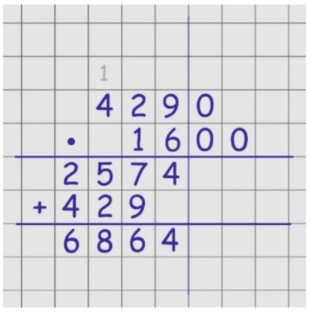


Dodając, trzeba pamiętać o cyfrach przepisanych z poprzedniego dodawania.

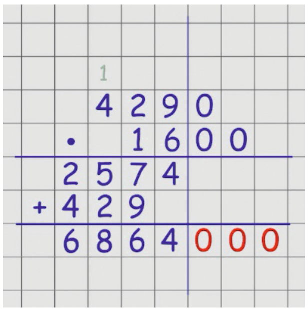


Przechodzimy do dodawania cyfr z następnej kolumny.

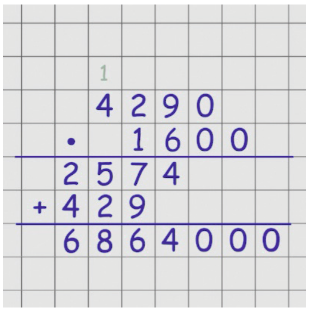
Wynik dodawania wpisujemy w odpowiedniej kolumnie.



Otrzymaliśmy 2574 + 429 = 6864



Teraz do wyniku dodawania dopisujemy wszystkie „oddzielone" zera.
Nie wolno zapomnieć o żadnym zerze!

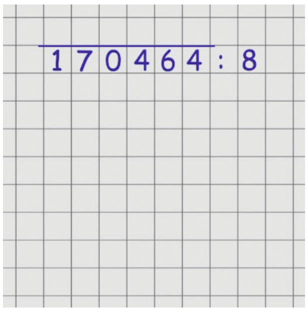


W ten sposób otrzymaliśmy wynik mnożenia: 4290 razy 1600 = 6864000

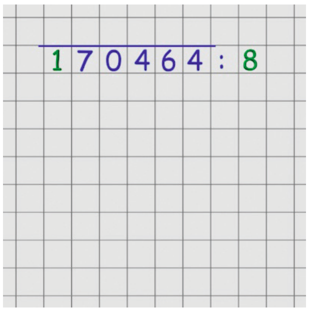
KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

6 DZIELENIE PISEMNE

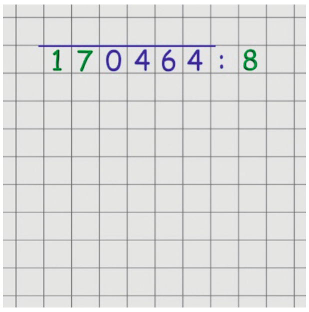
Zasady dzielenia pisemnego przedstawia poniższa prezentacja.



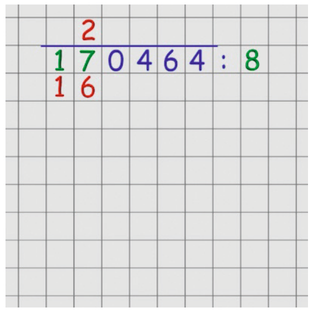
Mamy do wykonania działanie: 170464 dzielone przez 8



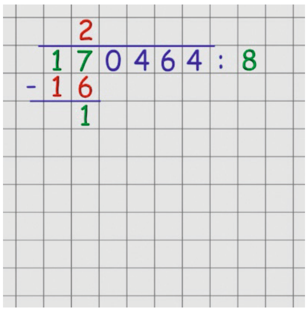
Dzielenie zaczynamy od lewej strony. Bierzemy pierwszą cyfrę. Niestety 1 nie dzieli się przez 8.



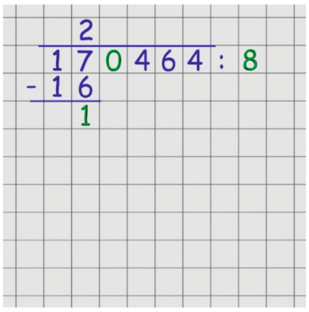
Dołączamy do pierwszej cyfry następną i otrzymujemy liczbę 17.



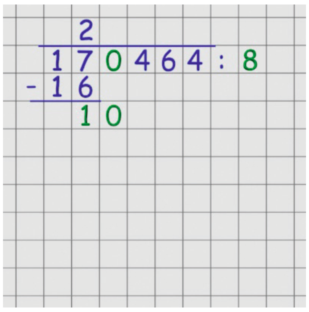
17 dzielone przez 8 daje 2 reszty 1. Zapisujemy to tak, że nad 7 zapisujemy 2 (ile razy 8 mieści się w 17), a pod 17 zapisujemy, ile to jest 2 razy 8.



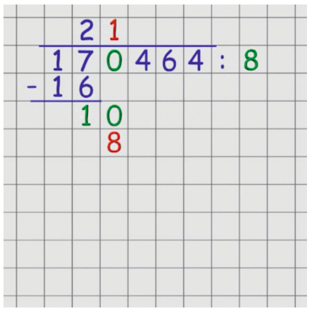
Wykonujemy odejmowanie i zapisujemy niżej wynik (resztę z dzielenia przez dzielnik).



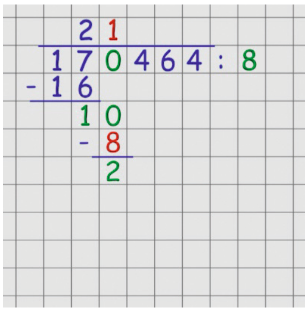
Teraz zajmiemy się następną cyfrą dzielnej (0).



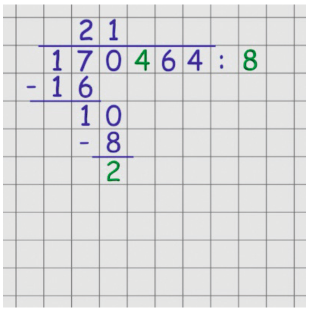
Bierzemy następną cyfrę dzielnej i spisujemy ją niżej, obok reszty z poprzedniego dzielenia. Otrzymujemy liczbę 10.



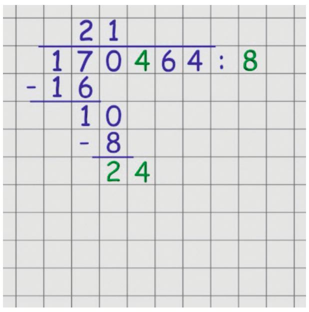
W tej liczbie dzielnik mieści się 1 raz. Zapisujemy to tak, jak poprzednio. Nad zerem zapisujemy, ile razy 8 mieści się w 10, a pod 10 zapisujemy wynik mnożenia.



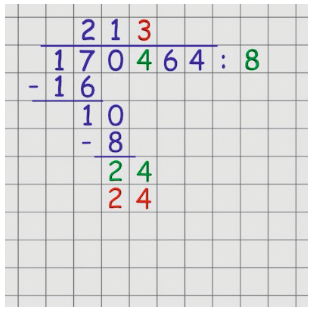
Wykonujemy odejmowanie - obliczamy resztę z dzielenia liczby 10 przez 8.



Teraz zajmiemy się następną cyfrą dzielnej (4).

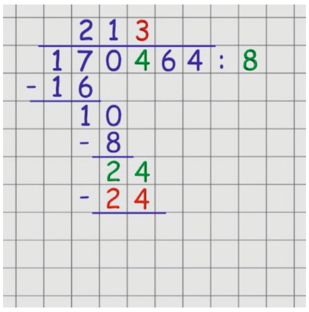


Spisujemy tę cyfrę obok obliczonej przed chwilą reszty z dzielenia i otrzymujemy liczbę 24.

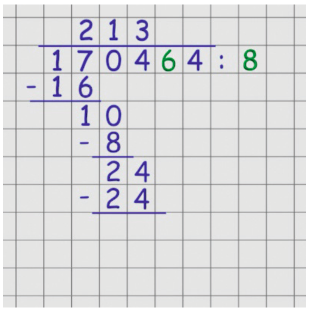


24 to 3 razy 8. Zapisujemy to tak, jak poprzednio: ponad cyfrą 4 zapisujemy 3, a poniżej wynik mnożenia 3 razy 8.

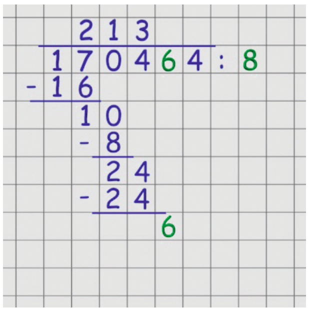
KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



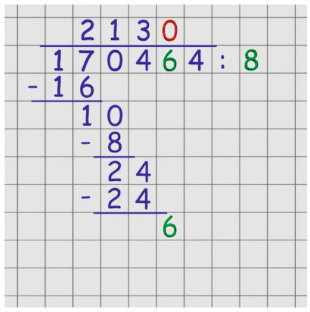
Wykonujemy odejmowanie. Tym razem nie otrzymujemy żadnej reszty.



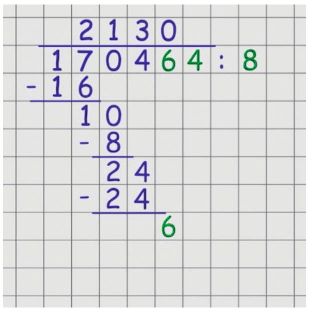
Teraz zajmiemy się następną cyfrą dzielnej (6).



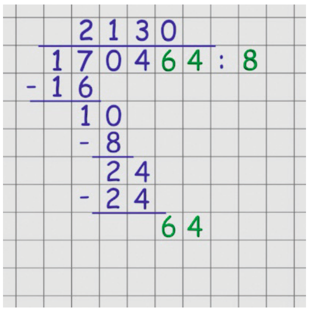
Przepisujemy tę cyfrę niżej.



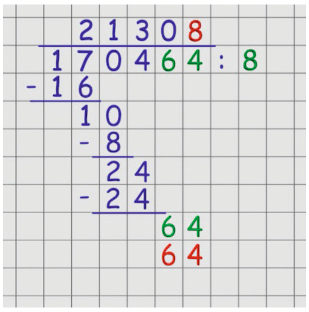
W 6 nie mieści się nasz dzielnik (8). Wynik dzielenia to zero. Wpisujemy więc 0 nad cyfrą 6.



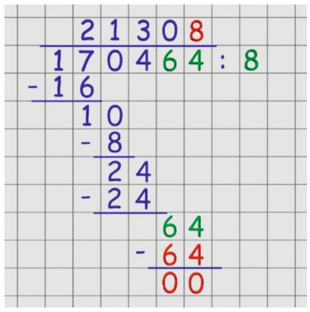
Teraz zajmiemy się następną, ostatnią cyfrą dzielnej (4).



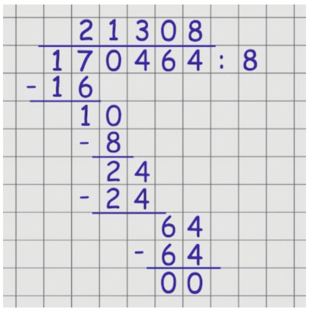
Przepisujemy cyfrę 4 niżej, obok przepisanej wcześniej cyfry 6. Otrzymujemy liczbę 64.



64 to 8 razy 8. Zapisujemy to tak, jak poprzednio. Cyfrę 8 ponad cyfrą 4, a wynik mnoże-nia pod 64.



Odejmujemy i w wyniku odejmowania otrzymujemy 0. Oznacza to, że liczba 170464 jest podzielna przez 8 bez reszty.



Ponad kreską otrzymaliśmy wynik dzielenia
170464 : 8 = 21308

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

7. DZIELENIE PISEMNE LICZB NATURALNYCH PRZEZ LICZBY WIELOCYFROWE Z ZERAMI NA KOŃCU

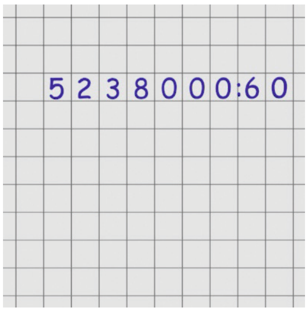
$$420\cancel{0}:7\cancel{0}=60 \leftarrow \text{iloraz}$$

dzielna dzielnik

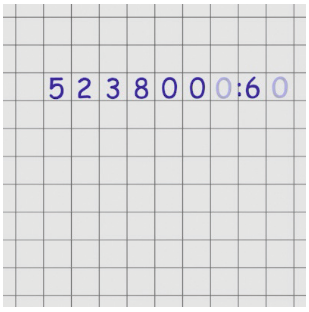
Dla ułatwienia skreślamy w obu liczbach jednakową liczbę zer. Możemy tak zrobić, ponieważ:

$$4200:70=(420\cdot 10):(7\cdot 10)=(420:7)\cdot(10:10)=60$$

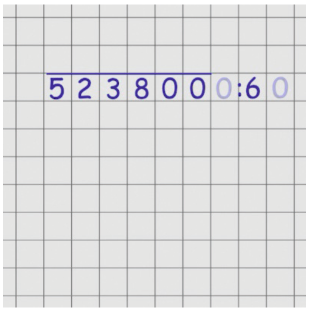
Sposób postępowania zobaczysz w poniższej prezentacji:



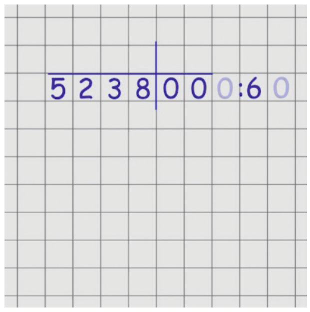
Mamy do wykonania działanie: 5238000 podzielić przez 60



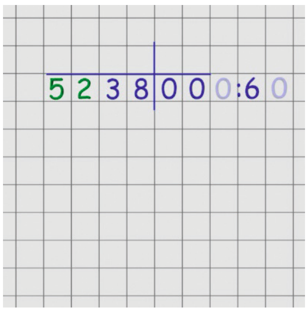
Dzielna i dzielnik kończą się zerami - możemy pominąć tyle samo zer w dzielnej i dzielniku. W tym przypadku pomijamy jedno zero.



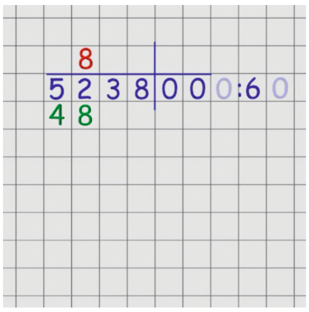
Dzielimy 523800 przez 6



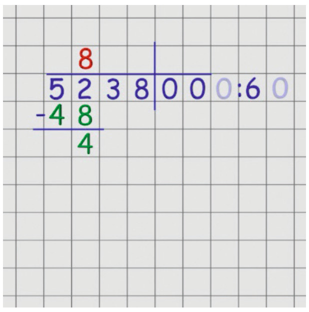
Zaczynamy dzielenie



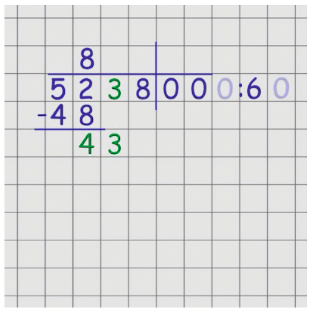
Sprawdzamy, ile razy 6 mieści się w 52, czyli dzielimy 52 przez 6



W 52 zmieści się 8 szóstek - nad 2 zapisujemy 8, a pod 52 wpisujemy, ile to jest 8 razy 6



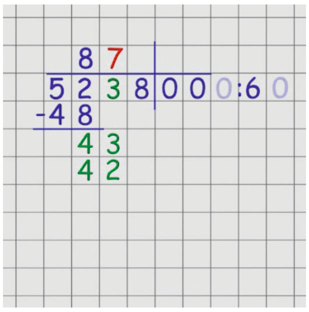
Wykonujemy odejmowanie (52 - 48) i poniżej zapisujemy wynik. 4 jest resztą z dzielenia 52:6



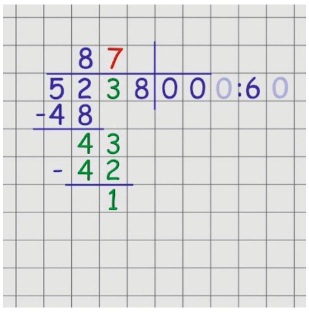
Obok reszty z dzielenia z poprzedniego kroku zapisujemy następną cyfrę dzielnej 3. Otrzymujemy 43, które dzielimy przez 6.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

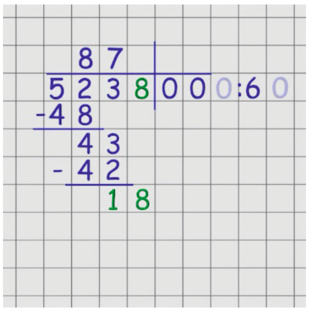
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



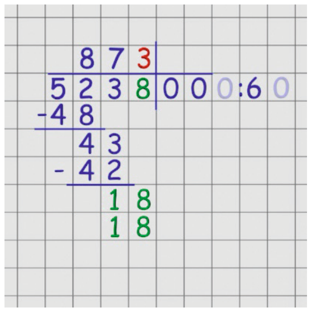
W 43 dzielnik mieści się 7 razy. 7 razy 6 to 42



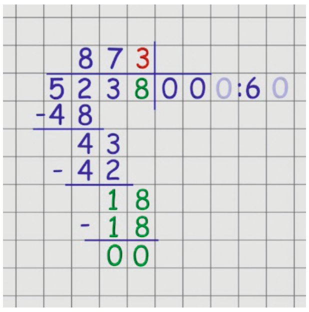
Reszta z dzielenia 43 przez 7 wynosi 1



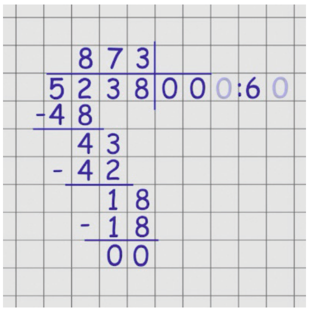
Obok reszty z dzielenia z poprzedniego kroku zapisujemy następną cyfrę dzielnej 8. Otrzymujemy 18, które dzielimy przez 6.



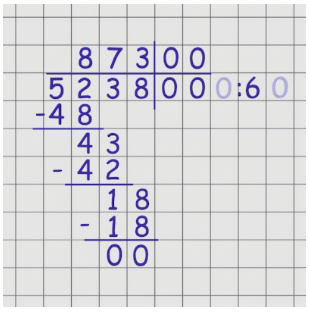
W 18 dzielnik mieści się 3 razy



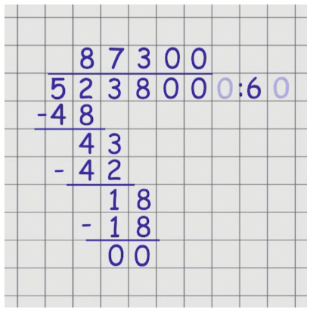
3 razy 6 to 18. 18 - 18 = 0



Tym razem nie mamy reszty z dzielenia



Do wyniku dopisujemy ostatnie zera z dzielnej.
Możemy tak zrobić, jeżeli w poprzednim kroku nie było reszty z dzielenia.



Wynik działania to 87300.

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

8. KOLEJNOŚĆ WYKONYWANIA DZIAŁAŃ - POWTÓRZENIE

Kolejność wykonywania działań:

- działania w nawiasach,
- potęgowanie,
- mnożenie i dzielenie,
- dodawanie i odejmowanie.

Jeżeli w wyrażeniu występuje tylko odejmowanie albo dodawanie i odejmowanie, to działania te wykonujemy w takiej kolejności, w jakiej są zapisane, od strony lewej do prawej.

Przykład 1

56 - 14 - 15 - 13 = 42 - 15 - 13 = 27 - 13 = 14

15 + 25 - 11 - 13 + 17 = 40 - 11 - 13 + 17 = 29 - 13 + 17 = 16 + 17 = 33

33 - 12 + 7 - 20 + 5 = 21 + 7 - 20 + 5 = 28 - 20 + 5 = 8 + 5 = 13

Jeżeli w wyrażeniu występuje tylko dzielenie albo mnożenie i dzielenie, to działania te wykonujemy w takiej kolejności, w jakiej są zapisane, od strony lewej do prawej.

Przykład 2

$100 : 5 : 5 : 2 = 20 : 5 : 2 = 4 : 2 = 2$

$10 \cdot 6 : 5 : 4 \cdot 15 = 60 : 5 : 4 \cdot 15 = 12 : 4 \cdot 15 = 3 \cdot 15 = 45$

$24 : 3 \cdot 5 : 10 \cdot 9 = 8 \cdot 5 : 10 \cdot 9 = 40 : 10 \cdot 9 = 4 \cdot 9 = 36$

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Jeżeli w wyrażeniu występuje kilka działań i nie ma nawiasów, to jako pierwsze wykonujemy mnożenie i dzielenie, a następnie dodawanie i odejmowanie.

Przykład 3

$50 - 5 \cdot 7 + 16 = 50 - 35 + 16 = 15 + 16 = 31$

$4 \cdot 7 - 13 + 15 : 3 = 28 - 13 + 5 = 15 + 5 = 20$

Jeżeli w wyrażeniu występuje kilka działań i są nawiasy, to jako pierwsze wykonujemy działanie w nawiasach, a później mnożenie i dzielenie. Następnie dodawanie i odejmowanie.

Przykład 4

$(50 - 5) \cdot 7 + 16 = 45 \cdot 7 + 16 = 315 + 16 = 331$

$4 \cdot (13 - 7) + 15 : 3 = 4 \cdot 6 + 5 = 20 + 5 = 25$

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

36:(8-4)+3·12-8·2+2-(3+5):4+1	Mamy do wykonania długie i skomplikowane działanie.
36:4+3·12-8·2+2-(3+5):4+1 36:4+3·12-8·2+2-8:4+1 9+3·12-8·2+2-8:4+1	Zaczynamy od działań znajdujących się w nawiasach. Zaczynamy od działań znajdujących się w nawiasach - obliczamy wynik kolejnego nawiasu. Teraz znajdujemy mnożenia i dzielenia i wykonujemy je w kolejności, w jakiej występują. Pierwsze było dzielenie 36:4=9
9+36-8·2+2-8:4+1	Drugie jest mnożenie 3 razy 12 = 36
9+36-16+2-8:4+1	Trzecie jest mnożenie 8 razy 2 = 16
9+36-16+2-2+1 9+36-16+2-2+1	Ostatnie jest dzielenie 8:4 = 2
9+36-16+0+1	Teraz przechodzimy do dodawania i odejmowania. Możemy wykonywać działania po kolei, ale możemy też wybrać działanie, które będzie najprostsze, np. 2-2=0
9+20+0+1	Również łatwo wykonamy odejmowanie 36-16=20
9+20+1	Teraz dodamy składniki po kolei.
29+1	Teraz dodamy składniki po kolei.
30	Otrzymaliśmy wynik działania równy 30.

9. DZIAŁANIA MATEMATYCZNE NA KALKULATORZE

Kalkulatory są powszechnie spotykanymi urządzeniami, funkcje kalkulatora mają też tablety, telefony komórkowe (w tym smartfony), w systemie MS-Windows też można uruchomić aplikację kalkulator.

W tabletach i smartfonach są też kalkulatory pozwalające na zapisanie działań z użyciem nawiasów i bardziej złożonych funkcji.

Przyciski ogólnego przeznaczenia w prostych kalkulatorach:

- **[ON]** - przycisk włączenia zasilania
- **[OFF]** - przycisk wyłączenia zasilania
- **[AC]** - przycisk kasowania (kasuje wszystko - okienko i pamięć)
- **[C]** - przycisk kasowania ostatnio wprowadzonej liczby
- **[CE]** - przycisk kasowania ostatniego polecenia

Niektóre kalkulatory pozwalają na wykonywanie działań z wykorzystaniem pamięci urządzenia.

Przyciski pamięci:

- **[M+]** - przycisk dodawania do pamięci
- **[M-]** - przycisk odejmowania od pamięci
- **[MR]** - przycisk zawartości pamięci
- **[MC]** - przycisk kasowania zawartości pamięci

Dzięki wbudowanej w kalkulator pamięci możemy wykonywać bardziej skomplikowane obliczenia.

Ćwiczenie 1

W kawiarni rodzina Maryli zamówiła:

- 4 desery lodowe po 14 zł
- 2 soki ze świeżych pomarańczy po 12 zł
- 2 kawy po 6 zł

Policz na kalkulatorze, ile zapłacą? W materiałach do lekcji znajdziesz film z przykładem sposobu obliczenia kwoty do zapłaty za pomocą kalkulatora.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
WPQ
Tomasz Jakubowski TOMP
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

10. ZADANIA TEKSTOWE

Rozwiązanie zadania tekstowego wymaga przeanalizowania opisanej sytuacji. Zwykle analizujemy, jakie informacje podane w opisie zadania stanowią dane niezbędne do odnalezienia szukanych wartości.

DANE:	SZUKANE:
(co wynika z treści zadania?)	(najczęściej pytanie)

Sposób postępowania:

1. ANALIZA DANYCH
2. OBLICZENIA
3. ODPOWIEDŹ

W prezentacji przedstawiamy sposób postępowania przy rozwiązywaniu zadań tekstowych.

Zadania tekstowe

Codziennie spotykasz sytuacje wymagające obliczeń – opisy takich sytuacji nazywamy zadaniami tekstowymi.

Zadanie tekstowe zawiera zwykle kilka informacji, danych liczbowych i opis problemu, który należy rozwiązać.

W zadaniach tekstowych musimy przeprowadzić analizę danych. Na podstawie analizy podejmiemy decyzje:

- Jakie działania musimy wykonać?
- W jakiej kolejności prowadzić obliczenia?
- Jaką metodą liczyć?
- Jakich użyć pomocy (np. kalkulatora, kątomierza, ...)?

Proste zadania rozwiązywaliśmy już w czasie wcześniejszej nauki.

Z łatwością rozwiążecie zadania zawierające dwie dane liczbowe, które należy odpowiednio powiązać za pomocą dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia.

Przykład - proste zadanie.

Ania ma 12 lat. Jej brat Andrzej jest o 3 lata starszy.

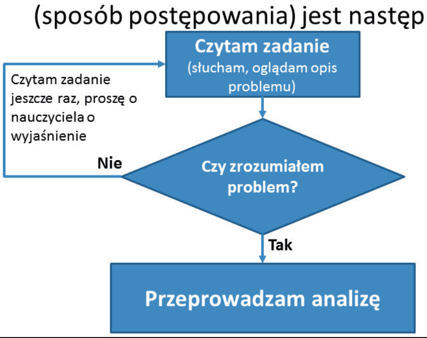
Pytanie 1:

Ile lat ma Andrzej?

Pytanie 2:

Ile razem mają lat?

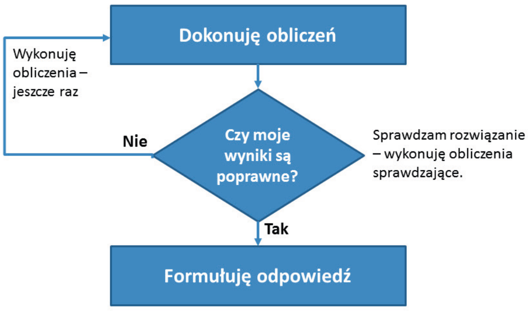
W bardziej złożonych zadaniach algorytm (sposób postępowania) jest następujący:



Analiza zadania

- Co wynika z treści zadania? Jakie mamy dane?
- Co należy obliczyć? (szukane)
- Czy musimy wykonać obliczenia pomocnicze?
- Jakie działania należy wykonać?
- Jakim sposobem (metodą) będziemy liczyć?
- Czy użyjemy pomocy (kartki w kratkę i ołówka, kalkulatora, kątomierza, arkusza kalkulacyjnego, itp.)?

Algorytm - ciąg dalszy



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
WPQ
Tomasz Jakubowski TOMP
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład 1

Ola dostała do przeczytania książkę. Przeczytała 126 stron, do końca zostało jej 86 stron. Ile stron ma książka Oli?

DANE:
Przeczytane 126 stron książki
Zostało do przeczytania 86 stron.

SZUKANE:
Ile stron ma książka Oli?

Obliczenia:
126 + 86 = 212

Odpowiedź:
Książka Oli ma 212 stron.

Zadanie 1

W tabeli na następnej stronie znajdziesz informacje o polskich szczytach górskich. Na podstawie tych danych określ:
Jaka jest łączna wysokość szczytów zdobytych przez Krzysztofa, który dotarł na wymienione w tabeli szczyty Tatr?
Andrzej był w Bieszczadach i dotarł na Tarnicę i Halicz.
O ile mniejsza jest łączna wysokość wysokość szczytów górskich, na które wszedł Andrzej?
Oszacuj, ile razy suma wysokości szczytów osiągniętych przez Krzysztofa jest większa od sumy wysokości szczytów, na które wszedł Andrzej?

Zadanie 2

Na podstawie zamieszczonej na następnej stronie tabeli ułóż podobne zadania i poproś koleżankę lub kolegę o ich rozwiązanie.

Sposób rozwiązania zadania znajdziesz w materiałach do lekcji „Rozwiązywanie zadań tekstowych”.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Geografia

TABL. 4. **WYŻSZE SZCZYTY GÓRSKIE**
HIGHER MOUNTAIN PEAKS

PASMO LUB GRUPA GÓRSKA SZCZYTY *MOUNTAIN RANGE OR GROUP PEAKS*	Wzniesienie nad poziom morza w m *Elevation above the sea level in m*
KARPATY *CARPATHIAN MOUNTAINS*	
Tatry	
Rysy	2499
Mięguszowiecki Szczyt	2438
Świnica	2301
Wołowiec	2064
Kasprowy Wierch	1987
Giewont	1894
Beskid Żywiecki	
Babia Góra	1723
Romanka	1366
Bieszczady	
Tarnica	1346
Halicz	1333
Gorce	
Turbacz	1314
Beskid Sądecki	
Radziejowa	1267
Jaworzyna Krynicka	1114
Beskid Śląski	
Skrzyczne	1257
Barania Góra	1215
Beskid Wyspowy	
Mogielnica (Mogielica)	1170
Pieniny	
Wysokie Skałki	1050
Trzy Korony	982
Beskid Niski	
Lackowa	997
Cergowa	716
KARPATY (dok.) *CARPATHIAN MOUNTAINS (cont.)*	
Beskid Mały	
Czupel	930
Łamana Skała	929
Leskowiec	918
Beskid Makowski	
Mędralowa (Beskidek)	1169
Lubomir	904
SUDETY *SUDETEN MOUNTAINS*	
Karkonosze	
Śnieżka	1602
Wielki Szyszak	1509
Masyw Śnieżnika	
Śnieżnik	1425
Góry Izerskie	
Wysoka Kopa	1126
Kamienica	973
Góry Sowie	
Wielka Sowa	1015
Góry Stołowe	
Szczeliniec Wielki	919
GÓRY ŚWIĘTOKRZYSKIE *ŚWIĘTOKRZYSKIE MOUNTAINS*	
Łysogóry	
Łysica	612
Łysa Góra	594
Pasmo Jeleniowskie	
Szczytniak	554

Ź r ó d ł o: dane Głównego Urzędu Geodezji i Kartografii.
S o u r c e: data of the Head Office of Geodesy and Cartography.

z Rocznika ststystycznego RP 2013

1. LICZBY I ICH ZAPISYWANIE W HISTORII LUDZKIEJ CYWILIZACJI

System liczbowy to sposób zapisywania liczb. Liczby zapisujemy przy pomocy znaków. Te znaki to cyfry. Obecnie posługujemy się cyframi 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Używamy dziesięciu cyfr, gdyż nasz system liczenia jest systemem dziesiątkowym. Ponadto jest to system pozycyjny, tzn. wartość liczby zależy od pozycji cyfr w jej zapisie.

Dawniej używano innych systemów liczenia.

Najbardziej znane z nich to:

- system karbowy
- system babiloński
- system egipski
- system arabski
- system grecki
- system rzymski
- system Majów.

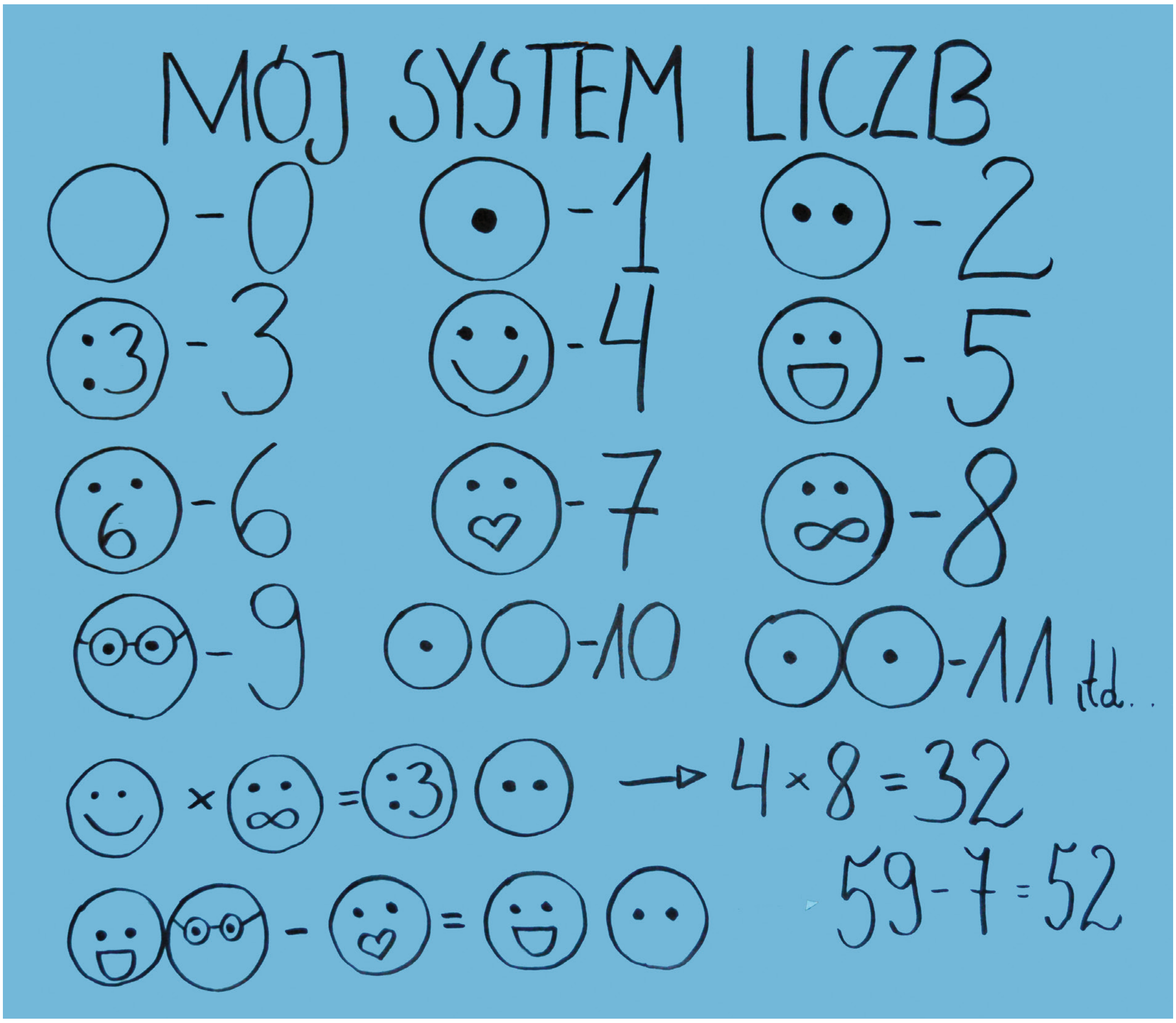
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

2. WŁASNE SYSTEMY ZAPISU LICZB

Pomyśl nad własnym systemem zapisu liczb.

Przykład 1

Oto system opracowany przez dzieci w jednej ze szkół podstawowych:

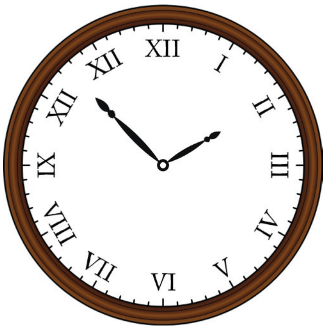


KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

3. RZYMSKI SYSTEM ZAPISYWANIA LICZB

Rzymski system zapisywania liczb powstał około 2 500 lat temu i był powszechnie stosowany jeszcze w piętnastym wieku. Obecnie cyfry rzymskie stosuje się do:

- oznaczenia godzin na tarczy zegara



- wyróżniania kolejnych królów i papieży

Jan III Sobieski

Jan Paweł II

- numerowania ważnych imprez

XXII Zimowe Igrzyska Olimpijskie – Soczi 2014

XV Międzynarodowy Konkurs Pianistyczny im. F. Chopina (2005 r.)

- numerowania ksiąg, tomów, rozdziałów

Obliczenia praktyczne to IV rozdział tego podręcznika

Obecnie stosuje się siedem cyfr rzymskich:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

3.1 Odczytywanie liczb zapisanych cyframi rzymskimi

Zasady odczytywania liczb zapisanych cyframi rzymskimi

Jeśli w liczbie zapisanej w systemie rzymskim po cyfrze oznaczającej liczbę większą jest cyfra oznaczająca liczbę mniejszą bądź równą to, aby odczytać wartość liczby, wykonujemy dodawanie.

XXVII = 27

10 + 10 + 5 + 1 + 1 = 27

Jeśli w liczbie zapisanej w systemie rzymskim przed cyfrą oznaczającą liczbę większą jest cyfra oznaczająca liczbę mniejszą to, aby odczytać wartość liczby, wykonujemy odejmowanie.

IV = 4 5 - 1 = 4

IX = 9 10 - 1 = 9

XXXIV = 34 10 + 10 + 10 + 5 - 1 = 34

Przykład 1

XLVII = 50 - 10 + 5 + 1 +1 = 47

CMLXI = 1000 - 100 + 50 + 10 +1 = 961

Ćwiczenie 1

Odczytaj, jakie to liczby:

a) XXVII	XXXIII	LXXVII	CCLXXXVII	DCCV	MMDCCLV
b) XIX	XXIV	XLIV	XCIII	CDXVI	MCMXCIX

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

3.2 Zapisywanie liczb cyframi rzymskimi

Zasady zapisywania liczb cyframi rzymskimi

- **Cyfry I, X, C, M mogą obok siebie występować co najwyżej trzy razy.**
  2 = II 30 = XXX 300 = CCC 2000 = MM
- **Cyfry V, L, D mogą występować co najwyżej raz w zapisie liczby.**
  Nieprawidłowe są zapisy: VV, LLL, DD.
- **Cyfra mniejsza może poprzedzać cyfrę większą tylko w przypadku zapisywania następujących liczb:**
  4 = IV 40 = XL 400 = CD
  9 = IX 90 = XC 900 = CM

Przykład 1

19 = 10 + 9	42 = 40 + 2	74 = 70 + 4	96 = 90 + 6
XIX	XLII	LXXIV	XCVI

Przykład 2

125 = 100 + 20 + 5	243 = 200 + 40 + 3	292 = 200 + 90 + 2
CXXV	CCXLIII	CCXCII
368 = 300 + 60 + 8	561 = 500 + 60 + 1	773 = 700 + 70 + 3
CCCLXVIII	DLXI	DCCLXXIII
1244 = 1000 + 200 + 40 + 4	1679 =1000 + 600 + 70 + 9	
MCCXLIV	MDCLXXIX	

Największa liczba, którą można było zapisać przy pomocy cyfr rzymskich to 3999 (MMMCMXCIX). Aby zapisać liczby większe niż 3999, używano poziomych kresek. Pozioma kreska umieszczona nad liczbą oznaczała zapis liczby tysiąc razy większej.

$\overline{\mathrm{IV}} = 4000$ $\overline{\mathrm{V}} = 5000$ $\overline{\mathrm{X}} = 10\,000$ $\overline{\mathrm{L}} = 50\,000$ $\overline{\mathrm{D}} = 500\,000$ $\overline{\mathrm{M}} = 1\,000\,000$

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
WPQ
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

4. JEDNOSTKI CZASU, KALENDARZ

O której godzinie dzisiaj wstałeś?

Jak długo jeździłeś na rowerze?

Za ile minut rozpocznie się Nowy Rok?

Z takimi pytaniami spotkałeś się wielokrotnie. Dotyczą one czasu. Podczas tej lekcji dowiesz się, w jakich jednostkach mierzymy czas, nauczysz się odczytywać godzinę z zegara wskazówkowego oraz obliczać upływ czasu pomiędzy dwoma zdarzeniami.

Przyjrzyj się poniższym rysunkom i odczytaj godzinę, jaką wskazują zegary. Możesz to zrobić na kilka sposobów:

11.00
- jedenasta

9.30
- dziewiąta trzydzieści
- wpół do dziesiątej

16.35
- szesnasta trzydzieści pięć
- za dwadzieścia pięć siedemnasta
- czwarta trzydzieści pięć
- za dwadzieścia pięć piąta

22.45
- dwudziesta druga czterdzieści pięć
- dziesiąta czterdzieści pięć
- za piętnaście dwudziesta trzecia
- za piętnaście jedenasta
- za kwadrans dwudziesta trzecia
- za kwadrans jedenasta

0.20
- zero dwadzieścia
- dwunasta dwadzieścia

Doba to 24 godziny.	**1 doba = 24 godz.**
Godzina to 60 minut.	**1 godz. = 60 min**
Minuta to 60 sekund.	**1 min = 60 s**
Kwadrans to 15 minut.	**1 kwadrans = 15 min**
1 godzina to 4 kwadranse.	**1 godz. = 4 kwadranse**
1 godzina to 3600 sekund.	**1 godz. = 60 · 1 min = 60 · 60 s = 3 600 s**

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ Tomasz Jakubowski TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Nauczymy się teraz wyrażać czas w różnych jednostkach.

Podczas zamiany jednostki większej na mniejszą wykonujemy mnożenie.

Przykład 1

a) 2 godziny 36 minut – ile to minut?

1 godz. = 60 min

2 godz. 36 min = 2 · 60 min + 36 min = 156 min

b) 4 minuty 15 sekund – ile to sekund?

1 min = 60 s

4 min 15 s = 4 · 60 s + 15 s = 255 s

c) 3 kwadranse – ile to minut?

1 kwadrans = 15 min

3 kwadranse = 3 · 15 min = 45 minut

d) 2 godziny – ile to sekund?

1 godz. = 60 min = 60 · 60 min = 3 600 s

2 godz. = 2 · 3 600 s = 7 200 s

Podczas zamiany jednostki mniejszej na większą wykonujemy dzielenie.

Przykład 2

a) 300 sekund – ile to minut?

60 s = 1 min

300 s : 60 = 5 min

b) 240 minut – ile to godzin?

60 min = 1 godz.

240 : 60 = 4 godz.

Przykład 3

Zapisz w postaci wyrażenia dwumianowanego:

a) 145 min = ... godz. .... min

Obliczamy, ile w 145 minutach mieści się pełnych godzin 145 : 60 = 2 r 25

145 min = 2 godz. 25 min

b) 250 min = 4 godz. 10 min ponieważ 250 : 60 = 4 r 10

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

4.1 Obliczenia zegarowe

Tu znajdują się przykłady obliczeń zegarowych w sytuacjach praktycznych, z którymi spotykasz się na co dzień.

Przykład 1

stacja	przyjazd
Warszawa Zachodnia	8:10
Warszawa Centralna	8:20
Działdowo	11:00
Iława	11:58
Gdańsk Główny	14:30
Sopot	14:52
Gdynia Główna	15:09

1. Ile czasu jedzie pociąg ze stacji Warszawa Zachodnia do Warszawy Centralnej?

$8^{10} \xrightarrow{10\text{ min}} 8^{20}$ Od godz. 8^{10} do 8^{20} mija **10** minut

2. Ile czasu jedzie pociąg z Warszawy Centralnej do Iławy?

$8^{20} \xrightarrow{40\text{ min}} 9^{00} \xrightarrow{2\text{ godz.}} 11^{00} \xrightarrow{58\text{ min}} 11^{58}$

40 min + **2** godz. + **58** min = **2** godz. **98** min = **3** godz. **38** min

Od godz. 8^{20} do 9^{00} upływa **40** minut. Od 9^{00} do 11^{00} mijają **2** godziny, a od 11^{00} do 11^{58} upływa **58** minut. Razem **3** godziny **38** minut.

Przykład 2

Projekcja filmu pt. „Hobbit – niezwykła podróż" trwa 170 minut. Seans rozpoczyna się o godzinie 9^{45}. O której godzinie zakończy się projekcja filmu?

170 : 60 = 2 r 50
170 min = 2 godz. 50 min

9^{45} + 2 godz. 50 min = ?
Dodajemy osobno godziny i osobno minuty:
9 godz. + 2 godz. = 11 godz.
45 min + 50 min = 95 min = 1 godz. 35 min
11 godz. + 1 godz. 35 min = 12 godz. 35 min
czyli 9^{45} + 2 godz. 50 min = 12 godz. 35 min

Odpowiedź: *Projekcja filmu skończy się o godzinie 12^{35}.*

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI · WPQ · Tomasz Jakubowski TOMP · UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład 3

Andrzej położył się spać o godzinie 21^{35}, a wstał o 7^{12}. Jak długo Andrzej spał?

Najpierw policzymy, ile upłynęło czasu pomiędzy 21^{35} a godziną 24^{00}.
$24^{00} - 21^{35} = 2$ godz. 25 min

Od godziny 24^{00} do godziny 7^{12} upłynęło 7 godz. 12 min
Zatem 2 godz. 25 min + 7 godz. 12 min = 9 godz. 37 min

Odpowiedź: *Andrzej spał 9 godzin i 37 minut.*

Przykład 4

Samolot z Warszawy do Berlina leciał 1 godz. 25 min i wylądował o 8.15. O której godzinie samolot wystartował z Warszawy?

$$8^{15} \xrightarrow{-\,1\text{ godz.}} 7^{15} \xrightarrow{-\,15\text{ min}} 7^{00} \xrightarrow{-\,10\text{ min}} 6^{50}$$

Musimy obliczyć, która była godzina na 1 godz. i 25 min przed 8^{15}.

Godzinę wcześniej była 7^{15}.

15 minut wcześniej była 7^{00}.

Między 7^{00} a 8^{15} upłynęła 1 godz. 15 min, a podróż trwała 1 godz. 25 min.

1 godz. 25 min – 1 godz. 15 min = 10 min,

czyli podróż zaczęła się 10 min przed godziną 7^{00}.

Odpowiedź: *Samolot wystartował o 6^{50}.*

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

4.2 Kalendarz

Rok astronomiczny to okres, w którym Ziemia wykonuje pełny obrót wokół Słońca. Potrzebuje na to aż 365 dni 5 godzin 48 minut i 46 sekund. To długi okres. Żeby się łatwiej orientować, który dzień roku mamy, wszystkie dni zostały podzielone na miesiące.

Rok kalendarzowy to 365 dni, które zostały podzielone na 12 miesięcy. Kolejne trzy miesiące, licząc od początku roku, tworzą kwartał.

I kwartał	II kwartał	III kwartał	IV kwartał
styczeń (31) luty (28/29) marzec (31)	kwiecień (30) maj (31) czerwiec (30)	lipiec (31) sierpień (31) wrzesień (30)	październik (31) listopad (30) grudzień (31)

W nawiasach podano liczbę dni danego miesiąca. W roku zwykłym luty ma 28 dni, a w roku przestępnym - 29.

W obecnym tysiącleciu przestępnymi latami były: 2004, 2008, 2012. Kolejne lata przestępne to: 2016, 2020, 2024 ... 2088, 2092, 2096.

Siedem kolejnych dni to **tydzień**. Dni tygodnia to poniedziałek, wtorek, środa, czwartek, piątek, sobota i niedziela.

Rok zwykły to 52 tygodnie i 1 dzień (365 : 7 = 52 r 1), a **rok przestępny** 52 tygodnie i 2 dni.

Rok zwykły trwa 365 dni, czyli o 5 godzin 48 minut i 46 sekund krócej niż astronomiczny. Po czterech latach daje to w sumie prawie jeden dzień. I dlatego co cztery lata mamy rok dłuższy (366 dni). Nazywamy go rokiem przestępnym.

Dokładniej:

4 · (5 godzin 48 minut 46 sekund) = 23 godziny 15 minut 4 sekundy.

Czyli trzy lata zwykłe i jeden przestępny to o 44 minuty i 56 sekund dłużej niż cztery lata astronomiczne. Dlatego nie co każde cztery lata jest rok przestępny - rok będący końcem stulecia, jeśli nie dzieli się przez 400, jest rokiem zwykłym.

Lata 100, 200, 300, 500, 600, 700, 900,1000, 1100, 1300, 1400, 1500, 1700, 1800, 1900, 2100, 2200 - to lata zwykłe.

Zaś lata przestępne to: 400, 800, 1200, 1600, 2000.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Datę można zapisać na kilka sposobów:

12 lutego 1971 r. - słowny zapis nazwy miesiąca. **Pamiętaj! W takim zapisie nazwy miesięcy się odmieniają.**

12.02.1971 r. - oznaczenie nazwy miesiąca przy pomocy cyfr arabskich (luty jest drugim miesiącem od początku roku).

12 II 1971 r. - oznaczenie nazwy miesiąca przy pomocy cyfr rzymskich.

W przypadku stosowania cyfr arabskich numer miesiąca oddzielamy kropkami od numeru dnia i numeru roku. W przypadku stosowania cyfr rzymskich nie zapisujemy kropek.

Przykład 1

Jaki dzień tygodnia będzie za 17 dni, jeśli dzisiaj jest środa?

17 dni - to ile pełnych tygodni?

17 : 7 = 2 r **3**

17 dni to dwa tygodnie i **3** dni. Za dwa tygodnie znowu będzie środa. Od niej odliczamy jeszcze 3 dni - czwartek, piątek, sobota.

Odpowiedź: *Za 17 dni będzie sobota.*

Przykład 2

Jaki dzień tygodnia był 17 dni temu, jeśli dzisiaj jest środa?

17 dni - to ile pełnych tygodni?

17 : 7 = 2 r **3**

17 dni to dwa tygodnie i **3** dni. Dwa tygodnie temu była środa. Od środy musimy się jeszcze cofnąć o **3** dni - wtorek, poniedziałek, niedziela.

Odpowiedź: *17 dni temu była niedziela.*

Przykład 3

Ile dni liczy III kwartał?
III kwartał to lipiec, sierpień i wrzesień.
31 + 31 + 30 = 92 dni

Odpowiedź: *III kwartał liczy 92 dni.*

Obliczanie upływu czasu

Przykład 4

Pierwszym dniem wiosny był 20 marca 2014 r., a ostatnim - 20 czerwca. Ile dni trwała wiosna w roku 2014?

Wiosenne dni marcowe to 20, 21, 22, ... 31.

Jest ich 31 - 19 = 12

Od liczby dni marca odejmujemy pierwsze 19 dni marca, które były jeszcze zimowymi dniami.

„marcowe dni wiosenne”	+	dni kwietnia	+	dni maja	+	„wiosenne dni czerwca”		RAZEM
12	+	30	+	31	+	20	=	93

Odpowiedź: *Wiosna w roku 2014 trwała 93 dni.*

Wiek to jednostka czasu, która trwa 100 lat. W Polsce numer wieku zapisujemy cyframi rzymskimi. Obecnie żyjemy w XXI wieku, który rozpoczął się 1 stycznia 2001 roku, a skończy się 31 grudnia 2100 roku.

I wiek rozpoczął się pierwszego dnia 1 roku, a skończył się ostatniego dnia 100 roku. II wiek rozpoczął się pierwszego dnia 101 roku, a skończył się ostatniego dnia 200 roku, itd.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
WPQ
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład 5

W **1410** roku Polacy pokonali Zakon Krzyżacki w bitwie pod Grunwaldem. W którym to było wieku?

Gdy ostatnie dwie cyfry numeru roku **nie są zerami**, to do liczby setek w numerze roku dodajemy 1.

1410 14 + 1 = 15

Odpowiedź: *Bitwa pod Grunwaldem miała miejsce w **XV** wieku.*

Przykład 6

W **1000** roku do Gniezna przybył cesarz rzymski Otton III, aby pomodlić się przy grobie św. Wojciecha i spotkać się z polskim władcą Bolesławem Chrobrym. Wizytę cesarza nazywa się zjazdem gnieźnieńskim. W którym wieku odbył się zjazd w Gnieźnie?

Gdy ostatnie dwie cyfry numeru roku **są zerami**, to liczba setek w numerze roku określa jednocześnie numer wieku.

Odpowiedź: *Zjazd w Gnieźnie odbył się w X wieku.*

Zasady określania numeru wieku w odniesieniu do lat przed naszą erą.

I wiek przed naszą erą to okres od początku roku 100 p.n.e do końca roku 1 p.n.e.

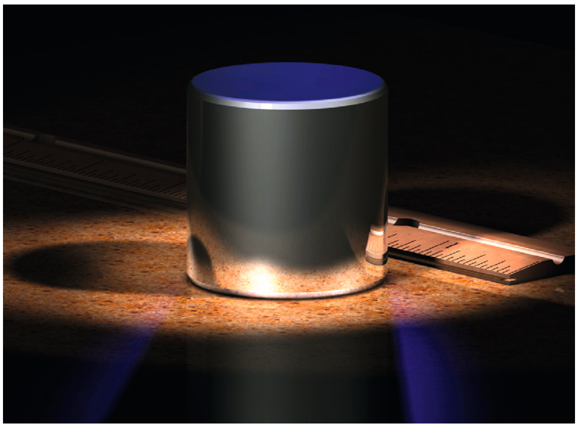
II wiek przed naszą erą to okres od początku 200 r p.n.e do końca roku 101 p.n.e, itd.

Zatem wieki przed nasza erą zaczynają się rokiem z „dwoma zerami na końcu", a kończą się rokiem z cyframi „01" na końcu, np. wiek VIII p.n.e. trwał od 800 r. p.n.e do 701 r.p.n.e.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

5. JEDNOSTKI MASY

Podstawową jednostką masy jest 1 kilogram.



Wzorzec kilograma. *Źródło: Wikipedia*

1 kilogram to masa walca o wysokości i średnicy podstawy 39 mm wykonanego ze stopu platyny z irydem.

Wzorzec 1 kilograma przechowywany jest w Międzynarodowym Biurze Miar i Wag w Sèvres koło Paryża.

O wcześniejszych definicjach kilograma przeczytaj w Internecie.

Stosujemy też inne jednostki masy:

1 gram (w skrócie **1 g**) to masa 1000 razy mniejsza od 1 kilograma.
1 dekagram (w skrócie **1 dag**) to masa 100 razy mniejsza od 1 kilograma.
1 tona (w skrócie **1 t**) to masa 1000 razy większa od 1 kilograma.

1 kg = 1000 g
1 kg = 100 dag
1 dag = 10 g
1 t = 1000 kg

W krajach anglosaskich stosuje się inne jednostki masy:

1 funt - masa około 45 dekagramów

1 uncja - masa około 28 gramów

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

5.1 Zamiana jednostek masy

Podczas zamiany jednostki większej na mniejszą wykonujemy mnożenie.

Przykład 1

a) 5 dag - ile to gramów?
1 dag = 10 g
5 dag = 5 · 10 g = 50 g

b) 12 kg - ile to dekagramów?
1 kg = 100 dag
12 kg = 12 · 100 dag = 1200 dag

c) 32 t - ile to kilogramów?
1 t = 1000 kg
32 t = 32 · 1000 kg = 32 000 kg

Podczas zamiany jednostki mniejszej na większą wykonujemy dzielenie.

Przykład 2

a) 160 gramów - ile to dekagramów?
10 g = 1 dag
160 g = (160 : 10) dag = 16 dag

b) 6000 gramów - ile to kilogramów?
1000 g = 1 kg
6000 g = (6000 : 1000) kg = 6 kg

c) 4500 dag - ile to kilogramów?
100 dag = 1 kg
4500 dag = (4500 : 100) kg = 45 kg

d) 40 000 kilogramów - ile to ton?
1000 kg = 1 t
40 000 kg = (40 000 : 1000) t = 40 t

Zapisywanie masy w postaci wyrażeń dwumianowanych

Przykład 3

a) 4 kg 53 dag - ile to dekagramów?
1 kg = 100 dag
4 kg 53 dag = (4 · 100 + 53) dag =
= 453 dag

b) 6 t 25 kg - ile to kilogramów?
1 t = 1000 kg
6 t 25 kg = (6 · 1000 + 25) kg =
= 6025 kg

c) 5 kg 250 g - ile to gramów?
1 kg = 1000 g
5 kg 250 g = (5 · 1000 + 250) g =
= 5250 g

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład 4

a) Masę 2306 kg zapisz w postaci wyrażenia dwumianowanego.

1000 kg = 1 t

$2306 = 2 \cdot 1000 + 306$

2306 kg = 2 t 306 kg

b) Masę 806 dag zapisz w postaci wyrażenia dwumianowanego.

100 dag = 1 kg

$806 = 8 \cdot 100 + 6$

806 dag = 8 kg 6 dag

c) Masę 3250 g zapisz w postaci wyrażenia dwumianowanego.

1000 g = 1 kg

$3250 = 3 \cdot 1000 + 250$

3250 g = 3 kg 250

Przykład 5

Maryla kupiła 320 g sera żółtego i 2 kg 17 dag jabłek. Ile ważyły zakupy Maryli?

Masę sera i jabłek musimy wyrazić w tych samych jednostkach:
ser - 320 g = 32 dag
2 kg 17 dag + 32 dag = 2 kg 49 dag

Odpowiedź: *Zakupy Maryli ważyły 2 kg 49 dag.*

Przykład 6

Bartek waży 35 kg 25 dag, a Jurek 41 kg. O ile Jurek jest cięższy od Bartka?

Z 41 kg 1 kg zamieniamy na dekagramy, a następnie odejmujemy kilogramy od kilogramów oraz dekagramy od dekagramów.
41 kg - 35 kg 25 dag = 40 kg 100 dag - 35 kg 25 dag = 5 kg 75 dag

Odpowiedź: *Jurek jest cięższy od Bartka o 5 kg 75 dag.*

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład 7

Ile razy jednokilogramowa torebka cukru jest cięższa od torebki proszku do pieczenia o masie 20 g?

Masę cukru i proszku do pieczenia musimy wyrazić w tych samych jednostkach:

1 kg = 1000 g

1000 g : 20 g = 50

Odpowiedź: *Torebka cukru jest 50 razy cięższa od proszku do pieczenia.*

6. JEDNOSTKI DŁUGOŚCI

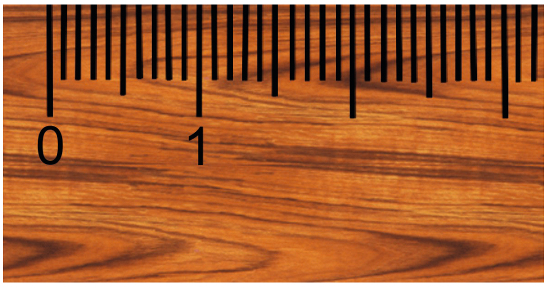
Jednostek długości używamy do określania długości, szerokości i wysokości obiektów. Na przykład mierzymy długość dywanu, szerokość łóżka, wysokość budynku, długość buta, długość drogi ze szkoły do domu itd.

Podstawową jednostką długości jest **1 metr**.

Stosujemy też inne jednostki długości:

1 milimetr (w skrócie **1 mm**) to odcinek 1000 razy krótszy od 1 metra.

1 centymetr (w skrócie **1 cm**) to odcinek 100 razy krótszy od 1 metra.



Powyższy rysunek przedstawia fragment linijki.

Odległość pomiędzy sąsiednimi kreseczkami to **1 milimetr**.

Długość odcinka pomiędzy 0 a 1 to 1 centymetr. 1 centymetr to również odległość pomiędzy sąsiednimi najdłuższymi kreskami.

Przy pomocy linijki narysujemy odcinek długości 1 decymetra (w skrócie 1 dm).

1 dm - odcinek 10 razy krótszy od 1 metra.

Różowy odcinek ma długość 1 dm.

1 kilometr (w skrócie **1 km**) to odcinek 1000 razy dłuższy od 1 metra.

1 m = 100 cm

1 m = 10 dm

1 dm = 10 cm

1 cm = 10 mm

1 km = 1000 m

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

W roku 1983 Generalna Konferencja Miar ustaliła nową definicję metra. Przyjęto, że 1 metr to odległość, jaką pokonuje światło w próżni w czasie $\frac{1}{299\,792\,458}$ sekundy. O wcześniejszych definicjach metra przeczytaj w Internecie.

Wzorzec metra przechowywany jest w Międzynarodowym Biurze Miar i Wag w Sèvres koło Paryża.

W krajach anglosaskich używa się również innych jednostek długości. W Stanach Zjednoczonych używane są:

1 mila mająca długość około 1 609 m,
1 jard mający długość około 91 cm 4 mm,
1 stopa mająca długość około 30 cm 5 mm,
1 cal mający długość około 25 mm.

6.1 Zamiana jednostek długości

Podczas zamiany jednostki większej na mniejszą wykonujemy mnożenie, a podczas zamiany mniejszej na większą dzielenie.

Przykład 1

a) 3 cm - ile to milimetrów?
1 cm = 10 mm
3 cm = 3 · 10 mm = 30 mm

b) 14 m - ile to centymetrów?
1 m = 100 cm
14 m = 14 · 100 cm = 1400 cm

c) 45 km - ile to metrów
1 km = 1000 m
45 km = 45 · 1000 m = 45 000 m

Przykład 2

a) 340 dm - ile to metrów?
10 dm = 1 m
340 dm = (340 : 10) m = 34 m

b) 260 000 m - ile to kilometrów?
1000 m = 1 km
260 000 m = (260 000 : 1000) km = 260 km

c) 4500 cm - ile to metrów?
100 cm = 1 m
4500 cm = (4500 : 100) m = 45 m

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zapisywanie długości w postaci wyrażeń dwumianowanych

Przykład 3

a) 6 m 13 cm - ile to centymetrów?

1 m = 100 cm

6 m 13 cm = (6 · 100 + 13) cm = 613 cm

b) 4 km 30 m - ile to metrów?

1 km = 1000 m

4 km 30 m = (4 · 1000 + 30) m = 4030 m

Przykład 4

a) Długość 2306 m zapisz w postaci wyrażenia dwumianowanego.

1000 m = 1 km

2306 = 2 · 1000 + 306

2306 m = 2 km 306 m

b) Długość 809 cm zapisz w postaci wyrażenia dwumianowanego.

100 cm = 1 m

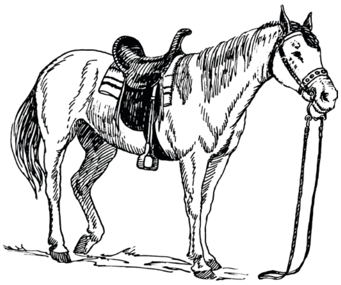
809 = 8 · 100 + 9

809 cm = 8 m 9 cm

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

7. MAPY I PLANY, SKALA

Co to jest skala?



Czy w zeszycie można narysować konia w naturalnych wymiarach?

Oczywiście, że nie. Koń jest zbyt duży. Ale możemy narysować go zmniejszając jego naturalne rozmiary, czyli narysować w skali.

Skala określa wówczas ile razy wymiary przedmiotu na rysunku są mniejsze od rzeczywistych wymiarów.

Skala 1:100 (czytamy jeden do stu) oznacza, że wymiary na rysunku są 100 razy mniejsze od rzeczywistych wymiarów, czyli rzeczywiste rozmiary zostały zmniejszone 100 razy.

Czasami rzeczywiste wymiary obiektu, który chcemy przedstawić na rysunku, są bardzo małe. Na przykład biedronka ma długość około 6 milimetrów. Takie małe obiekty należy wówczas narysować w powiększeniu.

Skala określa wtedy ile razy wymiary przedmiotu na rysunku są większe od rzeczywistych wymiarów.

Skala 5 :1 (czytamy pięć do jednego) oznacza, że wymiary na rysunku są 5 razy większe od rzeczywistych wymiarów, czyli rzeczywiste rozmiary zostały powiększone 5 razy.

Gdy rysujemy obiekt w naturalnych rozmiarach, to rysujemy go w skali 1 : 1.

Przykład

a)

Przedstawiony obok prostokąt ma wymiary 22 mm x 34 mm. Jakie będą wymiary tego prostokąta w skali 1 : 2?

Wymiary prostokąta w skali 1 : 2 będą 2 razy mniejsze od rzeczywistych wymiarów:

22 mm : 2 = 11 mm   34 mm : 2 = 17 mm

Odpowiedź: *Wymiary prostokąta w skali 1:2 to 11 mm x 17 mm.*

b)

Okno namalowano w skali 1 : 50. Obrazek ma wymiary 39 mm x 28 mm. Jakie są rzeczywiste wymiary okna?

Rzeczywiste wymiary okna są 50 razy większe od wymiarów na obrazku:

wysokość okna = 39 mm · 50 = 1950 mm = 195 cm

szerokość okna = 28 mm · 50 = 1400 mm = 140 cm.

Odpowiedź: *Rzeczywiste wymiary okna to 195 cm x 140 cm.*

c)

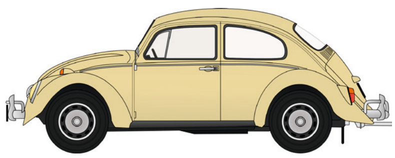
Obrazek przedstawia muchę narysowaną w skali 3 : 1. Jej długość na rysunku to 36 mm. Jaka jest rzeczywista długość muchy?

Na rysunku wymiary muchy są 3 razy większe niż wymiary rzeczywiste, czyli wymiary rzeczywiste są 3 razy mniejsze od wymiarów na rysunku:

36 mm : 3 = 12 mm

Odpowiedź: *Rzeczywista długość muchy wynosi 12 mm.*

d)



długość - 620 mm

długość - 310 mm

W jakiej skali narysowano drugi samochód?

620 : 310 = 2

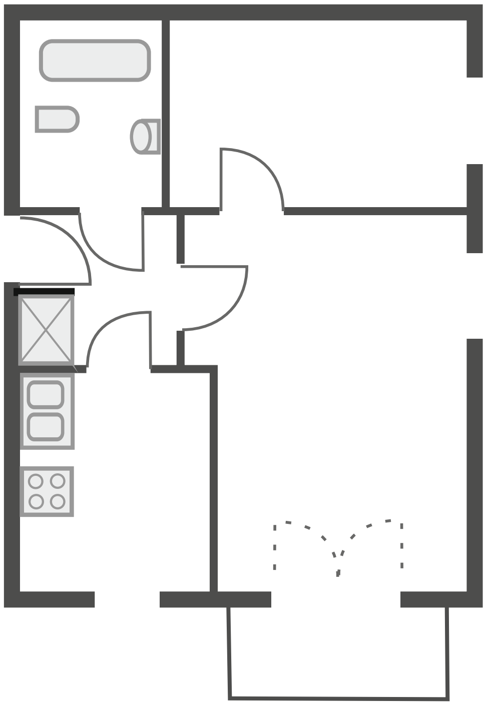
Odpowiedź: *Wymiary samochodu na drugim rysunku są 2 razy mniejsze, czyli drugi samochód został narysowany w skali 1 : 2.*

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

7.1 Odczytywanie długości z planów i map

Planując budowę osiedla, domu czy mieszkania, sporządza się plan tych obiektów w skali. Gdy ruszamy na wycieczkę, zabieramy ze sobą plan miasta lub mapę okolic, które zamierzamy odwiedzić. Na planach miast i mapach również podana jest skala, w jakiej zostały sporządzone.

Poniżej przedstawiono plan mieszkania.



Aby wygodniej posługiwać się planem, warto na podstawie skali ustalić, jaka odległość w rzeczywistości odpowiada 1 cm i 1 mm na planie.

Przykład 1

Skala planu wynosi 1 : 100. Oblicz, jakie odległości w rzeczywistości odpowiadają 1 cm i 1 mm na tym planie.
Jakie wymiary ma szafa, która na planie jest prostokątem o długości 1 cm 2 mm i szerokości 8 mm?

Skala 1 : 100 oznacza, że 1 cm na planie odpowiada 100 cm = 1 m w rzeczywistości.
Skala 1 : 100 oznacza, że 1 mm na planie odpowiada 100 mm = 10 cm w rzeczywistości.
Długość szafy: 1 cm 2 mm na planie to 1 m 20 cm w rzeczywistości.
Szerokość szafy: 8 mm na planie to 80 cm w rzeczywistości.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład 2

Na planie Warszawy w skali 1 : 12 000 odległość pomiędzy Rondem ONZ a stacją metra Świętokrzyska wynosi 5 cm 6 mm. Ile metrów od Ronda ONZ znajduje się stacja metra Świętokrzyska?

1 cm na planie to 12 000 cm = 120 m w rzeczywistości

1 mm na planie to 12 000 mm = 1200 cm = 12 m w rzeczywistości

$5 \cdot 120 + 6 \cdot 12 = 600 + 72 = 672$

Odpowiedź: *Stacja metra Świętokrzyska znajduje się 672 metry od Ronda ONZ.*

Przykład 3

Na mapie Polski w skali 1 : 700 000 odległość pomiędzy Gdynią a Helem w linii prostej wynosi 2 cm 8 mm. Jaka jest rzeczywista odległość między tymi miastami?

1 cm na planie to 700 000 cm = 7000 m = 7 km w rzeczywistości

1 mm na planie to 700 000 mm = 70 000 cm = 700 m w rzeczywistości

$2 \cdot 7$ km + $8 \cdot 700$ m = 14 km + 5 600 m = 19 km 600 m

Odpowiedź: *W linii prostej z Gdyni do Helu jest 19 km 600 m.*

Aby na podstawie planu lub mapy obliczyć rzeczywistą odległość pomiędzy dwoma obiektami należy:

- **zmierzyć odległość na mapie,**
- **przeliczyć, ilu metrom bądź kilometrom w rzeczywistości odpowiada 1 cm i 1 mm na mapie.**

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

7.2 Wyznaczanie skali mapy

Znając rzeczywistą odległość pomiędzy dwoma obiektami i odległość między nimi na mapie, możemy wyznaczyć skalę mapy.

Przykład 1

Odcinkowi 1 cm na mapie odpowiada odległość 3 km w terenie. Wyznacz skalę mapy.

Odległość 3 km wyrażamy w centymetrach.
3 km = 3 000 m = 300 000 cm

Odcinkowi 1 cm na mapie odpowiada w rzeczywistości odcinek 300 000 razy dłuższy, czyli skala mapy wynosi 1 : 300 000.

Przykład 2

Odległość pomiędzy Błoniem a Sochaczewem wynosi 26 km. Na mapie te miejscowości znajdują się w odległości 1 cm 3 mm. Wyznacz skalę mapy.

Odległość 26 km wyrażamy w milimetrach.
26 km = 26 000 m = 2 600 000 cm = 26 000 000 mm

Długość odcinka 1 cm 3 mm wyrażamy w milimetrach.

1 cm 3 mm = 13 mm
26 000 000 mm : 13 mm = 2 000 000

Odległość na planie jest 2 000 000 razy krótsza od odległości rzeczywistej, czyli skala mapy wynosi 1 : 2 000 000.

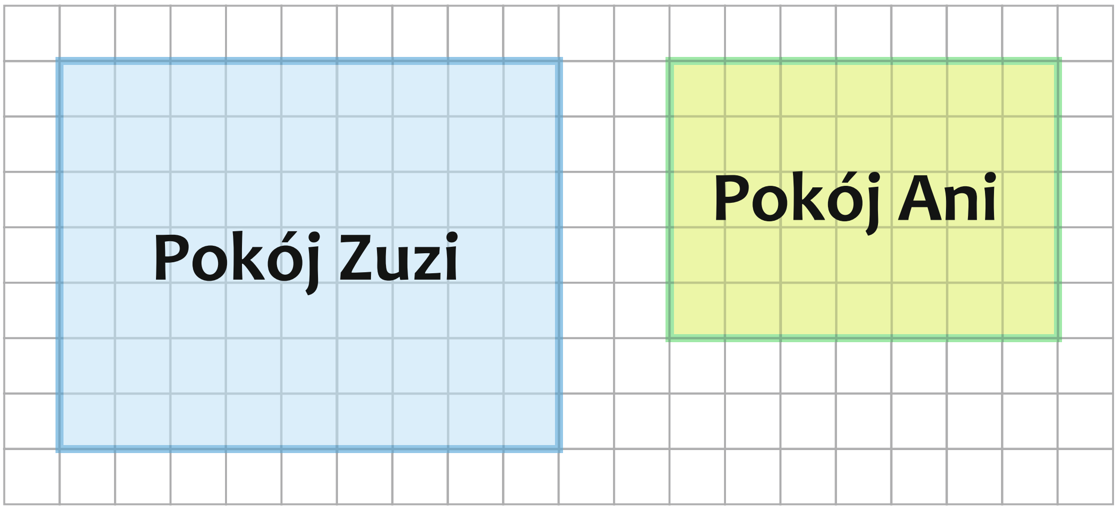
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

NOTATKI

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

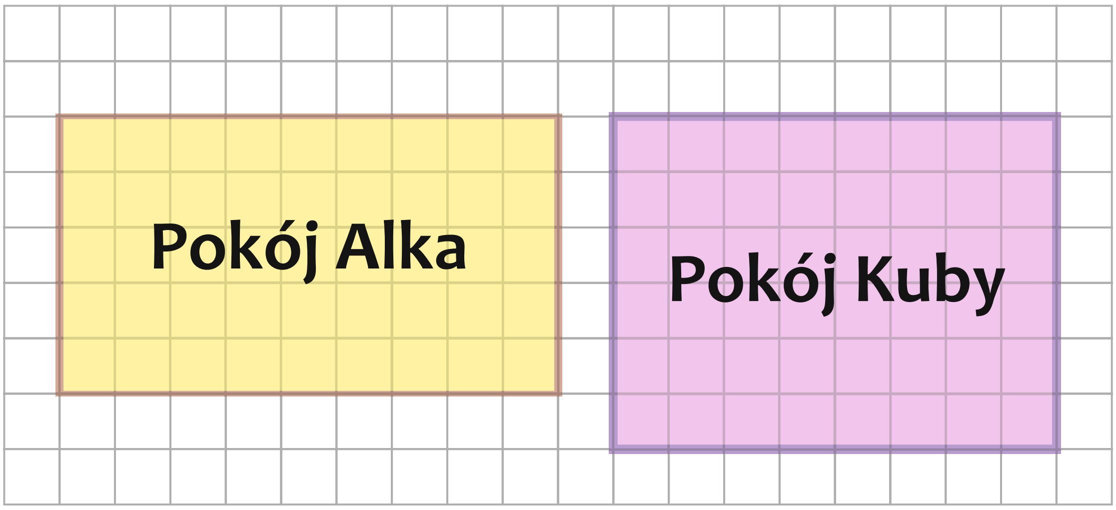
1. POLE FIGURY, JEDNOSTKI POLA

Na poniższych rysunkach przedstawiono plany pokojów dziewczynek narysowane w tej samej skali. Przypatrz się poniższym rysunkom i powiedz, czyj pokój jest większy.



Pokoje dziewczynek są prostokątami. Pokój Ani jest i krótszy i węższy od pokoju Zuzi. Zatem pokój Ani jest mniejszy od pokoju Zuzi.

Nie zawsze tak łatwo można porównać pola figur.



Pokój Alka jest dłuższy, ale i węższy od pokoju Kuby.

Aby porównać powierzchnie pokojów chłopców, policz, ile kratek pokrywa pokój Alka, a ile pokój Kuby.

pokój Alka : $9 \cdot 5 = 45$

pokój Kuby: $6 \cdot 8 = 48$

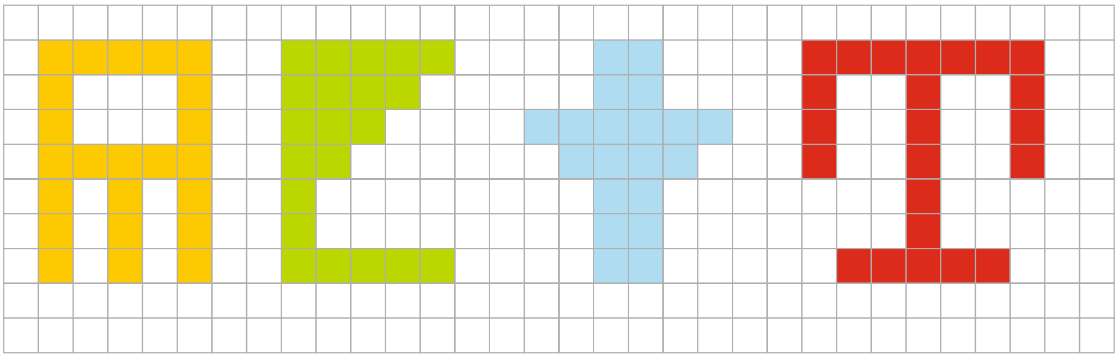
Powierzchnię podłogi pokoju Alka możemy pokryć 45 kwadracikami, a podłogę pokoju Kuby - 48.

Powiemy, że pokój Alka ma powierzchnię 45 **jednostek**, a pokój Kuby - 48 **jednostek. Jednostką jest powierzchnia, jaką zajmuje kwadracik.**

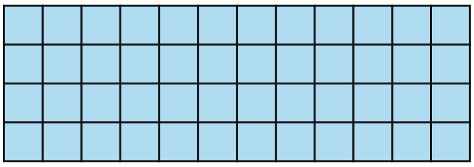
KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

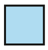
Przykład 1

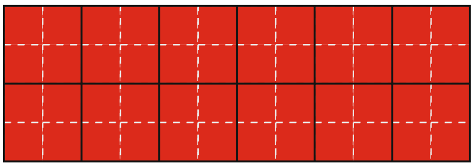
Policz, ile kwadracików mieści się w każdej z figur. Która z figur ma największą, a która najmniejszą powierzchnię?



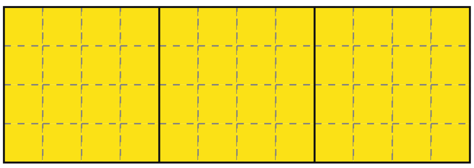
Pole figury może być wyrażone w różnych jednostkach.

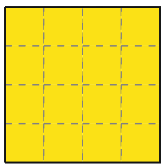


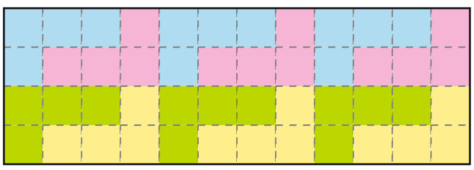
Pole tego prostokąta to **48** jednostek 

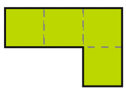


Pole tego prostokąta to **12** jednostek 



Pole tego prostokąta to **3** jednostki 



Pole tego prostokąta to **12** jednostek 

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

1.1 Jednostki pola używane na co dzień

Do określania pól figur stosujemy następujące jednostki:

1 mm² (jeden milimetr kwadratowy) - to pole kwadratu o boku 1 mm.

1 cm **1 cm²** (jeden centymetr kwadratowy) - to pole kwadratu o boku 1 cm.

1 cm

1 dm² (jeden decymetr kwadratowy) - to pole kwadratu o boku 1 dm.

1 dm

1 dm

Powyższe jednostki używamy do określania pól figur o niewielkich rozmiarach. Jeśli chcemy podać pole większych figur, zazwyczaj używamy następujących jednostek:

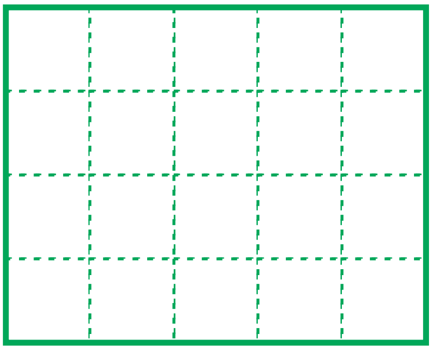
1 m² (jeden metr kwadratowy) - to pole kwadratu o boku 1 m.
1 a (jeden ar) - to pole kwadratu o boku 10 m.
1 ha (jeden hektar) - to pole kwadratu o boku 100 m.
1 km² (jeden kilometr kwadratowy) - to pole kwadratu o boku 1 km, czyli 1000 m.

W metrach kwadratowych możemy wyrazić powierzchnię pokoju, mieszkania, niewielkiej działki. Arów i hektarów używamy do określenia powierzchni działek rolniczych i budowlanych. W kilometrach kwadratowych zapiszemy powierzchnię gminy, powiatu, Polski, powierzchnię mórz i oceanów.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

2. POLE PROSTOKĄTA

Jak policzyć pole prostokąta?



Prostokąt podzielono na kwadraty o boku długości 1 cm.
Ile jest poziomych rzędów?
Ile jest kwadratów w każdym rzędzie?
Ile kwadratów o polu 1 cm^2 pokrywa ten prostokąt?
Jaka jest długość, a jaka szerokość tego prostokąta?

W prostokącie w wymiarach **4** cm x **5** cm są **4** rzędy i każdy z nich zawiera **5** kwadratów o boku długości 1 cm. Zatem prostokąt możemy pokryć 20 (**4** • **5**) kwadratami o polu 1 cm^2.

Zatem pole tego prostokąta to 20 cm^2.

Pole prostokąta = długość prostokąta • szerokość prostokąta

Przy obliczaniu pola prostokąta musimy pamiętać, że długość i szerokość prostokąta muszą być wyrażone w tej samej jednostce.

Po wykonaniu mnożenia do otrzymanego wyniku dopisujemy odpowiednią jednostkę powierzchni.

Przykład 1

Pole powierzchni prostokąta o wymiarach 6 cm x 12 cm	6 •12 = 72 P = 72 cm^2
Pole powierzchni prostokąta o wymiarach 4 m x 11 m	4 • 11 = 44 P = 44 m^2

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład 2

Pole powierzchni prostokąta o wymiarach 6 dm x 8 cm	6 dm = 60 cm 60 • 8 = 480 P = 480 cm^2
Pole powierzchni prostokąta o wymiarach 4 m x 3 m 20 cm	3 m 20 cm = 320 cm 4 m = 400 cm 320 • 400 = 128 000 P = 128 000 cm^2

2.1 Pole kwadratu

Kwadrat jest szczególnym przypadkiem prostokąta, zatem jego pole obliczamy w ten sam sposób, co pole prostokąta.

Pole kwadratu = długość boku kwadratu · długość boku kwadratu

Przykład 1

Oblicz pole kwadratu o boku długości 6 dm.

6 · 6 = 36

Pole kwadratu wynosi 36 dm^2.

2.2 Wyznaczanie długości boku kwadratu na podstawie jego pola

Zadanie 1

Jaka jest długość boku kwadratu o polu 25 cm^2?

$$\square \cdot \square = 25\ cm^2$$

W obie kratki trzeba wpisać tę samą liczbę.

Jaka liczba pomnożona przez samą siebie da **25**?

Bok kwadratu ma długość 5 cm.

2.3 Wyznaczanie długości boku prostokąta na podstawie jego pola

Zadanie 1

Jeden z boków prostokąta ma długość 6 m, a jego pole wynosi 48 m^2. Jaką długość ma drugi bok?

$48\ m^2 : 6\ m = 8\ m$

Drugi bok prostokąta ma długość 8 m.

Zadanie 2

Jeden z boków prostokąta ma długość 5 dm, a jego pole wynosi 150 cm^2. Jaką długość ma drugi bok?

5 dm = 50 cm

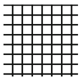
$150\ cm^2 : 50\ cm = 3\ cm$

Drugi bok prostokąta ma długość 3 cm.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

3. PRZELICZANIE JEDNOSTEK PÓL

Kwadrat o boku 1 cm został podzielony na kwadraciki o boku 1 mm.

Kwadrat o boku 1 cm ma pole równe 1 cm^2, zaś kwadraciki o boku 1 mm mają pole równe 1 mm^2. 

W kwadracie o boku 1 cm mieści się **100** kwadracików o boku 1 mm, czyli 1 cm^2 = 100 mm^2.

Do tej samej zależności możemy dojść w inny sposób:

1 cm = 10 mm

1 cm^2 to pole kwadratu o boku 10 mm.

$P = 10\ mm \cdot 10\ mm = 100\ mm^2$

Analogicznie:

$1\ dm^2 = 10\ cm \cdot 10\ cm = 100\ cm^2$	bo 1 dm^2 to pole kwadratu o boku 10 cm.
$1\ m^2 = 10\ dm \cdot 10\ dm = 100\ dm^2$	bo 1 m^2 to pole kwadratu o boku 10 dm.
$1\ km^2 = 1000\ m \cdot 1000\ m = 1\ 000\ 000\ m^2$	bo 1 km^2 to pole kwadratu o boku 1000 m.

$1\ cm^2 = 100\ mm^2$ **$1\ dm^2 = 100\ cm^2$**

$1\ m^2 = 100\ dm^2$ **$1\ km^2 = 1\ 000\ 000\ m^2$**

Do określenia powierzchni działek, terenów rolniczych i przemysłowych używa się jednostek ar i hektar.

Jeden ar, w skrócie **1 a**,
to pole kwadratu o boku 10 m,
czyli:
$1\ a = 10\ m \cdot 10\ m = 100\ m^2$

Jeden hektar, w skrócie **1 ha**,
to pole kwadratu o boku 100 m,
czyli:
$1\ ha = 100\ m \cdot 100\ m = 10\ 000\ m^2$
$10\ 000 : 100 = 100$
$1\ ha = 100\ a$

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład 1

Jeśli chcemy zamienić jednostkę większą na mniejszą, wykonujemy mnożenie przez 100, 10 000, 1 000 000 w zależności od tego, jakie jednostki zamieniamy.

$1\ cm^2 = 100\ mm^2$

$4\ cm^2 = \underbrace{400}_{4 \cdot 100}\ mm^2$

$1\ dm^2 = 100\ cm^2$

$12\ dm^2 = \underbrace{1200}_{12 \cdot 100}\ cm^2$

$1\ cm^2 = 100\ mm^2$

$3\ cm^2 = \underbrace{300}_{3 \cdot 100}\ mm^2$

$1\ a = 100\ m^2$

$15\ a = \underbrace{1500}_{15 \cdot 100}\ m^2$

$1\ ha = 10\,000\ m^2$

$7\ ha = \underbrace{70\,000}_{7 \cdot 10\,000}\ m^2$

$1\ km^2 = 100\ ha$

$5\ km^2 = \underbrace{500}_{5 \cdot 100}\ ha$

Przykład 2

Jeśli chcemy zamienić jednostkę mniejszą na większą, wykonujemy dzielenie przez 100, 10 000, 1 000 000 w zależności od tego, jakie jednostki zamieniamy.

$1\ cm^2 = 100\ mm^2$

$400\ mm^2 = \underbrace{4}_{400 : 100}\ cm^2$

$1\ dm^2 = 100\ cm^2$

$1000\ cm^2 = \underbrace{10}_{1000 : 100}\ dm^2$

$1\ ha = 10\,000\ m^2$

$20\,000\ m^2 = \underbrace{2}_{20\,000 : 10\,000}\ ha$

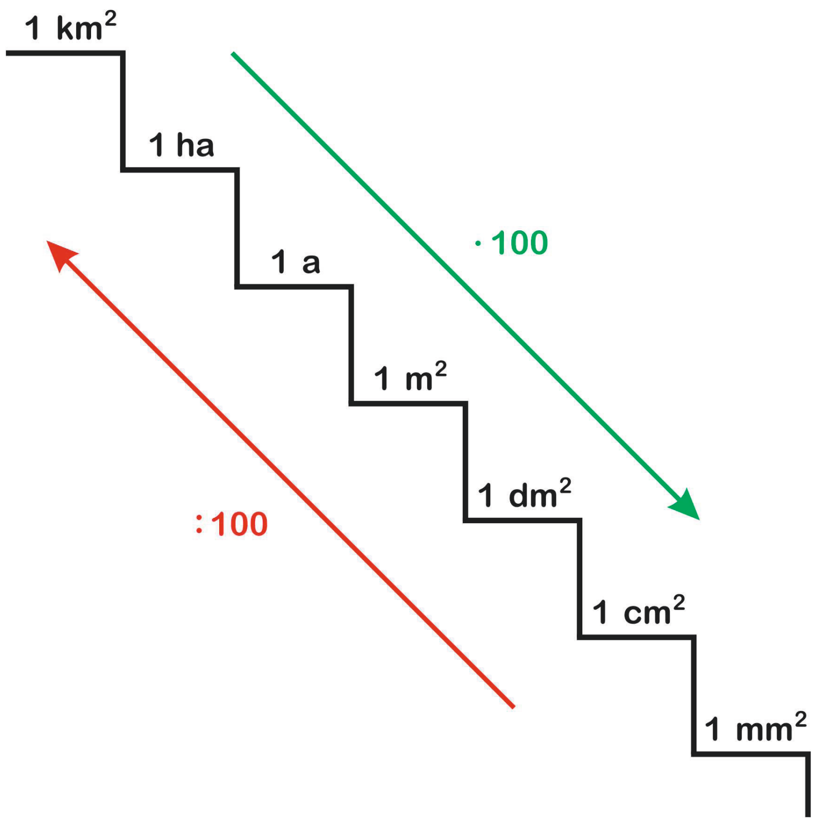
$1\ a = 100\ m^2$

$500\ m^2 = \underbrace{5}_{500 : 100}\ a$

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

W zapamiętaniu zależności pomiędzy jednostkami pola i sposobie zamiany jednostek może Ci pomóc poniższy rysunek:



Zamieniając dużą jednostkę na małą jednostkę, schodzimy po schodkach, czyli będziemy wykonywali mnożenie przez 100 tyle razy, z ilu schodków schodzimy.

4 km^2 = **?** m^2

Żeby z 1 km^2 dojść do 1 m^2 musimy zejść z **trzech** schodków.

4 km^2 = **4 • 100 • 100 • 100** m^2 = **4 000 000** m^2

Zamieniając małą jednostkę na dużą, wchodzimy po schodkach, czyli będziemy wykonywali dzielenie przez 100 tyle razy, na ile schodków wchodzimy.

600 000 mm^2 = **?** dm^2

Żeby z 1 mm^2 dojść do 1 dm^2 musimy wejść na **dwa** schodki.

600 000 mm^2 = (**600 000 : 100 : 100**) dm^2 = **60** dm^2

NOTATKI

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

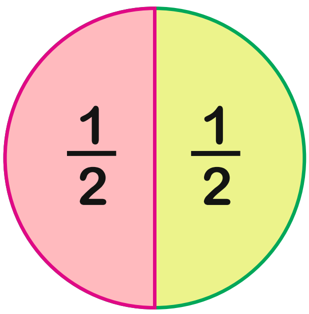
1. UŁAMKI ZWYKŁE I LICZBY MIESZANE

W życiu codziennym często znajdujemy się w sytuacji, gdy musimy pewną całość podzielić na części. Bywa, że słyszymy takie zdania:

- Podaj mi pół jabłka.
- Poproszę pół chleba.
- Została połowa ciasta.
- Wypiłam pół szklanki mleka.

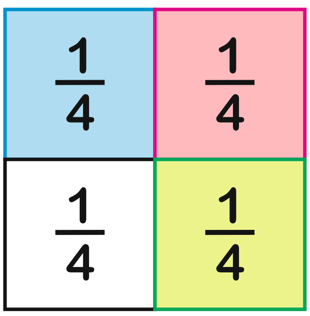
Każdą z tych wielkości można zapisać w postaci ułamka.

Koło podzielono na dwie równe części. Każda z tych części to jedna druga koła.



$\frac{1}{2}$ to inaczej połowa

Kwadrat podzielono na 4 równe części. Każda z nich to jedna czwarta kwadratu.



$\frac{1}{4}$ to inaczej ćwierć

W zapisie ułamka używamy kreski ułamkowej.

LICZNIK

$$\frac{1}{2}$$

MIANOWNIK

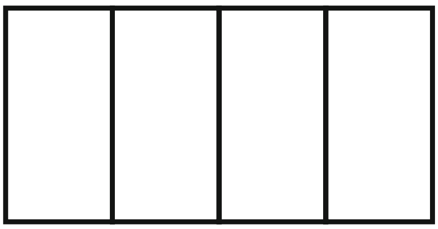
W ułamkach liczba występująca nad kreską ułamkową to **licznik**, a liczba pod kreską ułamkową to **mianownik**.

Mianownik określa, na ile równych części podzieliliśmy całość. Natomiast licznik określa, ile takich części należy wziąć.

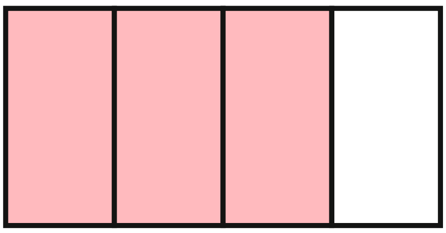
Przykład 1

Pokolorujmy $\frac{3}{4}$ prostokąta.

Mianownik pokazuje, że prostokąt należy podzielić na 4 równe części.



Licznik określa, że należy pokolorować 3 z tych części.

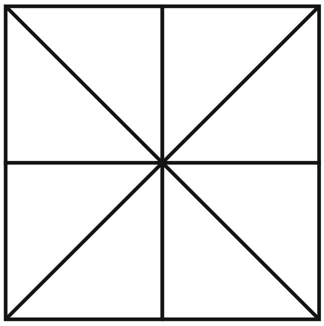


KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
WPQ
Tomasz Jakubowski TOMP
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

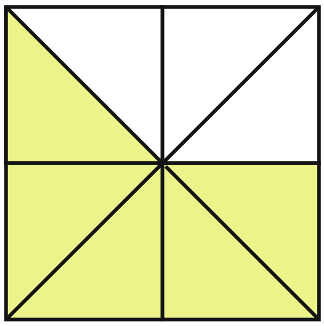
Przykład 2

Pokolorujemy $\frac{5}{8}$ kwadratu.

Mianownik pokazuje, że kwadrat należy podzielić na 8 równych części.



Licznik określa, że należy pokolorować 5 z tych części.

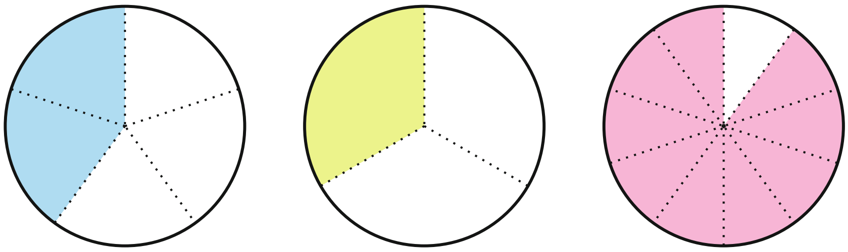


Ułamek, w którym licznik jest mniejszy od mianownika nazywamy **ułamkiem właściwym**.

Przykłady ułamków właściwych: $\frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{4}{5}, \frac{135}{146}$

Ułamki właściwe są mniejsze od jedności.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



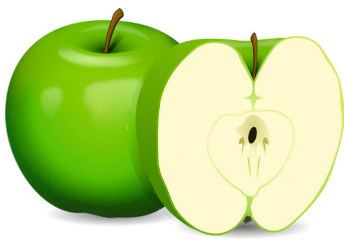
$\frac{2}{5}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{9}{10}$

Ułamek, w którym licznik jest większy lub równy mianownikowi nazywamy **ułamkiem niewłaściwym**.

Przykłady ułamków niewłaściwych: $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{8}{8}, \frac{130}{100}, \frac{5}{5}$

Ułamki niewłaściwe są większe lub równe jedności.

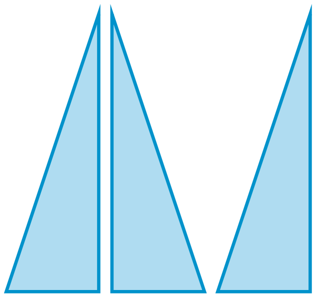
Liczby $1\frac{1}{2}, 3\frac{5}{6}, 2\frac{7}{9}, 10\frac{13}{15}$ to przykłady liczb mieszanych.



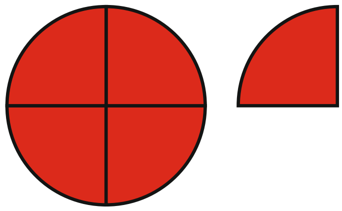
KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

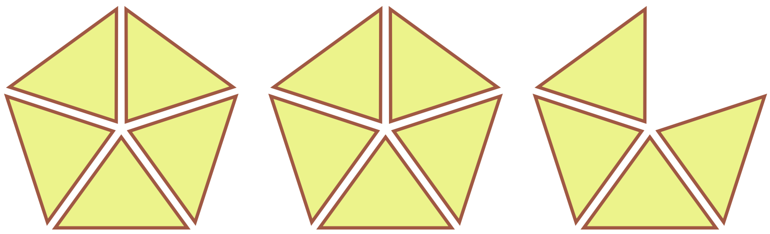
Przykład 3



$\frac{3}{2}$

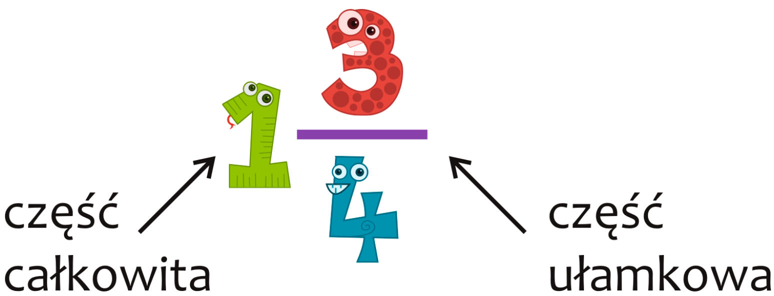


$\frac{5}{4}$



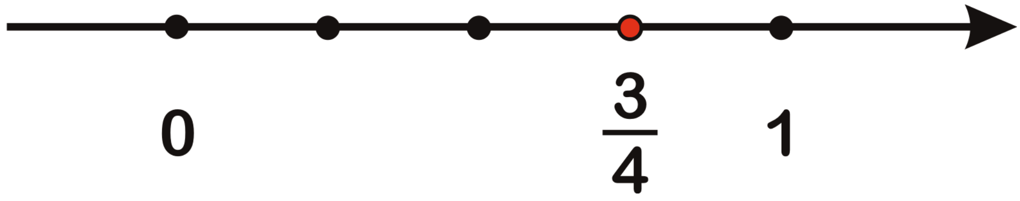
$\frac{14}{5}$

W liczbie mieszanej wyróżniamy **część całkowitą** i **część ułamkową**.

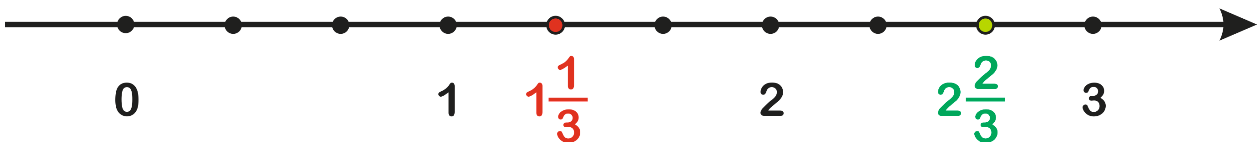


Ułamki, tak jak i inne liczby, możemy zaznaczać na osi liczbowej.

Gdy chcemy zaznaczyć ułamek $\frac{3}{4}$, to odcinek jednostkowy musimy podzielić na 4 równe części.



Na osi liczbowej możemy też zaznaczać liczby mieszane.

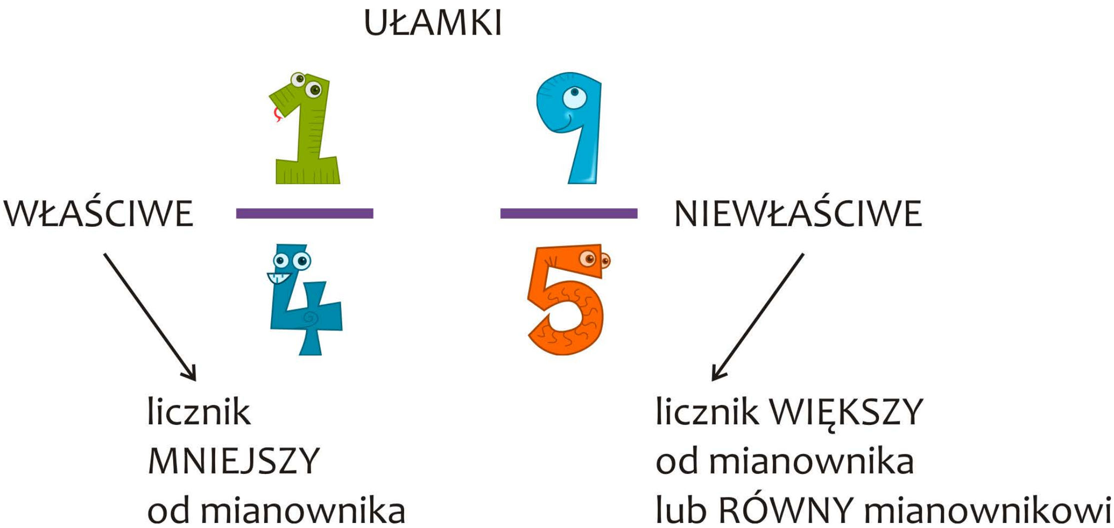


KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

2. UŁAMKI NIEWŁAŚCIWE

W ułamkach: $\frac{7}{5}, \frac{4}{3}, \frac{135}{100}$ licznik jest większy od mianownika. Są to przykłady ułamków niewłaściwych.

Natomiast ułamki: $\frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{2}{9}$ mają liczniki mniejsze od mianowników. Ułamki te nazywamy ułamkami właściwymi.



KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

3. PORÓWNYWANIE UŁAMKÓW

Ułamki, tak jak liczby naturalne, możemy porównywać.

Przykład 1

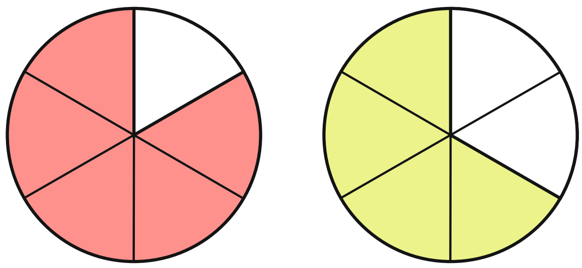
Na którym talerzu jest więcej pizzy?

Oczywiście, na talerzu pierwszym jest więcej pizzy.

Jeżeli weźmiemy więcej jednakowych części (kawałków), to mamy więcej pizzy.

Przykład 2

Na którym rysunku zamalowano większą część figury?

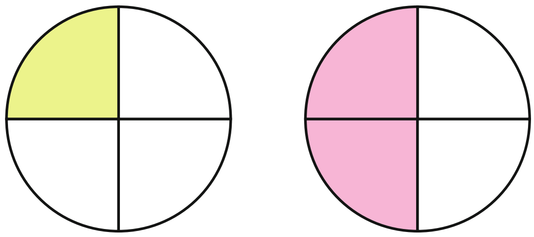


$$\frac{5}{6} \qquad \frac{4}{6}$$

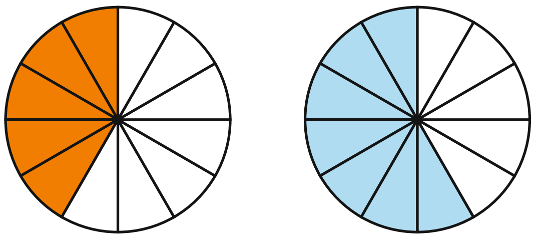
Na pierwszym rysunku zamalowano większą część figury.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Jeżeli dwa ułamki mają jednakowe mianowniki,
większy jest ten ułamek, który ma większy licznik.

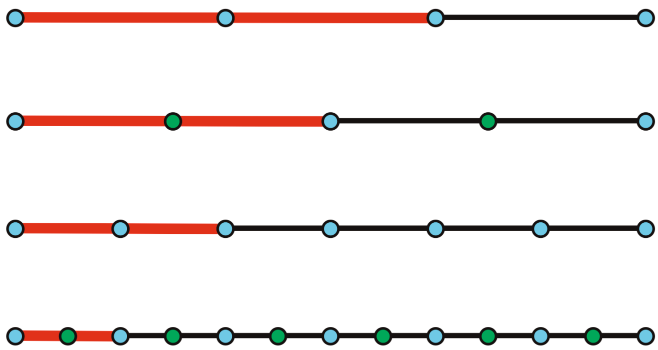


$$\frac{1}{4} < \frac{2}{4}$$



$$\frac{5}{12} < \frac{7}{12}$$

Przyjrzyjmy się rysunkom i porównajmy zaznaczone części odcinków:



$\frac{2}{3}$

$\frac{2}{4}$

$\frac{2}{6}$

$\frac{2}{12}$

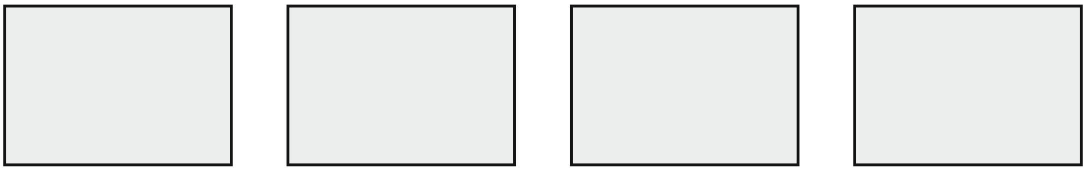
Możemy to zapisać następująco: $\frac{2}{3} > \frac{2}{4} > \frac{2}{6} > \frac{2}{12}$

Ułamki są zapisane od największego do najmniejszego. W takim przypadku mówimy, że są uporządkowane malejąco.

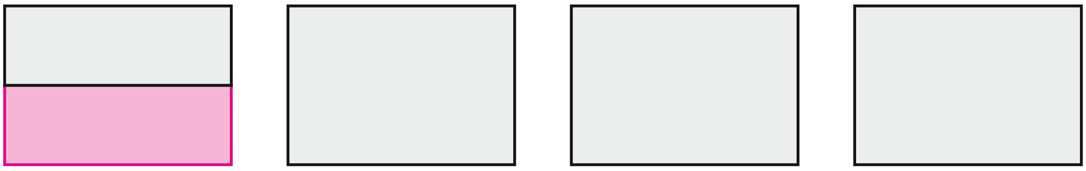
Jeżeli dwa ułamki mają jednakowe liczniki,
większy jest ten ułamek, który ma mniejszy mianownik.

4. ROZSZERZANIE UŁAMKÓW

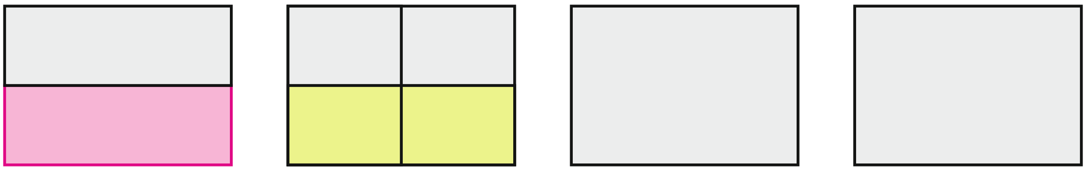
Narysujmy cztery identyczne prostokąty.



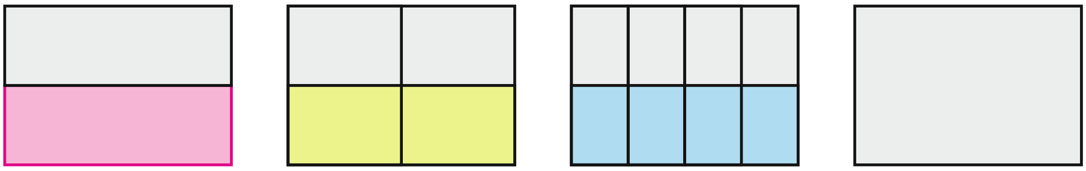
Zamalujmy $\frac{1}{2}$ część pierwszego prostokąta.



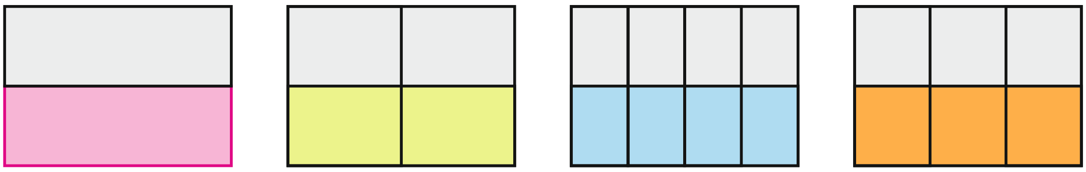
Na drugim rysunku zamalujmy $\frac{2}{4}$ części prostokąta.



Następnie zamalujemy $\frac{4}{8}$ części prostokąta.



W ostatnim prostokącie zamalujemy $\frac{3}{6}$ jego części.



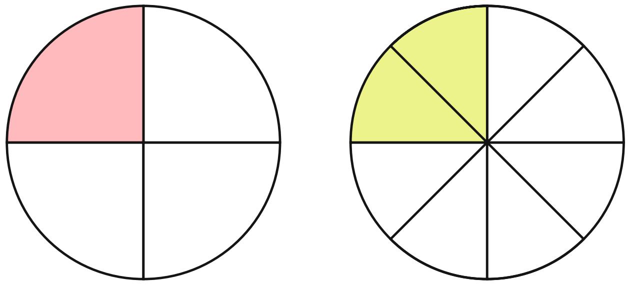
Na każdym rysunku zamalowano taką samą część prostokąta.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{3}{6}$$

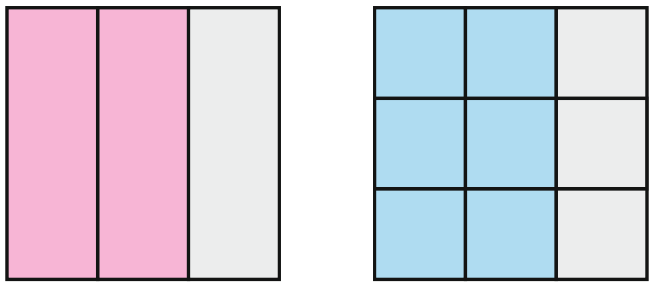
Niektóre ułamki, choć wyglądają różnie, oznaczają tę samą część.

Zagadka 1

Popatrz na rysunki i odpowiedz, jakimi liczbami należy zastąpić znaki zapytania?



$$\frac{1}{4} = \frac{?}{8}$$



$$\frac{2}{3} = \frac{?}{9}$$

Zauważmy, że:

$$\frac{1}{4} \underset{\cdot 2}{\overset{\cdot 2}{=}} \frac{2}{8} \qquad \frac{2}{3} \underset{\cdot 3}{\overset{\cdot 3}{=}} \frac{6}{9}$$

Jeśli pomnożymy licznik i mianownik ułamka przez tę samą liczbę różną od zera, to nie zmienimy jego wartości. Takie postępowanie nazywamy rozszerzaniem ułamka.

Aby rozszerzyć ułamek, należy licznik i mianownik pomnożyć przez tę samą liczbę naturalną, różną od zera.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład

$$\frac{2}{5} \overset{\cdot 2}{\underset{\cdot 2}{=}} \frac{4}{10} \qquad \frac{3}{4} \overset{\cdot 3}{\underset{\cdot 3}{=}} \frac{9}{12} \qquad \frac{3}{4} \overset{\cdot 4}{\underset{\cdot 4}{=}} \frac{12}{16}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12} \qquad \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{3}{15} \qquad \frac{2}{5} = \frac{4}{10}$$

$$\frac{2}{7} = \frac{6}{21} \qquad \frac{3}{8} = \frac{6}{16}$$

Ćwiczenie 1

Rozszerz ułamek $\frac{2}{3}$ przez 5.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}$$

Rozszerz ułamek $\frac{2}{5}$ przez 7.

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{14}{35}$$

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Ćwiczenie 2

Jaką liczbę należy wstawić w miejsce znaku zapytania?

$$\frac{3}{5} = \frac{?}{10} \qquad \frac{6}{7} = \frac{18}{?} \qquad \frac{3}{8} = \frac{?}{40}$$

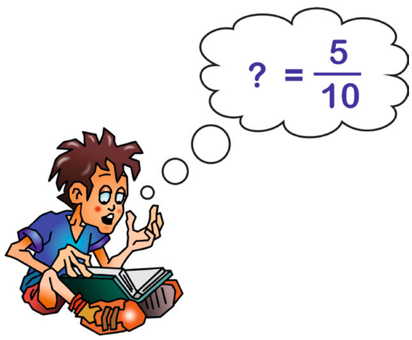
$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} \qquad \frac{6}{7} = \frac{18}{21} \qquad \frac{3}{8} = \frac{15}{40}$$

4.1 Skracanie ułamków

Zadanie 1

Krzyś rozszerzył pewien ułamek i otrzymał $\frac{5}{10}$.

Czy potrafisz powiedzieć, jaki ułamek rozszerzył Krzyś?



Podpowiedź:
Podziel licznik i mianownik przez tę samą liczbę.

Rozwiązanie:

Oczywiście to $\frac{1}{2}$.

Dzielenie licznika i mianownika przez tę samą liczbę nazywamy **skracaniem ułamków**.

Przykład

$$\frac{6}{8} = \frac{6 : 2}{8 : 2} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{12} = \frac{3 : 3}{12 : 3} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{16}{20} = \frac{16 : 4}{20 : 4} = \frac{4}{5}$$

Aby skrócić ułamek, należy podzielić licznik i mianownik przez tę samą liczbę różną od zera.

Każdy ułamek można rozszerzyć, ale nie każdy można skrócić. Ułamki te nazywamy **nieskracalnymi**.

Przykłady ułamków nieskracalnych:

$$\frac{2}{3}; \frac{4}{5}; \frac{2}{9}$$

Ułamek $\frac{4}{9}$ jest nieskracalny, ponieważ 4 jest podzielne przez 1, 2 oraz 4. Natomiast 9 nie dzieli się przez 2, ani przez 4. Dzielenie przez 1 nie zmienia ułamka.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Ćwiczenie 1

Skróć ułamek $\frac{12}{16}$ przez 4.

$$\frac{12}{16} = \frac{12 : 4}{16 : 4} = \frac{3}{4}$$

Skróć ułamek $\frac{15}{20}$ przez 5.

$$\frac{15}{20} = \frac{15 : 5}{20 : 5} = \frac{3}{4}$$

Ćwiczenie 2

Skróć ułamek $\frac{3}{12}$.

Licznik ułamka, czyli 3 jest podzielny przez 1 oraz 3.
Mianownik jest podzielny przez 1, 2, 3, 4, 6 i 12.
Możemy skrócić tylko przez 3.

$$\frac{3}{12} = \frac{3 : 3}{12 : 3} = \frac{1}{4}$$

Ćwiczenie 3

Jaką liczbę należy wstawić w miejsce znaku zapytania?

$$\frac{12}{18} = \frac{?}{3} \qquad \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

Ćwiczenie 4

Doprowadź ułamek $\frac{24}{36}$ do postaci nieskracalnej.

Licznik i mianownik są podzielne przez 4.

$$\frac{24}{36} = \frac{24 : 4}{36 : 4} = \frac{6}{9}$$

Możemy dalej skracać, ponieważ licznik i mianownik są podzielne przez 3.

$$\frac{6}{9} = \frac{6 : 3}{9 : 3} = \frac{2}{3}$$

Ułamka $\frac{2}{3}$ nie można dalej skrócić.

Mogliśmy również ułamek $\frac{24}{36}$ od razu skrócić przez 12.

$$\frac{24}{36} = \frac{24 : 12}{36 : 12} = \frac{2}{3}$$

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

4.2 Sprowadzanie ułamków do wspólnego mianownika

Ćwiczenie 1

Każdy z podanych ułamków zapisz w postaci ułamka o mianowniku 60.

$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{2}{3}$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 30}{2 \cdot 30} = \frac{30}{60}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 20}{3 \cdot 20} = \frac{40}{60}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{4 \cdot 10}{6 \cdot 10} = \frac{40}{60}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 12}{5 \cdot 12} = \frac{12}{60}$$

Rozszerzyliśmy wszystkie ułamki do ułamka o mianowniku 60.
Czynność tę nazywamy **sprowadzaniem ułamków do wspólnego mianownika.**

Sprowadzić ułamki do wspólnego mianownika, to inaczej rozszerzyć je tak, aby miały jednakowe mianowniki.

Ćwiczenie 2

Sprowadź ułamki $\frac{3}{4}$ i $\frac{1}{3}$ do wspólnego mianownika.

$$\frac{3}{4} \qquad \frac{1}{3}$$

jaka liczba dzieli się przez **4** i przez **3**?

Rozwiązanie:
Liczbą, której szukamy, jest oczywiście 12.

Rozszerzamy ułamki $\frac{3}{4}$ i $\frac{1}{3}$ do ułamków o mianowniku 12.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{4}{12}$$

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Ćwiczenie 3

Porównaj ułamki $\frac{3}{5}$ i $\frac{1}{2}$.

Umiemy porównywać tylko ułamki o jednakowych licznikach lub mianownikach. Sprowadzimy nasze ułamki do wspólnego mianownika.

$$\frac{3}{5} \qquad \frac{1}{2}$$

jaka liczba dzieli się przez **5** i przez **2**?

Rozwiązanie:

Szukaną liczbą jest **10**. Sprowadzamy ułamki do ułamków o mianowniku 10.

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10}$$

Jeżeli dwa ułamki mają takie same mianowniki, większy jest ten, który ma większy licznik.

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} \qquad \frac{1}{2} = \frac{5}{10}$$

$$\frac{3}{5} > \frac{1}{2}$$

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

5. DODAWANIE UŁAMKÓW O JEDNAKOWYCH MIANOWNIKACH

Uczniowie lubiący kolor zielony zajmują $\frac{8}{22}$ miejsc w kinie, a preferujący kolor czerwony $\frac{11}{22}$ miejsc. Jaką część widowni zajmują widzowie siedzący w fotelach czerwonych i zielonych?

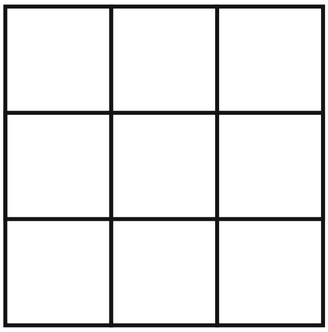
Z rysunku możemy odczytać, że $\frac{19}{22}$.

Zatem $\frac{8}{22} + \frac{11}{22} = \frac{19}{22}$.

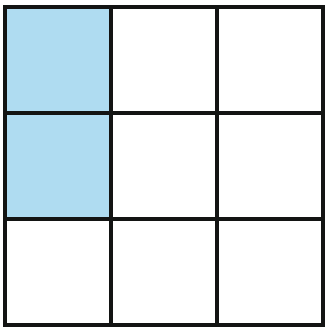
KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

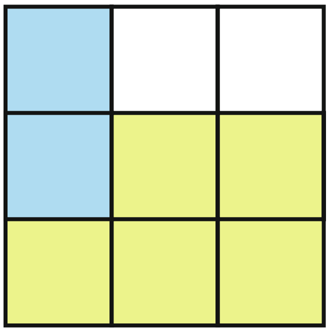
Ćwiczenie 1

Narysujmy kwadrat i podzielmy go na 9 równych części.



Pokolorujemy najpierw $\frac{2}{9}$ kwadratu kolorem niebieskim, a potem jeszcze $\frac{5}{9}$ kolorem zielonym.



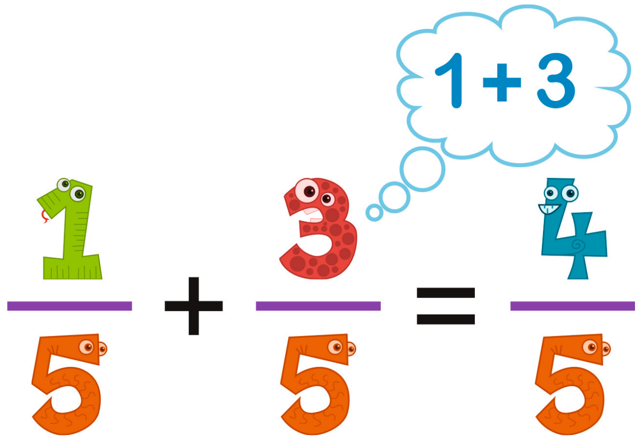


Zamalowano $\frac{7}{9}$ części kwadratu.

$$\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{7}{9}$$

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Aby obliczyć sumę dwóch ułamków o jednakowych mianownikach, należy dodać ich liczniki, a mianownik pozostawić bez zmian.

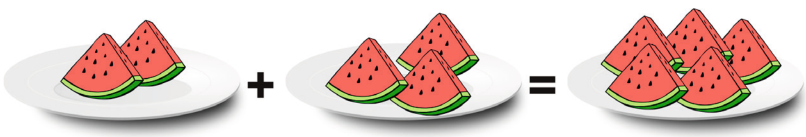


Przykład 1

$$\frac{2}{8}+\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$$

$$\frac{3}{7}+\frac{1}{7}=\frac{4}{7}$$

$$\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=\frac{5}{6}$$



$$\frac{4}{7}+\frac{5}{7}=\frac{9}{7}=1\frac{2}{7}$$

Jeśli otrzymany wynik jest ułamkiem niewłaściwym, to warto wyłączyć z niego całości.

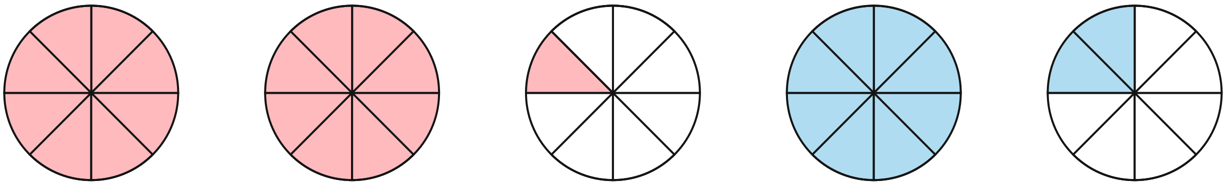
$$\frac{2}{11}+\frac{6}{11}+\frac{3}{11}=\frac{11}{11}=1$$

Jednocześnie możemy dodawać więcej niż dwa ułamki.

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

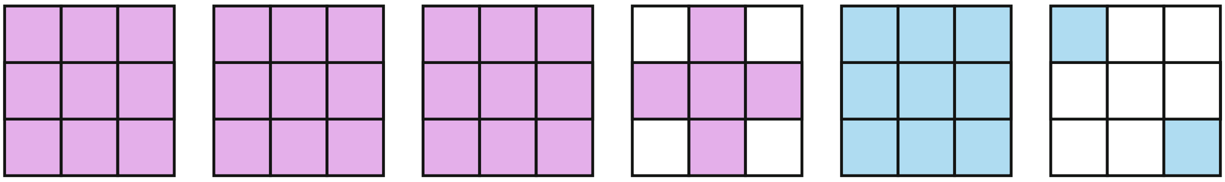
5.1 Dodawanie liczb mieszanych

Popatrz na rysunki. Ile pomalowano całych kół, a ile ósmych części koła?



$$2\frac{1}{8} + 1\frac{2}{8} = 3\frac{3}{8}$$

Ile pomalowano całych kwadratów, a ile dziewiątych części kwadratu?



$$3\frac{5}{9} + 1\frac{2}{9} = 4\frac{7}{9}$$

Gdy dodajemy liczby mieszane, wskazane jest osobno obliczać sumę części całkowitych i części ułamkowych.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład 1

$$1+\frac{4}{5}=1\frac{4}{5}$$

$$1+5\frac{4}{5}=6\frac{4}{5}$$

Dodajemy część całkowitą
do części całkowitej

Wynik jest ułamkiem niewłaściwym
i w takim przypadku wyłączamy całości

$$4\frac{4}{5}+\frac{4}{5}=4\underbrace{\frac{8}{5}}_{\frac{8}{5}=1\frac{3}{5}}=5\frac{3}{5}$$

$$\frac{6}{8}=\frac{6:2}{8:2}=\frac{3}{4}$$

Wynik doprowadzamy
do najprostszej postaci

$$1\frac{5}{8}+4\frac{1}{8}=5\frac{6}{8}=5\frac{3}{4}$$

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
WPQ
Tomasz Jakubowski TOMP
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Ćwiczenie 1

Znajdź sumę liczb $1\frac{3}{6}$ i $\frac{2}{6}$.

Rozwiązanie:

$$1\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=1\frac{5}{6}$$

Ćwiczenie 2

Sumę liczb $2\frac{3}{5}$ i $4\frac{2}{5}$ podaj w najprostszej postaci.

Rozwiązanie:

$$2\frac{3}{5}+4\frac{2}{5}=6\frac{5}{5}=7$$

Ćwiczenie 3

Znajdź liczbę o $1\frac{7}{9}$ większą od liczby $2\frac{8}{9}$.

Rozwiązanie:

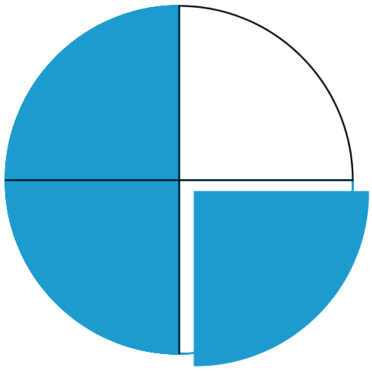
$$\frac{15}{9}=1\frac{6}{9}$$

$$2\frac{8}{9}+1\frac{7}{9}=3\frac{15}{9}=4\frac{6}{9}=4\frac{2}{3}$$

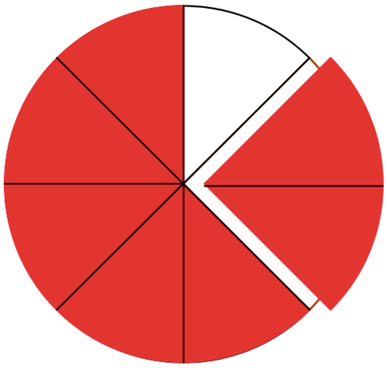
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

6. ODEJMOWANIE UŁAMKÓW O JEDNAKOWYCH MIANOWNIKACH

Korzystając z rysunku, oblicz:



$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = ?$

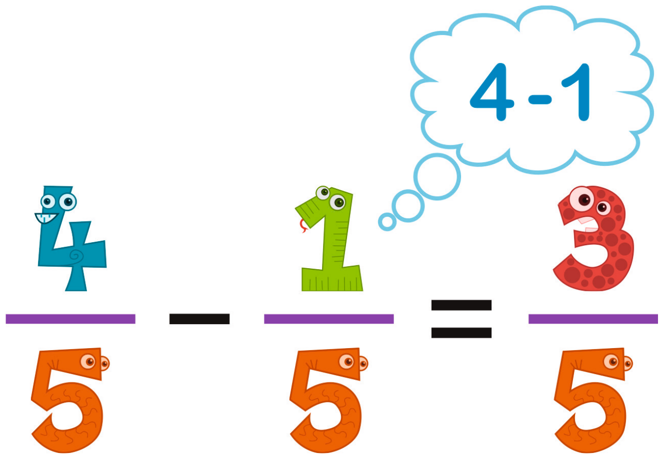


$\frac{7}{8} - \frac{2}{8} = ?$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{8} - \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$$

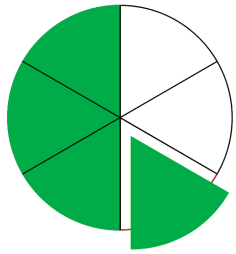
Odejmując ułamki o jednakowych mianownikach - odejmujemy liczniki, a mianownik pozostawiamy bez zmiany.



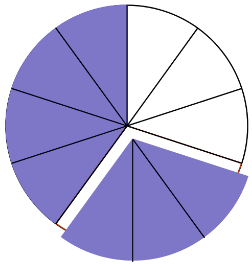
KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład 1

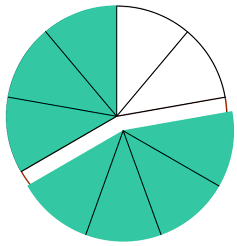
a) $\frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$



b) $\frac{7}{10} - \frac{3}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$



c) $\frac{7}{9} - \frac{4}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$



d) $\frac{13}{15} - \frac{4}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

e) $\frac{8}{11} - \frac{5}{11} = \frac{3}{11}$

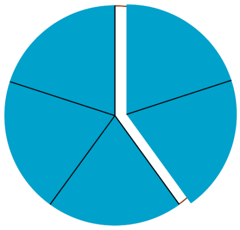
f) $\frac{14}{20} - \frac{9}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

g) $\frac{20}{21} - \frac{4}{21} = \frac{16}{21}$

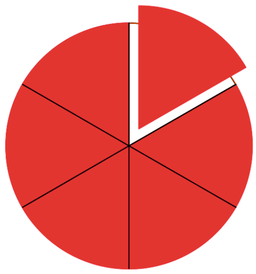
KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

6.1 Odejmowanie ułamków od całości

Korzystając z rysunku, oblicz różnicę:



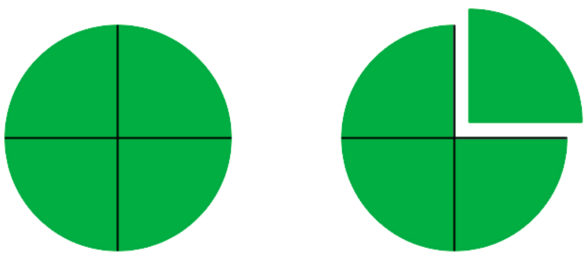
$$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}, \text{ bo } \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$



$$1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}, \text{ bo } \frac{6}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Aby odjąć ułamek od całości, zamieniamy całość na ułamek niewłaściwy.

$$2 - \frac{1}{4} = 1\frac{4}{4} - \frac{1}{4} = 1\frac{3}{4}$$



KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Jedną całość zapisujemy zapomocą ułamka niewłaściwego

$$5-\frac{8}{9}=4\frac{9}{9}-\frac{8}{9}=4\frac{1}{9}$$

Przykład 1

1. $1-\frac{3}{7}=\frac{7}{7}-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$

2. $1-\frac{5}{12}=\frac{12}{12}-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$

3. $1-\frac{29}{50}=\frac{50}{50}-\frac{29}{50}=\frac{21}{50}$

4. $2-\frac{5}{7}$, korzystamy z równości $2=1\frac{7}{7}$

$$2-\frac{5}{7}=1\frac{7}{7}-\frac{5}{7}=1\frac{2}{7}$$

5. $4-\frac{6}{11}$, korzystamy z równości $4=3\frac{11}{11}$

$$4-\frac{6}{11}=3\frac{11}{11}-\frac{6}{11}=3\frac{5}{11}$$

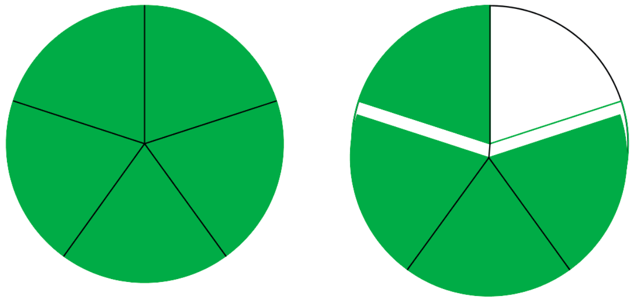
6. $10-\frac{7}{15}$, korzystamy z równości $10=9\frac{15}{15}$

$$10-\frac{7}{15}=9\frac{15}{15}-\frac{7}{15}=9\frac{8}{15}$$

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

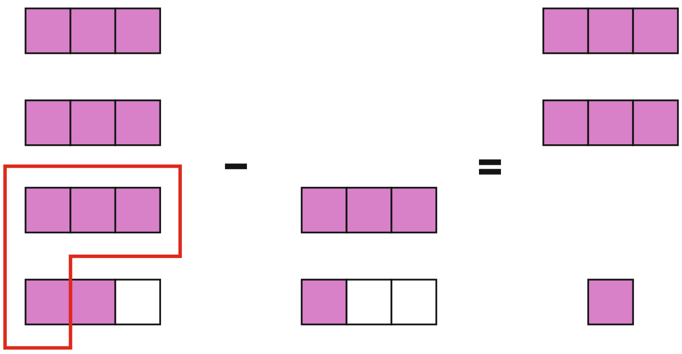
6.2 Odejmowanie liczb mieszanych

Przyjrzyjmy się rysunkom:



$$1\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = 1\frac{1}{5}$$

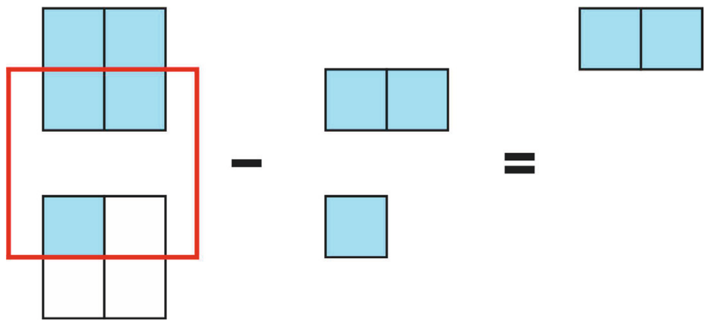
Od ułamka $\frac{4}{5}$ można odjąć ułamek $\frac{3}{5}$, dlatego osobno odejmujemy ułamki i przepisujemy całość.



$$3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}$$

Od ułamka $\frac{2}{3}$ można odjąć ułamek $\frac{1}{3}$, dlatego oddzielnie odejmujemy części całkowite i oddzielnie części ułamkowe.

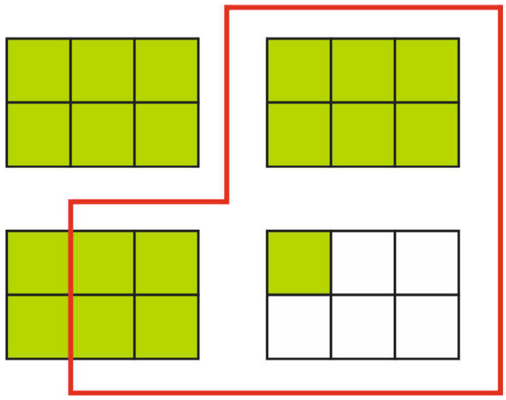
KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



$$1\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Od ułamka $\frac{1}{4}$ nie można odjąć ułamka $\frac{3}{4}$ trzeba 1 zapisać w postaci ułamka o mianowniku 4: $1 = \frac{4}{4}$.

Mamy więc $1\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.



$$3\frac{1}{6} - 1\frac{5}{6} = 2\frac{7}{6} - 1\frac{5}{6} = 1\frac{2}{6} = 1\frac{1}{3}$$

Od ułamka $\frac{1}{6}$ nie można odjąć ułamka $\frac{5}{6}$, ale skorzystajmy z równości: $3 = 2\frac{6}{6}$, a $3\frac{1}{6} = 2\frac{7}{6}$ czyli:

$$3\frac{1}{6} - 1\frac{5}{6} = 2\frac{7}{6} - 1\frac{5}{6} = 1\frac{2}{6} = 1\frac{1}{3}$$

Gdy odejmujemy liczby mieszane, osobno obliczamy różnicę części całkowitych i różnicę części ułamkowych. Gdy różnica jest ułamkiem skracalnym, to skracamy go.

9-6 4-3

$$9\frac{4}{5} - 6\frac{3}{5} = 3\frac{1}{5}$$

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład 1

1. $2\frac{7}{9}-\frac{5}{9}=2\frac{2}{9}$

2. $5\frac{5}{7}-3\frac{3}{7}=2\frac{2}{7}$

3. $6\frac{5}{7}-3\frac{5}{7}=3$

4. $11\frac{8}{9}-4=7\frac{8}{9}$

5. $8-7\frac{7}{9}$, korzystamy z równości: $8=7\frac{9}{9}$; $8-7\frac{7}{9}=7\frac{9}{9}-7\frac{7}{9}=\frac{2}{9}$

6. $12-4\frac{1}{8}$, korzystamy z równości: $12=11\frac{8}{8}$;

$12-4\frac{1}{8}=11\frac{8}{8}-4\frac{1}{8}=7\frac{7}{8}$

7. $4\frac{5}{8}-1\frac{7}{8}$ od ułamka $\frac{5}{8}$ nie można odjąć ułamka $\frac{7}{8}$, ale skorzystamy

z równości: $4=3\frac{8}{8}$, więc $4\frac{5}{8}-1\frac{7}{8}=3\frac{13}{8}-1\frac{7}{8}=2\frac{6}{8}=2\frac{3}{4}$

8. $10\frac{2}{9}-4\frac{7}{9}$ od ułamka $\frac{2}{9}$ nie można odjąć ułamka $\frac{7}{9}$, ale skorzystamy

z równości: $10=9\frac{9}{9}$, więc $10\frac{2}{9}=9\frac{11}{9}$,

$10\frac{2}{9}-4\frac{7}{9}=9\frac{11}{9}-4\frac{7}{9}=5\frac{4}{9}$,

9. $5\frac{7}{20}-3\frac{17}{20}$ od ułamka $\frac{7}{20}$ nie można odjąć ułamka $\frac{17}{20}$, ale

skorzystamy z równości: $5=4\frac{20}{20}$, więc $5\frac{7}{20}=4\frac{27}{20}$,

$5\frac{7}{20}-3\frac{17}{20}=4\frac{27}{20}-3\frac{17}{20}=1\frac{10}{20}=1\frac{1}{2}$

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

NOTATKI

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

1. UŁAMKI DZIESIĘTNE

Wiemy, że liczby można przedstawić w postaci ułamka zwykłego, ale są też liczby zapisane z przecinkiem. Na tej lekcji dowiemy się, co to za liczby, dlaczego je tak zapisujemy i gdzie takie zapisy stosujemy.

cena: 3 129,30 zł

komputer eMatematyka

Przy odczytywaniu liczb, np. z cenników, przepisów kucharskich, wyników sportowych, musimy umieć odczytywać liczby zapisane w postaci ułamków dziesiętnych, a w przyszłości nauczymy się je porównywać i wykonywać na nich obliczenia.

Liczby, w których występują przecinki w zapisie nazywamy ułamkami dziesiętnymi.

Ułamki o mianowniku 10, 100, 1000, ….. możemy zapisać bez kreski ułamkowej – taki właśnie zapis nazywamy ułamkiem dziesiętnym.

W takiej liczbie przecinek oddziela część całkowitą od ułamkowej.

Najpierw nauczymy się odczytywać ułamki dziesiętne. Pomoże nam w tym tabela.

ułamek zwykły	dziesiątki	jedności	,	części dziesiąte	części setne	części tysięczne	ułamek dziesiętny
$\frac{1}{10}$			,	1			0,1
$\frac{2}{100}$			,		2		0,02
$\frac{34}{10}$		3	,	4			3,4
$\frac{51256}{1000}$	5	1	,	2	5	6	51,256

A teraz, jak czytamy te liczby:
0,1 - jedna dziesiąta
0,02 – dwie setne
3,4 – trzy i cztery dziesiąte
51,256 – pięćdziesiąt jeden i dwieście pięćdziesiąt sześć tysięcznych

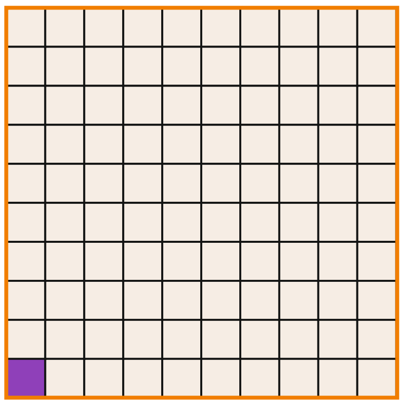
KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
WPQ
Tomasz Jakubowski TOMP
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Ćwiczenie 1 *(łatwe)*

Przeczytaj liczby:

2,5; 37,3; 28,9; 14,7; 175,2; 67,323; 8,66; 1,5; 1,89; 21,78; 3,678; 2,009; 4,090; 15,01; 12,456; 14,123; 1,008; 2,054; 56,081; 17,401; 123,123; 236,001; 87,073; 45,021; 32,601.

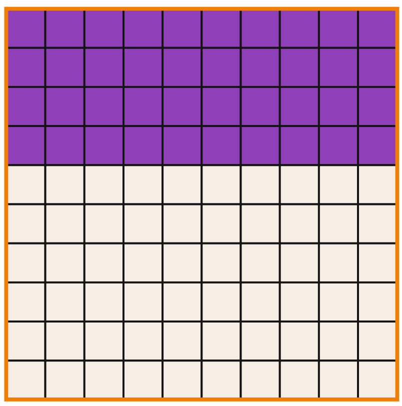
Zapis dziesiętny matematycy zaczęli stosować w Europie w VIII w.



Kwadrat o boku 10 kratek na 10 kratek podzielono na równe jednostkowe kwadraty.

Jednostkowych kwadratów jest 10 × 10 = 100.

Na fioletowo zamalowano jeden mały kwadracik, co stanowi $\frac{1}{100}$ całego kwadratu czyli 0,01 całości.



Na tym kwadracie, który również podzielony jest na 100 małych jednostkowych kwadracików, pomalowano na fioletowo 40 takich kwadracików czyli $\frac{40}{100} = 0{,}40 = 0{,}4$ całości.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Ćwiczenia utrwalające do rozwiązania w zeszycie:

Ćwiczenie 2

Zapisz słowami:

4,03; 4,3; 4,003

5,901; 6,021; 7,31

23,98; 45,876; 82,367

Ćwiczenie 3

Zapisz w postaci dziesiętnej:

a) dwa i pięć dziesiątych;

b) siedemnaście setnych;

c) cztery i sto pięć tysięcznych;

d) siedemdziesiąt trzy i piętnaście tysięcznych.

Ćwiczenie 4

Zapisz w postaci ułamków zwykłych:

51,34; 7,981; 19,46; 3,102; 6,3; 5,75; 100,32

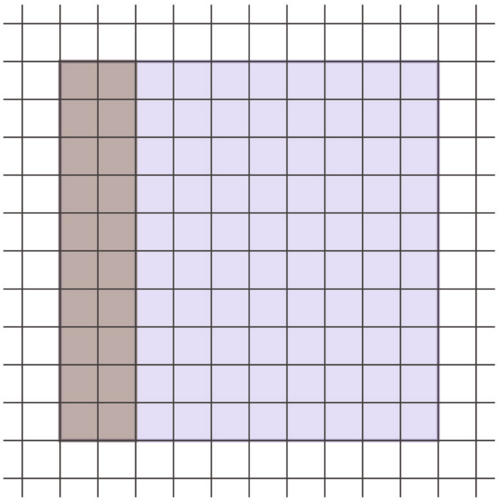
Ćwiczenie 5

Zapisz w postaci ułamków dziesiętnych:

$\frac{5}{100}$ $\quad 66\frac{901}{1000}$ $\quad 12\frac{96}{100}$ $\quad 31\frac{7}{10}$ $\quad 2\frac{3}{10}$

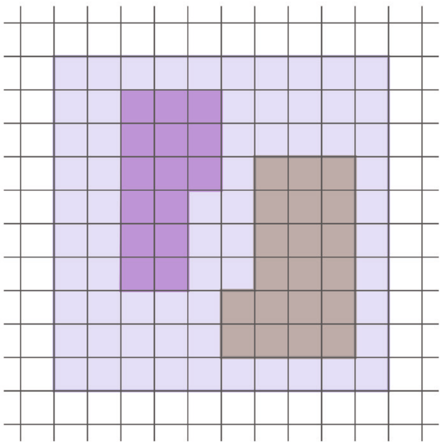
Ćwiczenie 6 *(trudne)*

Określ w ułamku zwykłym i dziesiętnym, jaką część kwadratu pomalowano.



Pomalowano na brązowo $\frac{20}{100}$ = 0,20 = 0,2.

Część niepomalowana stanowi $\frac{80}{100}$ = 0,80 = 0,8 kwadratu.



W tym kwadracie na brązowo pomalowane jest $\frac{20}{100}$ = 0,20 = 0,2 całości,

na fioletowo $\frac{15}{100}$ = 0,15 całości.

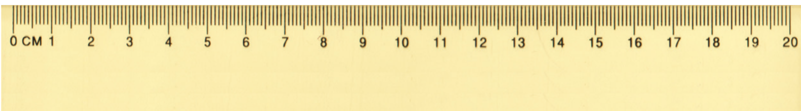
KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

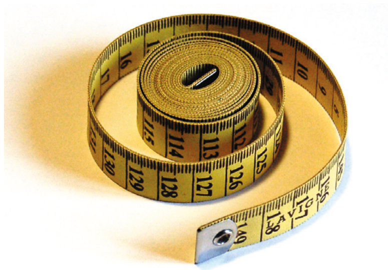
2. UŁAMKI DZIESIĘTNE NA OSI LICZBOWEJ

Znamy już z wcześniejszych lekcji oś liczbową. Umiemy też zaznaczać na osi liczbowej ułamki zwykłe i liczby mieszane. Na tej lekcji nauczymy się zaznaczać i odczytywać na osi liczbowej ułamki dziesiętne ***czyli ułamki o mianowniku 10, 100, 1000.***

Aby zaznaczyć ułamki o mianowniku 10 na osi liczbowej,
dzielimy jednostkę na 10 równych części.
Aby zaznaczyć ułamki o mianowniku 100 na osi liczbowej,
dzielimy jednostkę na 100 równych części.
Aby zaznaczyć ułamki o mianowniku 1000 na osi liczbowej,
dzielimy jednostkę na 1000 równych części.

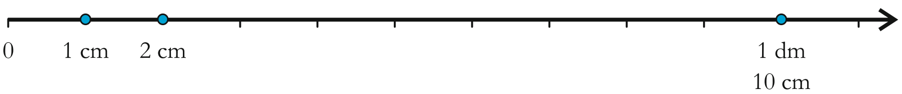
Jest to trudne, więc najpierw należy poćwiczyć na miarce krawieckiej, miarce stolarskiej lub po prostu na naszej szkolnej linijce.

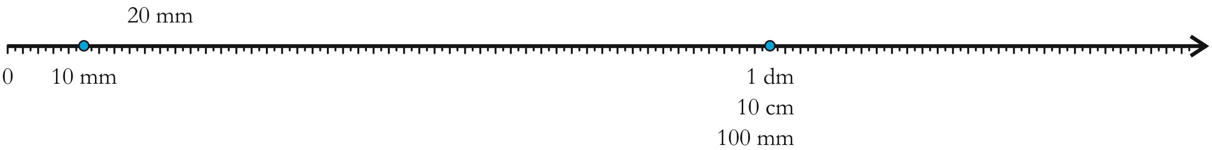




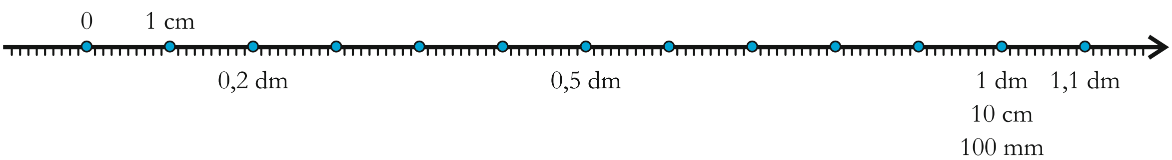
Najpierw narysujemy odpowiednią oś liczbową.

W tym celu obieramy odcinek jednostkowy o długości 1 dm = 10 cm = 100 mm.

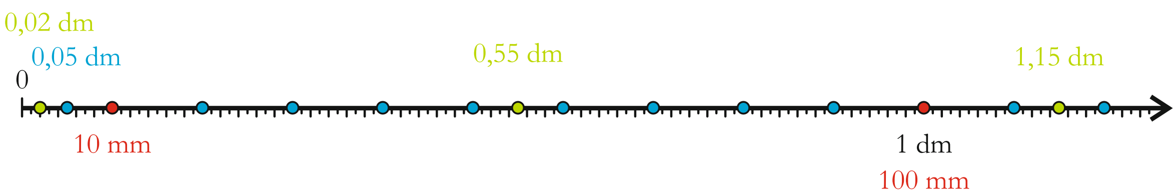




Na tak narysowanych osiach jesteśmy w stanie pokazać 0,2 dm; 0,5 dm; 1,1 dm;



oraz 0,02 dm; 0,05 dm; 0,55 dm; 1,15 dm.



KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

3. WYRAŻENIA DWUMIANOWANE

W życiu codziennym spotykamy się z różnymi wielkościami i widzimy różne ich opisy. Najlepiej to widać w sklepie, a przecież zakupy to czynność niemal codzienna. Mamy tam ceny towarów, sprawdzamy masę (wagę) towarów, interesują nas wymiary, np. szafy, łóżka, dywanu. Wielkości te można podać w postaci dwumianowanej lub postaci dziesiętnej.

Postać dwumianowana – to taki sposób zapisu wielkości, w którym występują dwie jednostki,
np. złote i grosze, metry i centymetry, centymetry i milimetry, kilogramy i dekagramy, dekagramy i gramy.

Postać dziesiętna - to sposób zapisu wielkości w ułamku dziesiętnym, z wykorzystaniem zależności między jednostkami, np.:
2 złote 50 groszy = 2,50 złotego - *czytamy: dwa i pół złotego;*
3 metry 25 centymetrów = 3,25 metra – *czytamy: trzy i dwadzieścia pięć setnych metra;*
5 kilogramów 60 dekagramów = 5,60 kilograma – *czytamy: pięć i sześćdziesiąt setnych kilograma.*

Bardzo niewygodnie byłoby zapisywać jednostki całymi słowami.Stosujemy więc następujące skróty:

1 tona – 1 t
1 kilogram – 1 kg
1 dekagram – 1 dag
1 gram – 1 g

1 kilometr – 1 km
1 metr – 1m
1 decymetr – 1 dm
1 centymetr – 1 cm
1 milimetr – 1 mm

1 złoty – 1 zł
1 grosz – 1 gr

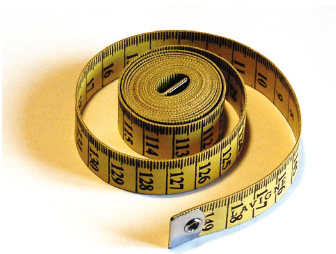
KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

1 litr – 1 l – jednostka pojemności

1 mililitr – 1ml – też jednostka pojemności – w 1 litrze jest 1000 ml
1 l = 1000 ml
1 godzina – 1 godz. – 1h (w języku angielskim hour)

1 minuta – 1 min
1 sekunda – 1 s

Ale UWAGA!!!
Pamiętaj, że w 1 godzinie jest 60 minut, czyli 1h = 60 min
Pamiętaj, że w 1 minucie jest 60 sekund, czyli 1 min = 60 s
Możemy obliczyć, ile sekund jest w godzinie: 1h = 60 min = 60 • 60 s =
= 3600 s



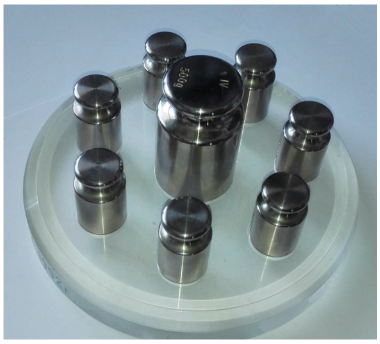
W Polsce i w większości krajów europejskich stosuje się wspólny system miar, w którym podstawową jednostką długości jest 1 metr.

1 m = 10 dm

1 dm = 10 cm, więc 1 m = 10 • 10 cm = 100 cm

1 cm = 10 mm, więc 1 m = 100 • 10 mm = 1000 mm

Podstawową jednostką masy jest **1 kilogram**.
1 kg = 100 dag
1 dag = 10 g, więc 1 kg = 100 • 10 g = 1000 g
1 t = 1000 kg



Znamy jeszcze kwintal (w skrócie zapisujemy q):
1 q = 100 kg

Jednostki monetarne w Polsce to **złoty** i **grosz**.

1 zł = 100 gr

Ale znamy też inne jednostki monetarne obowiązujące w innych krajach.

Na terenie Unii Europejskiej w wielu krajach jednostką jest **euro** (skrót €) i **eurocenty**.

W innych państwach jednostką jest **dolar** (skrót $) i **centy**, występują też franki i inne jednostki (możesz je znaleźć w encyklopedii).

Przecinek oddziela złote od groszy.

Przykład 1

125,35 zł to:

125,35 zł = 1 • 100 zł + 2 • 10 zł +1 • 5 zł + 3 • 10 gr + 5 • 1 gr

47,23 zł = 2 • 20 zł + 1 • 5 zł + 1 • 2 zł + 1 • 20 gr + 1 • 2 gr + 1 • 1 gr

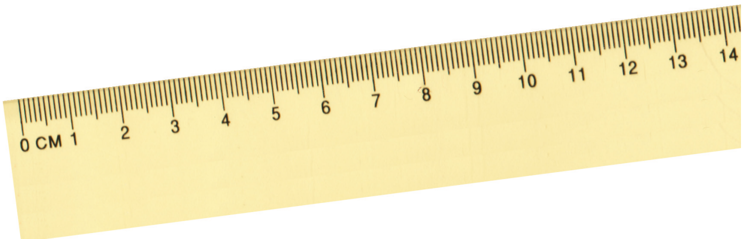
KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład 2

Przykłady zapisów dziesiętnych wyrażeń dwumianowanych:

Wyrażenie dwumianowane	Zapis dziesiętny
15 zł 35 gr	15,35 zł
134 zł 55 gr	134,55 zł
5 kg 65 dag	5,65 kg
10 kg 50 dag	10,50 kg
13 cm 5 mm	13,5 cm
100 m 50 cm	100,50 m
25 m 85 cm	25,85 m
1 h 30 min	1,5 h
3 h 30 min	3,5 h

Zależności między jednostkami długości



Wiemy, że w 1 cm mieści się 10 mm, więc 1 milimetr to jedna dziesiąta część centymetra. Zapisujemy to: **1 mm = 0,1 cm**.

Wiemy, że w 1 metrze mieści się 100 centymetrów, więc 1 centymetr to jedna setna część metra. Zapisujemy to: **1 cm = 0,01 m**.

Wiemy, że w 1 metrze mieści się 10 decymetrów, więc 1 decymetr to jedna dziesiąta część metra. Zapisujemy to: **1 dm = 0,1 m**.

W takim razie:

6 mm = 0,6 cm	5 cm = 0,05 m	5 dm = 0,5 m
9 mm = 0,9 cm	34 cm = 0,34 m	8 dm = 0,8 m
15 mm = 1,5 cm	150 cm = 1,50 m	12 dm = 1,2 m

Zależności między jednostkami masy

Wiemy, że w 1 kilogramie jest 100 dekagramów, więc 1 dekagram to jedna setna część kilograma. Zapisujemy to: **1 dag = 0,01 kg**.

Wiemy, że w 1 dekagramie jest 10 gramów, więc 1 gram to jedna dziesiąta część dekagrama. Zapisujemy to: **1 g = 0,1 dag**.

Wiemy, że w 1 kilogramie jest 1000 gramów, więc 1 gram to jedna tysięczna część kilograma. Zapisujemy to: **1 g = 0,001 kg**.

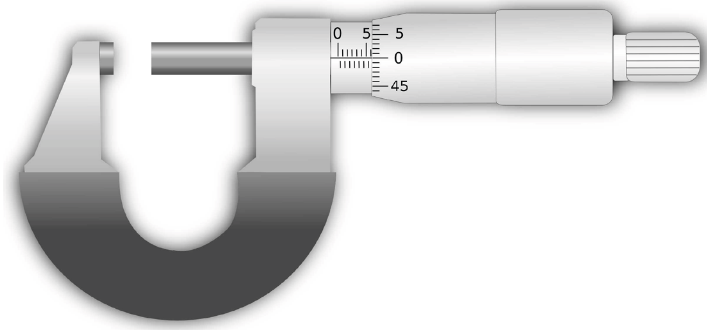
Możemy też określić zależność między 1 kilogramem a 1 toną.

Wiemy, że w 1 tonie jest 1000 kilogramów, więc 1 kilogram to jedna tysięczna część tony. Zapisujemy to: **1 kg = 0,001 t**.

W takim razie:

25 dag = 0,25 kg	15 g = 1,5 dag	450 kg = 0,450 t
60 dag = 0,60 kg	8 g = 0,008 kg	55 kg = 0,055 t
5 dag = 0,05 kg	35 g = 0,035 kg	8 kg = 0,008 t
8 g = 0,8 dag	125 g = 0,125 kg	1500 kg = 1,500 t
3 g = 0,3 dag	ale 1250 g = 1,250 kg	

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



mikrometr

1 mikrometr to jedna tysięczna część milimetra, więc to jedna milionowa część metra.

1 μm = 0,001 mm = 0,000 001 m

nanometr

1 nanometr to jedna milionowa część milimetra, więc to jedna miliardowa część metra.

1 nm = 0,000 001 mm = 0,000 000 001 m

Podsumowanie:

Jednostki – miana różnych wielkości:

Jednostki długości:

kilometr

metr

decymetr

milimetr

Jednostki masy:

tona

kilogram

dekagram

gram

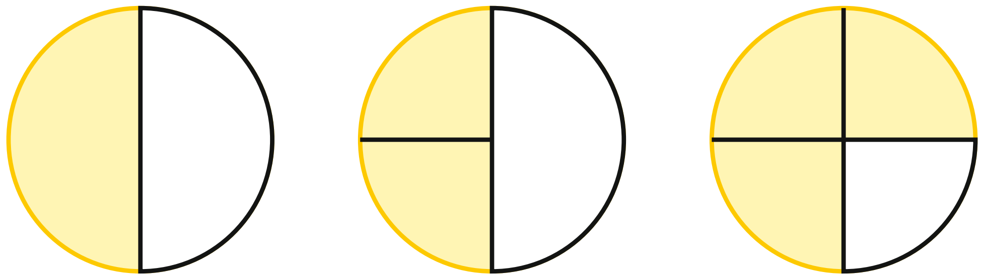
KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

4. PORÓWNYWANIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

Na tej lekcji poznamy sposoby porównywania ułamków dziesiętnych.

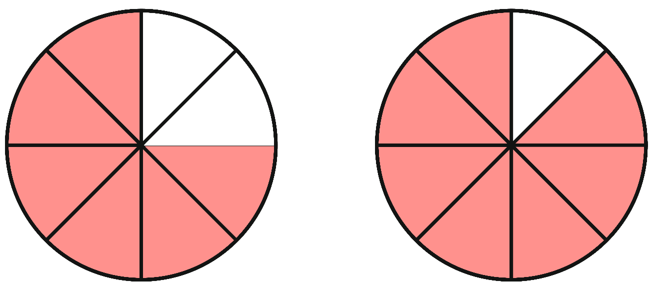
Chcąc sprawdzić, która liczba zapisana w postaci ułamka dziesiętnego jest większa, a która mniejsza, zaczniemy od przypomnienia, jak porównujemy ułamki zwykłe.

Liczby zapisane w postaci ułamka zwykłego możemy rozszerzać lub skracać, aby porównać ich liczniki lub mianowniki.



$$\frac{1}{2} \; ? \; \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} < \frac{3}{4}$$

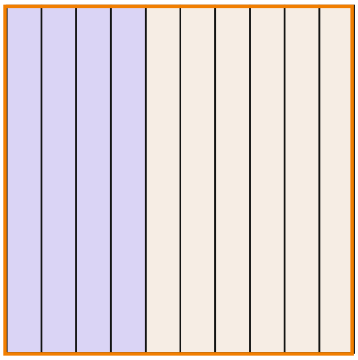


$$\frac{3}{4} \; ? \; \frac{6}{7}$$

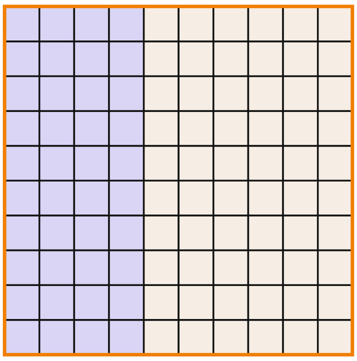
$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} < \frac{6}{7}$$

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Podzielmy teraz kwadrat na 10 równych części i zamalujmy cztery z nich.

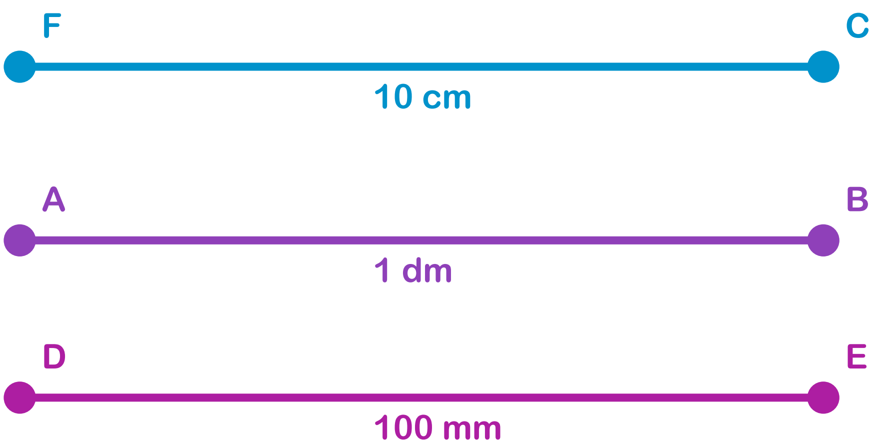


Podzielmy taki sam kwadrat na sto części i zamalujmy czterdzieści części.



Zauważamy, że na obu rysunkach zamalowaliśmy jednakową część naszego kwadratu.
Wynika z tego, że 0,4 = 0,40

Zajmiemy się teraz odcinkami o długości 1 dm, 10 cm, 100 mm.



Jeśli przedstawimy je w metrach, to:

1 dm = 0,1 m

10 cm = 0,10 m

100 mm = 0,100 m

Widzimy, że odcinki są jednakowej długości, więc:

0,1 = 0,10 = 0,100

W postaci ułamka zwykłego długość odcinków zapisuje się tak: $\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = \frac{100}{1000}$

Rozszerzyliśmy ułamki dziesiętne przez dopisanie na końcu zer.

Dopisane na końcu zera nie zmieniają wartości ułamka.

0,60 = 0,600

0,75 = 0,750

1,5 = 1,500

2,75 = 2,750

Dopisanie końcowych zer pomaga czasami w ustaleniu ceny, masy, długości.

Musimy też wiedzieć, że każdą liczbę naturalną możemy zapisać, dopisując na końcu przecinek i zera (jedno lub więcej).

8 = 8,0 = 8,000

Skrócenie ułamka dziesiętnego polega na opuszczeniu końcowych zer w zapisie.

0,100 = 0,10 = 0,1

Jeśli opuścimy na końcu zera, nie zmieni się wartość ułamka.

0,120 = 0,12

5,800 = 5,80

10,250 = 10,25

0,300 = 0,3

Jeżeli wiemy, jak rozszerzać i skracać ułamki dziesiętne, możemy je porównywać.

Porównajmy 4,35 i 4,36:

Najpierw bierzemy pod uwagę cyfry przed przecinkiem – czyli całości, a później porównujemy cyfry stojące w tych samych rzędach, zawsze od lewej do prawej.

W naszych liczbach całości są równe 4 = 4,

części dziesiąte są równe 3 = 3,

różnią się części setne 5 < 6,

a więc 4,35 < 4,36.

Możemy to zawsze sprawdzić, zapisując nasze liczby w postaci ułamków zwykłych – tu są liczby mieszane:

$$4\frac{35}{100} < 4\frac{36}{100}$$

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

<u>Ale co zrobić, kiedy mamy do porównania liczby 3,75 i 3,7?</u>

Teraz wykorzystujemy naszą wiedzę o rozszerzaniu ułamków dziesiętnych i nasze liczby przybierają postać:

3,75 i 3,70.

Całości są równe 3 = 3,

części dziesiąte są równe 7 = 7,

a części setne 5 > 0,

a więc 3,75 > 3,70.

Przykład 1

Uporządkujmy rosnąco (od najmniejszej do największej) liczby:

4,2; 4,55; 3,99; 3,891; 4,3; 4,295

	całości		części dziesiąte	części setne	części tysięczne
4,2	4	,	2	0	0
4,55	4	,	5	5	0
3,99	3	,	9	9	0
3,891	3	,	8	9	0
4,3	4	,	3	0	0
4,295	4	,	2	9	5

Całości: 3 < 4

Porównujmy części dziesiąte w liczbach 3,99 i 3,890 – 9 > 8, więc 3,890 < 3,99.

Porównajmy części dziesiąte w liczbach 4,2; 4,55; 4,3; 4,295:
największa jest 5, więc liczba 4,55 jest największa z porównywanych - 4,3 < 4,55.

Musimy porównać 4,20 i 4,295, żeby ustalić kolejność – porównujemy części setne tych liczb:
0 < 9, więc liczba 4,20 jest mniejsza od 4,295.

Liczby uszeregowane rosnąco:

3,890 < 3,99 < 4,2 < 4,295 < 4,3 < 4,55

3,890
3,99
4,2
4,295
4,3
4,55

Przykład 2

Ala i Ola zbierają pieniądze w skarbonkach. Ala uzbierała 146,79 zł, a Ola 146,67 zł. Która dziewczynka uzbierała więcej pieniędzy?

Rozwiązanie:
Ala – 146,79 zł = 146 zł 79 gr
Ola – 146,67 zł = 146 zł 67 gr

Dziewczynki uzbierały jednakową liczbę złotych, ale różną liczbę groszy:
79 > 67, więc Ala uzbierała więcej pieniędzy.

Przykład 3

Na lekcji WF dziewczynki biegały na czas na dystansie 60 metrów. Oto ich rezultaty:
Ania – 9,50 s
Kasia – 10,02 s
Jola – 9,70 s
Ewa – 9,85 s
Ula – 10,30 s
Dominika – 10,03 s
Zosia – 11,25 s
Joasia – 10,20 s
Ala – 10,40 s

Która dziewczynka była najszybsza, która druga, a która trzecia?

Rozwiązanie:
Najpierw porównujemy całości: 11 > 10 > 9
W bieganiu najszybszy jest ten, kto ma najkrótszy czas - teraz wiemy, że najwolniej biegła Zosia i uzyskała wynik 11,25 s.
Teraz porównamy części dziesiąte w wynikach dziewczynek, które uzyskały czas powyżej 9 s.
9,50 < 9,70 < 9,85

Odpowiedź: *Najszybsza była Ania, druga Jola, a trzecia Ewa.*

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
WPQ
Tomasz Jakubowski TOMP
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

5. DODAWANIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

Ułamki dziesiętne, tak jak liczby naturalne i ułamki zwykłe, możemy dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić. W klasie czwartej nauczymy się dodawać i odejmować ułamki dziesiętne.

Jest to przydatna umiejętność w wielu sytuacjach codziennych – chociażby przy robieniu zakupów. Często musimy dodać ceny towarów wyrażone w ułamkach dziesiętnych lub masy towarów - sprawdzając na przykład, czy damy radę je unieść.

masa warzyw: 1,5 kg marchewki + 0,5 kg cebuli + 2 kg ziemniaków = 4 kg warzyw

koszt warzyw: 3,50 zł + 1,50 zł + 4 zł = 9 zł

Niektóre ułamki dziesiętne można łatwo dodać w pamięci, zamieniając je na ułamki zwykłe:

0,3 + 0,6 = 0,9

bo

$$\frac{3}{10} + \frac{6}{10} = \frac{9}{10}$$

1,25 + 2,35 = 3,60

bo

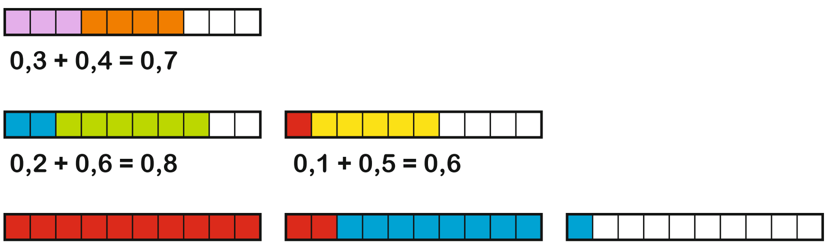
$$1\frac{25}{100} + 2\frac{35}{100} = 3\frac{60}{100}$$

Ale co się dzieje, gdy suma dwóch ułamków jest większa od 1

0,5 + 0,7 = 1,2

bo

$$\frac{5}{10} + \frac{7}{10} = \frac{12}{10} = 1\frac{2}{10}$$



0,3 + 0,4 = 0,7

0,2 + 0,6 = 0,8

0,1 + 0,5 = 0,6

1,2 + 0,9 = 2,1

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
WPQ
Tomasz Jakubowski TOMP
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Ćwiczenie 1

Ćwiczenia w dodawaniu ułamków dziesiętnych – oblicz w pamięci i przeczytaj na głos:

0,01 + 0,04	2,5 + 1,2	10,6 + 7,3
0,03 + 0,05	3,4 + 6,3	12,3 + 6,5
0,1 + 0,6	9,1 + 0,8	21,7 + 8,2
0,7 + 0,2	9,6 + 0,3	43,4 + 4,5

Spróbujmy teraz dodać takie ułamki, które mają różną ilość cyfr po przecinku

$$2{,}1 + 1{,}05 = 2{,}10 + 1{,}05$$

dopisaliśmy zero, które nie zmienia liczby, bo $\boxed{2{,}1 = 2{,}10}$

ale wygodniej jest teraz dodać te liczby

$$2{,}10 + 1{,}05 = 3{,}15$$

bo

$$2\frac{10}{100} + 1\frac{5}{100} = 3\frac{15}{100}$$

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Ułamki dziesiętne można też dodawać pisemnie, podobnie jak liczby naturalne.

Przecinki, które występują w zapisie liczb muszą być umieszczone jeden pod drugim.

1,2 + 0,5

		1	,	2	
	+	0	,	5	
		1	,	7	

Jeśli w liczbach, które dodajemy, mamy różną liczbę cyfr po przecinku, dopisujemy zera (czyli rozszerzamy ułamki) tak, aby była jednakowa liczba miejsc po przecinku

5,3 + 2,45

		5	,	3	0
	+	2	,	4	5
		7	,	7	5

6. ODEJMOWANIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

Na poprzednich lekcjach uczyliśmy się dodawać ułamki dziesiętne. Umiejętność ta będzie przydatna przy sprawdzaniu odejmowania.

Tym razem będziemy porównywać np. ceny towarów, sprawdzając, o ile jeden produkt jest droższy od drugiego.

Policzymy, o ile kilometrów droga z jednego miasta do drugiego jest dłuższa lub krótsza od drogi z innego miasta.

Obliczymy, o ile centymetrów ktoś jest wyższy lub niższy od drugiej osoby.

2,5 kg marchewki – 0,5 kg marchewki = 2 kg marchewki

Przykład 1

8 zł 80 gr = 8,80 zł

5,40 zł – 1,40 zł = 4 zł
5 zł 40 gr – 1 zł 40 gr = 4 zł
2,60 zł – 0,45 zł = 2,15 zł
2 zł 60 gr – 45 gr = 2 zł 15 gr

Niektóre ułamki dziesiętne można łatwo odjąć w pamięci, tak jak przy dodawaniu, zamieniając je na ułamki zwykłe.

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład 2

$0{,}8 - 0{,}6 = 0{,}2$

bo $\frac{8}{10} - \frac{6}{10} = \frac{2}{10}$

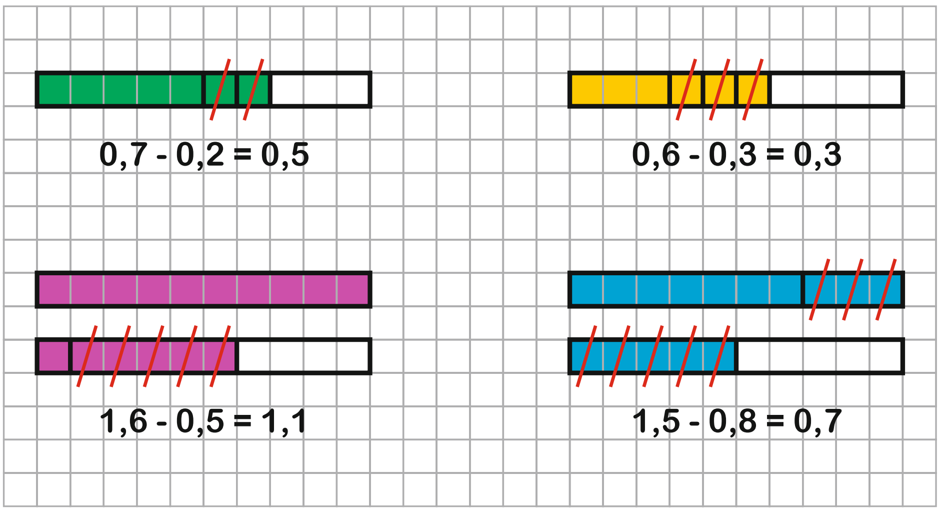
$2{,}5 - 1{,}5 = 1$

bo $2\frac{5}{10} - 1\frac{5}{10} = 2\frac{5}{10} - 1 - \frac{5}{10} = 1\frac{5}{10} - \frac{5}{10} = 1$

$5{,}75 - 3{,}50 = 2{,}25$

bo $5\frac{75}{100} - 3\frac{50}{100} = 5\frac{75}{100} - 3 - \frac{50}{100} = 2\frac{75}{100} - \frac{50}{100} = 2\frac{25}{100}$

Odejmowanie ułamków dziesiętnych można zobrazować następująco:



Ćwiczenie 1

Ćwiczenia w pamięciowym odejmowaniu ułamków dziesiętnych – oblicz w pamięci i przeczytaj na głos:

0,04 – 0,01 =	2,5 – 1,4 =	10,6 – 3,5 =
0,05 – 0,04 =	6,3 – 5,2 =	12,3 – 2,2 =
0,6 – 0,3 =	9,1 – 1,1 =	21,7 – 10,5 =
0,7 – 0,2 =	9,6 – 2,3 =	43,4 – 23,3 =

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przypomnijmy sobie co zrobić, aby dodać ułamki o różnej liczbie cyfr po przecinku.

Musimy dopisać zera na końcu liczby, żeby było tyle samo miejsc po przecinku. Tak samo postępujemy, gdy odejmujemy ułamki dziesiętne.

Przykład 3

16,5 – 6,45 = 16,50 – 6,45 = 10,05

25,74 – 10,6 = 25,74 – 10,60 = 15,05

12,83 – 2, 5 = 12,83 – 2,50 = 12,33

Ułamki dziesiętne można oczywiście odejmować pisemnie, podobnie jak liczby naturalne.

W zapisie ułamków dziesiętnych **przecinki muszą być umieszczone jeden pod drugim.**

Przykład 4

1,7 - 0,5

		1	,	7	
	-	0	,	5	
		1	,	2	

Odejmowanie sprawdzamy dodawaniem.

		1	,	2	
	+	0	,	5	
		1	,	7	

Przykład 5

15,83 – 4,2

	1	5	,	8	3
-		4	,	2	0
	1	1	,	6	3

Sprawdzenie:

	1	1	,	6	3
+		4	,	2	0
	1	5	,	8	3

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Jeśli mamy odjąć cyfrę większą od mniejszej, możemy „zabrać” dziesiątkę z poprzedniego rzędu (rozmienić) – tak, jak przy pisemnym odejmowaniu liczb naturalnych.

Przykład 6

A. 7,6 - 2,45

				5	10
		7	,	~~6~~	~~0~~
-		2	,	4	5
		5	,	1	5

Sprawdzenie:

				1	
		5	,	1	5
+		2	,	4	5
		7	,	6	0

C. 0,3 – 0,145

			2	9	10
	0	,	~~3~~	0	0
-	0	,	1	4	5
	0	,	1	5	5

Sprawdzenie:

			1	1	
	0	,	1	5	5
+	0	,	1	4	5
	0	,	3	0	0

B. 14,03 – 0,7

		3		10	
	1	~~4~~	,	~~0~~	3
-		0	,	7	0
	1	3	,	3	3

Sprawdzenie:

		1			
	1	3	,	3	3
+		0	,	7	0
	1	4	,	0	3

D. 2 – 1,015

	1		9	9	10
	~~2~~	,	~~0~~	~~0~~	~~0~~
-	1	,	0	1	5
	0	,	9	8	5

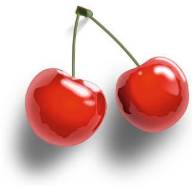
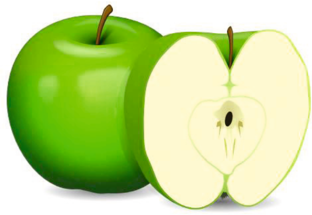
Sprawdzenie:

	1		1	1	
	0	,	9	8	5
+	1	,	0	1	5
	2	,	0	0	0

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

6.1 Zadania tekstowe

Zadanie 1

W poniedziałek mama kupiła 1,75 kg jabłek, za które zapłaciła 5,60 zł, a we wtorek 2,5 kg czereśni - zapłaciła 7,55 zł.
Których owoców mama kupiła więcej i o ile?
Za które owoce mama zapłaciła mniej? O ile złotych?

Rozwiązanie:

Najpierw porównamy masę kupionych owoców:
jabłka – 1,75 kg
czereśnie – 2,5 kg
2,5 > 1,75
Mama kupiła więcej czereśni.
Obliczamy, o ile kilogramów było więcej czereśni niż jabłek:
2,5 kg – 1,75 kg

		1		14	10
		~~2~~	,	~~5~~	0
	-	1	,	7	5
		0	,	7	5

Sprawdzenie:

		1		1	
		0	,	7	5
	+	1	,	7	5
		2	,	5	0

Odpowiedź:
Mama kupiła o 0,75 kg więcej czereśni niż jabłek.

Teraz porównajmy koszt kupionych owoców:
jabłka – 5,60 zł
czereśnie – 7,55 zł
5,60 < 7,55
Jabłka kosztowały mniej.
Obliczamy, o ile złotych mniej kosztowały jabłka:
7,55 zł - 5,60 zł

		6		15	
		~~7~~	,	~~5~~	5
	-	5	,	6	0
		1	,	9	5

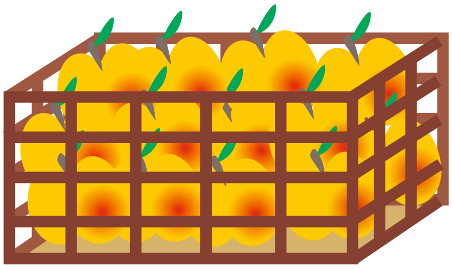
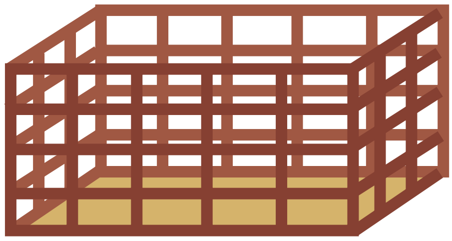
Sprawdzenie:

		1			
		1	,	9	5
	+	5	,	6	0
		7	,	5	5

Odpowiedź:
Jabłka kosztowały o 1,95 zł mniej niż czereśnie.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 2

Skrzynka z jabłkami ważyła 23,5 kg, a pusta skrzynka - 2,25 kg.
Ile ważyły same jabłka?
Musimy odjąć masę pustej skrzynki od masy skrzynki z jabłkami:
23,5 kg – 2, 25 kg

				4	10
	2	3	,	~~5~~	~~0~~
-		2	,	2	5
	2	1	,	2	5

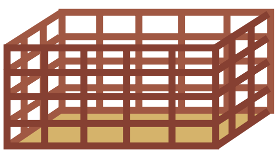
Sprawdzenie:

				1	
	2	1	,	2	5
+		2	,	2	5
	2	3	,	5	0

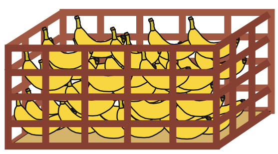
Odpowiedź:
Jabłka w skrzynce ważyły 21,25 kg.

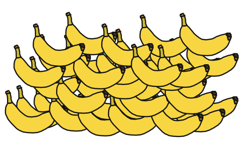
Uwaga:
Jeżeli mamy towar w opakowaniu, to mówimy, że jest to masa brutto.
Masę opakowania nazywamy tarą, a masę samego towaru - netto.

TARA



BRUTTO





NETTO

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 3

Do sklepu przywieziono świeże owoce w skrzynkach. Masa brutto wynosiła 56,75 kg, a puste skrzynki ważyły 7,3 kg.
Jaka była masa netto owoców?

BRUTTO = NETTO + TARA
NETTO = BRUTTO – TARA
BRUTTO 56,75 kg
TARA 7,3 kg

	4	16			
	~~5~~	~~6~~	,	7	5
-		7	,	3	0
	4	9	,	4	5

Sprawdzenie:

	1				
	4	9	,	4	5
+		7	,	3	0
	5	6	,	7	5

Odpowiedź:
Owoce ważyły netto 49,45 kg (Można też powiedzieć - masa netto owoców to 49,45 kg).

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 4

Kajakarze trenowali przed zawodami na różnych rzekach.
Jedna drużyna przepłynęła Wisłą 15,8 km, druga pływała po Warcie i pokonała 20,7 km, a trzecia - Odrą - 17,4 km.
Która drużyna kajakarzy przepłynęła najdłuższą trasę, a która najkrótszą?
Jakie były różnice w odległościach pokonanych przez poszczególne drużyny?

Odpowiedź:
15,8 km – odległość, którą przepłynęła drużyna trenująca na Wiśle
20,7 km - odległość, którą przepłynęła drużyna trenująca na Warcie
17,4 km - odległość, którą przepłynęła drużyna trenująca na Odrze
15,8 < 17,4 < 20,7
Najdłuższą trasę pokonała drużyna płynąca Wartą, a najkrótszą
- drużyna na Wiśle.
Obliczmy, jakie były różnice między długościami tras.

20,7 km – 17,4 km

		1	10		
		~~2~~	~~0~~	,	7
	-	1	7	,	4
			3	,	3

Sprawdzenie:
17,4 + 3,3 = 20,7

Różnica długości tras na Warcie i na Odrze wyniosła **3,3 km**.

20,7 km – 15,8 km

		1	9		17
		~~2~~	~~0~~	,	~~7~~
	-	1	5	,	8
			4	,	9

Sprawdzenie:

		1	1		
			4	,	9
	+	1	5	,	8
		2	0	,	7

Różnica długości tras na Warcie i Wiśle wyniosła **4,9 km**.

17,4 km – 15,8 km

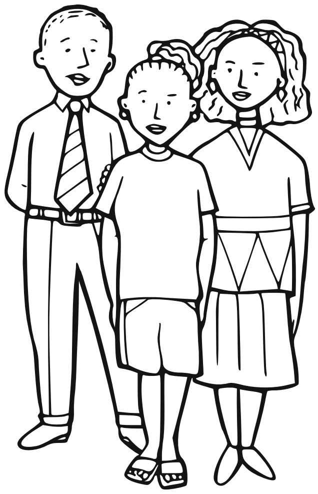
			6		14
		1	~~7~~	,	~~4~~
	-	1	5	,	8
			1	,	6

Sprawdzenie:

			1		
			1	,	6
	+	1	5	,	8
		1	7	,	4

Różnica długości tras na Odrze i Wiśle wyniosła 1,6 km.

Zadanie 5



Dzieciom z klasy IV zmierzono wzrost.
Ania ma 135 cm wzrostu, Wojtek 141 cm, Zosia 125 cm, a Antek 148 cm.
Uszereguj dzieci od najwyższego do najniższego.
Wyraź wzrost w metrach i oblicz, jakie są różnice wzrostu między najwyższym a pozostałymi dziećmi.

Odpowiedź:
148 cm > 141 cm > 135 cm > 125 cm
wzrost Antka > wzrost Wojtka > wzrost Ani > wzrost Zosi
Najwyższy jest **Antek**.
148 cm = 1,48 m
141 cm = 1,41 m
135 cm = 1,35 m
125 cm = 1,25 m

Różnica wzrostu między Antkiem a Wojtkiem to:
1,48 m – 1,41 m = 0,07 m = **7 cm**

Różnica wzrostu między Antkiem a Anią to:
1,48 m – 1,35 m = 0,13 m = **13 cm**

Różnica wzrostu między Antkiem a Zosią to:

	1	,	4	8
-	1	,	2	5
	0	,	2	3

Sprawdzenie:

	0	,	2	3
+	1	,	2	5
	1	,	4	8

1,48 m – 1,25 m = 0,23 m = **23 cm**

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

7. POWTÓRZENIE I UTRWALENIE WIADOMOŚCI - UŁAMKI DZIESIĘTNE

Przypomnijmy sobie najważniejsze informacje dotyczące ułamków dziesiętnych.

Ułamek możemy zapisać używając przecinka – taki ułamek nazywamy dziesiętnym.

W takiej liczbie przecinek oddziela część całkowitą od ułamkowej.

4,78

cztery jedności

osiem części setnych

siedem części dziesiątych

Czytamy: cztery i siedemdziesiąt osiem setnych

Ułamki dziesiętne, które poznaliśmy, można przedstawić w postaci ułamka zwykłego o mianowniku 10, 100, 1000.

Niektóre ułamki zwykłe można potem skrócić.

$$0{,}2 = \frac{2}{10} \overset{:2}{=} \frac{1}{5}$$

$$3{,}15 = 3\frac{15}{100} \overset{:5}{=} 3\frac{3}{20}$$

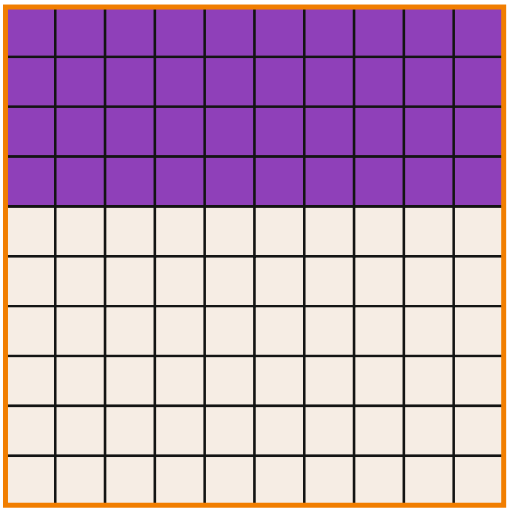
W ułamku zwykłym w postaci dziesiętnej, ilość miejsc po przecinku jest równa ilości zer występujących w mianowniku ułamka zwykłego.

$$\frac{6}{10} = 0{,}6$$

sześć dziesiątych

$$\frac{9}{100} = 0{,}09$$

dziewięć setnych

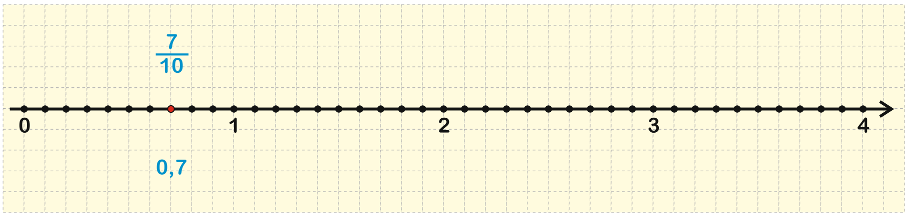


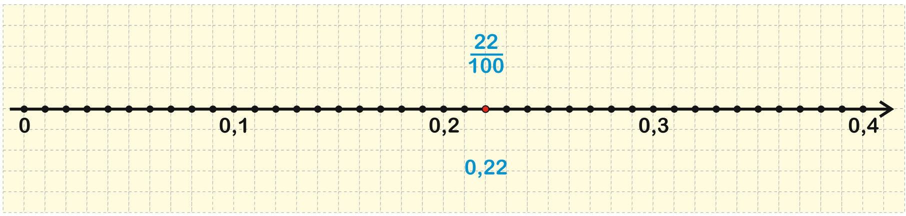
W tym kwadracie, podzielonym na 100 małych jednostkowych kwadracików, pomalowano na fioletowo 40 takich kwadracików, czyli

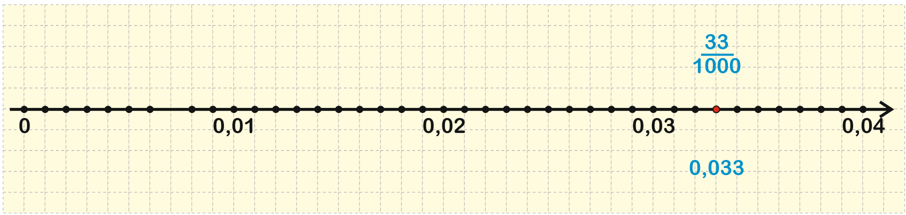
$$\frac{40}{100} = 0{,}40 = 0{,}4 \text{ całości.}$$

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Aby zaznaczyć ułamki o mianowniku 10, 100 lub 1000 na osi liczbowej, dzielimy jednostkę na 10, 100 lub 1000 równych części.







Postać dwumianowana – to taki sposób zapisu wielkości, w którym występują dwie jednostki, np. złote i grosze, metry i centymetry, centymetry i milimetry, kilogramy i dekagramy, dekagramy i gramy.

Postać dziesiętna - to sposób zapisu wielkości w ułamku dziesiętnym, z wykorzystaniem zależności między jednostkami.

np. 2 złote 50 groszy = 2,50 złotego - czytamy: dwa i pół złotego,
3 metry 25 centymetrów = 3,25 metra - czytamy: trzy i dwadzieścia pięć setnych metra,
5 kilogramów 60 dekagramów = 5,60 kilograma - czytamy: pięć i sześćdziesiąt setnych kilograma.

Liczby zapisane w postaci ułamka zwykłego możemy rozszerzać lub skracać, aby porównać ich liczniki lub mianowniki.

W ułamkach dziesiętnych można po przecinku dopisać lub skreślić końcowe zera, nie zmienia to wartości ułamka.

0,80 = 0,800	5,6 = 5,600	0,100 = 0,10 = 0,1
0,35 = 0,350	2,75 = 2,750	0,120 = 0,12

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Wiedząc jak rozszerzać i skracać ułamki dziesiętne, możemy je porównywać.

Najpierw bierzemy pod uwagę cyfry przed przecinkiem – czyli całości, a później porównujemy cyfry stojące w tych samych rzędach, zawsze od lewej do prawej.

$$2{,}67 > 2{,}65$$
$$1{,}50 < 1{,}65$$
$$5{,}250 > 5{,}205$$
$$10{,}7 < 11{,}9$$

Ułamki dziesiętne można też dodawać i odejmować pisemnie, podobnie jak liczby naturalne.

Przy dodawaniu i odejmowaniu ułamków dziesiętnych sposobem pisemnym musimy pamiętać, że:
przecinki, które występują w zapisie liczb muszą być umieszczone jeden pod drugim.

Jeśli w liczbach, które dodajemy mamy różną liczbę cyfr po przecinku dopisujemy zera (czyli rozszerzamy ułamki) tak, aby była jednakowa liczba miejsc po przecinku.

Przykład 1

6,3 + 2,65

	6	,	3	0
+	2	,	6	5
	8	,	9	5

Odejmowanie sprawdzamy dodawaniem.

Przykład 2

1,7 - 0,6

		1	,	7
-		0	,	6
		1	,	1

Sprawdzenie:

		1	,	1
+		0	,	6
		1	,	7

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykład 3

14,83 – 4,3

	1	4	,	8	3
-		4	,	3	0
	1	0	,	5	3

Sprawdzenie:

	1	0	,	5	3
+		4	,	3	0
	1	4	,	8	3

Jeśli mamy odjąć cyfrę większą od mniejszej, możemy „zabrać” dziesiątkę z poprzedniego rzędu (rozmienić) – tak, jak przy odejmowaniu pisemnym liczb naturalnych.

Przykład 4

a) 7,7 - 2,43

				6	10
		7	,	~~7~~	~~0~~
	-	2	,	4	3
		5	,	2	7

Sprawdzenie:

				1	
		5	,	2	7
	+	2	,	4	3
		7	,	7	0

b) 24,08 – 0,7

		3		10	
	2	~~4~~	,	~~0~~	8
-		0	,	7	0
	2	3	,	3	8

Sprawdzenie:

		1			
	2	3	,	3	8
+		0	,	7	0
	2	4	,	0	8

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie

Tata wybrał się z synem po zakupy do sklepu sportowego.

Kupili buty – tata do biegania za 179,99 zł, a syn do gry w piłkę nożną o 15 zł 40 gr tańsze. Ile pieniędzy wydali razem na buty? Ile tata otrzymał reszty, jeśli dał kasjerce banknot 200-złotowy i dwa banknoty po100 zł?

Rozwiązanie
Buty taty – 179,99 zł
Buty syna – tańsze o 15 zł 40 gr = 15,40 zł
czyli: 179,99 zł – 15,40 zł =

	1	7	9	,	9	9
-		1	5	,	4	0
	1	6	4	,	5	9

Sprawdzenie:

	1	6	4	,	5	9
+		1	5	,	4	0
	1	7	9	,	9	9

Buty syna kosztowały 164,59 zł.

Musimy teraz dodać ceny butów, żeby obliczyć, ile kosztowały razem: 179,99 zł + 164,59 zł

	1	1	1		1	
	1	6	4	,	5	9
+	1	7	9	,	9	9
	3	4	4	,	5	8

Odpowiedź: *Razem na buty wydali 344,58 zł = 344 zł 58 gr.*

Tata dał kasjerce 1 · 200 zł + 2 · 100 zł = 200 zł + 200 zł = 400 zł
Aby obliczyć, ile dostał reszty, musimy: 400 zł – 344,58 zł:

	3	9	9		9	10
	~~4~~	~~0~~	~~0~~	,	~~0~~	~~0~~
-	3	4	4	,	5	8
		5	5	,	4	2

Sprawdzenie:

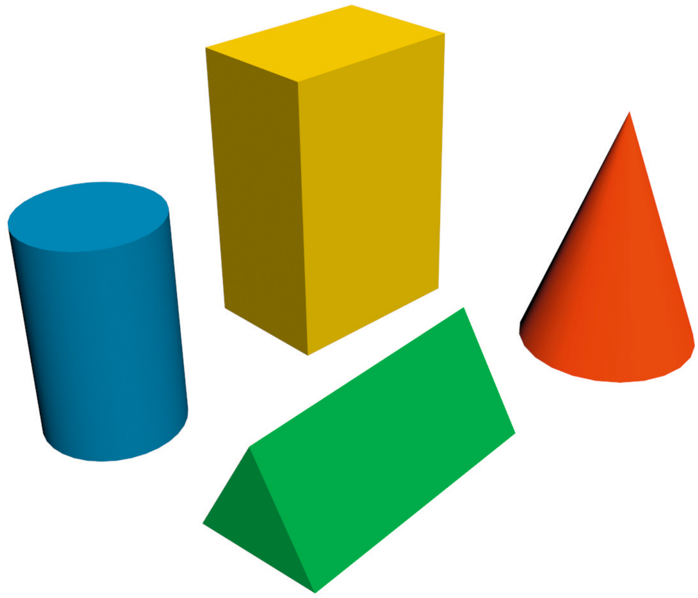
	1	1	1		1	
		5	5	,	4	2
+	3	4	4	,	5	8
	4	0	0	,	0	0

Odpowiedź: *Tata otrzymał 55,42 zł = 55 zł 42 gr reszty.*

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

1. PROSTOPADŁOŚCIANY I SZEŚCIANY

Opakowania produktów są bardzo różnorodne. Mogą mieć różne kształty i wymiary.

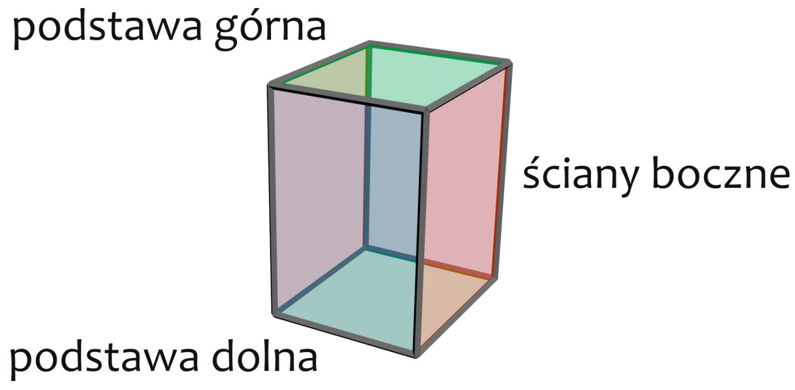


Ich ściany mogą mieć kształt koła, trójkąta, prostokąta.

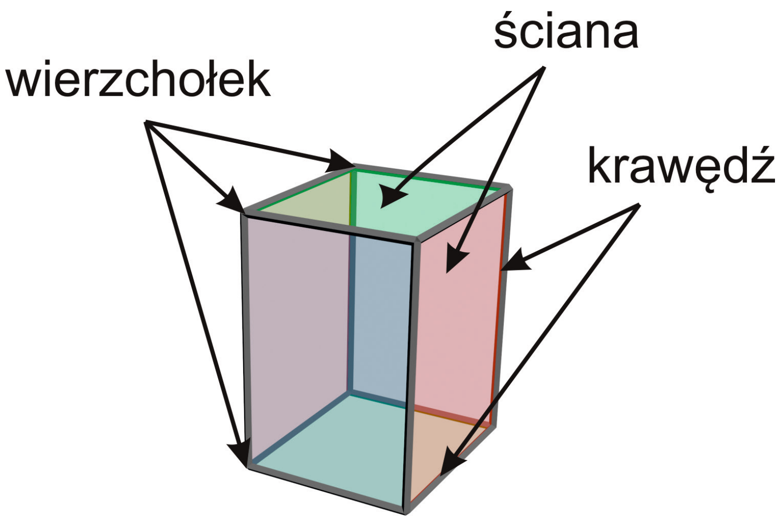
Wśród opakowań pokazanych na rysunku jest tylko jedno, którego wszystkie ściany są prostokątami - to **prostopadłościan**.

Prostopadłościan ma sześć ścian, które są prostokątami. Ściana, na której postawiono prostopadłościan, nosi nazwę podstawy dolnej. Równoległa do niej to podstawa górna, a pozostałe ściany to ściany boczne.

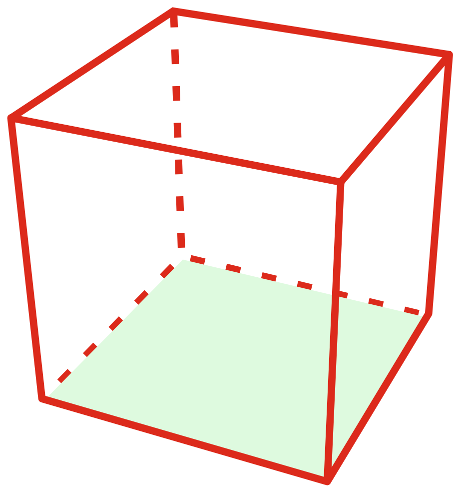
Czy potrafisz wskazać prostopadłościan wśród innych brył?



Prostopadłościan ma: 6 ścian prostokątnych, 8 wierzchołków, 12 krawędzi.

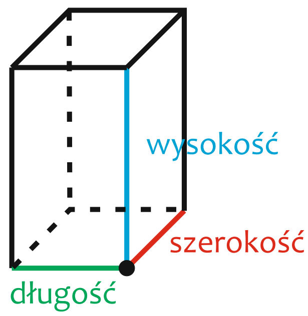


Prostopadłościan, którego wszystkie ściany są kwadratami, to **sześcian**. Wszystkie jego krawędzie mają taką samą długość.



Określając wielkość prostopadłościanu, podajemy długości krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka. Można je roboczo nazwać: długość, szerokość, wysokość.

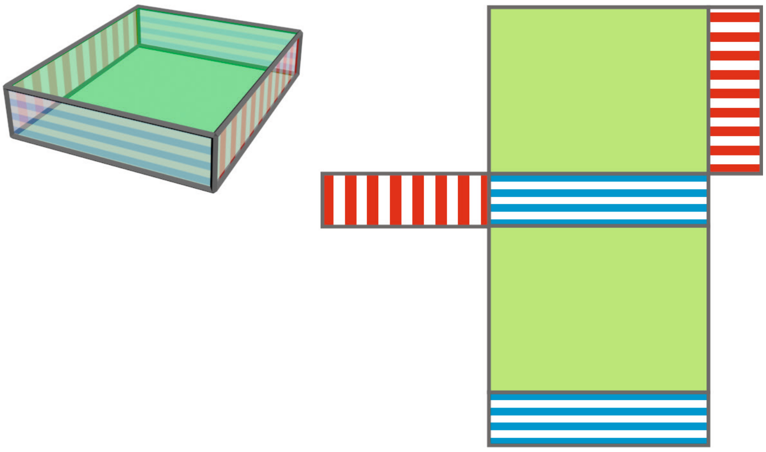
W zależności od ustawienia prostopadłościanu wymiar krawędzi można nazwać długością, szerokością, wysokością.



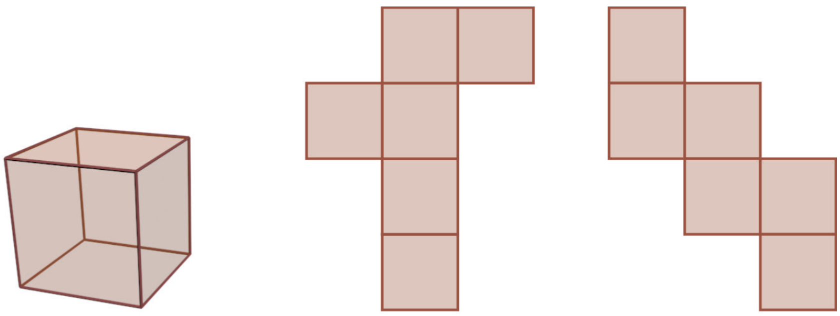
KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

2. SIATKI PROSTOPADŁOŚCIANÓW

Wyobraźmy sobie, że mamy pudełko w kształcie prostopadłościanu, którego ścianki sklejono taśmą. Kiedy usuniemy taśmę, a ściany pudełka rozłożymy na płaskiej powierzchni, otrzymamy siatkę prostopadłościanu. Podobnie, rozkładając model sześcianu, otrzymamy siatkę sześcianu. Siatki prostopadłościanów i sześcianów można narysować w różny sposób. Poniżej pokazano jedną z siatek prostopadłościanu. Niektóre ściany pokolorowano tak samo na rysunku modelu i siatki.

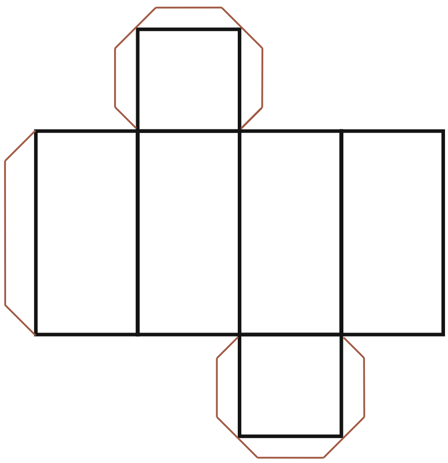


Model i dwie różne siatki sześcianu zaprezentowano na rysunku poniżej.



Sklejanie modelu prostopadłościanu

Jeśli chcemy skleić model prostopadłościanu z przygotowanej siatki, musimy przy niektórych krawędziach wyciąć dodatkowo paski papieru na tzw. „zakładki", które będą przyklejone do ścian.



KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI WPQ TOMP UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

3. POLE POWIERZCHNI PROSTOPADŁOŚCIANU

Z pojęciem pola powierzchni zetknąłeś się już wcześniej.

Wiesz już, że prostopadłościan to figura przestrzenna, która ma sześć ścian. Każda ściana jest prostokątem.

Kwadrat jest szczególnym przypadkiem prostokąta.

Wyobraź sobie, że kupiłeś koleżance lub koledze książkę, a teraz chcesz ten prezent owinąć w ładny papier. Znając pole powierzchni książki (ma ona kształt prostopadłościanu) dowiesz się, ile papieru będzie potrzebne.

Pole powierzchni prostopadłościanu to suma pól powierzchni wszystkich jego ścian.

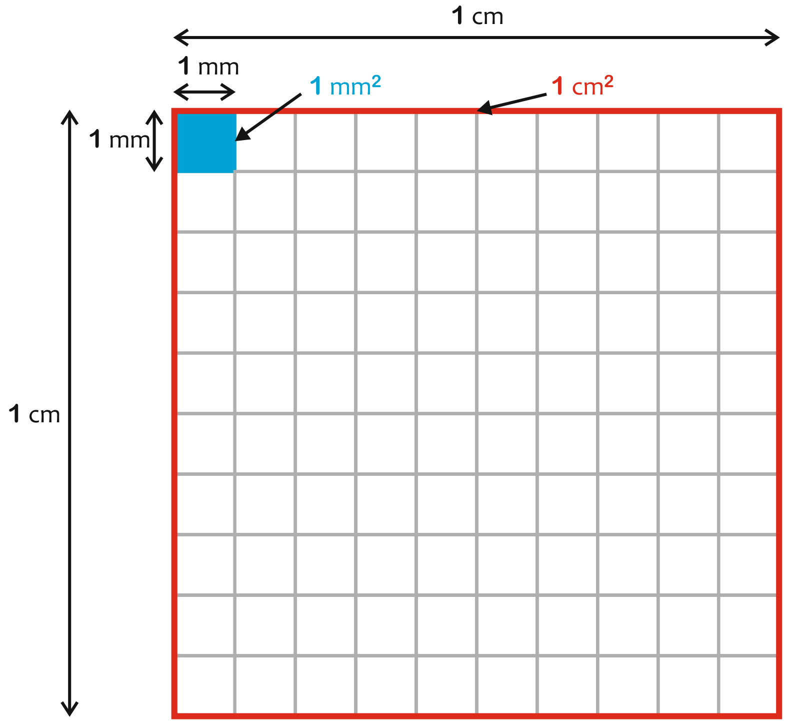
Aby obliczyć pole powierzchni prostopadłościanu:

1. Narysuj jego siatkę.
2. Nanieś na nią odpowiednie wymiary.
3. Oblicz pole powierzchni każdej ze ścian – zwróć uwagę, które ściany są identyczne.
4. Dodaj do siebie pola powierzchni wszystkich sześciu ścian.

Przykładowe jednostki pola powierzchni:

- milimetr kwadratowy - mm^2
- centymetr kwadratowy - cm^2
- decymetr kwadratowy - dm^2
- kilometr kwadratowy - km^2
- hektar - 1 ha

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



1 cm^2 to 100 mm^2

1 dm^2 = 1 dm x 1 dm = 10 cm x 10 cm = 100 cm^2

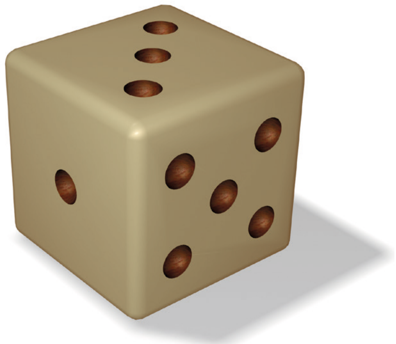
1 m^2 = 1 m x 1 m = 100 cm x 100 cm = 10 000 cm^2

1 km^2 = 1 km x 1 km = 1000 m x 1000 m = 1 000 000 m^2

1 ha = 10 000 m^2

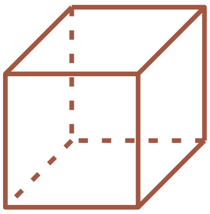
Przykład 1

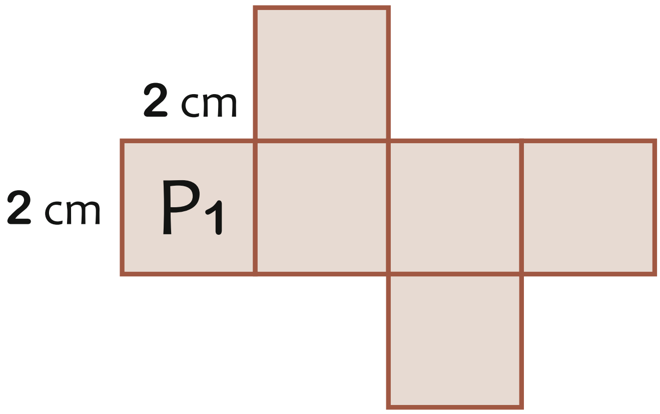
Obliczmy na początku pole powierzchni sześcianu o krawędzi 2 cm. Niech będzie nim sześcienna kostka do gry.



Wykonujemy rysunek pomocniczy siatki tego sześcianu.

Składa się ona z sześciu jednakowych kwadratów o boku 2 cm. Oznacza to, że **pola powierzchni tych kwadratów są identyczne**.





Wprowadzamy oznaczenia:
P_1 - pole powierzchni jednej ściany sześcianu.
P_c - pole powierzchni całkowitej sześcianu.

Obliczamy pole powierzchni:
jednej ściany sześcianu, która jest kwadratem o boku 2 cm:
P1 = 2 cm x 2 cm = 4 cm^2
sześcianu, które jest sumą pól powierzchni 6 jednakowych ścian:
Pc = 4 cm^2 + 4 cm^2 + 4 cm^2 + 4 cm^2 + 4 cm^2 + 4 cm^2 = 6 x 4 cm^2 = 24 cm^2

Odpowiedź:
Pole powierzchni sześcianu o krawędzi 2 cm jest równe 24 cm^2.

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Ćwiczenie

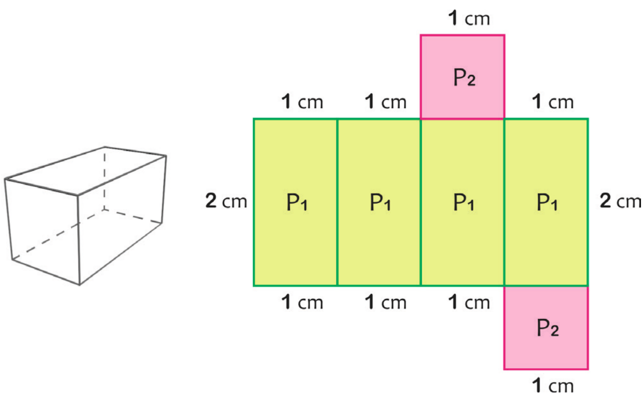
Jak zmieni się pole powierzchni sześcianu, gdy jego krawędź zwiększymy dwukrotnie, czyli zastosujemy skalę 2:1?

Przykład 2

Ile centymetrów kwadratowych papieru potrzeba na oklejenie pudełka o wymiarach (długość x szerokość x wysokość) 1 cm x 2 cm x 1 cm?

Wykonujemy rysunek pomocniczy siatki tego prostopadłościanu.

Składa się on z sześciu prostokątów. Prostokąty o jednakowym polu powierzchni są zaznaczone tym samym kolorem.



P1 - pole powierzchni prostokąta o wymiarach 1 cm x 2 cm

P2 - pole powierzchni prostokąta o wymiarach 1 cm x 1 cm

Pc - pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu.

Obliczamy pole powierzchni:

prostokąta o wymiarach 1 cm x 2 cm: P1 = 1 cm x 2 cm = 2 cm^2

prostokąta o wymiarach 1 cm x 1 cm: P2 = 1 cm x 1 cm = 1 cm^2

prostopadłościanu, które jest sumą pól powierzchni wszystkich 6 ścian:

Pc = 4 x P1 + 2 x P2 = 8 cm^2 + 2 cm^2 = 10 cm^2

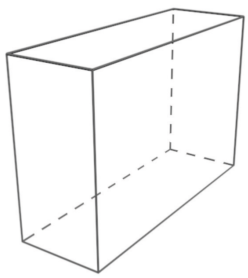
Odpowiedź:

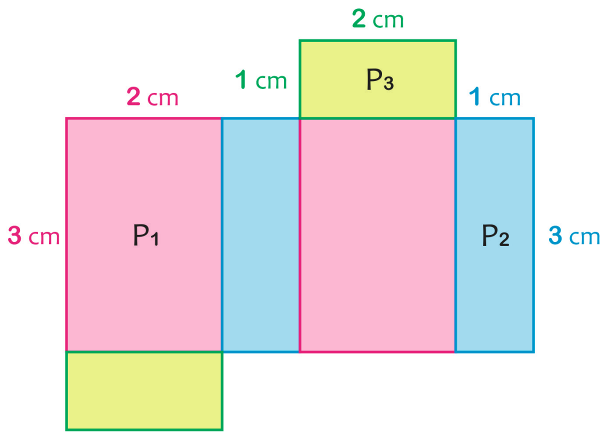
Pole powierzchni pudełka w kształcie prostopadłościanu o wymiarach 1 cm x 2 cm x 1 cm jest równe 10 cm^2 - tyle centymetrów kwadratowych papieru potrzeba na oklejenie tego pudełka.

Przykład 3

Ile cm^2 papieru potrzeba na oklejenie pudełka o wymiarach (długość x szerokość x wysokość) 1 cm x 2 cm x 3 cm?

Ponieważ mamy trzy różne wymiary krawędzi, otrzymamy trzy wymiary ścian. Wykonujemy rysunek pomocniczy siatki tego prostopadłościanu.
Składa się on z sześciu prostokątów. Prostokąty o jednakowym polu powierzchni są zaznaczone tym samym kolorem.





Obliczamy pole powierzchni:

- prostokąta o wymiarach 3 cm x 2 cm:

P_1 = 3 cm x 2 cm = 6 cm^2

- prostokąta o wymiarach 1 cm x 3 cm:

P_2 = 1 cm x 3 cm = 3 cm^2

- prostokąta o wymiarach 1 cm x 2 cm:

P_3 = 1 cm x 2 cm = 2 cm^2

- prostopadłościanu, które jest sumą pól powierzchni wszystkich 6 ścian:

$P_c = 2 \times P_1 + 2 \times P_2 + 2 \times P_3$
$P_c = 2 \times 6\ cm^2 + 2 \times 3\ cm^2 + 2 \times 2\ cm^2 = 2 \times (6\ cm^2 + 3\ cm^2 + 2\ cm^2) = 2 \times 11\ cm^2 = 22\ cm^2$

Odpowiedź:
Pole powierzchni pudełka w kształcie prostopadłościanu o wymiarach 1 cm x 2 cm x 3 cm jest równe 22 cm^2 - tyle centymetrów kwadratowych papieru potrzeba na jego oklejenie.

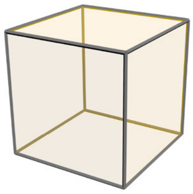
KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Ćwiczenie 1

Oblicz pole powierzchni kostki cukru, która jest sześcianem o krawędzi 10 mm. Wynik podaj w centymetrach kwadratowych.

Ćwiczenie 2

Pole powierzchni całkowitej sześcianu wynosi 150 cm^2. Oblicz długość krawędzi tego sześcianu.



Wskazówka: Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest sumą sześciu identycznych ścian. Każda z nich jest kwadratem.

Ćwiczenie 3

Ile wynosi pole powierzchni prostopadłościanu o wymiarach 5 cm x 5 cm x 1 dm?

Zanim przystąpisz do obliczania pól powierzchni ścian prostopadłościanu upewnij się, że wszystkie wymiary mają te same jednostki.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

NOTATKI

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

NOTATKI

Książka zawiera część materiałów zgromadzonych na platformie edukacyjnej MATI opracowanych w ramach projektu *e-Matematyka i zajęcia komputerowe - skuteczne programy nauczania.*

Stanowi materiał pomocniczy dla dzieci z klasy IV szkoły podstawowej, ich rodziców i nauczycieli.

Wersję instalacyjną platformy MATI można pobrać m.in. ze strony www.ematematyka.edu.pl

ISBN- 978-83-941707-0-7

9 788394 170707