SCENARIUSZ ZAJĘĆ SZKOLNEGO KOŁA NAUKOWEGO Z PRZEDMIOTU

MATEMATYKA

PROWADZONEGO W RAMACH PROJEKTU AKADEMIA UCZNIOWSKA

Temat lekcji

„Czy suma pól księżyców Hipokratesa kwadratu jest równa polu tego kwadratu?"

Na podstawie pracy uczniów pod opieką Włodzimierza Gapskiego. Opiekun grupy uczniowskiej uczestniczył w kursie „Eksperymentowanie i wzajemne nauczanie" w ramach projektu Akademia uczniowska realizowanego przez Fundację Centrum Edukacji Obywatelskiej.

Fragment podstawy programowej związany z doświadczeniem zawierający treści nauczania określone w wymaganiach szczegółowych (wraz z numeracją):

6. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:

   1) opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami;

   3) redukuje wyrazy podobne w sumie algebraicznej;

   4) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne;

   5) mnoży jednomiany, mnoży sumę algebraiczną przez jednomian oraz, w nietrudnych przykładach, mnoży sumy algebraiczne;

   6) wyłącza wspólny czynnik z wyrazów sumy algebraicznej poza nawias;

   7) wyznacza wskazaną wielkość z podanych wzorów, w tym geometrycznych i fizycznych.

7. Równania. Uczeń:

   1) zapisuje związki między wielkościami za pomocą równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą (…);

   3) rozwiązuje równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą;

10. Figury płaskie. Uczeń:

   6) oblicza pole koła, pierścienia kołowego, wycinka kołowego;

   19) konstruuje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;

   22) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności.

Rekomendacja eksperta CEO, Jerzego Kielecha: Znakomity przykład zajęć z pytaniem problemowym i interesującym pojęciem „Księżyce Hipokratesa”. Można poprowadzić je jako klasyczne doświadczenie empiryczne, prowadzące do przeprowadzenia dowodu matematycznego. Propozycja zajęć daje możliwość przećwiczenia konstrukcji geometrycznych.

Temat w formie pytania badawczego lub problemowego:

Czy suma pól księżyców Hipokratesa kwadratu równa jest polu tego kwadratu?

Źródło:

„Matematyka 2001. Zadania. Suplement. Klasa II”, Sawicka-Patrzałek U., Walczak J., WSiP.

Podstawowe pojęcia:

Księżyce Hipokratesa, okrąg, koło, pole koła, kwadrat, przekątna kwadratu, okrąg wpisany w wielokąt, okrąg opisany na wielokącie.

Fundacja Centrum Edukacji Obywatelskiej, ul. Noakowskiego 10, 00-666 Warszawa, e-mail: ceo@ceo.org.pl; *Akademia uczniowska*,
Tel. (22) 825 04 96, e-mail: au@ceo.org.pl; więcej informacji: www.ceo.org.pl

Hipoteza zaproponowana przez uczniów:

Uczniowie na początku zajęć wypowiadają się, czy ich zdaniem suma pól księżyców Hipokratesa kwadratu równa jest polu tego kwadratu, czy może jest większa lub mniejsza od pola tego kwadratu.

OPIS DOŚWIADCZENIA

Zmienne występujące w doświadczeniu:

Jaką zmienną/wielkość będziemy zmieniać (zmienna niezależna)?

Długość boku kwadratu*.

Jaką zmienną/wielkość będziemy mierzyć – obserwować (zmienna zależna)?

Pola księżyców Hipokratesa.

Czego w naszym eksperymencie nie będziemy zmieniać (zmienne kontrolne)?

Pola kwadratu, które zależy od długości boku.

Uwaga eksperta:

* Jeśli zmienną niezależną jest długość boku kwadratu, powstaje pewna trudność związana z rozumieniem eksperymentu w sensie proponowanym przez Akademię uczniowską. Nacisk jest tu kładziony na „doświadczenie myślowe", którego dokumentacją są obliczenia ogólne – zamiast konkretnego kwadratu, np. o boku długości 4 cm – uczniowie prowadzą rozumowanie ogólne, co stanowi różnicę między empirycznym matematycznie eksperymentem, a takim, który wyróżnia się jako „zajęcia z pytaniem problemowym". Dlatego myślę, by, w przypadku uczniów słabszych, zaproponować im konkretne obliczenia – inną, ale całkowitą długość boku dla każdej grupy – a następnie dyskusję nad efektem ich obliczeń (sama konstrukcja, obok innych walorów dydaktycznych, jest narzędziem wizualizacji ułatwiającej powstanie koncepcji rozwiązania). Następnie prezentacja wyników obliczeń sprawia, że dochodzimy do podejrzenia, że prawidłowość zachodzi dla dowolnego boku (patrz zmienna niezależna) i jednocześnie powstaje potrzeba przeprowadzenia dowodu, którym w tym wypadku będą waśnie obliczenia ogólne.

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.

Projekt realizowany przez Fundację Centrum Edukacji Obywatelskiej we współpracy z partnerami: Międzynarodowym Instytutem Biologii Molekularnej i Komórkowej oraz Polsko-Amerykańską Fundacją Wolności; wdrażany przez Instytucję Pośredniczącą II stopnia w Ośrodku Rozwoju Edukacji.

Opis doświadczenia:

W pierwszej części zajęć można przedstawić uczniom podstawowe informacje na temat księżyców Hipokratesa i omówić zasady ich konstrukcji na przykładzie trójkąta równobocznego. Przykładowy rysunek należy wykonać na tablicy.

W części drugiej uczniowie realizują doświadczenie w małych zespołach. Rozwiązują problem zawarty w temacie zajęć w celu weryfikacji sformułowanej uprzednio hipotezy. Zespół uczniowski, który jako pierwszy rozwiąże problem może przedstawić i omówić wyniki swojej pracy wykonując odpowiedni rysunek i zapisując potrzebne obliczenia na tablicy.

Instrukcja do doświadczenia:

Pracując w grupach uczniowie powinni wybrać ze swego grona osobę odpowiedzialną za wykonanie rysunku i inną, odpowiedzialną za sporządzanie notatek.

1. Na podstawie rysunku wykonanego na tablicy skonstruuj księżyce Hipokratesa dla trójkąta równobocznego.

2. Przeprowadź podobną konstrukcję dla kwadratu o boku a:

- Narysuj dowolny kwadrat o boku a,

- Wyznacz środek okręgu opisanego na tym kwadracie i narysuj ten okrąg,

- Wyznacz środek każdego z boków kwadratu,

- Na każdym z boków kwadratu narysuj półokrąg o promieniu równym połowie długości boku kwadratu.

3. Sformułuj odpowiedź na pytanie problemowe.

4. Zastanów się, w jaki sposób obliczyć pole pojedynczego księżyca Hipokratesa.

5. Oblicz pola księżyców Hipokratesa dla kwadratu.

6. Porównaj obliczoną sumę pól wszystkich księżyców z polem kwadratu.

7. Sprawdź poprawność postawionej hipotezy.

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.

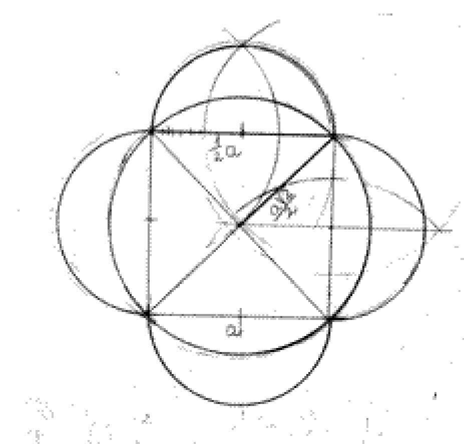
Projekt realizowany przez Fundację Centrum Edukacji Obywatelskiej we współpracy z partnerami: Międzynarodowym Instytutem Biologii Molekularnej i Komórkowej oraz Polsko-Amerykańską Fundacją Wolności; wdrażany przez Instytucję Pośredniczącą II stopnia w Ośrodku Rozwoju Edukacji.

Fundacja Centrum Edukacji Obywatelskiej, ul. Noakowskiego 10, 00-666 Warszawa, e-mail: ceo@ceo.org.pl; *Akademia uczniowska*,
Tel. (22) 825 04 96, e-mail: au@ceo.org.pl; więcej informacji: www.ceo.org.pl

BHP:

Zachowaj ostrożność przy posługiwaniu się przyborami geometrycznymi, szczególnie cyrklem!

Proponowany sposób dokumentacji uczniowskiej:



$P_O = \pi r^2$

$P_O = \pi\left(\frac{1}{2}a\sqrt{2}\right)^2$

$P_O = \pi\left(\frac{1}{2}a\sqrt{2}\right)\left(\frac{1}{2}a\sqrt{2}\right)$

$P_O = \frac{1}{2}\pi a^2$

$P_{ks} = \frac{1}{8}\pi a^2 - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\pi a^2 - a^2\right)$

$P_{ks} = \frac{1}{8}\pi a^2 - \frac{1}{8}\pi a^2 + \frac{1}{4}a^2$

$P_{ks} = \frac{1}{4}a^2$

$P_k = a^2$

$P_O - P_k = \frac{1}{2}\pi a^2 - a^2$

$P_D = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{1}{2}a\right)^2$

$P_D = \frac{1}{8}\pi a^2$

$4P_{ks} = 4 \times \frac{1}{4}a^2$

$4P_{ks} = a^2 = P_k$

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.

Projekt realizowany przez Fundację Centrum Edukacji Obywatelskiej we współpracy z partnerami: Międzynarodowym Instytutem Biologii Molekularnej i Komórkowej oraz Polsko-Amerykańską Fundacją Wolności; wdrażany przez Instytucję Pośredniczącą II stopnia w Ośrodku Rozwoju Edukacji.

Fundacja Centrum Edukacji Obywatelskiej, ul. Noakowskiego 10, 00-666 Warszawa, e-mail: ceo@ceo.org.pl; *Akademia uczniowska*,
Tel. (22) 825 04 96, e-mail: au@ceo.org.pl; więcej informacji: www.ceo.org.pl

Propozycja modyfikacji eksperymentu:

Inny pomysł to określenie zmiennej niezależnej jako liczby n określającej ilość boków n-kąta foremnego, dla którego powstają księżyce i pytanie, czy taka prawidłowość zachodzi dla dowolnego wielokąta foremnego? To pytanie może przekraczać możliwości gimnazjalisty, ale ograniczone do n = 3, 4, 6 daje szansę klasycznej zmiany zmiennej zależnej, a w przypadku ogólnym prowadzi do wyzwania na przyszłość – modelując ciekawość poznawczą.

Dodatkowe informacje dla nauczycieli, którzy chcieliby wykorzystać pomysł:

Prawidłowo wykonane doświadczanie powinno pozytywnie zweryfikować hipotezę *TAK*, np. według wzoru pokazanego w przytoczonej dokumentacji uczniowskiej. Warto by kończyło się zaproponowaną pracą domową: skonstruuj księżyce Hipokratesa dla sześciokąta foremnego. Można także zachęcić uczniów do sprawdzenia, czy odpowiedź na pytanie badawcze dla sześciokąta foremnego byłaby analogiczna.

Załączniki wybrane przez eksperta: