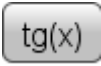


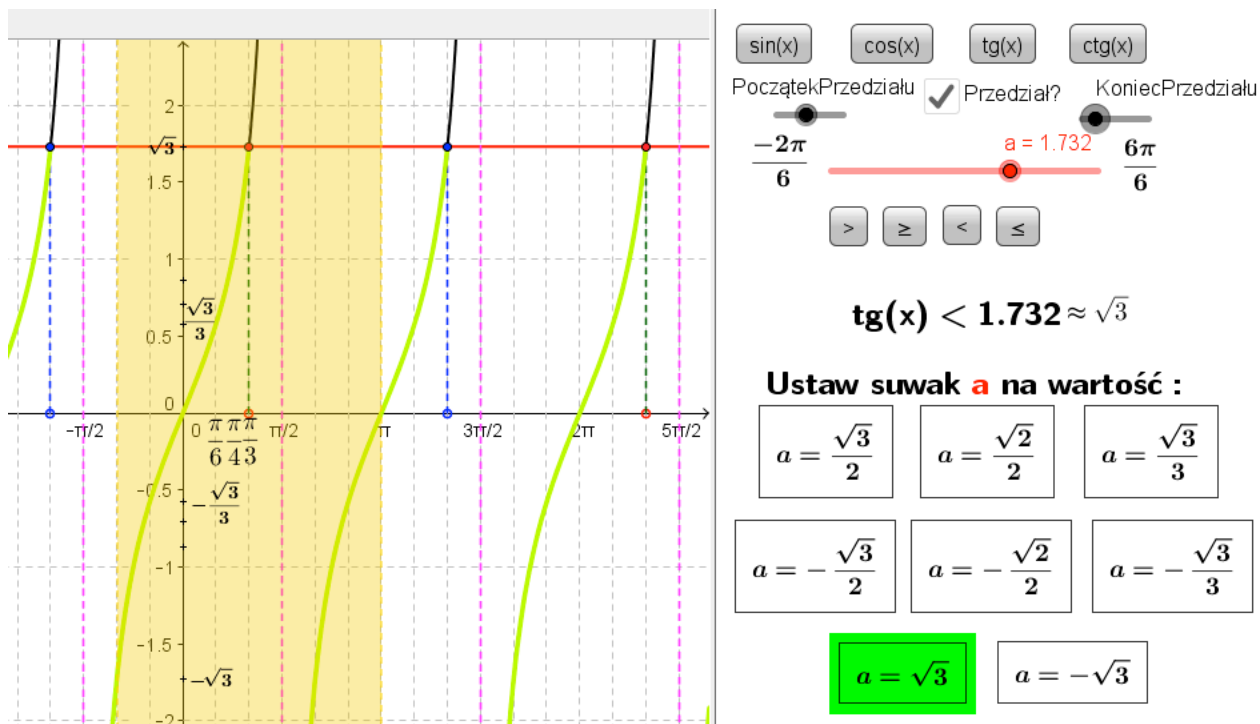
Scenariusz lekcji

1. **Przedmiot:** Matematyka
2. **Dział Programowy:** Trygonometria
3. **Temat:** Rozwiązywanie nierówności trygonometrycznych cz2.
4. **Klasa:** II
5. **Zgodność z podstawą programową:** Uczeń: spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:
 - 3) Wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych
 - 4) Posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych (np. gdy rozwiązuje nierówności typu $\operatorname{tg} x > a$.)
 - 6) Rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne.
6. **Pomoce dydaktyczne:**
 - komputer nauczyciela z tablicą interaktywną lub rzutnikiem multimedialnym,
 - bezpłatne oprogramowanie GeoGebra w najnowszej wersji 5.0 wspomagające nauczanie matematyki <http://www.geogebra.org/cms/pl/download/>)
7. **Cele:** Uczeń:
 - Rozwiązuje nierówności typu $\operatorname{tg} x \geq a$, $\operatorname{tg} x > a$, $\operatorname{tg} x \leq a$, $\operatorname{tg} x < a$.
 - Posługuje się wykresem funkcji tangens.
 - Potrafi ułożyć nierówność, której interpretacja przedstawiona jest na wykresie.
 - Wykorzystuje okresowość funkcji tangens do wyznaczania rozwiązań nierówności w określonym przedziale.
8. **Metody nauczania:** elementy wykładu, prezentacja, ćwiczenia
9. **Formy pracy:** praca grupowa, indywidualna
10. **Plan lekcji:**

(Zakładam, że uczniowie umieją rozwiązywać proste równania trygonometryczne, i znajdować rozwiązania tych równań w określonym przedziale).

Rozwiążmy nierówność $\operatorname{tg} x < \sqrt{3}$ dla $x \in (-\frac{\pi}{3}, \pi)$. Nauczyciel włącza aplet

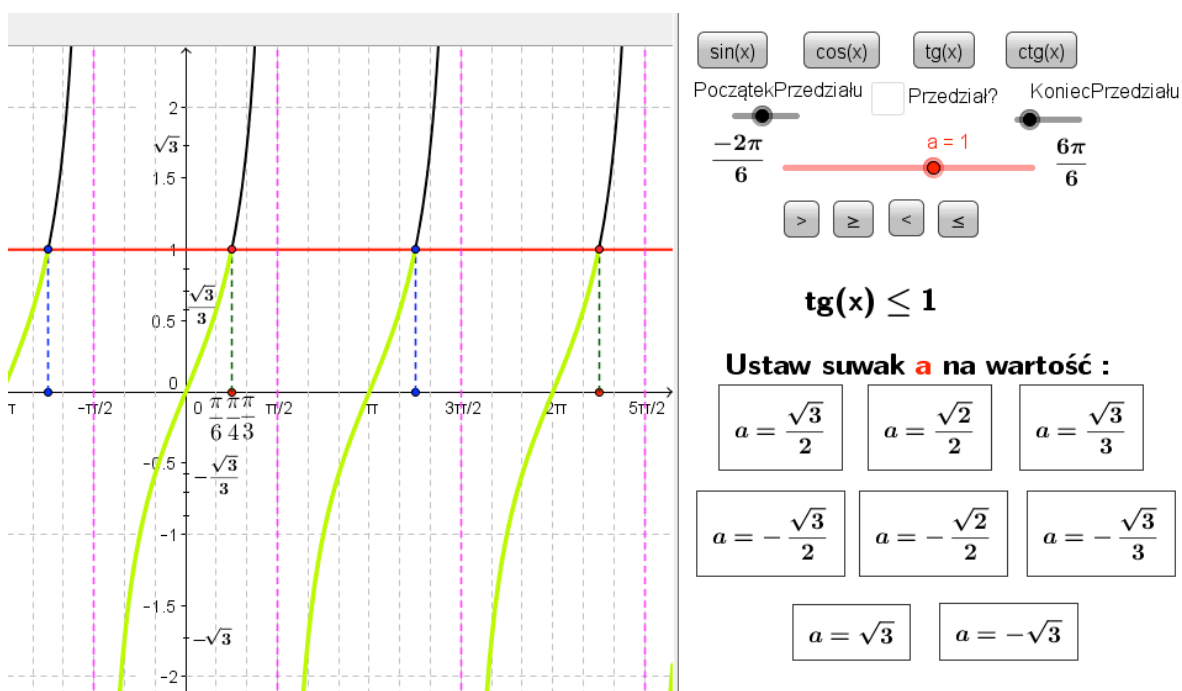
rownania_nierownosci_trygonometryczne2.ggb i wybiera przycisk  oraz ustawia odpowiedni przedział suwakami jak na rysunku:



Rozwiązaniem nierówności są te argumenty dla których wykres funkcji $\text{tg}x$ jest zaznaczony na zielono oraz mieści się w zaznaczonym kremowym pasie tzn. dla $x \in (-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}) \cup (\frac{\pi}{2}, \pi)$. Z rysunku możemy odczytać rozwiązanie $x \in (-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}) \cup (\frac{\pi}{2}, \pi)$.

Rozwiążmy nierówność $\text{tg}(\frac{1}{2}x) \leq 1$. Możemy postąpić następująco:

Stosujemy podstawienie $\frac{1}{2}x = t$, mamy nierówność $\text{tg}(t) \leq 1$. Rozwiązania tej nierówności odczytamy z wykresu. Nauczyciel włącza i ustawia odpowiednie opcje w aplecie jak na rysunku (m.in. wyłącza pole zaznaczenia: przedział):



Odczytujemy rozwiązania (argumenty dla których wykres funkcji zaznaczony jest na zielono):

$$t \in \left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi\right), k \in \mathbb{C}$$

Oczywiście musimy znaleźć rozwiązania wyjściowej nierówności $\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}x\right) \leq 1$ zatem musimy

wrócić do podstawienia:

$$\frac{1}{2}x \in \left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi\right), k \in \mathbb{C}$$

$$\text{Ostatecznie } x \in \left(-\pi + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right), k \in \mathbb{C}.$$

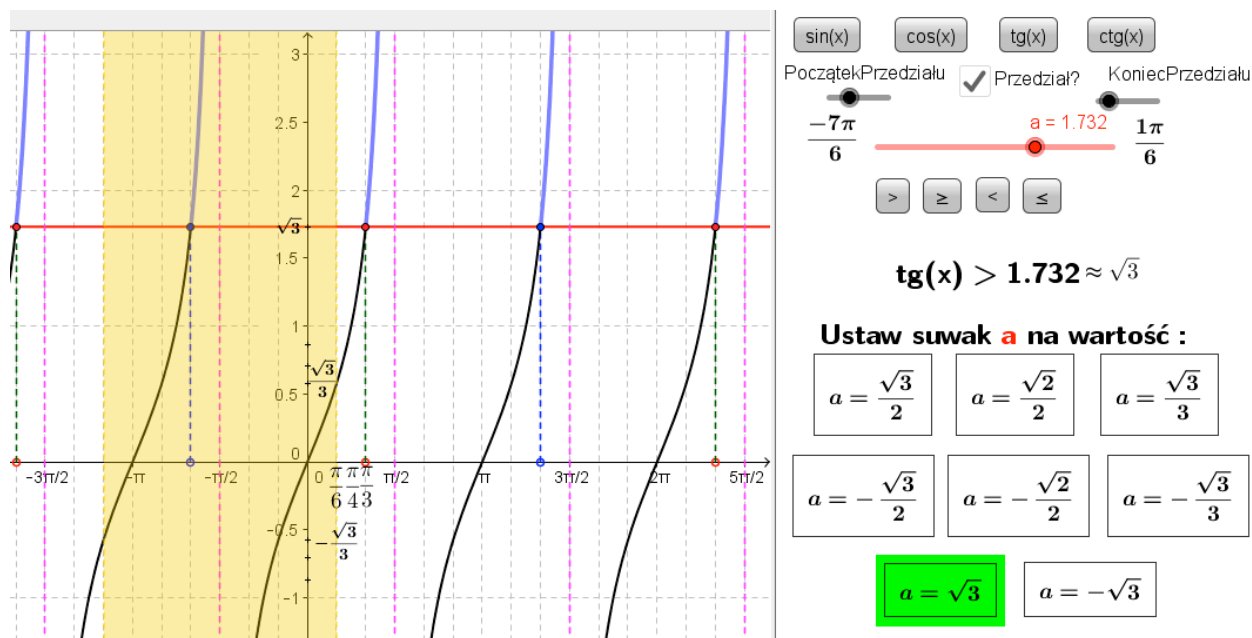
$$\text{Rozwiążmy nierówność: } \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) > \sqrt{3}, x \in \left(-\frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$$

Podstawiając $x - \frac{\pi}{3} = t$, mamy $x = t + \frac{\pi}{3}$ stąd $t + \frac{\pi}{3} \in \left(-\frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$. Nasza dziedzina ostatecznie:

$$t \in \left(-\frac{7\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right).$$

Musimy zatem rozwiązać nierówność $\operatorname{tg}(t) > \sqrt{3}$ dla $t \in \left(-\frac{7\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right)$. Nauczyciel włącza aplet i

ustawia odpowiedni przedział suwakami jak na rysunku:



Z wykresu odczytujemy, że rozwiązaniem jest $t \in \left(-\frac{4\pi}{6}, -\frac{\pi}{2}\right)$. Wracając do podstawienia

$$x - \frac{\pi}{3} = t \text{ mamy: } x - \frac{\pi}{3} \in \left(-\frac{4\pi}{6}, -\frac{\pi}{2}\right). \text{ Ostatecznie: } x \in \left(-\frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{6}\right).$$

Praca domowa:

Rozwiąż nierówności:

$$\text{a) } \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) > \sqrt{3}$$

$$\text{b) } \operatorname{tg} x \leq \frac{-\sqrt{3}}{3} \text{ dla } x \in \left(-\frac{7\pi}{6}, -\frac{\pi}{3}\right)$$