

Problem komputerowy Nr 3.2.09 „Pomiar oporu wewnętrznego woltomierza”

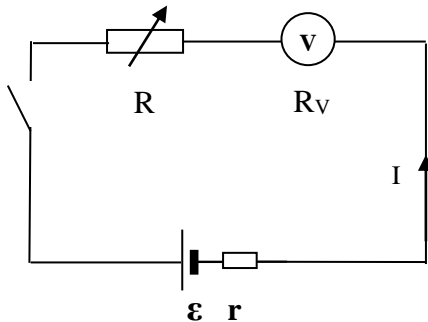
I. Z pracowni fizycznej.

Wykonano doświadczenie, **którego celem** jest wyznaczenie oporu wewnętrznego woltomierza.

I.1 Podstawy teoretyczne.

W §3.2.9 e-podręcznika przedstawiono podstawowe informacje o miernikach elektrycznych. Wspomniano tam m.in., że opór idealnego woltomierza powinien być nieskończenie wielki, zaś w realnych obwodach stosuje się na ogół woltomierze o oporach wewnętrznych R_V dużo większych od innych oporów w tych obwodach. Woltomierz wskazujący napięcie pomiędzy swoimi zaciskami, wskazuje jednocześnie napięcie panujące na tym elemencie, z którym jest połączony równolegle. Dzięki dużemu oporowi wewnętrznemu woltomierz pobiera prąd o natężeniu pomijalnym wobec prądu płynącego przez badany element.

Nieco inaczej postępuje się, gdy badanym elementem obwodu jest sam woltomierz. W celu wyznaczenia jego oporu wewnętrznego łączy się go szeregowo z opornikiem o regulowanym oporze elektrycznym R , który jest rzędu oporu wewnętrznego R_V . Schemat obwodu wykorzystanego w doświadczeniu pokazano na rys. 1.



Rys. 1. Obwód do wyznaczenia oporu wewnętrznego woltomierza. Przyjmuje się, że $r \ll R_V$.

Oczekiwane wyniki.

Drugie prawo Kirchhoffa (patrz §3.2.8 e-podręcznika), zastosowane do obwodu na rys. 1, pozwala zapisać dwa równania, przewidujące wskazania woltomierza, oznaczone symbolem U :

$$I = \frac{\epsilon}{R + R_V} \quad \text{oraz} \quad U = R_V \cdot I$$

W zapisie przyjęto, że opór wewnętrzny zasilacza r jest pomijalnie mały wobec oporu R_V . Po wyeliminowaniu z tych równań natężenia prądu I , które w tym doświadczeniu nie jest mierzone, uzyskujemy:

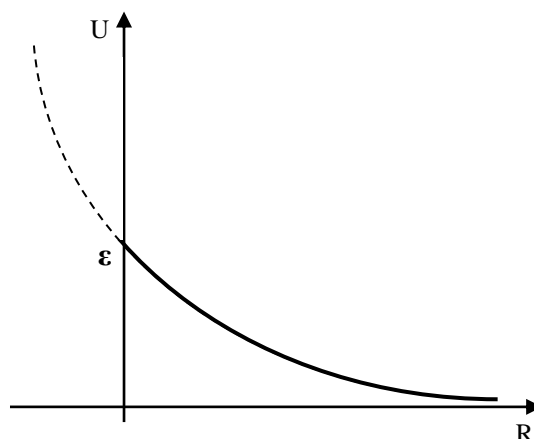
$$U = \epsilon \frac{R_V}{R + R_V} \quad (1)$$

Związek ten opisuje zależność napięcia U wskazywanego przez woltomierz od wartości oporu R , połączonego z nim szeregowo. Jest to zależność hiperboliczna, a więc nieliniowa, zbliżona do funkcji odwrotnie proporcjonalnej. Orientacyjny wykres $U(R)$ przedstawia rys. 2.

Rys. 2. Zależność - zgodnie ze wzorem (1) - napięcia woltomierza od szeregowo połączonego z nim oporu.

Linia ciągłą pokazano fragment hiperboli obejmujący obszar $R \geq 0$, czyli dziedzinę pomiarów.

Linia przerywaną pokazano fragment hiperboli, odpowiadający ujemnym wartościom argumentu R , a więc niemającym interpretacji fizycznej.



Linearyzacja wyników pomiarów.

Pomiar wykonano przede wszystkim w celu wyznaczenia wartości R_v . Jednak uzyskany wynik będzie wiarygodny tylko wtedy, gdy okaże się, że uzyskane dane doświadczalne układają się zgodnie z zależnością (1). Jedną ze stosowanych metod rozstrzygania tego problemu jest linearyzacja danych pomiarowych, czyli odpowiednie przekształcenie jednej lub obu zmiennych. Efektem tego przekształcenia jest doprowadzenie teoretycznej zależności pomiędzy zmiennymi przekształconymi do postaci funkcji liniowej.

W przypadku funkcji (1) wykorzystujemy odwrócenie zmiennej zależnej U , zaś zmienną niezależną R pozostawiamy bez zmian:

$$\frac{1}{U} = \frac{R + R_v}{\varepsilon R_v} = \frac{1}{\varepsilon R_v} \cdot R + \frac{1}{\varepsilon} \quad (2)$$

Uzyskaliśmy liniową zależność pomiędzy oporem R ($X = R$) a odwrotnością napięcia U ($Y = 1/U$).

$$Y = a \cdot X + b \quad (2')$$

Współczynnik kierunkowy tej zależności 'a' to odwrotność iloczynu SEM źródła napięcia i oporu woltomierza, zaś jej współczynnik wolny 'b' jest odwrotnością SEM źródła napięcia:

$$b = \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow \varepsilon = \frac{1}{b} \quad (3)$$

$$a = \frac{1}{\varepsilon R_v} \Rightarrow R_v = \frac{b}{a} \quad (4)$$

Wyrażenie (3) pozwoli porównać otrzymany współczynnik wolny 'b' z wartością SEM źródła napięcia użytego w doświadczeniu. Wyrażenie (4) pozwoli uzyskać wartość oporu R_v badanego woltomierza.

I.2 Przebieg doświadczenia

Elementy obwodu.

- Obwód z rys. 1 może być zasilany baterią lub zasilaczem laboratoryjnym (takiego użyto w doświadczeniu; nastawiono przy tym $\varepsilon = 6 \text{ V}$). Istotne jest, by SEM ε źródła napięcia była w całym doświadczeniu stała. Przyjmuje się, że opór wewnętrzny źródła r może być pominięty wobec oporów R i R_V .
- W doświadczeniu użyto analogowego woltomierza, o zakresie do 6 V, klasie 1,5, z podziałką co 0,1 V i oporze wewnętrznym $R_V = 6 \text{ k}\Omega$ (według danych producenta).
- Jako opornik regulowany posłużyła opornica dekadowa; wykorzystano dekady „x1 k Ω ” oraz „x10 k Ω ” do nastawiania oporów R w zakresie od 0 do 30 k Ω . Dla wykorzystanych dekad producent opornicy podaje, że dokładność nastawionego oporu nie jest gorsza niż 0,5%.
- Wyłącznik w obwodzie nie jest konieczny. W przypadku używania baterii, zapobiega on niepotrzebnemu jej wyczerpywaniu, co mogłoby doprowadzić do spadku wartości jej SEM.

Wyniki pomiarów.

W doświadczeniu nastawiono kolejno kilkanaście różnych wartości oporu R . Wybrano je tak, by uzyskiwać zauważalne zmiany wskazań woltomierza. Nie są one rozłożone równomiernie - wynika to z kształtu zależności $U(R)$ (rys. 2), która przewiduje największe zmiany U w okolicach niewielkich wartości R .

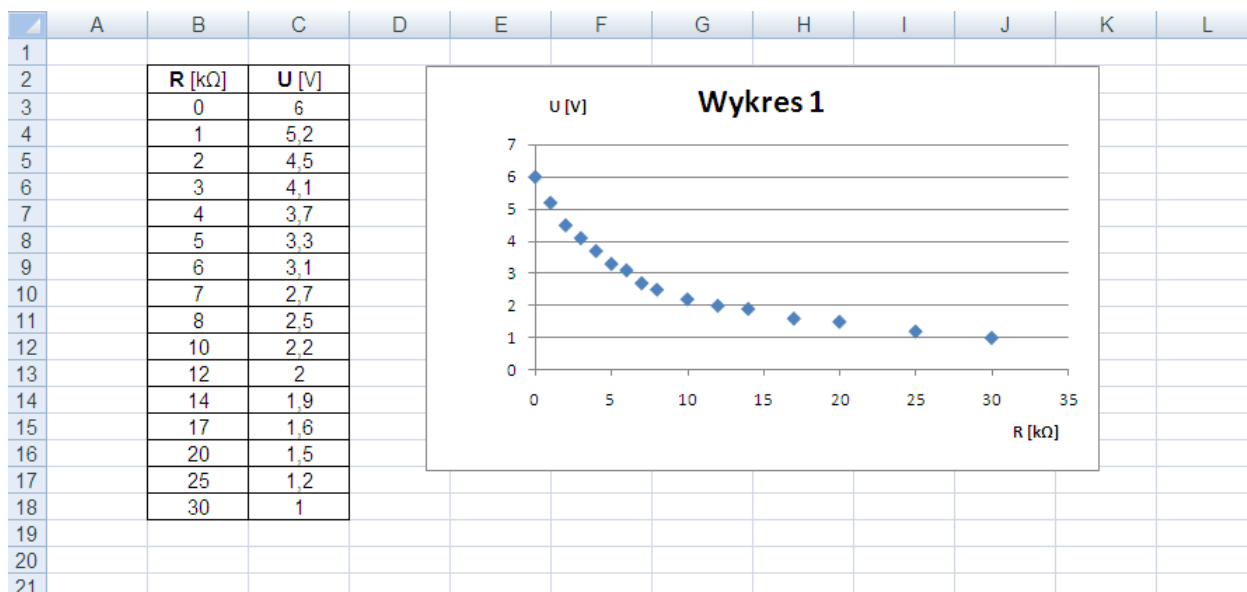
Dla każdej wartości R zamknięto na krótki czas obwód, odczytano wskazania U woltomierza, zanotowano je, po czym obwód otwarto. Uzyskane wyniki pomiarów przedstawia poniższa tabela.

R [k Ω]	0	1	2	3	4	5	6	7
U [V]	6,0	5,2	4,5	4,1	3,7	3,3	3,1	2,7
R [k Ω]	8	10	12	14	17	20	25	30
U [V]	2,5	2,2	2,0	1,9	1,6	1,5	1,2	1,0

II. W pracowni informatycznej.

Analiza danych z pomiaru.

- Do pustego arkusza wpisz wyniki pomiarów w dwóch kolumnach: „R” oraz „U”. Sporządź wykres (1) zależności U(R). Wykres winien zawierać same dane pomiarowe, bez jakiegokolwiek linii łączącej punkty.



- Dokonaj linearyzacji wyników pomiarów.

2.1 Przygotuj kolumnę „1/U” zawierającą odwrotności wartości wpisanych w kolumnie „U”.

2.2 Przygotuj kolumnę „Δ(1/U)” zawierającą niepewności pomiarowe odwrotności napięcia (kolumna ta przyda się w punkcie 3.1). Wypełnij ją wartościami zgodnie ze wzorem:

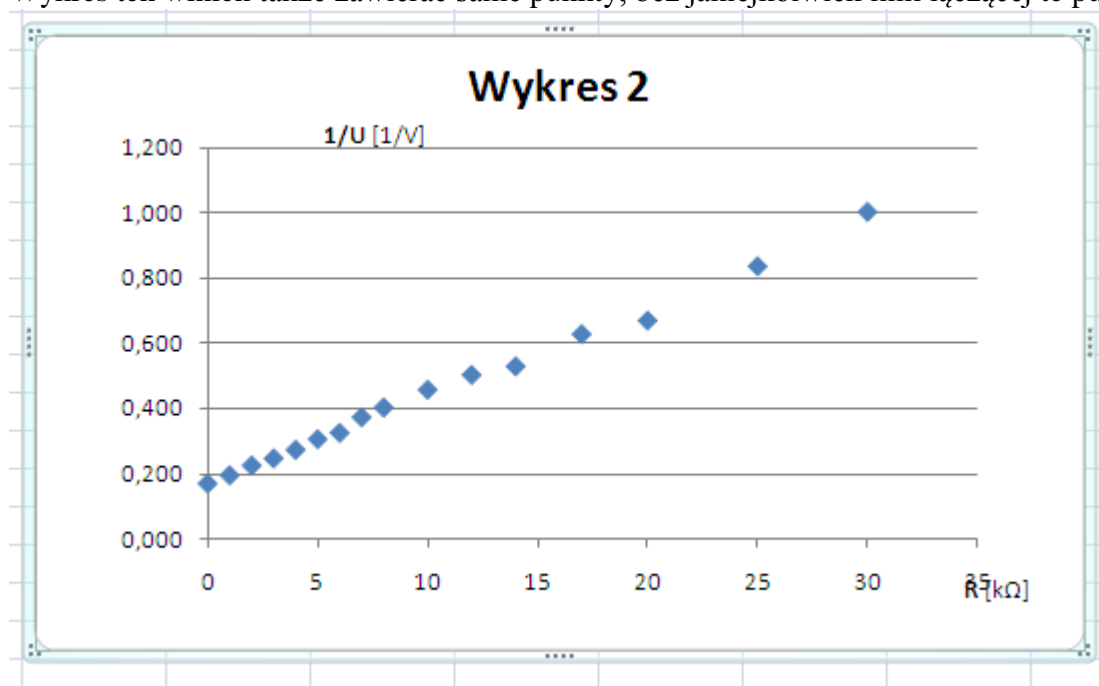
$$\Delta\left(\frac{1}{U}\right) = \frac{\Delta U}{U^2} \quad (5)$$

Wykorzystaj przy tym wartości z kolumny „U” oraz wartość $\Delta U = 0,14$ V, która wynika z precyzji pojedynczego odczytu napięcia na użytym w doświadczeniu woltomierzu oraz z jego klasy (zgodnie z opisem w §3.2.9 e-podręcznika).

	A	B	C	D	E	F
1						
2		R [kΩ]	U [V]	ΔU [V]	1/U [1/V]	Δ(1/U) [1/V]
3		0	6	0,14	0,167	0,004
4		1	5,2	0,14	0,192	0,005
5		2	4,5	0,14	0,222	0,007
6		3	4,1	0,14	0,244	0,008
7		4	3,7	0,14	0,270	0,01
8		5	3,3	0,14	0,303	0,013
9		6	3,1	0,14	0,323	0,015
10		7	2,7	0,14	0,370	0,019
11		8	2,5	0,14	0,400	0,022
12		10	2,2	0,14	0,455	0,029
13		12	2	0,14	0,500	0,035
14		14	1,9	0,14	0,526	0,039
15		17	1,6	0,14	0,625	0,055
16		20	1,5	0,14	0,667	0,062
17		25	1,2	0,14	0,833	0,097
18		30	1	0,14	1,000	0,140
19						

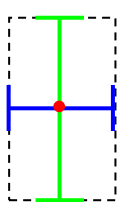
2.3 Sporządź wykres (2) zależności $\frac{1}{U}$ (R) - odwrotności napięcia od oporu.

Wykres ten winien także zawierać same punkty, bez jakiegokolwiek linii łączącej te punkty.



3. Skopiuj wykres (2) i wklej jako nowy w tym samym arkuszu. Na nowym wykresie (3) dodasz do punktów elementy służące ilościowej analizie wyników. Rozważ zmniejszenie rozmiaru punktów, by nie dominowały one na wykresie. W tym celu wskaż kursorem dowolny z punktów, kliknij „prawą myszą”, wybierz „Formatuj serie danych” i otwórz zakładkę „Desenie”.

Dodaj do wykresu (3) prostokąty niepewności pomiarowej (tzw. prostokąty błędów). Polega to na otoczeniu każdego punktu prostokątem, wewnątrz którego najprawdopodobniej znajduje się prawdziwe położenie punktu. Trzeba to wykonać w dwóch niezależnych od siebie krokach, oddzielnie dla osi rzędnych, oddzielnie dla osi odciętych. W efekcie pojedynczy punkt pomiarowy na wykresie może wyglądać następująco:



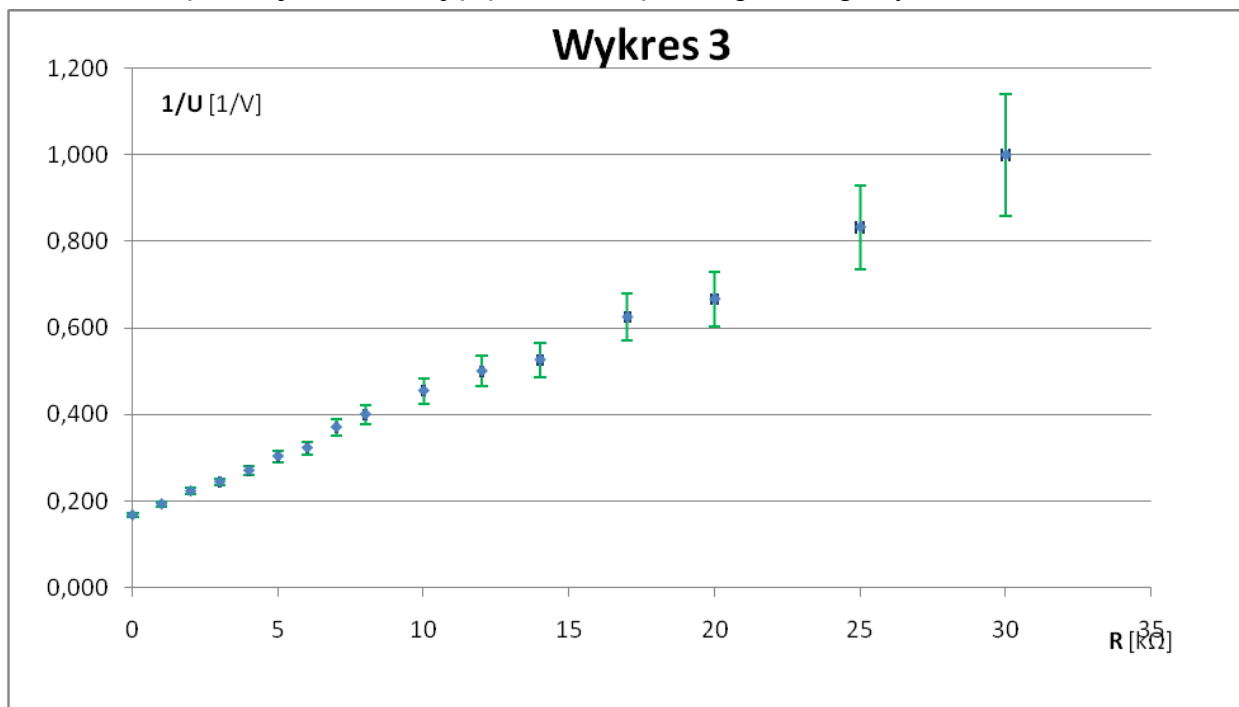
- kolorem niebieskim zaznaczono słupek niepewności oporu R, odłożonego na osi odciętych;
- kolorem zielonym zaznaczono słupek niepewności napięcia U, odłożonego na osi rzędnych;
- linią przerywaną zaznaczono cały prostokąt niepewności pomiarowej, który nie pojawi się na wykresie.

3.1 Dodaj do punktów słupki niepewności pomiarowej odwrotności napięcia, odłożonej na osi rzędnych. W „Narzędzia wykresów” wybierz „Układ” otwórz zakładkę „Słupki błędów”, następnie „więcej opcji słupków błędów” - wybierz opcję „Oba” i dla „wielkości błędów” wybierz „Niestandardowa”. Ten ostatni wybór wynika z faktu, że wartości niepewności odwrotności napięcia $\Delta(1/U)$ nie są jednakowe. Wskaż dwukrotnie (raz dla „+”, drugi raz dla „-”) przygotowaną (w punkcie 2.2) kolumnę „ $\Delta(1/U)$ ” jako zawierającą wartość błędów dla poszczególnych wartości $1/U$.

3.2 Dodaj do punktów słupki niepewności pomiarowej oporu, odłożonego na osi odciętych. Postępowanie będzie podobne jak w poprzednim punkcie: wartości niepewności ΔR nie są jednakowe (nie mają „stałej wartości”). Przygotuj więc kolumnę „ ΔR ”, która będzie

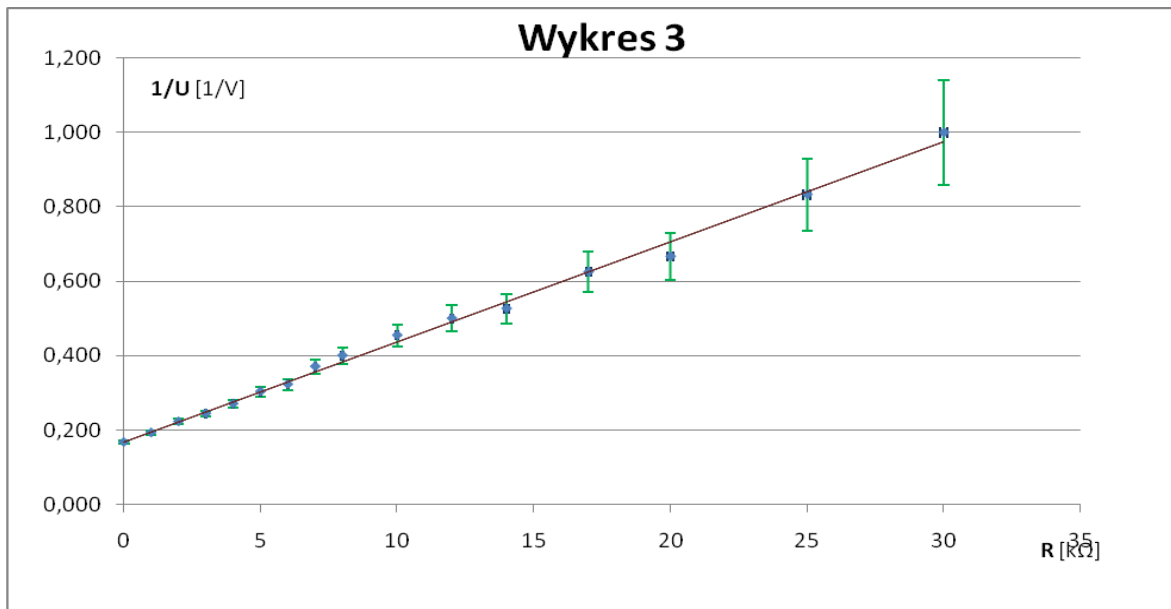
zawierała iloczyny każdej wartości R pomnożonej przez procentową niepewność oporu, podaną przez producenta opornicy dekadowej i równą 0,5%.

Następnie wybierz „Słupki błędów poziome” i opcję „Niestandardowa” dla „wielkości błędu”. W ramach tej opcji wskaż dwukrotnie (raz dla „+”, drugi raz dla „-”) przygotowaną kolumnę „ ΔR ” jako zawierającą wartość błędu dla poszczególnych wartości R.



3.3 Dodaj do punktów tzw. linię trendu. Najedź kursorem na jeden z punktów pomiarowych i kliknij „prawą myszą”; wybierz „Dodaj linię trendu” w menu Narzędzia wykresów. Linia trendu to optymalna linia, która niekoniecznie łączy punkty, lecz przechodzi możliwie blisko pomiędzy nimi. Program Excel pozwala wybrać różne postacie funkcyjne linii optymalnej - zgodnie z przewidywaniami teoretycznymi dla zlinearyzowanych zmiennych wybierz funkcję liniową („typ linii trendu - liniowy”).

Rozważ taki dobór grubości linii trendu, by zapewnić przejrzystość wykresu. W tym celu wskaż linię kursorem, kliknij „prawą myszą”, wybierz „formatuj linię trendu” i w „Deseniach” dobierz żadaną grubość.



4. Uzupełnij wynik pomiaru o wartości i niepewności pomiarowe współczynników kierunkowego 'a' i wolnego 'b' prostej optymalnej. Wykorzystaj te wartości do wyznaczenia oporu wewnętrznego R_v badanego woltomierza oraz SEM ε użytego ogniwa.

4.1 Przygotuj pod wynikami pomiarów i tablicą obliczeń tabelę do obliczania współczynnika a i b funkcji liniowej $Y = a \cdot X + b$ opisywanej w części „Linearyzacja wyników pomiarów”.

42			
43			
44	a, b		
45	$\Delta a, \Delta b$		
46			
47	$\varepsilon = 1/b$		
48	$R_v = b/a$		
49			

Zaznacz tablicę o wymiarach 2x2 (jak wyżej). W komórkę w lewym górnym rogu tablicy wprowadź funkcję REGLINP(). (Funkcja ta zwraca statystykę opisującą trend liniowy dopasowany do znanych punktów danych, dopasowując linię prostą przy użyciu metody najmniejszych kwadratów, znany_y to zbiór już znanych wartości w reakcji $y=mx+b$.) Krótko, możemy dzięki tej funkcji arkusza określić współczynnik a i b funkcji liniowej prezentowanej linią trendu. Dalej działaj zgodnie z poniższym opisem.

Za pomocą rozwiniętego okna dialogowego wprowadź jako zmienną „znane_y” kolumnę „1/U” arkusza; jako zmienną „znane_x” wprowadź kolumnę „R” arkusza. Stałym logicznym „stała” i „statystyka” przypisz wartości 1. Po pojawieniu się w lewej górnej komórce liczby, wciśnij klawisz F2, a po nim CTRL+SHIFT+ENTER. W zaznaczonej tablicy 2x2 pojawią się cztery liczby. Dwie górne to, odpowiednio, wartości współczynnika kierunkowego 'a' i wolnego 'b' optymalnej prostej, poprowadzonej na wykresie (3). Dwie dolne to niepewności pomiarowe Δa i Δb tych współczynników; niepewności te są obliczone na podstawie rozrzutu punktów wokół optymalnej prostej. W opisie komórek uwzględnij odpowiednie jednostki współczynników.

4.2 Pod tablicą z wartościami współczynników 'a' i 'b' przygotuj miejsce na wpisanie wartości SEM ε i jej niepewności pomiarowej $\Delta \varepsilon$. Za wartość ε przyjmij, zgodnie ze wzorem (3), odwrotność współczynnika wolnego 'b'. Za niepewność $\Delta \varepsilon$ przyjmij niepewność odwrotności współczynnika 'b', zgodnie ze wzorem:

$$\Delta\varepsilon = \Delta\left(\frac{1}{b}\right) = \frac{\Delta b}{b^2}$$

4.3 Przygotuj miejsce i wpisz wartości oporu woltomierza R_V i jego niepewności ΔR_V . Za wartość R_V przyjmij, zgodnie ze wzorem (4), ilorz współczynników wolnego 'b' przez kierunkowy 'a'. Niepewność ΔR_V oblicz w dwóch etapach. Najpierw wyraż niepewność względną R_V jako sumę niepewności względnych obu współczynników:

$$\frac{\Delta R_V}{R_V} = \frac{\Delta b}{a} + \frac{\Delta b}{b} \Rightarrow$$

a następnie na tej podstawie wyraż bezpośrednio ΔR_V :

$$\Rightarrow \Delta R_V = R_V \cdot \left(\frac{\Delta b}{a} + \frac{\Delta b}{b}\right)$$

42					
43		[1/(V*kΩ)]	[1/V]		
44	a, b	0,0269	0,168		
45	Δa, Δb	0,0005	0,006		
46					
47	$\varepsilon = 1/b$		$\varepsilon \pm \Delta\varepsilon [V]$	5,95	0,22
48	$R_V = b/a$				
49			$R_V \pm \Delta R_V [k\Omega]$	6,24	0,34
50					
51					
52	$\Delta\varepsilon = \Delta b/b^2$				
53					
54	$\Delta R_V = R_V(\Delta a/a + \Delta b/b)$				
55					

III. Do pracowni fizycznej.

Kolejnym krokiem wykonanym w programie odpowiadają elementy analizy i interpretacji uzyskanych wyników. Poniżej podano pytania, na które fizyk winien odpowiedzieć i wyciągnąć stosowne wnioski (niektóre przykładowe wnioski zawarto w tekście). Zwróć uwagę na trzy kategorie pytań i wniosków:

- prowadzące do realizacji założonych celów doświadczenia, stanowiące argumentację za (lub przeciw) zgodności wyników z oczekiwaniami;
- stanowiące stwierdzenie osiągnięcia (lub nie) założonych celów;
- stanowiące element podsumowania doświadczenia i dyskusji uzyskanych wyników.

Pamiętaj, analizując wyniki i wyciągając wnioski, że masz do czynienia z wynikami pomiarów, które są obciążone niepewnością pomiarową. Wynik doświadczenia nie jest zbiorem punktów czy wykresem funkcji, sporządzonym na podstawie wzoru.

1. Wstępna (jakościowa) ocena ułożenia punktów pomiarowych na wykresie (1).

1.1 Czy wyniki pomiarów układają się wzdłuż jakiegokolwiek sensownej linii? Wniosek:

- jeśli tak, oznacza to, że napięcie wskazywane przez woltomierz rzeczywiście zależy od oporu szeregowo połączony z woltomierzem, jak przewiduje teoria;
- jeśli nie - czyli punkty ułożyły się chaotycznie lub na linii poziomej - to

1.2 Czy którykolwiek pojedynczy pomiar jawnie odstaje od tendencji wskazanej przez pozostałe? Wniosek:

- jeśli tak, oznacza to, że najprawdopodobniej popełniono błąd [przypadkowy/ systematyczny / gruby] (wskaz właściwą nazwę dla pomyłki) i wtedy należy.....;
- jeśli nie, to

1.3 Czy ułożenie punktów przypomina - choćby w przybliżeniu - oczekiwaną linię „teoretyczną” (rys. 2)? Wniosek:

- jeśli tak, oznacza to, że;
- jeśli nie, to

2. Wstępna (jakościowa) ocena ułożenia punktów pomiarowych na wykresie (2) - po linearyzacji. [Odpowiedzi na kolejne pytania są udzielane przy założeniu, że na pytania 1.1 i 1.3 odpowiedziano „tak”.]

2.1 Czy dane zlinearyzowane układają się wzdłuż jakiegokolwiek sensownej linii? Wniosek:

- jeśli tak, oznacza to, że napięcie wskazywane przez woltomierz rzeczywiście zależy od oporu szeregowo połączony z woltomierzem, jak przewiduje teoria;
- jeśli nie - czyli punkty ułożyły się chaotycznie lub na linii poziomej - to

2.2 Czy ułożenie punktów przypomina - choćby w przybliżeniu - linię prostą? Wniosek:

- jeśli tak, oznacza to, że;
- jeśli nie, to dane oryginalne nie są ułożone zgodnie z **lub** zaproponowana procedura linearyzacyjna jest dobrana w sposób

3. Ocena dopasowania funkcji liniowej do danych pomiarowych - wykres (3). [Odpowiedzi na kolejne pytania są udzielane przy założeniu, że na pytania 2.1 i 2.2 odpowiedziano „tak”.]

3.1 Czy zlinearyzowane wyniki pomiarów układają się losowo wokół zaproponowanej linii prostej optymalnej, niektóre nad nią a inne pod nią? Wniosek:

- jeśli tak, oznacza to, że napięcie wskazywane przez woltomierz jest - zgodnie z teorią - powiązane z oporem R zależnością, o której mowa w, a stwierdzone drobne odstępstwa wynikają z

- jeśli nie - czyli punkty układają się wyraźnie wokół jakiejś linii krzywej - to

3.2 Czy prosta optymalna przechodzi przez ogromną większość prostokątów niepewności pomiarowej? Wniosek:

- jeśli tak, oznacza to, że rozrzut punktów wokół prostej optymalnej mieści się w granicach

- jeśli nie - czyli prosta optymalna omija sporą część prostokątów niepewności - to należy przypuszczać że któryś z użytych przyrządów (miernik lub opornica dekadowa) ma gorszą/lepszą [wskaż właściwe] precyzję, niż wynika to z jego cech, podanych przez producenta. Taki przyrząd należy wymienić na nowy i

4. Interpretacja i ocena uzyskanych wartości współczynników optymalnej funkcji liniowej. Opis właściwości badanego woltomierza.

Jeśli ocena z punktów 1, 2 i 3 wypadła pozytywnie, to współczynniki kierunkowy 'a' oraz wolny 'b' optymalnej prostej pozwalają określić - zgodnie ze wzorami (3) i (4) - SEM ϵ źródła oraz opór wewnętrzny R_V woltomierza.

4.1 Czy uzyskana wartość ϵ , z uwzględnieniem niepewności pomiarowej $\Delta\epsilon$, jest zgodna z wartością SEM, nastawioną w doświadczeniu? Wniosek:

- jeśli tak, oznacza to, że uzyskana wartość R_V [zyskuje na wiarygodności/traci na wiarygodności /ani jedno, ani drugie] (wskaż właściwe), gdyż

- jeśli nie, oznacza to, że uzyskana wartość R_V [zyskuje na wiarygodności/traci na wiarygodności / ani jedno, ani drugie] (wskaż właściwe), gdyż

4.2 Czy uzyskana wartość R_V jest zgodna z informacją o mierniku podaną przez producenta?

- jeśli tak, oznacza to, że

- jeśli nie, to wśród możliwych przyczyn rozbieżności można wskazać:

5. Inne uwagi do organizacji i przebiegu doświadczenia.

5.1 W trakcie doświadczenia najpierw korzystano z dekady „x1 k Ω ” opornicy; w pewnym momencie rozpoczęto wykorzystywanie dekady „x10 k Ω ”. Czy zabieg ten jest widoczny w wynikach doświadczenia?

5.2 Idealny woltomierz powinien mieć nieskończony opór wewnętrzny; idealny amperomierz powinien mieć opór zerowy. Wskaż i sprecyzuj właściwe dokończenie (dokończenia) zdania: „Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że badany w doświadczeniu woltomierz może być uznany - w przybliżeniu - za idealny w obwodzie, w którym ...

a) ... nie ma innych woltomierzy, bądź występujące w nim woltomierze mają wszystkie [istotnie mniejszy/porównywalny/istotnie większy] opór wewnętrzny niż R_V .”

b) ... nie ma amperomierzy, bądź występujące w nim amperomierze mają wszystkie [istotnie mniejszy/porównywalny/istotnie większy] opór wewnętrzny niż R_V .”

c) ... oporniki połączone z woltomierzem równolegle mają [istotnie mniejszy/porównywalny/istotnie większy] opór niż R_V .”

d) ... oporniki połączone z woltomierzem szeregowo mają [istotnie mniejszy/porównywalny/istotnie większy] opór niż R_V .”

e) ... [w każdym realnym obwodzie bez względu na parametry użytych w nim innych elementów/w żadnym realnym obwodzie bez względu na parametry użytych w nim innych elementów].



KAPITAŁ LUDZKI
CZŁOWIEK – NAJLEPSZA INWESTYCJA!



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Rozwiązania, wskazówki, komentarze

Uwaga: Poniższe „rozwiązania, wskazówki, komentarze” odnoszą się do danych pomiarowych przedstawionych w tabeli w części I ćwiczenia. Należy więc pamiętać, że dla wyników pomiaru wykonanego przez Ciebie, w Twojej pracowni, właściwe mogą być nieco inne sformułowania czy odpowiedzi.

1. Wstępna (jakościowa) ocena ułożenia punktów pomiarowych na wykresie (1).

1.1 Czy wyniki pomiarów układają się wzdłuż jakiegokolwiek sensownej linii?

Tak, wyniki pomiarów układają się wzdłuż określonej linii malejącej, obserwujemy więc tutaj pewną prawidłowość. Widać zależność wskazywanego napięcia przez woltomierz od oporu połączonego szeregowo z woltomierzem.

Wniosek: napięcie wskazywane przez woltomierz rzeczywiście zależy od wartości oporu szeregowo połączonego z woltomierzem, jak przewiduje teoria.

1.2 Czy którykolwiek pojedynczy pomiar jawnie odstaje od tendencji wskazanej przez pozostałe?

Nie. Żaden pojedynczy pomiar nie odstaje od ogólnej tendencji w sposób zwracający szczególną uwagę.

Wniosek: można przyjąć, że w pomiarach nie popełniono błędu grubego.

1.3 Czy ułożenie punktów przypomina - choćby w przybliżeniu - oczekiwaną linię „teoretyczną” (rys. 2)?

Tak, ułożenie punktów wskazuje, że mogą one pasować do linii pokazanej na rys. 2.

Wniosek: uzyskana zależność jest zatem jakościowo zgodna zarówno ze wzorem (1) jak i z wykresem na rys. 2.

2. Wstępna (jakościowa) ocena ułożenia punktów pomiarowych na wykresie (2) - po linearyzacji.

2.1 Czy dane zlinearyzowane układają się wzdłuż jakiegokolwiek sensownej linii?

Tak, dane pomiarowe układają się najprawdopodobniej wzdłuż linii prostej.

Wniosek: napięcie wskazywane przez woltomierz rzeczywiście zależy od oporu szeregowo połączonego z woltomierzem w sposób, jaki przewiduje teoria.

2.2 Czy ułożenie punktów przypomina - choćby w przybliżeniu - linię prostą?

Tak; wspomniano już o tym wcześniej.

Wniosek: warto przeprowadzić ilościową analizę danych zlinearyzowanych.

3. Ocena dopasowania funkcji liniowej do danych pomiarowych - wykres (3).

3.1 Czy zlinearyzowane wyniki pomiarów układają się losowo wokół zaproponowanej linii prostej optymalnej, niektóre nad nią a inne pod nią?

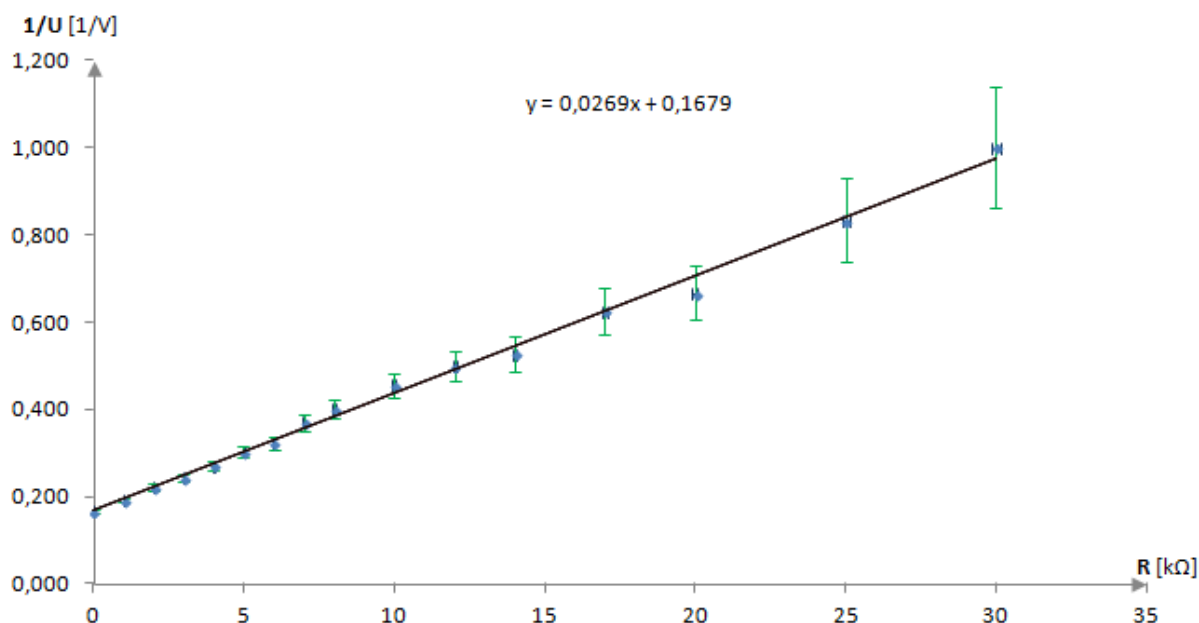
Tak. Punkty nie leżą wprawdzie dokładnie na linii optymalnej, ale jest to zgodne z faktem, że współrzędne tych punktów są wynikiem pomiaru. Odstępstwa punktów od prostej optymalnej mają charakter losowy i nie wskazują żadnego innego trendu niż liniowy.

Wniosek: napięcie wskazywane przez woltomierz jest - zgodnie z teorią - powiązane z oporem R zależnością, o której mowa we wzorze (2) oraz równoważnym wzorze (1). Stwierdzone drobne odstępstwa wynikają z niepewności pomiarowej.

3.2 Czy prosta optymalna przechodzi przez ogromną większość prostokątów niepewności pomiarowej?

Tak, prosta optymalna przechodzi przez wszystkie prostokąty niepewności pomiarowej.

Wniosek: rozrzut punktów wokół prostej optymalnej mieści się w granicach tej niepewności, a równoważne wzory (1) i (2) prawidłowo opisują zależność $U(R)$.



4. Interpretacja i ocena uzyskanych wartości współczynników optymalnej funkcji liniowej. Opis właściwości badanego woltomierza.

Ocena z punktów 1, 2 i 3 wypadła pozytywnie. Oznacza to, że współczynniki kierunkowy 'a' oraz wolny 'b' optymalnej prostej pozwalają określić - zgodnie ze wzorami (3) i (4) - SEM ϵ źródła oraz opór wewnętrzny R_V woltomierza. Funkcja REGLINP() pozwoliła wyznaczyć:

$$a = (0,0269 \pm 0,0005) \text{ 1/(V} \cdot \text{k}\Omega) \quad \text{oraz} \quad b = (0,168 \pm 0,006) \text{ 1/V.}$$

Możemy więc uzupełnić wzór (3) i przeprowadzić obliczenia:

$$b = \frac{1}{\epsilon} \Rightarrow \epsilon = \frac{1}{b} = 5,95 \text{ V}$$

$$\epsilon = \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} = \frac{\Delta b}{b} \Rightarrow \Delta\epsilon = 0,22 \text{ V}$$

Podobnie postępujemy ze wzorem (4):

$$a = \frac{1}{\epsilon R_V} \Rightarrow R_V = \frac{b}{a} = 6,24 \text{ k}\Omega$$

$$R_V = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{\Delta R_V}{R_V} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} \Rightarrow \Delta R_V = 0,34 \text{ k}\Omega$$

4.1 Czy uzyskana wartość ϵ , z uwzględnieniem niepewności pomiarowej $\Delta\epsilon$, jest zgodna z wartością SEM, nastawioną w doświadczeniu?

Tak. Uzyskana wartość $\varepsilon = (5,95 \pm 0,22)$ V jest zgodna z nastawioną w doświadczeniu wartością SEM - 6 V.

Wniosek: Choć odtworzenie wartości SEM nie było celem doświadczenia, to stwierdzona zgodność podnosi wiarygodność wszystkich uzyskanych wyników, w tym wartości R_V .

4.2 Czy uzyskana wartość R_V jest zgodna z informacją o mierniku podaną przez producenta?

Tak. Uzyskana wartość $R_V = (6,24 \pm 0,34)$ k Ω jest zgodna z wartością podaną przez producenta - 6 k Ω .

Wniosek: Wskazuje to na pełną zgodność wyniku z oczekiwaniami.

Podsumowując możemy powiedzieć, że wynik przeprowadzonego doświadczenia potwierdza teoretyczne przewidywania, zgodnie z którymi wskazanie woltomierza zależy od połączonego szeregowo z tym woltomierzem oporu. Uzyskany przebieg punktów pomiarowych jest w pełni zgodny z przewidywaniami teoretycznymi (wzory (1) i (2)), zaś wyniki liczbowe uzyskane na bazie parametrów zależności (współczynniki 'a' i 'b' we wzorze (2)) są zgodne z oczekiwaniami.

5. Inne uwagi do organizacji i przebiegu doświadczenia.

5.1 W trakcie doświadczenia najpierw korzystano z dekady „x1 k Ω ” opornicy; w pewnym momencie rozpoczęto wykorzystywanie dekady „x10 k Ω ”. Czy zabieg ten jest widoczny w wynikach doświadczenia?

Nie. Zabieg ten nie spowodował żadnych „skoków” w przebiegu zależności, ani innych nieoczekiwanych efektów.

5.2 Idealny woltomierz powinien mieć nieskończony opór wewnętrzny; idealny amperomierz powinien mieć opór zerowy. Wskaż i sprecyzuj właściwe dokończenie (dokończenia) zdania: „Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że badany w doświadczeniu woltomierz może być uznany - w przybliżeniu - za idealny w obwodzie, w którym ...

- a) ~~... nie ma innych woltomierzy, bądź występujące w nim woltomierze mają wszystkie [istotnie mniejszy/porównywalny/istotnie większy] opór wewnętrzny niż R_V .~~
- b) ~~... nie ma amperomierzy, bądź występujące w nim amperomierze mają wszystkie [istotnie mniejszy/porównywalny/istotnie większy] opór wewnętrzny niż R_V .~~
- c) **... oporniki połączone z woltomierzem równolegle mają [istotnie mniejszy/porównywalny/istotnie większy] opór niż R_V .**
- d) ~~... oporniki połączone z woltomierzem szeregowo mają [istotnie mniejszy/porównywalny/istotnie większy] opór niż R_V .~~
- e) ~~... [w każdym realnym obwodzie bez względu na parametry użytych w nim innych elementów/w żadnym realnym obwodzie bez względu na parametry użytych w nim innych elementów].~~