

SCENARIUSZ ZAJĘĆ SZKOLNEGO KOŁA NAUKOWEGO Z PRZEDMIOTU MATEMATYKA PROWADZONEGO W RAMACH PROJEKTU AKADEMIA UCZNIOWSKA

Temat lekcji: „Liczby firankowe”

Na podstawie pracy Joanny Jędrzejczyk oraz jej uczniów. Opiekunka grupy uczniowskiej uczestniczyła w kursie „Eksperymentowanie i wzajemne nauczanie” w ramach projektu Akademia uczniowska realizowanego przez Fundację Centrum Edukacji Obywatelskiej.

Opracowanie, ekspert CEO: Włodzimierz Gapski.

Fragment podstawy programowej związany z doświadczeniem zawierający treści nauczania określone w wymaganiach szczegółowych (wraz z numeracją):

1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń:

2) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne zapisane w postaci ułamków zwykłych lub rozwinięć dziesiętnych skończonych zgodnie z własną strategią obliczeń (także z wykorzystaniem kalkulatora).

5) oblicza wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających ułamki zwykłe i dziesiętne;

3. Potęgi. Uczeń:

1) oblicza potęgi liczb wymiernych o wykładnikach naturalnych;

6. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:

1) opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami;

2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych.

Rekomendacja eksperta CEO, Włodzimierza Gapskiego:

Interesująca propozycja zajęć z pytaniem problemowym. Po pierwsze, pozwala poznać nowe pojęcie: „liczby firankowe”, które jak okazuje się, mogą stanowić ciekawy obiekt uczniowskich dociekań. Po drugie, daje możliwość stosowania przez uczniów różnych strategii w celu rozwiązania problemu.

Szczegółowo opisano doświadczenie, które ułatwia zrozumienie pojęcia „liczby firankowej” i prowadzi do udzielenia odpowiedzi na pytanie problemowe. Szczególnie cenne dla osób, które zechcą przeprowadzić podobne zajęcia, są uwagi związane z wprowadzeniem pojęcia wzoru rekurencyjnego oraz obrazowe przedstawienie sposobu wieszania firanek przy pomocy figur do gry w szachy.

Podstawowe pojęcia:

Potęga, wyrażenie algebraiczne, liczby firankowe.

Źródło:

Termin „liczby firankowe” pochodzi z zajęć dydaktyki matematyki pod kierunkiem dr Leona Gulgowskiego z Uniwersytetu Gdańskiego, w których uczestniczyła autorka doświadczenia.

Sam scenariusz zajęć, pomysł na ich przebieg jest autorstwa nauczycielki.

Temat – w formie pytania badawczego lub problemowego:

1. Czy liczba 257 jest „liczbą firankową”? Jeśli tak, to którą z kolei.
2. Czy można sprawdzić to, używając jakiegoś wzoru?

Hipotezy zaproponowane przez uczniów:

1. Tak.
2. Istnieje wzór na obliczanie „liczb firankowych”.

OPIS DOŚWIADCZENIA

Będziemy sprawdzać, które liczby to „liczby firankowe” oraz odgadniemy wzór na obliczanie liczb firankowych.

Zmienne występujące w doświadczeniu:

Jakie zmienną/wielkość będziemy zmieniać (zmienna niezależna)?

Liczbę żabek potrzebnych do sprytnego powieszenia firanki.

Jaką zmienną/wielkość będziemy mierzyć – obserwować (zmienna zależna)?

Jaka powinna być liczba żabek, by sprytnie powiesić firankę. Będziemy obserwować, jak zmieniają się kolejne liczby, próbując odgadnąć ich wzór.

Czego w naszym eksperymencie nie będziemy zmieniać (zmienne kontrolne)?

Systemu wieszania żabek.

Instrukcja do doświadczenia:

Materiały:

„Żabki” do wieszania firanek lub inne małe przedmioty mogące je zastąpić (nauczycielka użyła figur szachowych).

Sposób przeprowadzenia doświadczenia:

1. Zastanów się chwilę i przypomnij sobie, w jaki sposób wieszają się firanki.
2. Jaka liczba żabek jest najlepsza, by zastosować sposób wieszania firanek „na środku”?
3. Podaj kilka kolejnych „liczb firankowych”.
4. Spróbuj odgadnąć wzór.
5. Zapisz wzór w postaci wyrażenia algebraicznego.
6. Wypełnij tabelkę wpisując do niej kolejne „liczby firankowe” (pierwszy wiersz tabeli to numer „liczby firankowej”).
7. Odpowiedz na pytanie kluczowe: czy liczba 257 jest „liczbą firankową”? Jeśli tak, to którą z kolei.

Proponowany sposób dokumentacji uczniowskiej:

Uczniowie wyznaczają kolejne „liczby firankowe” i zapisują je w tabeli:

- pierwszy wiersz – numer kolejnej „liczby firankowej”,

- drugi wiersz – kolejne „liczby firankowe”:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	5	9	17	33	65	129	257	513	1025

Wnioski z doświadczenia:

Czy wyniki doświadczenia są zgodne z hipotezą?

TAK

Uzasadnienie:

Tak, ponieważ istnieją wzory umożliwiające wyznaczenie liczb firankowych:

- $2x-1$ gdzie x to poprzednia liczba firankowa;
- 2^n+1 gdzie n to jest numer kolejnej liczby firankowej.

Propozycja pracy domowej:

Sprawdź w domu, czy liczba żabek na oknach jest „liczbą firankową”.

Dodatkowe informacje dla nauczycieli, którzy chcieliby wykorzystać pomysł:

Doświadczenie to pomaga uczniom dostrzec możliwości stosowania wyrażeń algebraicznych w życiu codziennym oraz ćwiczy sprawność obliczania wartości wyrażenia algebraicznego, a także rozwija logiczne myślenie.

Uczniowie najpierw zastanawiają się nad najlepszym sposobem wieszania firanek (o ile nie znają sposobu „dzielenia poszczególnych części firanki na dwa”). Gdy wszyscy są już zgodni co do sposobu, że najpierw przypinamy na końcach firanki dwie skrajne żabki, następnie środek firanki wieszamy na środkową żabkę, a potem środki poszczególnych części na środkowe żabki, itd..., polecam uczniom znaleźć kilka „liczb firankowych”. Aby ułatwić im zadanie zamiast żabek do wymyślonej firanki używają pionków szachowych. Po chwili uczniowie wiedzą już, że liczba żabek musi być nieparzysta. Moim uczniom zaledwie chwilę zajęło odkrycie wzoru rekurencyjnego (podałam im tę nazwę wyjaśniając, że to taki wzór, w którym do obliczenia każdej kolejnej liczby musimy wykorzystać liczbę bezpośrednio ją poprzedzającą). W ten sposób uczniowie obliczali kolejne liczby wpisując wyniki do tabeli. Zapytani na przykład o 16. „liczbę firankową” szybko zauważyli, że muszą mieć 15., natomiast do wyznaczenia 15. muszą mieć 14 itd.. Uczniowie po odkryciu wzoru rekurencyjnego szybko zorientowali się, że ma on swoje wady: nie można od razu obliczyć dowolnej liczby. Jeden z uczniów odkrył wzór ogólny: 2^n+1 , po czym z łatwością obliczył wskazaną 16. „liczbę firankową”.

Komentarz eksperta:

Prezentowane doświadczenie z pewnością zainteresuje uczniów gimnazjum. Wyznaczanie kolejnych liczb firankowych nie wymaga skomplikowanych obliczeń, ale wymaga ścisłego stosowania określonych reguł. Doskonałym ćwiczeniem jest natomiast szukanie wzoru pozwalającego wyznaczyć te liczby. Reguła zapisana w postaci wyrażenia algebraicznego pozwala zaznajomić uczniów z pojęciem wzoru rekurencyjnego, którego „niedostatki” związane z koniecznością wyznaczania po kolei każdej liczby firankowej łatwo zauważyć. Można więc zachęcić ich do poszukiwania innego wzoru, który umożliwi bezpośrednie obliczenie dowolnej liczby firankowej poprzez dokonanie pewnych modyfikacji w karcie pracy. I tak w instrukcji warto doprecyzować zapis odnoszący się do „odkrywania” wzoru na kolejne liczby firankowe. Można na przykład sformułować następujące pytanie: *Czy dostrzegasz jakiś związek między kolejnymi liczbami firanowymi?*, a potem kolejne polecenia. Oto przykładowa propozycja: *Zapisz wyrażenia algebraiczne, które pozwalają wyznaczyć drugą, trzecią, czwartą liczbę firankową*, a potem: *Zapisz wzór na n-tą liczbę firankową?* Warto także podjąć próbę innego zdefiniowania zmiennych w doświadczeniu.

- Zmienna niezależna: liczba użytych żabek.
- Zmienna zależna: liczba żabek potrzebna do „sprytnego” zawieszenia firanki.
- Zmienna kontrolna: numer kolejnej liczby firankowej.

Więcej informacji na temat „firankowej matematyki” można znaleźć w materiale opublikowanym na stronie <http://romanj.blox.pl/2007/10/Matematyka-i-firanki.html> (data dostępu 03 kwietnia 2012).

Wybrane załączniki:

Zdjęcie wykonane podczas przeprowadzania doświadczenia:

