

SCENARIUSZ ZAJĘĆ SZKOLNEGO KOŁA NAUKOWEGO Z PRZEDMIOTU MATEMATYKA PROWADZONEGO W RAMACH PROJEKTU AKADEMIA UCZNIOWSKA

Temat lekcji: „Rozwinięcie dziesiętnego ułamka”

Na podstawie pracy Anity Baldys oraz jej uczniów. Opiekunka grupy uczniowskiej uczestniczyła w kursie „Eksperymentowanie i wzajemne nauczanie” w ramach projektu Akademia uczniowska realizowanego przez Fundację Centrum Edukacji Obywatelskiej.

Fragment podstawy programowej związany z doświadczeniem zawierający treści nauczania określone w wymaganiach szczegółowych (wraz z numeracją):

1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń:
 - 3) zamienia ułamki zwykłe na dziesiętne (także okresowe) (...);

Rekomendacja ekspertki CEO, Barbary Uniwersał:

Proste doświadczenie pokazujące jak zaplanować zmienność prowadzącą do prawidłowości. Zaletą jest też jasność i łatwość określenia zmiennych.

Podstawowe pojęcia:

Licznik ułamka zwykłego, mianownik ułamka zwykłego, rozwinięcie dziesiętne ułamka zwykłego, ułamek okresowy.

Źródło:

„Matematyka 1”, GWO.

Temat – w formie pytania badawczego lub problemowego:

Co ułamek zwykły może nam powiedzieć o rozwinięciu dziesiętnym ułamka?

Przykładowe hipotezy zaproponowane przez uczniów:

- Moim zdaniem w okresie rozwinięcia dziesiętnego jest tyle cyfr, ile w liczniku.
- Ta cyfra, która jest w liczniku, mówi nam, ile będzie cyfr w rozwinięciu dziesiętnym.

OPIS DOŚWIADCZENIA

Zmienne występujące w doświadczeniu:

Jakie zmienną/wielkość będziemy zmieniać (zmienna niezależna)?

Licznik ułamka zwykłego.

Jaką zmienną/wielkość będziemy mierzyć – obserwować (zmienna zależna)?

Rozwinięcie dziesiętne okresowe.

Czego w naszym eksperymencie nie będziemy zmieniać (zmienne kontrolne)?

Mianownik ułamka zwykłego.

Instrukcja do doświadczenia:

Dzielimy uczniów na dwuosobowe grupy, każda grupa otrzymuje karty pracy z trzema ułamkami zwykłymi. Na kartach pracy są trzy ułamki z jedną dziewiątką w mianowniku albo trzy ułamki z dwoma dziewiątkami w mianowniku, albo z trzema dziewiątkami w mianowniku. Każda grupa zapisuje na kartach pracy rozwinięcia dziesiętne swoich ułamków (oblicza na kalkulatorze), zapisuje je w postaci ułamków okresowych i zastanawia się nad zależnością, jaka zachodzi pomiędzy postacią ułamka zwykłego a cyframi w okresie. Następnie zapisujemy wszystkie ułamki zwykłe oraz ich postać okresową na tablicy i wspólnie formułujemy odpowiedź na nasze pytanie.

BHP:

W przypadku zajścia nieprzewidzianych sytuacji powiadom niezwłocznie nauczyciela.



Proponowany sposób dokumentacji uczniowskiej:

$$2/9 = 0,222... = 0,(2)$$

$$4/9 = 0,444... = 0,(4)$$

$$7/9 = 0,777... = 0,(7)$$

$$3/9 = 0,333... = 0,(3)$$

$$5/9 = 0,555... = 0,(5)$$

$$8/9 = 0,888... = 0,(8)$$

$$4/99 = 0,040404... = 0,(04)$$

$$7/99 = 0,070707... = 0,(07)$$

$$12/99 = 0,121212... = 0,(12)$$

$$5/99 = 0,050505... = 0,(05)$$

$$35/99 = 0,353535... = 0,(35)$$

$$78/99 = 0,787878... = 0,(78)$$

$$55/999 = 0,056056056... = 0,(056)$$

$$129/999 = 0,129129129... = 0,(129)$$

$$2/999 = 0,002002002... = 0,(002)$$

$$43/999 = 0,043043043... = 0,(043)$$

$$353/999 = 0,353353353... = 0,(353)$$

$$7/999 = 0,007007007... = 0,(007)$$

Propozycja modyfikacji eksperymentu:

Przygotowując doświadczenie, warto tak dobrać liczniki, aby miały różną liczbę cyfr, nie zawsze tyle samo, ile jest dziewiątek w mianowniku.

Dodatkowe informacje dla nauczycieli, którzy chcieliby wykorzystać pomysł:

Komentarz eksperta CEO, Jerzego Kielecha:

Efektom uczniowskiej obserwacji jest wytworzenie przeświadczenia, graniczącego z wewnętrzną pewnością, że potrafią już określać rozwinięcia dziesiętne ułamków o mianownikach zbudowanych z dziewiątek. Dość trudnym, ale ważnym metodycznie zadaniem dla nauczyciela, jest odwiedzenie uczniów od przekonania, że to, co intuicyjnie jasne – oznacza matematycznie pewne. Chodzi bowiem o to, by nie wyciągnęli wniosków, że oto udowodnili pewną regułę poprzez analizę skończonej ilości obserwacji. Nie można zakończyć w ten sposób rozwiązywania zagadnienia.



Nie jest wszak prostym zadaniem wytworzenie potrzeby na ścisły matematyczny dowód, który, jednakowoż, jest możliwy, na poziomie gimnazjalisty. Wystarczy odwrócić problem i poszukiwać ułamków zwykłych odpowiadających rozwinięciom dziesiętnym. Polecenie: „Wykaż, że $0,(23) = 23/99$ ”, bardzo przybliża do tego ideału. Zapewne uczniowie zaczną się trochę buntować, np. mówiąc: co tu wykazywać – wiemy, że tak jest. Wówczas jeszcze przed tym wykazaniem warto im zwrócić uwagę, że przecież istnieją ułamki zwykłe o mianownikach „odmiennych” niż zbudowanych z samych dziewiątek, a wiemy, że ich rozwinięcie dziesiętne jest okresowe. Może więc warto wymyślić „sposób” dla każdego tego typu ułamka. Już przy pierwszym tego typu „dowodzie”, np. w proponowanym powyżej przypadku matematyczna przygoda wejdzie na tory kontynuacji. Może wówczas kolejnym przykładem będzie $1,2(3)=x$?