



Witold Pająk, Dariusz Kulma

E-laboratorium matematyczne – małymi krokami do wielkich sukcesów

**Program nauczania matematyki
dla szkół ponadgimnazjalnych
kończących się maturą**

Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym



Wstęp

Współczesne i nowoczesne nauczanie stawia przed młodzieżą duże wyzwania, wskazując na umiejętności niezbędne do dalszego rozwoju jednostki oraz całego społeczeństwa. Kluczową rolę w edukacji młodego pokolenia zajmuje matematyka. Zmiany cywilizacyjne, zachodzące na naszych oczach, wymagają od osób wkraczających w dorosłość rozumienia nie tylko procesów społecznych, ale i technologicznych, których podstawę stanowi matematyka. Dlatego też w edukacji polskiej powróciła obowiązkowa matura z matematyki. Program nauczania, który przedstawiamy, pozwoli uczniom szkół ponadgimnazjalnych nie tylko dobrze przygotować się do matury z matematyki, ale również rozumieć samą matematykę.

Nauczanie matematyki w szkole ponadgimnazjalnej bazuje na osiągnięciach uczniów ze szkoły podstawowej i przede wszystkim ze szkoły gimnazjalnej. Przypominamy więc tutaj podstawę programową nauczania matematyki w gimnazjum.

Istotnym elementem tego programu nauczania jest autentyczne wykorzystywanie nowoczesnych środków technicznych w postaci komputera i odpowiedniego oprogramowania dostosowanego do możliwości percepcyjnych i recepcyjnych uczniów szkół ponadgimnazjalnych.

Dydaktyczne oprogramowanie komputerowe należy do kategorii środków dydaktycznych; jest więc (nowoczesnym) środkiem nauczania. Głównym celem stosowania środków dydaktycznych na lekcjach matematyki jest ułatwianie uczniom myślowego „przeobrażania” obiektów świata fizycznego na obiekty świata abstrakcji matematycznej. *Jeśli nawet w nauczaniu geometrii w jego pierwotnym stadium nauczyciel organizuje pracę ucznia wykonywaną na przedmiotach fizycznych, to cel tej pracy znajduje się poza rzeczywistością fizyczną.* W pedagogice charakteryzuje się ogólnie środki dydaktyczne jako *przedmioty, które dostarczając uczniom określonych bodźców oddziałujących na ich wzrok, słuch, dotyk itp., ułatwiają im bezpośrednio i pośrednio poznawanie rzeczywistości.*

W nawiązaniu do tej charakterystyki zwróćmy uwagę na dodatkową trudność polegającą na tym, że rzeczywistość matematyczna to jest już świat abstrakcyjny. Można więc powiedzieć, że między przestrzenią fizyczną, od której na początku nauczania wychodzimy, a przestrzenią geometryczną, której konstrukcja w umyśle ucznia jest zadaniem docelowym, znajduje się przestrzeń rysunkowa. Należy jednak pamiętać, że *najbardziej pomysłowe i nowoczesne środki poglądowe pozostaną tylko martwą dekoracją lekcji, jeżeli drogi od konkretnego do abstrakcji, otwartej przez te środki, uczący się nie przebędzie aktywnie, z zaangażowaniem swej wyobraźni i myślenia.*

Decyzja nauczyciela o wykorzystywaniu komputera jako środka dydaktycznego w procesie nauczania matematyki powinna więc być poprzedzona:

- głęboką analizą sytuacji dydaktycznej, w której środek ten ma być stosowany,
- równie wnikliwą koncepcją włączenia tego środka do procesu poznawczego na lekcji, uwzględniającą momenty trudne dla uczniów na drodze do abstrakcji,
- refleksją nad sposobem wkomponowania treści matematycznych w możliwości techniczne komputera.



Podkreślmy, że podstawowym motywem korzystania z każdego środka dydaktycznego, a dotyczy to komputera, powinno być rozwijanie szeroko rozumianej aktywności matematycznej uczniów.

W trakcie użytkowania oprogramowania matematycznego można wyróżnić dwie funkcje programu: techniczną oraz dydaktyczną. Funkcja techniczna często jest rozumiana jako możliwość skracania czasu operacji oraz zwielokrotniania pewnych czynności zewnętrznych występujących przy aktywnym działaniu typu matematycznego, w zasadzie służących stabilizacji, utrwaleniu i wspomaganiu myśli, a nie bezpośrednio inspirowaniu jej kreatywnych form. To zwielokrotnienie możliwości użytkownika może iść w różnych kierunkach, np. otwierać drogę do szybszego rozważenia wielu przypadków, stwarzać szansę swobodnego badania różnych kłopotliwych położeń, umożliwiać szybki powrót do sytuacji wyjściowej, pozwalać na przechodzenie bez ograniczeń od jednej konfiguracji do drugiej itp. Program wówczas o tyle wpływa na proces nauczania, o ile ma dlań znaczenie organizacyjne, racjonalizacyjne i skraca czas działań (wszystko to pod warunkiem niezagubienia istotnych treści pojęciowych). Sam w sobie nie stwarza w tej roli nowych okoliczności poznawczych. W drugim przypadku natomiast komputer jako środek nauczania bezpośrednio przejmując na siebie istotną rolę poznawczą, funkcjonuje więc w sensie dydaktycznym. Oznacza to, że wnosi do procesu dydaktycznego nie tylko elementy technicznego przyspieszenia czynności i organizacji pracy, ale również aktywizuje ten proces jako zespół działań podejmowanych dla przyswojenia pojęcia i wzbogaca o takie elementy, które mogą ukierunkowywać płodnie myśl ucznia przyswajającego określone pojęcie. Stosowanie programu w ramach pierwszej możliwości, a więc jako środka otwierającego drogę do skrótu może mieć miejsce zasadniczo w takich sytuacjach, gdy uczniowie już wiedzą, co jest skracane, tj. jaka procedura lub konstrukcja zawierająca przyswojone już pojęcia matematyczne kryje się za gotowym efektem uzyskiwanym na ekranie natychmiast. Byłoby więc w ogólności nieporozumieniem rozpoczynanie z uczniami od skrótów i oferowanie im technicznych efektów zamiast pojęć matematycznych. Niejednokrotnie obu funkcji nie można łatwo rozdzielić w konkretnej sytuacji lekcyjnej. Co więcej, jedna i ta sama opcja wybrana z menu programu może być niezależnie wykorzystywana raz w funkcji technicznej, innym razem w funkcji dydaktycznej.

Struktura programu

Program nauczania obejmuje:

- podstawę programową dla III etapu nauczania,
- podstawę programową dla IV etapu nauczania (w zakresie podstawowym),
- ogólne cele kształcenia,
- cele wychowawcze,
- procedury osiągnięcia celów,
- wymagania edukacyjne w zakresie aktywności matematycznych (na poszczególne oceny),
- wymagania pojęciowe,
- trzyletni plan nauczania i komentarze.

Podstawa programowa nauczania matematyki

MATEMATYKA – III etap edukacyjny

Cele kształcenia – wymagania ogólne

I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.

II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.

Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.

III. Modelowanie matematyczne.

Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.

IV. Użycie i tworzenie strategii.

Uczeń stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu.

V. Rozumowanie i argumentacja.

Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń:

- 1) odczytuje i zapisuje liczby naturalne dodatnie w systemie rzymskim (w zakresie do 3000);
- 2) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne zapisane w postaci ułamków zwykłych lub rozwinięć dziesiętnych skończonych zgodnie z własną strategią obliczeń (także z wykorzystaniem kalkulatora);
- 3) zamienia ułamki zwykłe na ułamki dziesiętne (także okresowe), zamienia ułamki dziesiętne skończone na ułamki zwykłe;
- 4) zaokrągla rozwinięcia dziesiętne liczb;
- 5) oblicza wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających ułamki zwykłe i dziesiętne;
- 6) szacuje wartości wyrażeń arytmetycznych;
- 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, w tym do zamiany jednostek (jednostek prędkości, gęstości itp.).

2. Liczby wymierne (dodatnie i niedodatnie). Uczeń:

- 1) interpretuje liczby wymierne na osi liczbowej. Oblicza odległość między dwiema liczbami na osi liczbowej;
- 2) wskazuje na osi liczbowej zbiór liczb spełniających warunek typu: $x \geq 3$, $x < 5$;
- 3) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne;



4) oblicza wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby wymierne.

3. Potęgi. Uczeń:

- 1) oblicza potęgi liczb wymiernych o wykładnikach naturalnych;
- 2) zapisuje w postaci jednej potęgi: iloczyny i ilorazy potęg o takich samych podstawach, iloczyny i ilorazy potęg o takich samych wykładnikach oraz potęgę potęgi (przy wykładnikach naturalnych);
- 3) porównuje potęgi o różnych wykładnikach naturalnych i takich samych podstawach oraz porównuje potęgi o takich samych wykładnikach naturalnych i różnych dodatnich podstawach;
- 4) zamienia potęgi o wykładnikach całkowitych ujemnych na odpowiednie potęgi o wykładnikach naturalnych;
- 5) zapisuje liczby w notacji wykładniczej, tzn. w postaci $a \cdot 10^k$, gdzie $1 \leq a < 10$ oraz k jest liczbą całkowitą.

4. Pierwiastki. Uczeń:

- 1) oblicza wartości pierwiastków drugiego i trzeciego stopnia z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześćcianami liczb wymiernych;
- 2) wyłącza czynnik przed znak pierwiastka oraz włącza czynnik pod znak pierwiastka;
- 3) mnoży i dzieli pierwiastki drugiego stopnia;
- 4) mnoży i dzieli pierwiastki trzeciego stopnia.

5. Procenty. Uczeń:

- 1) przedstawia część pewnej wielkości jako procent lub promil tej wielkości i odwrotnie;
- 2) oblicza procent danej liczby;
- 3) oblicza liczbę na podstawie danego jej procentu;
- 4) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, np. oblicza ceny po podwyżce lub obniżce o dany procent, wykonuje obliczenia związane z VAT, oblicza odsetki dla lokaty rocznej.

6. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:

- 1) opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami;
- 2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;
- 3) redukuje wyrazy podobne w sumie algebraicznej;
- 4) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne;
- 5) mnoży jednomiany, mnoży sumę algebraiczną przez jednomian oraz, w nietrudnych przykładach, mnoży sumy algebraiczne;
- 6) wyłącza wspólny czynnik z wyrazów sumy algebraicznej poza nawias;
- 7) wyznacza wskazaną wielkość z podanych wzorów, w tym geometrycznych i fizycznych.

7. Równania. Uczeń:

- 1) zapisuje związki między wielkościami za pomocą równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym związki między wielkościami wprost proporcjonalnymi i odwrotnie proporcjonalnymi;
- 2) sprawdza, czy dana liczba spełnia równanie stopnia pierwszego z jedną niewiadomą;

- 3) rozwiązuje równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą;
- 4) zapisuje związki między nieznanymi wielkościami za pomocą układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- 5) sprawdza, czy dana para liczb spełnia układ dwóch równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi;
- 6) rozwiązuje układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi;
- 7) za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.

8. Wykresy funkcji. Uczeń:

- 1) zaznacza w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty o danych współrzędnych;
- 2) odczytuje współrzędne danych punktów;
- 3) odczytuje z wykresu funkcji: wartość funkcji dla danego argumentu, argumenty dla danej wartości funkcji, dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości dodatnie, dla jakich ujemne, a dla jakich zero;
- 4) odczytuje i interpretuje informacje przedstawione za pomocą wykresów funkcji (w tym wykresów opisujących zjawiska występujące w przyrodzie, gospodarce, życiu codziennym);
- 5) oblicza wartości funkcji podanych nieskomplikowanym wzorem i zaznacza punkty należące do jej wykresu.

9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń:

- 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów;
- 2) wyszukuje, selekcjonuje i porządkuje informacje z dostępnych źródeł;
- 3) przedstawia dane w tabeli, za pomocą diagramu słupkowego lub kołowego;
- 4) wyznacza średnią arytmetyczną i medianę zestawu danych;
- 5) analizuje proste doświadczenia losowe (np. rzut kostką, rzut monetą, wyciąganie losu) i określa prawdopodobieństwa najprostszych zdarzeń w tych doświadczeniach (prawdopodobieństwo wypadnięcia orła w rzucie monetą, dwójki lub szóstki w rzucie kostką itp.).

10. Figury płaskie. Uczeń:

- 1) korzysta ze związków między kątami utworzonymi przez prostą przecinającą dwie proste równoległe;
- 2) rozpoznaje wzajemne położenie prostej i okręgu, rozpoznaje styczną do okręgu;
- 3) korzysta z faktu, że styczna do okręgu jest prostopadła do promienia poprowadzonego do punktu styczności;
- 4) rozpoznaje kąty środkowe;
- 5) oblicza długość okręgu i łuku okręgu;
- 6) oblicza pole koła, pierścienia kołowego, wycinka kołowego;
- 7) stosuje twierdzenie Pitagorasa;
- 8) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i w trapezach;
- 9) oblicza pola i obwody trójkątów i czworokątów;
- 10) zamienia jednostki pola;
- 11) oblicza wymiary wielokąta powiększonego lub pomniejszonego w danej skali;



- 12) oblicza stosunek pól wielokątów podobnych;
- 13) rozpoznaje wielokąty przystające i podobne;
- 14) stosuje cechy przystawiania trójkątów;
- 15) korzysta z własności trójkątów prostokątnych podobnych;
- 16) rozpoznaje pary figur symetrycznych względem prostej i względem punktu. Rysuje pary figur symetrycznych;
- 17) rozpoznaje figury, które mają oś symetrii, i figury, które mają środek symetrii. Wskazuje oś symetrii i środek symetrii figury;
- 18) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;
- 19) konstruuje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;
- 20) konstruuje kąty o miarach 60° , 30° , 45° ;
- 21) konstruuje okrąg opisany na trójkącie oraz okrąg wpisany w trójkąt;
- 22) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności.

11. Bryły. Uczeń:

- 1) rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy prawidłowe;
- 2) oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prostego, ostrosłupa, walca, stożka, kuli (także w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym);
- 3) zamienia jednostki objętości.

MATEMATYKA – IV etap edukacyjny Cele kształcenia – wymagania ogólne

ZAKRES PODSTAWOWY
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
Uczeń interpretuje tekst matematyczny. Po rozwiązaniu zadania interpretuje otrzymany wynik.
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych.
III. Modelowanie matematyczne.
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu.
IV. Użycie i tworzenie strategii.
Uczeń stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania.
V. Rozumowanie i argumentacja.
Uczeń prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

ZAKRES PODSTAWOWY

1. Liczby rzeczywiste. Uczeń:

- 1) przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamek zwykłego, ułamek dziesiętny okresowy, z użyciem symboli pierwiastków, potęg);
- 2) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych);
- 3) posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach;
- 4) oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych;
- 5) wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w zagadnieniach związanych z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką);
- 6) wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym;
- 7) oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia;
- 8) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;
- 9) wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok).

2. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:

- 1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$.

3. Równania i nierówności. Uczeń:

- 1) sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;
- 2) wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- 3) rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;
- 4) rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą;
- 5) rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;
- 6) korzysta z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu $x^3 = -8$;
- 7) korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu $x(x + 1)(x - 7) = 0$;
- 8) rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np.

$$\frac{x+1}{x+3} = 2, \quad \frac{x+1}{x} = 2x.$$

4. Funkcje. Uczeń:

- 1) określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego;

- 2) oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu. Posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość;
- 3) odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak; punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą);
- 4) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x + a)$, $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$;
- 5) rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;
- 6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie;
- 7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
- 8) szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;
- 9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
- 10) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje);
- 11) wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- 12) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym);
- 13) szkicuje wykres funkcji $f(x) = a/x$ dla danego a , korzysta ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;
- 14) szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;
- 15) posługuje się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym.

5. Ciągi. Uczeń:

- 1) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- 2) bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;
- 3) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- 4) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.

6. Trygonometria. Uczeń:

- 1) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do 180° ;
- 2) korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);
- 3) oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną);
- 4) stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi:
 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ i $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$;



5) znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.

7. Planimetria. Uczeń:

- 1) stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym;
- 2) korzysta z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych;
- 3) rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów;
- 4) korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi.

8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej. Uczeń:

- 1) wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej);
- 2) bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;
- 3) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt;
- 4) oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych;
- 5) wyznacza współrzędne środka odcinka;
- 6) oblicza odległość dwóch punktów;
- 7) znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu.

9. Stereometria. Uczeń:

- 1) rozpoznaje w graniastopłach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.), oblicza miary tych kątów;
- 2) rozpoznaje w graniastopłach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów;
- 3) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;
- 4) rozpoznaje w graniastopłach i ostrosłupach kąty między ścianami;
- 5) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;
- 6) stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości.

10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka. Uczeń:

- 1) oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje te parametry dla danych empirycznych;
- 2) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania;

3) oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.

Ogólne cele kształcenia

Nauczanie matematyki w szkole ponadgimnazjalnej w sposób szczególny powinno stymulować aktywności matematyczne ucznia, a poprzez to rozwijać jego rozwój intelektualny; między innymi wykształca:

- umiejętność czytania tekstu matematycznego ze zrozumieniem, w tym również tekstu zawierającego dane statystyczne prezentowane w różny sposób;
- umiejętność logicznego myślenia i argumentowania;
- nawyk krytycznej analizy informacji;
- umiejętność formułowania hipotez i ich uzasadniania;
- wyobraźnię przestrzenną;
- umiejętność planowania strategii rozwiązania problemu;
- postawę wykorzystywania narzędzi matematycznych w życiu codziennym, budowania modelu matematycznego dla danego kontekstu praktycznego z uwzględnieniem ograniczeń i zastrzeżeń z niego wynikających.

Cele wychowawcze

W nauczaniu matematyki szczególnie zwracamy uwagę na następujące cele wychowawcze:

- przygotowanie do życia we współczesnym świecie, ze szczególnym uwzględnieniem korzystania z technik informacyjnych i komunikacyjnych;
- rozwijanie umiejętności logicznego myślenia i wyciągania wniosków;
- wdrażanie do uzasadnień i weryfikacji własnych poglądów wobec argumentów innych osób;
- wykształcenie nawyku dobrej organizacji, planowania, a następnie wykonania pracy z należytą starannością i dokładnością;
- kształcenie postaw odpowiedzialności za wykonanie podjętych zadań;
- rozwijanie umiejętności współpracy w zespole;
- wykształcenie nawyku dbałości o kulturę i precyzję wypowiedzi;
- wykształcenie postaw sprzyjających samokształceniu.

Procedury osiągnięcia celów

Do osiągnięcia zaprezentowanych powyżej celów kształcenia i wychowania zaleca się wykorzystywanie następujących procedur:

- stopniowanie trudności;
- indywidualizacja nauczania, podejmowanie działań wspomagających rozwój każdego ucznia oraz rozwój grupy jako całości, zwracanie uwagi na uczniów z dysfunkcjami, wspieranie uczniów zdolnych;
- motywowanie uczniów do różnego rodzaju działalności matematycznej;
- stwarzanie sytuacji problemowych;
- wykorzystywanie komputera;
- odczytywanie i interpretacja informacji z tabel, diagramów i wykresów;
- sporządzanie tabel, diagramów i wykresów;
- utrwalanie nabytych wiadomości i umiejętności;
- stosowanie różnych metod pracy;
- informowanie o postępach ucznia.

Wymagania edukacyjne w zakresie aktywności matematycznych

Aktywność Ocena	ROZUMIENIE POJĘĆ MATEMATYCZNYCH
dopuszczający	Uczeń potrafi podać definicję pojęcia i wymienić poszczególne warunki definicyjne; wskazać kilka przykładów pojęcia; w pewnym zbiorze obiektów wskazać te z nich, które nie są desygnatami pojęcia; wskazać kilka kontrprzykładów pojęcia.
dostateczny	Uczeń potrafi podać przykłady pojęcia przy z góry nałożonych dodatkowych warunkach; podać kontrprzykłady przy tego rodzaju ograniczeniach; rozstrzygnąć, czy tzw. obiekt graniczny jest, czy nie jest desygnatem pojęcia.
dobry	Uczeń zna stosunki zachodzące między zakresem danego pojęcia i zakresami pojęć bliskoznacznych względem niego; potrafi wskazać pojęcie nadrzędne i podrzędne; umie dokonać klasyfikacji zakresu pojęcia nadrzędnego względem danego pojęcia tak, aby jednym z członów podziału był zakres danego pojęcia; nie natrafia na trudności w rozwiązywaniu zadań przy różnych sposobach zapisu.
bardzo dobry	Uczeń stanowczo reaguje na mylne sugestie dotyczące pojęcia; w różnych sytuacjach zadaniowych, w których posługuje się pojęciem, potrafi usunąć z pola uwagi nieistotne elementy, odróżnić je od elementów w danej sytuacji istotnych.
celujący	Uczeń spontanicznie zauważa istotną matematycznie strukturalną analogię danego pojęcia z innym pojęciem, tzn. potrafi wskazać sposób przyporządkowania odpowiednich elementów obu pojęć.

Aktywność Ocena	DEFINIOWANIE, POSŁUGIWANIE SIĘ DEFINICJĄ
dopuszczający	Uczeń rozpoznaje przykłady zdefiniowanego pojęcia, potrafi samodzielnie je podawać; potrafi w określeniu wydzielić część definiującą oraz definiowaną.
dostateczny	Uczeń potrafi z wykorzystaniem definicji rozpoznać obiekt spełniający warunki definicyjne oraz odrzucić obiekt, który ich nie spełnia. Zna warunki poprawnej definicji.
dobry	Uczeń potrafi zredagować definicję pojęcia rozumianego w sposób intuicyjny; potrafi skonstruować obiekt na podstawie odpowiedniej definicji. Umie ocenić, czy definicja jest poprawnie zbudowana.
bardzo dobry	Uczeń umie podać różne definicje tego samego pojęcia, wskazując na ich różnice; potrafi rozpoznawać przykłady pojęcia w różnych kontekstach.
celujący	Uczeń potrafi uzasadniać równoważność definicji.

Aktywność Ocena	KORZYSTANIE Z INFORMACJI (w tym rozumienie tekstu matematycznego)
dopuszczający	Uczeń potrafi wskazać źródło zawierające określoną informację oraz znaleźć ją we wskazanym źródle. Potrafi posługiwać się kalkulatorem. Potrafi streścić przeczytany lub wysłuchany tekst matematyczny.
dostateczny	Uczeń potrafi odczytywać informacje z wykresów, tabel itp. Potrafi podzielić czytany tekst na etapy, wydzielić fragmenty ważne i mniej istotne.
dobry	Uczeń potrafi selekcjonować informacje matematyczne; potrafi samodzielnie tworzyć informacje dla innych i je prezentować.
bardzo dobry	Uczeń potrafi samodzielnie opanować nowy materiał na podstawie dobranych przez siebie informacji z różnych źródeł.
celujący	Uczeń potrafi porównywać różne źródła tych samych informacji, wskazywać podobieństwa, różnice; potrafi uchwycić błędy merytoryczne i logiczne zawarte w informacji.

Aktywność Ocena	POSŁUGIWANIE SIĘ JĘZYKIEM MATEMATYCZNYM
dopuszczający	Uczeń rozumie matematyczne słowa do niego kierowane; potrafi w sposób opisowy wyrazić intuicje matematyczne; zna podstawowe słownictwo matematyczne.
dostateczny	Uczeń potrafi przenieść matematyczny język symboliczny na mowę powszechnie zrozumiałą; umie odczytywać treści matematyczne ujęte w różnych formach zapisu (np. na wykresach).

dobry	Uczeń potrafi zapisywać symbolicznie treści matematyczne wypowiedziane w sposób słowny; umie je interpretować.
bardzo dobry	Uczeń rozumie zapis symboliczny, potrafi nim operować; zauważa różnice interpretacyjne w niepoprawnie sformułowanych zdaniach matematycznych zapisanych symbolicznie.
celujący	Uczeń potrafi swobodnie rozmawiać, używając symboliki matematycznej.

Aktywność Ocena	POSŁUGIWANIE SIĘ ARGUMENTACJĄ MATEMATYCZNĄ (rozumienie metody matematycznej)
dopuszczający	Uczeń intuicyjnie rozumie twierdzenia, zna ich nazwy; potrafi podać ich treść, wyróżniając założenie i tezę, potrafi podać przykład ilustrujący prawdziwość twierdzenia; stosuje twierdzenie w prostych przypadkach. Intuicyjnie rozumie potrzebę dowodzenia; rozumie różnicę pomiędzy dowodem twierdzenia, a przykładem go ilustrującym. Potrafi wskazać przykład tezy prawdziwej, fałszywej i rozumie, co to oznacza.
dostateczny	Uczeń zna i potrafi sformułować treść twierdzenia; potrafi powtórzyć ogólne rozumowanie; umie wysnuć wnioski z danego twierdzenia w konkretnej sytuacji; potrafi obalić tezę jawnie nieprawdziwą; rozumie rolę kontrprzykładu i potrafi go wskazywać; zna niektóre łatwiejsze dowody twierdzeń.
dobry	Uczeń potrafi stosować twierdzenia z zakresu objętego programem; potrafi rozpoznać sytuację, w której twierdzenia nie można stosować. Potrafi samodzielnie zrelacjonować podane ogólne rozumowanie, w tym dowód nie wprost; umie dowodzić twierdzenia objęte programem; umie orzekać o fałszywości twierdzenia.
bardzo dobry	Uczeń umie klasyfikować twierdzenia; potrafi wykorzystać analogię i uogólnienia do formułowania hipotez; umie ocenić poprawność podanego ogólnego rozumowania; potrafi samodzielnie skonstruować (i zapisać) dowód twierdzenia.
celujący	Uczeń umie stawiać hipotezy i dokonywać uogólnienia; zna elementy metodologii dowodzenia; podejmuje próby dowodzenia stawianych hipotez i uzasadnienia dokonanych uogólnień. Potrafi uzasadniać równoważność definicji.

Aktywność Ocena	POSŁUGIWANIE SIĘ ŚRODKAMI DYDAKTYCZNYMI
dopuszczający	Uczeń potrafi dobrać środek dydaktyczny do rozważanej sytuacji matematycznej oraz choćby częściowo go wykorzystać.
dostateczny	Uczeń rozumie idee, które niesie ze sobą środek dydaktyczny, potrafi rozwiązywać problemy, powołując

	się na użyty środek dydaktyczny.
dobry	Uczeń nie potrafi oderwać się od środka dydaktycznego, ale prowadzi rozważania w sposób ogólny.
bardzo dobry	Uczeń potrafi oderwać się od środka dydaktycznego i prowadzić swoje rozważania w świecie abstrakcji matematycznej.
celujący	Uczeń nie korzysta ze środków dydaktycznych, prowadząc poprawne rozważania matematyczne w sytuacjach, gdy inni z niego korzystają permanentnie.

Aktywność Ocena	ROZWIĄZYWANIE ZADAŃ, ATAKOWANIE PROBLEMÓW (w tym matematyka w życiu codziennym)
Dopuszczający	Uczeń zna algorytmy do rozwiązywania zadań standardowych; potrafi powtórzyć podane rozwiązanie zadania; potrafi stawiać sobie pytania pomagające zrozumieć treść zadania (np. co jest niewiadome, co jest dane, czy potrzeba rysunku); potrafi samodzielnie rozwiązywać łatwiejsze zadania.
dostateczny	Uczeń zna algorytmy pomagające w układaniu planu rozwiązania zadania; potrafi naśladować podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji; samodzielnie rozwiązuje typowe zadania o średnim stopniu trudności; potrafi skomentować rozwiązanie zadania; umie dokonać analizy danych w zadaniu o wyższym stopniu trudności.
dobry	Uczeń zna metody pomagające w efektywnym wykonaniu planu rozwiązania zadania; zna metody rozwiązywania typowych zadań, w tym zadań złożonych łączących wiadomości z kilku działów. Umie rozwiązywać zadania, których tekst nie sugeruje od razu metody rozwiązywania; rozwiązuje zadania złożone łączące wiadomości z kilku działów; sprawdza, czy otrzymany wynik ma sens, czy rozumowanie jest prawdziwe.
bardzo dobry	Uczeń zna metody pomagające w przeprowadzeniu analizy rozwiązania zadania; umie skutecznie poszukiwać metody rozwiązywania nowych zadań; umie doskonalić i analizować swoje rozwiązanie; poszukuje innych sposobów rozwiązania tego samego zadania; analizuje istnienie i liczbę rozwiązań zadania.
celujący	Uczeń potrafi klasyfikować metody rozwiązywania zadań; umie odkrywać nowe sposoby rozwiązywania zadań; umie przedłużać zadanie; potrafi oryginalnie rozwiązać zadanie.

Wymagania szczegółowe

W poniższych tabelach:

- **Pogrubieniem** oznaczono te hasła i wymagania, które wykraczają poza podstawę programową. Nauczyciel może je realizować jedynie wtedy, gdy nie przeszkodzi to w opanowaniu przez uczniów materiału obowiązkowego.

- Podkreśleniem wyróżniono hasła i wymagania, które były realizowane na wcześniejszych etapach kształcenia i które należy utrwalić przed wprowadzeniem nowego materiału, aby umożliwić uczniowi łagodne przejście do IV etapu nauczania matematyki i zniwelować różnice.

Hasła programowe	Wymagania szczegółowe. Uczeń:
1. Liczby rzeczywiste	
<ul style="list-style-type: none"> • <u>Liczby naturalne</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>podaje przykłady liczb pierwszych, parzystych i nieparzystych;</u> • <u>stosuje cechy podzielności liczby przez 2, 3, 5, 9;</u> • <u>wypisuje dzielniki danej liczby naturalnej;</u> • <u>wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych;</u> • <u>oblicza NWD i NWW dwóch liczb naturalnych;</u> • <u>przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb, np.: „Uzasadnij, że suma dwóch liczb parzystych jest liczbą parzystą”.</u>
<ul style="list-style-type: none"> • <u>Liczby całkowite, liczby wymierne</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>rozpoznaje wśród podanych liczb liczby całkowite i liczby wymierne;</u> • <u>oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych).</u>
<ul style="list-style-type: none"> • Liczby niewymierne 	<ul style="list-style-type: none"> • wskazuje wśród podanych liczb liczby niewymierne; • szacuje wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby niewymierne; • wykazuje, dobierając odpowiednio przykłady, że suma, różnica, iloczyn oraz iloraz liczb niewymiernych nie musi być liczbą niewymierną.
<ul style="list-style-type: none"> • Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej 	<ul style="list-style-type: none"> • wskazuje wśród podanych liczb w postaci dziesiętnej liczby wymierne oraz niewymierne; • <u>wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych;</u> • wyznacza wskazaną cyfrę po przecinku liczby podanej w postaci rozwinięcia dziesiętnego okresowego; • przedstawia liczbę podaną w postaci ułamka dziesiętnego (skończonego lub nieskończonego okresowego) w postaci ułamka zwykłego.
<ul style="list-style-type: none"> • <u>Pierwiastek z liczby nieujemnej</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej;</u> • <u>wyłącza czynnik przed znak pierwiastka;</u> • <u>włącza czynnik pod znak pierwiastka;</u> • <u>wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach.</u>
<ul style="list-style-type: none"> • <u>Pierwiastek nieparzystego stopnia</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>oblicza wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej;</u> • <u>wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb rzeczywistych, stosując prawa działań na pierwiastkach.</u>

<ul style="list-style-type: none"> • <u>Potęga o wykładniku całkowitym</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>oblicza wartość potęgi liczby o wykładniku naturalnym i całkowitym ujemnym;</u> • <u>stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do obliczania wartości wyrażeń;</u> • stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do upraszczania wyrażeń algebraicznych.
<ul style="list-style-type: none"> • <u>Notacja wykładnicza</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>zapisuje i odczytuje liczbę w notacji wykładniczej;</u> • <u>wykonuje działania na liczbach zapisanych w notacji wykładniczej.</u>
<ul style="list-style-type: none"> • Liczby rzeczywiste 	<ul style="list-style-type: none"> • przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamek zwykłego, ułamek dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg).
<ul style="list-style-type: none"> • <u>Reguła zaokrąglania</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>zaokrągla liczbę z podaną dokładnością;</u> • <u>oblicza błąd przybliżenia danej liczby oraz ocenia, jakie jest to przybliżenie – z nadmiarem czy niedomiarem.</u>
<ul style="list-style-type: none"> • <u>Procenty</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>wykonuje obliczenia procentowe: oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba, wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent, zmniejsza i zwiększa liczbę o dany procent;</u> • <u>interpretuje pojęcia procentu i punktu procentowego;</u> • <u>oblicza podatki, zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok).</u>
<ul style="list-style-type: none"> • <u>Wartość bezwzględna</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>oblicza wartość bezwzględną danej liczby.</u>
<ul style="list-style-type: none"> • Interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje, stosując interpretację geometryczną, elementarne równania z wartością bezwzględną.
<ul style="list-style-type: none"> • Błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia 	<ul style="list-style-type: none"> • oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia liczby.
<ul style="list-style-type: none"> • Zbiory 	<ul style="list-style-type: none"> • posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór pusty, zbiór skończony, zbiór nieskończony; • wymienia elementy danego zbioru oraz elementy nienależące do niego; • opisuje słownie i symbolicznie dany zbiór; • określa relację zawierania zbiorów.
<ul style="list-style-type: none"> • Działania na zbiorach 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę danych zbiorów; • przedstawia na diagramie zbiór, który jest wynikiem działań na trzech dowolnych zbiorach; • wyznacza dopełnienie zbioru.
<ul style="list-style-type: none"> • Przedziały liczbowe 	<ul style="list-style-type: none"> • rozróżnia pojęcia: przedział otwarty, domknięty, lewostronnie domknięty, prawostronnie domknięty, nieograniczony; • zaznacza przedział na osi liczbowej; • odczytuje i zapisuje symbolicznie przedział zaznaczony na osi liczbowej; • wymienia liczby należące do przedziału, spełniające zadane warunki.
<ul style="list-style-type: none"> • Działania na przedziałach 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów oraz zaznacza je na osi liczbowej;

	<ul style="list-style-type: none"> wyznacza iloczyn, sumę i różnicę różnych zbiorów liczbowych oraz zapisuje je symbolicznie.
<ul style="list-style-type: none"> Potęga o wykładniku wymiernym 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych; porównuje liczby przedstawione w postaci potęg; wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w zagadnieniach związanych z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką).
<ul style="list-style-type: none"> Logarytm 	<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje definicję logarytmu; stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym.
2. Wyrażenia algebraiczne	
<ul style="list-style-type: none"> <u>Mnożenie sum algebraicznych</u> 	<ul style="list-style-type: none"> <u>mnoży sumę algebraiczną przez sumę algebraiczną.</u>
<ul style="list-style-type: none"> Wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$ 	<ul style="list-style-type: none"> przekształca wyrażenie algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia; stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$; usuwa niewymierność z mianownika ułamka.
<ul style="list-style-type: none"> Twierdzenie 	<ul style="list-style-type: none"> zna strukturę twierdzenia, rozumie potrzebę dowodzenia w matematyce, potrafi przeprowadzić proste rozumowania dowodowe.
3. Równania i nierówności	
<ul style="list-style-type: none"> Rozwiązanie równania, nierówności 	<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności.
<ul style="list-style-type: none"> Nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą; zapisuje zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału.
<ul style="list-style-type: none"> <u>Algebraiczne metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi</u> 	<ul style="list-style-type: none"> <u>rozwiązuje układ równań metodą podstawiania i przeciwnych współczynników;</u> określa, czy dany układ równań jest oznaczony, nieoznaczony, czy sprzeczny; układa i rozwiązuje układ równań do zadania z treścią.
<ul style="list-style-type: none"> Graficzna metoda rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje układ równań metodą graficzną; wykorzystuje związek między liczbą rozwiązań układu równań a położeniem dwóch prostych.
<ul style="list-style-type: none"> Równania kwadratowe z jedną niewiadomą 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równanie kwadratowe przez rozkład na czynniki; rozwiązuje równania kwadratowe, korzystając ze wzorów; interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego.
<ul style="list-style-type: none"> Nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą 	<ul style="list-style-type: none"> stosuje związek między rozwiązaniem nierówności kwadratowej a znakiem wartości odpowiedniej funkcji kwadratowej do rozwiązywania nierówności kwadratowych

	z jedną niewiadomą.
• Okrąg	• zna równanie okręgu.
• Proste równania wielomianowe	• korzysta z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu $x^3 = -8$; • korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu $x(x+1)(x-7) = 0$.
• Wielomiany	• zna twierdzenia Bézouta, umie dzielić wielomiany.
• Wyrażenia wymierne	• określa dziedzinę wyrażenia wymiernego; • mnoży i dzieli wyrażenia wymierne; • dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne.
• Równania wymierne	• rozwiązuje proste równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np. $\frac{x+1}{x+3} = 2$, $\frac{x+1}{x} = 2x$.
4. Funkcje	
• Sposoby opisywania funkcji	• określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego.
• Wartość funkcji	• oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu. Posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość.
• Własności funkcji	• odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja jest malejąca, rosnąca, ma stały znak; argumenty, dla których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą); • odczytuje z wykresu różnowartościowość funkcji.
• Przekształcenia wykresów funkcji	• na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x+a)$, $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$.
• Funkcja liniowa	• zna pojęcie proporcjonalności prostej; • rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru; • wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie; • interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej; • wykorzystuje własności funkcji liniowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).
• Funkcja kwadratowa	• szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru; • wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie; • interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje); • wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej

	<p>w przedziale domkniętym;</p> <ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).
<ul style="list-style-type: none"> <u>Proporcjonalność odwrotna</u> 	<ul style="list-style-type: none"> wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne; wyznacza współczynnik proporcjonalności.
<ul style="list-style-type: none"> Funkcja $f(x) = a/x$ 	<ul style="list-style-type: none"> podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu; szkicuje wykres funkcji $f(x) = a/x$ dla danego a; korzysta ze wzoru i wykresu funkcji $f(x) = a/x$ do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi.
<ul style="list-style-type: none"> Funkcja homograficzna 	<ul style="list-style-type: none"> szkicuje funkcje homograficzne.
<ul style="list-style-type: none"> Funkcje wykładnicze 	<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw; posługuje się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym.
<ul style="list-style-type: none"> Funkcje potęgowe i logarytmiczne 	<ul style="list-style-type: none"> zna wykresy niektórych funkcji potęgowych (o wykładniku całkowitym); zna wykresy funkcji logarytmicznych; odczytuje z wykresów niektóre własności.
5. Ciągi	
<ul style="list-style-type: none"> Pojęcie ciągu 	<ul style="list-style-type: none"> wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów; wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie; szkicuje wykres ciągu; wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym.
<ul style="list-style-type: none"> Ciąg arytmetyczny 	<ul style="list-style-type: none"> bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny; stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.
<ul style="list-style-type: none"> Ciąg geometryczny 	<ul style="list-style-type: none"> bada, czy dany ciąg jest geometryczny; stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.
6. Trygonometria	
<ul style="list-style-type: none"> Definicje funkcji trygonometrycznych 	<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do 180°; korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora); oblicza miarę kąta ostrego, dla którego funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną).

<ul style="list-style-type: none"> Związki między funkcjami trygonometrycznymi 	<ul style="list-style-type: none"> stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ oraz $\sin (90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$; znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.
<ul style="list-style-type: none"> Zastosowania trygonometrii w planimetrii 	<ul style="list-style-type: none"> korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi.
<ul style="list-style-type: none"> Wykresy funkcji trygonometrycznych 	<ul style="list-style-type: none"> zna wykresy funkcji trygonometrycznych i opisuje ich własności.
7. Planimetria	
<ul style="list-style-type: none"> <u>Kąty w trójkącie</u> 	<ul style="list-style-type: none"> <u>klasyfikuje trójkąty ze względu na miary ich kątów;</u> <u>stosuje twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta do rozwiązywania zadań.</u>
<ul style="list-style-type: none"> Twierdzenie Talesa 	<ul style="list-style-type: none"> zna i rozumie twierdzenie Talesa.
<ul style="list-style-type: none"> Figury przystające i podobne 	<ul style="list-style-type: none"> zna figury przystające i podobne oraz rozumie, czym są
<ul style="list-style-type: none"> <u>Trójkąty przystające</u> 	<ul style="list-style-type: none"> <u>rozpoznaje trójkąty przystające oraz stosuje cechy przystawiania trójkątów do rozwiązywania różnych problemów.</u>
<ul style="list-style-type: none"> Trójkąty podobne 	<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów.
<ul style="list-style-type: none"> <u>Wielokąty podobne</u> 	<ul style="list-style-type: none"> <u>wykorzystuje zależności między polami i obwodami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa do rozwiązywania zadań.</u>
<ul style="list-style-type: none"> <u>Trójkąty prostokątne</u> 	<ul style="list-style-type: none"> <u>stosuje twierdzenie Pitagorasa do rozwiązywania zadań, wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i długości wysokości trójkąta równobocznego.</u>
<ul style="list-style-type: none"> <u>Wzajemne położenie prostej i okręgu</u> 	<ul style="list-style-type: none"> określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach; <u>korzysta z własności stycznej do okręgu w rozwiązywaniu zadań.</u>
<ul style="list-style-type: none"> Wzajemne położenie dwóch okręgów 	<ul style="list-style-type: none"> określa wzajemne położenie okręgów, mając dane promienie tych okręgów oraz odległość ich środków; korzysta z własności okręgów stycznych w rozwiązywaniu zadań.
<ul style="list-style-type: none"> <u>Długość okręgu i pole koła</u> 	<ul style="list-style-type: none"> <u>oblicza długość okręgu i pole koła.</u>
<ul style="list-style-type: none"> Kąty środkowe i kąty wpisane 	<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje kąty środkowe; rozpoznaje kąty wpisane; stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym opartym na tym samym łuku.
<ul style="list-style-type: none"> Okrąg opisany i okrąg wpisany w trójkąt 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego i okręgu wpisanego w trójkąt; przekształca wzory na pole trójkąta i udowadnia je.

<ul style="list-style-type: none"> Okrąg opisany i okrąg wpisany w wielokąt 	<ul style="list-style-type: none"> rozumie okrąg wpisany i opisany na wielokącie, w szczególności na czworokącie.
<ul style="list-style-type: none"> Kąty, trójkąty i czworokąty 	<ul style="list-style-type: none"> zna podstawowe rodzaje kątów, ich własności; zna podstawowe własności czworokątów i trójkątów; zna punkty charakterystyczne trójkąta.
8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej	
<ul style="list-style-type: none"> Równanie prostej na płaszczyźnie 	<ul style="list-style-type: none"> wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej); bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych; wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt; oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych.
<ul style="list-style-type: none"> Odległość punktów w układzie współrzędnych 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych; stosuje wzór na odległość punktów do rozwiązywania zadań.
<ul style="list-style-type: none"> Warunek trójkąta 	<ul style="list-style-type: none"> zna i stosuje warunek trójkąta.
<ul style="list-style-type: none"> Środek odcinka 	<ul style="list-style-type: none"> wyznacza współrzędne środka odcinka w układzie współrzędnych; stosuje wzór na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań.
<ul style="list-style-type: none"> Symetrie w układzie współrzędnych 	<ul style="list-style-type: none"> znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu.
<ul style="list-style-type: none"> Wektory 	<ul style="list-style-type: none"> zna pojęcie wektora, umie wykonywać proste działania na wektorach (suma, różnica, iloczyn przez liczbę), oblicza jego długość.
9. Stereometria	
<ul style="list-style-type: none"> Graniastosłupy 	<ul style="list-style-type: none"> sporządza rysunek graniastosłupa wraz z oznaczeniami; oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prostego.
<ul style="list-style-type: none"> Ostrosłupy 	<ul style="list-style-type: none"> sporządza rysunek ostrosłupa wraz z oznaczeniami; oblicza pole powierzchni i objętość ostrosłupa.
<ul style="list-style-type: none"> Kąty w graniastosłupach i ostrosłupach 	<ul style="list-style-type: none"> wskazuje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.), oblicza miary tych kątów; wskazuje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów.
<ul style="list-style-type: none"> Kąt dwuścienny 	<ul style="list-style-type: none"> wskazuje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami.
<ul style="list-style-type: none"> Przekroje prostopadłościanów 	<ul style="list-style-type: none"> określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną.
<ul style="list-style-type: none"> Wielościany foremne 	<ul style="list-style-type: none"> zna wielościany foremne.
<ul style="list-style-type: none"> Bryły obrotowe 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza pola powierzchni i objętości brył obrotowych.

<ul style="list-style-type: none"> Kąty w walcach i stożkach 	<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje w walcach i w stożkach kąty między odcinkami oraz kąty między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów.
<ul style="list-style-type: none"> Zastosowania trygonometrii w stereometrii 	<ul style="list-style-type: none"> stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych.
10. Teoria prawdopodobieństwa i statystyka	
<ul style="list-style-type: none"> Doświadczenie losowe 	<ul style="list-style-type: none"> zna pojęcie doświadczenia losowego, umie je opisywać.
<ul style="list-style-type: none"> Reguła mnożenia, reguła dodawania 	<ul style="list-style-type: none"> zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania.
<ul style="list-style-type: none"> Klasyczna definicja prawdopodobieństwa 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.
<ul style="list-style-type: none"> Dane empiryczne 	<ul style="list-style-type: none"> umie gromadzić i opisywać dane empiryczne.
<ul style="list-style-type: none"> <u>Średnia arytmetyczna, mediana</u> 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę; wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę do rozwiązywania zadań.
<ul style="list-style-type: none"> Średnia ważona, odchylenie standardowe 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje te parametry dla danych empirycznych.

Trzyletni plan nauczania

1. Liczby rzeczywiste. Uczeń:	
	Przewidywana liczba godzin
A) Zbiór, elementy zbioru. Podzbiory, równość zbiorów. Zbiory skończone i nieskończone. Operacje na zbiorach. Zbiory rozłączne. Dopełnienie zbioru.	3
B) Zna podzbiory zbioru liczb rzeczywistych.	1
C) Zna cechy podzielności liczb całkowitych, rozumie, czym są liczby pierwsze i złożone, parzyste i nieparzyste, NWW, NWD.	2
1) przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamek zwykłego, ułamek dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg);	2
2) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych);	2



3) posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach;	2
4) oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych;	1
5) wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w zagadnieniach związanych z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką);	2
6) wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym;	4
D) Wartość bezwzględna: definicja, ćwiczenia. Rozwiązywanie równań z wartością bezwzględną (poprzez podejście odległościowe).	3
7) oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia;	2
8) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;	2
9) wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok).	4
RAZEM:	21 + 9
2. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:	
	Przewidywana liczba godzin
1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$.	2
A) Podstawowe wiadomości o wyrażeniach algebraicznych.	1
B) Twierdzenie i jego struktura. Przykłady dowodów.	5
RAZEM:	2 + 6
3. Równania i nierówności. Uczeń:	
	Przewidywana liczba godzin
1) sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;	1
A) Rozwiązuje równania liniowe z jedną niewiadomą.	2
2) wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;	2



3) rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;	2
B) Zna sposoby rozwiązywania układów równań liniowych, rozwiązuje układy równań liniowych.	3
4) rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą;	3
5) rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;	3
6) korzysta z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu $x^3 = -8$;	2
7) korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu $x(x + 1)(x - 7) = 0$;	2
C) Potrafi wykonywać proste działania na wyrażeniach wymiernych.	3
8) rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np. $\frac{x+1}{x+3} = 2$, $\frac{x+1}{x} = 2x$.	3
RAZEM:	18 + 8
4. Funkcje. Uczeń:	
	Przewidywana liczba godzin
1) określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego;	3
2) oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu. Posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość;	2
3) odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak; punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą);	6
4) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x + a)$, $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$;	3
5) rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;	1
A) Zna pojęcie proporcjonalności prostej.	1
6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie;	1
7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;	2
8) szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;	4



9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;	3
10) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje);	3
11) wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;	3
12) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym);	3
13) szkicuje wykres funkcji $f(x) = a/x$ dla danego a , korzysta ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;	2
14) szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;	2
15) posługuje się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym.	3
RAZEM:	41 + 1
5. Ciągi. Uczeń:	
	Przewidywana liczba godzin
1) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;	2
2) bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny, czy geometryczny;	4
3) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;	2
4) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.	2
RAZEM:	10
6. Trygonometria. Uczeń:	
	Przewidywana liczba godzin
1) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do 180° ;	2
2) korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych	1



(odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);	
3) oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną);	1
4) stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ oraz $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$;	2
5) znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.	2
RAZEM:	8
7. Planimetria. Uczeń:	
	Przewidywana liczba godzin
A) Kąty. Czworokąty i ich podział. Trójkąt i jego punkty charakterystyczne.	3
1) stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym;	3
B) Rozumie okrąg wpisany i opisany w wielokącie, w szczególności w trójkącie.	4
2) korzysta z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych;	3
C) Zna figury przystające, w szczególności trójkąty przystające.	3
D) Zna twierdzenie Talesa.	2
E) Zna przykłady figur podobnych.	1
3) rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów;	4
4) korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi.	3
RAZEM:	13 + 13
8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej. Uczeń:	
	Przewidywana liczba godzin
1) wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej);	2

2) bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;	1
3) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt;	2
4) oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych;	1
5) wyznacza współrzędne środka odcinka;	1
6) oblicza odległość dwóch punktów;	2
7) znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu.	3
RAZEM:	12

9. Stereometria. Uczeń:

	Przewidywana liczba godzin
1) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.), oblicza miary tych kątów;	2
2) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów;	2
3) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;	2
4) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami;	2
5) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;	1
6) stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości.	20
RAZEM:	29

10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka. Uczeń:

	Przewidywana liczba godzin
A) Zna pojęcie średniej arytmetycznej, mediany.	2
1) oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe zestawu danych	3

(także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje te parametry dla danych empirycznych;	
B) Umie gromadzić i analizować proste dane empiryczne.	3
C) Zna pojęcie doświadczenia losowego, umie opisać to pojęcie.	2
2) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania;	4
3) oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.	8
RAZEM:	15 + 7

Komentarze

1) W rozkładzie przewidzieliśmy:

- a. 3 lekcje (po jednej lekcji w każdym roku szkolnym) na zapoznanie ucznia z wymaganiami edukacyjnymi, sposobem oceniania i innymi sprawami organizacyjnymi,
- b. 6 lekcji (po dwie w każdym roku szkolnym) na podsumowanie pracy, wystawienie ocen itp.
- c. 17 godzin (w okresie trzech lat nauki) na prace klasowe (jednogodzinne) i ich poprawy oraz 16 godzin na ewentualne lekcje powtórzeniowe przed sprawdzianami,
- d. w klasie trzeciej powtórkę przed maturą – 30 godzin,
- e. w klasie pierwszej i drugiej po 33 efektywne tygodnie pracy, a w klasie trzeciej (maturalnej) tylko 25 efektywnych tygodni pracy; ewentualne nadwyżki pozostawiamy nauczycielom do realizacji zagadnień dodatkowych, ćwiczeń lub powtórek.

2) Wyliczenie godzin:

Rozdział 1. Liczby rzeczywiste – 30 godz.

Rozdział 2. Wyrażenia algebraiczne – 8 godz.

Rozdział 3. Równania i nierówności – 26 godz.

Rozdział 4. Funkcje – 42 godz.

Rozdział 5. Ciągi – 10 godz.

Rozdział 6. Trygonometria – 8 godz.

Rozdział 7. Planimetria – 26 godz.

Rozdział 8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej – 12 godz.



Rozdział 9. Stereometria – 29 godz.

Rozdział 10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka – 22 godz.

Powtórka przed maturą – 30 godz.

Lekcje organizacyjne i podsumowujące – 9 godz.

Sprawdziany, ich poprawy, powtórki przed sprawdzianami – 33 godz.

Godziny do dyspozycji nauczyciela – 15 godz.

RAZEM: 300 godzin.

- 3) Zagadnienia zaznaczone w powyższym rozkładzie kolorem niebieskim mają charakter uzupełnień, których realizacja jest fakultatywna. Decyzję o włączeniu przykładowych treści do realizacji nauczyciel powinien podjąć po zapoznaniu się z możliwościami uczniów. Jeżeli zaproponowane treści nie będą realizowane, uzyskane w ten sposób godziny należy przeznaczyć na pogłębioną analizę pozostałych treści lub powtórkę maturalną.
- 4) Zdajemy sobie sprawę z tego, że niektórzy nauczyciele są przyzwyczajeni do tematycznego realizowania zagadnień, np. funkcji kwadratowej w całości (wykres, zadania na min. i max., równania i nierówności). Możliwy jest zatem inny układ treści realizowanych w poszczególnych klasach. Poniżej podajemy przykład.

Proponowany rozkład materiału

Lp	ODNIESIENIE DO PODSTAWY PROGRAMOWEJ	ZAGADNIENIE	Rozdział z podstawy	Proponowana liczba godzin	Suma
		Zapoznanie uczniów z wymaganiami edukacyjnymi, sposobami uczenia się, kryteriami oceniania.	W każdej klasie na początku	3	
		Podsumowanie I okresu nauki.	W każdej klasie na półroczu.	3	
		Podsumowanie rocznej pracy.	W każdej klasie na końcu.	3	
1	1.A	Zbiory i działania na zbiorach.	Rozdział 1	3	3
2	1.B	Podzbiory zbioru liczb rzeczywistych.	Rozdział 1	1	4
3	1.C	Podzielność liczb całkowitych. Liczby pierwsze i złożone, parzyste i nieparzyste. Największy wspólny dzielnik (NWD), najmniejsza wspólna wielokrotność (NWW).	Rozdział 1	2	6
4	1.1	Różne postaci liczb rzeczywistych.	Rozdział 1	2	8



5	1.2	Obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych).	Rozdział 1	2	10
6	1.3	Pierwiastki dowolnego stopnia. Prawa działań na pierwiastkach.	Rozdział 1	2	12
7	1.4	Potęgi o wykładnikach wymiernych. Prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych.	Rozdział 1	1	13
8	1.5	Wykorzystanie podstawowych własności potęg w innych dziedzinach wiedzy.	Rozdział 1	2	15
9	1.6	Logarytmy. Wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym.	Rozdział 1	4	19
		Powtórka, sprawdzian i poprawa.		3	22
10	1.D	Wartość bezwzględna.	Rozdział 1	3	25
11	2.A	Podstawowe wiadomości o wyrażeniach algebraicznych.	Rozdział 2	1	26
12	2.1	Wzory skróconego mnożenia.	Rozdział 2	2	28
13	2.B	Twierdzenie i jego struktura. Przykłady dowodów.	Rozdział 2	5	33
14	1.7	Błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia.	Rozdział 1	2	35
15	1.8	Przedziały liczbowe.	Rozdział 1	2	37
16	1.9	Obliczenia procentowe.	Rozdział 1	4	41
		Powtórka, sprawdzian i poprawa.		3	44
17	4.1	Określanie funkcji za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego.	Rozdział 4	3	47
18	4.2	Obliczanie ze wzoru wartości funkcji dla danego argumentu. Rozwiązywanie równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość.	Rozdział 4	2	49
19	4.3	Odczytywanie z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak; punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą).	Rozdział 4	6	55
20	4.4	Na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicowanie wykresów funkcji $y = f(x + a)$, $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$;	Rozdział 4	3	58
		Powtórka, sprawdzian i poprawa.		3	61
21	4.5	Rysowanie wykresów funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru.	Rozdział 4	1	62



22	4.A	Pojęcie proporcjonalności prostej.	Rozdział 4	1	63
23	4.6	Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie.	Rozdział 4	1	64
24	4.7	Interpretacja współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej.	Rozdział 4	2	66
25	3.1	Sprawdzanie czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;	Rozdział 3	1	67
26	3.A	Rozwiązywanie równań liniowych z jedną niewiadomą.	Rozdział 3	2	69
27	3.3	Rozwiązywanie nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą.	Rozdział 3	2	71
28	3.2	Interpretacja geometryczna układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.	Rozdział 3	2	73
29	8.1	Równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej).	Rozdział 8	2	75
30	8.2	Równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych.	Rozdział 8	1	76
31	8.3	Wyznaczanie równania prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt.	Rozdział 8	2	78
32	8.4	Współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych.	Rozdział 8	1	79
33	3.B	Rozwiązywanie układów równań liniowych, sposoby rozwiązywania.	Rozdział 3	3	82
		Powtórka, sprawdzian i poprawa.		3	85
34	4.8	Wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru.	Rozdział 4	4	89
35	4.9	Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie.	Rozdział 4	3	92
36	4.10	Interpretacja współczynników występujących we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje).	Rozdział 4	3	95
37	4.11	Wartość najmniejsza i wartość największa funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.	Rozdział 4	3	98
38	4.12	Własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).	Rozdział 4	3	101
39	3.4	Rozwiązywanie równań kwadratowych z jedną niewiadomą.	Rozdział 3	3	104
40	3.5	Rozwiązywanie nierówności kwadratowych z	Rozdział 3	3	107



		jedną niewiadomą.			
		Powtórka, sprawdzian i poprawa.		3	110
41	3.6	Korzystanie z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu $x^3 = -8$;	Rozdział 3	2	112
42	3.7	Korzystanie z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu $x(x + 1)(x - 7) = 0$;	Rozdział 3	2	114
43	3.C	Wykonywanie prostych działań na wyrażeniach wymiernych.	Rozdział 3	3	117
44	3.8	Proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np. $\frac{x+1}{x+3} = 2$, $\frac{x+1}{x} = 2x$.	Rozdział 3	3	120
45	4.13	Wykres funkcji $f(x) = a/x$ dla danego a , korzystanie ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi.	Rozdział 4	2	122
46	4.14	Wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw.	Rozdział 4	2	124
47	4.15	Zastosowanie funkcji wykładniczych do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym.	Rozdział 4	3	127
		Powtórka, sprawdzian i poprawa.		3	130
48	6.1	Znajomość definicji i wykorzystywanie ich do wyznaczania wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dla kątów o miarach od 0° do 180° .	Rozdział 6	2	132
49	6.2	Przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora).	Rozdział 6	1	133
50	6.3	Miara kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną).	Rozdział 6	1	134
51	6.4	Proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, oraz $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$	Rozdział 6	2	136
52	6.5	Wyznaczanie wartości jednej z funkcji: sinus lub cosinus, znając wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.	Rozdział 6	2	138
		Powtórka, sprawdzian i poprawa.		3	141
53	7.A	Kąty. Czworokąty i ich podział. Trójkąt i jego punkty charakterystyczne.	Rozdział 7	3	144
54	7.1	Zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym.	Rozdział 7	3	147
55	7.B	Okrąg wpisany i opisany w wielokącie, w szczególności w trójkącie.	Rozdział 7	4	151



56	7.2	Własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych.	Rozdział 7	3	154
57	7.C	Figury przystające, w szczególności trójkąty przystające.	Rozdział 7	3	157
58	7.D	Twierdzenie Talesa.	Rozdział 7	2	159
59	7.E	Przykłady figur podobnych.	Rozdział 7	1	160
60	7.3	Trójkąty podobne, cechy podobieństwa trójkątów.	Rozdział 7	4	164
61	7.4	Wykorzystywanie funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi.	Rozdział 7	3	167
62	8.5	Współrzędne środka odcinka.	Rozdział 8	1	168
63	8.6	Odległość dwóch punktów.	Rozdział 8	2	170
64	8.7	Obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu.	Rozdział 8	3	173
		Powtórka, sprawdzian i poprawa.		3	176
65	5.1	Wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym.	Rozdział 5	2	178
66	5.2	Badanie, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny.	Rozdział 5	4	182
67	5.3	Wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.	Rozdział 5	2	184
68	5.4	Wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.	Rozdział 5	2	186
		Powtórka, sprawdzian i poprawa.		3	189
69	9.1	Rozpoznawanie w graniastopach i ostrostopach kątów między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, itp.), obliczanie miar tych kątów.	Rozdział 9	2	191
70	9.2	Rozpoznawanie w graniastopach i ostrostopach kątów między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), obliczanie miary tych kątów.	Rozdział 9	2	193
71	9.3	Rozpoznawanie w walcach i w stożkach kątów między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), obliczanie miary tych kątów.	Rozdział 9	2	195
72	9.4	Rozpoznawanie w graniastopach i	Rozdział 9	2	197



		ostrosłupach kątów między ścianami.			
73	9.5	Przekroje prostokątnościannu płaszczyzną.	Rozdział 9	1	198
74	9.6	Zastosowanie trygonometrii do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości.	Rozdział 9	20	218
		Powtórka, sprawdzian i poprawa.		3	221
75	10.A	Pojęcie średniej arytmetycznej, mediany.	Rozdział 10	2	223
76	10.1	Średnia ważona i odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje te parametry dla danych empirycznych.	Rozdział 10	3	226
77	10.B	Gromadzenie i analizowanie prostych danych empirycznych	Rozdział 10	3	229
78	10.C	Pojęcie doświadczenia losowego, sposoby jego opisywania.	Rozdział 10	2	231
79	10.2	Zliczanie obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosowanie reguły mnożenia i reguły dodawania.	Rozdział 10	4	235
80	10.3	Obliczanie prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.	Rozdział 10	8	243
		Powtórka, sprawdzian i poprawa.		3	246
		Powtórka maturalna.		30	276
		Godziny do dyspozycji nauczyciela.		15	291
			RAZEM	87 + 44 + 169	

Komentarz:

1. W kolumnie „suma” zliczono wszystkie godziny z wyjątkiem 9 godzin poświęconych lekcjom początkowym i podsumowującym.
2. Nie zostały podane dokładne tematy na każdą jednostkę lekcyjną, uwzględniono natomiast zagadnienia i czas na nie przewidziany.
3. Jest to całościowy rozkład na trzy lata kształcenia. Zgodnie z Ramowym Planem Nauczania w liceum (lub technikum) na zajęcia z matematyki jest przewidziane w całym cyklu kształcenia minimum 300 godzin.
4. Powyżej nie dokonano podziału na klasy ze względu na różne rozłożenie godzin w szkołach, np. w liceum rozłożenie godzin może wyglądać: 3 + 3 + 4 lub 3 + 4 + 3 lub 4 + 3 + 3. Wszędzie jest łącznie 10 godzin w tygodniu, czyli około 300 godzin w cyklu kształcenia. Jednak w każdej z tych sytuacji nauczyciel w innym miejscu będzie kończył realizację materiału w klasie pierwszej czy drugiej.
 - a. Jeśli będzie to układ 3 + 3 + 4, to wówczas klasa pierwsza zakończy się na zagadnieniu nr 37, a klasa druga na zagadnieniu nr 72.
 - b. Jeśli będzie to układ 3 + 4 + 3, to wówczas klasa pierwsza zakończy się na zagadnieniu nr 37, a klasa druga na zagadnieniu nr 74.
 - c. Jeśli będzie to układ 4 + 3 + 3, to wówczas klasa pierwsza zakończy się na zagadnieniu nr 44, a klasa druga na zagadnieniu nr 74.
5. W technikum podział na klasy może się również nieco inaczej przedstawiać.