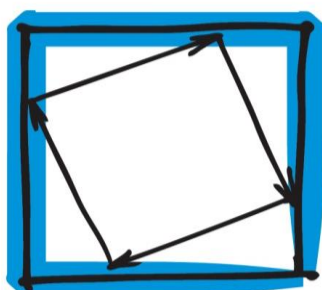


Archipelag Matematyki – metoda wspomagania uczenia się matematyki

Poradnik dla nauczycieli.



ARCHIPELAG
MATEMATYKI

Spis treści

WSTĘP.....	4
Co to jest „Archipelag Matematyki”?.....	7
Na czym polega metoda wspomaganie uczenia się i nauczania matematyki oparta na platformie „Archipelagu Matematyki”	7
Wykorzystanie elementów wirtualnej rzeczywistości w nauczaniu matematyki.	7
Zastosowanie metody opartej na grze i pracy grupowej oraz współpracy i rywalizacji.	8
Włączenie nauczyciela jako opiekuna, przewodnika	8
Pokazanie roli matematyki w rozumieniu świata i w działalności zawodowej, w praktyce.....	9
Wprowadzenie atrakcyjnych elementów spoza programu nauczania w celu pokazania, że matematyka jest dziedziną żywą, rozwijającą się, stojącą u podstaw rozwoju cywilizacji	9
Odczarowanie matematyki – jest ciekawa, oparta na naturalnych ideach, w swojej istocie łatwa do zrozumienia	10
Uwzględnienie specyfiki sposobów uczenia się dziewcząt.....	10
Włączenie użytkowników i odbiorców do współtworzenia treści i kształtu portalu.	11
Kształtowanie sprawności używania matematyki z wykorzystaniem narzędzi cyfrowych	11
Kształtowanie nawyków korzystania z zasobów Internetu do nauki, a nie tylko do rozrywki i komunikacji	11
Jakie efekty można uzyskać dzięki stosowaniu metody wykorzystania "Archipelagu Matematyki"? ..	12
Zmiana postaw i wzrost ogólnych kompetencji.	12
Wzrost umiejętności i kompetencji matematycznych oraz korzyści związane z przyswojeniem „matematycznego sposobu myślenia”	13
Rodzaje aktywności wpisane w metodę korzystania z „Archipelagu Matematyki”	13
Odkrywanie	13
Ćwiczenie.....	13
Interakcje, dyskusje.....	13

Praca samodzielna.....	14
Współpraca.....	14
Tworzenie	14
Rywalizacja	14
Jaką matematykę spotkamy na Archipelagu?.....	15
Podsumowanie	15
Wnioski z badań	16
O testowaniu	16
Rekomendacje uczniów i uczennic	17
Opinie o zadaniach i materiałach	17
Rekomendacje nauczycieli i nauczycielek	18
Doskonalenie warsztatu pracy nauczyciela.....	18
Aspekty genderowe.....	18
Podsumowanie	19
Jak pracować z Archipelagiem Matematyki?	19
Tryby pracy nauczyciela z Archipelagiem Matematyki.....	19
Tryby pracy ucznia z Archipelagiem Matematyki.....	20
Organizacja zawartości platformy Archipelagu Matematyki	21
Odniesienia do podstawy programowej	21
Wyspa Analizy.....	21
Wyspa Matematyki Dyskretnej	23
Wyspa Teorii Liczb	24
Wyspa Logiki i Teorii Mnogości	26
Wyspa Algebry.....	28
Wyspa Geometrii.....	29
Atol Start.....	31

WSTĘP

*Umysł nie jest naczyniem, które trzeba napęlić
lecz ogniem, który należy rozniecić.*

Plutarch

*Chcielibyśmy widzieć dziecko w pogoni za wiedzą,
a nie wiedzę w pogoni za dzieckiem.*

George Bernard Shaw

Jak dziś uczyć, aby uczniowie się nauczyli? – to pytanie stawia sobie wielu świetnych pedagogów na całym świecie. Badania wskazują, iż mózg nie przyswaja czegoś, co go nie pobudza, nie interesuje, czy nie intryguje. Ludzki mózg to sprawny instrument pozwalający na odbieranie, przetwarzanie i generowanie bodźców, ale robi to tym chętniej, im działanie jest bardziej atrakcyjne. Odkrywanie jest dużo ciekawsze niż reprodukcja. Kontakt z nowością prowadzi do uwalniania przez neurony ośrodkowego układu nerwowego dopaminy, która jest „hormonem przyjemności i nagrody” oraz odgrywa istotną rolę w procesach związanych z motywacją do podjęcia aktywności i z wytrwałością. Z podobnych powodów efektywne uczenie się powinno opierać się nie tylko na pracy indywidualnej, ale również grupowej - dzięki współpracy z innymi osobami nauka odbierana jest jako coś przyjemnego.

Zgodnie z zasadami neurodydaktyki (połowa lat osiemdziesiątych XX wieku, twórca niemiecki dydaktyk matematyki **Gerhard Preiss**) nauczanie przyjazne mózgowi bazuje na ciekawości poznawczej uczniów, wykorzystuje silne strony mózgu, łączy wiedzę czysto kognitywną z emocjami, pozwala uczniom na stawianie hipotez i samodzielne szukanie rozwiązań, ułatwia łączenie pojedynczych informacji w spójną całość. Dobrze zorganizowana nauka wywołuje uczucie przyjemności i zadowolenia, natomiast stres blokuje proces uczenia się.

Jean Piaget był zdania, że należy pozwolić każdemu dziecku rozwijać się we własnym tempie. Współczesna technologia informacyjna i komunikacyjna stwarza ku temu coraz lepsze możliwości. Oprócz narzędzi technicznych potrzebne są jednak również narzędzia dydaktyczne, nowe metody wykorzystujące te możliwości.

Szybki rozwój technologiczny wpływa na zmianę warunków i stylu życia społecznego oraz na edukację. Dzisiejszy uczeń w społeczeństwie informacyjnym, mobilnym wymaga nowego podejścia. Neurolog **Gary Small** twierdzi, że mózg „cyfrowych tubylców” funkcjo-

nuje inaczej niż mózgi osób, które dojrzały przed erą cyfrową. Pokolenie Internetu pracuje na znacznie wyższych obrotach niż pokolenie ich rodziców. Młodzież dorastająca w otoczeniu nowych technologii myśli i postępuje inaczej:

- jest otwarta na informacje i szybciej je ocenia,
- szybciej podejmuje decyzje,
- oczekuje szybkich efektów,
- preferuje wielozadaniowość, wykonuje kilka czynności jednocześnie,

Dlatego dopasowanie formy przekazu wiedzy i warunków w jakich jest ona przyswajana przez ucznia jest tak ważne.

Tezy formułowane przez Marca Prensky'ego, między innymi w książce "Teaching Digital Natives - Partnering for Real Learning" (2010, SAGE Ltd.), są szczególnie bliskie ideom, które leżały u podstaw projektu "Archipelag Matematyki". Przygotowujemy uczniów nie dla przeszłości, czy teraźniejszości, ale dla przyszłości, o której wiadomo niewiele więcej ponad to, że nie wiadomo dokładnie jaka będzie. Zmiany na świecie nabierają tempa eksplozji. Jak więc przygotować uczniów do tej nieznanej przyszłości, nie tracąc tego co ważne z przeszłości?

Uczniom ery cyfrowej nie wystarczają tradycyjne metody, a jeśli szkoła nie zaproponuje sposobu działania odpowiadającego zmienionym warunkom, to będą się od niej odwracać.

Prensky używa metafory "rakiety". Uczeń jest teraz taką rakieta, którą musimy dobrze wyposażyć do startu i dalekiej podróży. Poniżej kilka uzasadnień trafności używania tej metafory:

- Zasięg tej rakiety jest olbrzymi. Świat, w którym będą działać obecni uczniowie, to dla pokolenia sprzed ery cyfrowej świat SF. Już teraz rzeczywistość przekroczyła wyobraźnię autorów powieści fantastyczno-naukowych.
- Tempo lotu rakiety jest nieporównywalne z tym, do którego byliśmy do niedawna przyzwyczajeni.
- Możliwość sterowania rakieta z zewnątrz jest ograniczona. Nasz uczeń - rakieta - powinien być wyposażony w system sterowania reagujący na okoliczności i zmiany.

Centralnym pojęciem w rozumieniu Prensky'ego jest partnerstwo w edukacji, z dobrze zdefiniowanymi rolami partnerów: nauczyciela i ucznia. Narzędziem, które uczyni takie partnerstwo możliwym, jest nowa technologia. Technologia umożliwia efektywne partnerstwo - partnerstwo nadaje sens technologii.

Nauczyciele odchodzą od roli przekazującego wiedzę, "wykładowcy", natomiast ich głównym zadaniem staje się stawianie dobrze sformułowanych pytań, zadań, celów do osiągnięcia, planowanie działań uczniów, sugerowanie kierunków poszukiwań. Uczniowie pracują w dużym stopniu samodzielnie, współdziałając w zespołach - trudno tu nie zauważyć nawiązania do metody Sokratesa. Nauczyciel utrzymuje rygor w ocenie wyników (a nie zachowania na lekcjach), dba o wysoką jakość powstających opracowań. Nauczyciel pokazuje uczniom szerszy kontekst badanych zagadnień.

Uczniowie są badaczami, poszukiwaczami. Uczniowie są ekspertami w sprawach technologii i wybierają właściwe do realizacji celów - nie ma potrzeby, żeby nauczyciel pełnił tę rolę. Uczniowie badają jak zdobywana wiedza może wpływać na świat, począwszy od drobnych elementów w najbliższym otoczeniu, po wpływ globalny. Uczniowie opracowują wyniki swoich odkryć, dzielą się nimi z kolegami, dyskutują.

Te główne cechy zebrane są w tabeli zawartej we wspomnianej książce:

Nauczyciel	Uczeń
Nie opowiada, stawia pytania.	Nie notuje, poszukuje odpowiedzi.
Sugeruje tematy i odpowiednie narzędzia.	Prowadzi badania, tworzy relacje o odkryciach.
Uzyskuje informacje o technologii od uczniów.	Uzyskuje od nauczyciela wiedzę o standardach postępowania i wymaganiach jakościowych.
Ocenia jakość wyników pracy ucznia, dostarcza kontekstu dla badanych zagadnień.	Poprawia i poszerza wyniki, wzbogaca je o kontekst.

Pojawiają się natychmiast pytania jak te propozycje mają się do obowiązującej podstawy programowej, wymagań maturalnych, małej liczby godzin przeznaczonych na przedmiot. Nie ma tu prostych odpowiedzi, ale w przekonaniu zwolenników tej metody dobre jej wprowadzenie nie tylko umożliwi realizację zadań, ale poprawi jakość wyników, a do tego uczniowie będą bardziej zaangażowani.

Tradycyjny model edukacji nie przygotowuje młodych ludzi do funkcjonowania w społeczeństwie ery wiedzy. Inne struktury mózgowe potrzebne są do reprodukcji wiedzy, a inne do rozwiązywania problemów, wyszukiwania, selekcji czy przetwarzania informacji. Pracując jedynie z podręcznikiem i zeszytami ćwiczeń, nie można rozwinąć kompetencji niezbędnych do funkcjonowania w dzisiejszym świecie (Marzena Żylińska, „Neurodydaktyka – Nauczanie i uczenie się przyjazne mózgowi”, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń 2013).

Zmiany w edukacji nie mogą oczywiście być zbyt szybkie, czy opierać się na chwilowych modach. Z drugiej jednak strony zmiany otaczającego świata są tak radykalne, a nowe możliwości tak niewyobrażalnie wielkie, że edukacja będzie się musiała jakoś do tych zmian dostosować.

Co to jest „Archipelag Matematyki”?

„Archipelag Matematyki” jest propozycją spojrzenia na matematykę w sposób, który pokaże jej interesujące elementy, naturalność matematycznych idei, atrakcyjność umiejętności matematycznych i przydatność dla zrozumienia świata oraz stosowania w praktycznych sytuacjach.

Pierwotną ideą, wokół której została zbudowana koncepcja "Archipelagu Matematyki", było „odczarowanie” matematyki, pokazanie ważnych i ciekawych idei matematycznych w sposób nieobciążony formalizmem. Te idee wykraczają często poza program szkolny, ale odpowiednio przedstawione mogą być zrozumiane przez przeciętnego ucznia. Wiążą się z podstawą programową przez stosowanie wziętych z niej narzędzi pokazując ich przydatność.

Na czym polega metoda wspomaganie uczenia się i nauczania matematyki oparta na platformie „Archipelagu Matematyki”

Innowacyjna metoda wspomaganie uczenia się i nauczania matematyki proponowana przez „Archipelag Matematyki” oparta jest na opisanych w następnych punktach elementach:

Wykorzystanie elementów wirtualnej rzeczywistości w nauczaniu matematyki.

Łączenie rozrywki i nauki jest charakterystyczne dla młodego pokolenia. Młodzież sprawnie porusza się w wirtualnej rzeczywistości. Internet to dla nich nie tylko źródło informacji, czy przydatne narzędzie, ale też miejsce spotkań (Facebook, chaty, itp.) wzbogacające kontakty społeczne o nowe możliwości. Dla młodzieży szkolnej, sprawnie poruszającej się w wirtualnej rzeczywistości i korzystającej z multimedialnych, tablica, kreda, przybory do geometrii i bryły nie są wystarczającą zachętą do uczenia się matematyki. Rozwiązywanie kolejnych zadań nie zawsze będzie intelektualną przygodą, a tradycyjny sposób podawania wiedzy może nie wyzwolić w dostatecznym stopniu rywalizacji, w której uczniowie chętnie uczestniczą. Korzystanie z nowoczesnego, rozbudowanego i atrakcyjnego narzędzia, jakim jest "Archipelag Matematyki", pomoże obudzić i utrzymać zainteresowanie uczniów poznawaniem tej niezwykle ważnej dziedziny.

Archipelag Matematyki ma cechy portalu społecznościowego, który przez stosowanie elementów rywalizacji i współpracy, możliwości tworzenia i dzielenia się wynikami swojej pracy, dzięki atrakcyjnej zawartości, ma szansę na przyciągnięcie uczniów. Oprócz wędrowania po Archipelagu i poznawania atrakcyjnych materiałów multimedialnych wpisana jest w niego możliwość rywalizacji indywidualnej i grupowej (między zespołami uczniów, między szkołami). Unikalną cechą jest współpracująca z wersją Archipelagu na platformy stacjonarne gra z wykorzystaniem urządzeń mobilnych.

Zastosowanie metody opartej na grze i pracy grupowej oraz współpracy i rywalizacji.

Archipelag Matematyki jest pomyślany jako gra, w której współzawodniczą ze sobą uczniowie, a polega to na poznawaniu różnych treści, zamieszczonych głównie w postaci materiałów multimedialnych, pokonywaniu trudności, zdobywaniu coraz wyższej pozycji wśród graczy dzięki rozwiązywaniu problemów, a w dalszym etapie dzięki tworzeniu własnych materiałów edukacyjnych.

Gra Archipelag składa się z dwóch oddzielnych, ale połączonych części - gry na urządzenia stacjonarne i gry na urządzenia mobilne. Połączenie polega na przekazywaniu swoich osiągnięć, zasobów, z części stacjonarnej do części mobilnej, natomiast sam charakter i przebieg gry jest różny w obydwóch przypadkach.

Gracz uczestnicząc w rywalizacji poznaje przy okazji treści matematyczne i ma szansę „połknąć bakcyła” matematyki.

Włączenie nauczyciela jako opiekuna, przewodnika

Z badań wynika, że dla większości uczniów kluczowa jest rola nauczyciela – jest on najważniejszą osobą zachęcającą do uczenia się matematyki. Nauczyciel zapewnia wsparcie w przypadku problemów, a jego postawa współpracy z uczniem jest podkreślana jako czynnik pomagający w uczeniu się.

Uczestniczący w testowaniu nauczyciele stwierdzali zgodnie, że podstawowym celem ich pracy jest kształcenie myślenia matematycznego uczniów, a główne nurty pracy to przygotowanie uczniów do matury i budzenie zainteresowania matematyką jako narzędziem widzenia i rozumienia świata.

Edukacja stoi prawdopodobnie przed zmianą paradygmatu. Dostęp do informacji, powszechność urządzeń, których w przeciągu niewielu lat będą mogli uczniowie używać zarówno w szkole jak i poza nią, komunikacja bezprzewodowa, która usunie ograniczenie konieczności dostępu do pracowni komputerowej - to główne przyczyny. Zmieni się i nabierze wagi rola nauczyciela, który nie będzie musiał być głównym dostarczycielem wiedzy, ani ekspertem w technologii, ale przewodnikiem po oceanie informacji i autorytetem w ocenie jej

wartości, doradcą, opiekunem w tworzeniu materiałów przez uczniów, organizatorem pracy zespołów uczniów.

Korzystanie z „Archipelagu Matematyki” ułatwi nauczycielowi indywidualną pracę z uczniami. Będzie mógł proponować im misje do wypełnienia, zadania do wykonania dostosowane do ich poziomu rozwoju, zainteresowań, możliwości.

Pokazanie roli matematyki w rozumieniu świata i w działalności zawodowej, w praktyce

W celu rozbudzenia zainteresowania uczniów matematyką pokazujemy jak matematyka pozwala lepiej zrozumieć otaczającą rzeczywistość.

Warto pokazywać, że uczenie się matematyki, a później studiowanie kierunków ścisłych i technicznych otwiera drogę do atrakcyjnych zawodów. Według danych urzędów pracy wśród bezrobotnych absolwentów przeważają ci po kierunkach humanistycznych i ekonomicznych, którzy często zmieniają kwalifikacje zawodowe. Poszukiwani są natomiast inżynierowie budownictwa, informatycy, specjaliści telekomunikacji i nowych technologii. Ich zarobki „na starcie” są wyższe niż absolwentów kierunków humanistycznych.

Wprowadzenie atrakcyjnych elementów spoza programu nauczania w celu pokazania, że matematyka jest dziedziną żywą, rozwijającą się, stojącą u podstaw rozwoju cywilizacji

Istotne elementy współczesnej matematyki nie przeniknęły do świadomości nawet dobrze wykształconych osób, które nie studiowały matematyki lub zbliżonych dziedzin. Nazwy takie jak: pochodna, całka, szereg, grupa, proces stochastyczny działają jak straszak i tak bywają przedstawiane w mediach, a nie jako narzędzia dla dobrego zrozumienia skomplikowanego, nowoczesnego świata. Współczesna cywilizacja oparta na stosowaniu narzędzi matematycznych nie powstałaby bez nich, a wiele osób szczyli się, że nic z tego nie rozumie. Jest to sytuacja niekorzystna, bo nie tylko rozwój nowoczesnych technologii, ale szeroko rozumiane funkcjonowanie we współczesnym świecie wymaga sprawności intelektualnej, umiejętności analitycznych, które bądź oparte są bezpośrednio na matematyce, bądź na tym co nazywa się myśleniem matematycznym.

Matematyka szkolna bazuje na klasycznych osiągnięciach matematyki, które są ciągle podstawą funkcjonowania tej dziedziny wiedzy, ale uczeń prawie nie uzyskuje informacji o matematyce współczesnej. Poznawanie zasobów „Archipelagu Matematyki” ukaże ją jako otwartą, ciągle rozwijającą się. Napotkanie na przystępnie pokazane współczesne osiągnięcia, na otwarte problemy może zachęcić ucznia do głębszego zainteresowania się zarówno samą matematyką, jak też jej rolą we współczesnym świecie.

Odczarowanie matematyki – jest ciekawa, oparta na naturalnych ideach, w swojej istocie łatwa do zrozumienia

Trudność zrozumienia matematyki wynika w dużym stopniu z formalizmu jaki jest używany do opisu własności i rozumowań. Wywołuje on często efekt odstrasżający. Odejście od wymogu formalnego, ścisłego i kompletnego opisu na etapie wyjaśniania podstawowych idei pomaga lepiej zobaczyć naturalną i często prostą istotę poruszanych tematów. Formalizm jest niezbędny, ale może być wprowadzany stopniowo, w sposób naturalny.

Zagadnienia poruszane na wyspach Archipelagu Matematyki pokazywane są przy pomocy różnego rodzaju materiałów, które umieszczane są w strukturach o charakterze grafu. Mogą to być filmy, animacje, gry, kursy zawierające wyjaśnienia elementów z materiałów multimedialnych. Ułożenie materiałów jest takie, że przechodzi się od łatwych przykładów do ogólniejszych pojęć. Pojawiają się również żarty słowne lub graficzne ilustrujące poznawane zagadnienia. Te same treści prezentowane są często za pomocą różnych środków co sprawia, że docierają od uczniów o różnym charakterze percepcji.

W matematyce istotną rolę odgrywają dowody. Wiele prezentowanych na Archipelagu twierdzeń podanych jest z wraz z dowodami. Stopień trudności dowodów jest zróżnicowany, niektóre dostępne są dla wszystkich, niektóre warto polecać zaawansowanym graczom. Dowody występują w różnych formach – filmu, animacji lub statycznego kursu.

Wewnątrz materiałów lub na ich końcu pojawiają się testy. Pozwalają uczniowi sprawdzić stopień zrozumienia zagadnień, a równocześnie ich rozwiązanie przekłada się na dorobek gracza, jego pozycję w społeczności graczy, a także pozycję szkoły, którą reprezentuje.

Uwzględnienie specyfiki sposobów uczenia się dziewcząt.

Z przeprowadzonych badań i literatury wynika, że kłopoty dziewcząt z matematyką mogą mieć przyczyny społeczno-kulturowe, nie wskazują one natomiast na istotne różnice w sposobach uczenia się matematyki i przedmiotów ścisłych przez dziewczęta i chłopców. Zachęcanie lub zniechęcanie dziewcząt do nauki matematyki przejawia się w zachowaniach werbalnych i niewerbalnych rodziców, nauczycieli, kolegów i koleżanek. W edukacji dziewcząt nawet ton głosu nauczyciela / nauczycielki mogą decydować o znaczących zmianach w wynikach przez nie uzyskiwanych.

Nauczyciele zauważają różnice o charakterze społeczno-kulturowym w podejściu do matematyki przez dziewczęta i chłopców. Dotyczą one sposobów pokonywania trudności i wiary we własne siły w matematyce oraz szybkości reakcji na lekcji, wytrwałości i systematyczności w pracy. Jednak wszyscy badani nauczyciele wyrażali przekonanie, że płeć nie ma wpływu na kompetencje matematyczne i wyniki w nauce. Różnice indywidualne, wsparcie

społeczne z domu i przygotowanie na wcześniejszych etapach edukacyjnych mają decydujące znaczenie.

Z badań prowadzonych przy realizacji projektu wynika, że chłopcy wyraźnie wyżej oceniają znaczenie i przydatność matematyki w życiu zawodowym.

Jednym ze sposobów przezwyciężenia kłopotów dziewcząt może być praca w zespole, co umożliwi Archipelag. Innym sposobem jest dobór przykładów, zastosowań, lepiej dopasowanych do zainteresowań dziewcząt. Matematyka często kojarzy się z formalizmem, który może być odpychający dla dziewcząt. Pokazując użyteczność matematyki w życiu codziennym, w sztuce, medycynie, naukach biologicznych itp. można przekonać dziewczęta, że jest ona istotna w ważnych dla nich sprawach i że warto ją poznawać.

Zachęcenie dziewcząt do matematyki może też być osiągnięte dzięki pokazaniu atrakcyjnych wzorców osobowych. Na Archipelagu dostępne są liczne wywiady z kobietami matematykami, które osiągnęły sukces. Oprócz tego zawarte zostały biografie nieżyjących już kobiet o wybitnych osiągnięciach w matematyce.

Włączenie użytkowników i odbiorców do współtworzenia treści i kształtu portalu.

Badani uczniowie podkreślali atrakcyjność posiadania własnej przestrzeni w wirtualnym świecie Archipelagu. Można ją samodzielnie kształtować i wypełniać własnymi dziełami - uczeń we współpracy z nauczycielem i innymi uczniami może tworzyć materiały. Będą one wykorzystywane i oceniane przez innych użytkowników. Najwyższy stopień zrozumienia zagadnień osiąga się wówczas, gdy potrafi się w sposób jasny i przekonujący wyjaśnić je komuś innemu.

Kształtowanie sprawności używania matematyki z wykorzystaniem narzędzi cyfrowych

Narzędzia cyfrowe są dla matematyki nieocenioną pomocą w wizualizacji, wykonywaniu żmudnych obliczeń, eksperymentowaniu. Zadaniem nauczyciela będzie pokazanie uczniom gdzie jest granica oddzielająca eksperyment obliczeniowy, czy wyjaśnienie intuicyjne, od ścisłego rozumowania.

Kształtowanie nawyków korzystania z zasobów Internetu do nauki, a nie tylko do rozrywki i komunikacji

Przyzwyczajenie uczniów do korzystania we właściwy sposób z zasobów Internetu i wskazanie możliwości jakie tkwią w nim dla własnego rozwoju będzie istotne dla zapewnienia sukcesu w uczeniu się.

Ze względu na ewentualne problemy z dostępem do infrastruktury komputerowej w szkołach zaletą metody jest możliwość korzystania z Archipelagu Matematyki i jego zasobów zarówno w szkole, jak i w domu.

Jakie efekty można uzyskać dzięki stosowaniu metody wykorzystania "Archipelagu Matematyki"?

Zmiana postaw i wzrost ogólnych kompetencji.

1. Zwiększenie zainteresowania uczniów matematyką, wyzwalanie w nich pozytywnych emocji towarzyszących uczeniu się matematyki i stworzenie jej obrazu jako dziedziny pasjonującej, dającej satysfakcję i pożytek.
2. Budowanie przekonania uczniów o możliwości samodzielnego rozwiązywania problemów.
3. Zwiększenie matematycznych kompetencji uczniów, szczególnie „średnich”, pośród których duża część ma potencjał, żeby wyraźnie poprawić swoje osiągnięcia (badania PISA w Polsce, z których wynika, że odsetek uczniów w najwyższych kategoriach jest mniejszy niż w podobnych krajach).
4. Wzrost motywacji do podejmowania dalszej nauki na studiach technicznych, ścisłych.
5. Zwiększenie przez nauczycieli umiejętności włączania technik informacyjnych do pracy w szkole, również na zajęciach pozalekcyjnych i do zachęcania uczniów do korzystania z nich - podniesienie kompetencji metodycznych i dydaktycznych nauczycieli.
6. Zwiększenie zainteresowania dziewcząt matematyką i studiami opartymi na niej, redukcja wpływu negatywnych stereotypów.
7. Zwiększenie znaczenia narzędzi cyfrowych jako pomocy dydaktycznych w polskich szkołach zgodnie z zaleceniami Komisji Europejskiej (Digital Agenda for Europe (COM, 2010, s. 245)).
8. Zwiększenie umiejętności oraz stopnia koncentracji uwagi przy czytaniu tekstu cyfrowego.
9. Poprawa umiejętności miękkich, zdolności do współpracy, organizowania pracy zespołu i pracy w zespole.
10. Nabycie przyzwyczajień sprzyjających uczeniu się przez całe życie.
11. Jako wartość dodana – zwiększenie zainteresowania społeczeństwa matematyką i jej rolą, redukcja wpływu negatywnych stereotypów związanych z matematyką.

Wzrost umiejętności i kompetencji matematycznych oraz korzyści związane z przyswojeniem „matematycznego sposobu myślenia”

1. Poprawa umiejętności posługiwania się modelami matematycznymi: budowanie modelu, zrozumienie różnic między modelem i rzeczywistością, stosowalność modelu.
2. Lepsze rozumienie świata dzięki stosowaniu modeli matematycznych.
3. Poprawa umiejętności rozumowania i wnioskowania.
4. Większa wprawa w rozwiązywaniu zadań matematycznych, szczególnie maturalnych.
5. Poprawa umiejętności pracy z tekstem cyfrowym.
6. Uświadomienie sobie ograniczającej roli stereotypów w myśleniu.

Rodzaje aktywności wpisane w metodę korzystania z „Archipelagu Matematyki”

Odkrywanie

Odkrywanie to podstawowa aktywność na "Archipelagu Matematyki". Uczniowie wędrują po wyspach, napotykają zawarte w różnych miejscach treści, wykonują zadania umożliwiające im dostęp do zasobów. W trakcie odkrywania gromadzą osiągnięcia, które pozwalają im podwyższyć swój status w grze, uzyskiwać szersze uprawnienia. Wszystko podporządkowane jest poznawaniu matematyki, jej zastosowań, związków z innymi dziedzinami wiedzy oraz zdobywaniu i ćwiczeniu umiejętności rozwiązywania problemów matematycznych.

Ćwiczenie

Pokonywanie przeszkód w grze to głównie rozwiązywanie zadań związanych z matematyką szkolną oraz uzyskiwanie dobrych wyników w grach opartych na matematyce. Uczniowie są zachęceni do korzystania z oferty konkursu internetowego (Powszechny Internetowy Konkurs z Matematyki dla uczniów szkół średnich), który ma bardzo dużą bazę wypróbowanych zadań - część tej bazy jest wykorzystana bezpośrednio na "Archipelagu Matematyki".

Interakcje, dyskusje

Na platformie "Archipelagu Matematyki" każdy element może być komentowany, dyskutowany. Duża część materiałów ma charakter interaktywny, przede wszystkim gry edukacyjne oparte na zjawiskach i modelach matematycznych.

Praca samodzielna

Działania ucznia na Archipelagu mają przede wszystkim charakter samodzielny, przyzwyczajają do aktywności, do pokonywania trudności. Opieka nauczyciela nie narzuca się, jest on raczej doradcą, pomaga w trudnościach. Efekty samodzielnej pracy są doceniane przy pomocy systemu punktowego.

Współpraca

Łatwość nawiązywania kontaktów, organizowanie zespołów do wspólnych zadań, wzajemna pomoc w trudnościach. "Archipelag Matematyki" umożliwia tworzenie zespołów do realizacji pomysłów. Mogą to być zespoły uczniów i nauczycieli pochodzących z jednej szkoły lub zespoły z odległych nawet szkół współpracujące na odległość z wykorzystaniem elektronicznych narzędzi komunikacji i współpracy.

Tworzenie

Najwyższej rangi forma aktywności na Archipelagu. Uczniowie i nauczyciele są zachęceni do tworzenia nowych elementów Archipelagu, zamieszczania własnych propozycji na tematy już istniejące, określania nowych tematów i opracowania ich, zgłaszania tematów do banku pomysłów (Fundacja Szerzenia Nauki) do wykorzystania przez innych. Na Archipelagu uczeń może sam lub w zespole tworzyć materiały w dowolnej formie – prezentacja, komiks, nagranie dźwiękowe, film, grafika. Materiały te mogą dotyczyć samej matematyki, zastosowań, związków z innymi dziedzinami wiedzy, z techniką, sztuką. Mogą to być też własne propozycje scenariuszy lekcji, scenariuszy pracy w kole naukowym. Wszystkie materiały do zamieszczenia na Archipelagu podlegają ocenie, a recenzentami są przede wszystkim inni użytkownicy. Prawo zamieszczania materiałów i recenzowania ich przysługuje osobom z odpowiednimi osiągnięciami. Stworzenie własnych, wysoko ocenionych materiałów wpływa na rangę graczy w grze.

Rywalizacja

Rywalizacja stymuluje dążenie do wykazania się wysokimi osiągnięciami. Wyniki pracy służą do tworzenia rankingów uczniów, klubów odkrywców, szkół, zespołów. Wyrazem sukcesów w rywalizacji są zdobyte trofea, które uczniowie gromadzą na swoim terenie wypracowanym na Archipelagu.

Indywidualne osiągnięcia uczniów każdej szkoły sumują się i określają pozycję szkoły wśród innych.

Jaką matematykę spotkamy na Archipelagu?

Zamiarem twórców Archipelagu było między innymi pokazanie:

- wybranych zagadnień z matematyki wyższej w sposób przystępny i bez nadmiernego formalizmu,
- zastosowań matematyki,
- związków między matematyką szkolną i matematyką wyższą

Na Archipelagu występują materiały nawiązujące do podstawy programowej liceum, ale też rozszerzające tę podstawę wykraczające poza zagadnienia omawiane w szkole. Ich autorzy nie oczekują od ucznia znajomości matematyki wyższej i tłumaczą wszystko „od początku”.

Na Archipelagu nacisk kładziony jest na rozwój myślenia matematycznego i „zderzenie” ucznia z nowymi ideami matematycznymi.

Archipelag nie jest nowym, wielkim internetowym zbiorem zadań, ale dla miłośników zadań jest tu Kasyno z dużą liczbą zadań z programu szkolnego. Zachęcają one do udziału w Konkursie Internetowym z Matematyki i stanowią pomoc w przygotowaniu do matury. Jest również seria zadań autorstwa prof. Michała Szurka podana w formie filmów.

Na Archipelagu pojawia się również wątek „humanistyczny” – pytania o naturę matematyki i o to w jakim stopniu opisuje ona otaczający nas świat. Uzupełnieniem zagadnień matematycznych, czy związanych z zastosowaniami, są materiały o słynnych matematykach i ich osiągnięciach.

Podsumowanie

Proponowana metoda i platforma, na której ma być stosowana, stanowi sposób wypróbowania jak można włączać nowe możliwości związane z rozwojem technologii informacyjnej do edukacji. Nie jest to zwykle dodanie nowych możliwości technicznych do znanych metod pracy nauczyciela. Proponowana metoda będzie wymagała modyfikacji, prawdopodobnie znacznej, samego sposobu pracy z uczniem, dla którego środowisko cyfrowe jest naturalne, a przyciągnięcie uwagi i wciągnięcie do pracy związane jest z możliwością przejawiania aktywności, z działaniem samodzielnym, twórczym, a także z działaniem w zespole. Zmniejsza się znaczenie szkoły związane z przekazywaniem ważnych informacji, do których dostęp jest coraz łatwiejszy i bardziej powszechny. Stąd jej rola będzie się zmieniać - bardzo zwiększy się znaczenie kierowania procesem zdobywania informacji przez uczniów, jej weryfikacji i oceny, a także pracą samodzielną i w zespole. Będzie to proces długotrwały. Oprócz konieczności stworzenia narzędzi takich jak proponowana platforma, będzie wymagał działań w zakresie przygotowania nauczycieli, zmian w kształceniu nauczycieli, zmian sposobu pracy z uczniem.

Trzeba wspomnieć o niedostatkach infrastruktury, ale ta przeszkoda jest stosunkowo mało istotna w dłuższej perspektywie. W przeciągu pięciu, czy dziesięciu lat możliwości do szerokiego stosowania narzędzi sieciowych w edukacji będą nieporównanie większe niż obecnie i ich niedostatek nie będzie stanowił ograniczenia.

Doświadczenia zbierane przy używaniu i rozbudowie "Archipelagu Matematyki" i innych podobnych narzędzi pozwoli tworzyć nowe, bardziej efektywne metody współpracy z uczniami, pomoże zwiększyć skuteczność pracy nauczycieli i zaadaptować na potrzeby edukacji nowe możliwości stwarzane przez rozwój technologii informacyjnej.

Wnioski z badań

O testowaniu

Podczas testowania materiałów Archipelagu Matematyki nauczyciele i uczniowie pracowali w Klubach Odkrywców Archipelagu w wybranych szkołach w całej Polsce. Po każdych zajęciach przeprowadzone były ankiety, w których wyrażali oni opinie po wykonaniu kolejnych zadań. Po zakończeniu testowania uczniowie w liczbie 301 i nauczyciele wypełnili ankiety końcowe.

Do pracy w Klubach przystąpili zarówno uczniowie mniej zainteresowani matematyką, jak i bardzo nią zainteresowani. Prawie co piąty uczeń i uczennica uznawali matematykę za nudną, blisko trzy czwarte za trudną, a pomimo to prawie wszyscy dostrzegali, że matematyka jako dziedzina wiedzy jest pożyteczna, jej znajomość użyteczna. Zdecydowana większość uczniów jednak lubiła lekcje matematyki.

Z przeprowadzonych badań wynika, że materiały Archipelagu Matematyki, których treści wykraczają poza podstawę programową matematyki są przydatne, szczególnie dla uczniów zainteresowanych matematyką i utalentowanych. Mogą być wykorzystywane podczas lekcji, na zajęciach dodatkowych i do pracy samodzielnej. W zakresie treści obejmowanych przez podstawę programową mogą być atrakcyjnym uzupełnieniem lekcji, motywują do uczenia się matematyki, zachęcają do tego również uczniów niezainteresowanych

Wykorzystanie komputera, gier, rywalizacji jest nowością budzącą zainteresowanie uczniów. Niektóre materiały wprawdzie postrzegane są jako trudne, lecz nie jest to ich wadą, gdyż w przypadku matematyki pokonywanie trudności daje satysfakcję i zwiększa jej atrakcyjność. Zastosowanie wizualizacji zadań matematycznych ułatwia ich zrozumienie. Ponadto gra Archipelag Matematyki jest w jednakowym stopniu przydatna dla uczniów i uczennic.

Dla nauczycieli korzystanie z platformy Archipelag Matematyki jest okazją do doskonalenia sprawności w korzystaniu z technologii informacyjnych i komunikacyjnych w dydaktyce matematyki.

Rekomendacje uczniów i uczennic

Uczniowie i uczennice, którzy mogli wybrać kilka odpowiedzi wskazali, że materiały Archipelagu Matematyki przekonują do matematyki tych, którzy jej nie lubią (34,8%); rozszerzają program matematyki o wiele nowych zagadnień (50,2%); nadają się szczególnie dla uczniów zainteresowanych matematyką (32,6%); mogłyby być ciekawym uzupełnieniem lekcji matematyki (44,3%) są bardzo dobre na zajęcia dodatkowe z matematyki (32,0%). W sumie 92,3% testujących materiały uznało Archipelag Matematyki za narzędzie przydatne w szkole. Cztery piąte uczennic i uczniów uznało, że wykorzystanie gier cyfrowych jest użyteczne do poznawania matematyki. 94,5% biorących udział w testowaniu miało świadomość satysfakcji odczuwanej po rozwiązaniu zadania matematycznego. Ci, którzy wykonali zadania i regularnie wypełniali ankiety pomimo pojawiających się czasami komentarzy, iż nie zrozumieli pojedynczego zadania, albo było ono zbyt trudne, wytrwale pracowali z materiałami Archipelagu dalej.

Opinie o zadaniach i materiałach

Wszystkie rodzaje materiałów Archipelagu Matematyki znajdowały wśród uczniów swoich zwolenników i krytyków. Jednym bardzo podobały się filmy, biografie, gry, a innym animacje i kursy. Ten sam materiał był przez jednych oceniany jako interesujący, przydatny, przez drugich jako zbyt trudny, czy nieprzydatny. Dla jednych gry były zbyt łatwe dla innych zbyt trudne. Świadczy to o urozmaiceniu materiałów Archipelagu, i o tym, że każdy uczeń i uczennica znajdują w nich zadania motywujące do solidnej pracy i nauki lub tylko do nauki przez pożyteczną zabawę.

Okazuje się, że uczniowie bywają świadomi dynamiki zmiany swoich opinii podczas uczenia się. Jedna z uczennic napisała: *Na początku nie mogłam tego zrozumieć i właśnie to mi się nie podobało, ale gdy już nauczyłam się jak to robić zmieniłam zdanie, ponieważ dowodzenie jest bardzo ciekawą stroną matematyki.*

Konwencje graficzne zastosowane w Archipelagu Matematyki budziły na początku duże emocje – jednym uczniom grafika podobała się, a inni byli rozczarowani, oczekiwali czegoś więcej, porównywali ją do znanych im gier komputerowych. W końcowych ankietach uczestnicy głównie doceniali fakt, że wizualizacja ułatwia rozumienie wielu zagadnień matematycznych. Dominowało przekonanie, że jeśli grafika dobrze wyjaśnia zagadnienie matematyczne, czyli spełnia funkcje merytoryczne, to staje się niezauważalna. Ważną wyjaśniającą,

a nie artystyczną rolę grafiki szczególnie podkreślali ci, którzy mieli świadomość, że jest im trudno zrozumieć wiele treści bez ilustracji graficznej.

Rekomendacje nauczycieli i nauczycielek

Nauczyciele i nauczycielki, którzy mogli wybrać kilka odpowiedzi uznali, że praca na platformie Archipelagu Matematyki motywowała uczniów do nauki matematyki (59,4%); zachęcała do zainteresowania się tym przedmiotem (90,6%); wspomagała realizację programu nauczania matematyki (56,6%); rozwijała w uczniach umiejętności pracy w grupie (59,4%). Wskazali, że materiały Archipelagu Matematyki są użyteczne dla większości licealistów (34,4%); trudne dla większości licealistów (65,6%); przydatne dla uczniów uzdolnionych matematycznie (87,5%); przydatne dla uczniów, którzy nie interesują się matematyką (31,3%). Nauczyciele, którzy poznali platformę Archipelag zadeklarowali, że będą polecać platformę uczniom do samodzielnego korzystania (87,5%); będą wykorzystywać fragmenty Archipelagu Matematyki na lekcjach – (93,8%); będą wykorzystywać platformę na zajęciach pozalekcyjnych (81,3%). W pytaniach otwartych nauczyciel podkreślali, że nawet jeśli treści zadań były zbyt trudne dla niektórych uczniów, to dobrze i pożytecznie bawili się w zadaniach z grami.

Doskonalenie warsztatu pracy nauczyciela

Prawie wszyscy nauczyciele (90,6%) uznali, że dzięki pracy z Archipelagiem wzbogacili swój warsztat pracy nauczyciela o nowe umiejętności nauczania matematyki w sposób znaczny (62,5%), w sposób średni (28,1%). Ponadto podnieśli oni swoje sprawności posługiwania się cyfrowymi pomocami dydaktycznymi do nauczania matematyki: w sposób znaczny (59,4%), w sposób średni (25%). Nauczyciele i nauczycielki podkreślali możliwość pracy z treściami matematycznymi wykraczającymi poza podstawę programową, czyli była to mobilizacja do „odświeżenia” swoich wiadomości.

Aspekty genderowe

Podczas testowania materiałów badano także aspekty genderowe ze względu na występowanie stereotypowego przekonania o tym, że chłopcy są bardziej utalentowani do matematyki i osiągają lepsze wyniki. Stereotyp ten nie znalazł potwierdzenia. 63,1% uczniów i uczennic uznało, że płeć nie ma znaczenia. Natomiast chłopcy tradycyjnie są bardziej niż dziewczęta przekonani o swoich talentach, bowiem wśród uczestników testowania, którzy są przekonani o większych talentach chłopców (19%) dwie trzecie to byli chłopcy. Zauważono tylko, że wśród dziewcząt, które pracowały z Archipelagiem przez cały rok, było nieco więcej tych, które na początku deklarowały, że płeć nie ma znaczenia. Uczennice wykonały średnio nieznacznie więcej zadań: 126 – dziewczęta, 111 - chłopcy, dłużej pozostawały na platformie i częściej się logowały.

Podsumowanie

Wyniki badań prowadzone podczas testowania platformy Archipelag Matematyki prowadzone wśród uczniów i nauczycieli wskazują na duże możliwości adaptacji przygotowanych materiałów do potrzeb dydaktycznych uczniów o różnych potrzebach edukacyjnych zarówno w zakresie treści, jak motywacji do uczenia się matematyki. Nauczyciel uzyskuje różnorodne zasoby dydaktyczne do wykorzystania podczas zajęć lekcyjnych i pozalekcyjnych przygotowane w sposób atrakcyjny dla uczniów i odpowiadający nowym narzędziom pomocnym w uczeniu się. Ponadto używanie Archipelagu jest okazją do „odświeżającej” wiedzę nauczyciela pracy z treściami wykraczającymi poza podstawę programową.

Jak pracować z Archipelagiem Matematyki?

Tryby pracy nauczyciela z Archipelagiem Matematyki

NAUCZYCIEL ma dużą dowolność w wyborze metod pracy. Może traktować Archipelag jako źródło interesujących materiałów dodatkowych, uzupełniających realizowany w szkole temat. Wówczas pokazuje uczniom na lekcji wybrany przez siebie film, animację, wywiad, audycję radiową albo jeszcze jakiś inny materiał i omawia go z uczniami. Ten tryb pracy można nazwać **trybem ilustracyjnym**. Wymaga on, by nauczyciel miał konto na Archipelagu.

Inne możliwości pracy pojawiają się wówczas, gdy nauczyciel tworzy wraz z uczniami klub szkolny (to **tryb aktywny**). Aby utworzyć klub uczniowie zakładają sobie konta, a nauczyciel potwierdza na platformie, że są uczniami jego szkoły i dodaje ich do swojej grupy.

Klub szkolny to na początku jednostka organizacyjna umożliwiająca uczniom dostęp do gry i zasobów Archipelagu. W dalszej fazie będzie miejscem tworzenia nowych materiałów. Mogą to być np. scenariusze zajęć, kursy, filmy, wywiady. Kluby rywalizują między sobą poprzez punkty uzyskiwane za opublikowane materiały.

Stawianie zadań uczniom może dotyczyć samodzielnego zapoznania się z wybranymi materiałami. Można korzystać z gotowych scenariuszy zajęć przygotowanych na początku przez autorów Archipelagu i nauczycieli testujących program, a następnie przez innych użytkowników. Scenariusz przewiduje obejrzenie wybranych materiałów, dyskusję z uczniami i test końcowy dla uczniów (online). Planowany czas realizacji scenariusza to kilka jednostek lekcyjnych (mogą to być lekcje obowiązkowe, dodatkowe zajęcia lub praca własna).

Nauczyciel ma możliwość tworzenia **misji** – czyli wybierania zestawów materiałów, które zostaną zadane wybranym grupom uczniów. Uczniowie są motywowani do

rozwiązywania zadań z misji przez premię punktową, którą uzyskują po rozwiązaniu wszystkich zadań.

Scenariusz określa kolejność oglądania materiałów ze względu na ich zawartość merytoryczną. Nauczyciel ma możliwość wcześniejszego zapoznania się z materiałami, proponowanymi w scenariuszu.

Nauczyciel ma dostęp do materiałów od strony gry, podobnie jak uczniowie, ale również bezpośredni od strony CMS (Content Management System), do której uczniowie dostępu nie mają.

Gra Archipelag Matematyki i platforma zawierają dużą liczbę różnych elementów i choć interfejs jest dość intuicyjny, to wymaga jednak poznania i przyzwyczajenia się. W tym celu przygotowane zostały instrukcje obsługi platformy w formie graficznej, wykorzystujące rzeczywiste obrazy poszczególnych stron, a także podobna instrukcja obsługi CMS. Wysiłek włożony w ich poznanie pozwoli nie tylko korzystać z licznych możliwości Archipelagu Matematyki, ale również będzie stanowił doświadczenie przy korzystaniu z innych, zbliżonych systemów.

Tryby pracy ucznia z Archipelagem Matematyki

UCZEŃ jest graczem – w ramach klubu szkolnego lub indywidualnie. Zdobywa punkty i rywalizuje z innymi graczami. Punkty uzyskuje za obejrzenie materiału, przerobienie kursu, zdobycie punktów za grę tematyczną, podanie prawidłowych odpowiedzi w teście itp. Dzięki możliwości samodzielnego korzystania z Archipelagu Matematyki są uczniowie, którzy korzystają z materiałów na wyspach w znacznie szerszym zakresie niż wynikałoby to z zaleceń nauczyciela.

Ze względów merytorycznych autorzy materiałów wskazują kolejność ich oglądania. To też uzyskanie dostępu do niektórych materiałów wymaga od uczniów obejrzenia materiałów wskazanych przez autorów jako wcześniejsze. Nauczyciel ma za pośrednictwem CMS bezpośredni dostęp do wszystkich materiałów.

Nauczyciel ma dostęp do informacji o aktywności uczniów zarejestrowanych w klubie szkolnym. W tabelach rankingowych można znaleźć informację o liczbie zdobytych punktów i rozwiązanych zadań, o całkowitym czasie spędzonym w grze, miejscu w rankingu indywidualnym. Można też zobaczyć uzyskane przez ucznia „sprawności”, które pozwalają ocenić w jakich obszarach tematycznych uzyskuje on wysokie wyniki, a także statystyczne informacje o aktywności ucznia na forum dyskusyjnym (wypowiedzi, założone wątki).

Organizacja zawartości platformy Archipelagu Matematyki

Archipelag, oprócz Atolu Start, zawiera 6 wysp tematycznych. Są to wyspy: Analizy, Algebry, Geometrii, Matematyki Dyskretnej, Logiki i Teorii Mnogości, Teorii Liczb – w przyszłości będą mogły powstawać nowe.

Na każdej z wysp, w dostępnym tylko dla nauczycieli **Punkcie Informacyjnym**, podane są ogólne wytyczne do pracy z materiałami z tej wyspy, w szczególności informacje o związku z podstawą programową i materiałem realizowanym liceum. Część materiałów dostosowana jest dla uczniów uczących się matematyki na poziomie podstawowym, inne wymagają większych kompetencji matematycznych.

Odniesienia do podstawy programowej

Odniesienia dotyczą podstawy programowej z matematyki dla IV etapu edukacyjnego obowiązującej od 01.09.2012 w zakresie rozszerzonym (załącznik nr 4 do Rozporządzenia MEN z dnia 27.08.2012 w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół).

Przy każdej wyspie prezentujemy mapę zależności tematycznych w obrębie wyspy. Materiały z zieloną ramką są dostępne już przy pierwszym wejściu na wyspę. Materiały z czerwoną ramką wymagają poznania wcześniejszych tematów.

W Punktach Informacyjnych dostępna jest mapa całego Archipelagu pokazująca sieć zależności tematycznych na danej wyspie oraz między wyspami.

Archipelag będzie się rozwijał i wzbogacał o nowe materiały i wyspy. W związku z tym mapy będą ulegały aktualizacji.

Wyspa Analizy

Materiały na Wyspie Analizy nawiązują do treści zawartych w podstawie programowej i wyraźnie je rozszerzają.

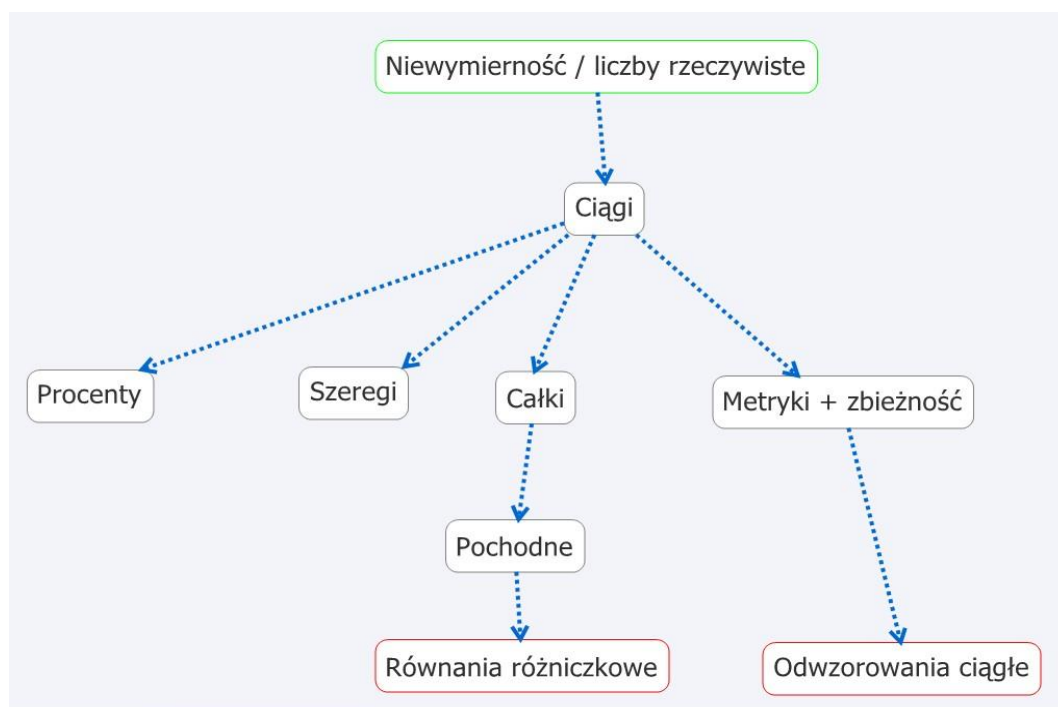
Zgodnie z podstawą programową realizowany jest na Archipelagu temat granica ciągu (i rozszerzony, np. twierdzenie o trzech ciągach). Obecne w podstawie programowej pojęcie szeregu geometrycznego zbieżnego jest rozbudowane tak, by uczeń wiedział co to jest szereg (dowolny) i umiał używać symbolu \sum , a także by rozumiał, że w sumowaniu nieskończonym kolejność sumowania może mieć wpływ na wynik końcowy (twierdzenie Riemanna dla szeregów warunkowo zbieżnych). Zbieżność szeregu geometrycznego zilustrowana jest ciekawymi animacjami i porównana z szeregiem harmonicznym (wolno rosnącym, lecz rozbieżnym).

Po kilku latach nieobecności do podstawy programowej w zakresie rozszerzonym wrócił rachunek różniczkowy. Materiały z Wyspy Analizy można wykorzystać jako ilustrację omawianych w szkole tematów. Można także znacznie rozszerzyć wiedzę uczniów z analizy matematycznej, ale należy mieć świadomość, że część materiałów na tej wyspie jest dość trudna.

Pojęcie ciągłości funkcji o argumentach i wartościach rzeczywistych (podstawa programowa) jest uogólnione na funkcje określone na dowolnej przestrzeni metrycznej. Osobny materiał poświęcony jest własności Darboux i jej wykorzystaniu przy rozwiązywaniu równań nieliniowych.

Jest zrozumiałe, że na wyspie analizy omawiamy pojęcie pochodnej funkcji jednej zmiennej rzeczywistej oraz interpretację graficzną i fizyczną pochodnej. Temat ten jest wzbogacony o pojęcie funkcji dwóch zmiennych i jej pochodne cząstkowe. Dla uczniów zaawansowanych matematycznie ciekawy może być temat równań różniczkowych i ich zastosowań w fizyce, biologii i medycynie.

Materiały na temat całki są stosunkowo proste, gdyż omawiamy tylko całkę oznaczoną, interpretując ją jako pole pod wykresem funkcji. Ponadto część materiałów o całce ma charakter fabularny (opowieści z życia Kangurów).

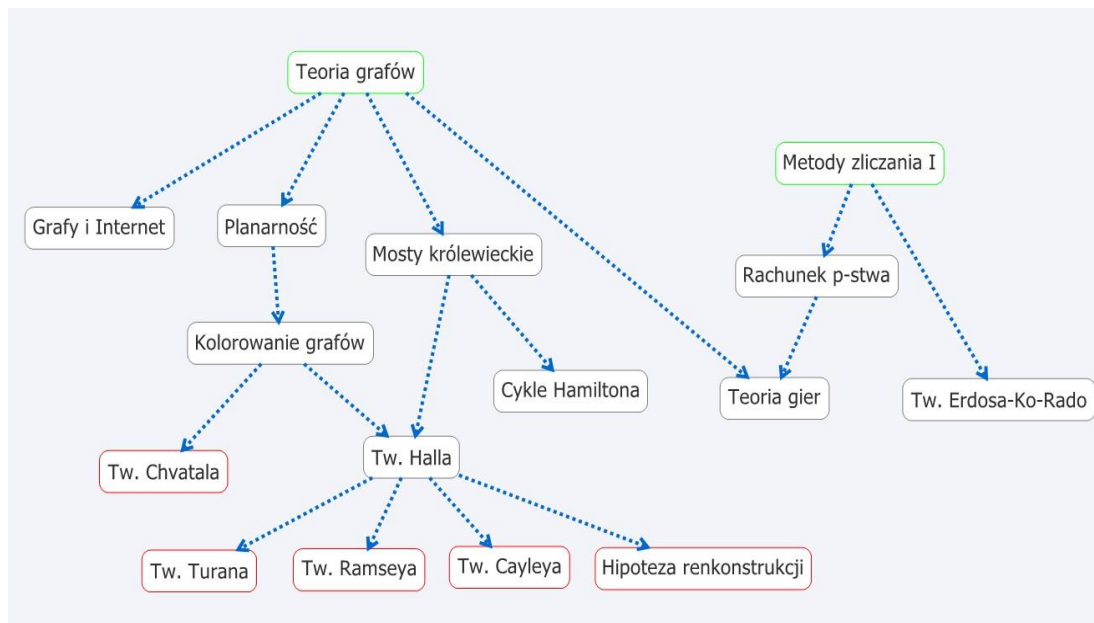


Wyspa Matematyki Dyskretnej

Matematyka dyskretna to dziedzina matematyki zajmująca się zbiorami skończonymi i przeliczalnymi. Tak więc obecna w podstawie programowej liceum **kombinatoryka** znajduje się właśnie na tej wyspie. Materiały Archipelagu dotyczą podstawowych pojęć kombinatoryki, tj. permutacji, kombinacji i wariacji. Omówiony jest też trójkąt Pascala. Zaprezentowany został elegancki dowód twierdzenia Erdösa-Ko-Rado, dotyczącego największej liczby podzbiorów k -elementowych zbioru n -elementowego, z których każde dwa przecinają się.

Rachunek prawdopodobieństwa na poziomie szkolnym to przede wszystkim zastosowanie klasycznej definicji prawdopodobieństwa. Na Archipelagu omawiamy rachunek prawdopodobieństwa w tym samym zakresie. Ukazany jest związek klasycznej definicji prawdopodobieństwa ze zliczaniem, omówione są podstawowe reguły zliczania – zasada mnożenia, zasada dodawania, zasada włączeń-wyłączeń. Prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite (podstawa programowa) prowadzą do twierdzenia Bayesa, omawianego na Archipelagu wraz z zastosowaniami.

Znaczna część materiałów na Wyspie Matematyki Dyskretnej dotyczy **teorii grafów**. Samo pojęcie grafu jest dość proste i w sposób nieformalny obecne już w szkole podstawowej. Na Archipelagu definiujemy graf i podstawowe pojęcia z nim związane. Pokazujemy też jak wiele zagadnień z różnych dziedzin można opisać językiem grafów a potem analizować, wykorzystując twierdzenia z teorii grafów. Z jednej strony omówiono wiele problemów klasycznych takie jak rysowanie bez odrywania ołówka od kartki, przejście przez mosty królewskie, kolorowanie mapy, problem strażników w galerii. Z drugiej strony prezentujemy zastosowania teorii grafów we współczesnej nauce – na przykład w biologii, chemii, zarządzaniu, transporcie czy sztucznej inteligencji.



Wyspa Teorii Liczb

Zagadnienia teorii liczb dotyczą głównie własności podzbiorów zbioru liczb całkowitych. Takie pojęcia jak liczby pierwsze, liczby parzyste, liczby nieparzyste, wielokrotności, dzielniki, cechy podzielności liczb, rozkład liczby na czynniki pierwsze, największy wspólny dzielnik, najmniejsza wspólna wielokrotność, dzielenie z resztą występują w podstawie programowej z matematyki na niższych szczeblach kształcenia. Z racji wieku uczniów można przyjąć, że tematy te omawia się w szkole w sposób dość pobieżny. Tak więc absolwent gimnazjum umie rozłożyć wskazaną liczbę na czynniki pierwsze, ale zapewne nie spotkał się z pytaniem, czy taki rozkład jest jednoznaczny (Podstawowe twierdzenie arytmetyki). I zapewne nie zna Algorytmu Euklidesa.

Osobnym blokiem tematycznym są zagadnienia związane z zapisem liczb w różnych systemach liczenia. Pokazujemy jak zapisywać te same liczby w różnych systemach. Sporo uwagi poświęcamy systemowi binarnemu ważnemu ze względu na zastosowania w informatyce.

Zagadnienia związane z liczbami pierwszymi są dla wielu uczniów bardzo ciekawe: ile jest liczb pierwszych i od kiedy to wiadomo, czy istnieje jakaś regularność występowania liczb pierwszych, jaka jest największa poznana liczba pierwsza, jak się sprawdza czy dana (bardzo duża liczba) jest liczbą pierwszą? Odpowiedzi na te pytania można znaleźć w materiałach tej wyspy.

Dzielenie z resztą występuje w programach matematyki szkoły podstawowej, poprzedzając pojęcie ułamka. Do tego sposobu dzielenia wraca się na wyższych szczeblach edukacji w sposób okazjonalny np. rysując wykres funkcji przyporządkowującej liczbom naturalnym reszty z dzielenia przez 5 albo omawiając dzielenie wielomianów. Na Archipelagu poświęcamy sporo uwagi dzieleniu z kongruencją i arytmetyce modularnej. Pokazujemy liczne zastosowania arytmetyki modularnej w kryptografii (warto nadmienić, że szyfry Cezara i RSA znajdują się w podstawie programowej nauczania informatyki na poziomie rozszerzonym).

Osobny blok tematyczny dotyczy ułamków łańcuchowych. Są to obiekty zdefiniowane rekurencyjnie, a więc w sposób wymagany zarówno przez podstawę programową informatyki, jak i matematyki (obie podstawy w zakresie rozszerzonym). Z kolei zamiana ułamka łańcuchowego na liczbę rzeczywistą wymaga umiejętności rozwiązania równania wymiernego.

Innym typem równań są równania diofantyczne, czyli takie, dla których rozwiązań poszukujemy tylko w zbiorze liczb całkowitych. Rozwiązywanie tych równań wymaga równocześnie umiejętności algebraicznych i znajomości zagadnień podzielności liczb. Wśród równań diofantycznych pierwszeństwo należy się równaniu $x^n + y^n = z^n$ i Wielkiemu Twierdzeniu Fermata dotyczącemu braku rozwiązań tego równania dla $n > 2$. Warto omówić z uczniami to twierdzenie i prześledzić historię zmagania matematyków z jego dowodem.

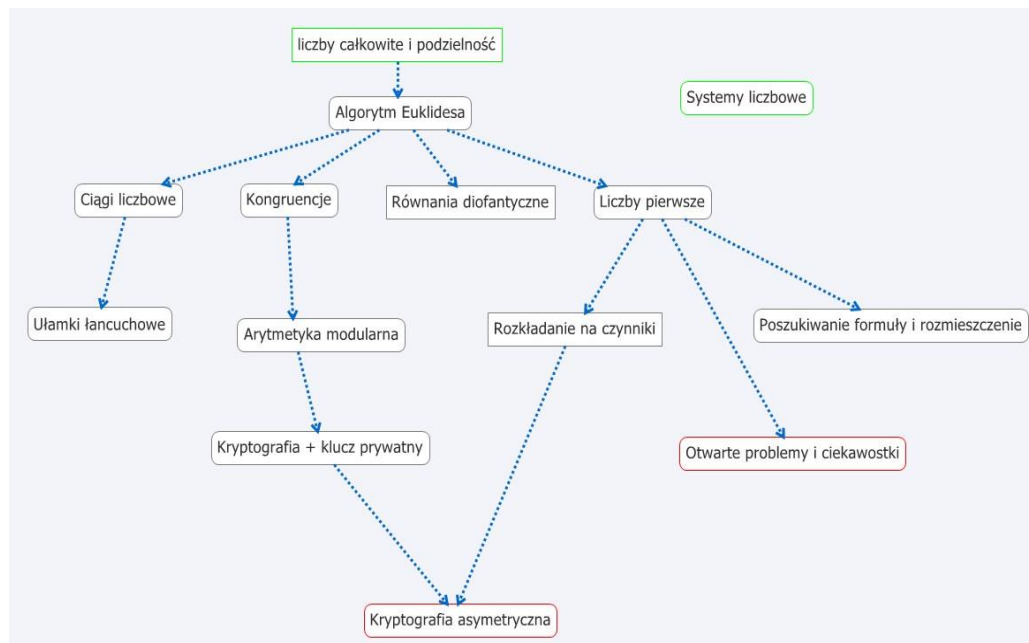
W teorii liczb, podobnie jak innych działach matematyki, spotykamy hipotezy, o których nie wiadomo jeszcze, czy są prawdziwe, czy fałszywe. Zrozumienie większości z nich wymaga zaawansowanej wiedzy matematycznej, niedostępnej uczniowi liceum. Dlatego szczególnie cenne poznawczo są te hipotezy, które są proste do wyjaśnienia np. hipoteza Goldbacha.

Pokazanie uczniom nierozwiązanych problemów oraz prób ich rozwiązania pozwala spojrzeć na matematykę jako na naukę w której ciągle jeszcze jest wiele do zrobienia. Jest to ważne bo matematyka szkolna często kończy się na osiągnięciach matematyków z wieku XIX.

Na Wyspie Teorii Liczb można także znaleźć materiały bardziej „humanistyczne”. Od liczb, które pięknie się nazywają (liczby doskonałe, liczby zaprzyjaźnione, liczby szczęśliwe), przez kwadraty magiczne (często spotykane w matematyce rekreacyjnej), po związki złotej liczby i ciągu Fibonacciego z muzyką i innymi dziedzinami sztuki.

Realizując w szkole temat o ciągach danych rekurencyjnie warto sięgnąć po blok materiałów Archipelagu poświęcony ciągowi Fibonacciego.

Na Wyspie Teorii Liczb jest też trochę materiałów bardziej zaawansowanych. Dotyczą one tematów takich jak liczby pierwsze w ciągach arytmetycznych, reszty kwadratowe, pierwiastki pierwotne i logarytmy dyskretne. Tematy te stanowią rozszerzenie podstawy programowej w zakresie ciągów, logarytmów i równań kwadratowych.



Wyspa Logiki i Teorii Mnogości

Logika

Klasyczna logika dwuwartościowa jest w aktualnej podstawie programowej obecna w sposób niejawną tzn. nie ma kursu logiki, ale wymaga się od ucznia by tworzył łańcuch argumentów i uzasadniał jego poprawność (V cel kształcenia). W tej sytuacji warto wykorzystać materiały z tej wyspy do wprowadzenia uczniów w świat logiki, by koniunkcja, alternatywa, implikacja i negacja stały się świadomym narzędziem ich pracy, by rozumieli rolę implikacji w dowodach twierdzeń i rozumieli czym są niezawodne reguły wnioskowania, by sprawnie posługiwali się kwantyfikatorami i ich zaprzeczeniami.

W podstawie programowej brak jest jasnych zapisów dotyczących metod, jakimi uczeń powinien się posługiwać tworząc łańcuch argumentacji i uzasadniając jego poprawność. Na Wyspie Logiki i Teorii Mnogości znajduje się wiele materiałów o typowych metodach uzasadniania występujących w rozumowaniu matematycznym, na przykład o dowodzeniu bezpośrednim (czyli wprost), metodą nie wprost oraz indukcyjnym. Metody te nie tylko zostały omówione i porównane z metodami niematematycznymi, ale także zobrazowane konkretnymi przykładami dowodów rozproszonymi po wszystkich wyspach Archipelagu.

Rozszerzeniem logiki dwuwartościowej jest logika wielowartościowa, która wprowadzi wprost do ciekawej i bogatej w zastosowania teorii zbiorów rozmytych.

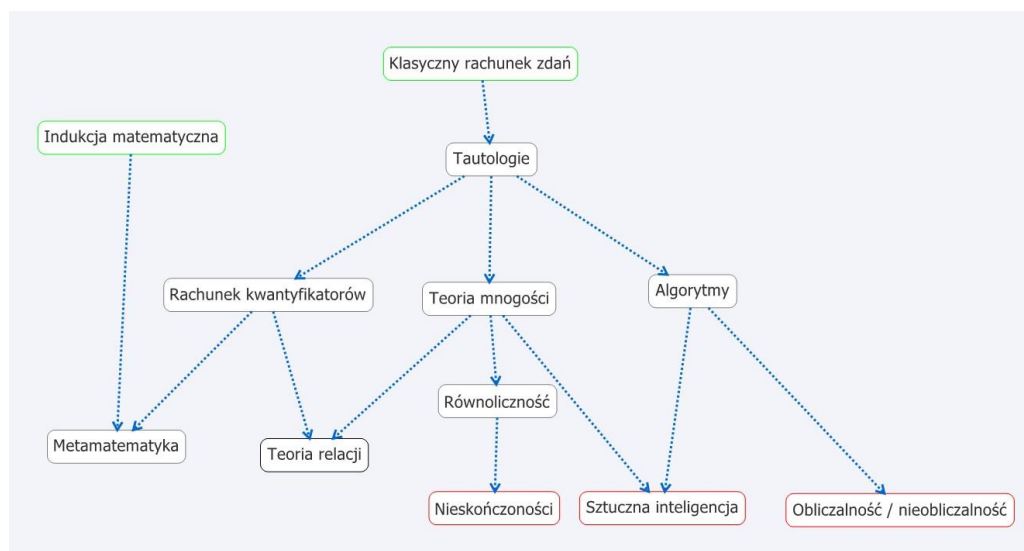
Ciekawe dla uczniów powinny okazać się zastosowania logiki dwuwartościowej w informatyce: w budowaniu algorytmów, przy tworzeniu języków programowania, w pracach nad sztuczną inteligencją i automatycznym dowodzeniem twierdzeń oraz w tworzeniu systemów eksperckich.

Teoria mnogości

Z podstawy programowej wynika, że uczeń powinien poznać podstawowe pojęcia teorii zbiorów. Na przykład aby stosować wzór na prawdopodobieństwo sumy zdarzeń uczeń powinien rozumieć pojęcie sumy zbiorów. Podobnie rozwiązanie układu nierówności jest związane z pojęciem części wspólnej zbiorów. Proponujemy wprowadzić uczniów w sposób bardziej systematyczny w podstawy rachunku zbiorów i ich związek z logiką oraz teorią relacji.

Pojęcie relacji można traktować jako rozszerzenie pojęcia funkcji jednej zmiennej. Z kolei relacja równoważności i pojęcie klas abstrakcji porządkuje rozumowania, w których pewne grupy obiektów uznajemy za jednakowe (np. wszystkie wektory gdziekolwiek zaczepione o tym samym kierunku, zwrocie i długości uznajemy za ten sam wektor swobodny).

Dalsze materiały z teorii mnogości mają charakter bardziej teoretyczny. Problem równoliczności zbiorów, prosty w przypadku zbiorów skończonych, okazuje się niezwykle w przypadku zbiorów nieskończonych - niezwykle, gdyż podzbiór może być równoliczny z całym zbiorem. Podobnie, istnienie „różnych nieskończoności”, istnienie liczb nieobliczalnych i niektóre paradoksy nieskończoności dla jednych uczniów okażą się fascynujące, dla innych dziwne i niepokojące. Ale niezależnie od reakcji zmierzenie się z tymi ideami dobrze służy rozwojowi myślenia matematycznego.



Wyspa Algebry

Materiały na Wyspie Algebry podzielić można na dwie kategorie:

- materiały rozszerzające podstawę programową (wielomiany i równania wielomianowe, układy równań liniowych, średnie)
- materiały pokazująca, czym jest algebra abstrakcyjna.

Szkolny kurs wielomianów zakłada opanowanie przez ucznia umiejętności działań na wielomianach oraz umiejętności rozwiązywania równań (i nierówności) wielomianowych. Przy czym są one „rozwiązywalne” w tym sensie, że po zastosowaniu jednej/ kilku nauczanych technik daje się znaleźć pierwiastki. Ten dobór zadań powoduje, że niektórzy uczniowie mogą wyciągnąć błędny wniosek, że każde równanie wielomianowe można rozwiązać. Dlatego warto spojrzeć szerzej na problem równań wielomianowych, ich rozwiązywalność, a także na liczby algebraiczne i przestępne. Warto także dowiedzieć się, co wiadomo o niewymiernych pierwiastkach wielomianów.

Równaniem wielomianowym traktowanym oddzielnie przez podstawę programową jest równanie kwadratowe. Rozwiązuje się je podając wzory na pierwiastki. Po zaznajomieniu się z tymi wzorami uczeń ma prawo pytać, czy równania wyższych stopni można rozwiązać podobnie. Pytanie jest słuszne, zaś odpowiedź (głównie negatywna) zawarta jest w twierdzeniu Abela Ruffiniego. Rozwiązywanie układów dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi to temat gimnazjalny. W liceum rozszerza się go o graficzną interpretację rozwiązywalności układu. W materiałach Archipelagu pokazujemy dwie metody rozwiązywania układów równań liniowych o większej liczbie równań i niewiadomych. Są to metoda eliminacji Gaussa i metoda wyznaczkowa (poprzedzona materiałami o macierzach).

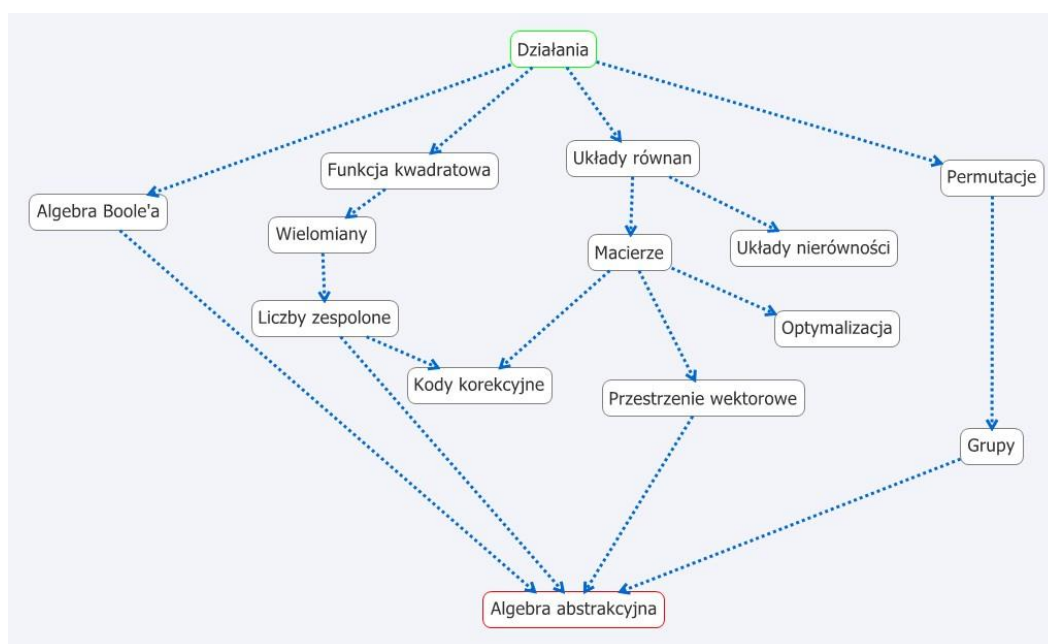
Warto zwrócić uwagę na materiały o średnich (arytmetycznej, arytmetycznej ważonej, geometrycznej, harmoniczej, kwadratowej) i ich interpretacji geometrycznej.

Algebra abstrakcyjna zajmuje się badaniem struktur utworzonych ze zbioru i określonego w nim działania (lub kilku działań). Dopóki byłby to zbiór liczb całkowitych z działaniem dodawania, to wszystko byłoby proste, a takie pojęcia jak przemienność, albo element neutralny nie sprawiałyby uczniom kłopotu. Ale gdy okaże się, że mnożenie macierzy nie jest przemienne, to trzeba będzie odrzucić stereotypy. Na Wyspie Algebry analizujemy abstrakcyjną definicję działania binarnego, podajemy różne przykłady takich działań i omawiamy ich własności.

Strukturami algebraicznymi omawianymi na wyspie są: grupy, przestrzenie wektorowe, ciała oraz algebry Boole’a. Przed wprowadzeniem formalnej definicji podajemy przykłady tych struktur.

Osobny blok tematyczny na Wyspie Algebra to permutacje. Pokazujemy, że dowolna permutacja zbioru skończonego rozkłada się na iloczyn transpozycji, a następnie wykorzystujemy tę własność analizując popularną grę „piętnastkę”.

W dziale zastosowań algebry znajdują się materiały o zastosowaniach współczesnych: układy elektroniczne, wyszukiwarki internetowe, kody korekcyjne, optymalizacja liniowa, teoria automatów.



Wyspa Geometrii

Geometria płaska nauczana w liceum stanowi kontynuację i rozszerzenie wiedzy i umiejętności nabytych w gimnazjum. I tak własności trójkątów uczeń poznaje w gimnazjum, ale warto wrócić do trójkątów i rozważyć np. gdzie trójkąt ma środek albo zbadać zastosowania twierdzenie Vivianiego w naukach społecznych. W dobrze znanym uczniom trapezie warto pokazać interpretację nierówności między różnymi średnimi (materiał na Wyspie Algebry). Z tematów przewidywanych przez podstawę programową mamy też na wyspie materiały: o własnościach stycznych do okręgu i o czworokątach opisanych na okręgu, a także zastosowania trygonometrii.

Ciekawym rozszerzeniem wiedzy z planimetrii mogą być materiały z optyki geometrycznej (np. tęczą oczyma geometry albo zwierciadło paraboliczne) a także materiały o fraktalach.

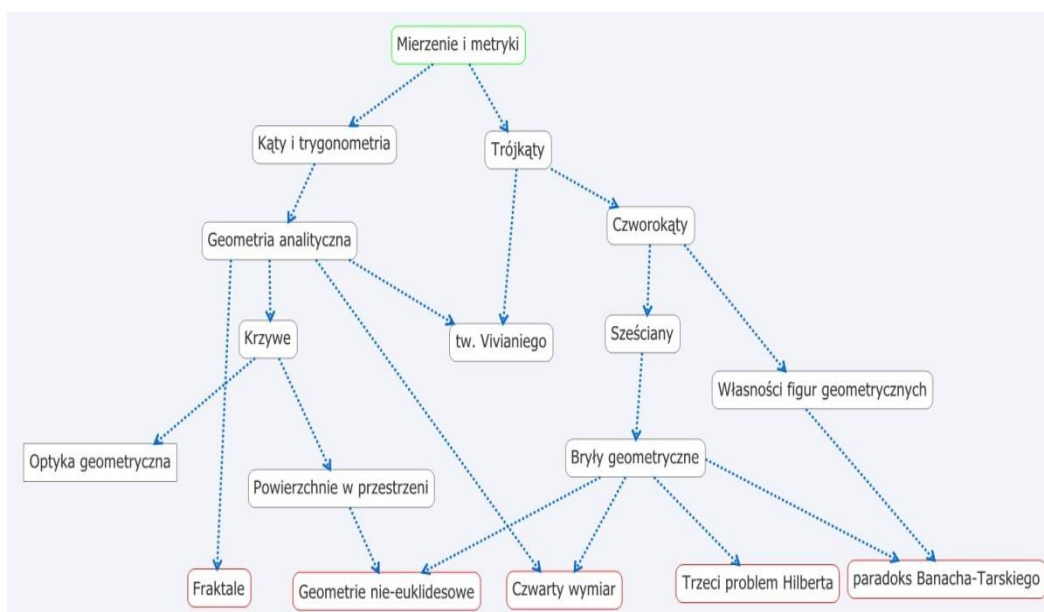
Współczesne podejście do nauczania geometrii jest podejściem nieaksjomatycznym. Tym samym piąty postulat Euklidesa nie jest przez uczniów rozpoznawany jako jeden z fundamentów geometrii. Warto pokazać uczniom aksjomatyczne podejście do geometrii, wyjaśnić piąty postulat i wprowadzić w świat geometrii nieeuklidesowych. Materiały Archipelagu powinny być pomocne.

Znany temat licealnej algebry – równanie kwadratowe można wzbogacić o geometryczną interpretację rozwiązania tego równania (materiał na Wyspie Algebry). Dalszym rozszerzeniem mogą być krzywe stożkowe (jako krzywe opisane równaniem stopnia drugiego).

W **stereometrii** napotykamy problemy klasyczne: wzór Eulera dla wielościanów, bryły platońskie i problem podwojenia sześcianu.

Jako osobny dział traktować można materiały dotyczące różnorodności dwuwymiarowych zawartych w przestrzeni trójwymiarowej: powierzchnie jednostronne i dwustronne, powierzchnie minimalne, pojęcie krzywizny i odwzorowania na mapie. Ciekawą propozycją dla uczniów powinny się okazać figury niemożliwe, przestrzenie wyższych wymiarów, a także teoria węzłów.

W **geometrii analitycznej** poza klasycznymi współrzędnymi kartezjańskimi wyjaśniamy także współrzędne biegunowe i cylindryczne.



Atol Start

Ogólne informacje o strukturze Archipelagu Wysp znajdują się w Atolu Start, dostępnym dla wszystkich użytkowników po zalogowaniu. Tam też można się wstępnie zapoznać z obiektami występującymi na każdej z wysp. Są to: Akademia, Pałac Gubernatora, Biuro Śledcze, Pawilon Osobliwości, Arena, Tereny Przemysłowe, Kino, Kasyno, Hyde Park, Rozgłośnia Radiowa i Biuro Podróży.