

Program  
nauczania  
„Zrozumieć  
matematykę”





**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

**SGWG**  
stowarzyszenie aktywnego  
wspierania gospodarki



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## Spis treści

<b>METRYCZKA INFORMACYJNA .....</b>	<b>5</b>
<b>WPROWADZENIE .....</b>	<b>7</b>
<b>ZAŁOŻENIA PROGRAMU NAUCZANIA .....</b>	<b>8</b>
<b>CELE EDUKACYJNE, TREŚCI NAUCZANIA I OSIĄGNIĘCIA UCZNIÓW .....</b>	<b>10</b>
<b>SPOSOBY OSIĄGANIA CELÓW KSZTAŁCENIA I WYCHOWANIA .....</b>	<b>18</b>
<b>METODY SPRAWDZANIA I KRYTERIA OCENIANIA OSIĄGNIĘĆ UCZNIÓW .....</b>	<b>26</b>







**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

**SCWG**  
stowarzyszenie aktywne  
wspierania gospodarki



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## Metryczka informacyjna

**Typ szkoły:** Szkoła podstawowa

**Etap edukacyjny:** II, obejmujący klasy IV-VI

**Przedmiot:** Matematyka

**Wymiar godzin:** 385

**Opracowanie merytoryczne:** „NAUKOMP” Justyna Wiśniewska



## Wprowadzenie

Innowacyjny program nauczania matematyki powstał w ramach projektu „Zrozumieć matematykę – innowacyjny program nauczania szkół podstawowych”, współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego, realizowanego przez Stowarzyszenie Aktywnego Wspierania Gospodarki. Program jest zgodny z Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 27 sierpnia 2012 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. z 2012 r. poz. 977).

Założenia dydaktyczne i merytoryczne opracowanego programu nauczania matematyki konsultowane były z nauczycielami siedmiu szkół podstawowych z terenu powiatu szczecineckiego – Szkół Podstawowych nr 6 i 7, Społecznej Szkoły Podstawowej, Zespołu Szkół Integracyjnych w Szczecinku oraz Szkoły Podstawowej w Juchowie, Łubowie i Drzonowie. Szkoły te w pierwszym półroczu 2014 roku testowo wdrożą opracowany program nauczania, co ma służyć rozpoznaniu podstawowych barier wdrożeniowych oraz zebraniu know-how niezbędnego do wdrożenia innowacyjnego programu nauczania matematyki w roku szkolnym 2014/2015.

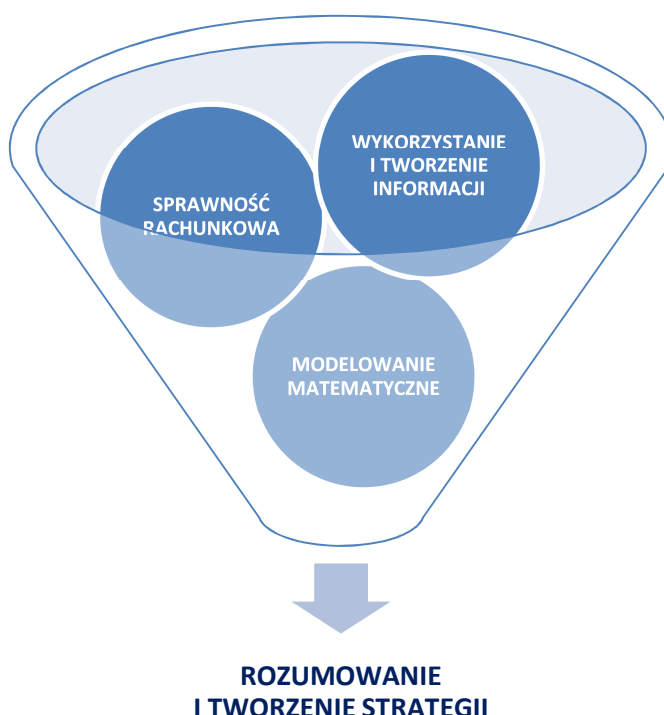
Głównym zadaniem programu nauczania „Zrozumieć matematykę” jest modernizacja i uatrakcyjnienie oferty edukacyjnej, metod dydaktycznych oraz jakości kształcenia w szkołach wdrażających program, a także podwyższenie poziomu i jakości wykorzystania nowoczesnych technologii informacyjno-komunikacyjnych oraz narzędzi dydaktycznych w matematyce, a tym samym podniesienie innowacyjności w realizacji programu kształcenia matematyki.

Program nauczania zakłada interdyscyplinarne i innowacyjne podejście do realizowania zajęć z matematyki w szkole podstawowej. Stanowi opis sposobu realizacji zadań szkoły i nauczyciela w nauczaniu matematyki na II etapie edukacyjnym. Jest programem czynności uczniów podczas lekcji matematyki i w ramach pracy własnej ucznia na tym obszarze oraz założonych wyników tych czynności.

Dynamicznie zmieniająca się rzeczywistość gospodarcza i społeczna oraz rewolucja technologiczno-informacyjna spowodowały konieczność przewartościowania i dokonywania zmian w programach nauczania, ale przede wszystkim zrodziły potrzebę bliższego przyjrzenia się metodom i technikom edukacyjnym stosowanym w procesie kształcenia. Współczesna szkoła powinna stworzyć warunki do wszechstronnego rozwoju ucznia, uwzględniając przy tym zdiagnozowane potrzeby edukacyjne oraz stosując aktywizujące metody nauczania. Metody nauczania powinny być różnorodne, kształcące umiejętności ponadprzedmiotowe, efektywne i użyteczne, motywujące ucznia do pracy, angażujące różne zmysły (zwłaszcza w szkole podstawowej), oddziałujące na emocje, dostosowane do potrzeb uczniów o różnych poziomach rozwoju dominujących inteligencji, a także rozwijające kreatywność. Wprowadzając je, nauczyciel zmienia swoją rolę – z wykładowcy i głównego źródła wiedzy na organizatora procesu samodzielnego kształcenia się uczniów (mentora).

W zaleceniu Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie kompetencje matematyczne oraz informatyczne są uznawane za dwie z ośmiu kluczowych kompetencji niezbędnych obywatelom do samorealizacji, integracji społecznej, przyjęcia aktywnej postawy obywatelskiej i uzyskania szans na rynku pracy w społeczeństwie opartym na wiedzy. Potrzeba i konieczność rozwoju potencjału obywateli w zakresie matematycznego i naukowo-technicznego myślenia zaakcentowane są również w inicjatywach przewodnich strategii

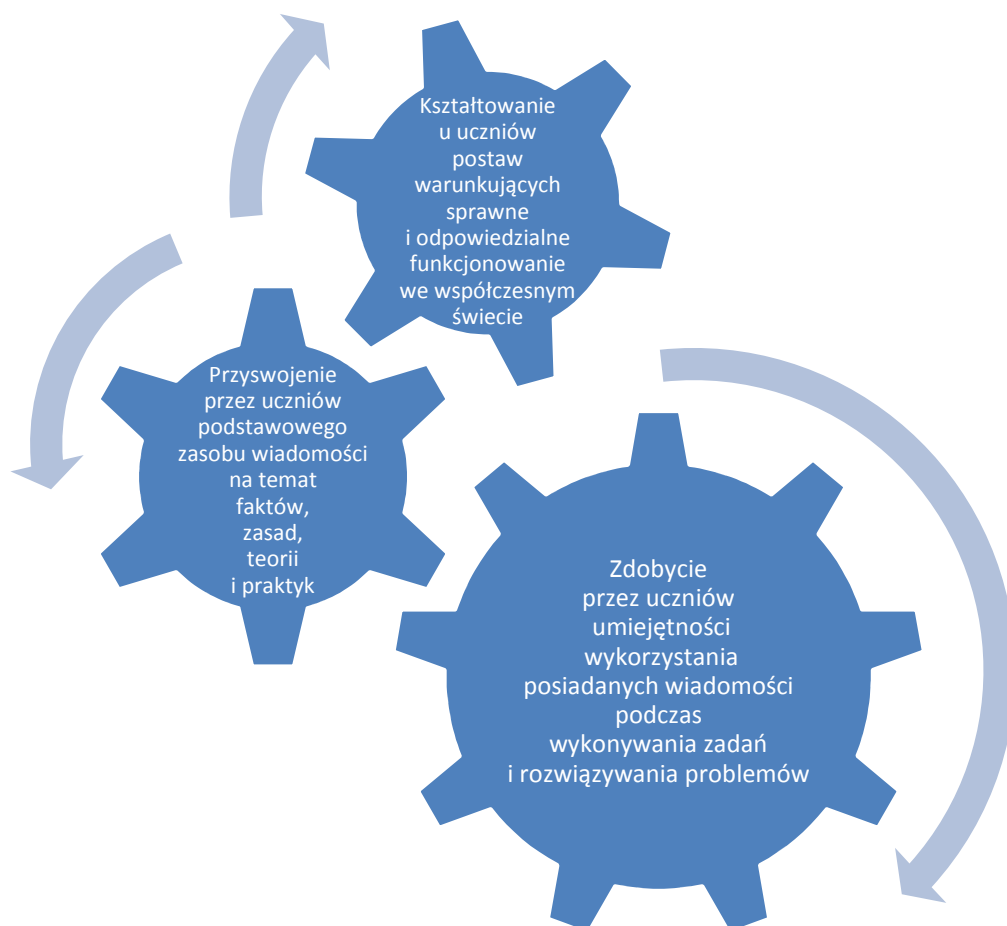
„Europa 2020” na rzecz zrównoważonego wzrostu gospodarczego i zatrudnienia. Zwiększanie kreatywności – umiejętności i postawy ściśle powiązanej z modelowaniem matematycznym oraz rozumowaniem i tworzeniem strategii – jest także długoterminowym celem strategii współpracy europejskiej „Kształcenie i szkolenie 2020”. W integrującej się Europie obserwujemy zapotrzebowanie na osoby, które dążą do samorealizacji i rozwoju osobistego, na ludzi, którzy chcą być aktywnymi, świadomymi i przedsiębiorczymi obywatelami.



## Założenia programu nauczania

Szkoła jest miejscem stykania się różnych światów i doświadczeń oraz różnych języków opisu tych światów i doświadczeń. Przekazywanie wiedzy oraz nabywanie umiejętności powiązanych z matematyką często odbywa się w ramach różnych przedmiotów nauczania oraz różnych zajęć pozalekcyjnych i pozaszkolnych.

Proponowany innowacyjny program nauczania matematyki kładzie szczególny nacisk na kształtowanie umiejętności oraz postaw osoby przedsiębiorczej i kreatywnej, a także na twórcze i praktyczne zastosowanie wiedzy dotyczącej matematyki, a tym samym przygotowanie ucznia do dalszej kariery edukacyjnej, samokształcenia i „radzenia sobie w życiu”. Jest propozycją przysposabiania dorastających uczniów u początku edukacji formalnej do aktywnego, efektywnego i odpowiedzialnego udziału w życiu społecznym, gospodarczym i zawodowym – w skali zarówno lokalnej, jak i globalnej. Ma uświadomić uczniom, że od tego, co umieją, jaką wiedzą i jakimi umiejętnościami dysponują, jak potrafią radzić sobie we współczesnym świecie, zależy ich przyszłość.



Założona w zaproponowanym programie nauczania matematyki aktywność ucznia przejawia się w wielu aspektach – zdobywa on wiedzę merytoryczną, nabywa umiejętności, kształci przedsiębiorcze zachowania, a także uczy się świadomego, logicznego i planowanego działania oraz rozumowania matematycznego i tworzenia strategii myślowych. Dobrze jest, kiedy w procesie nauczania przekazywane wiadomości obrazowane są rzeczywistymi przykładami z życia codziennego – ułatwia to przenoszenie treści teoretycznych na otaczającą rzeczywistość i pozwala dostrzec powiązania teorii z praktyką, a także umożliwia łatwiejsze zapamiętywanie i kojarzenie faktów. Istotne jest również, aby uczniowie zdobywający i poszerzający wiedzę z zakresu matematyki mogli korzystać z doświadczeń osób z najbliższego otoczenia oraz informacji dostępnych na co dzień w środkach masowego przekazu.

Program nauczania „Zrozumieć matematykę” został opracowany kompleksowo wraz z obudową metodyczno-dydaktyczną. Składają się na niego:

- e-book dla nauczyciela,
- e-book dla ucznia,
- edukacyjna platforma e-learningowa,
- gra edukacyjna,
- filmiki edukacyjne.

Zadaniem nauczyciela matematyki jest nie tylko prawidłowe przeprowadzenie lekcji, ale przede wszystkim rozbudzenie zainteresowania uczniów matematyką. Niezmiernie ważnym elementem nauczania matematyki jest swoboda działania uczniów – w taki sposób, aby stali się odkrywcami reguł i praw matematycznych, by mieli swobodę w rozwiązywaniu problemów matematycznych – oraz ukazywanie wszechobecności matematyki w otaczającej ucznia rzeczywistości.

Głównym wyróżnikiem przedłożonego innowacyjnego programu nauczania matematyki w klasach IV-VI szkoły podstawowej jest stosowanie nowoczesnych technologicznie form przekazu nauczania treści programowych – z wykorzystaniem zestawu interaktywnego i multimedialnych oraz interaktywnych edukacyjnych materiałów dydaktycznych, dostępnych zarówno na polskich, jak i na anglojęzycznych portalach edukacyjnych. Tym samym umożliwia się uczniom wykorzystanie w procesie poznawczym percepcji słuchowej, wzrokowej i audiowizualnej. Jednym z głównych wyznaczników programu autorskiego jest również praktyczne podejście do nauczanych treści i ukazanie uczniom matematyki jako przedmiotu interdyscyplinarnego i użytecznego na co dzień – celem wyprzedzenia i uniknięcia pytań uczniów „Po co ja się tego uczę?”. Wyróżnikiem programu jest także odejście od podawczej formy przekazu przez nauczyciela informacji podczas lekcji na rzecz dochodzenia i samodzielnego formułowania wniosków. Ponadto tematy lekcji często proponowane są problemowo, zagadkowo lub w formie pytań – na które uczniowie szukają odpowiedzi podczas lekcji lub też w ramach pracy domowej. Bardzo często tematyka prac domowych oraz część zadań w e-booku dla ucznia wymagają od uczniów podejścia problemowego i twórczego, poszukiwania i wyszukiwania informacji z wykorzystaniem różnych źródeł i różnorodnych form przekazu – Internetu, książek, obserwacji czy też konsultacji. W programie dużą wagę przywiązuje się do tego, aby uczenie się i nauczanie matematyki nie było nudne i monotonne, encyklopedyczne i teoretyczne, dlatego uczniowie bardzo często uczą się przez zabawę – stąd propozycje licznych gier dydaktycznych, łamigłówek i zagadek matematycznych oraz wykorzystywanie edukacyjnych gier komputerowych. Ciekawe merytorycznie i technologicznie mogą być również – zarówno dla uczniów, jak i dla nauczycieli – ćwiczenia i lekcje interaktywne. Nowym podejściem w nauczaniu matematyki jest stosowanie, zwłaszcza na lekcjach powtórkowych, różnego rodzaju konkursów z nagrodami i rywalizacji zespołowej – celem jest zaktywowanie wszystkich uczniów. Ponadto na większości lekcji podstawową formą pracy nauczyciela z uczniami i samych uczniów jest praca w kiluosobowych grupach lub parach. Mobilizujące początki lekcji to najczęściej powtórzenie i utrwalenie wiadomości z poprzednich lekcji – za pomocą gry lub zabawy dydaktycznej. Na lekcjach wykorzystuje się różnorodne pomoce dydaktyczne, również te przygotowywane i opracowywane przez samych uczniów (wszystkich uczniów, bez wyjątku). Jeśli zaś chodzi o podręczniki szkolne, nowością jest zaproponowanie tylko jednej edukacyjnej publikacji dla uczniów – podręcznika, zeszytu ćwiczeń i zbioru zadań w jednym, którego konstrukcja umożliwia uczniom rozwiązywanie ćwiczeń i zadań bezpośrednio w książce. Natomiast zeszyt przedmiotowy jest wykorzystywany jedynie sporadycznie na lekcjach matematyki i do prac domowych.

## Cele edukacyjne, treści nauczania i osiągnięcia uczniów

Celem kształcenia ogólnego, według podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkół podstawowych (rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 27 sierpnia 2012 r.; Dz. U. z 2012 r. poz. 977), jest:

- I. przyswojenie przez uczniów podstawowego zasobu wiadomości na temat faktów, zasad, teorii i praktyki, dotyczących przede wszystkim tematów i zjawisk bliskich doświadczeniom uczniów,
- II. zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów,
- III. kształtowanie u uczniów postaw warunkujących sprawne i odpowiedzialne funkcjonowanie we współczesnym świecie.

Kształcenie ogólne w szkole podstawowej tworzy fundament wykształcenia. Do najważniejszych umiejętności zdobywanych przez ucznia w trakcie kształcenia ogólnego w szkole podstawowej należą:

1. czytanie – rozumiane zarówno jako prosta czynność, jako umiejętność rozumienia, wykorzystywania i przetwarzania tekstów w zakresie umożliwiającym zdobywanie wiedzy, rozwój emocjonalny, intelektualny i moralny oraz uczestnictwo w życiu społeczeństwa,
2. myślenie matematyczne – umiejętność korzystania z podstawowych narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz prowadzenia elementarnych rozumowań matematycznych,
3. myślenie naukowe – umiejętność formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa,
4. umiejętność komunikowania się w języku ojczystym i w języku obcym, zarówno w mowie, jak i w piśmie,
5. umiejętność posługiwania się nowoczesnymi technologiami informacyjno-komunikacyjnymi, w tym także dla wyszukiwania i korzystania z informacji,
6. umiejętność uczenia się jako sposób zaspokajania naturalnej ciekawości świata, odkrywania swoich zainteresowań i przygotowania do dalszej edukacji,
7. umiejętność pracy zespołowej.

Zaproponowany autorski innowacyjny program nauczania matematyki w szkole podstawowej „Zrozumieć matematykę” realizuje wszystkie ogólne cele edukacyjne na poziomie szkoły podstawowej oraz pozwala nabywać fundamentalną wiedzę i zdobywać najważniejsze umiejętności określone przez podstawę programową kształcenia ogólnego – nie tylko te z obszaru teorii matematycznych i w zakresie myślenia matematycznego, ale też te ponadprzedmiotowe.

Jednym z najważniejszych zadań szkoły podstawowej jest kształcenie umiejętności posługiwania się językiem polskim, w tym dbałość o wzbogacanie zasobu słownictwa uczniów. Wypełnianie tego zadania należy do obowiązków każdego nauczyciela. W zgodzie z tym założeniem w programie nauczania matematyki proponuje się wykorzystywanie na lekcjach słownika języka polskiego oraz słownika wyrazów bliskoznacznych – celem nie tylko wyjaśniania znaczenia podstawowych pojęć, definicji czy też określeń stosowanych w matematyce, ale również przybliżenia ich praktycznego znaczenia. By lepiej zrozumieć pojęcia matematyczne, uczeń opracowuje fiszki i rozwiązuje krzyżówki.

Ważnym zadaniem szkoły podstawowej jest także przygotowanie uczniów do życia w społeczeństwie informacyjnym. Nauczyciele powinni stwarzać uczniom warunki do nabywania umiejętności wyszukiwania, porządkowania i wykorzystywania informacji z różnych źródeł, z zastosowaniem technologii informacyjno-komunikacyjnych, na zajęciach z różnych przedmiotów. Głównym aspektem innowacyjności autorskiego programu nauczania matematyki jest wykorzystywanie w procesie nauczania i uczenia się zestawu interaktywnego, zasobów interaktywnych i multimedialnych oraz edukacyjnych zasobów internetowych. Podczas zajęć z matematyki oraz w pracy własnej ucznia,



w ramach wyszukiwania i korzystania z informacji, a przy tym kształcenia umiejętności uczenia się, proponuje się również korzystanie z zasobów encyklopedycznych, czerpanie z wiedzy osób starszych wiekiem i bardziej doświadczonych czy też konsultacje z przedstawicielami różnych zawodów i obserwacje otaczającego uczniów środowiska – ludzi, przyrody i przedmiotów. Lekcje matematyki mają również za zadanie ukazywać uczniom możliwość międzypokoleniowej współpracy w odkrywaniu i poznawaniu świata – równie ważnym źródłem informacji jak nowoczesne technologie jest sam człowiek, ze swoim bezcennym doświadczeniem życiowym i zawodowym. W trakcie realizacji programu innowacyjnego nauczania matematyki źródłem nauki poprzez zabawę oraz zdobywania cennych umiejętności posługiwania się nowoczesnymi technologiami informacyjno-komunikacyjnymi są gry dydaktyczne, również te w wydaniu internetowym i komputerowym – z jednej strony podążając za trendem coraz szybszego rozwoju nowoczesnych technologii i wszechobecności gier w życiu uczniów, a z drugiej w ramach „odczarowania” gier i odejścia od postrzegania ich jako demoralizujących.

Ponieważ środki społecznego przekazu odgrywają coraz większą rolę w życiu zarówno społecznym, jak i poszczególnych ludzi, każdy nauczyciel powinien poświęcić dużo uwagi edukacji medialnej, czyli wychowaniu uczniów do właściwego odbioru i wykorzystania mediów. Stąd tak ważnym elementem innowacyjnego nauczania matematyki jest korzystanie z zasobów internetowych, ale przefiltrowanych do celów edukacyjnych, w sposób jawny i aprobowany przez nauczyciela jako metoda pracy i narzędzie dydaktyczne. Z kolei odniesienia do anglojęzycznych zasobów edukacyjnych kształtują u uczniów umiejętność posługiwania się tym językiem, ułatwiając im aktywne uczestnictwo w międzynarodowym świecie przekazu i odbioru informacji.

W procesie kształcenia ogólnego szkoła podstawowa kształtuje u uczniów postawy sprzyjające ich dalszemu rozwojowi indywidualnemu i społecznemu, takie jak: uczciwość, wiarygodność, odpowiedzialność, wytrwałość, poczucie własnej wartości, szacunek dla innych ludzi, ciekawość poznawcza, kreatywność, przedsiębiorczość, kultura osobista, a także gotowość do uczestnictwa w kulturze i podejmowania inicjatyw oraz do pracy zespołowej. Nadrzędnym celem programu nauczania matematyki jest pragmatyzm przyswajanych przez uczniów wiadomości i nabywanych umiejętności – ukazanie matematyki jako przedmiotu interdyscyplinarnego, obecnego praktycznie w każdym aspekcie codziennego życia, matematyki potrzebnej i użytecznej, ale również ciekawej i interesującej, gdzie jest miejsce na nieszablonowość i kreatywność, a także odkrywczność. Ciekawość poznawcza rozbudzana jest praktycznie na każdej lekcji, gdzie element podawczy jest ograniczony do niezbędnego minimum, a dochodzenie do wiedzy odbywa się na drodze pogadank, burzy mózgów, wyciągania wniosków z obserwacji, pokazów, symulacji, pracy zespołowej czy też konsultacji. Przedsiębiorczość w wydaniu matematyki to umiejętność logicznego myślenia, wykorzystywania zdobytej wiedzy i nabytych umiejętności w praktyce, praca – zarówno odtwórcza, jak i twórcza – oraz umiejętność pracy nie tylko samodzielnej i na własny rachunek, ale również w zespole i dla dobra zespołu.

Ogólne cele edukacyjne w zakresie kompetencji matematycznych, realizowane przez innowacyjny program nauczania matematyki w szkole podstawowej, zostały sformułowane w podstawie programowej (rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 27 sierpnia 2012 r.; Dz. U. z 2012 r. poz. 977). Są one następujące:

### **I. Sprawność rachunkowa**

Uczeń wykonuje proste działania pamięciowe na liczbach naturalnych, całkowitych i ułamkach, zna i stosuje algorytmy działań pisemnych oraz potrafi wykorzystać te umiejętności w sytuacjach praktycznych.

### **II. Wykorzystanie i tworzenie informacji**

Uczeń interpretuje i przetwarza informacje tekstowe, liczbowe, graficzne, rozumie i interpretuje odpowiednie pojęcia matematyczne, zna podstawową terminologię, formułuje odpowiedzi i prawidłowo zapisuje wyniki.

### **III. Modelowanie matematyczne**

Uczeń dobiera odpowiedni model matematyczny do prostej sytuacji, stosuje poznane wzory i zależności, przetwarza tekst zadania na działania arytmetyczne i proste równania.

### **IV. Rozumowanie i tworzenie strategii**

Uczeń prowadzi proste rozumowanie składające się z niewielkiej liczby kroków, ustala kolejność czynności (w tym obliczeń) prowadzących do rozwiązania problemu, potrafi wyciągnąć wnioski z kilku informacji podanych w różnej postaci.

Szczegółowe cele kształcenia matematycznego, założone i realizowane w proponowanym programie nauczania matematyki na II etapie edukacyjnym, określone są w podstawie programowej z przedmiotu matematyka (dnia Dz.U.2012.977, załącznik nr 2). Te z kolei kształtują się następująco:

#### **1. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym.**

UCZEŃ:

- 1) odczytuje i zapisuje liczby naturalne wielocyfrowe;
- 2) interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej;
- 3) porównuje liczby naturalne;
- 4) zaokrągla liczby naturalne;
- 5) liczby w zakresie do 30 zapisane w systemie rzymskim przedstawia w systemie dziesiętkowym, a zapisane w systemie dziesiętkowym przedstawia w systemie rzymskim.

#### **2. Działania na liczbach naturalnych.**

UCZEŃ:

- 1) dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe, liczby wielocyfrowe w przypadkach, takich jak np.  $230 + 80$  lub  $4600 - 1200$ ; liczbę jednocyfrową dodaje do dowolnej liczby naturalnej i odejmuje od dowolnej liczby naturalnej;
- 2) dodaje i odejmuje liczby naturalne wielocyfrowe pisemnie, a także za pomocą kalkulatora;
- 3) mnoży i dzieli liczbę naturalną przez, liczbę naturalną jednocyfrową, dwucyfrową lub trzycyfrową pisemnie, w pamięci (w najprostszych przykładach) i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach);
- 4) wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych;
- 5) stosuje wygodne dla niego sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania i mnożenia;
- 6) porównuje różnicowo i ilorazowo liczby naturalne;
- 7) rozpoznaje liczby naturalne podzielne przez 2, 3, 5, 9, 10, 100;

- 8) rozpoznaje liczbę złożoną, gdy jest ona jednocyfrowa lub dwucyfrowa, a także, gdy na istnienie dzielnika wskazuje poznana cecha podzielności;
- 9) rozkłada liczby dwucyfrowe na czynniki pierwsze;
- 10) oblicza kwadraty i sześciany liczb naturalnych;
- 11) stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
- 12) szacuje wyniki działań.

### 3. Liczby całkowite.

#### UCZEŃ:

- 1) podaje praktyczne przykłady stosowania liczb ujemnych;
- 2) interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej;
- 3) oblicza wartość bezwzględną;
- 4) porównuje liczby całkowite;
- 5) wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.

### 4. Ułamki zwykłe i dziesiętne.

#### UCZEŃ:

- 1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka;
- 2) przedstawia ułamek jako iloraz liczb naturalnych, a iloraz liczb naturalnych jako ułamek;
- 3) skraca i rozszerza ułamki zwykłe;
- 4) sprowadza ułamki zwykłe do wspólnego mianownika;
- 5) przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej i odwrotnie;
- 6) zapisuje wyrażenia dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego i odwrotnie;
- 7) zaznacza ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej;
- 8) zapisuje ułamek dziesiętny skończony w postaci ułamka zwykłego;
- 9) zamienia ułamki zwykłe o mianownikach będących dzielnikami liczb 10, 100, 1000 itd. na ułamki dziesiętne skończone dowolną metodą (przez rozszerzanie ułamków zwykłych, dzielenie licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora);
- 10) zapisuje ułamki zwykłe o mianownikach innych niż wymienione w pkt 9 w postaci rozwinięcia dziesiętnego nieskończonego (z użyciem trzech kropek po ostatniej cyfrze), dzieląc licznik przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora;
- 11) zaokrągla ułamki dziesiętne;
- 12) porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne).

### 5. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych.

#### UCZEŃ:

- 1) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane;
- 2) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w najprostszych przykładach), pisemnie i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach);
- 3) wykonuje nieskomplikowane rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne;
- 4) porównuje różnicowo ułamki;

- 5) oblicza ułamek danej liczby naturalnej;
- 6) oblicza kwadraty i sześciiany ułamków zwykłych i dziesiętnych oraz liczb mieszanych;
- 7) oblicza wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
- 8) wykonuje działania na ułamkach dziesiętnych, używając własnych, poprawnych strategii lub z pomocą kalkulatora;
- 9) szacuje wyniki działań.

## 6. Elementy algebry.

### UCZEŃ:

- 1) korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, zamienia wzór na formę słowną;
- 2) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkościami liczbowymi i zapisuje proste wyrażenie algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym;
- 3) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą występującą po jednej stronie równania (poprzez zgadywanie, dopełnianie lub wykonanie działania odwrotnego).

## 7. Proste i odcinki.

### UCZEŃ:

- 1) rozpoznaje i nazywa figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek;
- 2) rozpoznaje odcinki i proste prostopadłe i równoległe;
- 3) rysuje pary odcinków prostokątnych i równoległych;
- 4) mierzy długość odcinka z dokładnością do 1 milimetra;
- 5) wie, że aby znaleźć odległość punktu od prostej, należy znaleźć długość odpowiedniego odcinka prostokątnego.

## 8. Kąty.

### UCZEŃ:

- 1) wskazuje w kątach ramiona i wierzchołek;
- 2) mierzy kąty mniejsze od 180 stopni z dokładnością do 1 stopnia;
- 3) rysuje kąt o mierze mniejszej niż 180 stopni;
- 4) rozpoznaje kąt prosty, ostry i rozwarty;
- 5) porównuje kąty;
- 6) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i kąty przyległe oraz korzysta z ich własności.

## 9. Wielokąty, koła, okręgi.

### UCZEŃ:

- 1) rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne, równoboczne i równoramienne;
- 2) konstruuje trójkąt o trzech danych bokach; ustala możliwość zbudowania trójkąta (na podstawie nierówności trójkąta);
- 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta;
- 4) rozpoznaje i nazywa kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez;
- 5) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu;
- 6) wskazuje na rysunku, a także rysuje cięciwę, średnicę, promień koła i okręgu.

## 10. Bryły.

### UCZEŃ:

- 1) rozpoznaje graniastosłupy proste, ostrosłupy, walce, stożki i kule w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył;
- 2) wskazuje wśród graniastosłupów prostopadłościany i sześciiany i uzasadnia swój wybór;
- 3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów;
- 4) rysuje siatki prostopadłościanów.

## 11. Obliczenia w geometrii.

### UCZEŃ:

- 1) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków;
- 2) oblicza pola: kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trójkąta, trapezu przedstawionych na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych;
- 3) stosuje jednostki pola: m<sup>2</sup>, cm<sup>2</sup>, km<sup>2</sup>, mm<sup>2</sup>, dm<sup>2</sup>, ar, hektar (bez zamiany jednostek; w trakcie obliczeń);
- 4) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi;
- 5) stosuje jednostki objętości i pojemności: litr, mililitr, dm<sup>3</sup>, m<sup>3</sup>, cm<sup>3</sup>, mm<sup>3</sup>;
- 6) oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów.

## 12. Obliczenia praktyczne.

### UCZEŃ:

- 1) interpretuje 100% danej wielkości jako całość, 50% – jako połowę, 25% – jako jedną czwartą, 10% – jako jedną dziesiątą, a 1% – jako setną część danej wielkości liczbowej;
- 2) w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości w stopniu trudności typu 50%, 10%, 20%;
- 3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach;
- 4) wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach;
- 5) odczytuje temperaturę (dodatnią i ujemną);
- 6) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: metr, centymetr, decymetr, milimetr, kilometr;
- 7) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, kilogram, dekagram, tona;
- 8) oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali, oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość;
- 9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i danym czasie, prędkość przy danej drodze i danym czasie, czas przy danej drodze i danej prędkości: stosuje jednostki prędkości: km/h, m/s.

## 13. Elementy statystyki opisowej.

### UCZEŃ:

- 1) gromadzi i porządkuje dane;
- 2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, diagramach i na wykresach.

#### 14. Zadania tekstowe.

##### UCZEŃ:

- 1) czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe;
- 2) wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania;
- 3) dostrzega zależności między podanymi informacjami;
- 4) dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla niego strategie rozwiązania;
- 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody;
- 6) weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania.

Ramowy program nauczania „Zrozumieć matematykę” zakłada realizację 385 godzin lekcyjnych matematyki – 140 godzin w klasie IV, 130 godzin w klasie V oraz 115 godzin w klasie VI, podzielonych na trzyletni cykl kształcenia w szkole podstawowej, według następującego schematu:

Lp.	Dział	Liczba godzin	Liczba godzin	Liczba godzin
		Klasa IV	Klasa V	Klasa VI
1.	Dziesiątkowy system pozycyjny	17	15	15
2.	Rzymski system liczbowy	4	3	2
3.	Działania na liczbach naturalnych	34	32	35
4.	Geometria 2D	44	30	25
5.	Geometria 3D	0	15	10
6.	Ułamki zwykłe	19	15	12
7.	Ułamki dziesiętne	22	20	16
<b>RAZEM</b>		<b>140</b>	<b>130</b>	<b>115</b>

Przy założeniu średnio 36 pełnych tygodni zajęć w roku szkolnym proponuje się następujący podział godzinowy zajęć realizujących treści nauczania matematyki w szkole podstawowej: w klasie IV – 5 godzin w cyklu tygodniowym, a w klasach V i VI – po 4 godziny w cyklu tygodniowym. W planowanych godzinach ujęto powtórzenie materiału, a także czas przeznaczony na kartkówki oraz testy sprawdzające wiedzę i umiejętności uczniów, ich omówienie i ewentualną poprawę.

Zaproponowany program nauczania matematyki z punktu widzenia metodycznego realizuje obowiązującą podstawę programową w danej klasie. Jego celem nie jest rozszerzanie i tak już obszernej podstawy programowej, ale skupienie się na jej rzetelnej, merytorycznej realizacji oraz rozwijanie umiejętności wykorzystania zdobytej wiedzy i nabytych umiejętności do twórczego rozwiązywania problemów w życiu codziennym. Przyświeca mu cel, aby nauka matematyki była ciekawsza i przyjemniejsza nie tylko dla ucznia, ale również dla nauczyciela.



Innowacyjny program z matematyki został ułożony zgodnie ze stosowaną od wielu lat zasadą spiralności. W klasach programowo wyższych pojawiają się podobne lub takie same treści nauczania jak w klasach programowo niższych, dzięki czemu uczniowie mają możliwość powtórzenia, utrwalenia oraz doskonalenia wiedzy i umiejętności, które były wprowadzone w poprzednich klasach. Na lekcjach matematyki wykorzystywane są wiedza i umiejętności zdobyte przez uczniów na I etapie edukacyjnym, a zdobyta wiedza i nabyte umiejętności na II etapie edukacyjnym będą przez nich wykorzystywane i rozwijane na kolejnych etapach edukacji formalnej. Poza tym nadrzędnym celem wdrażanego programu nauczania matematyki jest natychmiastowe i ciągłe wdrażanie przez uczniów myślenia matematycznego w praktyce.

Treści nauczania oraz rozkład materiału nauczania matematyki w poszczególnych klasach szkoły podstawowej konsultowane były z nauczycielami siedmiu szkół podstawowych powiatu szczecineckiego, biorącymi udział w testowaniu i wdrażaniu przedmiotowego, innowacyjnego programu nauczania matematyki w ramach projektu „Zrozumieć matematykę – innowacyjny program nauczania szkół podstawowych”, realizowanego przez Stowarzyszenie Aktywnego Wspierania Gospodarki. Założone w programie nauczania cele ogólne i treści nauczania matematyki są zgodne z nową podstawą programową, wdrożoną w szkołach podstawowych w 2012 roku, a metody i techniki realizacji oraz zastosowane środki i narzędzia dydaktyczne odpowiadają na zapotrzebowanie uczniów i nauczycieli w czasie przeprowadzanej reformy szkolnej związanej z obniżaniem wieku szkolnego i obowiązku szkolnego sześciolatków od 1 września 2014 roku oraz wdrażaniem od 2015 roku zreformowanego sprawdzianu przeprowadzanego w szóstej klasie szkoły podstawowej.

## Sposoby osiągnięcia celów kształcenia i wychowania

Głównym założeniem technicznej realizacji innowacyjnego programu nauczania matematyki było wykorzystywanie podczas zajęć w szkole zestawu interaktywnego – tablicy interaktywnej podłączonej do komputera z dostępem do Internetu, połączonego z projektorem multimedialnym. Wybrane zajęcia z matematyki zaplanowano w pracowni komputerowej, dostosowując jednakże liczbę tych zajęć do szkolnych warunków i możliwości wykorzystywania pracowni komputerowych na zajęciach nieinformatycznych (ograniczona liczba stanowisk komputerowych i – najczęściej – tylko jedna pracownia komputerowa w szkole). Kilkanaście godzin zajęć w całym cyklu kształcenia proponuje się w formie wycieczek pozaszkolnych po najbliższej okolicy (celem obniżenia ewentualnych kosztów podróży), których celem są najczęściej różne miejsca pracy i poznawanie przez uczniów „od kuchni” tych zawodów, które w swojej pracy aktywnie wykorzystują zarówno starsze, jak i nowoczesne narzędzia matematyczne.

Proponowane podczas zajęć z matematyki środki i narzędzia dydaktyczne mogą być modyfikowane przez nauczyciela realizującego program nauczania – stosownie do uwarunkowań i możliwości organizacyjno-technicznych konkretnej szkoły czy też klasy, przy zachowaniu nadrzędnych celów realizacji proponowanych treści nauczania. Część z nich może (a nawet powinna) wykorzystywać ideę recyklingu. Ponadto różnego rodzaju nagrody, proponowane zwłaszcza podczas zajęć powtórkowych z danego działu tematycznego, można zastąpić innymi, mniej kosztownymi, a przy ich pozyskiwaniu posiłkować się pomocą jednorazowych sponsorów lub też sfinansować je ze składek szkolnych. Do standardowych pomocy dydaktycznych, wykorzystywanych podczas realizacji zajęć, należą przybory geometryczne (linijka, ekierka,

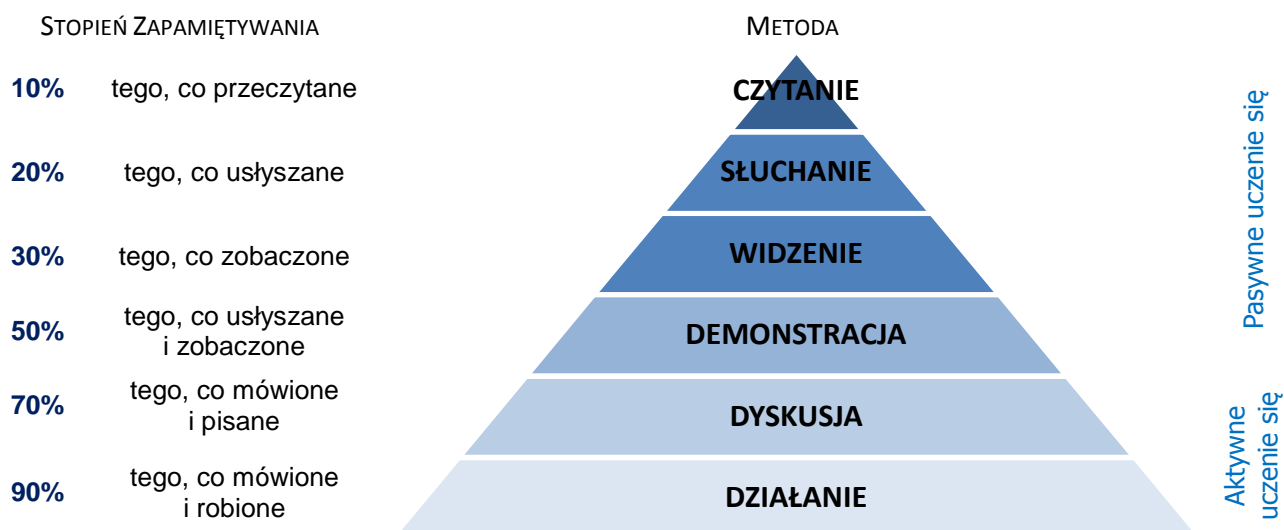


kątomierz, cyrkiel), kalkulator oraz typowe pomoce szkolne (ołówki, kredki, flamastry, klej, nożyczki, kolorowy papier, blok techniczny itp.).

Scenariusze zajęć z matematyki, będące częścią składową innowacyjnego programu nauczania, zostały przygotowane w taki sposób, żeby przeprowadzenie lekcji nie stanowiło dla nauczyciela problemu organizacyjnego. Każdy etap lekcji został szczegółowo, krok po kroku omówiony – zarówno merytorycznie, jak i technicznie. Można byłoby wręcz pokusić się o prowadzenie zaproponowanych lekcji matematyki przez nauczyciela niebędącego z wykształcenia matematykiem, czującego się jednakże dość pewnie w przedmiotach ścisłych. Na początku każdego scenariusza zajęć wymieniono wszystkie niezbędne do ich przeprowadzenia środki i narzędzia dydaktyczne, przy czym zostały one wymienione w kolejności ich wykorzystywania na lekcji. Wszystkie autorskie materiały dydaktyczne są dostępne dla nauczyciela w wersji elektronicznej ([www.zrozumiecmatematyke.pl](http://www.zrozumiecmatematyke.pl)). Przy pozostałych, niezbędnych do realizacji zajęć materiałach dydaktycznych podano konkretne źródła zasobów internetowych. Materiały te najczęściej muszą być odtwarzane online (należy zwrócić uwagę na dysponowanie możliwie najbardziej aktualną wersją przeglądarki internetowej, zainstalowaną wtyczką Java oraz Adobe Flash Player) lub też, w niektórych przypadkach (uprzednio ściągnięte przez nauczyciela), w wersji offline (w przypadku prezentacji wideo, animacji i elementów interaktywnych należy zadbać o zainstalowanie „kodeków” i odtwarzaczy wymaganych dla konkretnego materiału multimedialnego). W ramach każdej fazy lekcji zapewniono różnorodność w zakresie środków dydaktycznych – będą to filmiki edukacyjne, animowane prezentacje, ćwiczenia interaktywne, prezentacje multimedialne, pokazy, gry edukacyjne, schematy, diagramy i ilustracje – co ma na celu ciągłe aktywizowanie i utrzymanie zainteresowania uczniów, zaangażowanie różnych zmysłów i wykorzystanie różnych stylów uczenia się, bowiem nowoczesne media nie tylko służą urozmaiceniu i uatrakcyjnieniu lekcji, ale przede wszystkim zwiększają skuteczność nauczania.

W zależności od liczby godzin zaplanowanych tygodniowo na realizację zajęć z matematyki można zmieniać kolejność tych lekcji, które zostały zaplanowane w trybie pozaszkolnym lub też, gdyby nie były one możliwe do zrealizowania, zastąpić je zaproszeniem na lekcję osób z zewnątrz. Zaleca się jednak utrzymanie kolejności realizacji poszczególnych działów tematycznych i tematów wewnątrz działów, wymienionych w ramowym programie nauczania i jego rozkładzie. Pozwoli to na utrzymanie ścisłej korelacji między poszczególnymi działami i umożliwi odnoszenie się do już zrealizowanych treści nauczania, nawiązujących tematycznie do nowo poznawanych treści.

Istotnym elementem kształcenia, zwłaszcza myślenia matematycznego, jest stosowanie różnorodnych metod nauczania i form pracy z uczniami. Założeniem programu nauczania „Zrozumieć matematykę” przy realizacji jego celów ogólnych i szczegółowych było efektywne i efektowne wdrożenie w procesie nauczania – uczenia się wniosków płynących z piramidy zapamiętywania, zwanej stożkiem Dale’a.



Uczenie poprzez działanie oraz uczenie innych przynosi najlepsze efekty w procesie nauczania – uczenia się, stąd tak istotne jest stosowanie metod aktywizujących i pracy zespołowej podczas realizacji proponowanego programu nauczania matematyki. Ponadto metody aktywizujące, również te realizujące ideę nauki poprzez zabawę, zwłaszcza w szkole podstawowej, są dostosowane do rozwoju psychofizycznego uczniów i odpowiadają na ich zapotrzebowanie w zakresie przyswajania nowych treści. Zademonstrowanie i przedyskutowanie to także jedne z efektywniejszych metod nauczania, dlatego też podczas realizacji zajęć według innowacyjnych scenariuszy zajęć podawane przez nauczyciela treści nauczania zastępowane są animacjami, symulacjami i pokazami czy też dążeniem do formułowania wniosków przez uczniów na drodze burzy mózgów, pogadank, skojarzeń i pracy w parach. Nauczanie całościowe (holistyczne) wymaga zastosowania różnorodnego zestawu zadań i ćwiczeń, tak aby zapewnić rozwój ucznia we wszystkich sferach: poznawczej i intelektualnej, emocjonalnej, fizycznej oraz społecznej. W związku z tym zadania w scenariuszach zajęć oparte są na wielozmysłowych doznaniach (wzrok, słuch, dotyk), pozwalających wykorzystać i rozwinąć różnorodne style uczenia się oraz różnorakie inteligencje i zdolności uczniów. Aby osiągnąć zamierzoną różnorodność, w czasie lekcji należy zmieniać formy, metody i techniki pracy z uczniami oraz wykorzystywać różne materiały dydaktyczne.

Podczas realizacji zajęć z matematyki proponuje się stosowanie zarówno aktywnych, jak i aktywizujących metod – różnorodnych i różnorodnie wkomponowanych w proces nauczania – dzięki którym uczniowie dochodzą do wiedzy i umiejętności poprzez działanie, zgodnie z założeniem, że najbardziej preferowanymi metodami i formami pracy są te, w których uczeń działa i wykorzystuje w praktyce kształcone umiejętności. Ważne jest, aby metodami aktywizującymi obejmować wszystkich uczniów bez wyjątku – zarówno słabszych, jak i zdolniejszych – dlatego też zakłada się częste odwoływanie się podczas realizacji zajęć z matematyki do wylosowania ucznia i zachęcanie go do różnych form aktywności podczas lekcji. Proponuje się stosować różnorodne metody samodzielnego zdobywania wiedzy poprzez przyswajanie, odkrywanie i działanie oraz różnorodne formy organizacyjne pracy uczniów (pracę indywidualną, grupową i zbiorową). Nauczyciel na lekcjach matematyki ma pełnić funkcję przewodnika, który stwarza warunki ku temu, aby uczniowie sami wypracowali rozwiązanie, a jednocześnie ma być mentorem, który pomaga w wyborze najefektywniejszych rozwiązań. Niemniej jednak przesłanki wynikające z indywidualnego podejścia do uczenia się i nauczania mobilizują nauczyciela do elastycznego

wyboru najodpowiedniejszych metod pracy. Dobór metod nauczania powinien być uwarunkowany stylem nauczania, zainteresowaniami i potrzebami uczniów, wyposażeniem sali zajęć oraz możliwościami organizacyjnymi, ale przede wszystkim wybrane przez nauczyciela metody nauczania powinny angażować różne zmysły (nauczanie polisensoryczne) i różnorodne formy działania.

Zakłada się, że nauczanie matematyki powinno się odbywać zgodnie z teorią kształcenia wielostronnego. Proces kształcenia uczniów jest ciągiem wzajemnie przenikających się czynności poznawczych i praktycznych, przyjmujących formę różnorodnych zadań. Uczniowie powinni być systematycznie aktywizowani do przeprowadzania wszechstronnych operacji umysłowych. Praca powinna przebiegać w różnych tokach nauczania, m.in. w toku praktycznym, problemowym, podającym i eksponującym. Nauczyciel powinien stwarzać takie sytuacje dydaktyczne, dzięki którym uczeń będzie uczył się przez doświadczanie, działanie i przeżywanie, a nie przez zapamiętywanie encyklopedycznych wiadomości.

Szczególnością w nauczaniu matematyki mają metody problemowe, które rozbudzają aktywność intelektualną uczniów oraz wyzwalają samodzielne i twórcze myślenie. Pracując takimi metodami – z wykorzystaniem ćwiczeń interaktywnych, gier dydaktycznych, zagadek i łamigłówek, symulacji, dyskusji, pogadarek, burzy mózgów, animowanych prezentacji i prezentacji wideo, pracy z tekstem, materiałem ilustrującym, komputerem i zasobami internetowymi czy też pracy metodą projektu – nauczyciel odgrywa rolę inspiratora i doradcy w rozwiązywaniu trudniejszych kwestii. Powinien on zadbać o jak najczęstsze stawianie uczniów w sytuacji problemowej i o indywidualizowanie nauczania przez różnicowanie problemów dla poszczególnych grup uczniów, w zależności od ich możliwości intelektualnych. Nauczyciel słucha i obserwuje, jest koordynatorem, pomaga wyjaśniać wątpliwości, ale nie podaje gotowych rozwiązań.

Obserwacja to metoda, której istotą jest świadoma percepcja wzrokowa. Wykształcenie umiejętności postrzegania to ważne zadanie edukacyjne, ponieważ – jak wynika z codziennego doświadczenia, a także praktyki szkolnej – ludzie patrzą, ale często nie widzą: mimo że ich organ wzroku jest w pełni sprawny, nie potrafią patrzeć aktywnie. Patrzenie zatem nie jest tym samym co widzenie. Ponadto na widzenie różnych rzeczy wpływają wiedza i doświadczenie dotyczące danego tematu, a także nasze osobiste potrzeby i preferencje. Jeśli uwaga uczniów nie zostanie skierowana na określone aspekty tego, co widzą wokół siebie, każdy zobaczy otoczenie po swojemu. Z drugiej strony skuteczna i użyteczna obserwacja musi być ukierunkowana. Uwagę uczniów, po czasie swobodnej obserwacji, należy nakierować. Założeniem zastosowanych metod i sposobów realizacji zajęć z matematyki jest uczenie uczniów aktywnego widzenia i obserwacji oraz kształcenie umiejętności postrzegania – istotnej dla procesu uczenia się – a także przygotowanie uczniów do korzystania z pomocy dydaktycznych opartych na percepcji wzrokowej.

Jak udowadniają liczne badania, obraz jest trzykrotnie bardziej skuteczny niż słowo, a słowo w połączeniu z obrazem oddziałuje sześciokrotnie silniej niż samo w sobie. To właśnie drogą wzrokową pobieramy większość informacji ze świata i nabieramy 75% wiedzy. A zatem wszystko to, co może być zobaczone, powinno w szkole zostać uczniom pokazane (ilustracja, zdjęcia, schemat, model, prezentacja wideo, a najlepiej wycieczka czy też zajęcia pozaszkolne). Dlatego też metody oparte na percepcji wzrokowej znajdują zastosowanie podczas praktycznie wszystkich zaproponowanych zajęć z matematyki realizujących innowacyjny program nauczania.

Ważne, aby pamiętać i uświadaczać uczniom, że czytając, zapoznajemy się z różnymi językami opisu świata i jego elementów, poznajemy języki różnych dziedzin wiedzy i umiejętności oraz język sam w sobie, rozumiany jako medium porozumiewania się. Zachęcanie uczniów do czytania podczas zajęć i w ramach pracy domowej polega na świadomym wyborze stylu czytania, zgodnie z założonym celem edukacyjnym, który musi być konkretny, znany uczniom, często ujęty jako cząstkowy na drodze do celu głównego, a przez swoje odniesienia do rzeczywistości i sytuacji praktycznych – także atrakcyjny. Praca z różnymi tekstami powinna w efekcie przynieść także umiejętność analizy tekstów pod względem fabularnym, psychologicznym, estetycznym i etycznym.

Niezwykle istotnymi elementami kompetencji miękkich człowieka są mówienie i słuchanie ze zrozumieniem. A zatem pomysłowość, kreatywność w rozwiązywaniu problemów, zaangażowanie przez nauczyciela podczas lekcji wyobraźni uczniów oraz ich skojarzeń składają się na niezwykle istotny dla uczniów trening umiejętności społecznych i życiowych. Dlatego też w proponowanych w ramach programu nauczania matematyki scenariuszach zajęć bardzo często wykorzystywana jest metoda pracy w grupach i zespołach, nastawiona na kreatywne rozwiązywanie postawionych przed uczniami zadań i problemów. Ponadto wprowadzanie wielu nowych pojęć i matematycznych definicji jest w scenariuszach zajęć z matematyki nastawione na efekty edukacyjne najbardziej interesujące i przydatne w praktycznej, przedsiębiorczej rzeczywistości – rekonstrukcja danego pojęcia własnymi słowami (a jeszcze lepiej podanie przykładów jego zastosowania) jest bardziej wartościowa niż jego definicja, bowiem żeby coś powiedzieć własnymi słowami, trzeba to najpierw zrozumieć, a żeby odtworzyć, wystarczy mieć dobrą pamięć lub wielokrotnie powtórzyć (co *de facto* również wymaga technik aktywizujących procesy pamięciowe). Zaproponowane treści kształcenia matematyki zmieniają znane wszystkim i (nie)sławne 3 x Z – Zakuć, Zdać i Zapomnieć – w Zapoznać, Zrozumieć i Zastosować.

Trudno jest sobie wyobrazić jakąkolwiek formę komunikacji, w tym również nauczanie, bez zadawania pytań. Nieustannie jesteśmy o coś pytani lub pytamy innych, a także stawiamy pytania samym sobie. Potrzeba informacji czy też praktycznych wiadomości służących orientacji w otaczającej rzeczywistości, potrzeba sensu oraz potrzeba głębszego zrozumienia istoty zjawisk i relacji pomiędzy nimi są bardzo ważne dla wszystkich istot ludzkich. Założeniem programu nauczania matematyki było unikanie popularnego w szkołach błędu metodycznego, polegającego na wykorzystywaniu metody pytań i odpowiedzi jedynie do odtwarzania wiadomości (głównie przez uczniów), co powoduje brak swobody nie tylko w udzielaniu odpowiedzi, lecz także w zadawaniu pytań. Pytanie jest formą aktywnego odniesienia się do pewnego obszaru rzeczywistości, a poprzez zadawanie pytań nauczyciel koncentruje aktywność poznawczą uczniów. Pamiętać należy, że ten typ pytań, który zaproponowano w scenariuszach zajęć z matematyki, wymaga tolerancji (zarówno nauczyciela, jak i uczniów) dla każdej odpowiedzi (burza mózgów), ale – jak wiadomo – tolerancja nie jest równoznaczna z akceptacją (rola nauczyciela podczas pogadarek i dyskusji).

Wyniki ogromnej liczby badań potwierdzają, że nie tylko dzieci i młodzież, ale również liczni dorośli (nawet jeśli nie przyznają się do tego) lubią gry, a w skrajnych przypadkach wręcz je kochają. W końcu świat dorastającego człowieka składa się w znacznej mierze z gier i zabaw właśnie. Gry uczą wielu umiejętności – uczą myśleć logicznie i wybierać właściwe rozwiązania, rozwijają zdolności manualne, uczą cierpliwości oraz konieczności respektowania reguł, rozwijają zasób słownictwa, a gdy gra się z rówieśnikami – uczą także wielu zachowań społecznych, ważnych dla kształtowania inteligencji emocjonalnej i interpersonalnej.

Obecnie na rynku dostępnych jest bardzo wiele gier, a znakiem czasu są gry komputerowe. Większość z nich ma dopisek „gra dydaktyczna”, choć dość często stosowany jest on na wyrost, bowiem tylko niektóre z gier spełniają wymogi gry dydaktycznej. Gra dydaktyczna musi się cechować wartościowym zamysłem dydaktycznym (sens) i wartościową realizacją tego zamysłu (scenariusz i zasady gry). Każda dobrze zaprojektowana gra dotyczy rozwiązywania problemów. Jak potwierdzają psychologowie, do wykształcenia umiejętności rozwiązywania problemów prowadzi nie tylko rozwijanie logicznego myślenia i kreatywność, lecz także systematyczna nauka radzenia sobie z różnymi typami problemów. Znakomicie funkcję tę spełniają gry problemowe, przeprowadzane w sytuacji zabawowo-treningowej.

Z punktu widzenia dydaktyki, gra dydaktyczna powinna być atrakcyjna, wartościowa i mądra, a jej zwieńczeniem musi być refleksja użytkowników i uczestników gry. Atrakcyjność gry zależy od stopnia realizacji różnych potrzeb jej uczestników, zwłaszcza potrzeby „dziania się” – przeżyć i działania, a także od elementów rywalizacji i od tego, jak ciekawe są przedstawiane w grze zdarzenia. Nauczanie z wykorzystaniem gier dydaktycznych zakłada aktywną rolę nauczyciela jedynie w początkowej i końcowej fazie rozgrywek graczy – uczniów: precyzyjne omówienie zasad i wyjaśnienie regulaminu gry, wycofanie się z aktywności na czas gry, zajęcie w tym czasie pozycji obserwatora, w razie potrzeby udzielanie minimum pomocy, podsumowanie gry.

Granie ról i symulacja, występujące praktycznie w każdej grze dydaktycznej jako metody pedagogiczne, dają ogromne możliwości uruchamiania twórczego potencjału uczniów oraz osiągania wymiernych efektów edukacyjnych. Tworzą też przeogromne pole możliwości dla twórczego nauczania i wychowania. Zastosowanie w internetowych grach komputerowych różnorodności form przekazu informacji, realizowane za pomocą multimediów i interaktywności łączących w sobie wszystkie zmysły percepcji, pozwala opisać i wyrazić tę samą treść na wiele różnych sposobów, dzięki czemu możliwe jest nie tylko osiągnięcie pełniejszego zrozumienia tematyki i fabuły gry, lecz także, w przypadku gier dydaktycznych, przełożenie na zdobytą wiedzę i praktyczne umiejętności niezbędne w codziennym życiu użytkownika gry – uczestnika rzeczywistości. Zastosowanie w procesie nauczania gier dydaktycznych, zwłaszcza gier komputerowych, idealnie wpasowuje się w strategię dydaktyczną kształtowania umysłów.

W świecie zalewanym informacjami trzeba umieć się poruszać: sięgać do różnych źródeł informacji, szukać potrzebnych informacji, szacować ich wartość, dokonywać wyborów i świadomie korzystać, aby nie zostać niewolnikiem i przekąźnikiem informacji. W przyszłości najbardziej cenionym będzie bowiem umysł syntetyzujący, który potrafi czerpać z szerokiego zakresu źródeł, nieprzebranej ilości informacji w Internecie, decydować, co jest ważne i godne uwagi, a następnie umiejętnie składać te informacje w sposób korzystny dla siebie i przynajmniej równie dobry dla pozostałych. To jeden z ważniejszych celów postawionych przed programem nauczania matematyki.

W scenariuszach zajęć z matematyki nie zrezygnowano jednak z metod podających – miniwykładu, objaśnienia czy wyjaśnienia – z których po prostu nie da się zrezygnować, ale przy konstruowaniu treści nauczania celem było ograniczenie do minimum czasu ich stosowania. Są one najczęściej stosowane jako metoda wprowadzania w temat lub jego podsumowania. Słuchanie nie jest czynnością automatyczną, wymaga wysiłku. Ludzie dorośli są w stanie efektywnie słuchać tylko przez 25-50% czasu, a im człowiek jest młodszy, tym efektywność jego słuchania niższa, co wynika z naturalnych predyspozycji do koncentracji uwagi przez maksimum 5-10 minut i uzasadnionej neurologicznie potrzeby odpoczynku. W związku z tym popularne szkolne założenie, że skoro była o czymś mowa, to uczeń winien to wiedzieć i umieć, staje się



bezpodstawne. Gwarancją sukcesu metod podających może być atrakcyjny mówca, atrakcyjny sposób przekazu czy też atrakcyjny temat. W scenariuszach zajęć dołożono jeszcze jeden czynnik – ograniczenie czasowe: wykład w czasowym wydaniu „mini”, krótkie wyjaśnienie poparte ćwiczeniami praktycznymi, treściwe objaśnienie konkretnych materiałów ilustrowanych, multimedialnych i interaktywnych.

Zawarte w przedmiotowym programie edukacyjnym i realizowane na zajęciach ćwiczenia i zadania z matematyki nastawione są w dużej mierze na pracę w grupie i w zespole. Praca w grupach pozwala na zaangażowanie i pozytywne zmotywowanie wszystkich (bez wyjątków) uczniów. Praca zespołowa jest bardzo cenną formą pracy w obszarze przedsiębiorczości: uczy kooperacji, umożliwia doświadczanie współzależności i współodpowiedzialności, działa wzajemnie inspirująco, pozwala na doskonalenie kompetencji komunikacyjnych, ułatwia aktywizację wszystkich uczniów, uczy respektowania przyjętych zasad i dyscypliny. Proponowane scenariusze zajęć z matematyki bazują w dużej mierze na pracy nauczyciela z grupami kilkusobowymi. Dobór grup według typów inteligencji i według innych kryteriów powinien być zmienny (zadanie nauczyciela lub też zastosowanie metod pomocniczych poprzez losowanie bądź podział automatyczny lub organizacyjny). W ramach zespołu uczniowie mają do wykonania zadania (zbliżone tematycznie lub zupełnie odmienne), a ich role rzadko są z góry określane przez nauczyciela, częściej zaś – świadomie lub nie – przez samych uczniów wewnątrz zespołu. Warto też zadbać o to, aby każda grupa miała możliwość zaprezentowania wyników swojej pracy. Przy realizacji zajęć z matematyki nie zapomniano również o indywidualnej pracy uczniów zarówno podczas lekcji, jak i w ramach pracy domowej. Uczeń musi bowiem umieć liczyć na siebie, zmierzyć się sam ze sobą, również ze swoimi słabościami, co w konsekwencji rozwija jego myślenie matematyczne i wszystkie typy inteligencji. Nierzadko jednak praca własna ucznia jest wstępem do pracy zespołowej. Współczesny rynek pracy potrzebuje ludzi myślących i pracujących twórczo oraz potrafiących współpracować z innymi. Naczelną jednakże zasadą edukacyjną podczas realizacji programu nauczania matematyki, bez względu na formę pracy uczniów, powinno stać się odwoływanie, kiedy to tylko możliwe, do osobistych doświadczeń ucznia, kształtujące umiejętności ponadprzedmiotowe, praktyczne i użyteczne.

Założeniem przedstawionego programu nauczania matematyki jest różnorodność form pracy podczas zajęć, będąca tym elementem, który w znacznym stopniu wpłynie na ich atrakcyjność oraz atmosferę w grupie. Inną założoną formą utrzymania wydajności podczas zajęć i koncentracji uczniów na wysokim poziomie jest zróżnicowana dynamika zajęć. Osiąga się ją poprzez urozmaicenie form pracy. Dają one możliwość doskonalenia i wykazania się umiejętnością pracy w grupie, której nawet mały sukces uczniowie zawdzięczać będą przede wszystkim odpowiedniej organizacji działań – skutecznemu planowaniu, trafnemu podziałowi obowiązków oraz podejmowaniu słusznych decyzji.

W przypadku każdych zajęć, tych z matematyki zwłaszcza, nauczanie – uczenie się powinno odbywać się w następstwie aktywności obu stron zaangażowanych w proces dydaktyczny – nauczycieli i uczniów. Żaden, nawet najgenialniejszy program nauczania nie zastąpi mądrości, umiejętności i zaangażowania nauczyciela. Od postawy własnej nauczyciela, jego zaangażowania w program dydaktyczny, dołożenia wszelkich starań, by stworzyć jak najlepsze warunki do aktywności uczniów i kreatywnie moderować realizację zajęć, zależy w dużej mierze efektywność nauczania i uczenia się uczniów według zaproponowanego programu nauczania matematyki „Zrozumieć matematykę”.



Integralną częścią innowacyjnego programu nauczania „Zrozumieć matematykę” są:

**DLA NAUCZYCIELA:**

1. E-book – Scenariusze zajęć z matematyki „Zrozumieć matematykę” klasa IV, V, VI  
*Przewodnik dla nauczycieli, odpowiadający na pytania „Czego uczyć?”, „Jak uczyć?”, „Po co uczyć?”. W sumie 385 scenariuszy lekcji obejmujących zakres i porządek treści nauczania oraz konkretny plan zajęć z uczniami, wykorzystujący w procesie nauczania – uczenia się nowoczesne techniki przekazywania wiedzy oraz nowoczesne technologie informacyjno-komunikacyjne, bazujące na efektywnej i efektownej pracy z tablicą interaktywną oraz edukacyjnymi internetowymi zasobami interaktywnymi i multimedialnymi. Scenariusze zajęć – oprócz przepisu na atrakcyjny dla ucznia sposób przekazu treści nauczania – zawierają opracowania niezbędnych w procesie nauczania pomocniczych materiałów dydaktycznych w postaci prezentacji multimedialnych, schematów, diagramów, gotowych zadań i ćwiczeń, a także przykłady zagadek i łamigłówek matematycznych, propozycje gier dydaktycznych i programów komputerowych oraz źródła edukacyjnych zasobów internetowych. Praktycznym wsparciem nauczania matematyki – jako przedmiotu interdyscyplinarnego, przejawiającego się w codziennych aspektach życia – są lekcje realizowane podczas wycieczek pozaszkolnych, podczas których przybliżane są uczniom różne zawody, mające na co dzień do czynienia z matematyką w różnych jej odślonach, oraz wskazywane są elementy praktycznego wykorzystywania matematyki w codziennym życiu.*
2. E-book – „Zrozumieć matematykę” Kryteria oceniania i metody sprawdzania osiągnięć uczniów  
*Przewodnik dla nauczycieli w procesie ewaluacji innowacyjnego programu nauczania matematyki, proponowane narzędzia ewaluacji, oczekiwane osiągnięcia uczniów i opis metod oceniania tych osiągnięć, ponadto propozycje zadań sprawdzających wiedzę i umiejętności uczniów z danego obszaru matematyki w postaci krzyżówek, kartkówki i testów sprawdzających oraz tematy projektów edukacyjnych, a także kryteria oceniania pracy uczniów.*
3. E-learningowa platforma edukacyjna „Zrozumieć matematykę”  
*Edukacyjna platforma e-learningowa Moodle (konto nauczyciela) – zdalne nauczanie z wykorzystaniem komputera i dostępu do Internetu, wirtualne środowisko nauczania – uczenia się, pracy własnej i zespołowej, tworzenia i wykorzystywania materiałów dydaktycznych, przekazywania informacji, weryfikacji zrozumienia i opanowania treści kształcenia.*

**DLA UCZNIA:**

1. E-book i podręcznik – „Zrozumieć matematykę” Podręcznik, zeszyt ćwiczeń i zbiór zadań klasa IV, V, VI  
*Podręcznik szkolny dla ucznia w wersji zarówno papierowej, jak i elektronicznej, wykorzystywany w pracy własnej ucznia, pełniący funkcję uzupełniającą w stosunku do treści nauczania przekazywanych podczas lekcji matematyki, w którym zawarty jest materiał nauczania matematyki według innowacyjnego programu nauczania, przedstawiony za pomocą tekstów, schematów, diagramów i ilustracji, wspierający przyswojenie treści nauczania w formie ćwiczeń, zadań, testów sprawdzających wiedzę i umiejętności oraz krzyżówek. Oprócz funkcji informacyjnej, którą jest pomaganie w poznawaniu świata matematyki, pełni on również funkcję transformacyjną (pokazuje możliwości przełożenia wiedzy teoretycznej na praktyczne jej wykorzystanie), badawczą (pobudza uczniów do samodzielnego rozwiązywania problemów) i samokształceniową (zachęca uczniów do*



dalszej nauki). Proponowane ćwiczenia bazują na wykorzystaniu nowoczesnych technologii informacyjno-komunikacyjnych, głównie w postaci ćwiczeń interaktywnych, animacji, symulacji i gier edukacyjnych. Zadania natomiast dają uczniom możliwość wykazania się kreatywnością i indywidualnym podejściem do ich rozwiązania i opracowania.

2. E-learningowa platforma edukacyjna „Zrozumieć matematykę”  
*Edukacyjna platforma e-learningowa Moodle (konto ucznia) – zdalne nauczanie z wykorzystaniem komputera i dostępu do Internetu, wirtualne środowisko nauczania – uczenia się, pracy własnej i zespołowej, tworzenia i wykorzystywania materiałów dydaktycznych, przekazywania informacji, weryfikacji zrozumienia i opanowania treści kształcenia.*
3. Internetowa gra edukacyjna pt. „Mathematocs”  
*Historia Mathematocsa dzieje się w czasach antycznej Grecji. Miejsca i ludzie, których spotyka na swojej drodze Mathmetocs, to zwyczajni mieszkańcy greckiego miasta. Wykorzystując swoją wiedzę matematyczną, Mathematocs pomaga ludziom w ich codziennych obowiązkach, zdobywając w nagrodę daktyle. Im więcej ich zdobędzie i im szybciej wróci do domu, tym smaczniejsze będzie ciasto, które przygotowuje jego mama.*
4. Filmiki edukacyjne  
*Trzy kilkuminutowe filmiki dydaktyczne, prezentujące występowanie matematyki w nauczaniu innych przedmiotów szkolnych, obecność figur geometrycznych w życiu codziennym i praktyczne zastosowania cyfr i liczb.*

## Metody sprawdzania i kryteria oceniania osiągnięć uczniów

W myśl aktualnie obowiązującego Rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 30 kwietnia 2007 r. w sprawie warunków i sposobu oceniania, klasyfikowania i promowania uczniów i słuchaczy oraz przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów w szkołach publicznych (Dz. U. Nr 83, poz. 562, z późn. zm.) ocenianie osiągnięć edukacyjnych ucznia polega na rozpoznawaniu przez nauczycieli poziomu i postępów w opanowywaniu przez ucznia wiadomości i umiejętności w stosunku do wymagań edukacyjnych, wynikających z podstawy programowej, określonej w odrębnych przepisach, oraz realizowanych w szkole programów nauczania i wychowania, uwzględniających tę podstawę.

Ocenianie wewnątrzszkolne ma na celu:

1. informowanie ucznia o poziomie jego osiągnięć edukacyjnych i jego zachowaniu oraz postępach w tym zakresie,
2. udzielanie uczniowi pomocy w samodzielnym planowaniu swojego rozwoju,
3. motywowanie ucznia do dalszych postępów w nauce i zachowaniu,
4. dostarczanie rodzicom (prawnym opiekunom) i nauczycielom informacji o postępach, trudnościach w nauce i zachowaniu oraz specjalnych uzdolnieniach ucznia,
5. umożliwienie nauczycielom doskonalenia organizacji i metod pracy dydaktyczno-wychowawczej.

Ocenianie – uważane za proces i za system – ma pomóc uczniowi w następujących obszarach:

- poznanie własnych możliwości** – uczeń, poddając się ocenianiu, dowiaduje się, jaki posiada zakres wiedzy i umiejętności z danej dziedziny i co jeszcze musi zrobić, aby podnieść swój poziom wiedzy i umiejętności,

- rozwój psychospołeczny** – ocena ma wpływ na określenie siebie w stosunku do innych osób w tej samej grupie. Może spowodować obniżenie się lub podniesienie statusu – w zależności od poczucia sprawiedliwego oceniania (właściwy komentarz nauczyciela). Nadzieja na poprawę oceny może działać mobilizująco na zaangażowanie ucznia w naukę,
- budowanie właściwej motywacji** – wystawienie i skomentowanie oceny przyczynia się do wzbudzenia nadziei, że może być lepiej – przy spełnieniu określonych przez nauczyciela warunków,
- kształtowanie zainteresowań** – odpowiedni komentarz do oceny, zachęcający ucznia do pracy w danym kierunku, może mieć decydujący wpływ na rozwój zainteresowań,
- nabywanie wiedzy** – stan wiedzy musi być co jakiś czas sprawdzany i oceniany, aby uczeń zdawał sobie sprawę zarówno ze swoich umiejętności, jak i ze swych braków.

Ocenianie postępów pracy ucznia w klasach IV-VI szkoły podstawowej oraz jego wiedzy i umiejętności może odbywać się poprzez:

- I. Ocenianie wspierające** – w szkole objawia się głównie ocenami śródrocznymi oraz końcoworocznymi, które powinny stymulować rozwój ucznia. Polega ono na ustaleniu oceny możliwie adekwatnej do wiedzy i umiejętności ucznia, niosącej prawdziwą informację, ale zakomunikowaną uczniowi w taki sposób, aby wspierać jego rozwój szkolny. Zasady oceniania wspierającego muszą być zawarte w Wewnątrzszkolnych Systemach Oceniania oraz w Przedmiotowych Systemach Oceniania.
- II. Ocenianie sumujące** – dokonywane na zakończenie szkoły podstawowej, ma informować, czy uczeń spełnił stawiane mu wymagania. Zawiera diagnozę wiedzy i umiejętności, ale jego głównym celem nie jest wspieranie ucznia w rozwoju. Prowadzi do oceniania zewnętrznego. W ocenianiu zewnętrznym pytania i zadania są ustalane przez organizację, która nie naucza ocenianego później materiału i umiejętności – ocenianie jest w niej tak zorganizowane, że wyniki uczniów mogą być porównywane między szkołami.
- III. Ocenianie kryterialne** – polega na obligatoryjnym stosowaniu przyjętych kryteriów jakościowych w sprawdzaniu i ocenianiu pracy ucznia w celu wytworzenia obrazu osiągnięć ucznia jako całości. Wymaga starannego doboru stosowanych kryteriów wraz z określeniem ich znaczenia. Kryteriami dydaktycznymi oceniania są wymagania programowe na poszczególne oceny lub poziomy przedmiotu nauczania, a kryteriami społeczno-wychowawczymi – wkład pracy ucznia, jego zdolności, motywacja do uczenia się, systematyczność, aktywność, warunki nauczania itp.

Nowoczesny system oceniania osiągnięć ucznia na poziomie edukacji formalnej powinien uwzględniać następujące cele:

- ✓ obserwowanie rozwoju ucznia,
- ✓ wspieranie rozwoju ucznia,
- ✓ diagnozowanie osiągnięć dydaktycznych ucznia,
- ✓ dostarczanie informacji zwrotnej głównym podmiotom edukacyjnym,
- ✓ rozpoznawanie uczniowskich uzdolnień, zainteresowań oraz predyspozycji,
- ✓ psychiczne wzmacnianie ucznia (wskazywanie jego „mocnych” stron),
- ✓ rozbudzanie motywacji do uczenia się,
- ✓ uczenie systematyczności, organizowania uczenia się,
- ✓ kształtowanie obrazu samego siebie,
- ✓ uświadamianie oceny jako elementu rzeczywistości,
- ✓ uczenie umiejętności oceny i korzystania z niej,
- ✓ wdrażanie do samooceny,
- ✓ sprawdzanie wiadomości i umiejętności ucznia,

- ✓ gromadzenie informacji o uczniu,
- ✓ przygotowanie do „zdrowej rywalizacji”,
- ✓ niwelowanie stresu, lęku i agresywnych zachowań u uczniów,
- ✓ wdrażanie do przestrzegania norm i zasad funkcjonujących w różnych organizacjach i instytucjach.

Główne podmioty edukacyjne zainteresowane ocenianiem (uczniowie, nauczyciele, rodzice, nadzór pedagogiczny i organizacyjny) oczekują, że będzie ono przede wszystkim sprawiedliwe, obiektywne i rzetelne. W spełnieniu tych oczekiwań może pomóc nauczycielom poniższy dekalog oceniania:

1. Ocenianie powinno brać pod uwagę specyfikę uczenia się i wspierać je.
2. W ocenianiu należy uwzględnić różnice pomiędzy poszczególnymi uczniami. Ocenianie i stosowane narzędzia oceny powinny zachęcać ich do zaprezentowania swej kreatywności i oryginalności.
3. Cel oceniania trzeba jasno określić – nauczyciel i uczeń muszą wiedzieć, z jakiego powodu dokonuje się oceny, i znać uzasadnienie wyboru danej formy sprawdzania.
4. Ocenianie powinno być trafne – wybrana metoda powinna sprawdzać dokładnie to, co podlega ocenie.
5. Ocenianie powinno być rzetelne – jeśli to tylko możliwe, należy wyeliminować subiektywizm, a ocenę uczynić niezależną od osoby egzaminatora.
6. Wszystkie formy oceniania muszą zapewniać uczniowi otrzymanie informacji zwrotnej na temat wyników jego uczenia się oraz stymulować jego rozwój, wskazując mu kierunek poprawy. Również w przypadku sprawdzania sumującego uczeń powinien otrzymać informację zwrotną na temat swojej pracy, dowiedzieć się, co jest jego mocną stroną, a co wymaga powtórzenia.
7. Ocenianie powinno skłaniać zarówno ucznia, jak i nauczyciela do refleksji na temat ich dotychczasowej pracy. Wobec tego niezbędna jest nieustanna ewaluacja i doskonalenie oceniania.
8. Ocenianie jest integralną częścią planu nauczania – nauczanie i uczenie się trzeba zaplanować razem z formami sprawdzania i oceniania, tak aby uczniowie mogli jak najlepiej zaprezentować wyniki swojego uczenia się.
9. Ocenianie wymaga rozsądnego wyważenia – zbyt dużo sprawdzianów w krótkim czasie wpływa negatywnie zarówno na efektywne uczenie się, jak i na nauczanie.
10. Kryteria oceniania powinny być zrozumiałe, jasne i znane – uczniowie muszą wiedzieć, czego się od nich oczekuje.

Ocenianie kształtujące to częste, interaktywne ocenianie postępów ucznia i tego, jak rozumie on materiał, tak by móc określić, jak uczeń ma się dalej uczyć i jak najlepiej go nauczać. To sposób nauczania, nastawiony przede wszystkim na pomoc uczniowi w uczeniu się, motywuje i angażuje, pozwala mu na bieżąco śledzić swoje postępy w nauce, sprzyja wzięciu przez uczniów odpowiedzialności za swoją naukę. Liczne ilościowe i jakościowe badania wskazują, że stosowanie oceniania kształtującego w nauczaniu stanowi jedną z najbardziej efektywnych interwencji prowadzących do poprawienia wyników nauczania i podnoszenia osiągnięć uczniów. Inną przyczyną zainteresowania tym sposobem oceniania jest to, że ocenianie kształtujące przygotowuje uczniów do uczenia się przez całe życie. Badania wykazują również, że ocenianie kształtujące jest pomocne w zakresie wyrównywania szans edukacyjnych. Innowacyjny program nauczania matematyki, w ramach realizacji oceniania kształtującego na lekcji, proponuje wykorzystanie buźkomatu (okrągła „urna”, pudełko na „głosy” – buźki) wraz z kompletem okrągłych obrazków z dwiema buźkami: uśmiechniętą i smutną dla każdego ucznia – do głosowania uczniów, czy zajęcia im się podobały (☺), czy też nie (☹). W programie wykorzystuje się też rankomat (okrągła „urna”, pudełko na „głosy” – światła) wraz z kompletem okrągłych obrazków przedstawiających zielone światło (gdy lekcja była dla uczniów zrozumiała) lub czerwone światło (gdy lekcja była trudna do zrozumienia przez uczniów).

Przedmiotem oceny osiągnięć uczniów powinien być nie tylko stan ich wiedzy czy postępy w nabywaniu przez nich umiejętności, ale również zaangażowanie uczniów w realizację poszczególnych zadań i ich wkład pracy. W matematyce szczególnie ważna jest umiejętność stosowania pojęć w praktyce oraz zdolność twórczego rozwiązywania problemów przy wykorzystaniu swojej wiedzy i umiejętności, dostępnych źródeł informacji i kreatywności.

Ocena osiągnięć ucznia w obszarze matematyki powinna mieć charakter wielostronny:

- **samoocena** (ankiety),
- **ocena koleżeńska** (informacja zwrotna),
- **ocena nauczyciela** (ustna i pisemna informacja zwrotna, stopnie wraz z uzasadnieniem),
- **ocena rodziców/opiekunów** (informacja zwrotna).

Oceniając ucznia z przedmiotu „Matematyka”, nauczyciel powinien brać pod uwagę różne aspekty aktywności ucznia:

- ustne wypowiedzi formułowane w oparciu o uzyskaną na lekcji wiedzę, np. technika zdań podsumowujących, odpytanie na kolejnej lekcji z tematyki lekcji poprzedniej,
- różnorodne formy prac ucznia, uzyskane w toku realizacji zadań praktycznych podczas lekcji czy też w ramach prac domowych,
- opracowane samodzielnie przez ucznia materiały dodatkowe (materiały informacyjne, prezentacje),
- uczestnictwo w różnych formach rywalizacji, obejmującej zagadnienia związane z wykorzystywaniem matematyki w praktyce (quizy, gry dydaktyczne, projekty edukacyjne),
- wyniki testów sprawdzających,
- zaangażowanie i wkład pracy zarówno na lekcji, jak i podczas pracy pozalekcyjnej ucznia,
- aktywność pozalekcyjną (dodatkowe aktywności w czasie pozalekcyjnym i pozaszkolnym, udział w konkursach, olimpiadach itp.).

Ewaluacja postępów pracy ucznia powinna odbywać się na bieżąco. W ten sposób uczeń jest świadomy zarówno swoich osiągnięć, jak i niedociągnięć oraz kontroluje swoje postępy w konkretnym obszarze wiedzy i umiejętności. Dzięki temu również nauczyciel może natychmiast reagować na potrzeby ucznia i dostosowywać metody oraz narzędzia nauczania do jak najefektywniejszego przekazu informacji. A rodzic (opiekun) ucznia w warunkach pozaszkolnych będzie w stanie dostrzegać w poczynaniach ucznia docelowe efekty nauczania matematyki w szkole w przełożeniu na samodzielność i logikę myślenia oraz działania ucznia, jego kreatywność w rozwiązywaniu problemów, a także zainteresowanie matematyką i wykorzystanie przez niego wiedzy i umiejętności matematycznych w codziennym życiu.

Na zajęciach z matematyki, na których stosuje się preferowane w przedmiotowym procesie ewaluacji ocenianie kształtujące, szczególne znaczenie dla stymulowania rozwoju ucznia mają:

- ✓ precyzyjne określanie celu zajęć, najlepiej w języku zrozumiałym dla ucznia,
- ✓ podawanie uczniom tzw. pytań kluczowych, które wzmocnią zainteresowanie ucznia tematyką zajęć i na które uczeń znajdzie odpowiedź na lekcji,
- ✓ wskazywanie wiadomości, umiejętności czy też zachowań, opanowanie których nauczyciel uważa za najważniejsze na konkretnych zajęciach,
- ✓ określenie kryteriów, którymi nauczyciel będzie posługiwał się przy określaniu, w jakim stopniu poszczególni uczniowie opanowali wiadomości i umiejętności będące przedmiotem zajęć,

- ✓ podsumowywanie pracy uczniów na lekcji w postaci informacji zwrotnej, obejmującej mocne i słabe strony poczynań uczniów – pamiętając przy tym, że informacja zwrotna nie jest oceną ucznia, tylko oceną kolejnych efektów jego pracy,
- ✓ sprawdzanie indywidualnych prac uczniowskich wraz ze sporządzaniem minirecenzji, wskazującej zarówno mocne strony pracy ucznia, jak i ewentualne błędy, nieścisłości i braki.

Starając się osiągnąć jak największe korzyści z realizacji programu nauczania matematyki, uczeń powinien wykazać się postęпами w zdobywaniu wiedzy oraz umiejętnościami w zakresie:

- pogłębiania wiadomości, a także uzyskiwania informacji z różnych źródeł,
- koncentrowania się na wykonywanych zadaniach,
- poszukiwania nowych, oryginalnych i śmiałych pomysłów,
- współpracy z innymi uczniami,
- przejawiania inicjatywy,
- stawiania sobie wymagań,
- dokładności, systematyczności i konsekwencji w wykonywaniu zaplanowanych działań,
- aktywności, zaangażowania i wkładania wysiłku w realizację zadań.

Kontrola i ocena osiągnięć ucznia, zdobytej przez niego wiedzy, nabytych umiejętności i prezentowanych postaw są jednymi z ważniejszych elementów procesu dydaktyczno-wychowawczego, a jednocześnie jednymi z najtrudniejszych elementów pracy dydaktycznej. Niemniej jednak są to elementy, których nie da się pominąć. Uczniowie powinni znać nie tylko szczegółowe wymagania, które się im stawia, lecz także kryteria oceniania, czyli informacje o tym, co i w jaki sposób będzie oceniane przez nauczyciela. Kontrolowanie jest procesem gromadzenia i scalania informacji, natomiast ocenianie to proces dochodzenia do opinii o stanie wiedzy oraz umiejętności uczniów, a także przypisanie im konkretnej wartości. Oceniając ucznia, informujemy go, jaką część wymagań spełnił – co zrobił dobrze, a co źle, w jaki sposób może poprawić ocenę oraz jak ma dalej pracować.

Podstawą określania kryteriów oceniania jest Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 30 kwietnia 2007 r. w sprawie warunków i sposobu oceniania, klasyfikowania i promowania uczniów i słuchaczy oraz przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów w szkołach publicznych (Dz. U. Nr 83, poz. 562, z późn. zm.). Kryteria oceniania osiągnięć uczniów muszą być dostosowane do wewnątrzszkolnego systemu oceniania i spójne z nim, a ponadto powinny stać się podstawą do konstruowania przedmiotowego systemu oceniania, który to dokument nauczyciel zobowiązany jest przedstawić uczniom na początku roku szkolnego. Staje się on także podstawą do oceniania uczniów zarówno w trakcie roku szkolnego, jak i na koniec semestru lub roku szkolnego. Kryteria oceniania warto uzgodnić wspólnie z uczniami i przedstawić je w formie kontraktu klasowego, który następnie obie strony – zarówno uczniowie, jak i nauczyciel – zobowiązują się przestrzegać. Bardzo ważne jest, aby każdy uczeń (i jego rodzice) już na pierwszej lekcji matematyki w danym roku szkolnym został poinformowany o stosowanym przez nauczyciela systemie oceniania. Chodzi o to, aby wszystko było jasne już na początku nauki matematyki – przedmiotu ścisłego.

Nauczyciel musi pamiętać, że ocenianie uczniów służy zachęcaniu ich do aktywności i pozyskiwania nowych informacji oraz kształtowania u uczniów postaw ujętych w celach programowych. Uczeń powinien być oceniany w odniesieniu do wszystkich obszarów swojej aktywności (wiedza, umiejętności, postawy), przy jednoczesnym uwzględnianiu jego indywidualnych potrzeb.



Ocenianie na stopień – w skali od 1 (ocena niedostateczna) do 6 (ocena celująca) – proponuje się w stosunku do:

- ✓ testów sprawdzających zakres wiadomości i umiejętności z danego działu tematycznego (praca pisemna, trwająca jedną godzinę lekcyjną),
- ✓ odpowiedzi ustnych (rozmowa z uczniem – w celu poznania jego toku myślenia, umiejętności analizowania treści i wysuwania wniosków – oraz rozwiązywanie zadań przy tablicy),
- ✓ semestralnych projektów edukacyjnych,
- ✓ konkretnych osiągnięć w konkursach i olimpiadach z matematyki.

Wyjątkiem od oceniania na najwyższy stopień są kartkówki sprawdzające jedną lub kilka umiejętności uczniów, prace pisemne trwające 15 minut, obejmujące treści maksymalnie z trzech ostatnich lekcji, z których nie przewiduje się oceny celującej oraz krzyżówki sprawdzające wiedzę uczniów z danego działu tematycznego.

Natomiast komentarz lub ocenianie przy pomocy „+” i „-” proponuje się w przypadku:

- ✓ bieżącej oceny wykonywanych zadań i ćwiczeń,
- ✓ aktywności ucznia na lekcji,
- ✓ prac domowych,
- ✓ rozwiązań zadań i ćwiczeń w skrypcie dla ucznia,
- ✓ uczestnictwa w konkursach lub olimpiadach z matematyki,
- ✓ aktywności pozalekcyjnej ucznia.

Należy przy tym pamiętać, że zdobycie przez ucznia pięciu „plusów” oznacza wystawienie przez nauczyciela oceny 5 (oceny bardzo dobrej), natomiast otrzymanie przez ucznia pięciu „minusów” przekłada się na ocenę 1 (ocenę niedostateczną).

Oddanie wszystkich obowiązkowych form pracy pozalekcyjnej tydzień po terminie skutkuje obniżeniem oceny o jeden stopień, natomiast oddanie przez ucznia pracy powyżej tygodnia po terminie przekłada się na ocenę niedostateczną.

Proponuje się uwzględnić w systemie oceniania sytuacje nieprzygotowania ucznia do lekcji i przyznać każdemu uczniowi limit np. trzech nieprzygotowań w semestrze. Należy jednakże poinformować uczniów na początku roku szkolnego i wyraźnie podkreślić, że każde takie nieprzygotowanie powinno być zgłoszone przez ucznia na początku lekcji i że choć zwalnia go ono np. z odpowiedzi ustnej lub też przedstawienia pracy domowej, to nie zwalnia go z pracy na lekcji i pisania prac zapowiedzianych przez nauczyciela we wcześniejszym terminie.

Każdy test sprawdzający wiedzę i umiejętności uczniów poprzedzony zostanie lekcją powtórzeniową. Na takiej lekcji uwaga zwrócona zostanie na te zagadnienia, których umiejętność będzie sprawdzana na teście, zgodnie z zasadami oceniania kształtującego. Test zawierać będzie model odpowiedzi i schemat punktowania, który zostanie uczniom udostępniony po rozwiązaniu testu, na lekcji analizującej wyniki, by mieli pełną informację, co zrobili dobrze, a co źle. Wszystkie zadania, których łatwość rozwiązania okazała się mniejsza niż 75%, powinny być uczniom ponownie wytłumaczone. Zadania testowe będą również wyjaśniać uczniowie, którzy je poprawnie wykonali. Pozostałe zadania, o ile będzie taka potrzeba, powinny zostać wyjaśnione indywidualnie. Po teście konieczne jest przeprowadzenie analizy jakościowej i ilościowej uzyskanych przez uczniów wyników z testu i wykorzystanie ich do ewentualnej modyfikacji programu nauczania.

Ponadto wszystkie inne prace pisemne zostaną wyposażone w kartotekę odpowiedzi i sposób punktowania, do którego każdy uczeń będzie miał dostęp i uzyska wyjaśnienie dotyczące kryteriów oceniania.

Obowiązkiem ucznia jest prowadzenie zeszytu przedmiotowego – wykorzystywanego do pracy bieżącej na lekcji oraz do prac domowych.

Oceny z krzyżówek, kartkówek i testów powinny być wystawiane według procentowego przeliczania punktów na oceny:

WYNIK PROCENTOWY	OCENA
0-%	niedostateczna
31-50%	dopuszczająca
51-70%	dostateczna
71-85%	dobra
86-95%	bardzo dobra
96-100%	celująca

Uczniowie oraz ich rodzice powinni mieć możliwość zapoznania się z ocenionymi pracami pisemnymi. W przypadku prac pisemnych i ustnych uczeń ma możliwość poprawy ocen, jeśli otrzymaną ocenę uzna za niezadowalającą. Celem tego typu działań jest przekazanie uczniowi informacji zwrotnej w formie umożliwiającej mu poprawę efektów kształcenia. Uczeń dokonuje poprawy tylko raz, w terminie ustalonym z nauczycielem, maksymalnie w ciągu dwóch tygodni od czasu otrzymania informacji o ocenie swojej pracy – w tej samej formie co praca poprawiana. Zasady poprawy uczeń uzgadnia z nauczycielem.

Informacja nauczyciela dotycząca każdej formy sprawdzania wiedzy i umiejętności uczniów (forma komunikatu – ustna czy pisemna – nie jest istotna) powinna zawierać:

- 1) informację o tym, co zostało zrobione dobrze – ważne, aby ta część oceny znalazła się na początku komentarza,
- 2) informację o tym, co zostało zrobione źle,
- 3) wskazówki do dalszej pracy – co należałoby poprawić,
- 4) podsumowanie przekazane kodem pozytywnym – należy koncentrować się na wykonanym zadaniu, a nie na jego autorze.

Oceny semestralna oraz końcowa wystawiane są przez nauczyciela na podstawie średniej ważonej z ocen bieżących otrzymanych przez ucznia w danym semestrze lub roku. Powinny być brane pod uwagę zwłaszcza oceny z testów sprawdzających, prac domowych i projektów edukacyjnych, ponadto aktywność ucznia na lekcjach, a także umiejętność logicznego myślenia i współpracy w grupie oraz wykorzystania nabytej wiedzy i zdobytych umiejętności w praktyce.



Ogólne kryteria oceniania na poszczególne oceny:

SKALA SŁOWNNA	SKALA CYFROWA	KRYTERIUM
celujący	6	<p><b>UCZEŃ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ opanował wiedzę określoną w podstawie programowej oraz wykracza swoimi umiejętnościami i wiadomościami poza nią</li> <li>▪ posiada umiejętność analizy problemu i w sposób twórczy go rozwiązuje, potrafiąc odkrywać nowe, oryginalne sposoby rozwiązywania zadań</li> <li>▪ potrafi stawiać hipotezy i dokonywać ich uogólnień</li> <li>▪ podczas rozwiązywania problemów i zadań operuje językiem matematycznym</li> <li>▪ uczestniczy w konkursach matematycznych, odnosząc w nich sukcesy</li> </ul>
bardzo dobry	5	<p><b>UCZEŃ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ opanował w pełnym zakresie wiedzę określoną w podstawie programowej</li> <li>▪ sprawnie posługuje się pojęciami z zakresu realizowanego programu</li> <li>▪ potrafi analizować problem i rozwiązać go</li> <li>▪ potrafi rozwiązywać zadania wymagające stosowania matematyki w innych niż matematyka dziedzinach</li> <li>▪ poszukuje innych sposobów rozwiązywania tego samego zadania</li> </ul>
dobry	4	<p><b>UCZEŃ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ opanował wiedzę określoną w podstawie programowej</li> <li>▪ potrafi stosować w sytuacjach praktycznych pojęcia matematyczne</li> <li>▪ potrafi samodzielnie zapisać podane ogólne rozumowanie</li> <li>▪ potrafi zastosować metody pomagające w rozwiązaniu typowych zadań, w tym zadań łączących wiadomości z kilku działów programu</li> <li>▪ potrafi samodzielnie rozwiązać zadanie, którego tekst nie sugeruje metody rozwiązania</li> </ul>
dostateczny	3	<p><b>UCZEŃ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ nie w pełni opanował treści przewidziane w podstawie programowej</li> <li>▪ potrafi powtórzyć podane ogólne rozumowanie, prowadzące do rozwiązywania zadań</li> <li>▪ zna algorytmy pomagające w układaniu planu rozwiązania zadania</li> <li>▪ potrafi wysunąć proste wnioski wynikające z rozwiązanych zadań</li> <li>▪ potrafi naśladować podane rozwiązanie w analogicznej sytuacji</li> <li>▪ potrafi dokonać analizy danych w zadaniu o średnim stopniu trudności</li> </ul>

SKALA SŁOWNNA	SKALA CYFROWA	KRYTERIUM
dopuszczający	2	<p><b>UCZEŃ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ w stopniu ograniczonym opanował treści przewidziane w podstawie programowej</li> <li>▪ posiada braki w wiadomościach i umiejętnościach, ale nie przekreślają one możliwości dalszego kształcenia</li> <li>▪ zna podstawowe algorytmy pomagające w układaniu planu rozwiązania zadania, ale stosuje je przy pomocy nauczyciela</li> <li>▪ zadania o średnim poziomie trudności rozwiązuje z pomocą nauczyciela</li> <li>▪ potrafi samodzielnie rozwiązać proste zadania</li> </ul>
niedostateczny	1	<p><b>UCZEŃ:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ nie opanował treści przewidzianych w podstawie programowej, potrzebnych do dalszego kształcenia</li> <li>▪ nie potrafi rozwiązać zadań – nawet z pomocą nauczyciela</li> <li>▪ nie potrafi ułożyć planu rozwiązania zadania</li> <li>▪ nie potrafi rozwiązać prostego zadania</li> </ul>

Biorąc pod uwagę fakt, że nie ma doskonałego systemu sprawdzającego stopień przyswojenia wiedzy i opanowania umiejętności uczniów, proponuje się, aby po każdym semestrze zajęć nauczyciel przeprowadził wśród uczniów ankietę, w której będą oni mogli wypowiedzieć się na temat stosowanego przez nauczyciela systemu oceniania i zaproponować swoje pomysły na jego udoskonalenie.

Od szkoły coraz bardziej oczekuje się formowania osobowości uczniów oraz kształtowania u nich operatywnych struktur wiedzy i umiejętności radzenia sobie w niezwykle dynamicznym środowisku. Mniej ważna jest sama ilość opanowanych wiadomości (w tym doskonale pomagają uczniowi współczesne technologie przekazywania i dostarczania informacji) – dużo bardziej istotne jest wspieranie rozwoju sprawności intelektualnego i społecznego działania uczniów. Ta sprawność jest niemożliwa do osiągnięcia bez rzetelnej wiedzy. I tutaj tak naprawdę zaczyna się zawodowe działanie współczesnych nauczycieli. Ich rola coraz bardziej polega na stwarzaniu środowiska przyjaznego uczeniu się, a znacznie mniej na przekazywaniu wiadomości. Nie chodzi jednak o pozbawienie szkoły obowiązku przekazywania wiadomości – samodzielny uczeń ma ich poszukiwać, a nie wyłącznie je otrzymywać od nauczyciela w gotowej postaci. W coraz większym stopniu zadaniem szkoły staje się – w obliczu zmian w otoczeniu – przygotowanie do samodzielności, w tym także do samodzielnego uczenia się, oraz do odpowiedzialności za swój proces i etapy uczenia się.