



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

I Liceum Ogólnokształcące
im. Kazimierza Brodzińskiego
w Tarnowie

Program działalności szkolnego koła zainteresowań z matematyki



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE



Autorzy:
Bernard Sozański
mgr Irena Jodłowska

ISBN 978-83-7667-058-4

1. Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego

SŁOWNICZEK UŻYTYCH NARZĘDZI:

Dla syntetycznego ujęcia wyników prowadzonych badań wykorzystano podstawowe miary statystyki opisowej:

- a) **średnia arytmetyczna** – wskazuje średnią wartość,
- b) **odchylenie standardowe** – obrazuje przeciętną różnicę między obserwacjami a ich średnią,
- c) **współczynnik zmienności** – opisuje przeciętną procentową różnicę między obserwacjami a ich średnią, wyrażona względem tej średniej,
- d) **kwartył I** – oznacza, że 25% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- e) **kwartył II** (inaczej **mediana** – wartość środkowa) oznacza, że 50% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- f) **kwartył III** – oznacza, że 75% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- g) **kurtoza** (właśc.. **współczynnik ekscesu**) – względna miara koncentracji i spłaszczenia rozkładu, określa rozmieszczenie i koncentrację wartości w pobliżu średniej (gdy wartość kurtozy jest równa 0 rozkład ma kształt normalny, gdy jest większa od 0 rozkład jest bardziej wysmukły niż normalny (większe skupienie wartości wokół średniej), natomiast wartość mniejsza od 0 rozkład jest mniej wysmukły niż normalny (większe spłaszczenie rozkładu)),
- h) **skośność** (**współczynnik skośności**) – miara asymetrii rozkładu (równa 0 dla rozkładu symetrycznego, dodatnia - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z prawej strony, ujemna - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z lewej strony)

W celu zbadania zgodności badanego rozkładu z rozkładem normalnym wykorzystano **test Kołmogorowa – Smirnowa**, natomiast dla zweryfikowania hipotezy czy dwie niezależne próbki pochodzą z tej samej populacji (mają podobne rozkłady) wykorzystano **test t dla prób niezależnych** (w przypadku zgodności rozkładu wyników grupy z rozkładem normalnym) lub **test Manna – Whitneya** (w przypadku braku zgodności z rozkładem normalnym). Test t dla prób niezależnych został dodatkowo poprzedzony **testem Levene’a równości wariancji grupowych**. W każdym przypadku podano wartość **p**, czyli prawdopodobieństwo testowe; jeśli jest mniejsze od zadanego poziomu istotności α (wynoszące w prowadzonych analizach 0,05), hipotezę H_0 należy odrzucić.

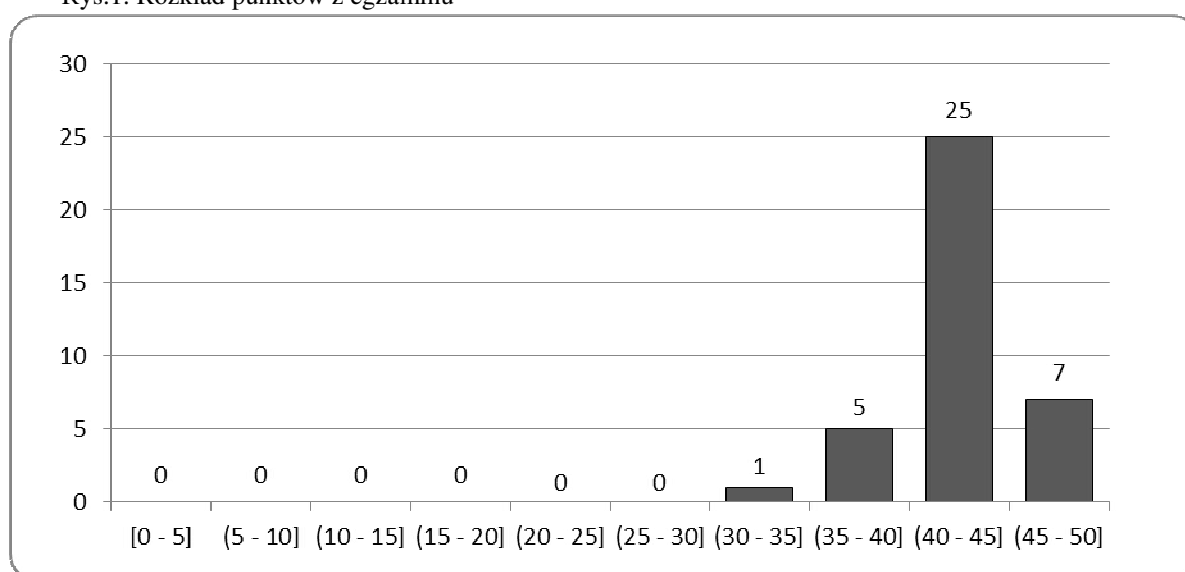
Natomiast dla zbadania kierunku i siły zależności pomiędzy oceną z matematyki a wynikami egzaminu z części matematyczno – przyrodniczej wykorzystano **współczynnik**

korelacji rang Spearmana, który wyraża siłę korelacji dwóch cech mierzonych na skali porządkowej.

Analizie poddano wyniki egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej w roku szkolnym 2009/2010 oraz oceny końcowe z matematyki 38 uczniów klas pierwszych I LO w Tarnowie, którzy złożyli aplikację do zajęć rozszerzających w projekcie „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”. Grupa składała się z 19 dziewcząt i 19 chłopców.

Wynik egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej podawany był w punktach od 0 do 50. Rozkład tych wyników w badanej grupie zaprezentowano na rysunku 1.

Rys.1. Rozkład punktów z egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Z informacji przedstawionych na rysunku 1 wynika, że w badanej grupie najczęściej występowały wyniki z przedziału 40-45 pkt. Do tego przedziału należą także średnia (43,47 pkt) oraz mediana (43,5 pkt), co oznacza że połowa badanych uczniów miała wynik egzaminu nie wyższy niż ten wynik.

W porównaniu ze średnią z województwa podkarpackiego ¹ wynoszącą 23,82 pkt średni wynik tej grupy jest dużo wyższy.

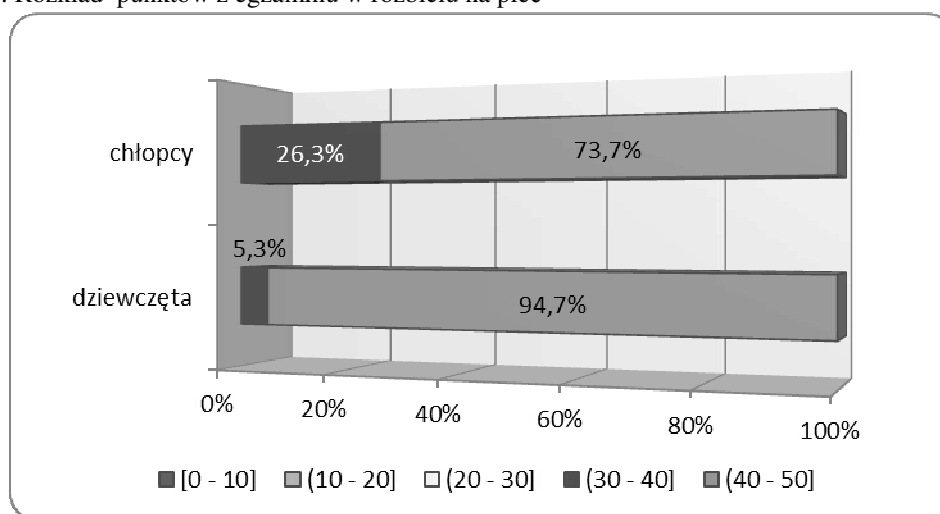
Czwarta część badanych uczniów miała wynik nie wyższy niż 42 (kwartył I), zaś 75% miała wynik nie wyższy niż 45 pkt (kwartył 3). Próbę charakteryzowała mała zmienność – przeciętne odchylenie od średniej, mierzone odchyleniem standardowym, wynosiło około

¹ Sprawozdanie z egzaminu gimnazjalnego w 2010 roku [tab.59], OKE w Krakowie, Kraków, maj 2010 [w:] http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku_1.pdf

3,26 pkt., co stanowi 7,50% średniej. Dodatni wynik kurtozy (3,41) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest bardziej wysmukły (mniej spłaszczony) niż rozkład normalny. Skośność ujemna (-0,85) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości wyższych.

Rozkład wyników egzaminu wydaje się być nieco inny u dziewcząt i u chłopców (rysunek 2). Wprawdzie u obu płci dominują wyniki najwyższe (40-50 pkt], jednak u dziewcząt ich udział jest większy.

Rys.2. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć



Źródło: opracowanie własne

Odmienności rozkładów nie potwierdzają podstawowe statystyki (tab.1). Zarówno średnia, jak i mediana wyników były u obu płci zbliżone, różnie je tylko większa zmienność u chłopców.

Tab.1. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć

Wynik z egzaminu Płeć	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczeta	43,74	43	2,31	5,27%
chłopcy	43,21	44	4,05	9,37%

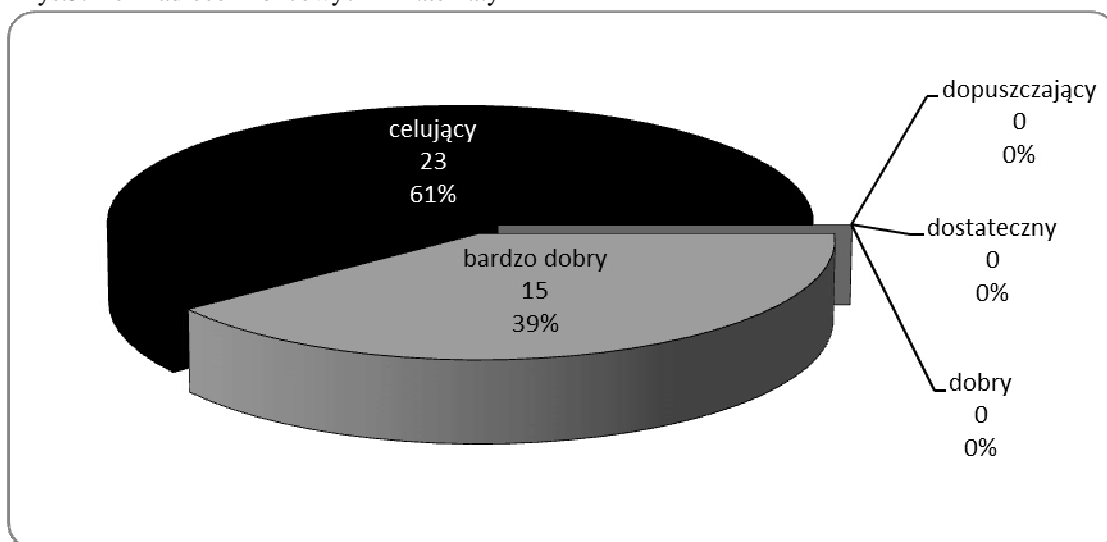
Źródło: opracowanie własne

Aby sprawdzić podobieństwo rozkładów dla obu płci, zastosowano test *t* dla prób niezależnych. Można go było zastosować, gdyż rozkład był zgodny z rozkładem normalnym,

co wykazano testem Kołmogorowa – Smirnowa ($Z = 1,03$, $p=0,24$, $p \geq \alpha$)². Wstępnie sprawdzono równość wariancji grupowych testem Levene’a, który dał wynik pozytywny ($F=2,31$; $p=0,14$, $p \geq \alpha$). Następnie zastosowany test t dla prób niezależnych ($t = 0,49$, $p=0,63$, $p \geq \alpha$) wykazał, iż nie ma istotnej różnicy między średnimi wynikami z egzaminu chłopców i dziewcząt.

Uczniowie należący do badanej grupy najczęściej kończyli gimnazjum z oceną z matematyki celującą (23 osoby, 60,53%) oraz bardzo dobrą (15 osób, 39,47%), co widać na rysunku 3.

Rys.3. Rozkład ocen końcowych z matematyki



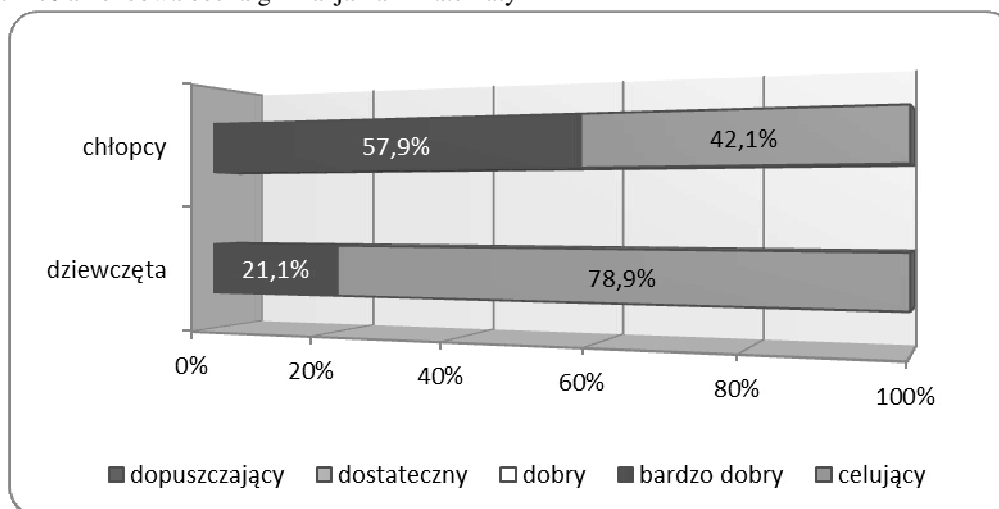
Źródło: opracowanie własne

W badanej grupie średnia ocen wyniosła 5,61, zaś wartość środkowa (mediana) 6. Z uwagi na małą liczbę wariantów cenniejszą informację niż kwartyłe podaje nam średnia i odchylenie, które tu wyniosło ok. 0,50 stopnia. Oznacza to, że oceny końcowe uczniów różniły się od średniej 5,61 przeciętnie o 0,50 stopnia, co stanowi 8,84% średniej. Ujemny wynik kurtozy (-1,90) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest mniej wysmukły (bardziej spłaszczony) niż rozkład normalny. Niewielka na tle wyników skośność ujemna (-0,45) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości niższych.

Rozkład ocen końcowych z matematyki wydaje się być inny u dziewcząt i u chłopców (rys. 4). Wśród dziewcząt dominowały oceny celujące, zaś chłopcy najczęściej otrzymywali oceny bardzo dobre.

² W badaniach przyjęto poziom istotności $\alpha = 0,05$.

Rys.4. Płeć a końcowa ocena gimnazjalna z matematyki



Źródło: opracowanie własne

Odmiennosc rozkładów potwierdzają również podstawowe statystyki (tab.1). Zarówno średnia, jak i mediana wyników były nieco wyższe u dziewcząt, przy równoczesnej mniejszej zmienności.

Tab.2. Rozkład ocen końcowych z matematyki w rozbiciu na płeć

Płeć \ Ocena końcowa	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczęta	5,79	6	0,42	7,23%
chłopcy	5,42	5	0,51	9,36%

Źródło: opracowanie własne

Podobieństwo rozkładów sprawdzono ostatecznie testem U Manna – Whitneya, z uwagi na skalę porządkową. Uzyskany wynik ($U = 114,00$; $p=0,02$, $p \leq \alpha$) pozwolił na odrzucenie tezy, iż gimnazjalne oceny końcowe z matematyki dziewcząt i chłopców są podobne.

Z uwagi na fakt, iż występowały tylko 2 warianty ocen, nie da się przeprowadzić analizy zależności pomiędzy wynikiem z egzaminu a oceną końcową z gimnazjum.

Program zajęć rozszerzających w ramach projektu Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

2. Zasady realizacji zajęć

2.1. Cele realizacji zajęć

Głównym celem realizacji zajęć w ramach *Koła rozszerzających* jest podniesienie kompetencji matematycznych uczniów rozpoczynających naukę w klasie pierwszej w roku szkolnym 2010/2011.

Cele szczegółowe:

Uczeń :

- potrafi wykazać się znajomością i rozumieniem stosowanych pojęć i algorytmów
- nabywa schematy myślenia i wnioskowania
- umie zastosować posiadaną wiedzę do rozwiązywania zadań teoretycznych i praktycznych
- umie rozwiązywać zadania wymagające argumentowania
- stosuje metody matematyczne w rozwiązywaniu sytuacji problemowych

2.2. Założenia programowe

2.2.1. Organizacja zajęć

Zajęcia rozszerzające powinny odbywać się regularnie w liczbie 2 godzin tygodniowo .

Mogą mieć formę dwóch jednogodzinnych spotkań lub bloku dwugodzinnego.

Najlepsze efekty pracy można osiągnąć w grupie liczącej kilkanaście uczniów.

2.2.2. Omówienie niezbędnych pomocy naukowych

Zajęcia rozszerzające mogą być efektywnie realizowane z pomocą

- zestawu wzorów matematycznych i kalkulatora
- komputera i programów matematycznych (tablicy interaktywnej)
- zestawów ćwiczeń dostosowanych do realizowanych treści

2.2.3. Procedury osiągnięcia celów

Rola nauczyciela w procesie nauczania- uczenia się sprowadza się głównie do roli organizatora sytuacji dydaktycznych , w których uczeń samodzielnie lub przy niewielkiej pomocy może zdobywać wiadomości, nabywać umiejętności i wyrabiać odpowiednie nawyki.

Wśród metod wyzwalaających aktywność ucznia jest nauczanie przez rozwiązywanie zadań. Prowadzi ona do utrwalenia zdobytej wcześniej wiedzy, przyswajania nowych wiadomości i kształtowania nowych umiejętności .

Metodą wspierającą rozwiązywanie zadań może być „burza mózgów” gromadząca pomysły w trakcie poszukiwania wszystkich możliwych rozwiązań. Uczniowie wtedy mają okazję kształtować swoje umiejętności argumentowania i uzasadniania wypowiedzianych treści.

W osiągnięciu celów pomocne będą różne formy nauczania: praca z całym zespołem, praca w grupach i praca indywidualna.

2.3. Szczegółowe treści kształcenia

Klasa	Realizowane treści
I	<ul style="list-style-type: none"> <li data-bbox="280 786 1441 974"> <p>▪ Zasada indukcji matematycznej.</p> <p>Dowodzenie równości, nierówności i podzielności w zbiorze liczb naturalnych z zastosowaniem zasady indukcji matematycznej.</p> <li data-bbox="280 996 1441 1184"> <p>▪ Dwumian Newtona.</p> <p>Pojęcie silni. Symbol Newtona i jego algebraiczne własności. Trójkąt Pascala. Rozwijanie dwumianu Newtona i rozwiązywanie zadań z jego zastosowaniem.</p> <li data-bbox="280 1207 1441 1440"> <p>▪ Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory.</p> <p>Własności liczb naturalnych i całkowitych. Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem obliczeń procentowych. Dowodzenie nierówności algebraicznych. Rozwiązywanie równań i układów równań w zbiorze liczb całkowitych.</p> <li data-bbox="280 1462 1441 1762"> <p>▪ Liczby zespolone</p> <p>Działania w zbiorze liczb zespolonych. Ciało liczb zespolonych. Interpretacja geometryczna liczb zespolonych. Moduł liczby zespolonej, liczby sprzężone. Własności liczb sprzężonych i modułu. Postać trygonometryczna liczby zespolonej. Pierwiastkowanie i potęgowanie liczb zespolonych.</p> <li data-bbox="280 1785 1441 1973"> <p>▪ Planimetria</p> <p>Rozwiązywanie zadań dotyczących własności miarowych figur geometrycznych na płaszczyźnie .Rozwiązywanie zadań na dowodzenie z zastosowaniem twierdzeń geometrii płaskiej.</p>

II	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Ciągi Definicja rekurencyjna ciągu. Ciąg Fibonacciego. Ciągi ograniczone, monotoniczne, zbieżne. Granica ciągu liczbowego. Własności ciągów zbieżnych. Twierdzenie o trzech ciągach. Liczba e. Ciągi rozbieżne do nieskończoności. Szereg geometryczny. Wykorzystywanie własności szeregu geometrycznego zbieżnego do rozwiązywania równań i nierówności oraz stosowanie do rozwiązywania zadań tekstowych. ▪ Granica i ciągłość funkcji Granica funkcji w punkcie ,granica niewłaściwa ,granica w nieskończoności ,granice jednostronne. Asymptoty wykresu funkcji. Ciągłość funkcji w punkcie i w zbiorze. Twierdzenie Darboux i Weierstrassa. ▪ Pochodna funkcji Pochodna funkcji w punkcie i jej interpretacja geometryczna. Funkcja pochodna. Pochodna funkcji złożonej i odwrotnej. Badanie monotoniczności, wypukłości i wklęsłości funkcji .Stosowanie reguły de l’Hospitala. Wyznaczanie ekstremów lokalnych i punktów przegięcia funkcji. Stosowanie rachunku pochodnych do badania funkcji oraz szkicowania ich wykresów. Wyznaczanie najmniejszej i największej wartości funkcji w przedziale domkniętym. Pochodne funkcji wykładniczej i logarytmicznej. Stosowanie własności pochodnych do rozwiązywania zadań tekstowych o tematyce geometrycznej. Funkcje cyklometryczne i ich pochodne
III	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Całka nieoznaczona. Funkcja pierwotna i całka nieoznaczona. Podstawowe twierdzenia dotyczące całki nieoznaczonej. Całkowanie przez części i przez podstawienie. Całkowanie funkcji wymiernych. ▪ Całka oznaczona Definicja i własności całki oznaczonej. Interpretacja geometryczna całki oznaczonej. Zastosowania całki oznaczonej do obliczania długości łuku, pola powierzchni i objętości brył obrotowych ▪ Równania różniczkowe. Równanie różniczkowe zwyczajne rzędu pierwszego. Zagadnienie Cauchy’ego dla równania różniczkowego. Równania różniczkowe o zmiennych rozdzielonych. Równania jednorodne.

3. Zalecane metody pracy:

- Gry dydaktyczne
- Metody aktywizujące
- Ćwiczenia przedmiotowe
- Metoda problemowa
- Nauczanie programowane

Gry dydaktyczne są pewną formą zabawy podlegającej dokładnie sprecyzowanym regułom. Wyróżniamy gry: symulacyjne, decyzyjne i psychologiczne. Gry symulacyjne polegają na odtwarzaniu bardziej złożonych sytuacji problemowych. Są to najczęściej różnego rodzaju gry strategiczne. Uczą, że podjęcie określonych działań wpływa na zmianę tej rzeczywistości. Gry decyzyjne służą wyrabianiu u uczniów umiejętności wszechstronnego analizowania problemów składających się na pewną określoną sytuację, podejmowania na tej podstawie odpowiednich decyzji oraz wskazywania przewidywanych następstw poczynań zgodnych z tymi decyzjami.

Metody aktywizujące to grupa metod, które uznać należy za najskuteczniejsze. Dzięki nim uczenie się ma charakter niekonwencjonalny, ciekawy i zajmujący. Zajęcia motywują ucznia do działania, twórczego myślenia i kreatywności. Dzięki nim uczeń ma wpływ na to, co na lekcji będzie się działo, jest jej współtwórcą, (tworzy się poczucie współodpowiedzialności). Metody te uczą przez działanie, tworzenie, współpracę i przeżywanie. Sednem metod aktywizujących może być powiedzenie Konfucjusza: „Powiedz, a zapomnę. Pokaż a zapamiętam. Pozwól wziąć udział a zrozumieć.” Metody te wymagają zaangażowania nauczyciela i uczniów.

Ćwiczenia przedmiotowe polegają na wielokrotnym wykonywaniu pewnych czynności dla nabycia wprawy i uzyskania coraz wyższej sprawności w działaniach intelektualnych i praktycznych. W nauczaniu matematyki pełnią rolę szczególną. Podczas ćwiczeń laboratoryjnych uczniowie samodzielnie przeprowadzają eksperymenty. Eksperymenty te pozwalają na formułowanie pewnych uogólnień, zilustrowanie wcześniej poznanych praw, zasad i reguł (tradycyjna metoda laboratoryjna) oraz ułatwiają uczniom przewidywanie nieznanym im jeszcze zjawisk i procesów (problemowa metoda laboratoryjna).

Metoda problemowa polega na wytworzeniu sytuacji problemowej, formułowaniu problemów, określaniu pomysłów ich rozwiązania, weryfikacji pomysłów rozwiązania oraz na porządkowaniu i stosowaniu uzyskanych wyników w nowych zadaniach o charakterze praktycznym lub teoretycznym. Jej cechą charakterystyczną jest dominacja uczenia się nad nauczaniem. Wzbudza ona wiarę ucznia w siebie, utwierdza go w przekonaniu, że jest w stanie rozwiązywać coraz trudniejsze zadania.

Nauczanie programowane prowadzone być może z użyciem komputera lub podręcznika, zbioru zadań itp. Obecnie dostępnych jest wiele komputerowych programów dydaktycznych spełniających potrzebne warunki. Metody praktyczne ułatwiają uczniom bezpośrednie poznanie rzeczywistości oraz pozwalają na wykorzystanie posiadanej przez nich wiedzy w rozwiązywaniu problemów praktycznych. Do tej grupy zaliczyć można: pokaz, ćwiczenia przedmiotowe, ćwiczenia laboratoryjne, metodę projektów itp.

Pokaz polega na demonstrowaniu uczniom naturalnych przedmiotów lub ich modeli, zjawisk, wydarzeń lub procesów i objaśnianiu ich istotnych cech.

4. Ewaluacja

Ewaluacja w oświacie to ocena przydatności i skuteczności podejmowanych działań dydaktycznych, wychowawczych i opiekuńczych w odniesieniu do założonych celów, służąca doskonaleniu tych działań (*Rozporządzenie MENiS z 23 kwietnia 2004*).

Ewaluacja odbywać się będzie w formie obserwacji postępów uczniów. Systematyczne prowadzenie ewaluacji pozwoli dostrzec wpływ przekazywanych treści na postawy, wiedzę, umiejętności uczniów, a zarazem stanowi podstawę planowania dalszej pracy.

5. Literatura:

Podstawa programowa – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 6 listopada 2003 Dz.U. 2003 r. 210 poz. 2041.

Standardy egzaminacyjne.

Informator o egzaminie maturalnym z matematyki – www.cke.edu.pl

Poradnik metodyczny dla nauczyciela.