



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Publiczne Technikum w Zespole Szkół nr 3  
im. Ks. Prof. Józefa Tischnera  
w Bochni

# Program działalności szkolnego koła zainteresowań z matematyki



UNIwersytet  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE



Autorzy:  
Bernard Sozański  
mgr Barbara Krakowska

ISBN 978-83-7667-058-4

# 1. Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego

## SŁOWNICZEK UŻYTYCH NARZĘDZI:

Dla syntetycznego ujęcia wyników prowadzonych badań wykorzystano podstawowe miary statystyki opisowej:

- a) **średnia arytmetyczna** – wskazuje średnią wartość,
- b) **odchylenie standardowe** – obrazuje przeciętną różnicę między obserwacjami a ich średnią,
- c) **współczynnik zmienności** – opisuje przeciętną procentową różnicę między obserwacjami a ich średnią, wyrażona względem tej średniej,
- d) **kwartył I** – oznacza, że 25% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- e) **kwartył II** (inaczej **mediana** – wartość środkowa) oznacza, że 50% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- f) **kwartył III** – oznacza, że 75% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- g) **kurtoza** (właśc.. **współczynnik ekscesu**) – względna miara koncentracji i spłaszczenia rozkładu, określa rozmieszczenie i koncentrację wartości w pobliżu średniej (gdy wartość kurtozy jest równa 0 rozkład ma kształt normalny, gdy jest większa od 0 rozkład jest bardziej wysmukły niż normalny (większe skupienie wartości wokół średniej), natomiast wartość mniejsza od 0 rozkład jest mniej wysmukły niż normalny (większe spłaszczenie rozkładu)),
- h) **skośność** (**współczynnik skośności**) – miara asymetrii rozkładu (równa 0 dla rozkładu symetrycznego, dodatnia - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z prawej strony, ujemna - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z lewej strony)

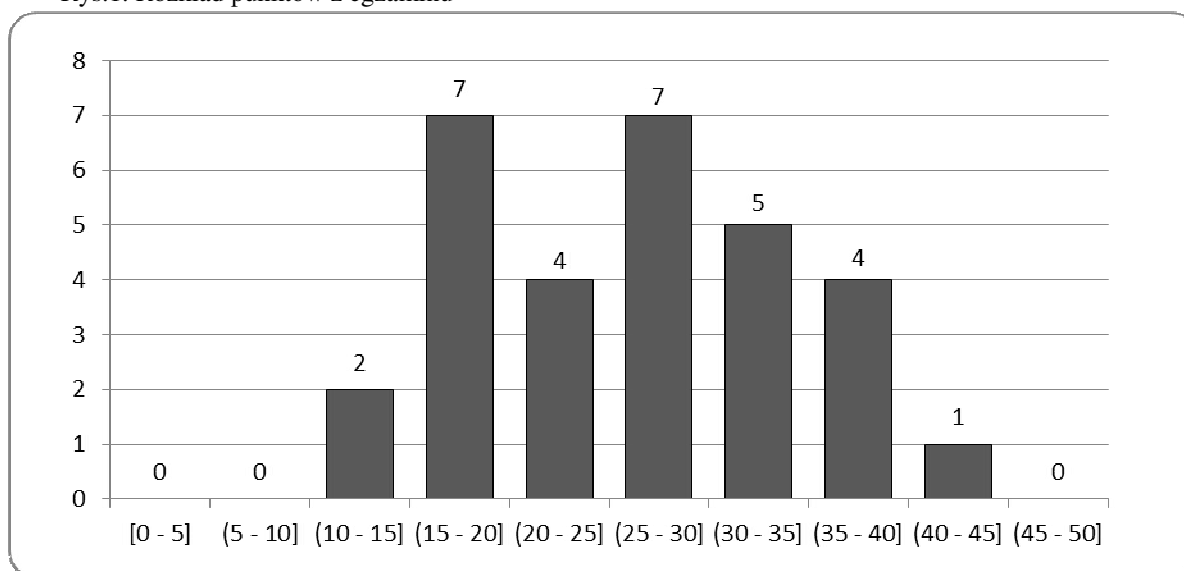
W celu zbadania zgodności badanego rozkładu z rozkładem normalnym wykorzystano **test Kołmogorowa – Smirnowa**, natomiast dla zweryfikowania hipotezy czy dwie niezależne próbki pochodzą z tej samej populacji (mają podobne rozkłady) wykorzystano **test t dla prób niezależnych** (w przypadku zgodności rozkładu wyników grupy z rozkładem normalnym) lub test **Manna – Whitneya** (w przypadku braku zgodności z rozkładem normalnym). Test t dla prób niezależnych został dodatkowo poprzedzony **testem Levene’a równości wariancji grupowych**. W każdym przypadku podano wartość **p**, czyli prawdopodobieństwo testowe; jeśli jest mniejsze od zadanego poziomu istotności  $\alpha$  (wynoszące w prowadzonych analizach 0,05), hipotezę  $H_0$  należy odrzucić.

Natomiast dla zbadania kierunku i siły zależności pomiędzy oceną z matematyki a wynikami egzaminu z części matematyczno – przyrodniczej wykorzystano **współczynnik korelacji rang Spearmana**, który wyraża siłę korelacji dwóch cech mierzonych na skali porządkowej.

Analizie poddano wyniki egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej w roku szkolnym 2009/2010 oraz oceny końcowe z matematyki 30 uczniów klas pierwszych Publicznego Technikum w Zespole Szkół nr 3 im. Ks. Prof. Józefa Tischnera wBochni, którzy złożyli aplikację do zajęć rozszerzających w projekcie „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”. Większość badanych (28 osób, 93,33%) stanowiły dziewczęta.

Wynik egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej podawany był w punktach od 0 do 50. Rozkład tych wyników w badanej grupie zaprezentowano na rysunku 1.

Rys.1. Rozkład punktów z egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Z informacji przedstawionych na rysunku 1 wynika, że w badanej grupie najczęściej występowały wyniki z przedziałów 15-20 oraz 25-30 pkt. Średni wynik grupy wyniósł 26,40 pkt, zaś mediana 27,5 pkt, co oznacza że połowa badanych uczniów miała wynik egzaminu nie wyższy niż ten wynik.

W porównaniu ze średnią z województwa podkarpackiego <sup>1</sup> wynoszącą 23,82 pkt średni wynik tej grupy jest nieco wyższy.

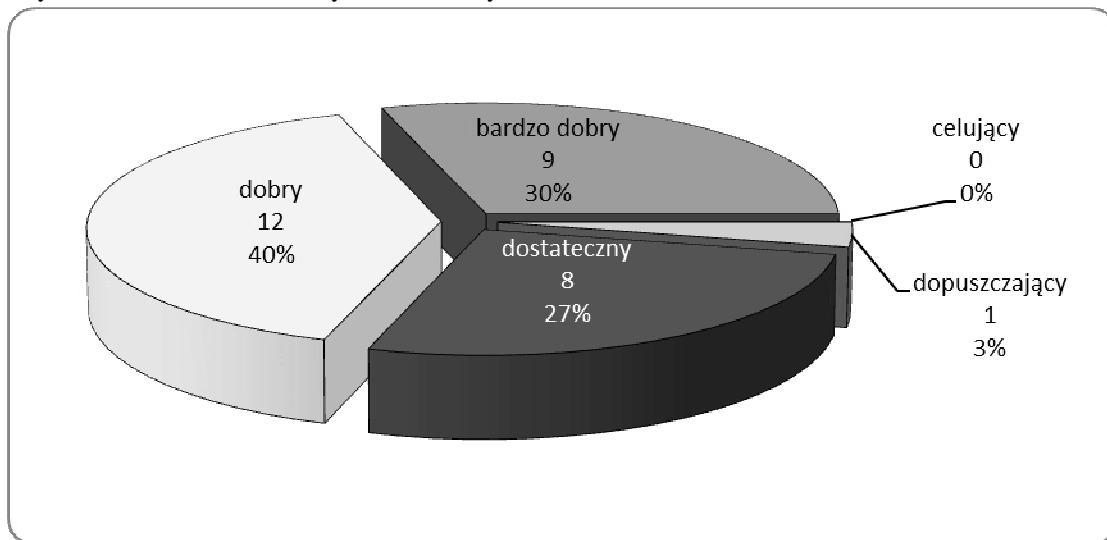
Czwarta część badanych uczniów miała wynik nie wyższy niż 17,5 (kwartył I), zaś 75% miała wynik nie wyższy niż 32 pkt (kwartył 3). Próbę charakteryzowała dość duża zmienność – przeciętne odchylenie od średniej, mierzone odchyleniem standardowym, wynosiło około 8,30 pkt., co stanowi 31,43% średniej. Ujemny wynik kurtozy (-1,00) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest mniej

<sup>1</sup> Sprawozdanie z egzaminu gimnazjalnego w 2010 roku [tab.59], OKE w Krakowie, Kraków, maj 2010 [w:] [http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku\\_1.pdf](http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku_1.pdf)

wysmukły (bardziej spłaszczony) niż rozkład normalny. Niewielka skośność dodatnia (0,11) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości wyższych.

Uczniowie należący do badanej grupy najczęściej kończyli gimnazjum z oceną z matematyki dobrą (12 osób, 40,00%) oraz bardzo dobrą (9 osób, 30,00%) i dostateczną (8 osób, 26,67%), co widać na rysunku 3.

Rys.3. Rozkład ocen końcowych z matematyki

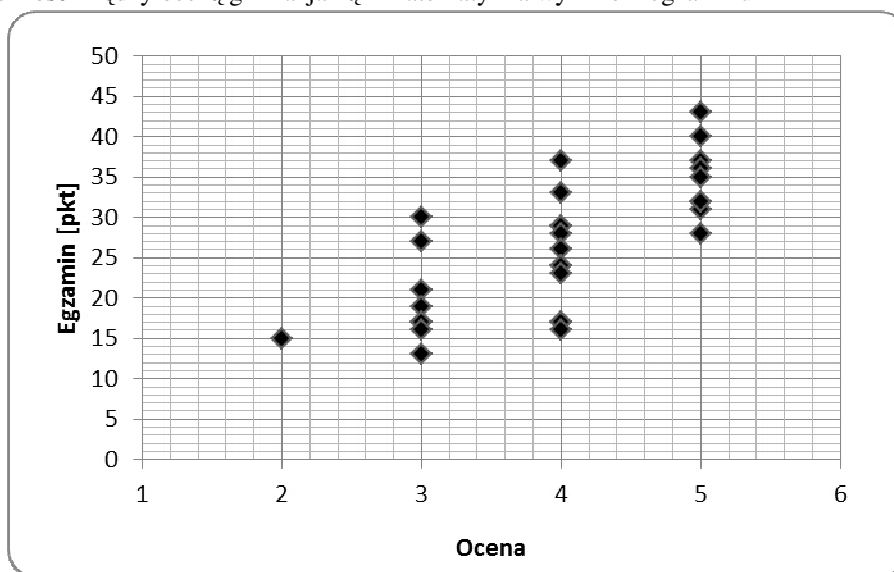


Źródło: opracowanie własne

W badanej grupie średnia ocen wyniosła 3,97, zaś wartość środkowa (mediana) 4. Z uwagi na małą liczbę wariantów cenniejszą informację niż kwartyle podaje nam średnia i odchylenie, które tu wyniosło ok. 0,85 stopnia. Oznacza to, że oceny końcowe uczniów różniły się od średniej 3,97 przeciętnie o 0,85 stopnia, co stanowi 21,44% średniej. Te statystyki potwierdzają obserwacje z wykresu: próba nie jest skupiona wokół jednej oceny, lecz jest zróżnicowana, ma dużą zmienność. Ujemny wynik kurtozy (-0,72) potwierdza wcześniejszą uwagę o małym skupieniu wokół średniej. Niewielka na tle wyników skośność ujemna (-0,29) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości niższych.

Zależność między wynikiem z egzaminu a oceną końcową z gimnazjum najlepiej oceniać interpretując wykres rozrzutu (rys.5).

Rys.5. Zależność między oceną gimnazjalną z matematyki a wynikiem egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Wskazuje on na widoczną, umiarkowaną zależność dodatnią między oceną końcową z gimnazjum a wynikiem z egzaminu gimnazjalnego. Dodatni znak oznacza że „dobrzy” uczniowie, mający wyższe oceny końcowe z gimnazjum, z reguły uzyskiwali dobry wynik z egzaminu. Interpretację tą potwierdza współczynnik korelacji Spearmana (0,73).

## 2. Zasady realizacji zajęć

### 2.1. Cele realizacji zajęć

Głównym celem realizacji zajęć w ramach *Koła rozszerzających* jest podniesienie kompetencji matematycznych uczniów rozpoczynających naukę w klasie pierwszej w roku szkolnym 2010/2011.

Cele szczegółowe:

- utrwalenie treści poznanych na lekcjach matematyki,
- poszerzenie wiedzy i umiejętności logicznego i analogicznego rozumowania,
- doskonalenie umiejętności stosowania matematyki w życiu codziennym,
- danie możliwości uczniom indywidualnego podejścia do zadania (uczeń uczy się brać odpowiedzialność za wynik)
- poszerzenie horyzontów i wzbudzanie zapału do matematyki w dalszym etapie nauki.

## **2.2. Założenia programowe**

### **2.2.1. Organizacja zajęć**

Zajęcia zaplanowane są średnio jeden raz w tygodniu po 2 godziny.

Ze względów organizacyjnych zajęcia mogą odbywać się częściej lub rzadziej jeśli np. konkretne zajęcia mają odbywać się w sali komputerowej, mogą to być 3 lub 4 godziny w bloku. W klasach technikum jest to również uzależnione od praktyk zawodowych więc rozkład zajęć powinien być dostosowany do możliwości ucznia.

Liczba uczniów w grupie to 10 – 15 osób.

### **2.2.2. Omówienie niezbędnych pomocy naukowych**

- podręcznik (zbiór zadań), który mogliby uczniowie zostawiać w szkole,
- tablice matematyczne dla każdego ucznia,
- kalkulator (standardowy), zeszyt, przybory,
- kalkulator graficzny.

### **2.2.3. Procedury osiągnięcia celów**

- bardzo rzetelne i wnikliwe przygotowanie się do zajęć,
- odpowiednia selekcja zadań przeznaczonych do rozwiązania na zajęciach, dostosowanie do danej grupy, danego ucznia,
- obserwacja postępów i możliwości uczniów – udzielanie informacji zwrotnej,
- zachęcanie i motywowanie do pracy na miarę możliwości konkretnego ucznia,
- danie możliwości wpływu uczniom na przebieg zajęć,
- miła i przyjazna atmosfera na zajęciach.

## **2.3. Szczegółowe treści kształcenia**

### **A. Liczby i ich zbiory**

- a) zbiór, suma, iloczyn i różnica zbiorów – *realizacja zajęć w klasie I,*
- b) podstawowe prawa rachunku zdań – *realizacja zajęć w klasie I,*
- c) zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory, liczby naturalne – *realizacja zajęć w klasie I,*
- d) (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne, rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej – *realizacja zajęć w klasie I,*

- e) prawa dotyczące działań arytmetycznych na liczbach rzeczywistych – *realizacja zajęć w klasie I*,
- f) definicja potęgi o wykładniku wymiernym oraz prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym – *realizacja zajęć w klasie I*,
- g) definicja przedziału liczbowego na osi oraz definicja sumy, iloczynu i różnicy przedziałów – *realizacja zajęć w klasie I*,
- h) definicja wartości bezwzględnej – *realizacja zajęć w klasie I*,
- i) zasada indukcji matematycznej – *realizacja zajęć w klasie III*,
- j) metody rozwiązywania i interpretację geometryczną równań i nierówności z wartością bezwzględną – *realizacja zajęć w klasie I*,
- k) prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym – *realizacja zajęć w klasie I*,
- l) dowodzenie twierdzeń na podzielność liczb – *realizacja zajęć w klasie I*.

## **B. Funkcje i ich własności**

- a) definicja funkcji – *realizacja zajęć w klasie I*,
- b) przegląd wybranych własności funkcji – *realizacja zajęć w klasie I*,
- c) przekształcanie wykresu funkcji (przesunięcie o wektor, symetria, przekształcenia z wartością bezwzględną) – *realizacja zajęć w klasie I*,
- d) definicja i własności funkcji liniowej – *realizacja zajęć w klasie I*,
- e) definicja i własności funkcji kwadratowej, jej wykres i miejsca zerowe – *realizacja zajęć w klasie II*,
- f) wzory Viéte’a – *realizacja zajęć w klasie II*,
- g) sposoby rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych z parametrem – *realizacja zajęć w klasie II*,
- h) definicja wielomianu i prawa dotyczące działań na wielomianach – *realizacja zajęć w klasie II*,
- i) dodawanie, odejmowanie, mnożenie wielomianów – *realizacja zajęć w klasie II*,
- j) dzielenie wielomianów – *realizacja zajęć w klasie II*,
- k) sposoby rozkładu wielomianu na czynniki – *realizacja zajęć w klasie I, II*,
- l) twierdzenie o reszcie i twierdzenie Bézouta – *realizacja zajęć w klasie II*,
- m) definicja funkcji homograficznej i jej własności – *realizacja zajęć w klasie II*,
- n) zasady wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych – *realizacja zajęć w klasie II*,
- o) sposoby rozwiązywania równań wielomianowych oraz równań i nierówności z funkcją homograficzną – *realizacja zajęć w klasie II*,



- p) definicja funkcji wymiernej oraz metody rozwiązywania równań i nierówności wymiernych – realizacja zajęć w klasie II,
- q) dwumian Newtona – realizacja zajęć w klasie II,
- r) definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym – realizacja zajęć w klasie I,
- s) pojęcie miary łukowej kąta oraz definicje, własności i wykresy funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta – realizacja zajęć w klasie II,
- t) tożsamości trygonometryczne – realizacja zajęć w klasie I, II,
- u) wzory redukcyjne – realizacja zajęć w klasie II,
- v) sposoby rozwiązywania równań i nierówności trygonometrycznych – realizacja zajęć w klasie II,
- w) funkcja wykładnicza – realizacja zajęć w klasie III,
- x) pojęcie logarytmu, działania na logarytmach – realizacja zajęć w klasie I,III,
- y) równania i nierówności wykładnicze – realizacja zajęć w klasie III,
- z) równania i nierówności logarytmiczne – realizacja zajęć w klasie III.

### **C. Ciągi liczbowe**

- a) definicja ciągu liczbowego – realizacja zajęć w klasie III,
- b) definicję ciągu arytmetycznego i geometrycznego, wzór na  $n$ -ty wyraz, wzór na sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – realizacja zajęć w klasie III,
- c) procent prosty i procent składany – realizacja zajęć w klasie III,
- d) oprocentowanie lokat i kredytów – realizacja zajęć w klasie III,
- e) przykłady ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie – realizacja zajęć w klasie III,
- f) definicja granicy ciągu liczbowego oraz sposoby obliczania granic ciągów – realizacja zajęć w klasie III,
- g) pojęcie sumy szeregu geometrycznego – realizacja zajęć w klasie III.

### **D. Planimetria**

- a) własności czworokątów wypukłych – realizacja zajęć w klasie I,
- b) okrąg opisany na trójkącie i okrąg wpisany w trójkąt – realizacja zajęć w klasie III,
- c) twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie – realizacja zajęć w klasie III,

- d) związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii – realizacja zajęć w klasie I, II, III,
- e) pojęcie osi symetrii i środka symetrii figury – realizacja zajęć w klasie I,
- f) twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem – realizacja zajęć w klasie I,
- g) cechy podobieństwa trójkątów – realizacja zajęć w klasie I,
- h) twierdzenie sinusów i cosinusów – realizacja zajęć w klasie III,
- i) pojęcia: symetria osiowa, przesunięcie, obrót, symetria środkowa oraz własności tych przekształceń – realizacja zajęć w klasie III,
- j) definicja wektora, sumy wektorów i iloczynu wektora przez liczbę – realizacja zajęć w klasie I,
- k) działania na wektorach – realizacja zajęć w klasie I,
- l) definicja i własności jednokładności – realizacja zajęć w klasie III.

### **E. Geometria analityczna**

- a) wyznaczanie równania prostej na podstawie podanych własności – realizacja zajęć w klasie I,
- b) równoległość i prostopadłość prostych – realizacja zajęć w klasie I,
- c) interpretacja geometryczna układu dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi – realizacja zajęć w klasie I,
- d) odległość punktów w układzie, odległość punktu od prostej – realizacja zajęć w klasie I,
- e) współrzędne środka odcinka – realizacja zajęć w klasie I,
- f) równanie okręgu w układzie – realizacja zajęć w klasie III.

### **F. Stereometria**

- a) graniastosłupy, ostrosłupy, walce, stożki i kule – realizacja zajęć w klasie I, III,
- b) pojęcie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny i kąta dwuściennego – realizacja zajęć w klasie III,
- c) związki miarowe w bryłach z zastosowaniem trygonometrii – realizacja zajęć w klasie III,
- d) przekroje płaskie graniastosłupów i ostrosłupów – realizacja zajęć w klasie III,
- e) pola i objętości brył – realizacja zajęć w klasie III,
- f) pojęcie wielościanu foremego – realizacja zajęć w klasie III.

### **G. Rachunek prawdopodobieństwa**

- a) doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór zdarzeń elementarnych, zdarzenie – *realizacja zajęć w klasie III.*
- b) prawdopodobieństwo klasyczne – *realizacja zajęć w klasie III.*
- c) elementy kombinatoryki (permutacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń, kombinacje) – *realizacja zajęć w klasie III.*
- d) aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa, własności prawdopodobieństwa – *realizacja zajęć w klasie III.*
- e) niezależność zdarzeń – *realizacja zajęć w klasie III.*
- f) schemat Bernoulliego – *realizacja zajęć w klasie III.*
- g) prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite – *realizacja zajęć w klasie III.*

### **H. Elementy statystyki opisowej**

- a) metody prezentacji danych statystycznych – *realizacja zajęć w klasie III,*

### **I. Elementy analizy matematycznej**

- a) Zadania optymalizacyjne – *realizacja zajęć w klasie II.*

## **3. Zalecane metody pracy:**

- Gry dydaktyczne
- Metody aktywizujące
- Ćwiczenia przedmiotowe
- Metoda problemowa
- Nauczanie programowane
- Metody: dyskusji, hierarchizacji, twórczego rozwiązywania problemów

Gry dydaktyczne są pewną formą zabawy podlegającej dokładnie sprecyzowanym regułom. Wyróżniamy gry: symulacyjne, decyzyjne i psychologiczne. Gry symulacyjne polegają na odtwarzaniu bardziej złożonych sytuacji problemowych. Są to najczęściej różnego rodzaju gry strategiczne. Uczą, że podjęcie określonych działań wpływa na zmianę tej rzeczywistości. Gry decyzyjne służą wyrabianiu u uczniów umiejętności wszechstronnego analizowania problemów składających się na pewną określoną sytuację, podejmowania na tej podstawie

odpowiednich decyzji oraz wskazywania przewidywanych następstw poczynań zgodnych z tymi decyzjami.

Metody aktywizujące to grupa metod, które uznać należy za najskuteczniejsze. Dzięki nim uczenie się ma charakter niekonwencjonalny, ciekawy i zajmujący. Zajęcia motywują ucznia do działania, twórczego myślenia i kreatywności. Dzięki nim uczeń ma wpływ na to, co na lekcji będzie się działo, jest jej współtwórcą, (tworzy się poczucie współodpowiedzialności). Metody te uczą przez działanie, tworzenie, współpracę i przeżywanie. Sednem metod aktywizujących może być powiedzenie Konfucjusza: „ Powiedz, a zapomnę. Pokaż a zapamiętam. Pozwól wziąć udział a zrozumieć.” Metody te wymagają zaangażowania nauczyciela i uczniów.

Ćwiczenia przedmiotowe polegają na wielokrotnym wykonywaniu pewnych czynności dla nabycia wprawy i uzyskania coraz wyższej sprawności w działaniach intelektualnych i praktycznych. W nauczaniu matematyki pełnią rolę szczególną. Podczas ćwiczeń laboratoryjnych uczniowie samodzielnie przeprowadzają eksperymenty. Eksperymenty te pozwalają na formułowanie pewnych uogólnień, zilustrowanie wcześniej poznanych praw, zasad i reguł (tradycyjna metoda laboratoryjna) oraz ułatwiają uczniom przewidywanie nieznanych im jeszcze zjawisk i procesów (problemowa metoda laboratoryjna).

Metoda problemowa polega na wytworzeniu sytuacji problemowej, formułowaniu problemów, określaniu pomysłów ich rozwiązania, weryfikacji pomysłów rozwiązania oraz na porządkowaniu i stosowaniu uzyskanych wyników w nowych zadaniach o charakterze praktycznym lub teoretycznym. Jej cechą charakterystyczną jest dominacja uczenia się nad nauczaniem. Wzbudza ona wiarę ucznia w siebie, utwierdza go w przekonaniu, że jest w stanie rozwiązywać coraz trudniejsze zadania.

Nauczanie programowane prowadzone być może z użyciem komputera lub podręcznika, zbioru zadań itp. Obecnie dostępnych jest wiele komputerowych programów dydaktycznych spełniających potrzebne warunki. Metody praktyczne ułatwiają uczniom bezpośrednie poznanie rzeczywistości oraz pozwalają na wykorzystanie posiadanej przez nich wiedzy w rozwiązywaniu problemów praktycznych. Do tej grupy zaliczyć można: pokaz, ćwiczenia przedmiotowe, ćwiczenia laboratoryjne, metodę projektów itp. Pokaz polega na demonstrowaniu uczniom naturalnych przedmiotów lub ich modeli, zjawisk, wydarzeń lub procesów i objaśnianiu ich istotnych cech.

Metoda dyskusji - uczy kulturalnej dyskusji, zajmowania stanowiska w związku z jakimś problemem, ale szanowania też zdania odmiennego.

Metoda hierarchizacji- uczy porządkowania wiadomości ze względu na ich ważność. Stosuje się tu takie metody jak: piramida priorytetów, promyczkowe uszeregowanie. Polega na układaniu w zależności od ważności danej kwestii.

Metoda twórczego rozwiązywania problemów - uczy podejścia do problemów w sposób twórczy, kreatywny, niekonwencjonalny, rozwija w uczniach umiejętność dyskusji.

## **4. Ewaluacja**

**Ewaluacja w oświacie** to ocena przydatności i skuteczności podejmowanych działań dydaktycznych, wychowawczych i opiekuńczych w odniesieniu do założonych celów, służąca doskonaleniu tych działań (*Rozporządzenie MENiS z 23 kwietnia 2004*).

**Ewaluacja** odbywać się będzie w formie obserwacji postępów uczniów. Systematyczne prowadzenie ewaluacji pozwoli dostrzec wpływ przekazywanych treści na postawy, wiedzę, umiejętności uczniów, a zarazem stanowi podstawę planowania dalszej pracy.

## **5. Literatura:**

Podstawa programowa – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 6 listopada 2003 Dz.U. 2003 r. 210 poz. 2041.

Standardy egzaminacyjne.

Informator o egzaminie maturalnym z matematyki – [www.cke.edu.pl](http://www.cke.edu.pl)

Poradnik metodyczny dla nauczyciela.





