



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



*IZABELA CHMIELEWSKA*

# OBÓZ NAUKOWY MATEMATYKA

Zielona Góra czerwiec 2009r

**Ogólnopolski program**  
rozwoju kompetencji kluczowych  
w zakresie nauk matematyczno-przyrodniczych  
i przedsiębiorczości dla uczniów gimnazjów

[www.naukaibiznes.pl](http://www.naukaibiznes.pl)

Lider projektu



Partner projektu



FASCYNACJE ZAKLĘTE  
W NAUCE I BIZNESIE

**NIB**

## Scenariusz I – 2 godziny

### Część A

## PITAGOREJCZYCY I ICH LICZBY

#### Cele ogólne:

- rozwijanie umiejętności pracy w grupie,
- rozwijanie umiejętności wykorzystywania zdobytych informacji, w praktyce

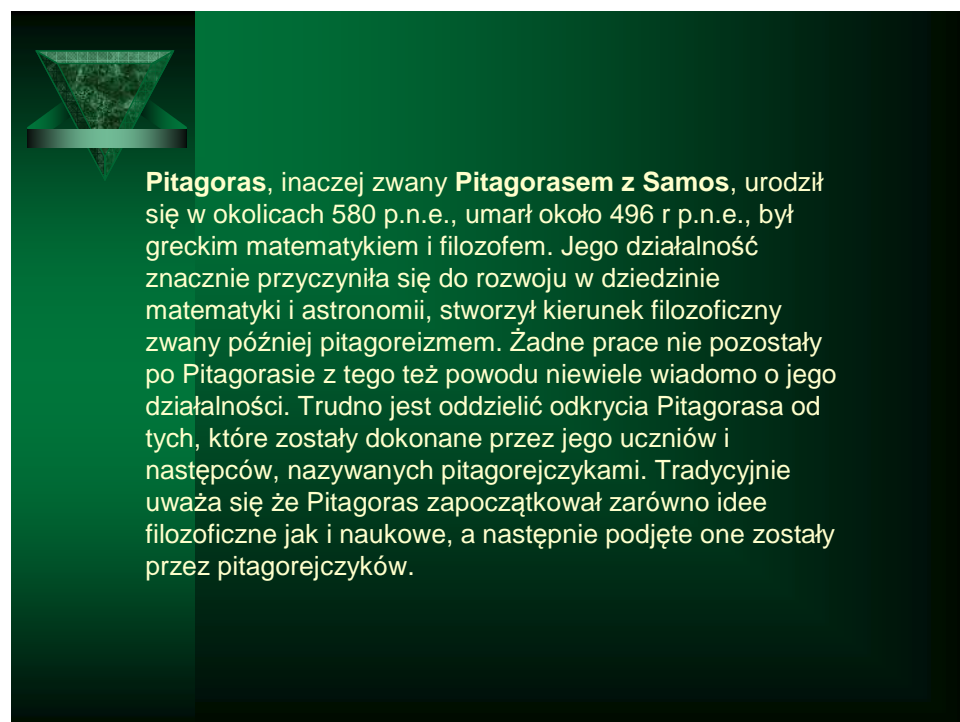
#### Cele szczegółowe:

- uczeń potrafi w oparciu o definicję wyznaczyć zbiór odpowiednich liczb

#### Przebieg zajęć:

- Przedstawienie prezentacji multimedialnej na temat Pitagorasa oraz definicji liczb, którymi się zajmował, (zał.1) **10min.**
- Podział uczniów na **5** grup (wykorzystanie kartek z nazwami liczb, których definicje zostały zaprezentowane – zał.2)
- Grupy uczniów szukają przykładów podanych liczb oraz przedstawiają na forum swoje spostrzeżenia. **20min**

## Załącznik nr1





Szczególną rolę pełniły u Pitagorasa liczby naturalne. Przypisywał im cechy magiczne i były one dla niego podstawą całego wszechświata .

Twierdził, że istnienie we wszechświecie harmonii i piękna jest rezultatem specjalnych własności liczb oraz specyficznych relacji, które zachodzą między nimi.

W szkole założonej przez Pitagorasa zajmowano się między innymi takimi zagadnieniami liczbowymi jak: kwadraty, sześciany, liczb, liczby pierwsze, liczby doskonałe, liczby zaprzyjaźnione, liczby trójkątne, piramidalne, heksagonalne.



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## LICZBY DOSKONAŁE

Są to liczby, w których suma ich  
dzielników  
(z wyłączeniem samej tej liczby) jest  
równa tejże liczbie.

FASCYNACJE ZAKŁĘTE  
W NAUCE I BIZNESIE

**NiB**

**Ogólnopolski program**  
rozwoju kompetencji kluczowych  
w zakresie nauk matematyczno-przyrodniczych  
i przedsiębiorczości dla uczniów gimnazjów

[www.naukaibiznes.pl](http://www.naukaibiznes.pl)

Lider projektu



Partner projektu





**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## LICZBY ZAPRZYJAŻNIONE

Są to takie dwie liczby, że suma  
dzielników pierwszej z tych liczb z  
wyjątkiem niej samej, jest równa  
drugiej z liczb i na odwrót

FASCYNACJE ZAKLĘTE  
W NAUCE I BIZNESIE

**NiB**

**Ogólnopolski program**  
rozwoju kompetencji kluczowych  
w zakresie nauk matematyczno-przyrodniczych  
i przedsiębiorczości dla uczniów gimnazjów

[www.naukaibiznes.pl](http://www.naukaibiznes.pl)

Lider projektu



Partner projektu





**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## LICZBY PIRAMIDALNE

Są to liczby naturalne, które są sumami kwadratów kolejnych liczb naturalnych.

FASCYNACJE ZAKLĘTE  
W NAUCE I BIZNESIE

**NIB**

**Ogólnopolski program**  
rozwoju kompetencji kluczowych  
w zakresie nauk matematyczno-przyrodniczych  
i przedsiębiorczości dla uczniów gimnazjów

[www.naukaibiznes.pl](http://www.naukaibiznes.pl)

Lider projektu



Partner projektu





**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## LICZBY TRÓJKĄTNE

Są to liczby, które są sumami ciągów  
kolejnych liczb naturalnych

FASCYNACJE ZAKLĘTE  
W NAUCE I BIZNESIE

**NiB**

**Ogólnopolski program**  
rozwoju kompetencji kluczowych  
w zakresie nauk matematyczno-przyrodniczych  
i przedsiębiorczości dla uczniów gimnazjów

[www.naukaibiznes.pl](http://www.naukaibiznes.pl)

Lider projektu



Partner projektu







**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## LICZBY PITAGOREJSKIE

Są to takie trójki liczb naturalnych, z których można skonstruować trójkąt prostokątny.

Opracowała I.Chmielewska

FASCYNACJE ZAKLĘTE  
W NAUCE I BIZNESIE

**NIB**

**Ogólnopolski program**  
rozwoju kompetencji kluczowych  
w zakresie nauk matematyczno-przyrodniczych  
i przedsiębiorczości dla uczniów gimnazjów

[www.naukaibiznes.pl](http://www.naukaibiznes.pl)

Lider projektu



Partner projektu



Załącznik nr2

LICZBY DOSKONAŁE	LICZBY DOSKONAŁE
LICZBY DOSKONAŁE	LICZBY DOSKONAŁE
LICZBY ZAPRZYJAŻNIONE	LICZBY ZAPRZYJAŻNIONE
LICZBY ZAPRZYJAŻNIONE	LICZBY ZAPRZYJAŻNIONE
LICZBY PIRAMIDALNE	LICZBY PIRAMIDALNE
LICZBY PIRAMIDALNE	LICZBY PIRAMIDALNE
LICZBY TRÓJKĄTNE	LICZBY TRÓJKĄTNE
LICZBY TRÓJKĄTNE	LICZBY TRÓJKĄTNE
LICZBY PITAGOREJSKIE	LICZBY PITAGOREJSKIE
LICZBY PITAGOREJSKIE	LICZBY PITAGOREJSKIE

## Materiał dla nauczyciela

Przykładowe odpowiedzi:

### Liczby doskonałe:

$$6 = 1 + 2 + 3$$

$$28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$$

$$496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248$$

### Liczby zaprzyjaźnione :

$$220 = 1 + 2 + 4 + 71 + 142 \text{ (dzielniki 284)}$$

$$284 = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 \text{ (dzielniki 220)}$$

inna para ( 1184, 1210)

### Liczby piramidalne:

1,5,14,30 itd.

### Liczby trójkątne:

1,3,6,10 itd.

### Liczby pitagorejskie:

3,4,5

5,12,13

6,8,10

7,24,25

## ZAGADKA 10min.

Młynarzowi rozpadł się kamień młyński na trzy części o wagach 1 kg, 3kg i 9kg. Zauważył on, że przy użyciu tych trzech kamieni i zwykłej wagi może zważyć każdy ciężar o wadze równej całkowitej liczbie kilogramów między 1kg, a 13kg. Wyjaśnij w jaki sposób młynarz będzie ważył towar o tych trzynastu wagach.

### Materiał dla nauczyciela

Rozwiązanie;

$$1\text{kg} = 1\text{kg}$$

$$2\text{kg} + 1\text{kg} = 3\text{kg}$$

$$3\text{kg} = 3\text{kg}$$

$$4\text{kg} = 3\text{kg} + 1\text{kg}$$

$$5\text{kg} + 1\text{kg} + 3\text{kg} = 9\text{kg}$$

$$6\text{kg} + 3\text{kg} = 9\text{kg}$$

$$7\text{kg} + 3\text{kg} = 9\text{kg} + 1\text{kg}$$

$$8\text{kg} + 1\text{kg} = 9\text{kg}$$

$$9\text{kg} = 9\text{kg}$$

$$10\text{kg} = 9\text{kg} + 1\text{kg}$$

$$11\text{kg} + 1\text{kg} = 9\text{kg} + 3\text{kg}$$

$$12\text{kg} = 9\text{kg} + 3\text{kg}$$

$$13\text{ kg} = 9\text{kg} + 3\text{kg} + 1\text{kg}$$

## Część B

### TANGRAMY:

Cele ogólne:

- rozwijanie umiejętności pracy w grupie,
- rozwijanie umiejętności wykorzystywania zdobytych informacji, w praktyce

Cele szczegółowe:

- uczeń potrafi w oparciu o definicję wyznaczyć zbiór odpowiednich liczb

Przebieg zajęć:

- przedstawienie prezentacji multimedialnej na temat tangramów (zał.3) , **10min**  
*uczniowie zostają w takich samych grupach jak przy I części zajęć*
- uczniowie otrzymują karty z obrazkami do ułożenia ( cyfry od 1 do 9)( załącznik 4), szablon tangramu (załącznik 5), karty papieru, kolorowy papier, klej, nożyczki, **30min.**  
*grupy rywalizując ze sobą układają podane wzory,*
- porównują otrzymane wyniki, dyskusja nad metodami pracy **10min**
- każda z grup opracowuje propozycję tangramu dla losowo wybranej grupy , **5min**
- rozwiązanie zadania przez grupę oraz prezentacja efektów pracy **15min**

## załącznik nr 3

# TANGRAM




Tangramy wynaleziono w starożytnych Chinach. Tangram składa się z siedmiu elementów (pięciu trójkątów w 3 rozmiarach, kwadratu i równoległoboku), które są częściami jednego kwadratu. Z elementów tych można ułożyć niewyobrażalnie wiele kształtów



## JAK POWSTAJE TANGRAM?



## JAK NARYSOWAĆ TANGRAM?

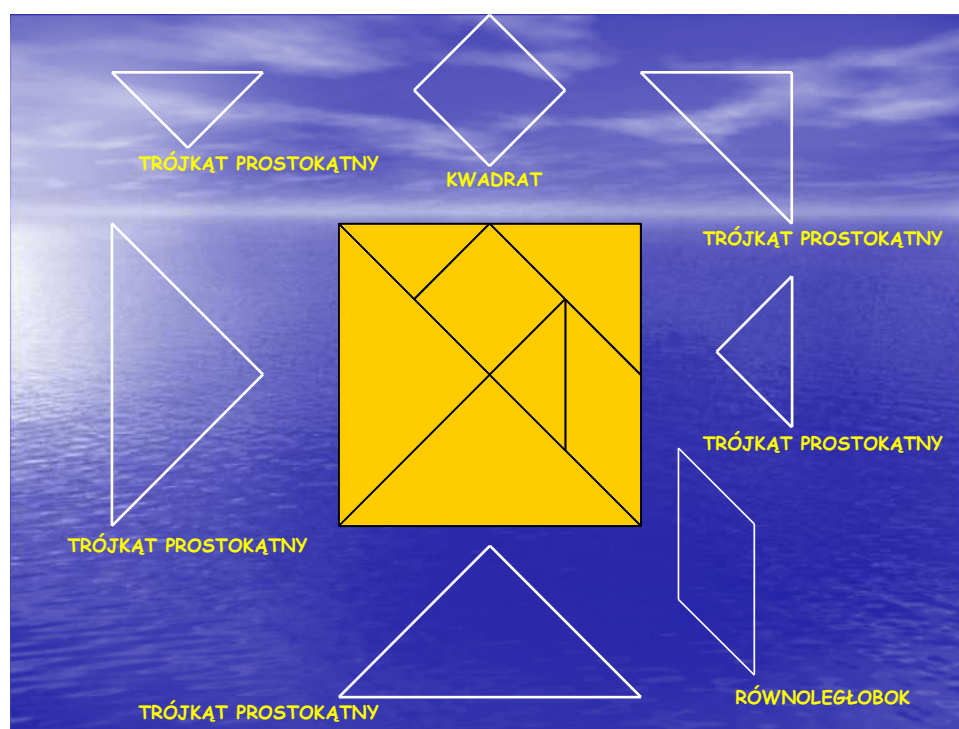




**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



FASCYNACJE ZAKŁĘTE  
W NAUCE I BIZNESIE

**NiB**

**Ogólnopolski program**  
rozwoju kompetencji kluczowych  
w zakresie nauk matematyczno-przyrodniczych  
i przedsiębiorczości dla uczniów gimnazjów

[www.naukaibiznes.pl](http://www.naukaibiznes.pl)

Lider projektu



Partner projektu





Przy zabawie z tangramem należy pamiętać o tym, że:

- Należy wykorzystać wszystkie części,
- Elementy muszą leżeć obok siebie, ale nie mogą na siebie nachodzić,
- Tany można obracać na drugą stronę.

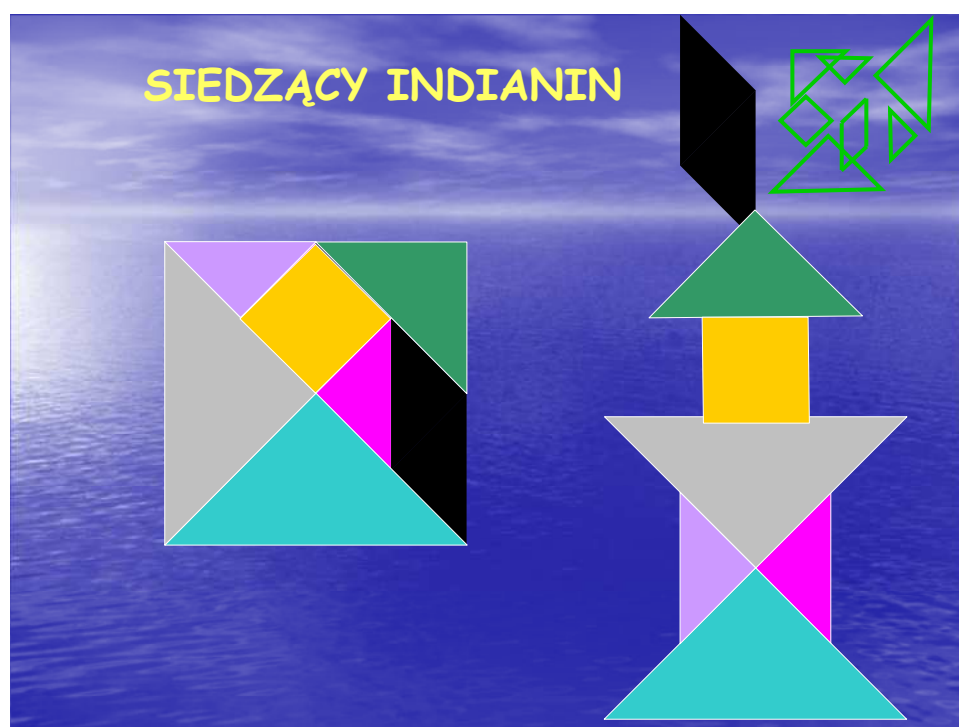




**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



FASCYNACJE ZAKLĘTE  
W NAUCE I BIZNESIE

**NiB**

**Ogólnopolski program**  
rozwoju kompetencji kluczowych  
w zakresie nauk matematyczno-przyrodniczych  
i przedsiębiorczości dla uczniów gimnazjów

[www.naukaibiznes.pl](http://www.naukaibiznes.pl)

Lider projektu



Partner projektu

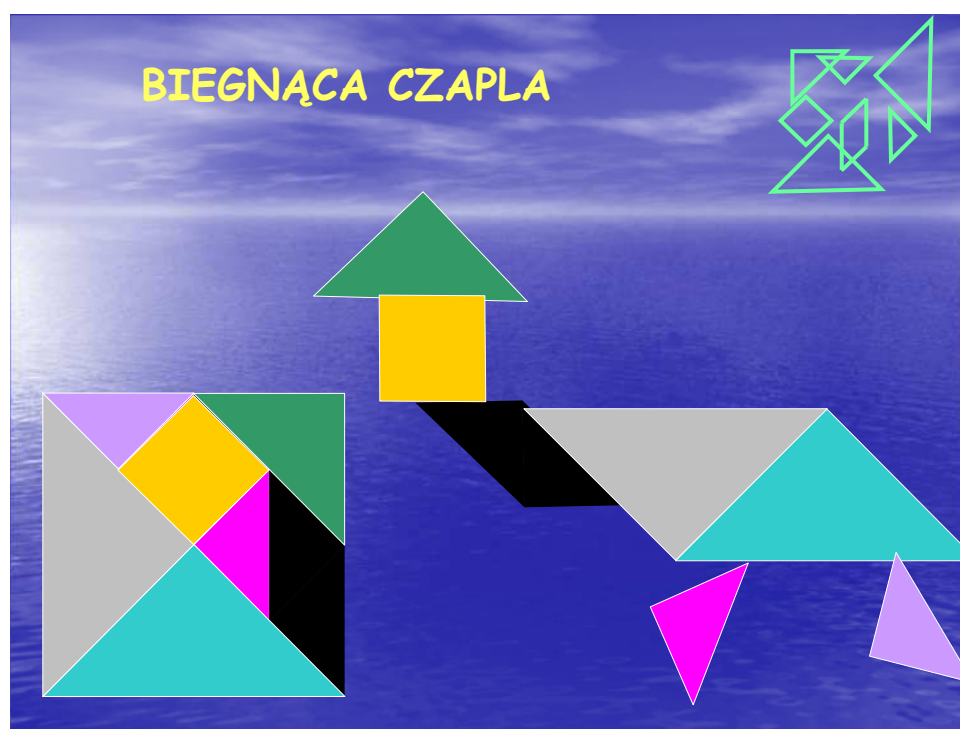




**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



FASCYNACJE ZAKLĘTE  
W NAUCE I BIZNESIE

**NiB**

**Ogólnopolski program**  
rozwoju kompetencji kluczowych  
w zakresie nauk matematyczno-przyrodniczych  
i przedsiębiorczości dla uczniów gimnazjów

[www.naukaibiznes.pl](http://www.naukaibiznes.pl)

Lider projektu



Partner projektu

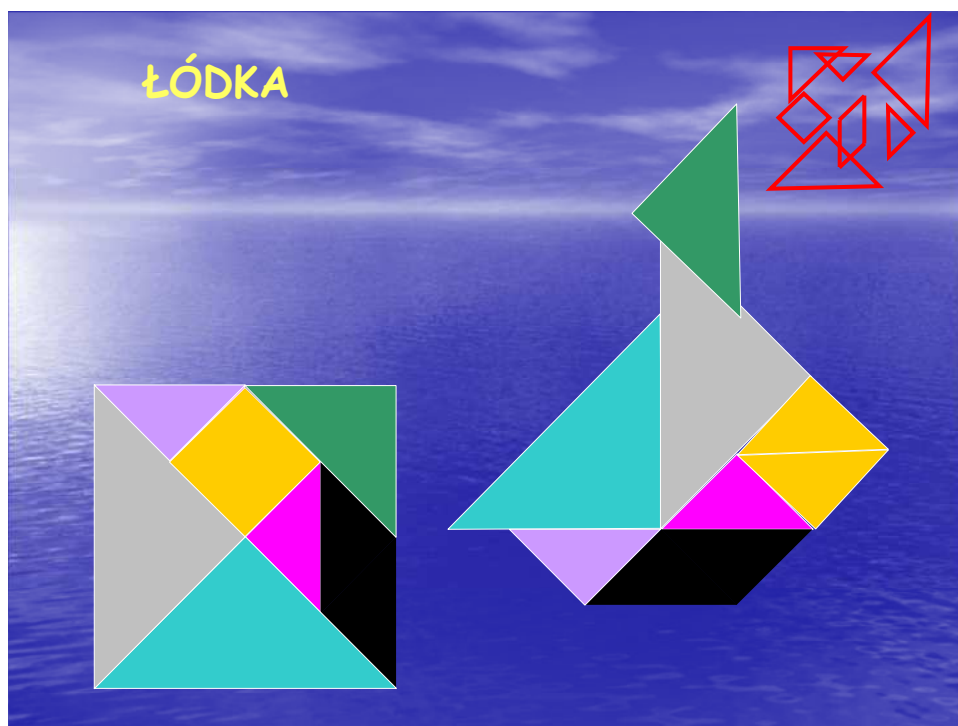




**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



FASCYNACJE ZAKLĘTE  
W NAUCE I BIZNESIE

**NiB**

**Ogólnopolski program**  
rozwoju kompetencji kluczowych  
w zakresie nauk matematyczno-przyrodniczych  
i przedsiębiorczości dla uczniów gimnazjów

[www.naukaibiznes.pl](http://www.naukaibiznes.pl)

Lider projektu

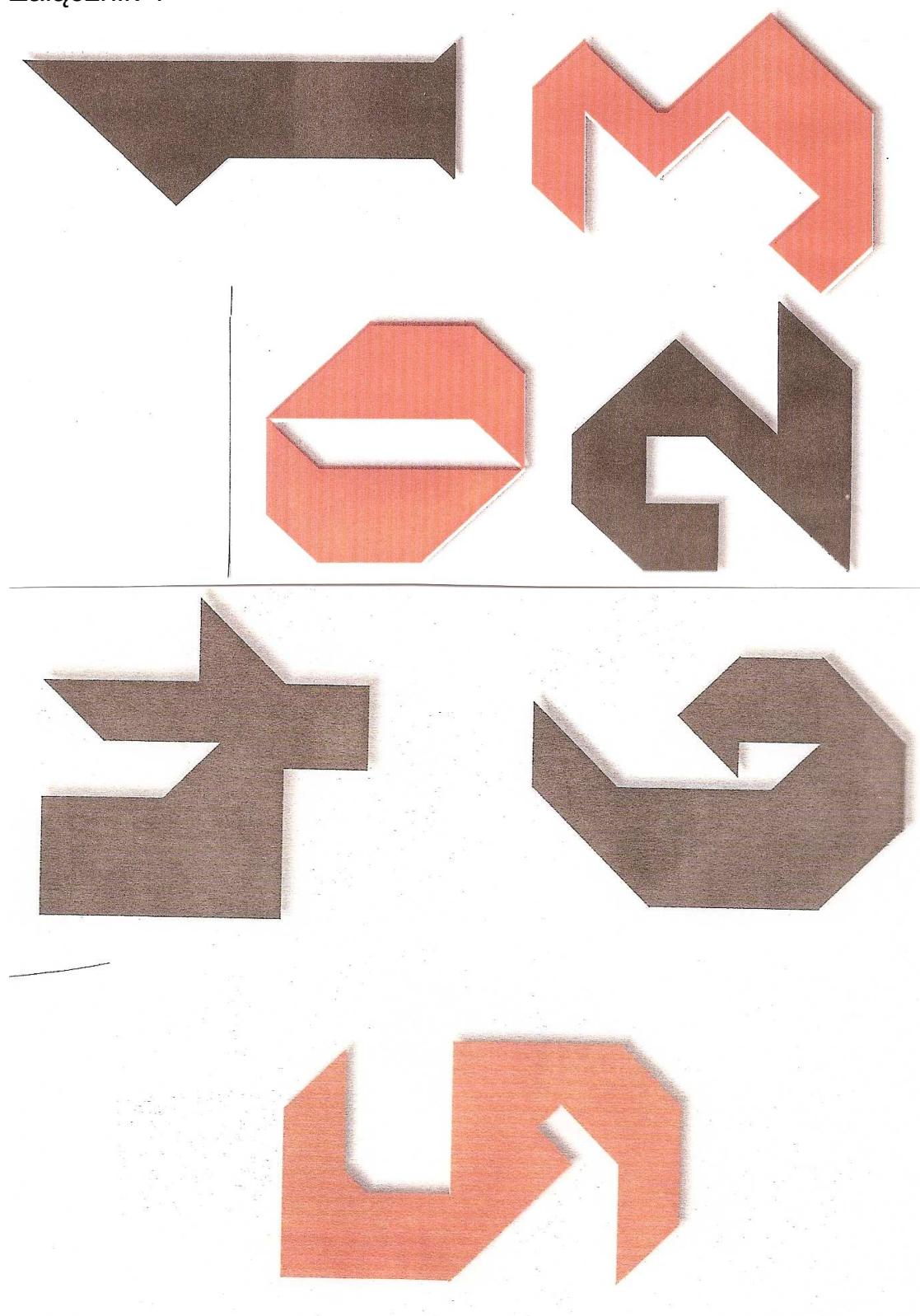


Partner projektu





## Załącznik 4



FASCYNACJE ZAKŁĘTE  
W NAUCE I BIZNESIE

**NiB**

Ogólnopolski program  
rozwoju kompetencji kluczowych  
w zakresie nauk matematyczno-przyrodniczych  
i przedsiębiorczości dla uczniów gimnazjów

[www.naukaibiznes.pl](http://www.naukaibiznes.pl)

Lider projektu

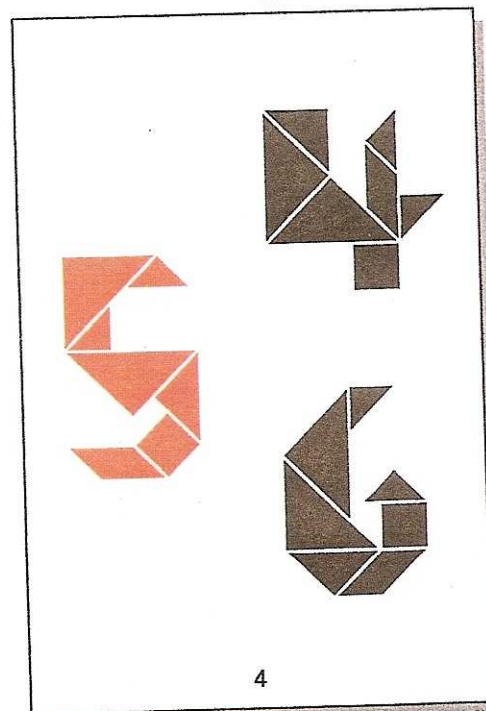
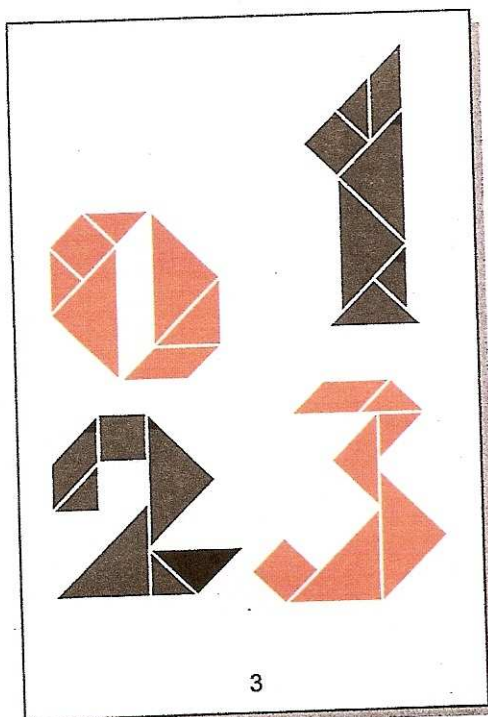
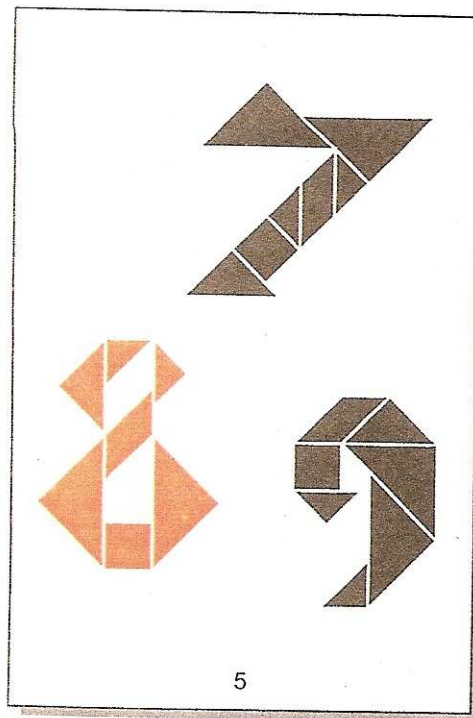


Partner projektu





rozwiązanie



103

Załącznik 5

**Ogólnopolski program**  
rozwoju kompetencji kluczowych  
w zakresie nauk matematyczno-przyrodniczych  
i przedsiębiorczości dla uczniów gimnazjów

[www.naukaibiznes.pl](http://www.naukaibiznes.pl)

Lider projektu

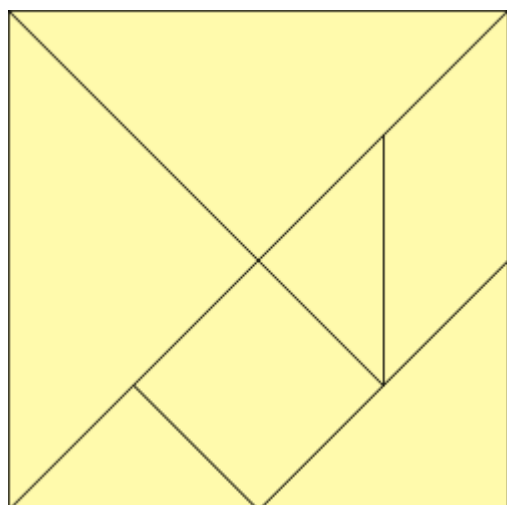


Partner projektu



FASCYNACJE ZAKŁĘTE  
W NAUCE I BIZNESIE

**NIB**



rozwiązanie

FASCYNACJE ZAKŁĘTE  
W NAUCE I BIZNESIE

**NiB**



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

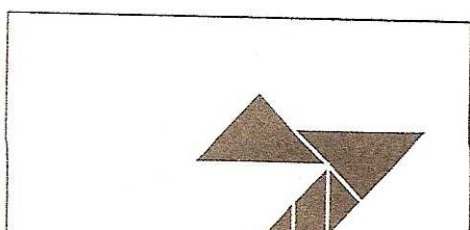
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



FASCYNACJE ZAKŁĘTE  
W NAUCE I BIZNESIE

**NiB**



ktu



## Scenariusz II – 1,5godziny

### Część A

#### PRAWDOPODOPIEŃSTWO

##### Cele ogólne:

- rozwijanie umiejętności pracy w grupie,
- rozwijanie umiejętności wykorzystywania zdobytych informacji, w praktyce

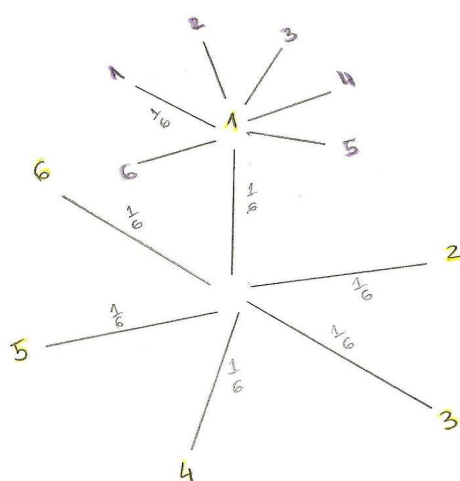
##### Cele szczegółowe:

- uczeń potrafi w oparciu o definicję wyznaczyć zbiór odpowiednich liczb

##### Przebieg zajęć (potrzebne kostki do gry) :

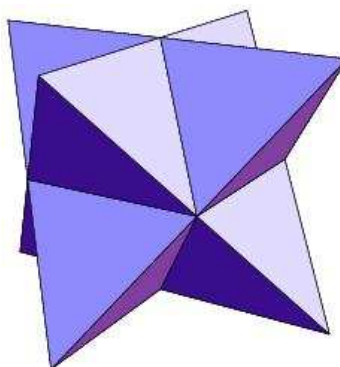
- każdy w grupie rzuca 10 krotnie kostką do gry i zapisuje swoje wyniki,
- uczniowie porównują swoje wyniki i odpowiadają na pytania
  1. *Ile razy w dwukrotnym rzucie monetą suma oczek była większa od 7?*
  2. *Ile razy w dwukrotnym rzucie monetą suma oczek była parzysta?*
  3. *Ile razy w dwukrotnym rzucie monetą wypadła dwa razy taka sama ilość oczek?*
- przedstawienie uczniom metody drzewka stochastycznego dla dwukrotnego rzutu kostką do gry (niepełnego)





- przedstawienie metody obliczeń prawdopodobieństwa na drzewku stochastycznym
- uczniowie zastanawiają się, dyskutują na temat wykorzystania drzewka w sytuacjach praktycznych, biznesowych.
- Każdy zespół przedstawia swoją grupową propozycję biznesowego drzewka stochastycznego.

## WIELOŚCIAN GWIEŹDZISTY MAŁY



Przebieg II części zajęć:

- Uczniowie otrzymują szablony siatek bryły
- Budują figurę



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

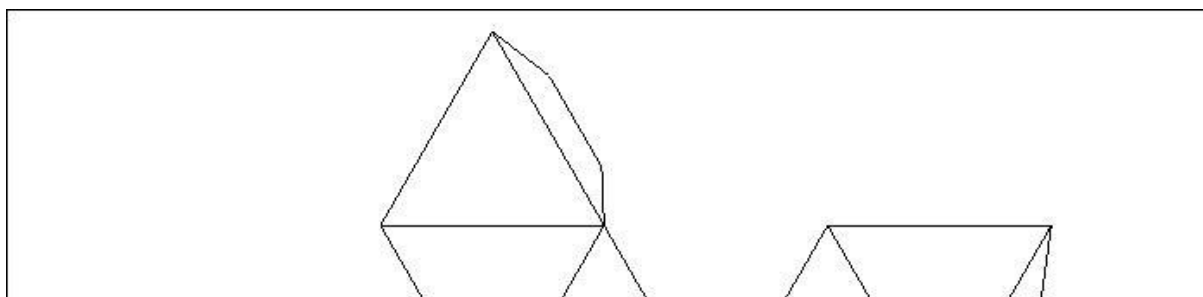
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



FASCYNACJE ZAKŁĘTE  
W NAUCE I BIZNESIE

**NiB**





## LOGO

Przebieg III części zajęć:

- Prezentacja multimedialna
- Uczniowie pracują w grupach gimnazjalnych, tworząc własne logo oparte na teorii fraktali.

