



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

I Liceum Ogólnokształcące
im. M. Kromera
w Gorlicach

Program działalności szkolnego koła zainteresowań z matematyki



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE



Autorzy:
Bernard Sozański
mgr Teresa Cebo

ISBN 978-83-7667-058-4

1. Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego

SŁOWNICZEK UŻYTYCH NARZĘDZI:

Dla syntetycznego ujęcia wyników prowadzonych badań wykorzystano podstawowe miary statystyki opisowej:

- a) **średnia arytmetyczna** – wskazuje średnią wartość,
- b) **odchylenie standardowe** – obrazuje przeciętną różnicę między obserwacjami a ich średnią,
- c) **współczynnik zmienności** – opisuje przeciętną procentową różnicę między obserwacjami a ich średnią, wyrażona względem tej średniej,
- d) **kwartył I** – oznacza, że 25% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- e) **kwartył II** (inaczej **mediana** – wartość środkowa) oznacza, że 50% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- f) **kwartył III** – oznacza, że 75% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- g) **kurtoza** (właśc.. **współczynnik ekscesu**) – względna miara koncentracji i spłaszczenia rozkładu, określa rozmieszczenie i koncentrację wartości w pobliżu średniej (gdy wartość kurtozy jest równa 0 rozkład ma kształt normalny, gdy jest większa od 0 rozkład jest bardziej wysmukły niż normalny (większe skupienie wartości wokół średniej), natomiast wartość mniejsza od 0 rozkład jest mniej wysmukły niż normalny (większe spłaszczenie rozkładu)),
- h) **skośność** (**współczynnik skośności**) – miara asymetrii rozkładu (równa 0 dla rozkładu symetrycznego, dodatnia - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z prawej strony, ujemna - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z lewej strony)

W celu zbadania zgodności badanego rozkładu z rozkładem normalnym wykorzystano **test Kołmogorowa – Smirnowa**, natomiast dla zweryfikowania hipotezy czy dwie niezależne próbki pochodzą z tej samej populacji (mają podobne rozkłady) wykorzystano **test t dla prób niezależnych** (w przypadku zgodności rozkładu wyników grupy z rozkładem normalnym) lub **test Manna – Whitneya** (w przypadku braku zgodności z rozkładem normalnym). Test t dla prób niezależnych został dodatkowo poprzedzony **testem Levene’a równości wariancji grupowych**. W każdym przypadku podano wartość p , czyli prawdopodobieństwo testowe; jeśli jest mniejsze od zadanego poziomu istotności α (wynoszące w prowadzonych analizach 0,05), hipotezę H_0 należy odrzucić.

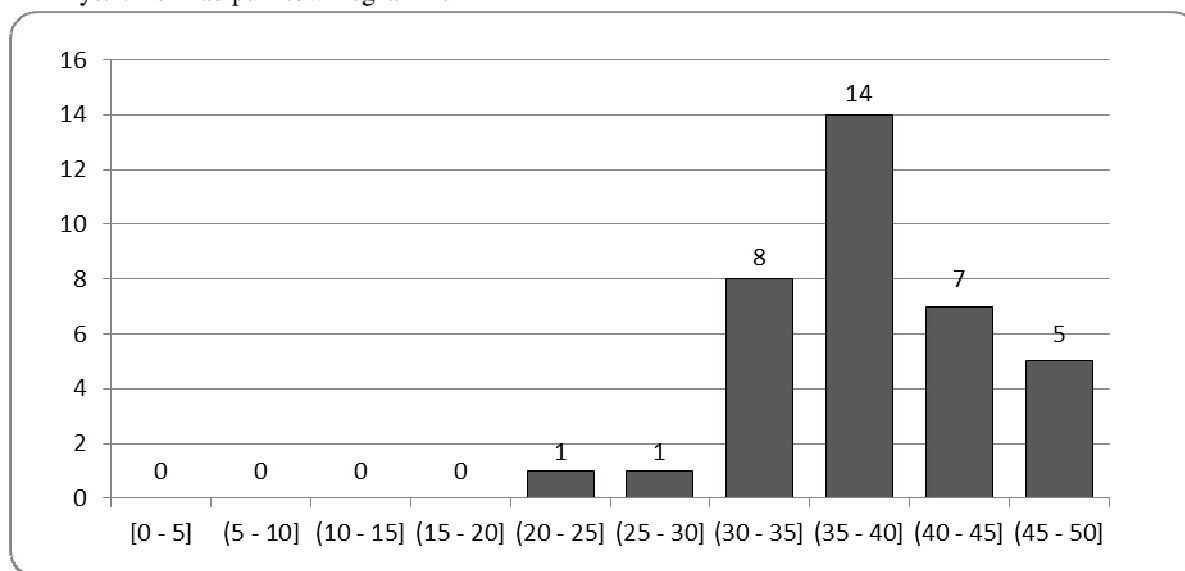
Natomiast dla zbadania kierunku i siły zależności pomiędzy oceną z matematyki a wynikami egzaminu z części matematyczno – przyrodniczej wykorzystano **współczynnik**

korelacji rang Spearmana, który wyraża siłę korelacji dwóch cech mierzonych na skali porządkowej.

Analizie poddano wyniki egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej w roku szkolnym 2009/2010 oraz oceny końcowe z matematyki 36-ciu uczniów klas pierwszych I LO w Gorlicach, którzy złożyli aplikację do zajęć rozszerzających w projekcie „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”. Większość badanych (21 osób, 58,33%) stanowiły dziewczęta.

Wynik egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej podawany był w punktach od 0 do 50. Rozkład tych wyników w badanej grupie zaprezentowano na rysunku 1.

Rys.1. Rozkład punktów z egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Z informacji przedstawionych na rysunku 1 wynika, że w badanej grupie najczęściej występowały wyniki z przedziału 35-40 pkt. Do tego przedziału należą także średnia (38,69 pkt) oraz mediana (38 pkt), co oznacza że połowa badanych uczniów miała wynik egzaminu nie wyższy niż ten wynik.

W porównaniu ze średnią z województwa podkarpackiego ¹ wynoszącą 23,82 pkt średni wynik tej grupy jest dużo wyższy.

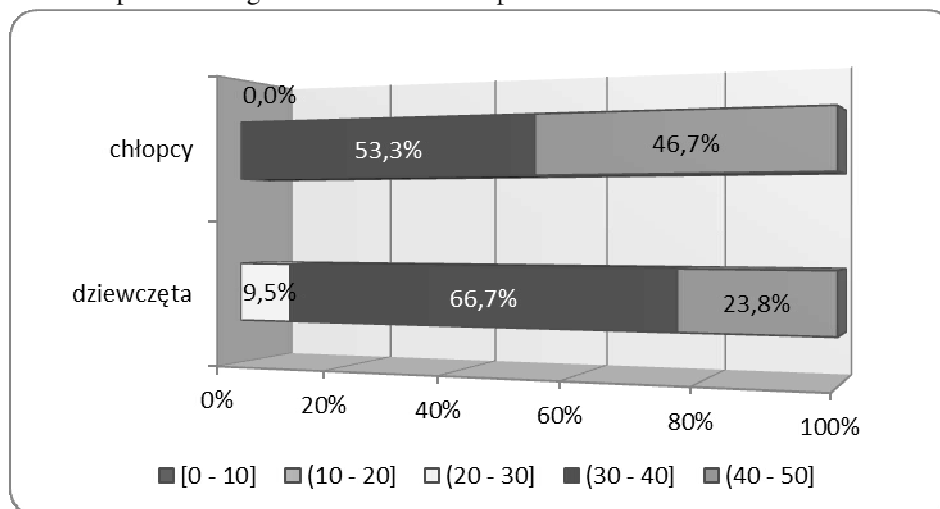
Czwarta część badanych uczniów miała wynik nie wyższy niż 35 (kwartył I), zaś 75% miała wynik nie wyższy niż 42,5 pkt (kwartył 3). Próbę charakteryzowała dość duża zmienność –

¹ Sprawozdanie z egzaminu gimnazjalnego w 2010 roku [tab.59], OKE w Krakowie, Kraków, maj 2010 [w:] http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku_1.pdf

przeciętne odchylenie od średniej, mierzone odchyleniem standardowym, wynosiło około 5,97 pkt., co stanowi 15,42% średniej. Dodatni wynik kurtozy (1,18) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest bardziej wysmukły (mniej spłaszczony) niż rozkład normalny. Niewielka skośność ujemna (-0,30) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości niższych.

Rozkład wyników egzaminu wydaje się być inny u dziewcząt i u chłopców (rysunek 2). Wprawdzie u obu płci dominują wyniki wyższe (30-40 pkt], jednak u dziewcząt ich udział jest większy. Chłopcy mają natomiast więcej wyników najwyższych (40-50 pkt], ponadto w ogóle nie występują u nich wyniki średnie (20-30 pkt].

Rys.2. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć



Źródło: opracowanie własne

Odmienność rozkładów potwierdzają również podstawowe statystyki (tab.1). Zarówno średnia, jak i mediana wyników były wyższe u chłopców, przy równoczesnej mniejszej zmienności.

Tab.1. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć

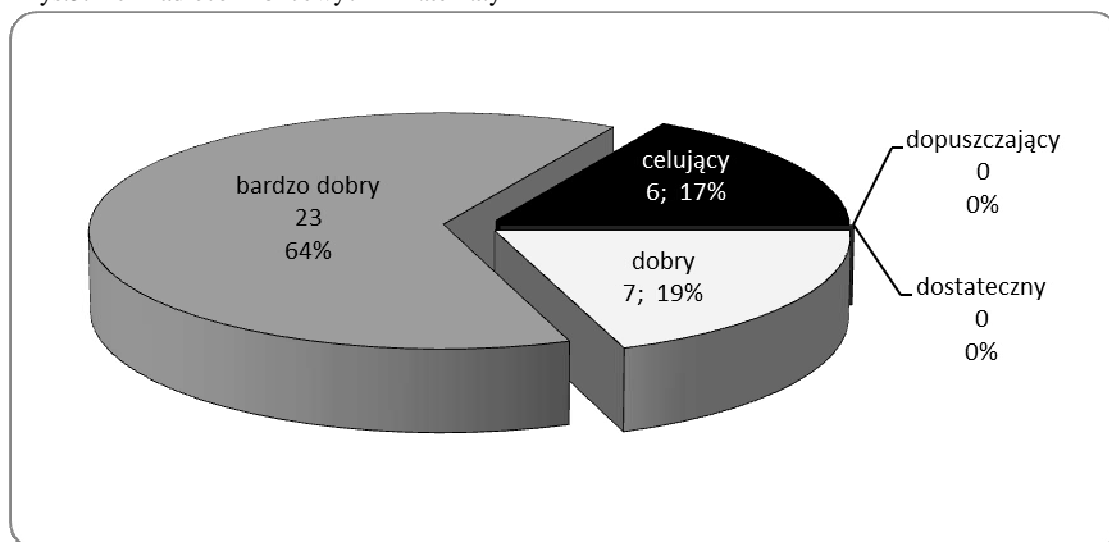
Płeć \ Wynik z egzaminu	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczęta	37,00	36	5,80	15,67%
chłopcy	41,07	40	5,54	13,48%

Źródło: opracowanie własne

Aby sprawdzić podobieństwo rozkładów dla obu płci, zastosowano test t dla prób niezależnych. Można go było zastosować, gdyż rozkład był zgodny z rozkładem normalnym, co wykazano testem Kołmogorowa – Smirnowa ($Z = 0,77, p=0,59, p \geq \alpha$)². Wstępnie sprawdzono równość wariancji grupowych testem Levene’a, który dał wynik pozytywny ($F=0,13; p=0,72, p \geq \alpha$). Następnie zastosowany test t dla prób niezależnych ($t = -2,11, p=0,04, p \leq \alpha$) wykazał, iż średnie wyniki z egzaminu chłopców i dziewcząt różnią się istotnie.

Uczniowie należący do badanej grupy najczęściej kończyli gimnazjum z oceną z matematyki bardzo dobrą (23 osoby, 63,89%), co widać na rysunku 3.

Rys.3. Rozkład ocen końcowych z matematyki



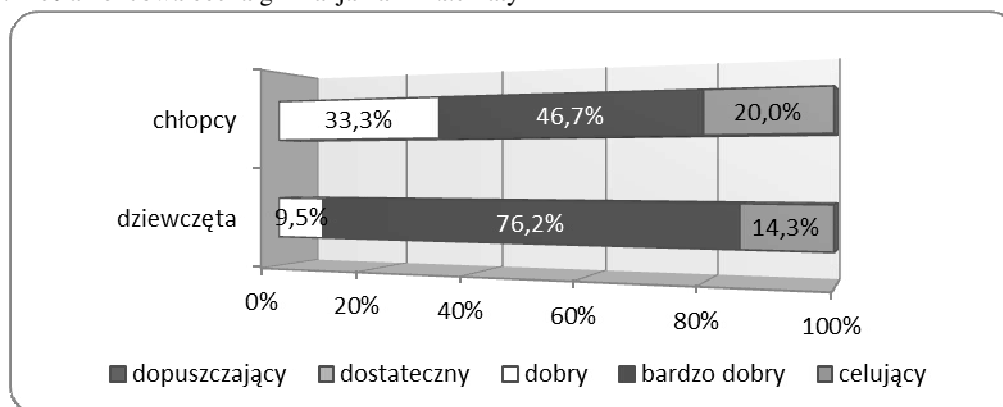
Źródło: opracowanie własne

W badanej grupie średnia ocen wyniosła 4,97 zaś wartość środkowa (mediana) 5. Z uwagi na małą liczbę wariantów cenniejszą informację niż kwartyłe podaje nam średnia i odchylenie, które tu wyniosło ok. 0,61 stopnia. Oznacza to, że oceny końcowe uczniów różniły się od średniej 4,97 przeciętnie o 0,61 stopnia, co stanowi 12,24% średniej. Ujemny wynik kurtozy (-0,08) świadczy o małym skupieniu wokół średniej. Skośność bliska zeru (0,01) świadczy o tym, że rozkład jest zbliżony do symetrycznego.

Rozkład ocen końcowych z matematyki wydaje się być nieco inny u dziewcząt i u chłopców (rys. 4). Wprawdzie u obu płci dominowały oceny bardzo dobre, ale wśród dziewcząt ich udział był większy.

² W badaniach przyjęto poziom istotności $\alpha = 0,05$.

Rys.4. Płeć a końcowa ocena gimnazjalna z matematyki



Źródło: opracowanie własne

O odmienności rozkładów nie przesądzają podstawowe statystyki (tab.1). Średnia jest nieco wyższa u dziewcząt, mediany są równe, zaś zmienność dużo większa u chłopców.

Tab.2. Rozkład ocen końcowych z matematyki w rozbiciu na płeć

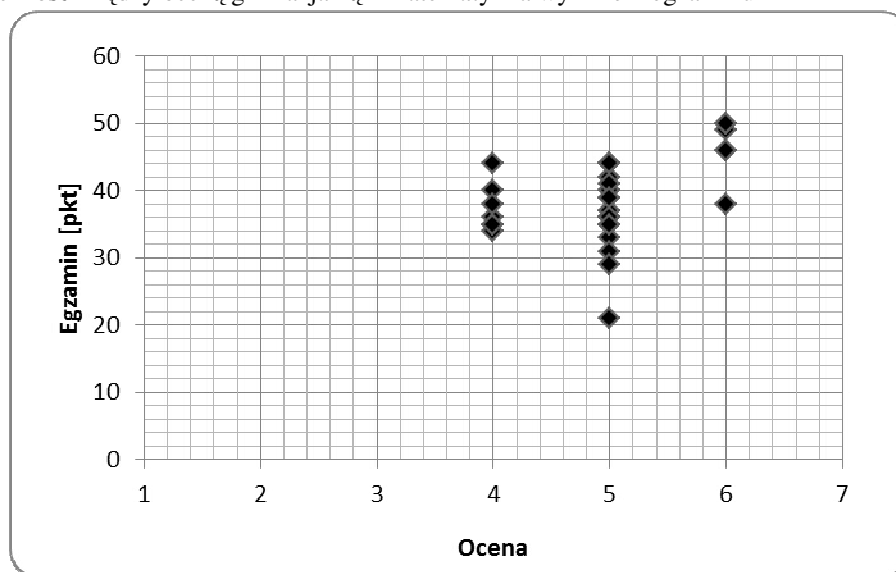
Płeć \ Ocena końcowa	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczęta	5,05	5	0,50	9,86%
chłopcy	4,87	5	0,74	15,27%

Źródło: opracowanie własne

Podobieństwo rozkładów sprawdzono ostatecznie testem U Manna – Whitneya, z uwagi na skalę porządkową. Uzyskany wynik ($U = 133,50$; $p=0,37$, $p \geq \alpha$) pozwolił na przyjęcie tezy, iż gimnazjalne oceny końcowe z matematyki dziewcząt i chłopców są podobne.

Zależność między wynikiem z egzaminu a oceną końcową z gimnazjum najlepiej oceniać interpretując wykres rozrzutu (rys.5).

Rys.5. Zależność między oceną gimnazjalną z matematyki a wynikiem egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Wskazuje on na widoczną, słabą zależność między oceną końcową z gimnazjum a wynikiem z egzaminu gimnazjalnego. Interpretację tą potwierdza współczynnik korelacji Spearmana (0,45).

Program

zajęć roszszerzających w ramach projektu

Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

2. Cele realizacji zajęć

Głównym celem zajęć jest stworzenie możliwości dalszego rozwoju zainteresowań i uzdolnień matematycznych oraz podniesienie kompetencji matematycznych uczniów. Adresowany jest do uczniów szkół średnich rozpoczynających naukę w klasie pierwszej w roku szkolnym 2010/2011.

Cele szczegółowe:

- Przygotowanie uczniów do studiów na kierunku matematycznym lub takim, w którego programie matematyka odgrywa istotną rolę.
- Stwarzanie szans chętnym uczniom realizującym na lekcjach podstawową wersję programu nauczania matematyki, realizowanie go na poziomie roszszerzonym.

- Wprowadzanie tematów, które pomagają uczniom zrozumienie tekstu matematycznego polecanego do samodzielnego przestudiowania.
- Wyszukiwanie wśród uczniów talentów matematycznych i opieka nad nimi.
- Przygotowanie najlepszych uczestników zajęć do pomyślnego uczestnictwa w konkursach matematycznych i w Olimpiadzie Matematycznej.

3. Organizacja zajęć

Zajęcia prowadzone są raz w tygodniu w wymiarze 2 godzin lekcyjnych w grupach piętnastoosobowych.

4. Omówienie niezbędnych pomocy naukowych

Przyrząd do demonstracji powstawania brył obrotowych.

Bryły geometryczne: - wielościany prawidłowe, foremne, nieregularne,
 - bryły obrotowe,
 - figury ścięte,
 - bryły wpisane.

Zestaw brył transparentnych z wyjmowanymi siatkami.

Ścienna listwa szybkiej ekspozycji – kłamrowa.

5. Procedury osiągnięcia celów

Każdy uczeń, który został za jego zgodą i zgodą rodziców wyłoniony do czynnego uczestnictwa w poszerzonej edukacji matematycznej ma taką możliwość przez cały czas uczęszczania do szkoły.

Realizacja programu odbywa się w formach:
 grupowej:

- realizacja treści programowych ustalonych przez nauczyciela,
- omawianie ciekawych artykułów i zadań z czasopism matematycznych,
- zachęcanie uczniów do skorzystania z możliwości szerszego zapoznania się z określoną problematyką na podstawie zaproponowanej książki lub czasopisma matematycznego,
- ukazywanie ciekawych epizodów z historii matematyki,
- prezentowanie przez uczniów własnej twórczości matematycznej,
- wykorzystanie wiedzy informatycznej uczniów do prezentacji ciekawych matematycznych problemów,

- realizacja tematów zaproponowanych przez uczniów,
- wyjazdy do ośrodków akademickich, w których przewidziano prelekcje znanych matematyków,
- redagowanie gazetki matematycznej.

indywidualnej:

- konsultacje, rozwiązywanie wspólnie z uczniem nurtujących go pytań,
- realizacja przez ucznia opracowanego wspólnie z nauczycielem programu samokształceniowego,
- samodzielne przygotowanie przez ucznia pewnych materiałów do wykorzystania na zajęciach,
- przygotowywanie odpowiednich materiałów i ukierunkowanie uczniów przygotowujących się do udziału w konkursach matematycznych.

6. Szczegółowe treści kształcenia

KLASA I

I. Liczby i ich zbiory.

1. Podzielność liczb w zbiorach liczb naturalnych i całkowitych.
2. Liczby pierwsze i złożone.
3. Liczby względnie pierwsze.
4. Cecha i mantysa liczby.
5. Symbol i dwumian Newtona.
6. Dowodzenie twierdzeń metodą indukcji matematycznej.
7. Małe Twierdzenie Fermata.
8. Kongruencje liczbowe.
9. Rozwiązywanie zadań z konkursów i Olimpiad Matematycznych z wykorzystaniem poznanych zagadnień.

II. Funkcje i ich własności.

1. Wykresy funkcji.
2. Przekształcenia wykresów funkcji.
3. Funkcja liniowa w zadaniach problemowych.

III. Równania i nierówności.

1. Równania i układy równań z wartością bezwzględną.
2. Nierówności liniowe i układy nierówności liniowych z wartością bezwzględną.

3. Elementy równań funkcyjnych.
4. Równania diofantyczne.

IV. Funkcje trygonometryczne.

1. Wykresy funkcji trygonometrycznych.
2. Wzory redukcyjne.
3. Równania i nierówności trygonometryczne.
4. Tożsamości trygonometryczne.
5. Trygonometria w algebrze.
6. Wykorzystanie funkcji trygonometrycznych w zadaniach problemowych.

V. Algebra wektorowa.

1. Podstawowe wiadomości z algebry wektorów.
2. Iloczyn skalarny wektorów, jego własności i zastosowania.
3. Iloczyn wektorowy pary wektorów.
4. Wektory w algebrze i geometrii.

KLASA II

I. Dowodzenie równań i nierówności algebraicznych.

1. Pożyteczne tożsamości algebraiczne.
2. Ciekawe nierówności algebraiczne.

II. Geometria płaszczyzny.

1. Geometria kartki papieru.
2. Własności trójkątów i czworokątów wypukłych.
3. Twierdzenie sinusów cosinusów.
4. Geometria w algebrze.
5. Geometria i trygonometria.

III. Funkcje i ich własności.

1. Trójmian kwadratowy
2. Sposoby rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych z parametrem.
3. Wielomiany i funkcje wymierne – sposoby rozwiązywania równań i nierówności.
4. Funkcja homograficzna w zadaniach z parametrem.
5. Funkcja wykładnicza i logarytmiczna w zadaniach.
6. O cyklicznych układach równań.
7. Równania funkcyjne w obszarze funkcji elementarnych

IV. Ciągi liczbowe.

1. Własności ciągów.
2. Ciągi zdefiniowane rekurencyjnie.
3. Granica ciągu liczbowego.
4. Liczba e .
5. Ciągi rozbieżne do nieskończoności.
6. Kryteria zbieżności ciągów.
7. Szereg geometryczny.
8. Rozwiązywanie zadań z konkursów i Olimpiad Matematycznych.

KLASA III

I. Elementy analizy matematycznej.

1. Granica funkcji w punkcie.
2. Granica niewłaściwa, granice w nieskończoności, granice jednostronne.
3. Asymptoty wykresu funkcji.
4. Ciągłość funkcji.
5. Pochodna funkcji i jej interpretacja geometryczna.
6. Zastosowania pochodnej funkcji:
 - pochodna a monotoniczność funkcji,
 - ekstrema lokalne funkcji,
 - wypukłość funkcji i jej punkty przegięcia,
 - styczna do krzywej,
 - zadania optymalizacyjne,
 - badanie przebiegu funkcji.
7. Rozwiązywanie zadań konkursowych i z Olimpiady Matematycznej.

II. Całki.

1. Całka nieoznaczona.
2. Całkowanie przez części i przez podstawienie.
3. Różne przykłady całkowania.
4. Przykłady zastosowań całek.

III. Figury geometryczne w przestrzeni.

1. Kąt dwuścienny.
2. Graniastosłupy i ostrosłupy.
3. Bryły obrotowe.
4. Wielościany foremne.

IV. Rachunek prawdopodobieństwa.

1. Elementy kombinatoryki.
2. Aksjomatyczna definicja i własności prawdopodobieństwa.
3. Prawdopodobieństwo całkowite.
4. Niezależność zdarzeń.
5. Prawdopodobieństwo warunkowe.
6. Schemat Bernoulliego.

V. Elementy statystyki opisowej.

1. Dane statystyczne zawierają tylko wartości badanej cechy:
średnia z próby, mediana, wariancja z próby, odchylenie standardowe.
2. Dane statystyczne tworzą szereg rozdzielczy z klasami jednowartościowymi:
średnia ważona, mediana, wariancja, odchylenie standardowe.
3. Dane statystyczne tworzą szereg rozdzielczy z klasami będącymi przedziałami:
średnia z próby, mediana, wariancja i odchylenie standardowe.

VI. Rozwiązywanie zadań maturalnych.

7. Zalecane metody pracy:

- Gry dydaktyczne
- Metody aktywizujące
- Ćwiczenia przedmiotowe
- Metoda problemowa
- Nauczanie programowane

Gry dydaktyczne są pewną formą zabawy podlegającej dokładnie sprecyzowanym regułom. Wyróżniamy gry: symulacyjne, decyzyjne i psychologiczne. Gry symulacyjne polegają na odtwarzaniu bardziej złożonych sytuacji problemowych. Są to najczęściej różnego rodzaju gry strategiczne. Uczą, że podjęcie określonych działań wpływa na zmianę tej rzeczywistości. Gry decyzyjne służą wyrabianiu u uczniów umiejętności wszechstronnego analizowania problemów składających się na pewną określoną sytuację, podejmowania na tej podstawie odpowiednich decyzji oraz wskazywania przewidywanych następstw poczynań zgodnych z tymi decyzjami.

Metody aktywizujące to grupa metod, które uznać należy za najskuteczniejsze. Dzięki nim uczenie się ma charakter niekonwencjonalny, ciekawy i zajmujący. Zajęcia motywują

ucznia do działania, twórczego myślenia i kreatywności. Dzięki nim uczeń ma wpływ na to, co na lekcji będzie się działo, jest jej współtwórcą, (tworzy się poczucie współodpowiedzialności). Metody te uczą przez działanie, tworzenie, współpracę i przeżywanie. Sednem metod aktywizujących może być powiedzenie Konfucjusza: „ Powiedz, a zapomnę. Pokaż a zapamiętam. Pozwól wziąć udział a zrozumieć.” Metody te wymagają zaangażowania nauczyciela i uczniów.

Ćwiczenia przedmiotowe polegają na wielokrotnym wykonywaniu pewnych czynności dla nabycia wprawy i uzyskania coraz wyższej sprawności w działaniach intelektualnych i praktycznych. W nauczaniu matematyki pełnią rolę szczególną. Podczas ćwiczeń laboratoryjnych uczniowie samodzielnie przeprowadzają eksperymenty. Eksperymenty te pozwalają na formułowanie pewnych uogólnień, zilustrowanie wcześniej poznanych praw, zasad i reguł (tradycyjna metoda laboratoryjna) oraz ułatwiają uczniom przewidywanie nieznanych im jeszcze zjawisk i procesów (problemowa metoda laboratoryjna).

Metoda problemowa polega na wytworzeniu sytuacji problemowej, formułowaniu problemów, określaniu pomysłów ich rozwiązania, weryfikacji pomysłów rozwiązania oraz na porządkowaniu i stosowaniu uzyskanych wyników w nowych zadaniach o charakterze praktycznym lub teoretycznym. Jej cechą charakterystyczną jest dominacja uczenia się nad nauczaniem. Wzbudza ona wiarę ucznia w siebie, utwierdza go w przekonaniu, że jest w stanie rozwiązywać coraz trudniejsze zadania.

Nauczanie programowane prowadzone być może z użyciem komputera lub podręcznika, zbioru zadań itp. Obecnie dostępnych jest wiele komputerowych programów dydaktycznych spełniających potrzebne warunki. Metody praktyczne ułatwiają uczniom bezpośrednie poznanie rzeczywistości oraz pozwalają na wykorzystanie posiadanej przez nich wiedzy w rozwiązywaniu problemów praktycznych. Do tej grupy zaliczyć można: pokaz, ćwiczenia przedmiotowe, ćwiczenia laboratoryjne, metodę projektów itp. Pokaz polega na demonstrowaniu uczniom naturalnych przedmiotów lub ich modeli, zjawisk, wydarzeń lub procesów i objaśnianiu ich istotnych cech.

8. Ewaluacja

Ewaluacja w oświacie to ocena przydatności i skuteczności podejmowanych działań dydaktycznych, wychowawczych i opiekuńczych w odniesieniu do założonych celów, służąca doskonaleniu tych działań (*Rozporządzenie MENiS z 23 kwietnia 2004*).

Ewaluacja odbywać się będzie w formie obserwacji postępów uczniów. Systematyczne prowadzenie ewaluacji pozwoli dostrzec wpływ przekazywanych treści na postawy, wiedzę, umiejętności uczniów, a zarazem stanowi podstawę planowania dalszej pracy.

9. Literatura:

Podstawa programowa – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 6 listopada 2003 Dz.U. 2003 r. 210 poz. 2041.

Standardy egzaminacyjne.

Informator o egzaminie maturalnym z matematyki – www.cke.edu.pl

Poradnik metodyczny dla nauczyciela.

