



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Liceum Ogólnokształcące
im. Tadeusza Kościuszki
w Ropczycach

Program działalności szkolnego koła zainteresowań z matematyki



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE



Autorzy:

dr Bernard Sozański

mgr Hubert Paśko

mgr Agnieszka Żurek-Smolak

mgr Stanisław Wojtanowicz

ISBN 978-83-7667-058-4

1. Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego

SŁOWNICZEK UŻYTYCH NARZĘDZI:

Dla syntetycznego ujęcia wyników prowadzonych badań wykorzystano podstawowe miary statystyki opisowej:

- a) **średnia arytmetyczna** – wskazuje średnią wartość,
- b) **odchylenie standardowe** – obrazuje przeciętną różnicę między obserwacjami a ich średnią,
- c) **współczynnik zmienności** – opisuje przeciętną procentową różnicę między obserwacjami a ich średnią, wyrażona względem tej średniej,
- d) **kwartył I** – oznacza, że 25% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- e) **kwartył II** (inaczej **mediana** – wartość środkowa) oznacza, że 50% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- f) **kwartył III** – oznacza, że 75% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- g) **kurtoza** (właśc.. **współczynnik ekscesu**) – względna miara koncentracji i spłaszczenia rozkładu, określa rozmieszczenie i koncentrację wartości w pobliżu średniej (gdy wartość kurtozy jest równa 0 rozkład ma kształt normalny, gdy jest większa od 0 rozkład jest bardziej wysmukły niż normalny (większe skupienie wartości wokół średniej), natomiast wartość mniejsza od 0 rozkład jest mniej wysmukły niż normalny (większe spłaszczenie rozkładu)),
- h) **skośność** (**współczynnik skośności**) – miara asymetrii rozkładu (równa 0 dla rozkładu symetrycznego, dodatnia - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z prawej strony, ujemna - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z lewej strony)

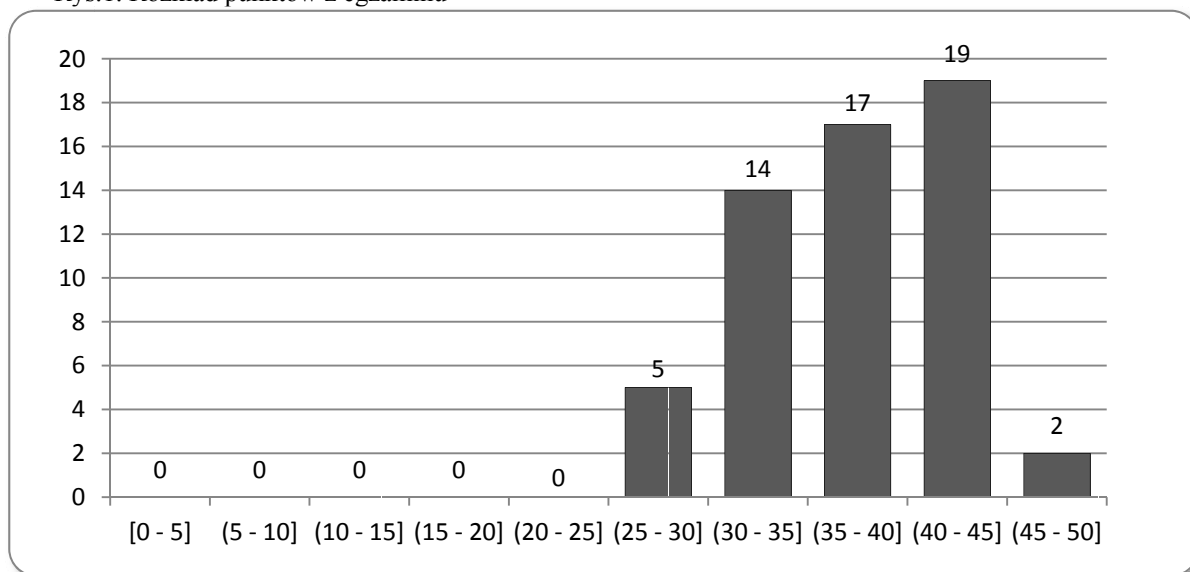
W celu zbadania zgodności badanego rozkładu z rozkładem normalnym wykorzystano **test Kołmogorowa – Smirnowa**, natomiast dla zweryfikowania hipotezy czy dwie niezależne próbki pochodzą z tej samej populacji (mają podobne rozkłady) wykorzystano **test t dla prób niezależnych** (w przypadku zgodności rozkładu wyników grupy z rozkładem normalnym) lub test **Manna – Whitneya** (w przypadku braku zgodności z rozkładem normalnym). Test t dla prób niezależnych został dodatkowo poprzedzony **testem Levene’a równości wariancji grupowych**. W każdym przypadku podano wartość p , czyli prawdopodobieństwo testowe; jeśli jest mniejsze od danego poziomu istotności α (wynoszące w prowadzonych analizach 0,05), hipotezę H_0 należy odrzucić.

Natomiast dla zbadania kierunku i siły zależności pomiędzy oceną z matematyki a wynikami egzaminu z części matematyczno – przyrodniczej wykorzystano **współczynnik korelacji rang Spearmana**, który wyraża siłę korelacji dwóch cech mierzonych na skali porządkowej.

Analizie poddano wyniki egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej w roku szkolnym 2009/2010 oraz oceny końcowe z matematyki 57 uczniów klas pierwszych LO w Ropczycach, którzy złożyli aplikację do zajęć rozszerzających w projekcie „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”. Większość badanych (32 osoby, 56,14%) stanowiły dziewczęta.

Wynik egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej podawany był w punktach od 0 do 50. Rozkład tych wyników w badanej grupie zaprezentowano na rysunku 1.

Rys.1. Rozkład punktów z egzaminu



Źródło: opracowanie własne

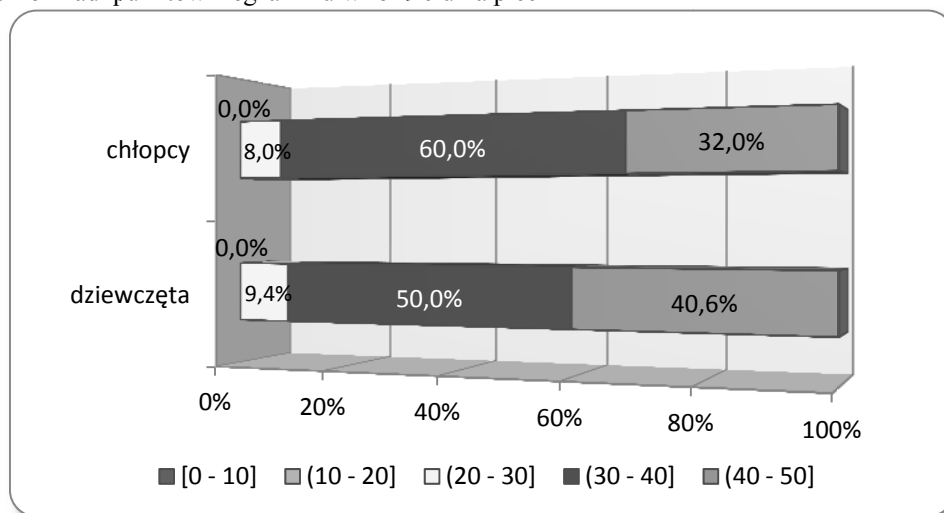
Z informacji przedstawionych na rysunku 1 wynika, że w badanej grupie najczęściej występowały wyniki z przedziału 40-45 pkt. Średni wynik egzaminu w badanej grupie wyniósł 38 pkt, zaś mediana 39 pkt, co oznacza że połowa badanych uczniów miała wynik egzaminu nie wyższy niż ta wartość. Średnia liczba punktów z egzaminu badanej grupy w porównaniu ze średnią z województwa podkarpackiego ¹ wynoszącą 23,82 pkt jest dużo wyższa.

Czwarta część badanych uczniów miała wynik nie wyższy niż 33 (kwartył I), zaś 75% miała wynik nie wyższy niż 42 pkt (kwartył 3). Próbkę charakteryzowała dość duża zmienność – przeciętne odchylenie od średniej, mierzone odchyleniem standardowym, wynosiło około 5,13 pkt., co stanowi 13,50% średniej. Ujemny wynik kurtozy (-0,87) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest mniej wysmukły (bardziej spłaszczony) niż rozkład normalny. Skośność bliska zera (-0,05) świadczy o tym, że rozkład jest zbliżony do symetrycznego.

¹ Sprawozdanie z egzaminu gimnazjalnego w 2010 roku [tab.59], OKE w Krakowie, Kraków, maj 2010 [w:] http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku_1.pdf

Rozkład wyników egzaminu był podobny u obu płci (rysunek 2). Tak wśród chłopców, jak i wśród dziewcząt przeważały wyniki wysokie, z przedziału (30-40 pkt], u chłopców było ich jednak więcej. Dziewczęta miały natomiast nieco więcej (40,63%, chłopcy 32,00%) wyników bardzo wysokich (40-50 pkt].

Rys.2. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć



Źródło: opracowanie własne

O podobieństwie rozkładów nie przesądzają podstawowe statystyki (tab.1). Zarówno średnia, jak i mediana wyników były wyższe u dziewcząt, ale grupa ta ma z kolei większą zmienność.

Tab.1. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć

Wynik z egzaminu Płeć	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczęta	38,56	39	5,47	14,19%
chłopcy	37,28	38	4,67	12,52%

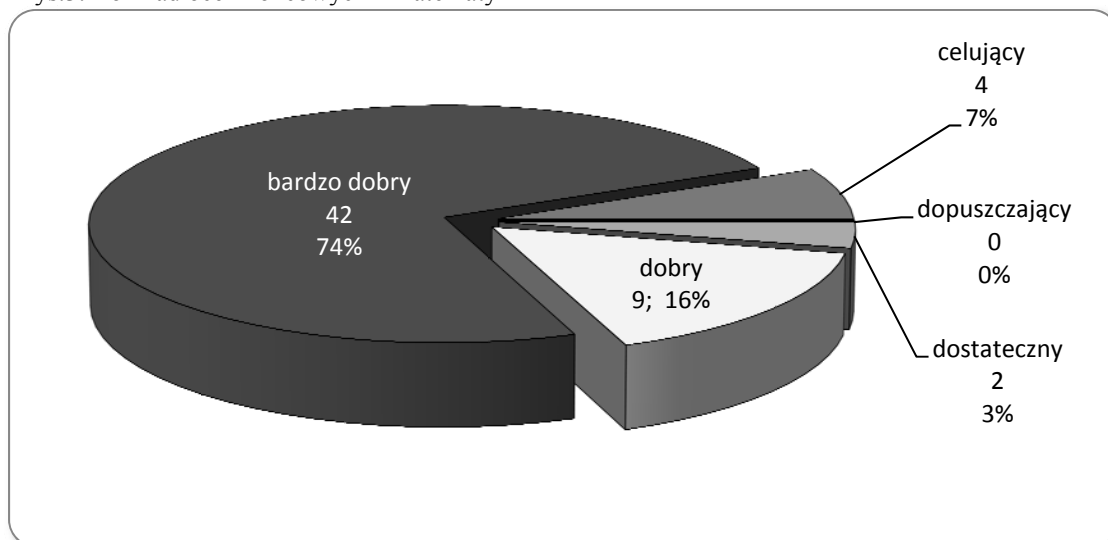
Źródło: opracowanie własne

Aby sprawdzić podobieństwo rozkładów dla obu płci, zastosowano test t dla prób niezależnych. Można go było zastosować, gdyż rozkład był zgodny z rozkładem normalnym, co wykazano testem Kołmogorowa – Smirnowa ($Z = 0,87, p=0,43, p \geq \alpha$)². Wstępnie sprawdzono równość wariancji grupowych testem Levene'a, który dał wynik pozytywny ($F=0,60; p=0,44, p \geq \alpha$). Następnie zastosowany test t dla prób niezależnych ($t = -0,94, p=0,35, p \geq \alpha$) wykazał, iż nie ma istotnej różnicy między średnimi wynikami z egzaminu chłopców i dziewcząt.

² W badaniach przyjęto poziom istotności $\alpha = 0,05$.

Uczniowie należący do badanej grupy najczęściej kończyli gimnazjum z oceną z matematyki bardzo dobrą (42 osoby, 73,68%), co widać na rysunku 3.

Rys.3. Rozkład ocen końcowych z matematyki

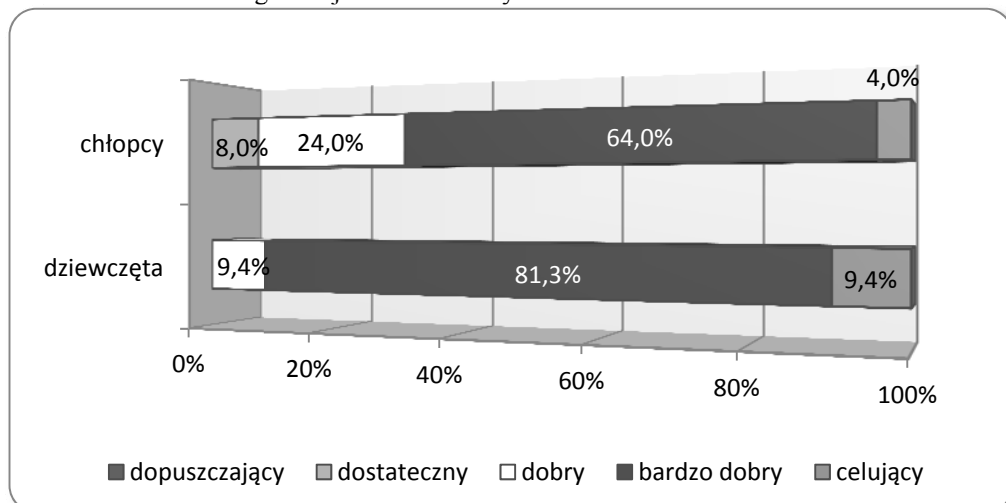


Źródło: opracowanie własne

W badanej grupie średnia ocen wyniosła 4,84, zaś wartość środkowa (mediana) 5. Z uwagi na małą liczbę wariantów cenniejszą informację niż kwartyle podaje nam średnia i odchylenie, które tu wyniosło ok. 0,59 stopnia. Oznacza to, że oceny końcowe uczniów różniły się od średniej 4,84 przeciętnie o 0,59 stopnia, co stanowi 12,21% średniej. Dodatni, wysoki wynik kurtozy (2,49) świadczy o dużym skupieniu obserwacji wokół średniej, a także o tym, iż wykres rozkładu jest bardziej wysmukły niż wykres rozkładu normalnego. Skośność ujemna (-1,03) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości niższych.

Rozkład ocen końcowych z matematyki wydaje się być inny u dziewcząt i u chłopców (rys. 4). U obu płci dominowały oceny bardzo dobre, jednak u dziewcząt ich udział był większy (81,25%, u chłopców 64,00%). Chłopcy mieli też więcej ocen dobrych (24,00%, dziewczęta 9,38%).

Rys.4. Płeć a końcowa ocena gimnazjalna z matematyki



Źródło: opracowanie własne

O odmienności rozkładów nie przesądzą podstawowe statystyki (tab.2). Chociaż średnie u obu płci są zbliżone, a mediany identyczne, u chłopców jest dużo większe zróżnicowanie ocen.

Tab.2. Rozkład ocen końcowych z matematyki w rozbiciu na płeć

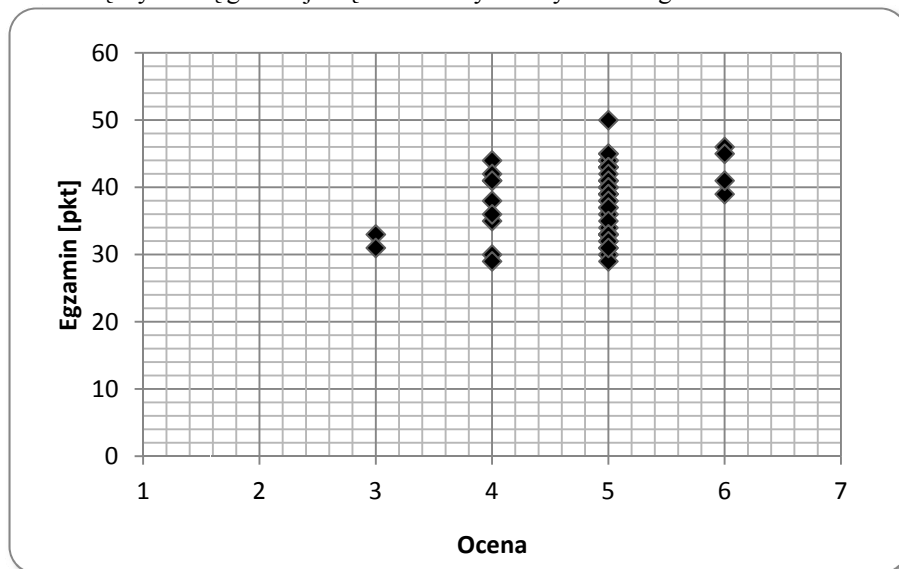
Płeć \ Ocena końcowa	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczeta	5,00	5	0,44	8,80%
chłopcy	4,64	5	0,70	15,09%

Źródło: opracowanie własne

Podobieństwo rozkładów sprawdzono ostatecznie testem U Manna – Whitneya, z uwagi na skalę porządkową. Uzyskany wynik ($U = 295,50$; $p=0,03$, $p \leq \alpha$) pozwolił na odrzucenie tezy, iż gimnazjalne oceny końcowe z matematyki dziewcząt i chłopców są podobne.

Zależność między wynikiem z egzaminu a oceną końcową z gimnazjum najlepiej oceniać interpretując wykres rozrzutu (rys.5).

Rys.5. Zależność między oceną gimnazjalną z matematyki a wynikiem egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Wskazuje on na widoczną, lecz słabą zależność dodatnią między oceną końcową z gimnazjum a wynikiem z egzaminu gimnazjalnego. Dodatni znak oznacza że „dobrzy” uczniowie, mający wyższe oceny końcowe z gimnazjum, z reguły uzyskiwali dobry wynik z egzaminu. Interpretację tą potwierdza współczynnik korelacji Spearmana (0,26).

2. Zasady realizacji zajęć

2.1. Cele realizacji zajęć

Głównym celem realizacji zajęć w ramach *Koła rozszerzających* jest podniesienie kompetencji matematycznych uczniów rozpoczynających naukę w klasie pierwszej w roku szkolnym 2010/2011.

Cele szczegółowe:

1. Umożliwienie uczniom nieodpłatnego dostępu do kółka rozwijającego ich zainteresowania matematyczne.
2. Rozwinięcie u uczniów umiejętności przeprowadzania wszechstronnych operacji umysłowych: obserwacji, porządkowania, porównywania, wyjaśniania, wnioskowania, szacowania, ilustrowania, uzasadniania, sprawdzania, podsumowania.
3. Zwiększenie liczby osób startujących w konkursach matematycznych.
4. Zwiększenie odsetka absolwentów LO podejmujących się zdawania matury na poziomie rozszerzonym oraz studiowania na kierunkach technicznych, w dalszej perspektywie postęp technologiczny w regionie

2.2. Założenia programowe

2.2.1. Organizacja zajęć

Zajęcia będą prowadzone dla każdej z dwóch grup w wymiarze dwóch godzin tygodniowo, raz w tygodniu. Grupa I liczy 16 osób, II – 15.

2.2.2. Omówienie niezbędnych pomocy naukowych

- zestaw modeli brył przestrzennych,
- zestaw klocków do konstruowania modeli brył przestrzennych,
- komplet przyborów do tablicy (cyrkiel, linijka, ekierka),
- program komputerowy CABRII
- laptop,
- projektor multimedialny.

2.2.3. Procedury osiągnięcia celów

1. Uczniowie powinni zapoznać się z ogólnymi zasadami organizacji i planowania uczenia się i postępować zgodnie z nimi w trakcie całego procesu uczenia się.

2. Uczniowie podczas udziału w projekcie powinni być stale stymulowani do przeprowadzania wszechstronnych operacji umysłowych: obserwacji, porządkowania, porównywania, wyjaśniania, wnioskowania, szacowania, ilustrowania, uzasadniania, sprawdzania, podsumowania.
3. Uczniowie powinni być stawiani w sytuacji problemowej
4. Uczniowie, zachęceni wynikami pracy podczas zajęć powinni samodzielnie rozwiązywać trudniejsze zadania w domu.

2.3. Szczegółowe treści kształcenia

KLASA I

- Elementy logiki i nauki o zbiorach, *relacje*.
 1. Prawa de'Morgana dla zdań i zbiorów.
 2. Metody dowodzenia twierdzeń w matematyce.
 3. Historia matematyki – prezentacja multimedialna.
- Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych i ich własności.
 1. Nietypowe równania i nierówności.
 2. Podzielność liczb.
 3. Własności liczb pierwszych.
 4. Zastosowanie wzorów skróconego mnożenia w zadaniach.
 5. Nierówność Cauchy'ego.
- Funkcje i ich własności.
 1. Dziedzina i zbiór wartości funkcji.
 2. Szkicowanie wykresów funkcji przy pomocy programów komputerowych.
Odczytywanie własności funkcji z wykresu.
 3. Funkcja liniowa i jej własności.
 4. Wartość bezwzględna i jej własności.
 5. Równania i nierówności z wartością bezwzględną.

- *Elementy równań funkcyjnych.*
 1. Przykłady rozwiązywania równań funkcyjnych.
- Geometria płaszczyzny.
 1. Twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie Talesa.
 2. Rozwiązywanie zadań z geometrii analitycznej.
 3. Miejsce geometryczne punktów – zadania.
- Funkcje trygonometryczne.
 1. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego.
 2. Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej.
 3. Równania trygonometryczne (1).
- Rachunek prawdopodobieństwa i elementy statystyki opisowej.
 1. Reguła mnożenia i jej zastosowania w kombinatoryce.
 2. Reguła szufladkowa Dierichletta.
- *Elementy matematyki finansowej.*
 1. Obliczenia procentowe.
 2. Lokaty i pożyczki.

KLASA II

- *Wektory.*
 1. Iloczyn skalarny wektorów i jego własności.
 2. Rozwiązywanie zadań z geometrii analitycznej z wykorzystaniem wektorów.
- Funkcje i ich własności.
 1. Rozwiązywanie zadań z wykorzystaniem funkcji kwadratowej.
 2. Równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną.
 3. Równania i nierówności kwadratowe z parametrem.
 4. Zagadnienia optymalizacyjne dotyczące funkcji kwadratowej.
- Geometria płaszczyzny.
 1. Przystawanie i podobieństwo figur.
 2. Wzór sinusów, wzór cosinusów.
 3. Pola figur płaskich.
 4. Zagadnienia optymalizacyjne dotyczące geometrii płaszczyzny.

- Wielomiany i wyrażenia wymierne.
 1. Pierwiastek wielokrotny wielomianu.
 2. Wzory Viete'a dla wielomianów.

- *Funkcja wymierna.*
 1. Zastosowanie równań i nierówności wymiernych do rozwiązywania zadań.
 2. Rozwiązywanie zadań z wykorzystaniem własności funkcji homograficznej.
- Ciągi.
 1. Ciąg Fibonacciego i jego własności – prezentacja multimedialna.
 2. Rozwiązywanie zadań dotyczących ciągów.

- Indukcja matematyczna.
 1. Zastosowanie zasady indukcji matematycznej do dowodzenia twierdzeń dotyczących liczb naturalnych.
- *Granica ciągu.*
 1. Przykłady wyznaczania granic ciągów, Liczba Eulera.
- Funkcja wykładnicza i *funkcja logarytmiczna.*
 1. Funkcja wykładnicza i logarytmiczna i ich własności..
 2. Równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne.
- Geometria płaszczyzny.
 1. Równanie okręgu.
- Figury geometryczne w przestrzeni.
 1. Graniastosłupy, ostrosłupy i ich przekroje.
 2. Bryły obrotowe.
 3. Krzywe stożkowe – prezentacja multimedialna.

KLASA III

- Funkcje trygonometryczne.
 1. Funkcje trygonometryczne sumy kątów.
 2. Sumy funkcji trygonometrycznych w zadaniach.
 3. Równania trygonometryczne (2).
 4. Funkcje cyklometryczne.

- *Granica funkcji.*
 1. Granica funkcji w punkcie.
 2. Granica niewłaściwa funkcji.
 3. Asymptoty wykresu funkcji.
- *Ciągłość i pochodna funkcji*
 1. Ciągłość funkcji w punkcie.
 2. Ciągłość funkcji w zbiorze.
 3. Własności funkcji ciągłych.
 4. Pochodna funkcji w punkcie.
 5. Pochodna funkcji w zbiorze.
 6. Styczna do krzywej w punkcie.
 7. Ekstrema lokalne i globalne funkcji.
- *Figury geometryczne w przestrzeni.*
 1. Krzywe stożkowe – prezentacja multimedialna.
 2. Elementy geometrii analitycznej w przestrzeni trójwymiarowej.
- *Rachunek prawdopodobieństwa i elementy statystyki opisowej.*
 1. Permutacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń.
 2. Kombinacje.
 3. Rozwiązywanie zadań z kombinatoryki.
 4. Prawdopodobieństwo i jego własności.
 5. Zagadnienia optymalizacyjne w rachunku prawdopodobieństwa.
 6. Prawdopodobieństwo warunkowe, niezależność zdarzeń.
 7. Prawdopodobieństwo całkowite.
 8. Schemat Bernoulliego – zadania.

3. Zalecane metody pracy:

- Gry dydaktyczne
- Metody aktywizujące
- Ćwiczenia przedmiotowe
- Metoda problemowa
- Nauczanie programowane

Gry dydaktyczne są pewną formą zabawy podlegającej dokładnie sprecyzowanym regułom. Wyróżniamy gry: symulacyjne, decyzyjne i psychologiczne. Gry symulacyjne polegają na odtwarzaniu bardziej złożonych sytuacji problemowych. Są to najczęściej różnego rodzaju gry strategiczne. Uczą, że podjęcie określonych działań wpływa na zmianę tej rzeczywistości. Gry decyzyjne służą wyrabianiu u uczniów umiejętności wszechstronnego analizowania problemów składających się na pewną określoną sytuację, podejmowania na tej podstawie odpowiednich decyzji oraz wskazywania przewidywanych następstw poczynań zgodnych z tymi decyzjami.

Metody aktywizujące to grupa metod, które uznać należy za najskuteczniejsze. Dzięki nim uczenie się ma charakter niekonwencjonalny, ciekawy i zajmujący. Zajęcia motywują ucznia do działania, twórczego myślenia i kreatywności. Dzięki nim uczeń ma wpływ na to, co na lekcji będzie się działo, jest jej współtwórcą, (tworzy się poczucie współodpowiedzialności). Metody te uczą przez działanie, tworzenie, współpracę i przeżywanie. Sednem metod aktywizujących może być powiedzenie Konfucjusza: „ Powiedz, a zapomnę. Pokaż a zapamiętam. Pozwól wziąć udział a zrozumieć.” Metody te wymagają zaangażowania nauczyciela i uczniów.

Ćwiczenia przedmiotowe polegają na wielokrotnym wykonywaniu pewnych czynności dla nabycia wprawy i uzyskania coraz wyższej sprawności w działaniach intelektualnych i praktycznych. W nauczaniu matematyki pełnią rolę szczególną. Podczas ćwiczeń laboratoryjnych uczniowie samodzielnie przeprowadzają eksperymenty. Eksperymenty te pozwalają na formułowanie pewnych uogólnień, zilustrowanie wcześniej poznanych praw, zasad i reguł (tradycyjna metoda laboratoryjna) oraz ułatwiają uczniom przewidywanie nieznanymi im jeszcze zjawisk i procesów (problemowa metoda laboratoryjna).

Metoda problemowa polega na wytworzeniu sytuacji problemowej, formułowaniu problemów, określaniu pomysłów ich rozwiązania, weryfikacji pomysłów rozwiązania oraz na porządkowaniu i stosowaniu uzyskanych wyników w nowych zadaniach o charakterze praktycznym lub teoretycznym. Jej cechą charakterystyczną jest dominacja uczenia się nad nauczaniem. Wzbudza ona wiarę ucznia w siebie, utwierdza go w przekonaniu, że jest w stanie rozwiązywać coraz trudniejsze zadania.

Nauczanie programowane prowadzone być może z użyciem komputera lub podręcznika, zbioru zadań itp. Obecnie dostępnych jest wiele komputerowych programów dydaktycznych spełniających potrzebne warunki. Metody praktyczne ułatwiają uczniom bezpośrednie poznanie rzeczywistości oraz pozwalają na wykorzystanie posiadanej przez nich wiedzy w rozwiązywaniu problemów praktycznych. Do tej grupy zaliczyć można: pokaz, ćwiczenia przedmiotowe, ćwiczenia laboratoryjne, metodę projektów itp. Pokaz polega na demonstrowaniu uczniom naturalnych przedmiotów lub ich modeli, zjawisk, wydarzeń lub procesów i objaśnianiu ich istotnych cech.

4. Ewaluacja

Ewaluacja w oświacie to ocena przydatności i skuteczności podejmowanych działań dydaktycznych, wychowawczych i opiekuńczych w odniesieniu do założonych celów, służąca doskonaleniu tych działań (*Rozporządzenie MENiS z 23 kwietnia 2004*).

Ewaluacja odbywać się będzie w formie obserwacji postępów uczniów. Systematyczne prowadzenie ewaluacji pozwoli dostrzec wpływ przekazywanych treści na postawy, wiedzę, umiejętności uczniów, a zarazem stanowi podstawę planowania dalszej pracy.

5. Literatura:

Podstawa programowa – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 6 listopada 2003 Dz.U. 2003 r. 210 poz. 2041.

Standardy egzaminacyjne.

Informator o egzaminie maturalnym z matematyki – www.cke.edu.pl

Poradnik metodyczny dla nauczyciela.