



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Liceum Ogólnokształcące
im. Tadeusza Kościuszki
w Lubaczowie

Program działalności szkolnego koła zainteresowań z matematyki



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE



Autorzy:

dr Bernard Sozański

mgr Justyna Wit

mgr Janina Roczniak

mgr Katarzyna Wiczyńska

mgr Dariusz Wilczyński

ISBN 978-83-7667-058-4

1. Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego

SŁOWNICZEK UŻYTYCH NARZĘDZI:

Dla syntetycznego ujęcia wyników prowadzonych badań wykorzystano podstawowe miary statystyki opisowej:

- a) **średnia arytmetyczna** – wskazuje średnią wartość,
- b) **odchylenie standardowe** – obrazuje przeciętną różnicę między obserwacjami a ich średnią,
- c) **współczynnik zmienności** – opisuje przeciętną procentową różnicę między obserwacjami a ich średnią, wyrażona względem tej średniej,
- d) **kwartył I** – oznacza, że 25% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- e) **kwartył II** (inaczej **mediana** – wartość środkowa) oznacza, że 50% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- f) **kwartył III** – oznacza, że 75% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- g) **kurtoza** (właśc.. **współczynnik ekscesu**) – względna miara koncentracji i spłaszczenia rozkładu, określa rozmieszczenie i koncentrację wartości w pobliżu średniej (gdy wartość kurtozy jest równa 0 rozkład ma kształt normalny, gdy jest większa od 0 rozkład jest bardziej wysmukły niż normalny (większe skupienie wartości wokół średniej), natomiast wartość mniejsza od 0 rozkład jest mniej wysmukły niż normalny (większe spłaszczenie rozkładu)),
- h) **skośność** (**współczynnik skośności**) – miara asymetrii rozkładu (równa 0 dla rozkładu symetrycznego, dodatnia - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z prawej strony, ujemna - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z lewej strony)

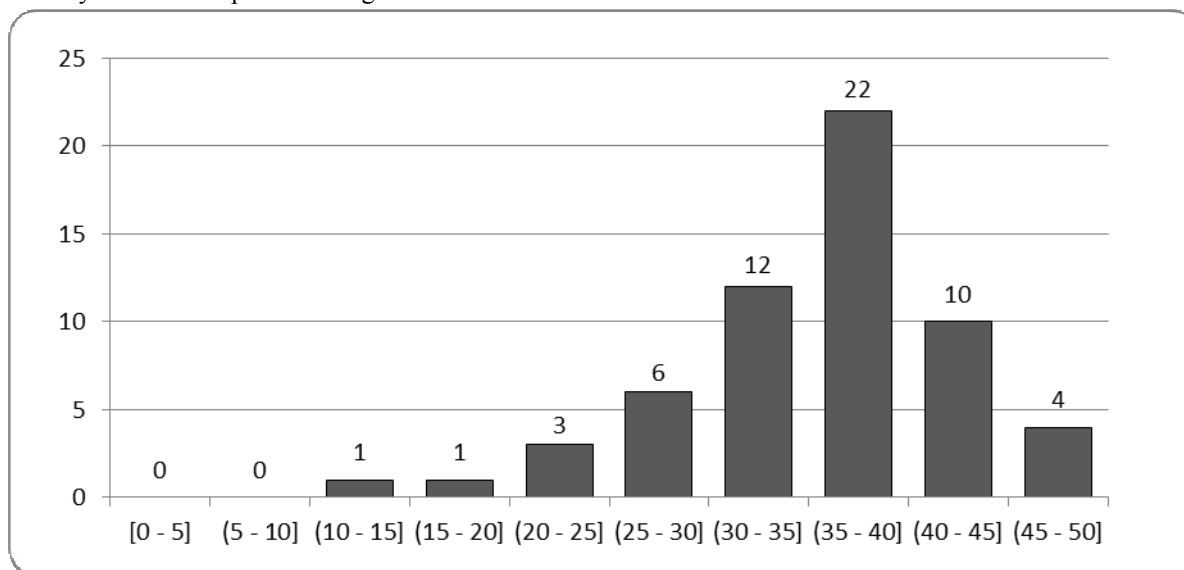
W celu zbadania zgodności badanego rozkładu z rozkładem normalnym wykorzystano **test Kolmogorowa – Smirnowa**, natomiast dla zweryfikowania hipotezy czy dwie niezależne próbki pochodzą z tej samej populacji (mają podobne rozkłady) wykorzystano **test t dla prób niezależnych** (w przypadku zgodności rozkładu wyników grupy z rozkładem normalnym) lub test **Manna – Whitneya** (w przypadku braku zgodności z rozkładem normalnym). Test t dla prób niezależnych został dodatkowo poprzedzony **testem Levene’a równości wariancji grupowych**. W każdym przypadku podano wartość **p**, czyli prawdopodobieństwo testowe; jeśli jest mniejsze od zadanego poziomu istotności α (wynoszące w prowadzonych analizach 0,05), hipotezę H_0 należy odrzucić.

Natomiast dla zbadania kierunku i siły zależności pomiędzy oceną z matematyki a wynikami egzaminu z części matematyczno – przyrodniczej wykorzystano **współczynnik korelacji rang Spearmana**, który wyraża siłę korelacji dwóch cech mierzonych na skali porządkowej.

Analizie poddano wyniki egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej w roku szkolnym 2009/2010 oraz oceny końcowe z matematyki 59 uczniów klas pierwszych LO w Lubaczowie, którzy złożyli aplikację do zajęć rozszerzających w projekcie „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”. Większość badanych (32 osoby, 54,24%) stanowiły dziewczęta.

Wynik egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej podawany był w punktach od 0 do 50. Rozkład tych wyników w badanej grupie zaprezentowano na rysunku 1.

Rys.1. Rozkład punktów z egzaminu



Źródło: opracowanie własne

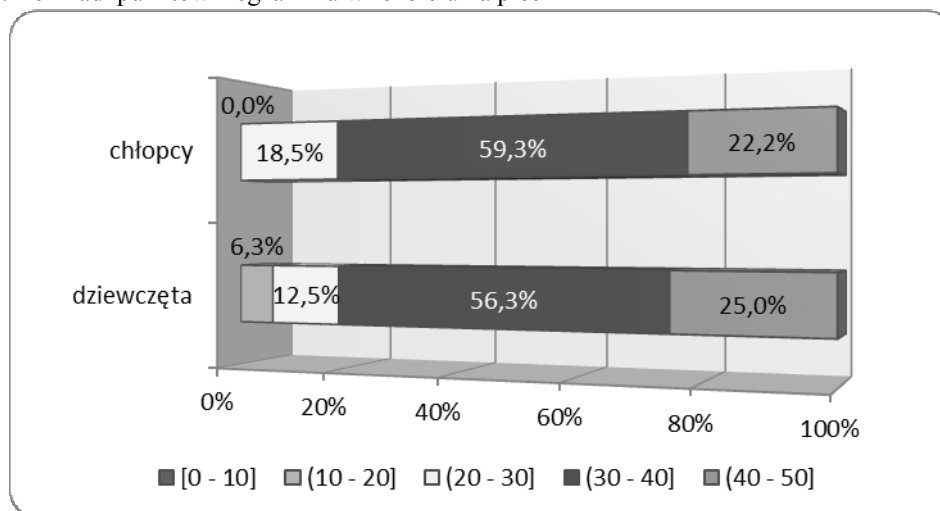
Z informacji przedstawionych na rysunku 1 wynika, że w badanej grupie najczęściej występowały wyniki z przedziału 35-40 pkt. Do tego przedziału należą także średnia (36,14 pkt) oraz mediana (37 pkt), co oznacza że połowa badanych uczniów miała wynik egzaminu nie wyższy niż ten wynik. Wynik średniej badanej grupy w porównaniu ze średnią z województwa podkarpackiego¹ wynoszącą 23,82 pkt jest dużo wyższy.

Czwarta część badanych uczniów miała wynik nie wyższy niż 33 (kwartył I), zaś 75% miała wynik nie wyższy niż 40 pkt (kwartył 3). Próbkę charakteryzowała dość duża zmienność – przeciętne odchylenie od średniej, mierzone odchyleniem standardowym, wynosiło około 6,81 pkt., co stanowi 18,84% średniej. Dodatni wynik kurtozy (1,02) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest bardziej wysmukły (mniej spłaszczony) niż rozkład normalny. Ujemna wartość skośności (-0,83) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości niższych.

¹ Sprawozdanie z egzaminu gimnazjalnego w 2010 roku [tab.59], OKE w Krakowie, Kraków, maj 2010 [w:] http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku_1.pdf

Rozkład wyników egzaminu był nieco inny u dziewcząt niż u chłopców (rysunek 2). U obu płci najczęściej było wyników wysokich (30-40 pkt], ale u dziewcząt występowały także wyniki niskie (6,25% w przedziale 10-20 pkt], które nie pojawiały się u chłopców w ogóle.

Rys.2. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć



Źródło: opracowanie własne

O odmienności rozkładów nie można zdecydować podstawowe statystyki (tab.1). Zarówno średnie, jak i mediany wyników u obu płci są porównywalne, przy większej zmienności wyników u dziewcząt.

Tab.1. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć

Płeć \ Wynik z egzaminu	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczeta	35,44	36	7,59	21,41%
chłopcy	36,96	37	5,78	15,64%

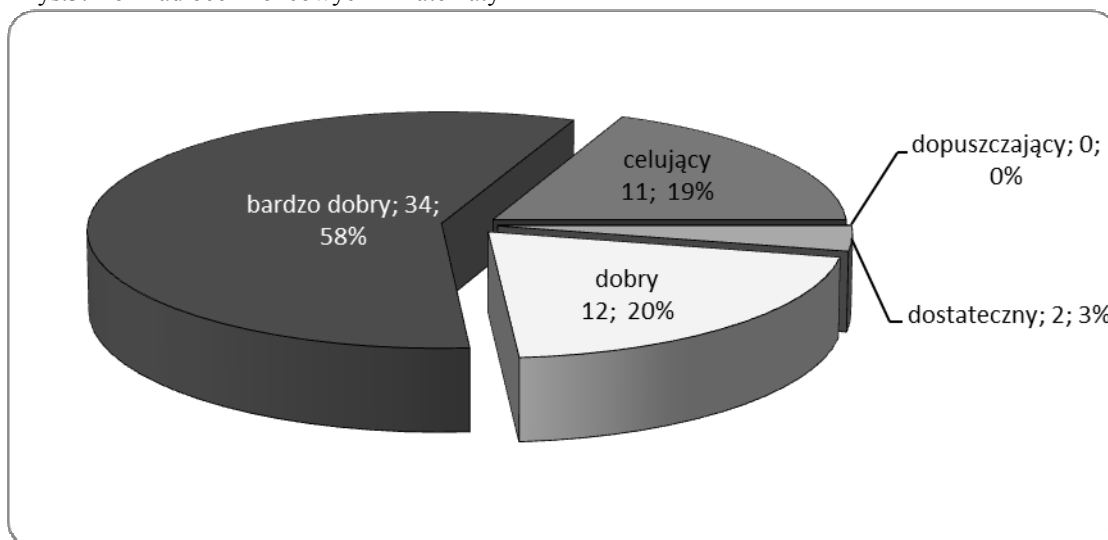
Źródło: opracowanie własne

Aby sprawdzić podobieństwo rozkładów dla obu płci, zastosowano test t dla prób niezależnych. Można go było zastosować, gdyż rozkład był zgodny z rozkładem normalnym, co wykazano testem Kołmogorowa – Smirnowa ($Z = 0,86, p=0,45, p \geq \alpha$)². Wstępnie sprawdzono równość wariancji grupowych testem Levene'a, który dał wynik pozytywny ($F=0,87; p=0,36, p \geq \alpha$). Następnie zastosowany test t dla prób niezależnych ($t = 0,86, p=0,40, p \geq \alpha$) wykazał, iż nie ma istotnej różnicy między średnimi wynikami z egzaminu chłopców i dziewcząt.

² W badaniach przyjęto poziom istotności $\alpha = 0,05$.

Uczniowie należący do badanej grupy najczęściej kończyli gimnazjum z oceną z matematyki bardzo dobrą (34 osoby, 57,63%), co widać na rysunku 3.

Rys.3. Rozkład ocen końcowych z matematyki

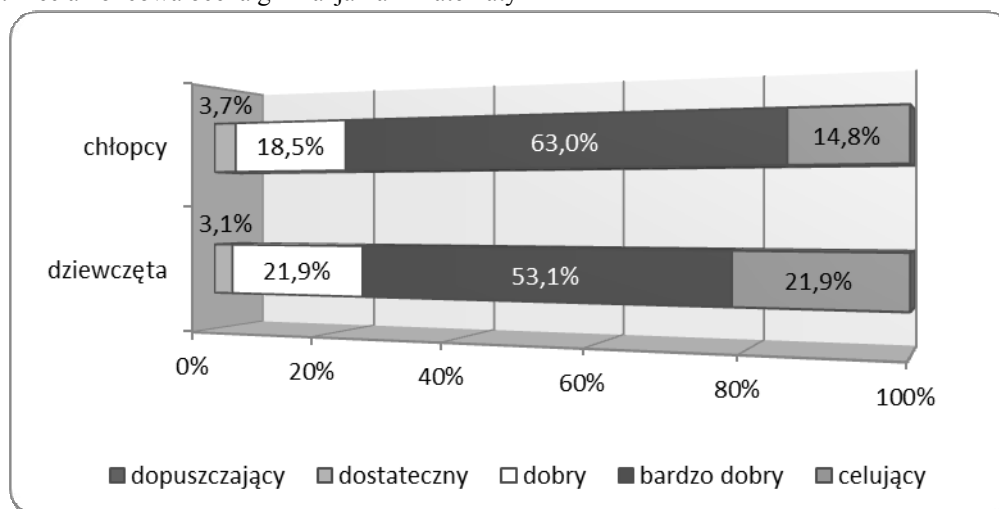


Źródło: opracowanie własne

W badanej grupie średnia ocen wyniosła 4,92, zaś wartość środkowa (mediana) 5. Z uwagi na małą liczbę wariantów cenniejszą informację niż kwartyle podaje nam średnia i odchylenie, które tu wyniosło ok. 0,73 stopnia. Oznacza to, że oceny końcowe uczniów różniły się od średniej 4,92 przeciętnie o 0,73 stopnia, co stanowi 14,77% średniej. Dodatni wynik kurtozy (0,32) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest bardziej wysmukły (mniej spłaszczony) niż rozkład normalny. Skośność ujemna (-0,43) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości niższych.

Rozkład ocen końcowych z matematyki wydaje się być podobny u obu płci (rys. 4). Zarówno wśród dziewcząt, jak i wśród chłopców dominowały oceny bardzo dobre (odpowiednio 53,13% i 62,96%), ale dziewczęta miały większy udział ocen celujących (21,88%, u chłopców 14,81%).

Rys.4. Płeć a końcowa ocena gimnazjalna z matematyki



Źródło: opracowanie własne

Podobieństwo rozkładu potwierdzają podstawowe statystyki (tab.2) – wyniki zarówno średniej, mediany, jak i współczynnika zmienności są zbliżone.

Tab.2. Rozkład ocen końcowych z matematyki w rozbiciu na płeć

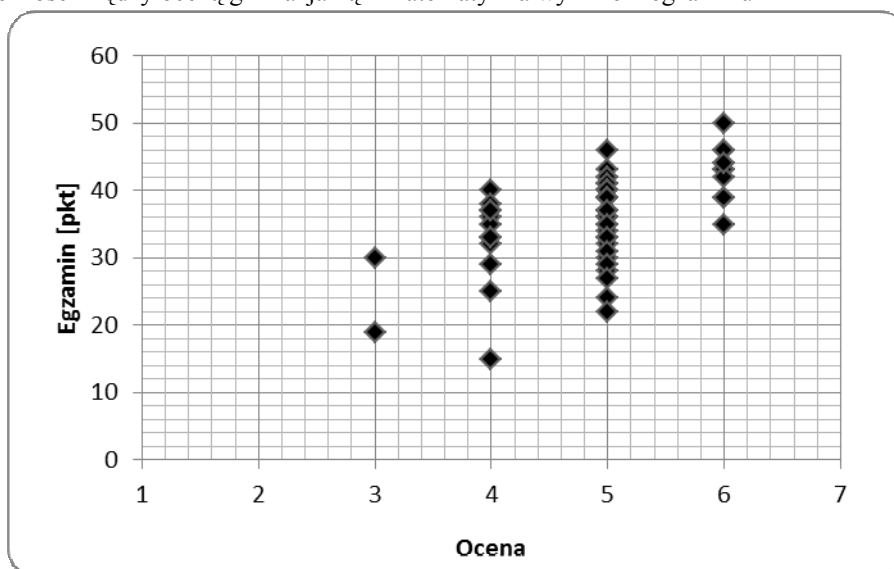
Płeć \ Ocena końcowa	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczęta	4,94	5	0,76	15,38%
chłopcy	4,89	5	0,70	14,28%

Źródło: opracowanie własne

Podobieństwo rozkładów sprawdzono ostatecznie testem U Manna – Whitneya, z uwagi na skalę porządkową. Uzyskany wynik ($U = 417,50$; $p=0,80$, $p \geq \alpha$) pozwolił na przyjęcie tezy, iż gimnazjalne oceny końcowe z matematyki dziewcząt i chłopców są podobne.

Zależność między wynikiem z egzaminu a oceną końcową z gimnazjum najlepiej oceniać interpretując wykres rozrzutu (rys.5).

Rys.5. Zależność między oceną gimnazjalną z matematyki a wynikiem egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Wskazuje on na widoczną, umiarkowaną zależność dodatnią między oceną końcową z gimnazjum a wynikiem z egzaminu gimnazjalnego. Dodatni znak oznacza że „dobrzy” uczniowie, mający wyższe oceny końcowe z gimnazjum, z reguły uzyskiwali dobry wynik z egzaminu. Interpretację tą potwierdza współczynnik korelacji Spearmana (0,57).

2. Zasady realizacji zajęć

2.1. Cele realizacji zajęć

Głównym celem realizacji zajęć w ramach *Koła rozszerzających* jest podniesienie kompetencji matematycznych uczniów rozpoczynających naukę w klasie pierwszej w roku szkolnym 2010/2011.

Cele szczegółowe:

- 1) Realizacja zagadnień i tematów nieujętych w programach nauczania matematyki w klasach z matematyką rozszerzoną,
- 2) Przygotowanie uczniów do udziału w konkursach z matematyki,
- 3) Rozwijanie u uczniów myślenia konwergentnego, dedukcyjnego i indukcyjnego,
- 4) Powtórzenie i przeciwiczenie trudniejszych zagadnień omawianych na lekcjach,
- 5) Przygotowanie uczniów do samodzielnego zdobywania wiedzy i zastosowania matematyki w dalszych etapach kształcenia.

2.2. Założenia programowe

2.2.1. Organizacja zajęć

Zajęcia powinny się odbywać przynajmniej raz w tygodniu przez 2 godziny lekcyjne. Grupy powinny liczyć maksymalnie 15 osób.

2.2.2. Omówienie niezbędnych pomocy naukowych

- zbiory zadań z matematyki (w szczególności zadań konkursowych),
- tablice wzorów matematycznych,
- kalkulatory,
- przyrządy matematyczne (linijka, ekierka, cyrkiel),
- modele brył geometrycznych,
- internet.

2.2.3. Procedury osiągnięcia celów

Cel 1) będzie realizowany poprzez realizację treści nie objętych programem nauczania, a niezbędnych w dalszych etapach kształcenia np. całek i ich zastosowań, zmiennej losowej, metryk itp.

Cel 2) będzie realizowany poprzez rozwiązywanie zadań konkursowych typu: równania z dwiema niewiadomymi, dowodzenie zależności w zbiorze liczb rzeczywistych oraz twierdzeń geometrycznych.

Cel 3) będzie realizowany w szczególności poprzez dowodzenie twierdzeń.

Cel 4) będzie realizowany poprzez rozwiązywanie zadań z takich tematów jak np.: indukcja matematyczna, rozwiązywanie równań i nierówności z parametrem, obliczanie granic.

Cel 5) będzie realizowany poprzez dawanie uczniom wskazówek do zadań, wskazywanie im metod i sposobów poszukiwań rozwiązań zadań, wdrażanie ich do wytrwałości w poszukiwaniu rozwiązań, wskazywanie pomocy naukowych.

2.3. Szczegółowe treści kształcenia

Klasa I

1. Koniunkcja, alternatywa, implikacja, równoważność i negacja – 2 godz.
2. Prawa rachunku zdań – 2 godz.
3. Zbiory i działania na nich – 2 godz.
4. Kwantyfikatory i zaprzeczenia zdań z kwantyfikatorami – 2 godz.
5. Iloczyn kartezjański zbiorów i działania modulo – 1 godz.
6. Najważniejsze rodzaje relacji – 1 godz.
7. Podzielność liczb. Dowodzenie podzielności liczb z wykorzystaniem cech podzielności i własności liczb – 2 godz.
8. Rozwiązywanie równań z dwiema niewiadomymi – 2 godz.
9. Dowodzenie różnych związków w zbiorze liczb rzeczywistych z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia i nierówności Cauchy'ego – 4 godz.

10. Systemy liczbowe: dwójkowy, ósemkowy i szesnastkowy. Zamiana liczb w różnych systemach liczbowych – 2 godz.
11. Wektory w ujęciu analitycznym – 2 godz.
12. Dowodzenie twierdzeń z wykorzystaniem wektorów i twierdzeń o odcinku łączącym, środki boków trójkąta oraz odcinku łączącym środki ramion trapezu – 2 godz.
13. Iloczyn skalarny wektorów, jego własności i zastosowanie do wyznaczania kątów i dowodzenia twierdzeń – 2 godz.
14. Składanie funkcji, funkcja odwrotna – 2 godz.
15. Badanie parzystości, nieparzystości i monotoniczności funkcji – 2 godz.
16. Wykresy funkcji z wartością bezwzględną, cechą, mantysą i signum – 2 godz.
17. Proste równania funkcyjne – 1 godz.
18. Zastosowanie nierówności Schwarz'a do wyznaczania największej wartości funkcji – 1 godz.
19. Metryki. Mierzenie odległości w różnych metrykach (np. w metryce taksówkowej i zero-jedynkowej) - 2 godz.
20. Tożsamości trygonometryczne – 2 godz.
21. Równania i nierówności trygonometryczne – 2 godz.
22. Szkicowanie wykresów funkcji trygonometrycznych – 2 godz.
23. Funkcje cyklometryczne – 2 godz.
24. Zastosowanie trygonometrii do rozwiązywania zadań geometrycznych na płaszczyźnie – 2 godz.
25. Twierdzenie sinusów i cosinusów – 2 godz.

Klasa II

1. Równania liniowe i układy równań liniowych z parametrem – 2 godz.
2. Równania i nierówności z wartością bezwzględną – 2 godz.
3. Równania i nierówności kwadratowe z parametrem – 4 godz.
4. Rozwiązywanie trudnych układów równań – 4 godz.
5. Własności wielomianów – 2 godz.
6. Wykorzystanie twierdzenia Bezouta do rozwiązywania zadań – 2 godz.
7. Wzory Viete'a dla wielomianów stopnia trzeciego – 2 godz.
8. Rozwiązywanie algebraiczne i graficzne układów równań wymiernych – 2 godz.

9. Funkcja wymierna w zadaniach praktycznych – 2 godz.
10. Dowodzenie twierdzeń z wykorzystaniem zasady indukcji matematycznej – 4 godz.
11. Ciągi rekurencyjne i ciąg Fibonacciego – 2 godz.
12. Ciąg arytmetyczny i geometryczny w zadaniach – 4 godz.
13. Pojęcie granicy ciągu – 1 godz.
14. Obliczanie granic ciągu z wykorzystaniem podstawowych twierdzeń o ciągach zbieżnych – 3 godz.
15. Szereg geometryczny – 2 godz.
16. Trójkąty i ich pola. Wzory na pole trójkąta i ich zastosowanie w zadaniach i dowodzeniu twierdzeń – 2 godz.
17. Czworokąty i ich własności. Twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt – 2 godz.
18. Pola wielokątów – zadania rachunkowe i na dowodzenie – 2 godz.
19. Zadania z prostą i okręgiem na płaszczyźnie kartezjańskiej. Wzajemne położenie dwóch i więcej okręgów oraz prostej i okręgu – 4 godz.

Klasa III

1. Równania i nierówności wykładnicze – 2 godz.
2. Logarytmy i ich własności – 2 godz.
3. Równania i nierówności logarytmiczne – 2 godz.
4. Równania i układy równań wykładniczo-logarytmicznych – 2 godz.
5. Funkcja wykładnicza i logarytmiczna w zadaniach z parametrem – 2 godz.
6. Graniastosłupy, związki miarowe w graniastosłupach – 2 godz.
7. Ostrosłupy, związki miarowe w ostrosłupach – 2 godz.
8. Bryły obrotowe, związki miarowe w bryłach obrotowych – 2 godz.
9. Własności prawdopodobieństwa – 2 godz.
10. Obliczanie prawdopodobieństw z wykorzystaniem drzewka – 2 godz.
11. Prawdopodobieństwo warunkowe i niezależność zdarzeń – 2 godz.
12. Prawdopodobieństwo całkowite – 2 godz.
13. Schemat Bernoulliego – 2 godz.
14. Elementy statystyki opisowej – 2 godz.
15. Zmienna losowa i jej rozkład – 2 godz.

16. Granica funkcji w punkcie i w nieskończoności – 2 godz.
17. Obliczanie granic – 2 godz.
18. Ciągłość funkcji w punkcie i w przedziale, własności funkcji ciągłych – 2 godz.
19. Pochodna funkcji w punkcie i jej interpretacja geometryczna – 1 godz.
20. Obliczanie pochodnych funkcji – 3 godz.
21. Zastosowanie pochodnych do wyznaczania przedziałów monotoniczności i ekstremum funkcji – 2 godz.
22. Całki nieoznaczone – 2 godz.
23. Obliczanie najprostszych całek – 2 godz.
24. Zastosowanie całek do obliczania pól, objętości i długości krzywej – 2 godz.

3. Zalecane metody pracy

- Gry dydaktyczne
- Metody aktywizujące
- Ćwiczenia przedmiotowe
- Metoda problemowa
- Nauczanie programowane

Gry dydaktyczne są pewną formą zabawy podlegającej dokładnie sprecyzowanym regułom. Wyróżniamy gry: symulacyjne, decyzyjne i psychologiczne. Gry symulacyjne polegają na odtwarzaniu bardziej złożonych sytuacji problemowych. Są to najczęściej różnego rodzaju gry strategiczne. Uczą, że podjęcie określonych działań wpływa na zmianę tej rzeczywistości. Gry decyzyjne służą wyrabianiu u uczniów umiejętności wszechstronnego analizowania problemów składających się na pewną określoną sytuację, podejmowania na tej podstawie odpowiednich decyzji oraz wskazywania przewidywanych następstw poczynąń zgodnych z tymi decyzjami.

Metody aktywizujące to grupa metod, które uznać należy za najskuteczniejsze. Dzięki nim uczenie się ma charakter niekonwencjonalny, ciekawy i zajmujący. Zajęcia motywują ucznia do działania, twórczego myślenia i kreatywności. Dzięki nim uczeń ma wpływ na to, co na lekcji będzie się działo, jest jej współtwórcą, (tworzy się poczucie

współodpowiedzialności). Metody te uczą przez działanie, tworzenie, współpracę i przeżywanie. Sednem metod aktywizujących może być powiedzenie Konfucjusza: „ Powiedz, a zapomnę. Pokaż a zapamiętam. Pozwól wziąć udział a zrozumieć.” Metody te wymagają zaangażowania nauczyciela i uczniów.

Ćwiczenia przedmiotowe polegają na wielokrotnym wykonywaniu pewnych czynności dla nabycia wprawy i uzyskania coraz wyższej sprawności w działaniach intelektualnych i praktycznych. W nauczaniu matematyki pełnią rolę szczególną. Podczas ćwiczeń laboratoryjnych uczniowie samodzielnie przeprowadzają eksperymenty. Eksperymenty te pozwalają na formułowanie pewnych uogólnień, zilustrowanie wcześniej poznanych praw, zasad i reguł (tradycyjna metoda laboratoryjna) oraz ułatwiają uczniom przewidywanie nieznanym im jeszcze zjawisk i procesów (problemowa metoda laboratoryjna).

Metoda problemowa polega na wytworzeniu sytuacji problemowej, formułowaniu problemów, określaniu pomysłów ich rozwiązania, weryfikacji pomysłów rozwiązania oraz na porządkowaniu i stosowaniu uzyskanych wyników w nowych zadaniach o charakterze praktycznym lub teoretycznym. Jej cechą charakterystyczną jest dominacja uczenia się nad nauczaniem. Wzbudza ona wiarę ucznia w siebie, utwierdza go w przekonaniu, że jest w stanie rozwiązywać coraz trudniejsze zadania.

Nauczanie programowane prowadzone być może z użyciem komputera lub podręcznika, zbioru zadań itp. Obecnie dostępnych jest wiele komputerowych programów dydaktycznych spełniających potrzebne warunki. Metody praktyczne ułatwiają uczniom bezpośrednie poznanie rzeczywistości oraz pozwalają na wykorzystanie posiadanej przez nich wiedzy w rozwiązywaniu problemów praktycznych. Do tej grupy zaliczyć można: pokaz, ćwiczenia przedmiotowe, ćwiczenia laboratoryjne, metodę projektów itp. Pokaz polega na demonstrowaniu uczniom naturalnych przedmiotów lub ich modeli, zjawisk, wydarzeń lub procesów i objaśnianiu ich istotnych cech.

4. Ewaluacja

Ewaluacja w oświacie to ocena przydatności i skuteczności podejmowanych działań dydaktycznych, wychowawczych i opiekuńczych w odniesieniu do założonych celów, służąca doskonaleniu tych działań (*Rozporządzenie MENiS z 23 kwietnia 2004*).

Ewaluacja odbywać się będzie w formie obserwacji postępów uczniów. Systematyczne prowadzenie ewaluacji pozwoli dostrzec wpływ przekazywanych treści na postawy, wiedzę, umiejętności uczniów, a zarazem stanowi podstawę planowania dalszej pracy.

5. Literatura:

Podstawa programowa – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 6 listopada 2003 Dz.U. 2003 r. 210 poz. 2041.

Standardy egzaminacyjne.

Informator o egzaminie maturalnym z matematyki – www.cke.edu.pl

Poradnik metodyczny dla nauczyciela.