



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

II Liceum Ogólnokształcące  
w Jarosławiu

# Program działalności szkolnego koła zainteresowań z matematyki



UNIwersytet  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE



ISBN 978-83-7667-059-1

## 1. Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego

### SŁOWNICZEK UŻYTYCH NARZĘDZI:

Dla syntetycznego ujęcia wyników prowadzonych badań wykorzystano podstawowe miary statystyki opisowej:

- a) **średnia arytmetyczna** – wskazuje średnią wartość,
- b) **odchylenie standardowe** – obrazuje przeciętną różnicę między obserwacjami a ich średnią,
- c) **współczynnik zmienności** – opisuje przeciętną procentową różnicę między obserwacjami a ich średnią, wyrażona względem tej średniej,
- d) **kwartył I** – oznacza, że 25% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- e) **kwartył II** (inaczej **mediana** – wartość środkowa) oznacza, że 50% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- f) **kwartył III** – oznacza, że 75% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- g) **kurtoza** (właśc. **współczynnik ekscesu**) – względna miara koncentracji i spłaszczenia rozkładu, określa rozmieszczenie i koncentrację wartości w pobliżu średniej (gdy wartość kurtozy jest równa 0 rozkład ma kształt normalny, gdy jest większa od 0 rozkład jest bardziej wysmukły niż normalny (większe skupienie wartości wokół średniej), natomiast wartość mniejsza od 0 rozkład jest mniej wysmukły niż normalny (większe spłaszczenie rozkładu)),
- h) **skośność** (**współczynnik skośności**) – miara asymetrii rozkładu (równa 0 dla rozkładu symetrycznego, dodatnia – gdy wykres rozkładu ma długi ogon z prawej strony, ujemna – gdy wykres rozkładu ma długi ogon z lewej strony).

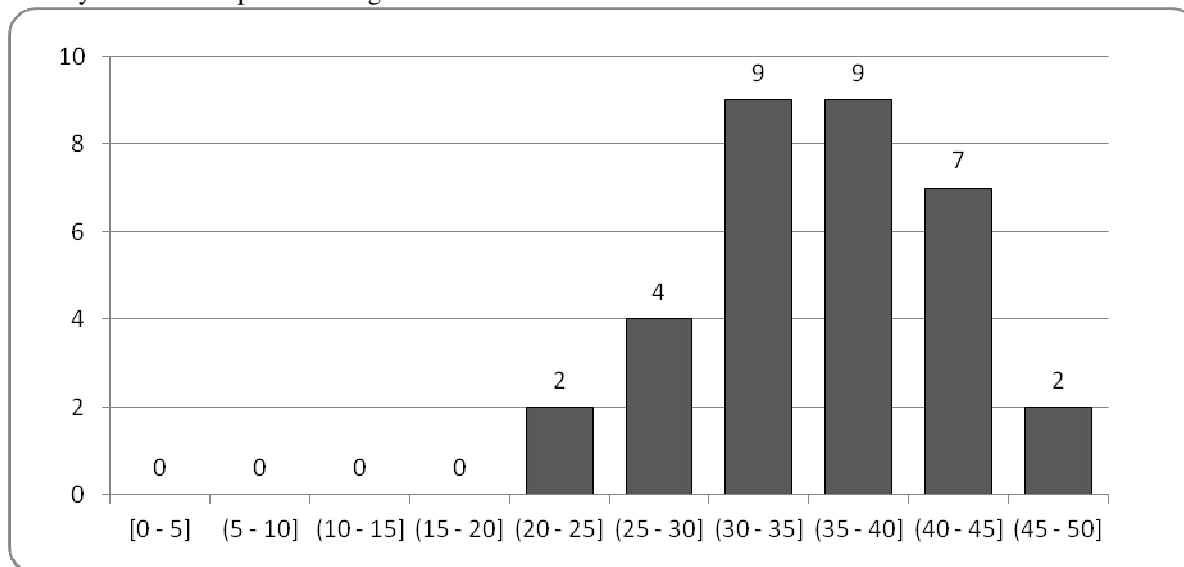
W celu zbadania zgodności badanego rozkładu z rozkładem normalnym wykorzystano **test Kołmogorowa-Smirnowa**, natomiast dla zweryfikowania hipotezy czy dwie niezależne próbki pochodzą z tej samej populacji (mają podobne rozkłady) wykorzystano **test t dla prób niezależnych** (w przypadku zgodności rozkładu wyników grupy z rozkładem normalnym) lub test **Manna-Whitneya** (w przypadku braku zgodności z rozkładem normalnym). Test t dla prób niezależnych został dodatkowo poprzedzony **testem Levene'a równości wariancji grupowych**. W każdym przypadku podano wartość **p**, czyli prawdopodobieństwo testowe; jeśli jest mniejsze od zadanego poziomu istotności  $\alpha$  (wynoszące w prowadzonych analizach 0,05), hipotezę  $H_0$  należy odrzucić.

Natomiast dla zbadania kierunku i siły zależności pomiędzy oceną z matematyki a wynikami egzaminu z części matematyczno-przyrodniczej wykorzystano **współczynnik korelacji rang Spearmana**, który wyraża siłę korelacji dwóch cech mierzonych na skali porządkowej.

Analizie poddano wyniki egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno-przyrodniczej w roku szkolnym 2009/2010 oraz oceny końcowe z matematyki 33 uczniów klas pierwszych II LO w Jarosławiu, którzy złożyli aplikację do zajęć rozszerzających w projekcie „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”. Większość badanych (19 osób, 57,58%) stanowiły dziewczęta, a (14 osób, 42,42%) to chłopcy.

Wynik egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno-przyrodniczej podawany był w punktach od 0 do 50. Rozkład tych wyników w badanej grupie zaprezentowano na rysunku 1.

Rys. 1. Rozkład punktów z egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Z informacji przedstawionych na rysunku 1 wynika, że w badanej grupie najczęściej występowały wyniki z przedziału 30–35 i 35–40 pkt. Średni wynik egzaminu wyniósł 36,33 pkt, a mediana 36 pkt, co oznacza, że połowa badanych uczniów miała wynik egzaminu nie wyższy niż 36 pkt. Średnia liczba punktów z egzaminu badanej grupy w porównaniu ze średnią z województwa podkarpackiego<sup>1</sup> wynoszącą 23,82 pkt jest dużo wyższa.

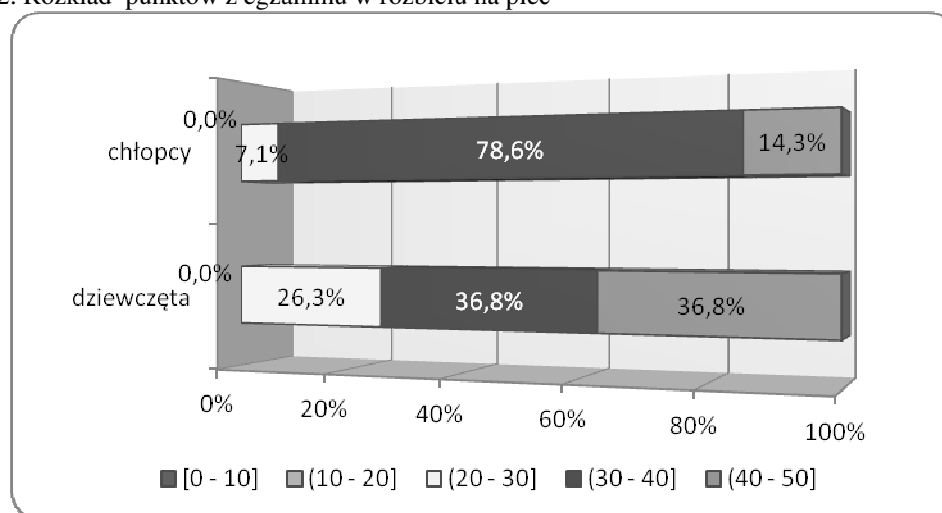
Czwarta część badanych uczniów miała wynik nie wyższy niż 31 (kwartył I), zaś 75% miała wynik nie wyższy niż 42 pkt (kwartył 3). Próbę charakteryzowała dość duża zmienność – przeciętne odchylenie od średniej, mierzone odchyleniem standardowym, wynosiło około 6,11 pkt., co stanowi 16,82% średniej. Ujemny wynik kurtozy (-0,76) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest mniej wysmukły

<sup>1</sup> Sprawozdanie z egzaminu gimnazjalnego w 2010 roku [tab.59], OKE w Krakowie, Kraków, maj 2010 [w:] [http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku\\_1.pdf](http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku_1.pdf)

(bardziej spłaszczony) niż rozkład normalny. Niewielka skośność ujemna (-0,11) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości niższych.

Rozkład wyników egzaminu był inny u dziewcząt niż u chłopców (rysunek 2). Wśród chłopców najczęściej (78,57%) było wysokich wyników (30–40 pkt.), zaś u dziewcząt udział wyników wysokich (30–40 pkt] i bardzo wysokich (40–50 pkt] był taki sam (po 36,84%)

Rys. 2. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć



Źródło: opracowanie własne

O odmienności rozkładów nie rozstrzygają podstawowe statystyki (tab. 1). Średni wynik i mediana są wyższe u dziewcząt (średnia nieznacznie), ale z kolei występuje u nich większa zmienność.

Tab. 1. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć

| Wynik z egzaminu<br>Płeć | średnia | mediana | odchylenie standardowe | współczynnik zmienności |
|--------------------------|---------|---------|------------------------|-------------------------|
| dziewczeta               | 36,42   | 38      | 7,12                   | 19,55%                  |
| chłopcy                  | 36,21   | 36      | 4,66                   | 12,87%                  |

Źródło: opracowanie własne

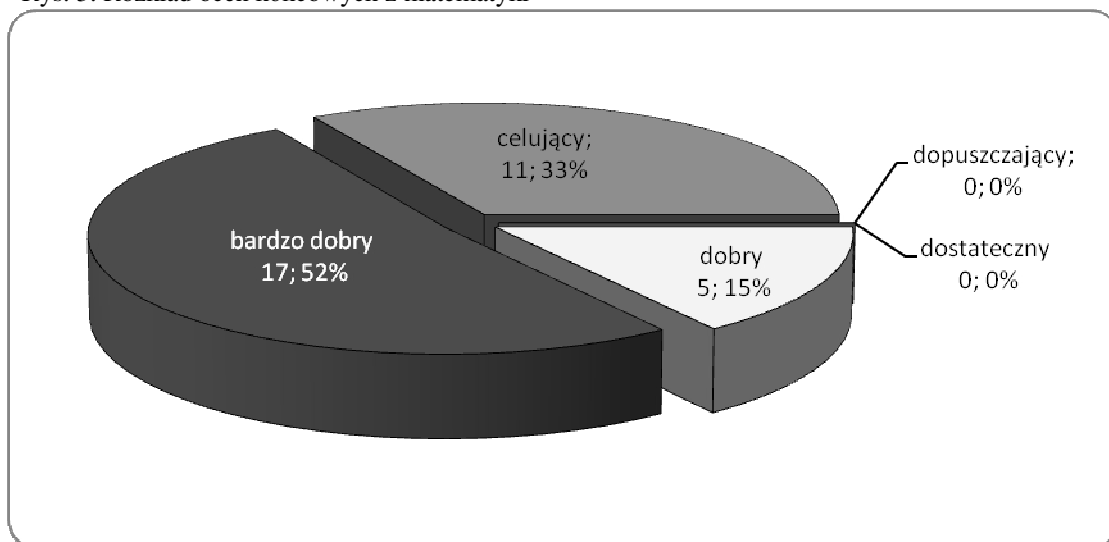
Aby sprawdzić podobieństwo rozkładów dla obu płci, zastosowano test  $t$  dla prób niezależnych. Można go było zastosować, gdyż rozkład był zgodny z rozkładem normalnym, co wykazano testem Kołmogorowa-Smirnowa ( $Z = 0,55$ ,  $p=0,92$ ,  $p \geq \alpha$ )<sup>2</sup>. Wstępnie sprawdzono równość wariancji

<sup>2</sup> W badaniach przyjęto poziom istotności  $\alpha = 0,05$ .

grupowych testem Levene'a , który dał wynik negatywny ( $F=5,13$ ;  $p=0,03$ ,  $p \leq \alpha$ ). Wobec znaczącej różnicy w wariancjach nie można było zastosować testu  $t$ . Zastąpiono go więc testem U Manna-Whitneya, którego wynik ( $U = 127,00$ ;  $p=0,83$ ,  $p \geq \alpha$ ) wykazał, iż nie ma istotnej różnicy między średnimi wynikami z egzaminu chłopców i dziewcząt.

Uczniowie należący do badanej grupy najczęściej kończyli gimnazjum z oceną z matematyki bardzo dobrą (17 osób, 51,52%) oraz celującą (11 osób, 33,33%), co widać na rysunku 3.

Rys. 3. Rozkład ocen końcowych z matematyki

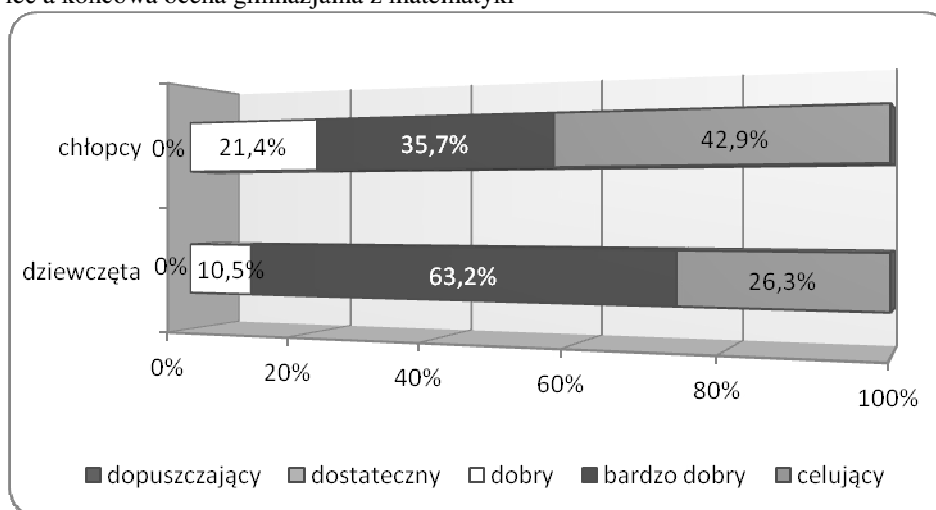


Źródło: opracowanie własne

W badanej grupie średnia ocen wyniosła 5,18, zaś wartość środkowa (mediana) 5. Z uwagi na małą liczbę wariantów cenniejszą informację niż kwartyle podaje nam średnia i odchylenie, które tu wyniosło ok. 0,68 stopnia. Oznacza to, że oceny końcowe uczniów różniły się od średniej 5,18 przeciętnie o 0,68 stopnia, co stanowi 13,17% średniej. Ujemny wynik kurtozy (-0,75) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest mniej wysmukły (bardziej spłaszczony) niż rozkład normalny. Skośność ujemna (-0,24) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości niższych.

Rozkład ocen końcowych z matematyki wydaje się być inny u dziewcząt i u chłopców (rys. 4). Wśród dziewcząt dominowały oceny bardzo dobre (63,16%), zaś chłopcy najczęściej otrzymywali oceny celujące (42,86%). Żadna z badanych osób nie miała na świadectwie oceny niższej niż „dobry”.

Rys. 4. Płeć a końcowa ocena gimnazjalna z matematyki



Źródło: opracowanie własne

Odmienności rozkładu nie potwierdzają podstawowe statystyki (tab. 2) – średnie są zbliżone, a mediany identyczne, próba chłopców charakteryzowała się jednak większą zmiennością.

Tab. 2. Rozkład ocen końcowych z matematyki w rozbiciu na płeć

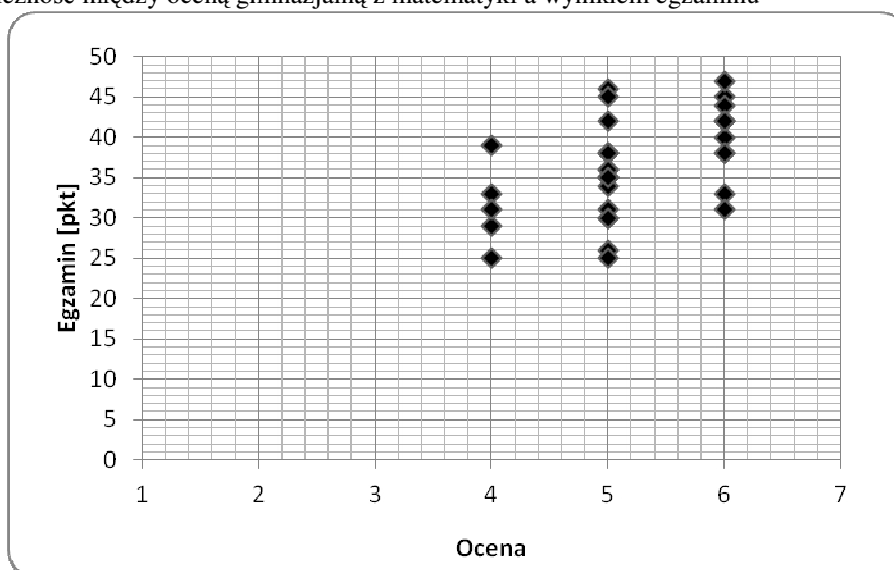
| Płeć \ Ocena końcowa | średnia | mediana | odchylenie standardowe | współczynnik zmienności |
|----------------------|---------|---------|------------------------|-------------------------|
| dziewczeta           | 5,16    | 5       | 0,60                   | 11,67%                  |
| chłopcy              | 5,21    | 5       | 0,80                   | 15,38%                  |

Źródło: opracowanie własne

Podobieństwo rozkładów sprawdzono ostatecznie testem U Manna-Whitneya, z uwagi na skalę porządkową. Uzyskany wynik ( $U = 124,00$ ;  $p=0,72$ ,  $p \geq \alpha$ ) pozwolił na przyjęcie tezy, iż gimnazjalne oceny końcowe z matematyki dziewcząt i chłopców są podobne.

Zależność między wynikiem z egzaminu a oceną końcową z gimnazjum najlepiej oceniać interpretując wykres rozrzutu (rys. 5).

Rys. 5. Zależność między oceną gimnazjalną z matematyki a wynikiem egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Wskazuje on na widoczną, umiarkowaną zależność dodatnią między oceną końcową z gimnazjum a wynikiem z egzaminu gimnazjalnego. Dodatni znak oznacza że „dobrzy” uczniowie, mający wyższe oceny końcowe z gimnazjum, z reguły uzyskiwali dobry wynik z egzaminu. Interpretację tą potwierdza współczynnik korelacji Spearmana (0,50).



## **2. Zasady realizacji zajęć**

### **2.1. Cele realizacji zajęć**

Głównym celem realizacji zajęć w ramach *Koła zajęć rozszerzających* jest podniesienie kompetencji matematycznych uczniów rozpoczynających naukę w klasie pierwszej w roku szkolnym 2010/2011.

Cele szczegółowe:

- rozwijanie zdolności i zainteresowań matematycznych,
- rozwijanie logicznego myślenia,
- rozwijanie poprawnego analizowania treści matematycznych,
- umiejętność abstrakcyjnego rozumowania i poprawnego wnioskowania,
- korzystania z różnorodnych źródeł informacji,
- wykorzystanie komputera do wzbogacenia własnego uczenia się i sprawdzenia zdobytej wiedzy.

### **2.2. Założenia programowe**

#### **2.2.1. Organizacja zajęć**

Zajęcia prowadzone będą raz w tygodniu w wymiarze dwóch godzin lekcyjnych w grupach około 15 osobowych. Konsultacje będą odbywały się średnio raz w miesiącu a ich czas będzie dostosowany do potrzeb uczniów

#### **2.2.2. Omówienie niezbędnych pomocy naukowych**

- komputer
- tablet
- rzutnik multimedialny
- tablica interaktywna
- programy interaktywne
- plansze
- kalkulator
- gry i zabawy matematyczne np.: domino, intruz, krzyżówki
- materiały udostępnione przez CKE.
- zbiory zadań przeznaczone dla uczniów przygotowujących się do konkursów

#### **2.2.3. Procedury osiągnięcia celów**

Osiągnięcie założonych celów będzie możliwe dzięki zastosowaniu na zajęciach różnorodnych metod nauczania i odpowiedniego doboru form organizacji pracy, m.in. rozwiązywanie zadań i problemów matematycznych, wykorzystanie programów

komputerowych, itp. Ta różnorodność uatrakcyjni przebieg zajęć i zaktywizuje uczniów. Zachęci ich do rozwiązywania różnorodnych problemów.

### **2.3. Szczegółowe treści kształcenia**

W trakcie trwania zajęć realizowane będą poniższe zagadnienia, a stopień ich uszczegółowienia i zastosowanych metod uzależniony będzie od możliwości percepcyjnych uczniów oraz posiadanego przez nich warsztatu matematycznego.

1. Elementy logiki matematycznej. Prawa rachunku zdań.
2. Teoria mnogości. Relacje i ich własności. Relacje równoważności, porządku, itp.
3. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych i ich własności.
4. Podzielność w zbiorze liczb naturalnych, cechy podzielności. Wymierność i niewymierność w historii matematyki.
5. Rozwiązywanie równań w zbiorze liczb naturalnych i całkowitych.
6. Funkcje i ich własności. Funkcja liniowa w zadaniach problemowych.
7. Równania i nierówności funkcyjne.
8. Wykresy funkcji. Funkcje określone za pomocą wartości bezwzględnej. Przekształcanie wykresów funkcji.
9. Układy równań i nierówności liniowych.
10. Nietypowe układy równań i nierówności.
11. Nietypowe zadania na dowodzenie równań i nierówności algebraicznych.
12. Rachunek wektorowy. Zastosowanie wektorów do rozwiązywania zadań.
13. Iloczyn skalarny wektorów.
14. Wzory na pole trójkąta. Kąty w kole i trójkącie.
15. Podobieństwo figur – rozwiązywanie zadań.
16. Twierdzenie Cevy.
17. Twierdzenie o okręgach dopisanych.
18. Czworokąty wpisane i opisane na okręgu.
19. Twierdzenie sinusów i cosinusów.
20. Trójmian kwadratowy i jego zastosowanie do rozwiązywania zadań.
21. Wielomiany co najmniej trzeciego stopnia. Twierdzenie Eisensteina o nierozkładalności wielomianów, Twierdzenie Schura i Lagrange’a.
22. Wyrażenia wymierne. Funkcja wymierna i jej własności.
23. Równania i nierówności wielomianowe i wymierne z jedną lub wieloma niewiadomymi.

24. Ciągi. Różne sposoby określania ciągów, ciąg Fibonacciego. Własności ciągów liczbowych (monotoniczność, ograniczoność) oraz ich zastosowanie w zagadnieniach problemowych.
25. Indukcja matematyczna.
26. Granica ciągu oraz sposoby jej obliczania.
27. Funkcja wykładnicza i logarytmiczna oraz ich własności.
28. Zagadnienia z geometrii płaskiej.
29. Nierówności w geometrii.
30. Elementy arytmetyki i algebry.
31. Granica funkcji, Asymptoty oraz sposoby ich wyznaczania.
32. Ciągłość i pochodna funkcji.
33. Ekstremum funkcji. Badanie przebiegu zmienności funkcji. Zadania optymalizacyjne.
34. Figury geometryczne w przestrzeni. Wybrane problemy z geometrii przestrzennej.
35. Kombinatoryka.
36. Rachunek prawdopodobieństwa.
37. Elementy statystyki opisowej.
38. Elementy matematyki finansowej.
39. Liczby zespolone.
40. Rozwiązywanie zadań z konkursów i olimpiad.

### **3. Zalecane metody pracy to:**

- podające (wykład, pogadanka, opis);
- metoda przypadków;
- metoda problemowa;
- nauczanie programowe;
- ćwiczenia przedmiotowe;
- problemowe (metody aktywizujące).

Wykład polega na bezpośrednim lub pośrednim przekazywaniu wiedzy określonej grupie odbiorców. Aktywność uczestnika wykładu wymaga od niego dużego wysiłku i znacznej dojrzałości umysłowej. Dlatego też należy go odpowiednio w szkołach średnich stosować i ograniczać. Typowe dla wykładu elementy to przekazanie informacji w sposób systematyczny i logicznie konsekwentny. Nauczyciel powinien treść wykładu wiązać umiejętnie z życiem,

dobierać trafne i interesujące przykłady, starannie się wysławiać. Pogadanka polega na rozmowie nauczyciela z uczniami, przy czym nauczyciel jest w tej rozmowie osobą kierującą. Zmierzając do osiągnięcia zaplanowanego celu stawia uczniom pytania, na które oni z kolei udzielają odpowiedzi. Pogadanka może służyć przygotowaniu uczniów do pracy na lekcji, zaznajamianiu ich z nowym materiałem, systematyzowaniu i utrwalaniu wiadomości.

Opis jest najprostszym sposobem zaznajamiania uczniów z nieznanymi im bliżej osobami, rzeczami, zjawiskami itp. Zalecany jest zarówno wtedy, gdy nie ma możliwości zastosowania odpowiedniego pokazu, jak i przede wszystkim wtedy, gdy opisowi towarzyszy pokazywanie opisywanych przedmiotów lub ich modeli czy rysunków.

Metoda przypadków polega na rozpatrzeniu przez małą grupę uczniów opisu jakiegoś przypadku, możliwych rozwiązań. Po otrzymaniu opisu, rozwiązań wraz z kilkoma pytaniami, na które należy odpowiedzieć, uczniowie sami formułują dalsze pytania wyjaśniające ten przypadek, a nauczyciel udziela na nie odpowiedzi.

Metoda problemowa polega na wytworzeniu sytuacji problemowej, formułowaniu problemów, określaniu pomysłów ich rozwiązania, weryfikacji pomysłów rozwiązania oraz na porządkowaniu i stosowaniu uzyskanych wyników w nowych zadaniach o charakterze praktycznym lub teoretycznym. Jej cechą charakterystyczną jest dominacja uczenia się nad nauczaniem. Wzbudza ona wiarę ucznia w siebie, utwierdza go w przekonaniu, że jest w stanie rozwiązywać coraz trudniejsze zadania.

Nauczanie programowane prowadzone być może z użyciem komputera lub podręcznika, zbioru zadań itp. Obecnie dostępnych jest wiele komputerowych programów dydaktycznych spełniających potrzebne warunki. Metody praktyczne ułatwiają uczniom bezpośrednie poznanie rzeczywistości oraz pozwalają na wykorzystanie posiadanej przez nich wiedzy w rozwiązywaniu problemów praktycznych. Do tej grupy zaliczyć można: pokaz, ćwiczenia przedmiotowe, ćwiczenia laboratoryjne, metodę projektów itp. Pokaz polega na demonstrowaniu uczniom naturalnych przedmiotów lub ich modeli, zjawisk, wydarzeń lub procesów i objaśnianiu ich istotnych cech.

Ćwiczenia przedmiotowe polegają na wielokrotnym wykonywaniu pewnych czynności dla nabycia wprawy i uzyskania coraz wyższej sprawności w działaniach intelektualnych i praktycznych. W nauczaniu matematyki pełnią rolę szczególną. Podczas

ćwiczeń laboratoryjnych uczniowie samodzielnie przeprowadzają eksperymenty. Eksperymenty te pozwalają na formułowanie pewnych uogólnień, zilustrowanie wcześniej poznanych praw, zasad i reguł (tradycyjna metoda laboratoryjna) oraz ułatwiają uczniom przewidywanie nieznanymi im jeszcze zjawisk i procesów (problemowa metoda laboratoryjna).

Metody aktywizujące to grupa metod, które uważa się za najskuteczniejsze. Dzięki nim uczenie się ma charakter niekonwencjonalny, ciekawy i zajmujący. Zajęcia motywują ucznia do działania, twórczego myślenia i kreatywności. Dzięki nim uczeń ma wpływ na to, co na lekcji będzie się działo, jest jej współtwórcą, (tworzy się poczucie współodpowiedzialności). Metody te uczą przez działanie, tworzenie, współpracę i przeżywanie. Sednem metod aktywizujących może być powiedzenie Konfucjusza: „Powiedz, a zapomnę. Pokaż a zapamiętam. Pozwól wziąć udział a zrozumieć”. Metody te wymagają zaangażowania nauczyciela i uczniów.

#### **4. Ewaluacja**

**Ewaluacja w oświacie** to ocena przydatności i skuteczności podejmowanych działań dydaktycznych, wychowawczych i opiekuńczych w odniesieniu do założonych celów, służącą doskonaleniu tych działań (*Rozporządzenie MENiS z 23 kwietnia 2004*)

**Ewaluacja** odbywać się będzie w formie obserwacji postępów uczniów. Systematyczne prowadzenie ewaluacji pozwoli dostrzec wpływ przekazywanych treści na postawy, wiedzę, umiejętności uczniów, a zarazem stanowi podstawę planowania dalszej pracy

## **5. Literatura:**

Podstawa programowa – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 6 listopada 2003  
dz.u. 2003 r. 210 poz. 2041

Standardy egzaminacyjne

Informator o egzaminie maturalnym z matematyki – [www.cke.edu.pl](http://www.cke.edu.pl)

Poradnik metodyczny dla nauczyciela



