



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Liceum Ogólnokształcące
im. Króla Władysława Jagiełły
w Przeworsku

Program działalności szkolnego koła zainteresowań z matematyki



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE



Autor
dr Bernard Sozański

ISBN 978-83-7667-058-4

1. Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego

SŁOWNICZEK UŻYTYCH NARZĘDZI:

Dla syntetycznego ujęcia wyników prowadzonych badań wykorzystano podstawowe miary statystyki opisowej:

- a) **średnia arytmetyczna** – wskazuje średnią wartość,
- b) **odchylenie standardowe** – obrazuje przeciętną różnicę między obserwacjami a ich średnią,
- c) **współczynnik zmienności** – opisuje przeciętną procentową różnicę między obserwacjami a ich średnią, wyrażona względem tej średniej,
- d) **kwartył I** – oznacza, że 25% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- e) **kwartył II** (inaczej **mediana** – wartość środkowa) oznacza, że 50% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- f) **kwartył III** – oznacza, że 75% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- g) **kurtoza** (właśc.. **współczynnik ekscesu**) – względna miara koncentracji i spłaszczenia rozkładu, określa rozmieszczenie i koncentrację wartości w pobliżu średniej (gdy wartość kurtozy jest równa 0 rozkład ma kształt normalny, gdy jest większa od 0 rozkład jest bardziej wysmukły niż normalny (większe skupienie wartości wokół średniej), natomiast wartość mniejsza od 0 rozkład jest mniej wysmukły niż normalny (większe spłaszczenie rozkładu)),
- h) **skośność** (**współczynnik skośności**) – miara asymetrii rozkładu (równa 0 dla rozkładu symetrycznego, dodatnia - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z prawej strony, ujemna - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z lewej strony)

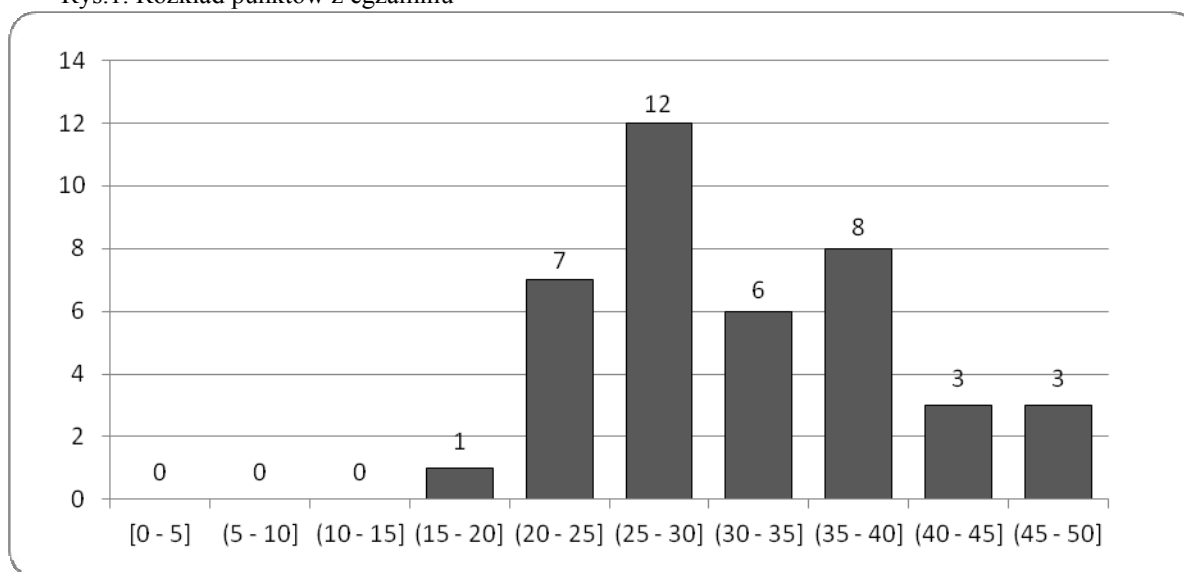
W celu zbadania zgodności badanego rozkładu z rozkładem normalnym wykorzystano **test Kołmogorowa – Smirnowa**, natomiast dla zweryfikowania hipotezy czy dwie niezależne próbki pochodzą z tej samej populacji (mają podobne rozkłady) wykorzystano **test t dla prób niezależnych** (w przypadku zgodności rozkładu wyników grupy z rozkładem normalnym) lub test **Manna – Whitneya** (w przypadku braku zgodności z rozkładem normalnym). Test t dla prób niezależnych został dodatkowo poprzedzony **testem Levene’a równości wariancji grupowych**. W każdym przypadku podano wartość p , czyli prawdopodobieństwo testowe; jeśli jest mniejsze od zadanego poziomu istotności α (wynoszące w prowadzonych analizach 0,05), hipotezę H_0 należy odrzucić.

Natomiast dla zbadania kierunku i siły zależności pomiędzy oceną z matematyki a wynikami egzaminu z części matematyczno – przyrodniczej wykorzystano **współczynnik korelacji rang Spearmana**, który wyraża siłę korelacji dwóch cech mierzonych na skali porządkowej.

Analizie poddano wyniki egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej w roku szkolnym 2009/2010 oraz oceny końcowe z matematyki 40 uczniów klas pierwszych ZSO i Z w Przeworsku, którzy złożyli aplikację do zajęć rozszerzających w projekcie „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”. Większość badanych (23 osoby, 57,50%) stanowiły dziewczęta.

Wynik egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej podawany był w punktach od 0 do 50. Rozkład tych wyników w badanej grupie zaprezentowano na rysunku 1.

Rys.1. Rozkład punktów z egzaminu



Źródło: opracowanie własne

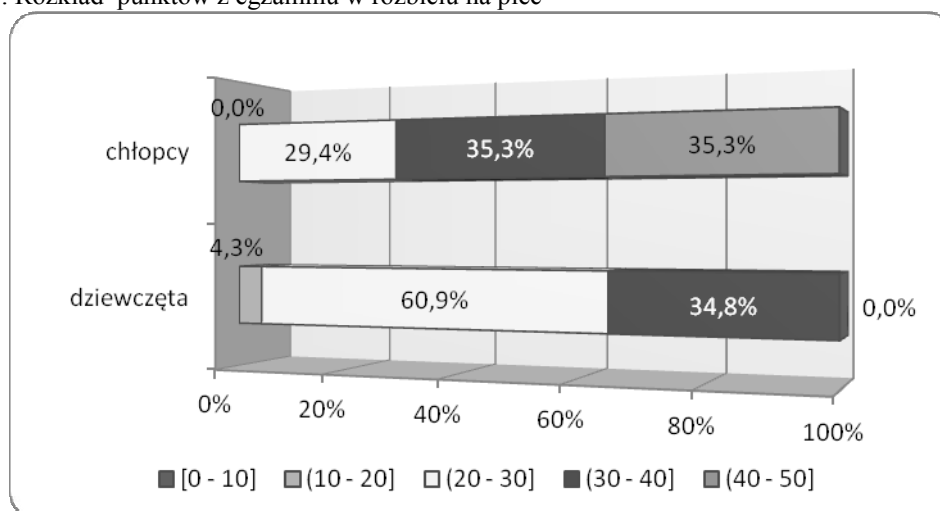
Z informacji przedstawionych na rysunku 1 wynika, że w badanej grupie najczęściej występowały wyniki z przedziału 25-30 pkt. Średni wynik wyniósł 32,38 pkt, zaś mediana 30,5 pkt, co oznacza, że połowa badanych uczniów miała wynik egzaminu nie wyższy niż ten wynik. Średnia liczba punktów z egzaminu badanej grupy w porównaniu ze średnią z województwa podkarpackiego ¹ wynoszącą 23,82 pkt jest dużo wyższa.

Czwarta część badanych uczniów miała wynik nie wyższy niż 26 (kwartył I), zaś 75% miała wynik nie wyższy niż 38,25 pkt (kwartył 3). Próbkę charakteryzowała dość duża zmienność – przeciętne odchylenie od średniej, mierzone odchyleniem standardowym, wynosiło około 7,87 pkt., co stanowi 24,32% średniej. Ujemny wynik kurtozy (-0,82) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest mniej wysmukły (bardziej spłaszczony) niż rozkład normalny. Niewielka skośność dodatnia (0,42) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości wyższych.

¹ Sprawozdanie z egzaminu gimnazjalnego w 2010 roku [tab.59], OKE w Krakowie, Kraków, maj 2010 [w:] http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku_1.pdf

Rozkład wyników egzaminu wydaje się być inny u dziewcząt i u chłopców (rysunek 2). Wśród dziewcząt zdecydowaną większość (60,87%) stanowiły wyniki średnie (20-30 pkt]. Proporcje wyników chłopców były natomiast bardziej wyrównane – udział wyników średnich, wysokich (30-40 pkt] i bardzo wysokich (40-50 pkt] jest porównywalny.

Rys.2. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć



Źródło: opracowanie własne

Odmienność rozkładu potwierdzają również podstawowe statystyki (tab.1). Zarówno średnia, jak i mediana wyników były dużo wyższe u chłopców, ale z kolei występuje u nich większa zmienność.

Tab.1. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć

Płeć	Wynik z egzaminu			
	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczeta	29,09	30	5,65	19,42%
chłopcy	36,82	39	8,41	22,83%

Źródło: opracowanie własne

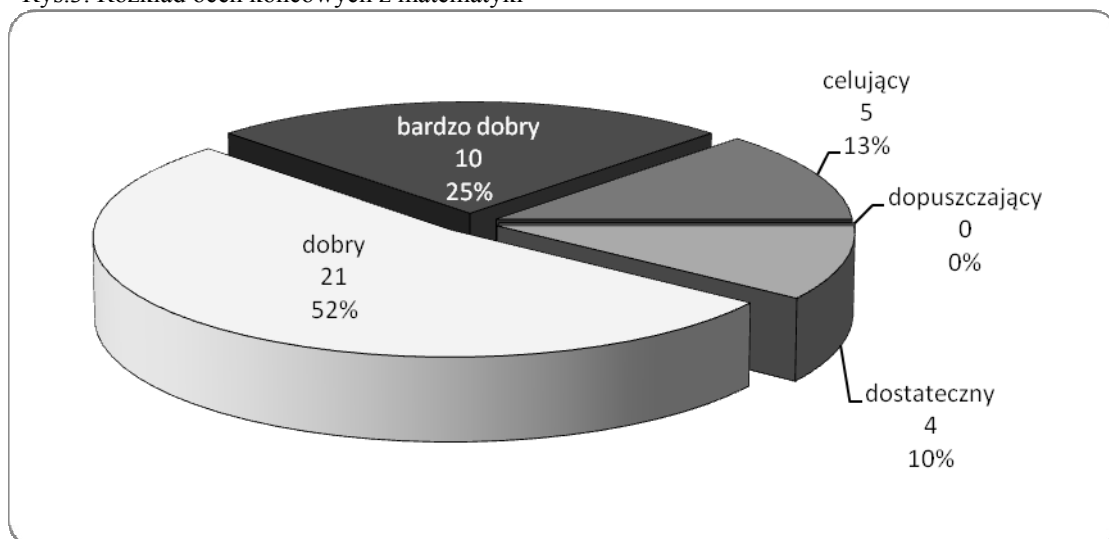
Aby sprawdzić podobieństwo rozkładów dla obu płci, zastosowano test t dla prób niezależnych. Można go było zastosować, gdyż rozkład był zgodny z rozkładem normalnym, co wykazano testem Kołmogorowa – Smirnowa ($Z = 0,76, p=0,62, p \geq \alpha$)². Wstępnie sprawdzono równość wariancji grupowych testem Levene'a, który dał wynik negatywny ($F=5,89; p=0,02, p \leq \alpha$). Wobec niespełnionego założenia o jednorodności wariancji test t dla prób niezależnych zastąpiono więc

² W badaniach przyjęto poziom istotności $\alpha = 0,05$.

testem U Manna – Whitneya. Jego wynik ($U = 90,00$, $p=0,00$, $p \leq \alpha$) wykazał, iż średnie wyniki z egzaminu chłopców i dziewcząt różnią się istotnie.

Uczniowie należący do badanej grupy najczęściej kończyli gimnazjum z oceną z matematyki dobrą (21 osób, 52,50%) oraz bardzo dobrą (10 osób, 25,00%), co widać na rysunku 3.

Rys.3. Rozkład ocen końcowych z matematyki

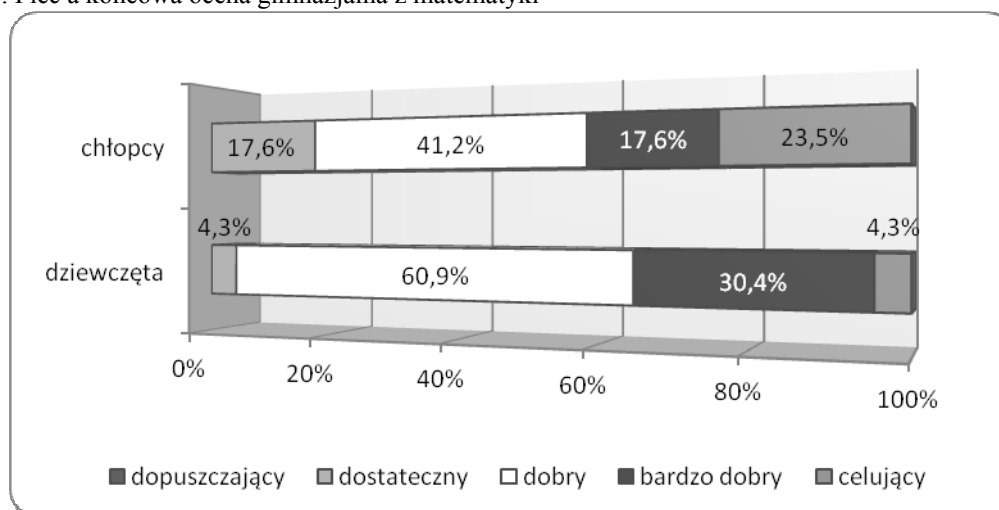


Źródło: opracowanie własne

W badanej grupie średnia ocen wyniosła 4,40, zaś wartość środkowa (mediana) 4. Z uwagi na małą liczbę wariantów cenniejszą informację niż kwartyłe podaje nam średnia i odchylenie, które tu wyniosło ok. 0,84 stopnia. Oznacza to, że oceny końcowe uczniów różniły się od średniej 4,40 przeciętnie o 0,84 stopnia, co stanowi 19,12% średniej. Te statystyki potwierdzają obserwacje z wykresu: próba nie jest skupiona wokół jednej oceny, lecz jest zróżnicowana, ma dużą zmienność. Ujemny wynik kurtozy (-0,26) potwierdza wcześniejszą uwagę o małym skupieniu wokół średniej. Skośność dodatnia (0,47) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości wyższych.

Rozkład ocen końcowych z matematyki wydaje się być nieco inny u dziewcząt i u chłopców (rys. 4). Wprawdzie u obu płci dominowały oceny dobre, ale ich udział u dziewcząt był dużo większy (60,87%, u chłopców 41,18%). Również oceny bardzo dobre częściej dostawały dziewczęta, natomiast oceny najwyższe – celujące – były domeną chłopców.

Rys.4. Płeć a końcowa ocena gimnazjalna z matematyki



Źródło: opracowanie własne

O odmienności rozkładów nie rozstrzygają podstawowe statystyki (tab.2) – wartości średnich i median są porównywalne, przy większej zmienności ocen u chłopców.

Tab.2. Rozkład ocen końcowych z matematyki w rozbiciu na płeć

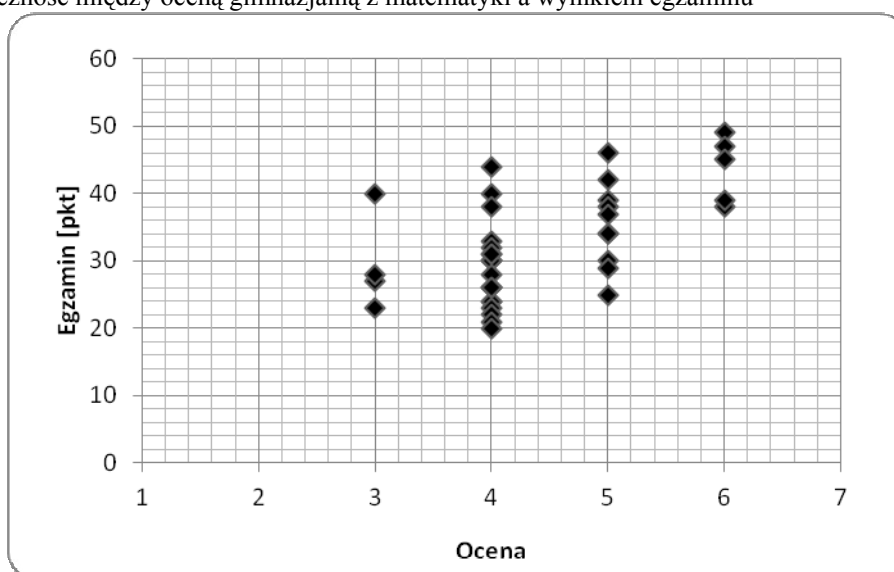
Płeć \ Ocena końcowa	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczęta	4,35	4	0,65	14,89%
chłopcy	4,47	4	1,07	23,88%

Źródło: opracowanie własne

Podobieństwo rozkładów sprawdzono ostatecznie testem U Manna – Whitneya, z uwagi na skalę porządkową. Uzyskany wynik ($U = 188,00$; $p=0,82$, $p \geq \alpha$) pozwolił na przyjęcie tezy, iż gimnazjalne oceny końcowe z matematyki dziewcząt i chłopców są podobne.

Zależność między wynikiem z egzaminu a oceną końcową z gimnazjum najlepiej oceniać interpretując wykres rozrzutu (rys.5).

Rys.5. Zależność między oceną gimnazjalną z matematyki a wynikiem egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Wskazuje on na widoczną, umiarkowaną zależność dodatnią między oceną końcową z gimnazjum a wynikiem z egzaminu gimnazjalnego. Dodatni znak oznacza że „dobrzy” uczniowie, mający wyższe oceny końcowe z gimnazjum, z reguły uzyskiwali dobry wynik z egzaminu. Interpretację tą potwierdza współczynnik korelacji Spearmana (0,55).

2. Zasady realizacji zajęć

2.1. Cele realizacji zajęć

Głównym celem realizacji zajęć w ramach *Koła rozszerzających* jest podniesienie kompetencji matematycznych uczniów rozpoczynających naukę w klasie pierwszej w roku szkolnym 2010/2011.

Cele szczegółowe:

- Poszerzanie i pogłębianie wiadomości i umiejętności matematycznych.
- Kształcenie umiejętności uogólniania i dostrzegania przypadków szczególnych.
- Nabywanie umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej i rozwijanie umiejętności poszukiwania różnych, nietypowych rozwiązań problemów .
- Przygotowanie do osiągnięcia wysokiego wyniku z egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie rozszerzonym;
- Kształcenie umiejętności logicznego rozumowania i wyciągania wniosków.

2.2. Założenia programowe

2.2.1. Organizacja zajęć

Zajęcia należy prowadzić po lekcjach w ilości co najwyżej trzech godzin tygodniowo. Liczba uczniów nie powinna przekraczać 15-tu w grupie. Poza formą wykładu zajęcia mogą być prowadzone w grupach w przypadku rozwiązywania zagadnień problemowych. Prowadzący zajęcia powinien także zaplanować spotkania indywidualne z uczniami, niezbędne do realizacji materiału trudniejszego oraz jego zastosowania w zadaniach.

(144 godziny lekcyjne na 3 lata).

2.2.2. Omówienie niezbędnych pomocy naukowych

- pozycje popularyzujące matematykę;
- przyrządy geometryczne;
- modele brył;
- kalkulatory;
- zbiory zadań;
- nowoczesne pomoce naukowe (komputer, programy komputerowe).

2.2.3. Procedury osiągnięcia celów

- Systematyczne spotkania związane z realizacją.
- Udział w konkursach
- Samodzielne przygotowywanie przez uczniów niektórych zagadnień;

- Stwarzanie możliwości samodzielnego odkrywania i tworzenia matematyki przez ucznia;
- Praca w grupach;
- Praca w indywidualnym tempie dostosowanym do ucznia;
- Rozwiązywanie różnorodnych zadań stwarzających możliwość rozwoju wyobraźni i intuicji matematycznej;
- Rozwiązywanie zestawów maturalnych.

2.3. Szczegółowe treści kształcenia

A. Liczby i ich zbiory

- a) Iloczyn kartezjański zbiorów. Relacje i ich własności – *realizacja zajęć w klasie I,*
- b) Klasyfikacja zbioru. Klasy abstrakcji relacji równoważności – *realizacja zajęć w klasie I,*
- c) Średnie. Twierdzenie Cauchy'ego – *realizacja zajęć w klasie I,*
- d) Zbiór liczb całkowitych. Podzielność w zbiorze liczb całkowitych – *realizacja zajęć w klasie I,*
- e) Funkcja Eulera – *realizacja zajęć w klasie I,*
- f) Zasada szufladkowa Dirichleta – *realizacja zajęć w klasie I,*
- g) Kongruencje – *realizacja zajęć w klasie I,*
- h) Twierdzenie Eulera i małe twierdzenie Fermata – *realizacja zajęć w klasie I,*
- i) Cechy podzielności liczb całkowitych – *realizacja zajęć w klasie I,*
- j) Liczby wymierne i niewymierne – *realizacja zajęć w klasie I,*

B. Funkcje i ich własności

- a) Przegląd wybranych własności funkcji – *realizacja zajęć w klasie I, II, III,*
- b) Funkcje wzajemnie jednoznaczne. Funkcja odwrotna. Złożenie funkcji – *realizacja zajęć w klasie I,*
- c) Równania funkcyjne - przykłady równań i sposobów ich rozwiązywania – *realizacja zajęć w klasie I,*
- d) Trygonometria - badanie własności funkcji trygonometrycznych – *realizacja zajęć w klasie I,*
- e) Szkicowanie wykresów funkcji trygonometrycznych – *realizacja zajęć w klasie I,*
- f) Prosta na płaszczyźnie. Interpretacja geometryczna równań liniowych, nierówności liniowych, układów równań – *realizacja zajęć w klasie I,*
- g) Funkcja liniowa i jej wykres - zadania testowe – *realizacja zajęć w klasie I,*

- h) Trójmian kwadratowy. Wykresy funkcji kwadratowej z wartością bezwzględną – *realizacja zajęć w klasie II*,
- i) wzory Viéte’a – *realizacja zajęć w klasie II*,
- j) sposoby rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych z parametrem – *realizacja zajęć w klasie II*,
- k) Wielomiany jednej zmiennej. Podzielność w zbiorze wielomianów – *realizacja zajęć w klasie II*
- l) sposoby rozkładu wielomianu na czynniki – *realizacja zajęć w klasie II*,
- m) twierdzenie o reszcie i twierdzenie Bézouta – *realizacja zajęć w klasie II*,
- n) Funkcje wymierne. Funkcja homograficzna jako przykład funkcji wymiernej – *realizacja zajęć w klasie II*
- o) Funkcje wymierne - zadania z parametrem i wartością bezwzględną – *realizacja zajęć w klasie II*
- p) Zadania testowe dotyczące wielomianów i funkcji wymiernej – *realizacja zajęć w klasie II*,
- q) Funkcja wykładnicza i logarytmiczna - ciekawe zastosowania – *realizacja zajęć w klasie III*,

C. Geometria

- a) Podstawowe własności figur geometrycznych na płaszczyźnie - podstawowe twierdzenia ich dowody – *realizacja zajęć w klasie II*
- b) Przekształcenia płaszczyzny w ujęciu analitycznym – *realizacja zajęć w klasie II*,
- c) Wektory. Iloczyn skalarny wektorów – *realizacja zajęć w klasie II*,
- d) Zastosowanie wektorów do dowodzenia twierdzeń i rozwiązywania zadań geometrycznych – *realizacja zajęć w klasie II*,
- e) Szczególne zastosowanie twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów w zadaniach – *realizacja zajęć w klasie II*
- f) Jednokładność i podobieństwo. Pola figur – *realizacja zajęć w klasie II*
- g) Geometria na płaszczyźnie - zadania różne – *realizacja zajęć w klasie II, III*
- h) Bryły geometryczne – *realizacja zajęć w klasie III*,
- i) Przekroje płaskie graniastosłupów i ostrosłupów – *realizacja zajęć w klasie III*,
- j) Pola i objętości brył – *realizacja zajęć w klasie, III*,

D. Algebra liniowa

- k) Przestrzeń wektorowa. Liniowa zależność i niezależność wektorów – *realizacja zajęć w klasie III*
- l) Macierz. Wyznacznik macierzy. Rząd macierzy – *realizacja zajęć w klasie III*
- m) Metoda wyznacznikowa rozwiązywania układów równań liniowych - zadania z parametrem – *realizacja zajęć w klasie I,*
- n) Układy równań liniowych – *realizacja zajęć w klasie III*

E. Ciągi liczbowe

- a) Ciąg arytmetyczny i geometryczny, wzór na n -ty wyraz, wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – *realizacja zajęć w klasie II,*
- b) procent prosty i procent składany – *realizacja zajęć w klasie II, III,*
- c) oprocentowanie lokat i kredytów – *realizacja zajęć w klasie I, II, III,*
- d) przykłady ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie – *realizacja zajęć w klasie II, III,*
- e) Indukcja matematyczna, dowodzenie twierdzeń – *realizacja zajęć w klasie II,*
- f) Definicja granicy ciągu liczbowego oraz sposoby obliczania granic ciągów – *realizacja zajęć w klasie II,*
- g) Szeregi. Szereg geometryczny. Zadania i zastosowanie szeregu geometrycznego ciągów – *realizacja zajęć w klasie II,*

F. Rachunek prawdopodobieństwa

- a) Elementy kombinatoryki (permutacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń, kombinacje) – *realizacja zajęć w klasie III.*
- b) Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa, własności prawdopodobieństwa – *realizacja zajęć w klasie III.*
- c) Niezależność zdarzeń – *realizacja zajęć w klasie, III.*
- d) Schemat Bernoulliego – *realizacja zajęć w klasie III.*
- e) Prawdopodobieństwo geometryczne – *realizacja zajęć w klasie III,*
- f) Elementy statystyki opisowej – *realizacja zajęć w klasie III.*

3. Zalecane metody pracy:

- Gry dydaktyczne
- Metody aktywizujące
- Ćwiczenia przedmiotowe
- Metoda problemowa
- Nauczanie programowane
- Definiowanie pojęć

Gry dydaktyczne są pewną formą zabawy podlegającej dokładnie sprecyzowanym regułom. Wyróżniamy gry: symulacyjne, decyzyjne i psychologiczne. Gry symulacyjne polegają na odtwarzaniu bardziej złożonych sytuacji problemowych. Są to najczęściej różnego rodzaju gry strategiczne. Uczą, że podjęcie określonych działań wpływa na zmianę tej rzeczywistości. Gry decyzyjne służą wyrabianiu u uczniów umiejętności wszechstronnego analizowania problemów składających się na pewną określoną sytuację, podejmowania na tej podstawie odpowiednich decyzji oraz wskazywania przewidywanych następstw poczynań zgodnych z tymi decyzjami.

Metody aktywizujące to grupa metod, które uznać należy za najskuteczniejsze. Dzięki nim uczenie się ma charakter niekonwencjonalny, ciekawy i zajmujący. Zajęcia motywują ucznia do działania, twórczego myślenia i kreatywności. Dzięki nim uczeń ma wpływ na to, co na lekcji będzie się działo, jest jej współtwórcą, (tworzy się poczucie współodpowiedzialności). Metody te uczą przez działanie, tworzenie, współpracę i przeżywanie. Sednem metod aktywizujących może być powiedzenie Konfucjusza: „ Powiedz, a zapomnę. Pokaż a zapamiętam. Pozwól wziąć udział a zrozumiem." Metody te wymagają zaangażowania nauczyciela i uczniów.

Ćwiczenia przedmiotowe polegają na wielokrotnym wykonywaniu pewnych czynności dla nabycia wprawy i uzyskania coraz wyższej sprawności w działaniach intelektualnych i praktycznych. W nauczaniu matematyki pełnią rolę szczególną. Podczas ćwiczeń laboratoryjnych uczniowie samodzielnie przeprowadzają eksperymenty. Eksperymenty te pozwalają na formułowanie pewnych uogólnień, zilustrowanie wcześniej poznanych praw, zasad i reguł (tradycyjna metoda laboratoryjna) oraz ułatwiają uczniom

przewidywanie nieznanymi jeszcze zjawiskami i procesami (problemowa metoda laboratoryjna).

Metoda problemowa polega na wytworzeniu sytuacji problemowej, formułowaniu problemów, określaniu pomysłów ich rozwiązania, weryfikacji pomysłów rozwiązania oraz na porządkowaniu i stosowaniu uzyskanych wyników w nowych zadaniach o charakterze praktycznym lub teoretycznym. Jej cechą charakterystyczną jest dominacja uczenia się nad nauczaniem. Wzbudza ona wiarę ucznia w siebie, utwierdza go w przekonaniu, że jest w stanie rozwiązywać coraz trudniejsze zadania.

Nauczanie programowane prowadzone być może z użyciem komputera lub podręcznika, zbioru zadań itp. Obecnie dostępnych jest wiele komputerowych programów dydaktycznych spełniających potrzebne warunki. Metody praktyczne ułatwiają uczniom bezpośrednie poznanie rzeczywistości oraz pozwalają na wykorzystanie posiadanej przez nich wiedzy w rozwiązywaniu problemów praktycznych. Do tej grupy zaliczyć można: pokaz, ćwiczenia przedmiotowe, ćwiczenia laboratoryjne, metodę projektów itp. Pokaz polega na demonstrowaniu uczniom naturalnych przedmiotów lub ich modeli, zjawisk, wydarzeń lub procesów i objaśnianiu ich istotnych cech.

Metoda definiowania pojęć ma na celu naukę analizowania, definiowania. Uczy elementów dyskusji, wyrażania własnej opinii, przyjmowania rozumienia różnych punktów widzenia. Wykorzystuje się tu takie metody jak: burza mózgów (inaczej nazywana fabryką pomysłów, giełdą pomysłów, sesją odroczonego wartościowania, metodą Osborna), mapa pojęciowa (inaczej nazywana mapą myśli, mapą mózgu), kula śniegowa. Uczniowie początkowo pracują indywidualnie, następnie w parach, czwórkach i stopniowo w całej grupie. Uczą się wypracowywać wspólne rozwiązania wykorzystując nie tylko własne doświadczenia, ale i doświadczenia innych członków grupy.

4. Ewaluacja

Ewaluacja w oświacie to ocena przydatności i skuteczności podejmowanych działań dydaktycznych, wychowawczych i opiekuńczych w odniesieniu do założonych celów, służąca doskonaleniu tych działań (*Rozporządzenie MENiS z 23 kwietnia 2004*).

Ewaluacja odbywać się będzie w formie obserwacji postępów uczniów. Systematyczne prowadzenie ewaluacji pozwoli dostrzec wpływ przekazywanych treści na postawy, wiedzę, umiejętności uczniów, a zarazem stanowi podstawę planowania dalszej pracy.

5. Literatura:

Podstawa programowa – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 6 listopada 2003 Dz.U. 2003 r. 210 poz. 2041.

Standardy egzaminacyjne.

Informator o egzaminie maturalnym z matematyki – www.cke.edu.pl

Poradnik metodyczny dla nauczyciela.