Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Liceum Ogólnokształcące
im. Gen. Władysława Andersa
w Lesku

# Program działalności szkolnego koła zainteresowań z matematyki

Autorzy:

dr Bernard Sozański
mgr Bernard Baran

ISBN 978-83-7667-058-4

# 1. Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego

## SŁOWNICZEK UŻYTYCH NARZĘDZI:

Dla syntetycznego ujęcia wyników prowadzonych badań wykorzystano podstawowe miary statystyki opisowej:

a) **średnia arytmetyczna** – wskazuje średnią wartość,

b) **odchylenie standardowe** – obrazuje przeciętną różnicę między obserwacjami a ich średnią,

c) **współczynnik zmienności** – opisuje przeciętną procentową różnicę między obserwacjami a ich średnią, wyrażona względem tej średniej,

d) **kwartyl I** – oznacza, że 25% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyla

e) **kwartyl II** (inaczej **mediana** – wartość środkowa) oznacza, że 50% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyla

f) **kwartyl III** – oznacza, że 75% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyla

g) **kurtoza** (właśc.. **współczynnik ekscesu**) – względna miara koncentracji i spłaszczenia rozkładu, określa rozmieszczenie i koncentrację wartości w pobliżu średniej (gdy wartość kurtozy jest równa 0 rozkład ma kształt normalny, gdy jest większa od 0 rozkład jest bardziej wysmukły niż normalny (większe skupienie wartości wokół średniej), natomiast wartość mniejsza od 0 rozkład jest mniej wysmukły niż normalny (większe spłaszczenie rozkładu)),

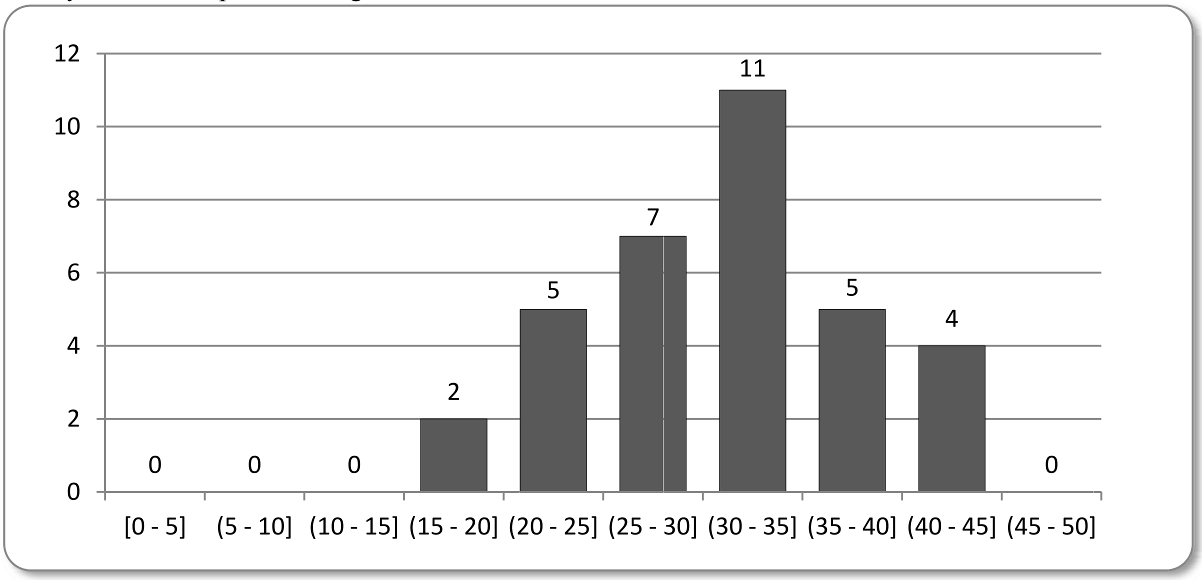
h) **skośność** (**współczynnik skośności**) – miara asymetrii rozkładu (równa 0 dla rozkładu symetrycznego, dodatnia - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z prawej strony, ujemna - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z lewej strony)

W celu zbadania zgodności badanego rozkładu z rozkładem normalnym wykorzystano **test Kołmogorowa – Smirnowa**, natomiast dla zweryfikowania hipotezy czy dwie niezależne próbki pochodzą z tej samej populacji (mają podobne rozkłady) wykorzystano **test t dla prób niezależnych** (w przypadku zgodności rozkładu wyników grupy z rozkładem normalnym) lub test **Manna – Whitneya** (w przypadku braku zgodności z rozkładem normalnym). Test t dla prób niezależnych został dodatkowo poprzedzony **testem Levene'a równości wariancji grupowych**. W każdym przypadku podano wartość ***p***, czyli prawdopodobieństwo testowe; jeśli jest mniejsze od zadanego poziomu istotności $\alpha$ (wynoszące w prowadzonych analizach 0,05), hipotezę $H_0$ należy odrzucić.

Natomiast dla zbadania kierunku i siły zależności pomiędzy oceną z matematyki a wynikami egzaminu z części matematyczno – przyrodniczej wykorzystano **współczynnik korelacji rang Spearmana**, który wyraża siłę korelacji dwóch cech mierzonych na skali porządkowej.

Analizie poddano wyniki egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej w roku szkolnym 2009/2010 oraz oceny końcowe z matematyki 34 uczniów klas pierwszych LO w Lesku, którzy złożyli aplikację do zajęć rozszerzających w projekcie „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”. Większość badanych (18 osób, 52,94%) stanowili chłopcy.
Wynik egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej podawany był w punktach od 0 do 50. Rozkład tych wyników w badanej grupie zaprezentowano na rysunku 1.

Rys.1. Rozkład punktów z egzaminu




Źródło: opracowanie własne

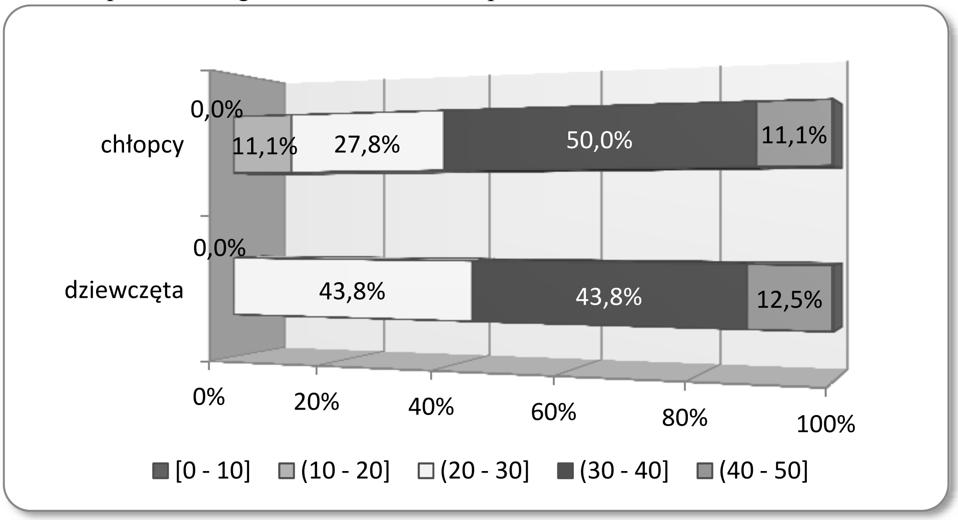
Z informacji przedstawionych na rysunku 1 wynika, że w badanej grupie najczęściej występowały wyniki z przedziału 30-35 pkt. Do tego przedziału należą także średnia (31,82 pkt) oraz mediana (32,5 pkt), co oznacza że połowa badanych uczniów miała wynik egzaminu nie wyższy niż ten wynik. Średnia liczba punktów z egzaminu badanej grupy w porównaniu ze średnią z województwa podkarpackiego [1] wynoszącą 23,82 pkt jest dużo wyższa.

Czwarta część badanych uczniów miała wynik nie wyższy niż 28,25 (kwartyl I), zaś 75% miała wynik nie wyższy niż 35,75 pkt (kwartyl 3). Próbę charakteryzowała dość duża zmienność – przeciętne odchylenie od średniej, mierzone odchyleniem standardowym, wynosiło około 6,63 pkt., co stanowi 20,82% średniej. Ujemny wynik kurtozy (-0,31) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest mniej wysmukły (bardziej spłaszczony) niż rozkład normalny. Niewielka skośność ujemna (-0,22) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości niższych.

[1] Sprawozdanie z egzaminu gimnazjalnego w 2010 roku [tab.59], OKE w Krakowie, Kraków, maj 2010 [w:] http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku_1.pdf

Rozkład wyników egzaminu był nieco inny u dziewcząt niż u chłopców (rysunek 2). Wśród chłopców 11,11% stanowiły wyniki niskie (10-20 pkt], nie występujące w ogóle u dziewcząt. Dziewczęta miały z kolei więcej wyników średnich (20-30 pkt], mniej wyników wysokich (30-40 pkt] oraz nieco więcej wyników bardzo wysokich (40-50 pkt].

Rys.2. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć




Źródło: opracowanie własne

Odmienność rozkładów potwierdzają również podstawowe statystyki (tab.1). Wprawdzie średnie są porównywalne, jednak mediana wyników były wyższa u chłopców, występuje u nich także większa zmienność.

Tab.1. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć

| Wynik z egzaminu / Płeć | średnia | mediana | odchylenie standardowe | współczynnik zmienności |
|---|---|---|---|---|
| **dziewczęta** | 32,00 | 31 | 6,07 | 18,96% |
| **chłopcy** | 31,67 | 34 | 7,26 | 22,93% |

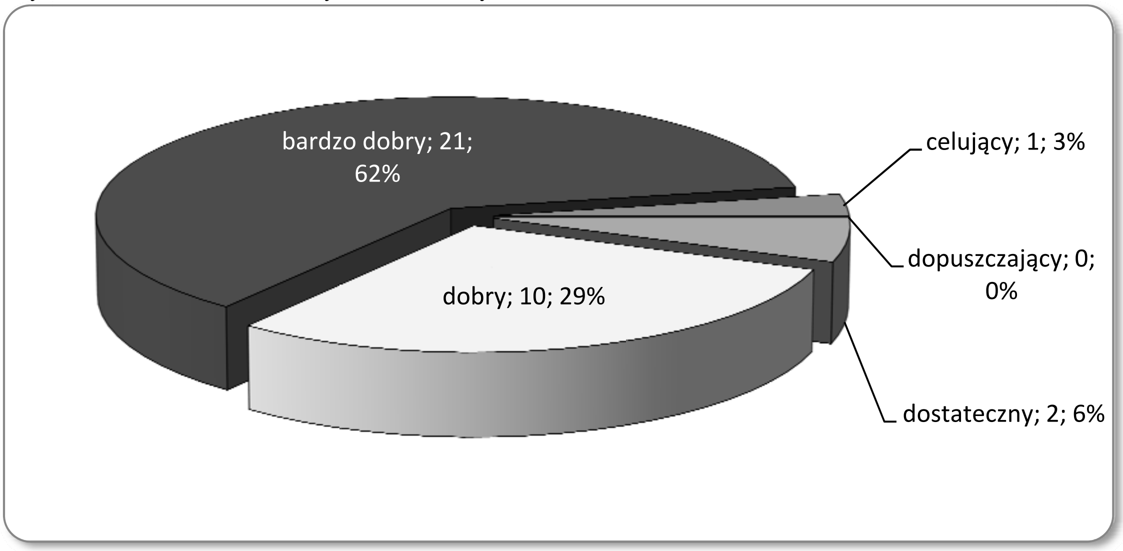
Źródło: opracowanie własne

Aby sprawdzić podobieństwo rozkładów dla obu płci, zastosowano test *t* dla prób niezależnych. Można go było zastosować, gdyż rozkład był zgodny z rozkładem normalnym, co wykazano testem Kołmogorowa – Smirnowa (Z = 0,44, $p$=0,99, $p \geq \alpha$)[2]. Wstępnie sprawdzono równość wariancji grupowych testem Levene'a, który dał wynik pozytywny (F=0,83; p=0,37, $p \geq \alpha$). Następnie zastosowany test *t* dla prób niezależnych (t = -0,14, p=0,89, $p \geq \alpha$) wykazał, iż nie ma istotnej różnicy między średnimi wynikami z egzaminu chłopców i dziewcząt.

[2] W badaniach przyjęto poziom istotności $\alpha = 0{,}05$.

Uczniowie należący do badanej grupy najczęściej kończyli gimnazjum z oceną z matematyki bardzo dobrą (21 osób, 61,76%) oraz dobrą (10 osób, 29,41%), co widać na rysunku 3.

Rys.3. Rozkład ocen końcowych z matematyki

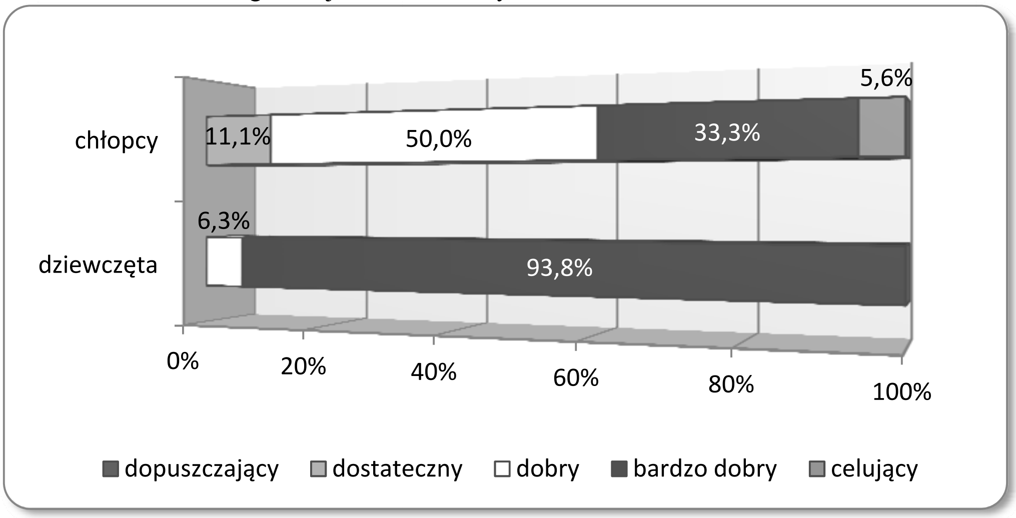



Źródło: opracowanie własne

W badanej grupie średnia ocen wyniosła 4,62, zaś wartość środkowa (mediana) 5. Z uwagi na małą liczbę wariantów cenniejszą informację niż kwartyle podaje nam średnia i odchylenie, które tu wyniosło ok. 0,65 stopnia. Oznacza to, że oceny końcowe uczniów różniły się od średniej 4,62 przeciętnie o 0,65 stopnia, co stanowi 14,12% średniej. Dodatni wynik kurtozy (0,58) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest bardziej wysmukły (mniej spłaszczony) niż rozkład normalny. Skośność ujemna (-0,81) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości niższych.

Rozkład ocen końcowych z matematyki wydaje się być inny u dziewcząt i u chłopców (rys. 4). Prawie wszystkie (93,75%) oceny dziewcząt stanowiły oceny bardzo dobre, reszta miała oceny dobre. Tymczasem połowa chłopców miała oceny dobre, ale w odróżnieniu od dziewcząt występowały u nich oceny celujące (5,56%).

Rys.4. Płeć a końcowa ocena gimnazjalna z matematyki




Źródło: opracowanie własne

Odmienność rozkładów potwierdzają również podstawowe statystyki (tab.1). Zarówno średnia, jak i mediana wyników były wyższe u dziewcząt, z kolei występuje u nich mniejsza zmienność.

Tab.2. Rozkład ocen końcowych z matematyki w rozbiciu na płeć

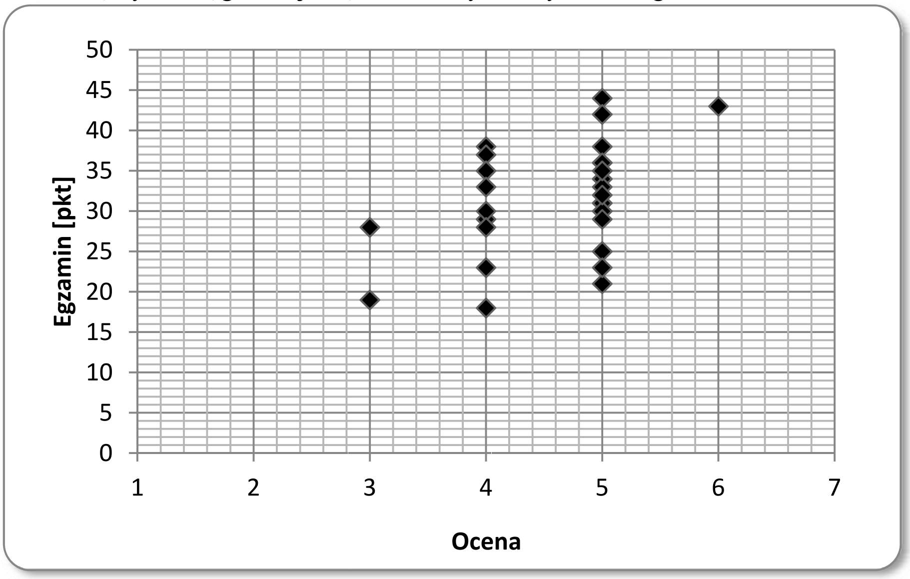
| Ocena końcowa / Płeć | średnia | mediana | odchylenie standardowe | współczynnik zmienności |
|---|---|---|---|---|
| **dziewczęta** | 4,94 | 5 | 0,25 | 5,06% |
| **chłopcy** | 4,33 | 4 | 0,77 | 17,70% |

Źródło: opracowanie własne

Podobieństwo rozkładów sprawdzono ostatecznie testem U Manna – Whitneya, z uwagi na skalę porządkową. Uzyskany wynik ($U = 71{,}50$; $p=0{,}00$, $p \leq \alpha$) pozwolił na odrzucenie tezy, iż gimnazjalne oceny końcowe z matematyki dziewcząt i chłopców są podobne.

Zależność między wynikiem z egzaminu a oceną końcową z gimnazjum najlepiej oceniać interpretując wykres rozrzutu (rys.5).

Rys.5. Zależność między oceną gimnazjalną z matematyki a wynikiem egzaminu




Źródło: opracowanie własne

Wskazuje on na widoczną, słabą zależność dodatnią między oceną końcową z gimnazjum a wynikiem z egzaminu gimnazjalnego. Dodatni znak oznacza że „dobrzy" uczniowie, mający wyższe oceny końcowe z gimnazjum, z reguły uzyskiwali dobry wynik z egzaminu. Interpretację tą potwierdza współczynnik korelacji Spearmana (0,33).

# 2. Zasady realizacji zajęć

## 2.1. Cele realizacji zajęć

Głównym celem realizacji zajęć w ramach *Koła rozszerzających* jest podniesienie kompetencji matematycznych uczniów rozpoczynających naukę w klasie pierwszej w roku szkolnym 2010/2011.

Cele szczegółowe:

- Przyzwyczajenie do typowych elementów rozumowań matematycznych, w szczególności do stosowania pojęć takich jak: założenie, wniosek, dowód (także nie wprost), przykład i kontrprzykład.
- Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń.
- Wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji, stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji.
- Kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania.

## 2.2. Założenia programowe

### 2.2.1. Organizacja zajęć

Organizacja zajęć – 2 godziny lekcyjne na tydzień. Wydaje się, że liczebność grup powinna być mniejsza – 10 uczniów,

### 2.2.2. Omówienie niezbędnych pomocy naukowych

Pomoce – tablica interaktywna, laptop, oprogramowanie specjalistyczne, Cabri II i Cabri 3D, GeoGebra, MatLab,

### 2.2.3. Procedury osiągania celów

1.Rozwiązywanie zadań typowych wymagających stosowania typowych modeli matematycznych objętych programem zajęć.
Rozpatrywanie prostych problemów wymagających dowodzenia . Stosowanie różnych metod dowodzenia w tym metody niewprost. Podawanie przykładów i kontrprzykładów w różnych sytuacjach problemowych.

2.
Rozwiązywanie zadań posiadających wiele rozwiązań. Analiza otrzymanych rozwiązań z uwzględnieniem ograniczeń praktycznych i matematycznych. Weryfikacja uzyskanych wyników przed ostatecznym zakończeniem rozwiązywania problemu.

3.Rozwiązywanie trudniejszych problemów matematycznych w formie zadań z konkursów i olimpiad matematycznych( konkursy regionalne i ogólnopolskie).
Stawianie hipotez i weryfikacja ich, ograniczanie i rozszerzanie problemu matematycznego, dyskutowanie w grupach i w całym zespole, klasyfikowanie obiektów matematycznych i problemów.
Rozwiązywanie nietypowych problemów wymagających wymyślenia nowej metody.

4.Prezentowanie uzyskanych wyników w czasie zajęć, odpowiadanie na pytania innych uczestników zajęć, argumentowanie i uściślanie wypowiedzi, publikowanie własnych rozwiązań w formie pisemnej. Samodzielne rozwiązywanie zadań i problemów.

### 2.3. Szczegółowe treści kształcenia

rok szkolny 2010/11

| | | |
|---|---|---|
| **1** | **Elementy logiki i nauki o zbiorach** | **4** |
| | 1) wartość logiczna zdania, negacja, alternatywa, koniunkcja, implikacja, równoważność, tautologia, formy zdaniowe, prawa de Morgana, negacja zdań z kwantyfikatorami | 1 |
| | 2) zbiór, suma zbiorów, iloczyn zbiorów, różnica zbiorów, dopełnienie zbioru, prawa do Morgana dla zbiorów, prawa działań na zbiorach | 1 |
| | 3) relacje porządkujące, relacja równoważnościowa, element maksymalny | 2 |
| **2** | **Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych i ich własności** | **6** |
| | 1) liczby naturalne i całkowite; twierdzenie o rozkładzie liczby naturalnej na czynniki pierwsze, liczby wymierne; rozwinięcia dziesiętne, liczby niewymierne, oś liczbowa; przedziały osi liczbowej, wartość bezwzględna, proste równania i nierówności z wartością bezwzględną typu $\|ax - b\| = c$, $\|ax - b\| > c$. | 2 |
| | 2) procenty i punkty procentowe; lokaty i kredyty, | 0 |
| | 3) błąd przybliżenia; szacowanie wartości liczbowych, | 1 |
| | 4) pierwiastki (w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych), | 1 |
| | 5) twierdzenie o niewymierności pierwiastka kwadratowego z liczby 2, | 1 |
| | 6) potęgi liczb nieujemnych o wykładniku wymiernym i ich własności; informacja o własnościach potęg o wykładniku rzeczywistym, | 1 |
| **3** | **Wektory** | **7** |
| | 1) wektory na płaszczyźnie kartezjańskiej, | 1 |
| | 2) wektor swobodny, dodawanie wektorów, iloczyn wektora przez liczbę – ujęcie syntetyczne | 2 |
| | 3) dodawanie wektorów: $[a1, a2] + [b1, b2]= [a1 + b1, a2 + b2]$ i mnożenie wektora przez liczbę: $t[a1, a2] = [ta1, ta2]$. | 2 |
| | 4) warunek równoległości i warunek prostopadłości wektorów | 2 |
| **4** | **Funkcje i ich własności** | **5** |
| | 1) różne sposoby określania funkcji, | 0 |
| | 2) odczytywanie własności funkcji z wykresu, | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| | 3) proste przekształcenia wykresów funkcji liczbowych, | 2 |
| | 4) funkcja liniowa, | 2 |
| **5** | **Elementy równań funkcyjnych** | **2** |
| | 1) opisywanie własności funkcji przy pomocy równań | 1 |
| | 2) znajdowanie wzorów funkcji opisanych równaniami | 1 |
| **6** | **Geometria płaszczyzny** | **9** |
| | 1) kąty w okręgu, | 1 |
| | 2) czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu, | 2 |
| | 3) figury podobne; figury jednokładne; twierdzenie o związkach miarowych między odcinkami stycznych i siecznych, | 2 |
| | 4) twierdzenie sinusów; twierdzenie cosinusów, | 4 |
| **7** | **Funkcje trygonometryczne** | **15** |
| | 1) funkcje sinus, cosinus i tangens kąta ostrego, | 2 |
| | 2) proste związki między funkcjami trygonometrycznymi, | 2 |
| | 3) miara łukowa kąta; funkcje trygonometryczne argumentu rzeczywistego, | 5 |
| | 4) proste równania i nierówności trygonometryczne. | 3 |
| | 5) zastosowania trygonometrii w planimetrii | 3 |
| | **Razem 2010/11** | **48** |

rok szkolny 2011/12

| | | |
|---|---|---|
| **1** | **Wielomiany i wyrażenia wymierne** | **14** |
| | 1) wzory skróconego mnożenia, w tym $(a \pm b)^3$; $a^3 \pm b^3$. Wzór $(a-1)(1+a+...+a^{n-1}) = a^n - 1$, | 1 |
| | 2) wielomiany; dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów, | 1 |
| | 3) dzielenie wielomianów z resztą przez dwumian $x - a$; twierdzenie o reszcie, | 2 |
| | 4) równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą, | 1 |
| | 5) układy równań prowadzące do równań kwadratowych, | 2 |
| | 6) wzory Viète'a, | 2 |
| | 7) równania i nierówności kwadratowe z parametrem, | 2 |
| | 8) proste równania wielomianowe; proste nierówności wielomianowe, | 2 |
| | 9) twierdzenie o postaci wymiernych pierwiastków wielomianu o współczynnikach całkowitych, | 1 |
| **2** | **Funkcja wymierna** | **6** |
| | 1) wyrażenia wymierne, | 1 |
| | 2) dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych. | 1 |
| | 3) funkcja $f(x)=a/x$, | 1 |
| | 4) proste równania wymierne; proste nierówności wymierne, | 3 |
| **3** | **Ciągi** | **6** |
| | 1) przykłady ciągów, | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| | 2) ciąg arytmetyczny, | 2 |
| | 3) ciąg geometryczny | 2 |
| **4** | **Granica ciągu** | **4** |
| | 1) Definicja granicy ciągu, obliczanie granicy na podstawie definicji | 2 |
| | 2) Własności ciągów zbieżnych, twierdzenie o trzech ciągach | 2 |
| **5** | **Funkcja wykładnicza i logarytmiczna** | **8** |
| | 1) logarytmy; podstawowe własności logarytmów. | 2 |
| | 2) funkcja wykładnicza, | 1 |
| | 3) funkcja logarytmiczna. | 1 |
| | 4) Proste równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne. | 4 |
| **6** | **Geometria płaszczyzny** | **6** |
| | 1) równanie prostej na płaszczyźnie, | 1 |
| | 2) interpretacja geometryczna układu równań liniowych, | 1 |
| | 3) interpretacja geometryczna układu nierówności liniowych, | 1 |
| | 4) odległość punktów w układzie współrzędnych, równanie okręgu, opis koła za pomocą nierówności, | 2 |
| | 5) punkty wspólne prostych i okręgów, | 1 |
| **7** | **Elementy arytmetyki i algebry** | **4** |
| | Zasada indukcji matematycznej. | 2 |
| | Nietypowe cechy podzielności. | 1 |
| | Małe twierdzenie Fermata. | 1 |
| | **Razem 2011/12** | **48** |

rok szkolny 2012/13

| | | |
|---|---|---|
| **1** | **Granica funkcji** | **5** |
| | Definicja granicy funkcji w punkcie Heinego (lub Cauchy'ego), obliczanie granicy funkcji na podstawie definicji, | 2 |
| | własności granicy, przykłady funkcji nie posiadających granicy | 3 |
| **2** | **Ciągłość i pochodna funkcji** | **18** |
| | Definicja, własności i przykłady funkcji ciągłych. | 3 |
| | Definicja pochodnej jako liczby i jako funkcji, interpretacja geometryczna pochodnej, | 3 |
| | obliczanie pochodnej na podstawie definicji i wzorów, styczna do wykresu funkcji, | 2 |
| | związek miedzy ciągłością i różniczkowalnością funkcji, związek między pochodną i monotonicznością funkcji, | 1 |
| | ekstremum funkcji różniczkowalnej, | 2 |
| | zastosowanie pochodnej do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych, | 4 |
| | badanie przebiegu funkcji. | 3 |
| **3** | **Figury geometryczne w przestrzeni** | **11** |

| | | |
|---|---|---|
| | 1) równoległość i prostopadłość w przestrzeni, rzut prostokątny na płaszczyznę, twierdzenie o trzech prostych prostopadłych, | 3 |
| | 2) kąt między prostą i płaszczyzną, kąt dwuścienny, | 2 |
| | 3) wyznaczanie przekrojów znanych brył, | 2 |
| | 4) zastosowania trygonometrii w stereometrii | 4 |
| **4** | **Rachunek prawdopodobieństwa i elementy statystyki opisowej** | **8** |
| | 1) permutacje, kombinacje, wariacje, | 2 |
| | 2) zliczanie przypadków w prostych sytuacjach kombinatorycznych, zasada mnożenia, | 1 |
| | 3) obliczanie prawdopodobieństwa w przypadku skończonej liczby zdarzeń elementarnych | 3 |
| | 4) średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, odchylenie standardowe, | 2 |
| **5** | **Elementy matematyki finansowej** | **3** |
| | Podstawowe pojęcia - instrumenty finansowe. | 1 |
| | Obliczenia finansowe. | 2 |
| **6** | **Elementy arytmetyki i algebry wyższej** | **3** |
| | Równania diofantyczne. | 2 |
| | Ułamki łańcuchowe. | 1 |
| | **Razem 2012/13** | **48** |
| | **Razem 2010-2013** | **144** |

# 3. Zalecane metody pracy:

- Gry dydaktyczne
- Metody aktywizujące
- Ćwiczenia przedmiotowe
- Metoda problemowa
- Nauczanie programowane
- Definiowanie pojęć

Gry dydaktyczne są pewną formą zabawy podlegającej dokładnie sprecyzowanym regułom. Wyróżniamy gry: symulacyjne, decyzyjne i psychologiczne. Gry symulacyjne polegają na odtwarzaniu bardziej złożonych sytuacji problemowych. Są to najczęściej różnego rodzaju gry strategiczne. Uczą, że podjęcie określonych działań wpływa na zmianę tej rzeczywistości. Gry decyzyjne służą wyrabianiu u uczniów umiejętności wszechstronnego analizowania problemów składających się na pewną określoną sytuację, podejmowania na tej podstawie odpowiednich decyzji oraz wskazywania przewidywanych następstw poczynań zgodnych z tymi decyzjami.

Metody aktywizujące to grupa metod, które uznać należy za najskuteczniejsze. Dzięki nim uczenie się ma charakter niekonwencjonalny, ciekawy i zajmujący. Zajęcia motywują ucznia do działania, twórczego myślenia i kreatywności. Dzięki nim uczeń ma wpływ na to, co na lekcji będzie się działo, jest jej współtwórcą, (tworzy się poczucie współodpowiedzialności). Metody te uczą przez działanie, tworzenie, współpracę i przeżywanie. Sednem metod aktywizujących może być powiedzenie Konfucjusza: „ Powiedz, a zapomnę. Pokaż a zapamiętam. Pozwól wziąć udział a zrozumiem." Metody te wymagają zaangażowania nauczyciela i uczniów.

Ćwiczenia przedmiotowe polegają na wielokrotnym wykonywaniu pewnych czynności dla nabycia wprawy i uzyskania coraz wyższej sprawności w działaniach intelektualnych i praktycznych. W nauczaniu matematyki pełnią rolę szczególną. Podczas ćwiczeń laboratoryjnych uczniowie samodzielnie przeprowadzają eksperymenty. Eksperymenty te pozwalają na formułowanie pewnych uogólnień, zilustrowanie wcześniej poznanych praw, zasad i reguł (tradycyjna metoda laboratoryjna) oraz ułatwiają uczniom przewidywanie nieznanych im jeszcze zjawisk i procesów (problemowa metoda laboratoryjna).

Metoda problemowa polega na wytworzeniu sytuacji problemowej, formułowaniu problemów, określaniu pomysłów ich rozwiązania, weryfikacji pomysłów rozwiązania oraz na porządkowaniu i stosowaniu uzyskanych wyników w nowych zadaniach o charakterze praktycznym lub teoretycznym. Jej cechą charakterystyczną jest dominacja uczenia się nad nauczaniem. Wzbudza ona wiarę ucznia w siebie, utwierdza go w przekonaniu, że jest w stanie rozwiązywać coraz trudniejsze zadania.

Nauczanie programowane prowadzone być może z użyciem komputera lub podręcznika, zbioru zadań itp. Obecnie dostępnych jest wiele komputerowych programów dydaktycznych spełniających potrzebne warunki. Metody praktyczne ułatwiają uczniom bezpośrednie poznanie rzeczywistości oraz pozwalają na wykorzystanie posiadanej przez nich wiedzy w rozwiązywaniu problemów praktycznych. Do tej grupy zaliczyć można: pokaz, ćwiczenia przedmiotowe, ćwiczenia laboratoryjne, metodę projektów itp.
Pokaz polega na demonstrowaniu uczniom naturalnych przedmiotów lub ich modeli, zjawisk, wydarzeń lub procesów i objaśnianiu ich istotnych cech.

Metoda definiowania pojęć ma na celu naukę analizowania, definiowania. Uczy elementów dyskusji, wyrażania własnej opinii, przyjmowania rozumienia różnych punktów widzenia. Wykorzystuje się tu takie metody jak: burza mózgów (inaczej nazywana fabryką pomysłów, giełdą pomysłów, sesją odroczonego wartościowania, metodą Osborna), mapa pojęciowa (inaczej nazywana mapą myśli, mapą mózgu), kula śniegowa. Uczniowie początkowo pracują indywidualnie, następnie w parach, czwórkach i stopniowo w całej grupie. Uczą się wypracowywać wspólne rozwiązania wykorzystując nie tylko własne doświadczenia, ale i doświadczenia innych członków grupy.

## 4. Ewaluacja

**Ewaluacja w oświacie** to ocena przydatności i skuteczności podejmowanych działań dydaktycznych, wychowawczych i opiekuńczych w odniesieniu do założonych celów, służąca doskonaleniu tych działań *(Rozporządzenie MENiS z 23 kwietnia 2004).*

**Ewaluacja** odbywać się będzie w formie obserwacji postępów uczniów. Systematyczne prowadzenie ewaluacji pozwoli dostrzec wpływ przekazywanych treści na postawy, wiedzę, umiejętności uczniów, a zarazem stanowi podstawę planowania dalszej pracy.

## 5. Literatura:

Podstawa programowa – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 6 listopada 2003 Dz.U. 2003 r. 210 poz. 2041.

Standardy egzaminacyjne.

Informator o egzaminie maturalnym z matematyki – www.cke.edu.pl

Poradnik metodyczny dla nauczyciela.