



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

II Liceum Ogólnokształcące
im. prof. Kazimierza Morawskiego
w Przemyślu

Program działalności szkolnego koła zainteresowań z matematyki



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE



Autorzy:
dr Bernard Sozański
mgr Aleksandra Kus

ISBN 978-83-7667-058-4

1. Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego

SŁOWNICZEK UŻYTYCH NARZĘDZI:

Dla syntetycznego ujęcia wyników prowadzonych badań wykorzystano podstawowe miary statystyki opisowej:

- a) **średnia arytmetyczna** – wskazuje średnią wartość,
- b) **odchylenie standardowe** – obrazuje przeciętną różnicę między obserwacjami a ich średnią,
- c) **współczynnik zmienności** – opisuje przeciętną procentową różnicę między obserwacjami a ich średnią, wyrażona względem tej średniej,
- d) **kwartył I** – oznacza, że 25% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- e) **kwartył II** (inaczej **mediana** – wartość środkowa) oznacza, że 50% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- f) **kwartył III** – oznacza, że 75% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- g) **kurtoza** (właśc.. **współczynnik ekscesu**) – względna miara koncentracji i spłaszczenia rozkładu, określa rozmieszczenie i koncentrację wartości w pobliżu średniej (gdy wartość kurtozy jest równa 0 rozkład ma kształt normalny, gdy jest większa od 0 rozkład jest bardziej wysmukły niż normalny (większe skupienie wartości wokół średniej), natomiast wartość mniejsza od 0 rozkład jest mniej wysmukły niż normalny (większe spłaszczenie rozkładu)),
- h) **skośność** (**współczynnik skośności**) – miara asymetrii rozkładu (równa 0 dla rozkładu symetrycznego, dodatnia - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z prawej strony, ujemna - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z lewej strony)

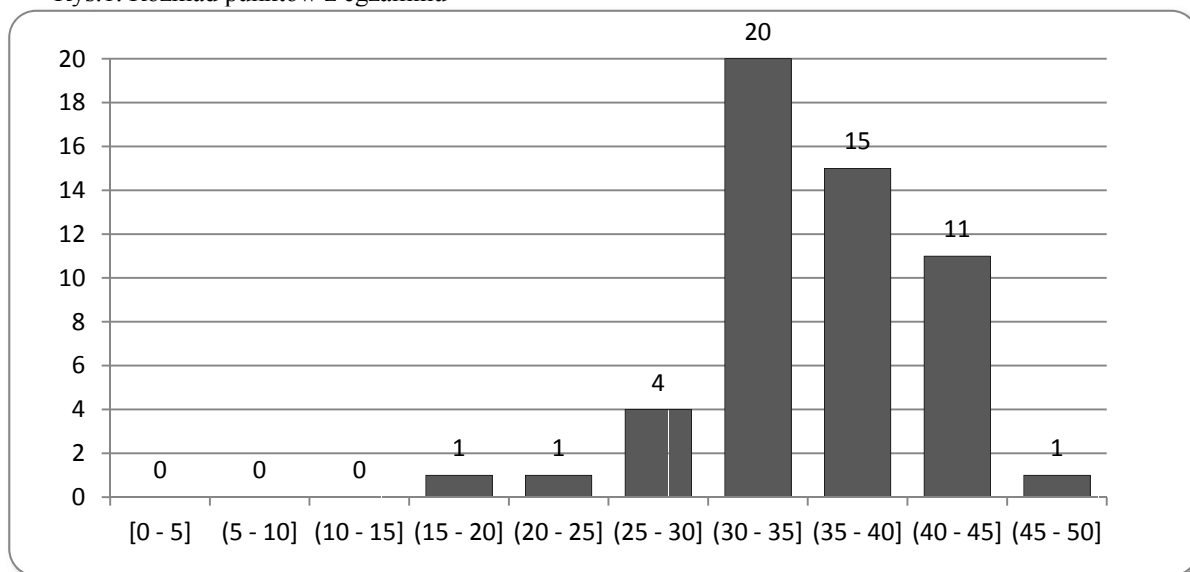
W celu zbadania zgodności badanego rozkładu z rozkładem normalnym wykorzystano **test Kołmogorowa – Smirnowa**, natomiast dla zweryfikowania hipotezy czy dwie niezależne próbki pochodzą z tej samej populacji (mają podobne rozkłady) wykorzystano **test t dla prób niezależnych** (w przypadku zgodności rozkładu wyników grupy z rozkładem normalnym) lub test **Manna – Whitneya** (w przypadku braku zgodności z rozkładem normalnym). Test t dla prób niezależnych został dodatkowo poprzedzony **testem Levene’a równości wariancji grupowych**. W każdym przypadku podano wartość p , czyli prawdopodobieństwo testowe; jeśli jest mniejsze od danego poziomu istotności α (wynoszące w prowadzonych analizach 0,05), hipotezę H_0 należy odrzucić.

Natomiast dla zbadania kierunku i siły zależności pomiędzy oceną z matematyki a wynikami egzaminu z części matematyczno – przyrodniczej wykorzystano **współczynnik korelacji rang Spearmana**, który wyraża siłę korelacji dwóch cech mierzonych na skali porządkowej.

Analizie poddano wyniki egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej w roku szkolnym 2009/2010 oraz oceny końcowe z matematyki 53 uczniów klas pierwszych II LO w Przemyślu, którzy złożyli aplikację do zajęć rozszerzających w projekcie „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”. Większość badanych (32 osoby, 60,38%) stanowili chłopcy.

Wynik egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej podawany był w punktach od 0 do 50. Rozkład tych wyników w badanej grupie zaprezentowano na rysunku 1.

Rys.1. Rozkład punktów z egzaminu



Źródło: opracowanie własne

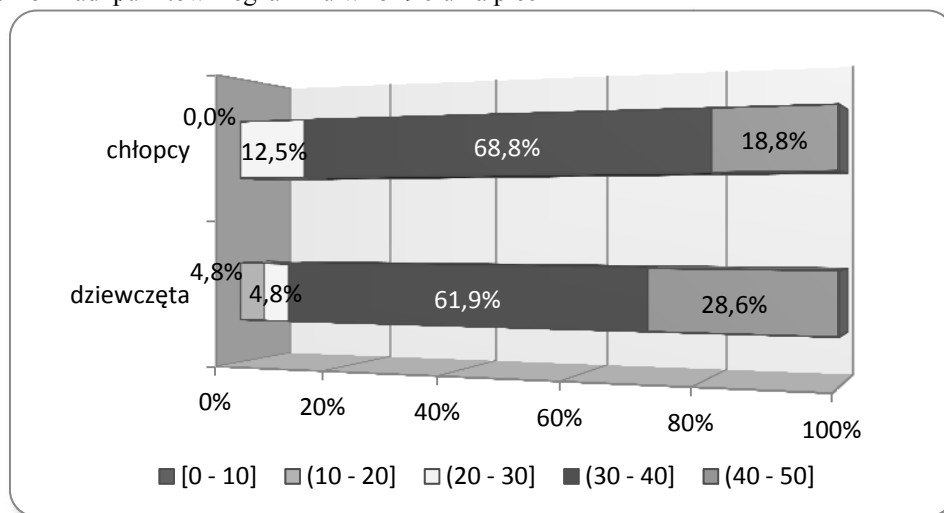
Z informacji przedstawionych na rysunku 1 wynika, że w badanej grupie najczęściej występowały wyniki z przedziału 30-35 pkt. Średni wynik egzaminu to 35,66 pkt, zaś mediana 36 pkt, co oznacza że połowa badanych uczniów miała wynik egzaminu nie wyższy niż ten wynik. Wynik średniej badanej grupy w porównaniu ze średnią z województwa podkarpackiego¹ wynoszącą 23,82 pkt jest dużo wyższy.

Czwarta część badanych uczniów miała wynik nie wyższy niż 32 (kwartył I), zaś 75% miała wynik nie wyższy niż 40 pkt (kwartył 3). Próbę charakteryzowała dość duża zmienność – przeciętne odchylenie od średniej, mierzone odchyleniem standardowym, wynosiło około 5,58 pkt., co stanowi 15,64% średniej. Dodatni wynik kurtozy (0,7) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest bardziej wysmukły (mniej spłaszczony) niż rozkład normalny. Niewielka skośność ujemna (-0,46) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości niższych.

¹ Sprawozdanie z egzaminu gimnazjalnego w 2010 roku [tab.59], OKE w Krakowie, Kraków, maj 2010 [w:] http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku_1.pdf

Rozkład wyników egzaminu był nieco inny u chłopców i u dziewcząt (rysunek 2). Najczęściej uzyskiwane wyniki (30-40 pkt) osiągnęło 68,75% chłopców i 61,90% dziewcząt. Wśród dziewcząt więcej było wyników bardzo wysokich (40-50 pkt), ale w przeciwieństwie do chłopców pojawiały się także wyniki niskie (10-20 pkt).

Rys.2. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć



Źródło: opracowanie własne

O podobieństwie rozkładów nie rozstrzygają podstawowe statystyki (tab.1) – mediany, średnie i odchylenia różnią się, choć różnice te nie są znaczne. Wyniki dziewcząt wydają się nieco wyższe (średnia i mediana), ale równocześnie charakteryzują się większą zmiennością.

Tab.1. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć

Płeć \ Wynik z egzaminu	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczeta	35,90	36	6,28	17,50%
chłopcy	35,50	35	5,16	14,54%

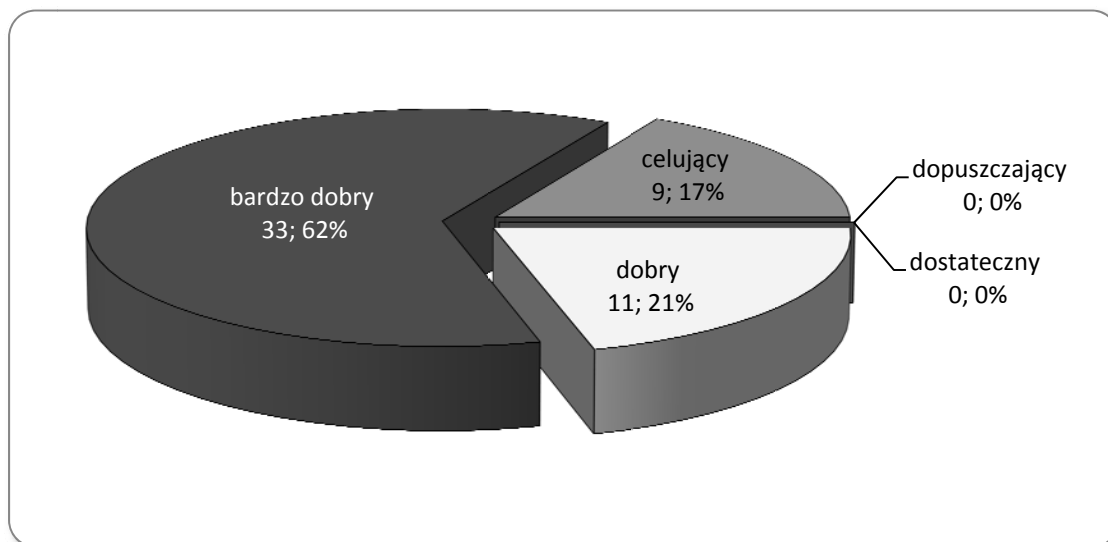
Źródło: opracowanie własne

Aby sprawdzić podobieństwo rozkładów dla obu płci, zastosowano test t dla prób niezależnych. Można go było zastosować, gdyż rozkład był zgodny z rozkładem normalnym, co wykazano testem Kołmogorowa – Smirnowa ($Z = 0,64, p=0,80, p \geq \alpha$)². Wstępnie sprawdzono równość wariancji grupowych testem Levene'a, który dał wynik pozytywny ($F=0,29; p=0,59, p \geq \alpha$). Następnie zastosowany test t dla prób niezależnych ($t = -0,26, p=0,80, p \geq \alpha$) wykazał, iż nie ma istotnej różnicy między średnimi wynikami z egzaminu chłopców i dziewcząt.

² W badaniach przyjęto poziom istotności $\alpha = 0,05$.

Uczniowie należący do badanej grupy najczęściej kończyli gimnazjum z oceną z matematyki bardzo dobrą (33 osoby, 62,26%) co widać na rysunku 3.

Rys.3. Rozkład ocen końcowych z matematyki

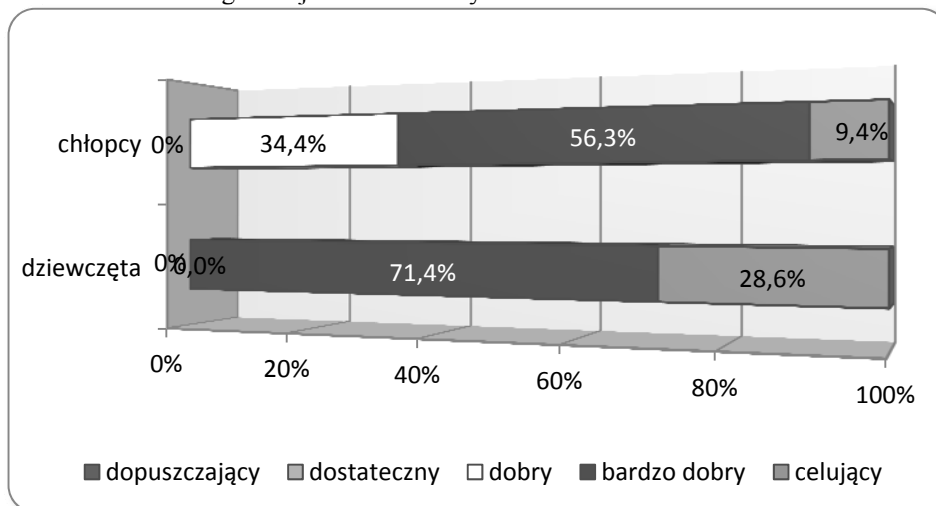


Źródło: opracowanie własne

W badanej grupie średnia ocen wyniosła 4,96, zaś wartość środkowa (mediana) 5. Z uwagi na małą liczbę wariantów cenniejszą informację niż kwartyle podaje nam średnia i odchylenie, które tu wyniosło ok. 0,62 stopnia. Oznacza to, że oceny końcowe uczniów różniły się od średniej 4,96 przeciętnie o 0,62 stopnia, co stanowi 12,47% średniej. Ujemny wynik kurtozy (-0,26) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest mniej wysmukły (bardziej spłaszczony) niż rozkład normalny. Skośność bliska zeru (0,02) świadczy o tym, że rozkład jest zbliżony do symetrycznego.

Rozkład ocen końcowych z matematyki wydaje się być inny u obu płci (rys. 4). Zarówno wśród dziewcząt jak i u chłopców dominowały oceny bardzo dobre (odpowiednio 71,43% i 56,25%), jednak u dziewcząt więcej było ocen celujących, zaś u chłopców – ocen dobrych, które u dziewcząt w ogóle nie występowały.

Rys.4. Płeć a końcowa ocena gimnazjalna z matematyki



Źródło: opracowanie własne

Odmienność rozkładów potwierdzają także podstawowe statystyki (tab.2) – średnia dziewcząt jest o pół stopnia wyższa, choć mediany u obu płci są równe. Oceny chłopców charakteryzuje przy tym dużo większa zmienność.

Tab.2. Rozkład ocen końcowych z matematyki w rozbiciu na płeć

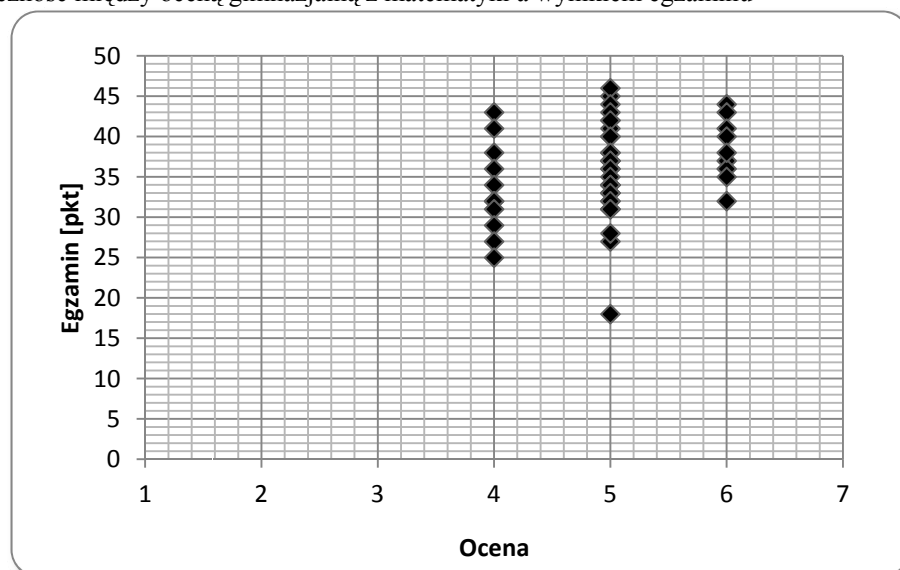
Płeć \ Ocena końcowa	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczeta	5,29	5	0,46	8,76%
chłopcy	4,75	5	0,62	13,10%

Źródło: opracowanie własne

Podobieństwo rozkładów sprawdzono ostatecznie testem U Manna – Whitneya, z uwagi na skalę porządkową. Uzyskany wynik ($U = 306,00$; $p=0,59$, $p \geq \alpha$) pozwolił na przyjęcie tezy, iż gimnazjalne oceny końcowe z matematyki dziewcząt i chłopców są podobne.

Zależność między wynikiem z egzaminu a oceną końcową z gimnazjum najlepiej oceniać interpretując wykres rozrzutu (rys.5).

Rys.5. Zależność między oceną gimnazjalną z matematyki a wynikiem egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Wskazuje on na słabą zależność dodatnią między oceną końcową z gimnazjum a wynikiem z egzaminu gimnazjalnego. Dodatni znak oznacza że „dobrzy” uczniowie, mający wyższe oceny końcowe z gimnazjum, z reguły uzyskiwali dobry wynik z egzaminu. Interpretację tą potwierdza współczynnik korelacji Spearmana (0,30).

2. Zasady realizacji zajęć

2.1. Cele realizacji zajęć

Głównym celem realizacji zajęć w ramach *Koła rozszerzających* jest podniesienie kompetencji matematycznych uczniów rozpoczynających naukę w klasie pierwszej w roku szkolnym 2010/2011.

Cele szczegółowe:

- Uatrakcyjnienie procesu dydaktycznego i zwiększenie zainteresowania uczniów matematyką
- Podniesienie umiejętności i kwalifikacji uczniów uczestniczących w zajęciach MUM
- Podniesienie i wyrównanie poziomu wiedzy uczniów pochodzących z różnych środowisk i kończących różne szkoły gimnazjalne
- Motywowanie uczniów do aktywności i zaangażowania w rozwój umiejętności matematycznych
- Uzyskanie lepszych wyników na maturze

2.2. Założenia programowe

2.2.1. Organizacja zajęć

...Zajęcia odbywają się 1 raz w tygodniu dla każdej grupy. Jedno spotkanie trwa 2 godziny lekcyjne tj. 2 x 45 minut, liczba uczniów w grupie: 15 osób. Ponadto 1 raz tygodniu odbywają się konsultacje dla chętnych uczniów w wymiarze 1 godzina lekcyjna tj. 45 minut.

Omówienie niezbędnych pomocy naukowych

Zbiory zadań z zakresu kształcenia rozszerzonego;

Zbiory zadań zawierające arkusze maturalne na poziomie rozszerzonym;

Multimedialne lekcje – pozwalające w przystępny sposób przyswoić wiadomości z zakresu programowego liceum;

Edukacyjne programy komputerowe.

2.2.2. Procedury osiągania celów

Zajęcia rozszerzające z matematyki w ramach MUM mają wspierać uczniów w zakresie samodzielnego zdobywania wiedzy, operowania abstrakcyjnymi obiektami oraz stosowaniu różnych modeli matematycznych w rozwiązywaniu problemów matematycznych.

Aktywność matematyczną uczniowie będą rozwijać poprzez: dobór zadań i problemów w których uczeń będzie : odkrywał i formułował twierdzenia ; dostrzegał i wykorzystywał analogie; formułował pojęcia matematyczne i ich własności; samodzielnie zdobywał,

a następnie wykorzystywał informacje; rozwiązywał standardowe zadania, mające charakter ćwiczeń; rozwiązywał również zadania o podwyższonym stopniu trudności; przyswajał informacje otrzymywane z różnych źródeł.

Wdrażanie uczniów do rozwiązywania złożonych zadań, stosowania nauczania problemowego, indywidualizacji oraz pracy zespołowej.

Rozwiązywanie zadań różnymi metodami celem poszukiwania najkrótszych i najprostszych rozwiązań. Nie można ograniczyć się tylko do rozwiązywania zadań. Uczniowie powinni umieć samodzielnie zdobywać wiedzę i ją prezentować w formie referatów, a także wprowadzeń do nowych tematów.

Uczniowie będą również brali udział w różnych konkursach z matematyki.

2.3. Szczegółowe treści kształcenia

Klasa pierwsza: 24 spotkania po 2 godziny

1 Wektory.

2 Przekształcenia wzorów matematycznych, fizycznych, chemicznych. Rozwiązywanie równań kwadratowych.

3 **Elementy logiki i nauki o zbiorach** – o dowodzeniu twierdzeń.

4 Zadania na dowodzenie i argumentację.

5 **Relacje i ich własności.**

6 **Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory** – o podzielności liczb.

7 Rachunek algebraiczny – ćwiczenia.

8 Dowodzenie nierówności.

9 **Funkcje i ich własności** – ogólne własności funkcji liczbowych.

10 Ograniczoność funkcji. Różnowartościowość funkcji.

11 Monotoniczność funkcji. Okresowość funkcji.

12 Składanie funkcji. Funkcje odwrotne. Przekształcenia wykresów funkcji.

14 **Funkcje trygonometryczne.**

15 Rozwiązywanie nierówności trygonometrycznych w oparciu o wykresy.

16 **Geometria płaszczyzny cz1.** Okręgi opisane na wielokątach, wpisane w wielokąty.

17 Twierdzenie o dwusiecznej kąta wewnętrznego w trójkącie.

- 18 Zastosowania twierdzenia Talesa.
- 19 **Geometria płaszczyzny cz2.** Twierdzenie sinusów i cosinusów.
- 20 Iloczyn skalarny wektorów.
- 21 Figury w układzie współrzędnych.
- 22 **Elementy równań funkcyjnych.**
- 23 **Elementy arytmetyki i algebry** – zastosowanie cech podzielności i kongruencje.
- 24 **Elementy arytmetyki i algebry wyższej** – własności działań, podstawowe struktury algebraiczne.

Klasa druga: 24 spotkania po 2 godziny

- 1 **Wielomiany i wyrażenia wymierne.**
- 2 Podzielność w zbiorze wielomianów.
- 3 Pierwiastki wielokrotne.
- 4 **Funkcje wymierne.**
- 5 Równania i nierówności wymierne z parametrem. Zastosowania funkcji w zadaniach praktycznych.
- 6 Wykresy niektórych funkcji wymiernych i ich przekształcenia..
- 7 **Ciągi liczbowe.**
- 8 Własności ciągów określonych rekurencyjnie.
- 9 Monotoniczność, ograniczoność i inne własności ciągów.
- 10 **Indukcja matematyczna.**
- 11 **Granice ciągów liczbowych. Szereg geometryczny.**
- 12 Obliczanie granic ciągów. Liczba e.
- 13 **Funkcje wykładnicze i logarytmiczne.**
- 14 Zastosowania funkcji w rozwiązywaniu zadań.
- 15 Logarytmy naturalne i ich własności.
- 16 **Granice funkcji.**

- 17 Obliczanie granic funkcji, wyznaczanie asymptot wykresów funkcji.
- 18 **Ciągłość funkcji w punkcie i zbiorze.**
- 19 **Pochodna funkcji.**
- 20 Obliczanie pochodnych funkcji, wyznaczanie stycznych do krzywych.
- 21 Zastosowania pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych.
- 22 Badanie przebiegu zmienności funkcji.
- 23 Szkicowanie wykresów funkcji.
- 24 **Elementy matematyki finansowej.**

Klasa trzecia: 24 spotkania po 2 godziny

- 1 **Elementy kombinatoryki** – permutacje, wariacje.
- 2 Kombinacje.
- 3 **Rachunek prawdopodobieństwa** – prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite.
- 4 Schemat Bernoulliego.
- 5 **Elementy statystyki opisowej** – wariancja i odchylenie standardowe.
- 6 Analizy statystyczne
- 7 **Figury geometryczne w przestrzeni** – przekroje brył płaszczyznami.
- 8 Kule wpisane w ostrosłupy, kule opisane na ostrosłupach.
- 9 Własności wielościanów foremnych.
- 10 **Blok powtórzeniowy I – standardy wymagań egzaminacyjnych poziomu rozszerzonego** – wykorzystanie i tworzenie informacji.
- 11 Wykorzystanie i tworzenie reprezentacji.
- 12 Modelowanie matematyczne.
- 13 Użycie i tworzenie strategii.
- 14 Rozumowanie i argumentacja.
- 15 **Blok powtórzeniowy II – rozwiązywanie zadań maturalnych z poziomu rozszerzonego** – liczby rzeczywiste.
- 16 Wyrażenia algebraiczne.

- 17 Równania i nierówności.
- 18 Funkcje i ich własności.
- 19 Ciągi liczbowe.
- 20 Trygonometria.
- 21 Planimetria.
- 22 Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej.
- 23 Stereometria.
- 24 Rachunek prawdopodobieństwa i elementy statystyki opisowej.

3. Zalecane metody pracy:

- Gry dydaktyczne
- Metody aktywizujące
- Ćwiczenia przedmiotowe
- Metoda problemowa
- Nauczanie programowane
- Metody: dyskusji, hierarchizacji, twórczego rozwiązywania problemów

Gry dydaktyczne są pewną formą zabawy podlegającej dokładnie sprecyzowanym regułom. Wyróżniamy gry: symulacyjne, decyzyjne i psychologiczne. Gry symulacyjne polegają na odtwarzaniu bardziej złożonych sytuacji problemowych. Są to najczęściej różnego rodzaju gry strategiczne. Uczą, że podjęcie określonych działań wpływa na zmianę tej rzeczywistości. Gry decyzyjne służą wyrabianiu u uczniów umiejętności wszechstronnego analizowania problemów składających się na pewną określoną sytuację, podejmowania na tej podstawie odpowiednich decyzji oraz wskazywania przewidywanych następstw poczynań zgodnych z tymi decyzjami.

Metody aktywizujące to grupa metod, które uznać należy za najskuteczniejsze. Dzięki nim uczenie się ma charakter niekonwencjonalny, ciekawy i zajmujący. Zajęcia motywują ucznia do działania, twórczego myślenia i kreatywności. Dzięki nim uczeń ma wpływ na to, co na lekcji będzie się działo, jest jej współtwórcą, (tworzy się poczucie współodpowiedzialności). Metody te uczą przez działanie, tworzenie, współpracę i przeżywanie. Sednem metod

aktywizujących może być powiedzenie Konfucjusza: „ Powiedz, a zapomnę. Pokaż a zapamiętam. Pozwól wziąć udział a zrozumiem.” Metody te wymagają zaangażowania nauczyciela i uczniów.

Ćwiczenia przedmiotowe polegają na wielokrotnym wykonywaniu pewnych czynności dla nabycia wprawy i uzyskania coraz wyższej sprawności w działaniach intelektualnych i praktycznych. W nauczaniu matematyki pełnią rolę szczególną. Podczas ćwiczeń laboratoryjnych uczniowie samodzielnie przeprowadzają eksperymenty. Eksperymenty te pozwalają na formułowanie pewnych uogólnień, zilustrowanie wcześniej poznanych praw, zasad i reguł (tradycyjna metoda laboratoryjna) oraz ułatwiają uczniom przewidywanie nieznanym im jeszcze zjawisk i procesów (problemowa metoda laboratoryjna).

Metoda problemowa polega na wytworzeniu sytuacji problemowej, formułowaniu problemów, określaniu pomysłów ich rozwiązania, weryfikacji pomysłów rozwiązania oraz na porządkowaniu i stosowaniu uzyskanych wyników w nowych zadaniach o charakterze praktycznym lub teoretycznym. Jej cechą charakterystyczną jest dominacja uczenia się nad nauczaniem. Wzbudza ona wiarę ucznia w siebie, utwierdza go w przekonaniu, że jest w stanie rozwiązywać coraz trudniejsze zadania.

Nauczanie programowane prowadzone być może z użyciem komputera lub podręcznika, zbioru zadań itp. Obecnie dostępnych jest wiele komputerowych programów dydaktycznych spełniających potrzebne warunki. Metody praktyczne ułatwiają uczniom bezpośrednie poznanie rzeczywistości oraz pozwalają na wykorzystanie posiadanej przez nich wiedzy w rozwiązywaniu problemów praktycznych. Do tej grupy zaliczyć można: pokaz, ćwiczenia przedmiotowe, ćwiczenia laboratoryjne, metodę projektów itp. Pokaz polega na demonstrowaniu uczniom naturalnych przedmiotów lub ich modeli, zjawisk, wydarzeń lub procesów i objaśnianiu ich istotnych cech.

Metoda dyskusji - uczy kulturalnej dyskusji, zajmowania stanowiska w związku z jakimś problemem, ale szanowania też zdania odmiennego.

Metoda hierarchizacji- uczy porządkowania wiadomości ze względu na ich ważność. Stosuje się tu takie metody jak: piramida priorytetów, promyczkowe uszeregowanie. Polega na układaniu w zależności od ważności danej kwestii.

Metoda twórczego rozwiązywania problemów - uczy podejścia do problemów w sposób twórczy, kreatywny, niekonwencjonalny, rozwija w uczniach umiejętność dyskusji.

4. Ewaluacja

Ewaluacja w oświacie to ocena przydatności i skuteczności podejmowanych działań dydaktycznych, wychowawczych i opiekuńczych w odniesieniu do założonych celów, służąca doskonaleniu tych działań (*Rozporządzenie MENiS z 23 kwietnia 2004*).

Ewaluacja odbywać się będzie w formie obserwacji postępów uczniów. Systematyczne prowadzenie ewaluacji pozwoli dostrzec wpływ przekazywanych treści na postawy, wiedzę, umiejętności uczniów, a zarazem stanowi podstawę planowania dalszej pracy.

5. Literatura:

Podstawa programowa – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 6 listopada 2003 Dz.U. 2003 r. 210 poz. 2041.

Standardy egzaminacyjne.

Informator o egzaminie maturalnym z matematyki – www.cke.edu.pl

Poradnik metodyczny dla nauczyciela.