



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

I Liceum Ogólnokształcące  
im. Władysława Orkana  
w Limanowej

# Program działalności szkolnego koła zajęć wyrównawczych z matematyki



UNIWERSYTET  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE



Autor  
Bernard Sozański

ISBN 978-83-7667-058-4

## 1. Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego

### SŁOWNICZEK UŻYTYCH NARZĘDZI:

Dla syntetycznego ujęcia wyników prowadzonych badań wykorzystano podstawowe miary statystyki opisowej:

- a) **średnia arytmetyczna** – wskazuje średnią wartość,
- b) **odchylenie standardowe** – obrazuje przeciętną różnicę między obserwacjami a ich średnią,
- c) **współczynnik zmienności** – opisuje przeciętną procentową różnicę między obserwacjami a ich średnią, wyrażona względem tej średniej,
- d) **kwartył I** – oznacza, że 25% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- e) **kwartył II** (inaczej **mediana** – wartość środkowa) oznacza, że 50% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- f) **kwartył III** – oznacza, że 75% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- g) **kurtoza** (właśc. **współczynnik ekscesu**) – względna miara koncentracji i spłaszczenia rozkładu, określa rozmieszczenie i koncentrację wartości w pobliżu średniej (gdy wartość kurtozy jest równa 0 rozkład ma kształt normalny, gdy jest większa od 0 rozkład jest bardziej wysmukły niż normalny (większe skupienie wartości wokół średniej), natomiast wartość mniejsza od 0 rozkład jest mniej wysmukły niż normalny (większe spłaszczenie rozkładu)),
- h) **skośność** (**współczynnik skośności**) – miara asymetrii rozkładu (równa 0 dla rozkładu symetrycznego, dodatnia - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z prawej strony, ujemna - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z lewej strony)

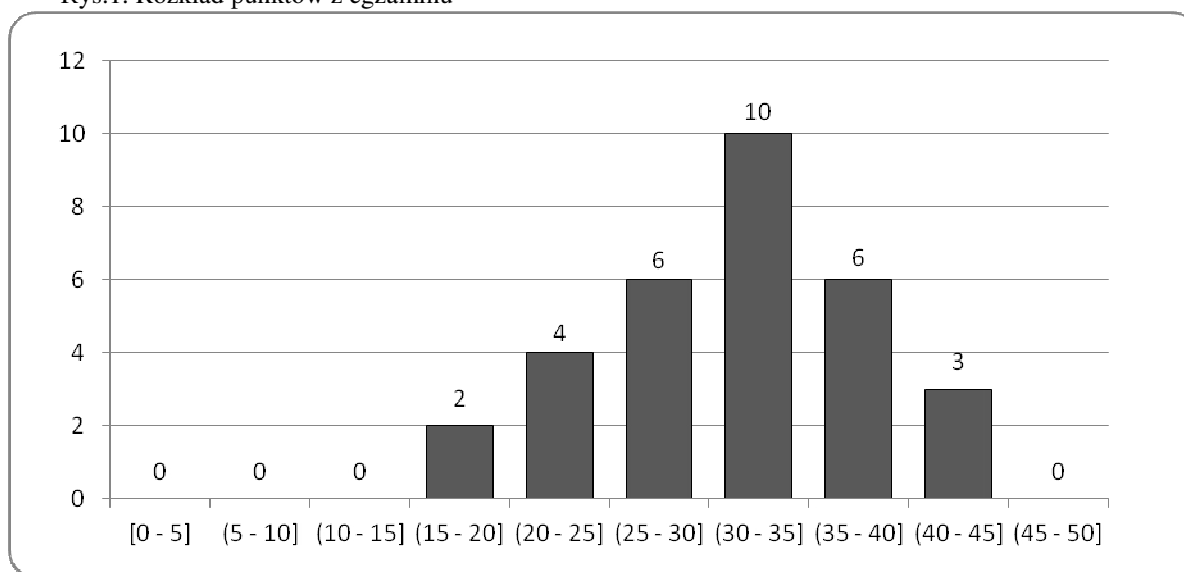
W celu zbadania zgodności badanego rozkładu z rozkładem normalnym wykorzystano **test Kołmogorowa-Smirnowa**, natomiast dla zweryfikowania hipotezy czy dwie niezależne próbki pochodzą z tej samej populacji (mają podobne rozkłady) wykorzystano **test t dla prób niezależnych** (w przypadku zgodności rozkładu wyników grupy z rozkładem normalnym) lub test **Manna-Whitneya** (w przypadku braku zgodności z rozkładem normalnym). Test t dla prób niezależnych został dodatkowo poprzedzony **testem Levene'a równości wariancji grupowych**. W każdym przypadku podano wartość **p**, czyli prawdopodobieństwo testowe; jeśli jest mniejsze od zadanego poziomu istotności  $\alpha$  (wynoszące w prowadzonych analizach 0,05), hipotezę  $H_0$  należy odrzucić.

Natomiast dla zbadania kierunku i siły zależności pomiędzy oceną z matematyki a wynikami egzaminu z części matematyczno-przyrodniczej wykorzystano **współczynnik korelacji rang Spearmana**, który wyraża siłę korelacji dwóch cech mierzonych na skali porządkowej.

Analizie poddano wyniki egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno-przyrodniczej w roku szkolnym 2009/2010 oraz oceny końcowe z matematyki 31 uczniów klas pierwszych I LO w Limanowej, którzy złożyli aplikację do zajęć wyrównawczych w projekcie „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”. Większość badanych (29 osób, 93,55%) stanowiły dziewczęta.

Wynik egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno-przyrodniczej podawany był w punktach od 0 do 50. Rozkład tych wyników w badanej grupie zaprezentowano na rysunku 1.

Rys.1. Rozkład punktów z egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Z informacji przedstawionych na rysunku 1 wynika, że w badanej grupie najczęściej występowały wyniki z przedziału 25-30 pkt. Średni wynik grupy to 31,52 pkt, zaś mediana 32 pkt, co oznacza, że połowa badanych uczniów miała wynik egzaminu nie wyższy niż ten wynik.

W porównaniu ze średnią z województwa podkarpackiego <sup>1</sup> wynoszącą 23,82 pkt średni wynik tej grupy jest dużo wyższy.

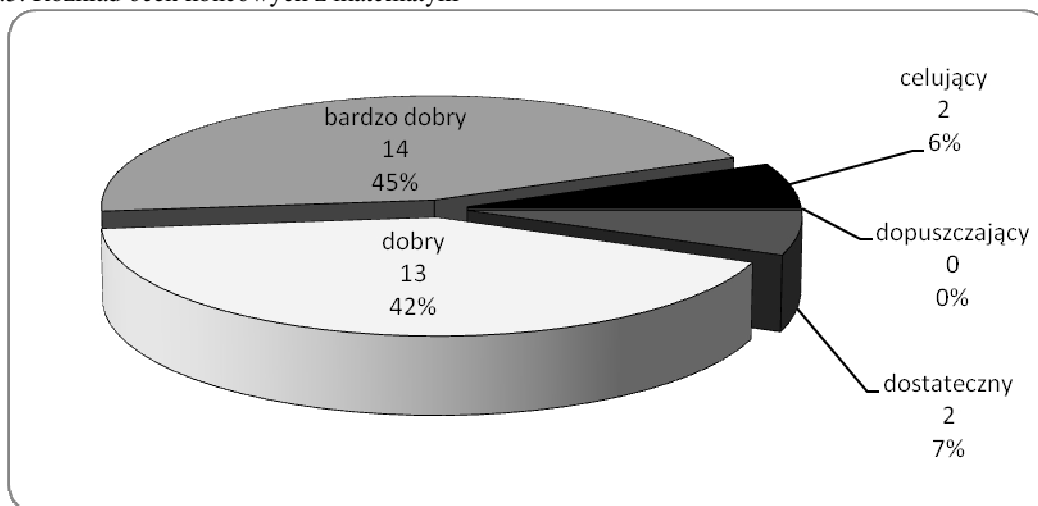
Czwarta część badanych uczniów miała wynik nie wyższy niż 27 (kwartył I), zaś 75% miała wynik nie wyższy niż 36,5 pkt (kwartył 3). Próbkę charakteryzowała dość duża zmienność – przeciętne odchylenie od średniej, mierzone odchyleniem standardowym, wynosiło około 6,46 pkt., co stanowi 20,51% średniej. Ujemny wynik kurtozy (-0,32) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest mniej

<sup>1</sup> Sprawozdanie z egzaminu gimnazjalnego w 2010 roku [tab.59], OKE w Krakowie, Kraków, maj 2010 [w:] [http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku\\_1.pdf](http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku_1.pdf)

wysmukły (bardziej spłaszczony) niż rozkład normalny. Niewielka skośność ujemna (-0,46) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości niższych.

Uczniowie należący do badanej grupy najczęściej kończyli gimnazjum z oceną z matematyki dobrą (13 osób, 42%) oraz bardzo dobrą (14 osób, 45%), co widać na rysunku 3.

Rys.3. Rozkład ocen końcowych z matematyki

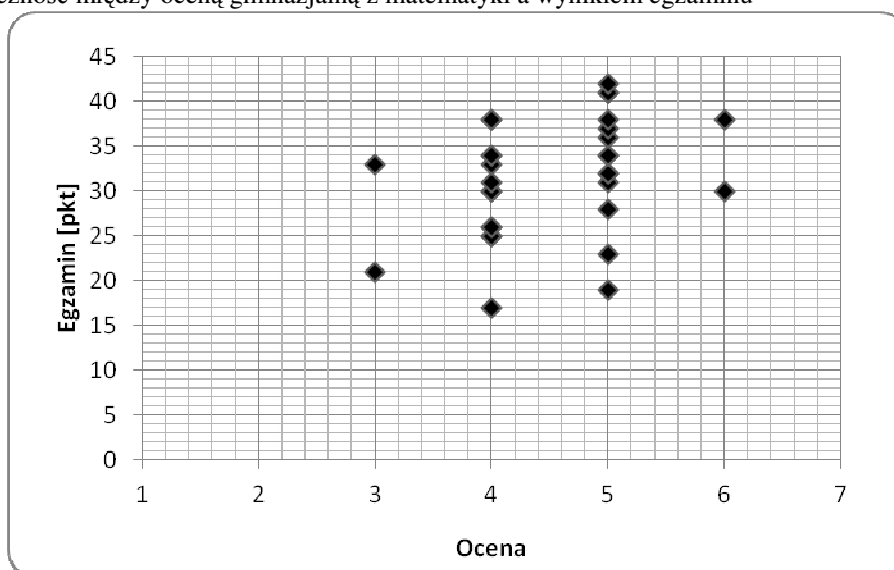


Źródło: opracowanie własne

W badanej grupie średnia ocen wyniosła 4,52, zaś wartość środkowa (mediana) 5. Z uwagi na małą liczbę wariantów cenniejszą informację niż kwartyle podaje nam średnia i odchylenie, które tu wyniosło ok. 0,72 stopnia. Oznacza to, że oceny końcowe uczniów różniły się od średniej 4,52 przeciętnie o 0,72 stopnia, co stanowi 16,04% średniej. Te statystyki potwierdzają obserwacje z wykresu: próba nie jest skupiona wokół jednej oceny, lecz jest zróżnicowana, ma dużą zmienność. Ujemny wynik kurtozy (-0,08) potwierdza wcześniejszą uwagę o małym skupieniu wokół średniej. Niewielka na tle wyników skośność ujemna (-0,06) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości niższych.

Zależność między wynikiem z egzaminu a oceną końcową z gimnazjum najlepiej oceniać interpretując wykres rozrzutu (rys.5).

Rys.5. Zależność między oceną gimnazjalną z matematyki a wynikiem egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Wskazuje on na słabą zależność między oceną końcową z gimnazjum a wynikiem z egzaminu gimnazjalnego. Interpretację tą potwierdza współczynnik korelacji Spearmana (0,33).

## **2. Zasady realizacji zajęć**

### **2.1. Cele realizacji zajęć**

Głównym celem realizacji zajęć w ramach *Koła zajęć wyrównawczych* jest podniesienie kompetencji matematycznych uczniów rozpoczynających naukę w klasie pierwszej w roku szkolnym 2010/2011.

Cele szczegółowe:

- wyrównanie braków w zakresie wiedzy matematycznej z gimnazjum (działania na ułamkach, potęgowanie, pierwiastkowanie, wzory skróconego mnożenia, itp.),
- utrwalania i poszerzanie wiadomości programowych, kształtowanie umiejętności stosowania wiedzy w sytuacjach nowych,
- uzupełnianie wiedzy poprzez większą ilość ćwiczeń,
- wyrabianie sprawności w posługiwaniu się pojęciami poznanymi na lekcjach matematyki,
- przygotowanie do matury z matematyki poprzez rozwiązywanie zadań maturalnych,

### **2.2. Założenia programowe**

#### **2.2.1. Organizacja zajęć**

Zajęcia kół wyrównawczych będą trwały przez okres 3 lat szkolnych (24 tygodnie po 2 godziny w tygodniu w każdym roku szkolnym) w około 15 osobowych grupach

#### **2.2.2. Omówienie niezbędnych pomocy naukowych**

Zbiory ćwiczeń i zbiory zadań, a także arkusze maturalne., kalkulatory, proste programy komputerowe służące do zilustrowania zachowań pewnych obiektów matematycznych (np. ciągi) oraz wizualizacji figur przestrzennych oraz ich elementów (np. przekątna w prostopadłościanie).

#### **2.2.3. Procedury osiągnięcia celów**

Prowadzenie zajęć w dwóch grupach 15-osobowych 2 godziny tygodniowo przez 3 lata szkolne.

### **2.3. Szczegółowe treści kształcenia**

1. Działania w zbiorze liczb całkowitych.
2. Ułamki – działania na ułamkach.
3. Pierwiastki – działania na pierwiastkach.
4. Wyłączanie czynnika przed pierwiastek, usuwanie niewymierności z mianownika.

5. Wzory skróconego mnożenia.
6. Potęgi – działania na potęgach.
7. Potęga o wykładniku całkowitym – ćwiczenia.
8. Procenty.
9. Zastosowanie procentów w bankowości.
10. Działania na przedziałach.
11. Wartość bezwzględna – równania i nierówności z wartością bezwzględną.
12. Własności funkcji.
13. Warunek równoległości i prostokątności prostych.
14. Równania i nierówności liniowe.
15. Układy równań.
16. Zastosowanie funkcji liniowej w zadaniach.
17. Wykres i własności funkcji kwadratowej.
18. Postać ogólna i kanoniczna funkcji kwadratowej.
19. Miejsca zerowe i postać iloczynowa funkcji kwadratowej.
20. Rozwiązywanie równań kwadratowych.
21. Rozwiązywanie nierówności kwadratowych.
22. Najmniejsza i największa wartość funkcji w przedziale.
23. Działania na wielomianach.
24. Wzory skróconego mnożenia dla trzecich potęg.
25. Rozkład wielomianu na czynniki.
26. Równania wielomianowe.
27. Wykres i własności funkcji wymiernej.



28. Wyrażenia wymierne, ich dziedzina oraz działania na wyrażeniach wymiernych
29. Równania wymierne.
30. Zastosowanie wyrażeń wymiernych.
31. Sposoby określania ciągów.
32. Sprawdzanie monotoniczności ciągów.
33. Definicja i własności ciągu arytmetycznego.
34. Suma ciągu arytmetycznego.
35. Definicja i własności ciągu geometrycznego.
36. Suma ciągu geometrycznego.
37. Procent składany.
38. Potęga o wykładniku rzeczywistym.
39. Wykres i własności funkcji wykładniczej.
40. Pojęcie i własności logarytmu.
41. Wykonywanie działań na logarytmach.
42. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego.
43. Trygonometria – zadania.
44. Tożsamości trygonometryczne.
45. Trygonometria – zastosowania.
46. Odległość i środek odcinka.
47. Okrąg w układzie współrzędnych – równanie okręgu.
48. Twierdzenie Pitagorasa w zadaniach.
49. Pola figur na płaszczyźnie.
50. Rozwiązywanie zadań z planimetrii.

### **3. Zalecane metody pracy to:**

- podające (wykład, pogadanka, opis);
- metoda przypadków;
- metoda problemowa;
- nauczanie programowe;
- ćwiczenia przedmiotowe;
- problemowe (metody aktywizujące)

Wykład polega na bezpośrednim lub pośrednim przekazywaniu wiedzy określonej grupie odbiorców. Aktywność uczestnika wykładu wymaga od niego dużego wysiłku i znacznej dojrzałości umysłowej. Dlatego też należy go odpowiednio w szkołach średnich stosować i ograniczać. Typowe dla wykładu elementy to przekazanie informacji w sposób systematyczny i logicznie konsekwentny. Nauczyciel powinien treść wykładu wiązać umiejętnie z życiem, dobierać trafne i interesujące przykłady, starannie się wysławiać. Pogadanka polega na rozmowie nauczyciela z uczniami, przy czym nauczyciel jest w tej rozmowie osobą kierującą. Zmierzając do osiągnięcia zaplanowanego celu stawia uczniom pytania, na które oni z kolei udzielają odpowiedzi. Pogadanka może służyć przygotowaniu uczniów do pracy na lekcji, zaznajamianiu ich z nowym materiałem, systematyzowaniu i utrwalaniu wiadomości.

Opis jest najprostszym sposobem zaznajamiania uczniów z nieznanymi im bliżej osobami, rzeczami, zjawiskami itp. Zalecany jest zarówno wtedy, gdy nie ma możliwości zastosowania odpowiedniego pokazu, jak i przede wszystkim wtedy, gdy opisowi towarzyszy pokazywanie opisywanych przedmiotów lub ich modeli czy rysunków.

Metoda przypadków polega na rozpatrzeniu przez małą grupę uczniów opisu jakiegoś przypadku, możliwych rozwiązań. Po otrzymaniu opisu, rozwiązań wraz z kilkoma pytaniami, na które należy odpowiedzieć, uczniowie sami formułują dalsze pytania wyjaśniające ten przypadek, a nauczyciel udziela na nie odpowiedzi.

Metoda problemowa polega na wytworzeniu sytuacji problemowej, formułowaniu problemów, określaniu pomysłów ich rozwiązania, weryfikacji pomysłów rozwiązania oraz na porządkowaniu i stosowaniu uzyskanych wyników w nowych zadaniach o charakterze praktycznym lub teoretycznym. Jej cechą charakterystyczną jest dominacja uczenia się nad

nauczaniem. Wzbudza ona wiarę ucznia w siebie, utwierdza go w przekonaniu, że jest w stanie rozwiązywać coraz trudniejsze zadania.

Nauczanie programowane prowadzone być może z użyciem komputera lub podręcznika, zbioru zadań itp. Obecnie dostępnych jest wiele komputerowych programów dydaktycznych spełniających potrzebne warunki. Metody praktyczne ułatwiają uczniom bezpośrednie poznanie rzeczywistości oraz pozwalają na wykorzystanie posiadanej przez nich wiedzy w rozwiązywaniu problemów praktycznych. Do tej grupy zaliczyć można: pokaz, ćwiczenia przedmiotowe, ćwiczenia laboratoryjne, metodę projektów itp. Pokaz polega na demonstrowaniu uczniom naturalnych przedmiotów lub ich modeli, zjawisk, wydarzeń lub procesów i objaśnianiu ich istotnych cech.

Ćwiczenia przedmiotowe polegają na wielokrotnym wykonywaniu pewnych czynności dla nabycia wprawy i uzyskania coraz wyższej sprawności w działaniach intelektualnych i praktycznych. W nauczaniu matematyki pełnią rolę szczególną. Podczas ćwiczeń laboratoryjnych uczniowie samodzielnie przeprowadzają eksperymenty. Eksperymenty te pozwalają na formułowanie pewnych uogólnień, zilustrowanie wcześniej poznanych praw, zasad i reguł (tradycyjna metoda laboratoryjna) oraz ułatwiają uczniom przewidywanie nieznanych im jeszcze zjawisk i procesów (problemowa metoda laboratoryjna).

Metody aktywizujące to grupa metod, które uznać należy za najskuteczniejsze. Dzięki nim uczenie się ma charakter niekonwencjonalny, ciekawy i zajmujący. Zajęcia motywują ucznia do działania, twórczego myślenia i kreatywności. Dzięki nim uczeń ma wpływ na to, co na lekcji będzie się działo, jest jej współtwórcą, (tworzy się poczucie współodpowiedzialności). Metody te uczą przez działanie, tworzenie, współpracę i przeżywanie. Sednem metod aktywizujących może być powiedzenie Konfucjusza: „Powiedz, a zapomnę. Pokaż a zapamiętam. Pozwól wziąć udział a zrozumieć”. Metody te wymagają zaangażowania nauczyciela i uczniów.

## **4. Ewaluacja**

**Ewaluacja w oświacie** to ocena przydatności i skuteczności podejmowanych działań dydaktycznych, wychowawczych i opiekuńczych w odniesieniu do założonych celów, służącą doskonaleniu tych działań (*Rozporządzenie MENiS z 23 kwietnia 2004*

**Ewaluacja** odbywać się będzie w formie obserwacji postępów uczniów. Systematyczne prowadzenie ewaluacji pozwoli dostrzec wpływ przekazywanych treści na postawy, wiedzę, umiejętności uczniów, a zarazem stanowi podstawę planowania dalszej pracy

## **5. Literatura:**

Podstawa programowa – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 6 listopada 2003  
dz.u.2003 r.210 poz.2041

Standardy egzaminacyjne

Informator o egzaminie maturalnym z matematyki - [www.cke.edu.pl](http://www.cke.edu.pl)

Poradnik metodyczny dla nauczyciela