



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zespół Szkół Centrum Kształcenia Rolniczego  
im. A Suskiego  
w Nowym Targu

# Program działalności szkolnego koła zajęć wyrównawczych z matematyki



UNIwersytet  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE



Autorzy:  
dr Bernard Sozański  
mgr Agnieszka Cieśla

ISBN 978-83-7667-058-4

# 1. Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego

## SŁOWNICZEK UŻYTYCH NARZĘDZI:

Dla syntetycznego ujęcia wyników prowadzonych badań wykorzystano podstawowe miary statystyki opisowej:

- a) **średnia arytmetyczna** – wskazuje średnią wartość,
- b) **odchylenie standardowe** – obrazuje przeciętną różnicę między obserwacjami a ich średnią,
- c) **współczynnik zmienności** – opisuje przeciętną procentową różnicę między obserwacjami a ich średnią, wyrażona względem tej średniej,
- d) **kwartył I** – oznacza, że 25% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- e) **kwartył II** (inaczej **mediana** – wartość środkowa) oznacza, że 50% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- f) **kwartył III** – oznacza, że 75% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- g) **kurtoza** (właśc.. **współczynnik ekscesu**) – względna miara koncentracji i spłaszczenia rozkładu, określa rozmieszczenie i koncentrację wartości w pobliżu średniej (gdy wartość kurtozy jest równa 0 rozkład ma kształt normalny, gdy jest większa od 0 rozkład jest bardziej wysmukły niż normalny (większe skupienie wartości wokół średniej), natomiast wartość mniejsza od 0 rozkład jest mniej wysmukły niż normalny (większe spłaszczenie rozkładu)),
- h) **skośność** (**współczynnik skośności**) – miara asymetrii rozkładu (równa 0 dla rozkładu symetrycznego, dodatnia - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z prawej strony, ujemna - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z lewej strony)

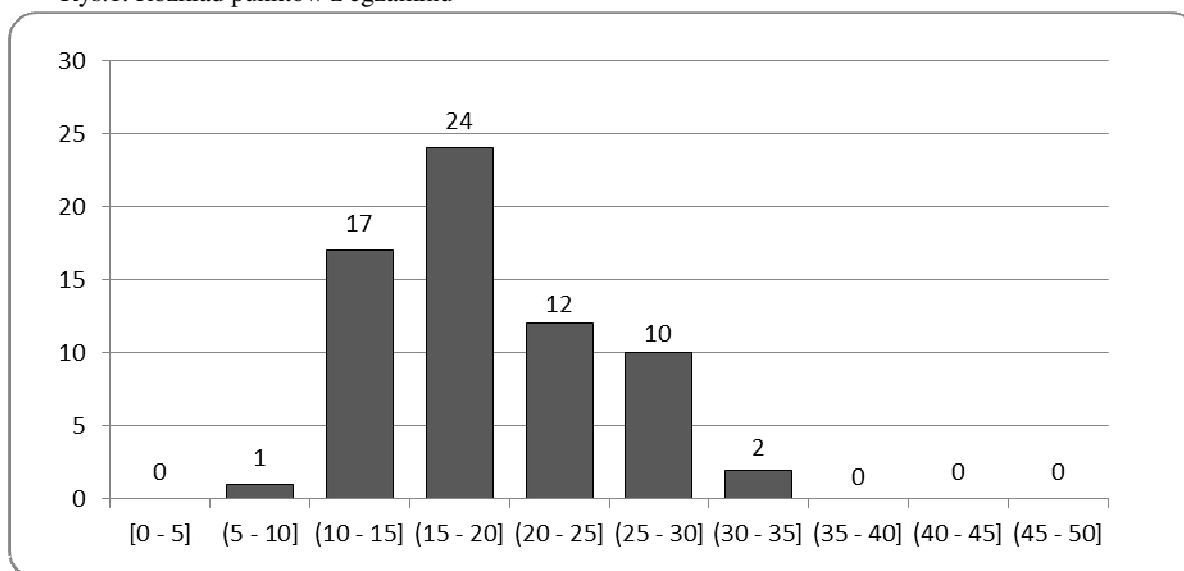
W celu zbadania zgodności badanego rozkładu z rozkładem normalnym wykorzystano **test Kołmogorowa – Smirnowa**, natomiast dla zweryfikowania hipotezy czy dwie niezależne próbki pochodzą z tej samej populacji (mają podobne rozkłady) wykorzystano **test t dla prób niezależnych** (w przypadku zgodności rozkładu wyników grupy z rozkładem normalnym) lub test **Manna – Whitneya** (w przypadku braku zgodności z rozkładem normalnym). Test t dla prób niezależnych został dodatkowo poprzedzony **testem Levene’a równości wariancji grupowych**. W każdym przypadku podano wartość **p**, czyli prawdopodobieństwo testowe; jeśli jest mniejsze od zadanego poziomu istotności  $\alpha$  (wynoszące w prowadzonych analizach 0,05), hipotezę  $H_0$  należy odrzucić.

Natomiast dla zbadania kierunku i siły zależności pomiędzy oceną z matematyki a wynikami egzaminu z części matematyczno – przyrodniczej wykorzystano **współczynnik korelacji rang Spearmana**, który wyraża siłę korelacji dwóch cech mierzonych na skali porządkowej.

Analizie poddano wyniki egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej w roku szkolnym 2009/2010 oraz oceny końcowe z matematyki 66-ciu uczniów klas pierwszych Zespołu Szkół Centrum Kształcenia Rolniczego im. A. Suskiego w Nowym Targu, którzy złożyli aplikację do zajęć wyrównawczych w projekcie „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”. Większość badanych (49 osób, 74,24%) stanowiły dziewczęta.

Wynik egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej podawany był w punktach od 0 do 50. Rozkład tych wyników w badanej grupie zaprezentowano na rysunku 1.

Rys.1. Rozkład punktów z egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Z informacji przedstawionych na rysunku 1 wynika, że w badanej grupie najczęściej występowały wyniki z przedziału 15-20 pkt. Do tego przedziału należą także średnia (19,67 pkt) oraz mediana (19 pkt), co oznacza że połowa badanych uczniów miała wynik egzaminu nie wyższy niż ten wynik.

W porównaniu ze średnią z województwa podkarpackiego <sup>1</sup> wynoszącą 23,82 pkt średni wynik tej grupy jest niższy.

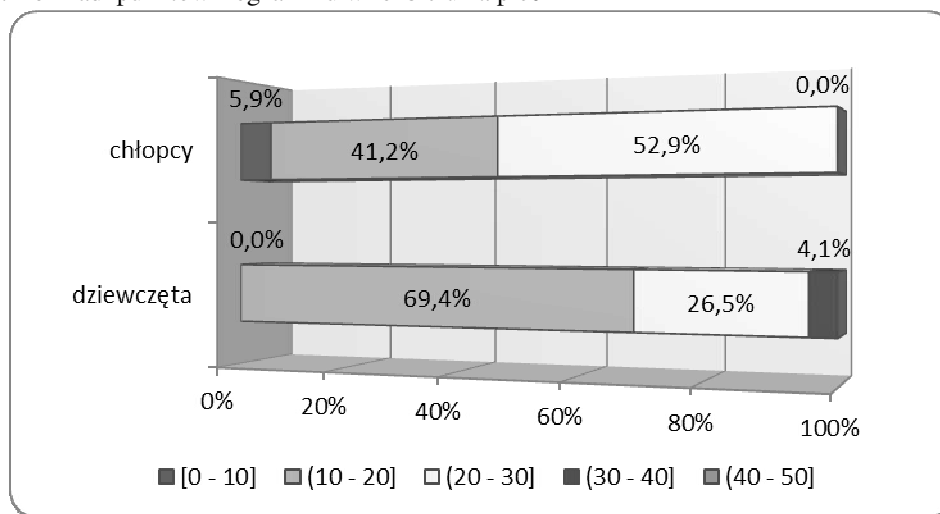
Czwarta część badanych uczniów miała wynik nie wyższy niż 15 (kwartył I), zaś 75% miała wynik nie wyższy niż 24 pkt (kwartył 3). Próbę charakteryzowała dość duża zmienność – przeciętne odchylenie od średniej, mierzone odchyleniem standardowym, wynosiło około 5,64 pkt., co stanowi 26,97% średniej. Ujemny wynik kurtozy (-0,41) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest mniej wysmukły

<sup>1</sup> Sprawozdanie z egzaminu gimnazjalnego w 2010 roku [tab.59], OKE w Krakowie, Kraków, maj 2010 [w:] [http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku\\_1.pdf](http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku_1.pdf)

(bardziej spłaszczony) niż rozkład normalny. Niewielka skośność dodatnia (0,23) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości wyższych.

Rozkład wyników egzaminu wydaje się być inny u dziewcząt i u chłopców (rysunek 2). Wśród chłopców więcej było średnich wyników (20-30 pkt], zaś u dziewcząt więcej było wyników niższych (10–20 pkt].

Rys.2. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć



Źródło: opracowanie własne

Odmienność rozkładów potwierdzają również podstawowe statystyki (tab.1). Zarówno średnia, jak i mediana wyników były wyższe u chłopców, ale z kolei występuje u nich większa zmienność.

Tab.1. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć

Płeć \ Wynik z egzaminu	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
<b>dziewczeta</b>	18,92	18	5,23	27,65%
<b>chłopcy</b>	21,82	22	6,35	29,08%

Źródło: opracowanie własne

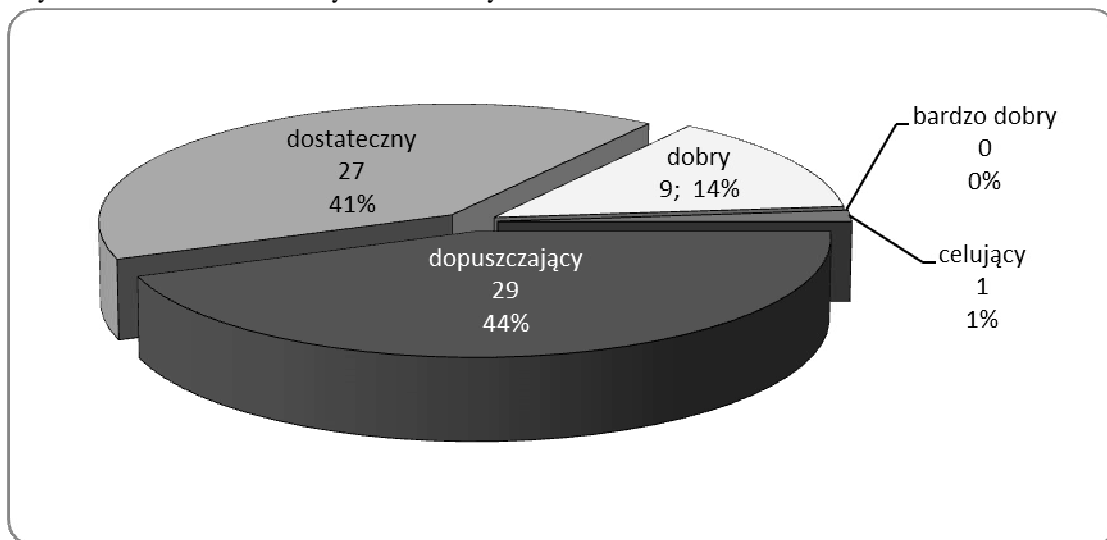
Aby sprawdzić podobieństwo rozkładów dla obu płci, zastosowano test *t* dla prób niezależnych. Można go było zastosować, gdyż rozkład był zgodny z rozkładem normalnym, co wykazano testem Kołmogorowa – Smirnowa ( $Z = 0,92, p=0,37, p \geq \alpha$ )<sup>2</sup>. Wstępnie sprawdzono równość wariancji grupowych testem Levene'a, który dał wynik pozytywny ( $F=0,62; p=0,43, p \geq \alpha$ ). Następnie

<sup>2</sup> W badaniach przyjęto poziom istotności  $\alpha = 0,05$ .

zastosowany test  $t$  dla prób niezależnych ( $t = -1,87$ ,  $p=0,07$ ,  $p \geq \alpha$ ) wykazał, iż nie ma istotnej różnicy między średnimi wynikami z egzaminu chłopców i dziewcząt.

Uczniowie należący do badanej grupy najczęściej kończyli gimnazjum z oceną z matematyki dopuszczającą (29 osób, 43,94%) oraz dostateczną (27 osób, 40,91%), co widać na rysunku 3.

Rys.3. Rozkład ocen końcowych z matematyki

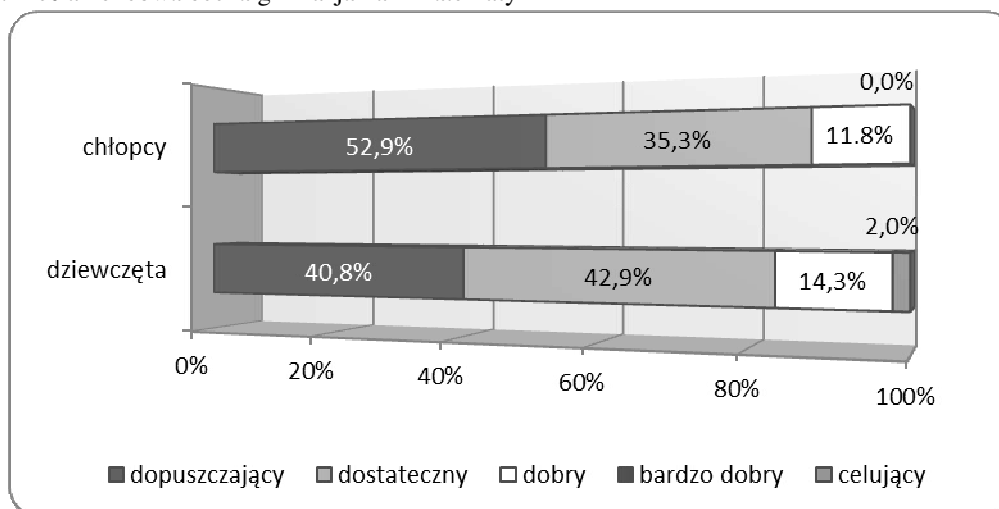


Źródło: opracowanie własne

W badanej grupie średnia ocen wyniosła 2,74, zaś wartość środkowa (mediana) 3. Z uwagi na małą liczbę wariantów cenniejszą informację niż kwartyle podaje nam średnia i odchylenie, które tu wyniosło ok. 0,81 stopnia. Oznacza to, że oceny końcowe uczniów różniły się od średniej 2,74 przeciętnie o 0,81 stopnia, co stanowi 29,53% średniej. Dodatni wynik kurtozy (2,51) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest bardziej wysmukły (mniej spłaszczony) niż rozkład normalny. Skośność dodatnia (1,23) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości wyższych.

Rozkład ocen końcowych z matematyki wydaje się być nieco inny u dziewcząt i u chłopców (rys. 4). Wprawdzie u obu płci dominowały oceny dopuszczające, ale wśród chłopców ich udział był większy.

Rys.4. Płeć a końcowa ocena gimnazjalna z matematyki



Źródło: opracowanie własne

Odmienność rozkładów potwierdzają również podstawowe statystyki (tab.1). Zarówno średnia, jak i mediana wyników były wyższe u dziewcząt, ale z kolei występuje u nich większa zmienność.

Tab.2. Rozkład ocen końcowych z matematyki w rozbiciu na płeć

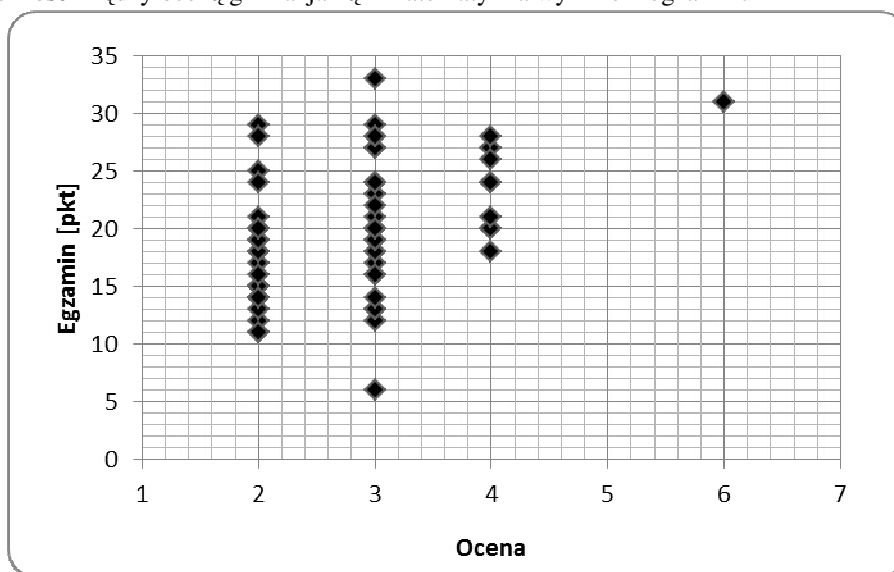
Płeć \ Ocena końcowa	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczęta	2,80	3	0,84	30,08%
chłopcy	2,59	2	0,71	27,52%

Źródło: opracowanie własne

Podobieństwo rozkładów sprawdzono ostatecznie testem U Manna – Whitneya, z uwagi na skalę porządkową. Uzyskany wynik ( $U = 362,00$ ;  $p=0,38$ ,  $p \geq \alpha$ ) pozwolił na przyjęcie tezy, iż gimnazjalne oceny końcowe z matematyki dziewcząt i chłopców są podobne.

Zależność między wynikiem z egzaminu a oceną końcową z gimnazjum najlepiej oceniać interpretując wykres rozrzutu (rys.5).

Rys.5. Zależność między oceną gimnazjalną z matematyki a wynikiem egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Wskazuje on na słabą zależność między oceną końcową z gimnazjum a wynikiem z egzaminu gimnazjalnego. Interpretację tą potwierdza współczynnik korelacji Spearmana (0,42).

## 2. Zasady realizacji zajęć

### 2.1. Cele realizacji zajęć

Głównym celem realizacji zajęć w ramach *Koła zajęć wyrównawczych* jest podniesienie kompetencji matematycznych uczniów rozpoczynających naukę w klasie pierwszej w roku szkolnym 2010/2011.

Cele szczegółowe:

- Powtórzenie i uzupełnienie wiadomości i umiejętności z gimnazjum
- Wykształcenie umiejętności operowania najprostszymi obiektami: liczbami, zmiennymi oraz zbudowanymi z nich wyrażeniami algebraicznymi, zbiorami oraz funkcjami
- Wykształcenie umiejętności projektowania obliczeń i ich wykonywania
- Wykształcenie umiejętności prowadzenia prostych badań statystycznych oraz przedstawienia ich wyników za pomocą poznanych pojęć



## **2.2. Założenia programowe**

### **2.2.1. Organizacja zajęć**

Grupy 10-15 osobowe

Spotkania co tydzień po jednej godzinie, a co drugi tydzień po dwie godziny ( 6 godzin na miesiąc)

### **2.2.2. Omówienie niezbędnych pomocy naukowych**

- podręcznik, zbiór zadań
- przybory
- modele brył
- rzutnik

### **2.2.3. Procedury osiągnięcia celów**

- dobór zadań uwzględniający wiadomości i umiejętności, w których uczniowie powinni korzystać z wiadomości z poprzednich lat
- samodzielne rozwiązywanie zadań przez uczniów i zgłaszanie nauczycielowi niejasnych treści w zadaniu
- rozwiązywanie zadań z naciskiem na poprawne jego rozwiązanie, poprawne stosowanie wzorów i wykorzystywanie zdobytych wiadomości
- rozwiązywanie zadań w odniesieniu do życia codziennego
- przeprowadzenie ankiety na wybrane 2-3 tematy, opracowanie jej wyników na podstawie przedstawionych celów projektu i ich prezentacja, przedstawienie (projekt uczniowski)

## **2.3. Szczegółowe treści kształcenia**

### **A. Liczby i ich zbiory**

- a) zbiór, suma, iloczyn i różnica zbiorów – *realizacja zajęć w klasie I*
- b) (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne, rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej – *realizacja zajęć w klasie I*
- c) definicja potęgi o wykładniku wymiernym oraz prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym – *realizacja zajęć w klasie I*
- d) definicja przedziału liczbowego na osi oraz definicja sumy, iloczynu i różnicy przedziałów – *realizacja zajęć w klasie I*
- e) definicja wartości bezwzględnej – *realizacja zajęć w klasie I*

- f) metody rozwiązywania i interpretację geometryczną równań i nierówności z wartością bezwzględną – realizacja zajęć w klasie I
- g) definicja pierwiastka, prawa działań na pierwiastkach – realizacja zajęć w klasie I
- h) usuwanie niewymierności z mianownika – realizacja zajęć w klasie I
- i) procenty – realizacja zajęć w klasie I
- j) zamiana jednostek – realizacja zajęć w klasie I

## **B. Funkcje i ich własności**

- a) definicja funkcji – realizacja zajęć w klasie I
- b) przegląd wybranych własności funkcji – realizacja zajęć w klasie I
- c) definicja i własności funkcji liniowej – realizacja zajęć w klasie I
- d) definicja i własności funkcji kwadratowej, jej wykres i miejsca zerowe – realizacja zajęć w klasie I
- e) definicja wielomianu i prawa dotyczące działań na wielomianach – realizacja zajęć w klasie II
- f) dodawanie, odejmowanie, mnożenie wielomianów – realizacja zajęć w klasie II
- g) sposoby rozkładu wielomianu na czynniki – realizacja zajęć w klasie II
- h) zasady wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych – realizacja zajęć w klasie III
- i) sposoby rozwiązywania równań wielomianowych – realizacja zajęć w klasie II
- j) definicja funkcji wymiernej oraz metody rozwiązywania równań i nierówności wymiernych – realizacja zajęć w klasie III
- k) definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym – realizacja zajęć w klasie I lub II
- l) tożsamości trygonometryczne – realizacja zajęć w klasie I lub II
- m) funkcja wykładnicza – realizacja zajęć w klasie II
- n) pojęcie logarytmu, działania na logarytmach – realizacja zajęć w klasie II
- o) przekształcanie wykresów funkcji – realizacja zajęć w klasie I
- p) równania i nierówności kwadratowe – realizacja zajęć w klasie I
- q) postać ogólna, iloczynowa i kanoniczna funkcji kwadratowej – realizacja zajęć w klasie I
- r) wzory skróconego mnożenia – realizacja zajęć w klasie I
- s) przekształcanie wzorów – realizacja zajęć w klasie I

## **C. Ciągi liczbowe**

- a) definicja ciągu liczbowego – realizacja zajęć w klasie II

- b) definicję ciągu arytmetycznego i geometrycznego, wzór na  $n$ -ty wyraz, wzór na sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – *realizacja zajęć w klasie II*
- c) procent prosty i procent składany – *realizacja zajęć w klasie II*

#### **D. Planimetria**

- a) własności czworokątów wypukłych – *realizacja zajęć w klasie I*
- b) twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie – *realizacja zajęć w klasie II*
- c) związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii – *realizacja zajęć w klasie I lub II*
- d) twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem – *realizacja zajęć w klasie II*
- e) cechy podobieństwa trójkątów – *realizacja zajęć w klasie II*
- f) trójkąty- warunek trójkąta, jego pole, twierdzenie Pitagorasa – *realizacja zajęć w klasie I*
- g) kąty w kole, twierdzenia dotyczące kątów środkowych i wpisanych – *realizacja zajęć w klasie I*

#### **E. Stereometria**

- a) graniastosłupy, ostrosłupy, walce, stożki i kule – *realizacja zajęć w klasie III*
- b) pojęcie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny i kąta dwuściennego – *realizacja zajęć w klasie III*
- c) związki miarowe w bryłach z zastosowaniem trygonometrii – *realizacja zajęć w klasie III*
- d) pola i objętości brył – *realizacja zajęć w klasie III*
- e) pojęcie wielościanu foremnego – *realizacja zajęć w klasie III*
- f) pola i objętości brył obrotowych – *realizacja zajęć w klasie III*

#### **F. Rachunek prawdopodobieństwa**

- a) doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór zdarzeń elementarnych, zdarzenie – *realizacja zajęć w klasie III*
- b) prawdopodobieństwo klasyczne – *realizacja zajęć w klasie III*
- c) metoda „drzewka” – *realizacja zajęć w klasie III*

#### **G. Elementy statystyki opisowej**

- a) metody prezentacji danych statystycznych – *realizacja zajęć w klasie III*

- b) średnia arytmetyczna, mediana, dominanta, średnia ważona – realizacja zajęć w klasie III
- c) odchylenie standardowe – realizacja zajęć w klasie III

### 3. Zalecane metody pracy to:

- wykład, pogadanka;
- metoda problemowa;
- nauczanie programowe;
- ćwiczenia przedmiotowe;
- metody aktywizujące.

Wykład polega na bezpośrednim lub pośrednim przekazywaniu wiedzy określonej grupie odbiorców. Aktywność uczestnika wykładu wymaga od niego dużego wysiłku i znacznej dojrzałości umysłowej. Dlatego też należy go odpowiednio w szkołach średnich stosować i ograniczać. Typowe dla wykładu elementy to przekazanie informacji w sposób systematyczny i logicznie konsekwentny. Nauczyciel powinien treść wykładu wiązać umiejętnie z życiem, dobierać trafne i interesujące przykłady, starannie się wyślawiać.

Pogadanka polega na rozmowie nauczyciela z uczniami, przy czym nauczyciel jest w tej rozmowie osobą kierującą. Zmierzając do osiągnięcia zaplanowanego celu stawia uczniom pytania, na które oni z kolei udzielają odpowiedzi.

Pogadanka może służyć przygotowaniu uczniów do pracy na lekcji, zaznajamianiu ich z nowym materiałem, systematyzowaniu i utrwalaniu wiadomości.

Metoda problemowa polega na wytworzeniu sytuacji problemowej, formułowaniu problemów, określaniu pomysłów ich rozwiązania, weryfikacji pomysłów rozwiązania oraz na porządkowaniu i stosowaniu uzyskanych wyników w nowych zadaniach o charakterze praktycznym lub teoretycznym. Jej cechą charakterystyczną jest dominacja uczenia się nad nauczaniem. Wzbudza ona wiarę ucznia w siebie, utwierdza go w przekonaniu, że jest w stanie rozwiązywać coraz trudniejsze zadania.

Nauczanie programowane prowadzone być może z użyciem komputera lub podręcznika, zbioru zadań itp. Obecnie dostępnych jest wiele komputerowych programów dydaktycznych spełniających potrzebne warunki. Metody praktyczne ułatwiają uczniom bezpośrednie poznanie rzeczywistości oraz pozwalają na wykorzystanie posiadanej przez nich wiedzy w rozwiązywaniu problemów praktycznych. Do tej grupy zaliczyć można: pokaz, ćwiczenia przedmiotowe, ćwiczenia laboratoryjne, metodę projektów itp.

Pokaz polega na demonstrowaniu uczniom naturalnych przedmiotów lub ich modeli, zjawisk, wydarzeń lub procesów i objaśnianiu ich istotnych cech.

Ćwiczenia przedmiotowe polegają na wielokrotnym wykonywaniu pewnych czynności dla nabycia wprawy i uzyskania coraz wyższej sprawności w działaniach intelektualnych i praktycznych. W nauczaniu matematyki pełnią rolę szczególną.

Podczas ćwiczeń laboratoryjnych uczniowie samodzielnie przeprowadzają eksperymenty. Eksperymenty te pozwalają na formułowanie pewnych uogólnień, zilustrowanie wcześniej poznanych praw, zasad i reguł (tradycyjna metoda laboratoryjna) oraz ułatwiają uczniom przewidywanie nieznanymi im jeszcze zjawisk i procesów (problemowa metoda laboratoryjna).

Metody aktywizujące to grupa metod, które uznać należy za najskuteczniejsze. Dzięki nim uczenie się ma charakter niekonwencjonalny, ciekawy i zajmujący. Zajęcia motywują ucznia do działania, twórczego myślenia i kreatywności. Dzięki nim uczeń ma wpływ na to, co na lekcji będzie się działo, jest jej współtwórcą, (tworzy się poczucie współodpowiedzialności). Metody te uczą przez działanie, tworzenie, współpracę i przeżywanie. Sednem metod aktywizujących może być powiedzenie Konfucjusza: „Powiedz, a zapomnę. Pokaż a zapamiętam. Pozwól wziąć udział a zrozumieć.” Metody te wymagają zaangażowania nauczyciela i uczniów.

## 4. Ewaluacja

**Ewaluacja w oświacie** to ocena przydatności i skuteczności podejmowanych działań dydaktycznych, wychowawczych i opiekuńczych w odniesieniu do założonych celów, służąca doskonaleniu tych działań (*Rozporządzenie MENiS z 23 kwietnia 2004*).

**Ewaluacja** odbywać się będzie w formie obserwacji postępów uczniów. Systematyczne prowadzenie ewaluacji pozwoli dostrzec wpływ przekazywanych treści na postawy, wiedzę, umiejętności uczniów, a zarazem stanowi podstawę planowania dalszej pracy.

## 5. Literatura:

Podstawa programowa – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 6 listopada 2003 Dz.U. 2003 r. 210 poz. 2041.

Standardy egzaminacyjne.

Informator o egzaminie maturalnym z matematyki – [www.cke.edu.pl](http://www.cke.edu.pl)

Poradnik metodyczny dla nauczyciela.





