



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Publiczne Technikum w Zespole Szkół nr 3  
im. Ks. prof. Józefa Tischnera  
w Bochni

# Program działalności szkolnego koła zajęć wyrównawczych z matematyki



UNIwersytet  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE



Autorzy:

dr Bernard Sozański  
mgr Barbara Krakowska

ISBN 978-83-7667-058-4

# 1. Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego

## SŁOWNICZEK UŻYTYCH NARZĘDZI:

Dla syntetycznego ujęcia wyników prowadzonych badań wykorzystano podstawowe miary statystyki opisowej:

- a) **średnia arytmetyczna** – wskazuje średnią wartość,
- b) **odchylenie standardowe** – obrazuje przeciętną różnicę między obserwacjami a ich średnią,
- c) **współczynnik zmienności** – opisuje przeciętną procentową różnicę między obserwacjami a ich średnią, wyrażona względem tej średniej,
- d) **kwartył I** – oznacza, że 25% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- e) **kwartył II** (inaczej **mediana** – wartość środkowa) oznacza, że 50% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- f) **kwartył III** – oznacza, że 75% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- g) **kurtoza** (właśc.. **współczynnik ekscesu**) – względna miara koncentracji i spłaszczenia rozkładu, określa rozmieszczenie i koncentrację wartości w pobliżu średniej (gdy wartość kurtozy jest równa 0 rozkład ma kształt normalny, gdy jest większa od 0 rozkład jest bardziej wysmukły niż normalny (większe skupienie wartości wokół średniej), natomiast wartość mniejsza od 0 rozkład jest mniej wysmukły niż normalny (większe spłaszczenie rozkładu)),
- h) **skośność** (**współczynnik skośności**) – miara asymetrii rozkładu (równa 0 dla rozkładu symetrycznego, dodatnia - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z prawej strony, ujemna - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z lewej strony)

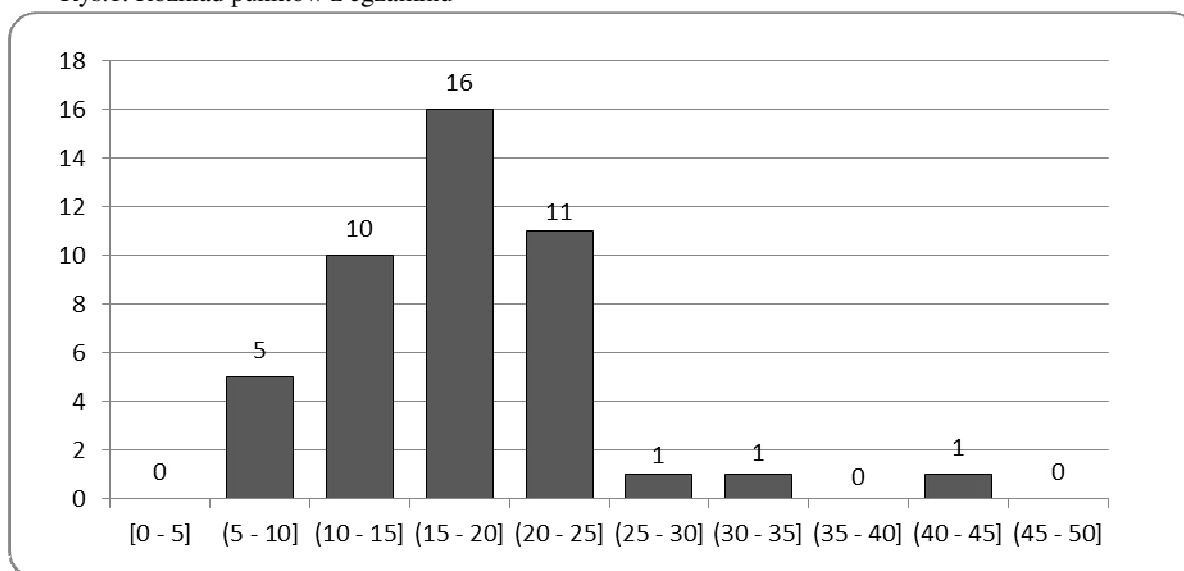
W celu zbadania zgodności badanego rozkładu z rozkładem normalnym wykorzystano **test Kołmogorowa – Smirnowa**, natomiast dla zweryfikowania hipotezy czy dwie niezależne próbki pochodzą z tej samej populacji (mają podobne rozkłady) wykorzystano **test t dla prób niezależnych** (w przypadku zgodności rozkładu wyników grupy z rozkładem normalnym) lub test **Manna – Whitneya** (w przypadku braku zgodności z rozkładem normalnym). Test t dla prób niezależnych został dodatkowo poprzedzony **testem Levene'a równości wariancji grupowych**. W każdym przypadku podano wartość **p**, czyli prawdopodobieństwo testowe; jeśli jest mniejsze od zadanego poziomu istotności  $\alpha$  (wynoszące w prowadzonych analizach 0,05), hipotezę  $H_0$  należy odrzucić.

Natomiast dla zbadania kierunku i siły zależności pomiędzy oceną z matematyki a wynikami egzaminu z części matematyczno – przyrodniczej wykorzystano **współczynnik korelacji rang Spearmana**, który wyraża siłę korelacji dwóch cech mierzonych na skali porządkowej.

Analizie poddano wyniki egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej w roku szkolnym 2009/2010 oraz oceny końcowe z matematyki 45-ciu uczniów klas pierwszych Publicznego Technikum w Zespole Szkół nr 3 w Bochni, którzy złożyli aplikację do zajęć wyrównawczych w projekcie „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”. Większość badanych (37 osób, 82,22%) stanowiły dziewczęta.

Wynik egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej podawany był w punktach od 0 do 50. Rozkład tych wyników w badanej grupie zaprezentowano na rysunku 1.

Rys.1. Rozkład punktów z egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Z informacji przedstawionych na rysunku 1 wynika, że w badanej grupie najczęściej występowały wyniki z przedziału 15-20 pkt. Do tego przedziału należą także średnia (18,18 pkt) oraz mediana (18 pkt), co oznacza że połowa badanych uczniów miała wynik egzaminu nie wyższy niż ten wynik.

W porównaniu ze średnią z województwa podkarpackiego <sup>1</sup> wynoszącą 23,82 pkt średni wynik tej grupy jest dużo niższy.

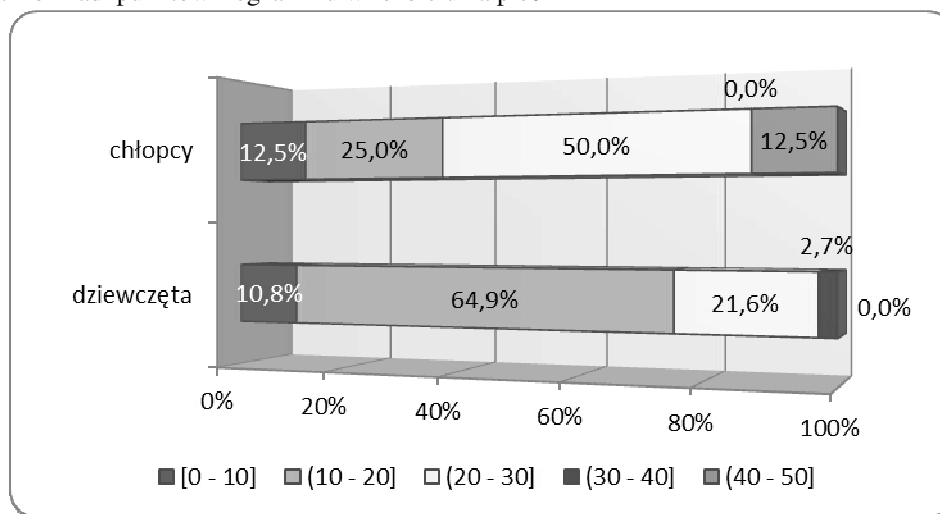
Czwarta część badanych uczniów miała wynik nie wyższy niż 14 (kwartył I), zaś 75% miała wynik nie wyższy niż 22 pkt (kwartył 3). Próbę charakteryzowała dość duża zmienność – przeciętne odchylenie od średniej, mierzone odchyleniem standardowym, wynosiło około 6,50 pkt., co stanowi 35,77% średniej. Dodatni wynik kurtozy (2,76) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest bardziej wysmukły

<sup>1</sup> Sprawozdanie z egzaminu gimnazjalnego w 2010 roku [tab.59], OKE w Krakowie, Kraków, maj 2010 [w:] [http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku\\_1.pdf](http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku_1.pdf)

(mniej spłaszczony) niż rozkład normalny. Skośność dodatnia (1,13) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości wyższych.

Rozkład wyników egzaminu wydaje się być inny u dziewcząt i u chłopców (rysunek 2). Wśród chłopców więcej było wyników średnich (20-30 pkt], zaś u dziewcząt więcej było wyników niższych (10–20 pkt].

Rys.2. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć



Źródło: opracowanie własne

Potwierdzają to również podstawowe statystyki (tab.1). Zarówno średnia, jak i mediana wyników były wyższe u chłopców, ale z kolei występuje u nich większa zmienność.

Tab.1. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć

Płeć \ Wynik z egzaminu	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczęta	17,38	17	5,45	31,38%
chłopcy	21,88	22,5	9,69	44,28%

Źródło: opracowanie własne

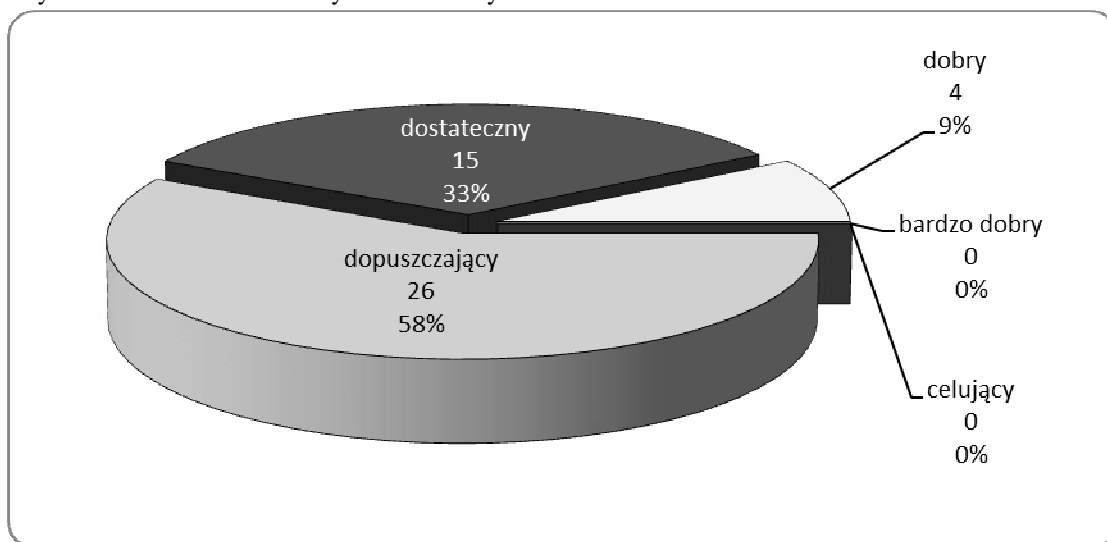
Aby sprawdzić podobieństwo rozkładów dla obu płci, zastosowano test  $t$  dla prób niezależnych. Można go było zastosować, gdyż rozkład był zgodny z rozkładem normalnym, co wykazano testem Kołmogorowa – Smirnowa ( $Z = 0,65$ ,  $p=0,80$ ,  $p \geq \alpha$ )<sup>2</sup>. Wstępnie sprawdzono równość wariancji grupowych testem Levene'a, który dał wynik pozytywny ( $F=2,35$ ;  $p=0,13$ ,  $p \geq \alpha$ ). Następnie

<sup>2</sup> W badaniach przyjęto poziom istotności  $\alpha = 0,05$ .

zastosowany test  $t$  dla prób niezależnych ( $t = -1,82$ ,  $p=0,08$ ,  $p \geq \alpha$ ) wykazał, iż nie ma istotnej różnicy między średnimi wynikami z egzaminu chłopców i dziewcząt.

Uczniowie należący do badanej grupy najczęściej kończyli gimnazjum z oceną z matematyki dopuszczającą (26 osób, 57,78%) oraz dostateczną (15 osób, 33,33%), co widać na rysunku 3.

Rys.3. Rozkład ocen końcowych z matematyki

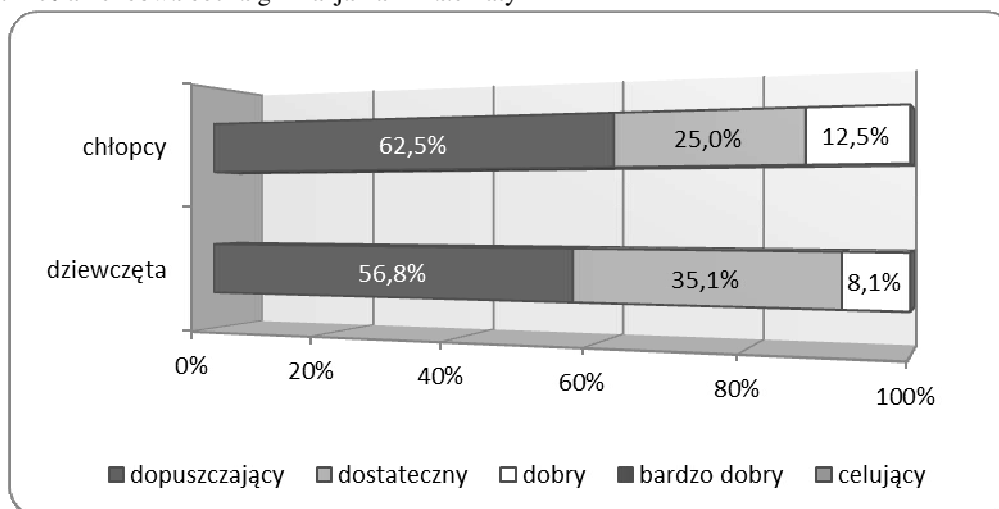


Źródło: opracowanie własne

W badanej grupie średnia ocen wyniosła 2,51, zaś wartość środkowa (mediana) 2. Z uwagi na małą liczbę wariantów cenniejszą informację niż kwartyle podaje nam średnia i odchylenie, które tu wyniosło ok. 0,66 stopnia. Oznacza to, że oceny końcowe uczniów różniły się od średniej 2,51 przeciętnie o 0,66 stopnia, co stanowi 26,34% średniej. Te statystyki potwierdzają obserwacje z wykresu: próba nie jest skupiona wokół jednej oceny, lecz jest zróżnicowana, ma dużą zmienność. Ujemny wynik kurtozy (-0,18) potwierdza wcześniejszą uwagę o małym skupieniu wokół średniej. Skośność dodatnia (0,94) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości wyższych.

Rozkład ocen końcowych z matematyki wydaje się być podobny u dziewcząt i u chłopców (rys. 4).

Rys.4. Płeć a końcowa ocena gimnazjalna z matematyki



Źródło: opracowanie własne

Potwierdzają to również podstawowe statystyki (tab.2) – średnia i mediana są zbliżone, co wskazuje na podobieństwo rozkładów. U chłopców jest jedynie nieco większa zmienność ocen.

Tab.2. Rozkład ocen końcowych z matematyki w rozbiciu na płeć

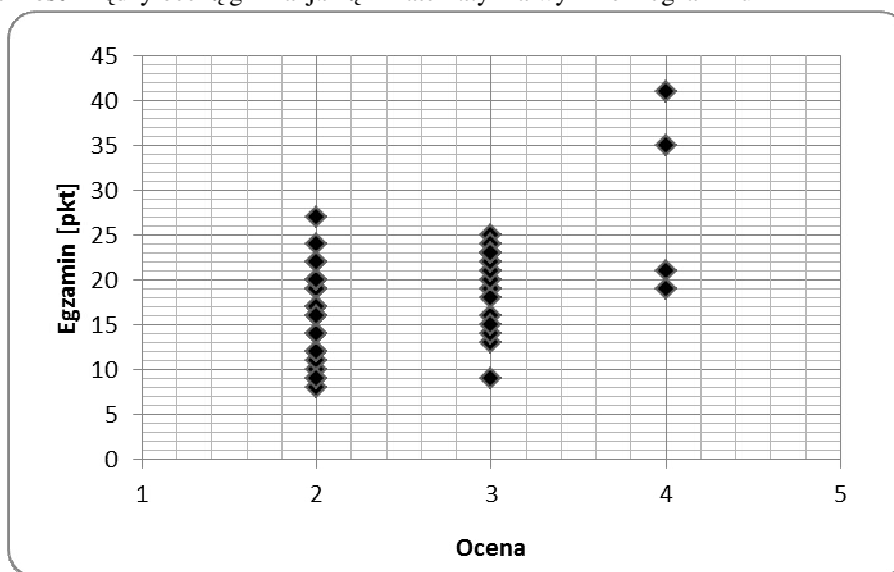
Płeć \ Ocena końcowa	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczeta	2,51	2	0,65	25,89%
chłopcy	2,50	2	0,76	30,24%

Źródło: opracowanie własne

Podobieństwo rozkładów sprawdzono ostatecznie testem U Manna – Whitneya, z uwagi na skalę porządkową. Uzyskany wynik ( $U = 143,00$ ;  $p=0,87$ ,  $p \geq \alpha$ ) pozwolił na przyjęcie tezy, iż gimnazjalne oceny końcowe z matematyki dziewcząt i chłopców są podobne.

Zależność między wynikiem z egzaminu a oceną końcową z gimnazjum najlepiej oceniać interpretując wykres rozrzutu (rys.5).

Rys.5. Zależność między oceną gimnazjalną z matematyki a wynikiem egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Wskazuje on na słabą zależność między oceną końcową z gimnazjum a wynikiem z egzaminu gimnazjalnego. Interpretację tą potwierdza współczynnik korelacji Spearmana (0,42).

## 2. Zasady realizacji zajęć

### 2.1. Cele realizacji zajęć

Głównym celem realizacji zajęć w ramach *Koła zajęć wyrównawczych* jest podniesienie kompetencji matematycznych uczniów rozpoczynających naukę w klasie pierwszej w roku szkolnym 2010/2011.

Cele szczegółowe:

- utrwalenie i ćwiczenie treści poznanych na lekcjach matematyki,
- ćwiczenie umiejętności logicznego i analogicznego rozumowania,
- doskonalenie umiejętności przenoszenia rozumowania zastosowanego w prostych zadaniach do zadań wieloetapowych,
- przezwyciężenie niechęci do matematyki w dalszym etapie nauki.

### 2.1. Założenia programowe

#### 2.1.1. Organizacja zajęć

Zajęcia zaplanowane są średnio jeden raz w tygodniu po 2 godziny.



Ze względów organizacyjnych zajęcia mogą odbywać się częściej lub rzadziej jeśli np. konkretne zajęcia mają odbywać się w sali komputerowej, mogą to być 3 lub 4 godziny w bloku. W klasach technikum jest to również uzależnione od praktyk zawodowych więc rozkład zajęć powinien być dostosowany do możliwości ucznia.

Liczba uczniów w grupie to 10 – 15 osób.

### **2.1.2. Omówienie niezbędnych pomocy naukowych**

- podręcznik (zbiór zadań), który mogliby uczniowie zostawiać w szkole,
- tablice matematyczne dla każdego ucznia,
- kalkulator (standardowy), zeszyt, przybory.

### **2.1.3. Procedury osiągnięcia celów**

- rzetelne i wnikliwe przygotowanie się do zajęć,
- odpowiednia selekcja zadań przeznaczonych do rozwiązania na zajęciach, dostosowanie do danej grupy, danego ucznia,
- obserwacja postępów i możliwości uczniów – udzielanie informacji zwrotnej,
- zachęcanie i motywowanie do pracy na miarę możliwości konkretnego ucznia,
- danie możliwości wpływu uczniom na przebieg zajęć,
- miła i przyjazna atmosfera na zajęciach.

## **2.2. Szczegółowe treści kształcenia**

### **A. Liczby i ich zbiory**

- a) zbiór, suma, iloczyn i różnica zbiorów – *realizacja zajęć w klasie I,*
- b) podstawowe prawa rachunku zdań – *realizacja zajęć w klasie I,*
- c) zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory, liczby naturalne – *realizacja zajęć w klasie I,*
- d) (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne, rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej – *realizacja zajęć w klasie I,*
- e) prawa dotyczące działań arytmetycznych na liczbach rzeczywistych – *realizacja zajęć w klasie I,*
- f) definicja potęgi o wykładniku wymiernym oraz prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym – *realizacja zajęć w klasie I,*

- g) definicja przedziału liczbowego na osi oraz definicja sumy, iloczynu i różnicy przedziałów – *realizacja zajęć w klasie I*,
- h) definicja wartości bezwzględnej – *realizacja zajęć w klasie I*,
- i) metody rozwiązywania i interpretację geometryczną równań i nierówności z wartością bezwzględną – *realizacja zajęć w klasie I*,
- j) prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym – *realizacja zajęć w klasie I*,
- k) cechy podzielności liczb – *realizacja zajęć w klasie I*,

### **B. Funkcje i ich własności**

- a) definicja funkcji – *realizacja zajęć w klasie I*,
- b) przegląd wybranych własności funkcji – *realizacja zajęć w klasie I*,
- c) przekształcanie wykresu funkcji (przesunięcie o wektor, symetria) – *realizacja zajęć w klasie I*,
- d) definicja i własności funkcji liniowej – *realizacja zajęć w klasie I*,
- e) definicja i własności funkcji kwadratowej, jej wykres i miejsca zerowe – *realizacja zajęć w klasie II*,
- f) definicja wielomianu i prawa dotyczące działań na wielomianach – *realizacja zajęć w klasie II*,
- g) dodawanie, odejmowanie, mnożenie wielomianów – *realizacja zajęć w klasie II*,
- h) sposoby rozkładu wielomianu na czynniki – *realizacja zajęć w klasie II*,
- i) definicja funkcji homograficznej i jej własności – *realizacja zajęć w klasie II*,
- j) zasady wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych – *realizacja zajęć w klasie II*,
- k) sposoby rozwiązywania równań wielomianowych oraz równań i nierówności z funkcją homograficzną – *realizacja zajęć w klasie II*,
- l) definicja funkcji wymiernej oraz metody rozwiązywania równań i nierówności wymiernych – *realizacja zajęć w klasie II*,
- m) dwumian Newtona – *realizacja zajęć w klasie II*,
- n) definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym – *realizacja zajęć w klasie I*,
- o) tożsamości trygonometryczne – *realizacja zajęć w klasie I, III*,
- p) funkcja wykładnicza – *realizacja zajęć w klasie III*,
- q) pojęcie logarytmu, działania na logarytmach – *realizacja zajęć w klasie I, III*,
- r) równania i nierówności wykładnicze – *realizacja zajęć w klasie III*.

### **C. Ciągi liczbowe**

- a) definicja ciągu liczbowego – *realizacja zajęć w klasie III,*
- b) definicję ciągu arytmetycznego i geometrycznego, wzór na  $n$ -ty wyraz, wzór na sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – *realizacja zajęć w klasie III,*
- c) procent prosty i procent składany – *realizacja zajęć w klasie III,*
- d) oprocentowanie lokat i kredytów – *realizacja zajęć w klasie III.*

### **D. Planimetria**

- a) własności czworokątów wypukłych – *realizacja zajęć w klasie I, III,*
- b) okrąg opisany na trójkącie i okrąg wpisany w trójkąt – *realizacja zajęć w klasie III,*
- c) twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie – *realizacja zajęć w klasie III,*
- d) związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii – *realizacja zajęć w klasie I, III,*
- e) pojęcie osi symetrii i środka symetrii figury – *realizacja zajęć w klasie I,*
- f) twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem – *realizacja zajęć w klasie I,*
- g) cechy podobieństwa trójkątów – *realizacja zajęć w klasie I,*
- h) pojęcia: symetria osiowa, przesunięcie, obrót, symetria środkowa oraz własności tych przekształceń – *realizacja zajęć w klasie III,*

### **E. Geometria analityczna**

- a) wyznaczanie równania prostej na podstawie podanych własności – *realizacja zajęć w klasie I,*
- b) równoległość i prostopadłość prostych – *realizacja zajęć w klasie I,*
- c) interpretacja geometryczna układu dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi – *realizacja zajęć w klasie I,*
- d) odległość punktów w układzie, odległość punktu od prostej – *realizacja zajęć w klasie I,*
- e) współrzędne środka odcinka – *realizacja zajęć w klasie I,*
- f) równanie okręgu w układzie – *realizacja zajęć w klasie III.*

### **F. Stereometria**

- a) graniastosłupy, ostrosłupy, walce, stożki i kule – *realizacja zajęć w klasie III,*

- b) pojęcie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny i kąta dwuściennego – *realizacja zajęć w klasie III*,
- c) związki miarowe w bryłach z zastosowaniem trygonometrii – *realizacja zajęć w klasie III*,
- d) przekroje płaskie graniastosłupów i ostrosłupów – *realizacja zajęć w klasie III*,
- e) pola i objętości brył – *realizacja zajęć w klasie III*,
- f) pojęcie wielościanu foremego – *realizacja zajęć w klasie III*.

### **G. Rachunek prawdopodobieństwa**

- a) reguła mnożenia – *realizacja zajęć w klasie III*,
- b) doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór zdarzeń elementarnych, zdarzenie – *realizacja zajęć w klasie III*,
- c) suma, iloczyn, różnica zdarzeń – *realizacja zajęć w klasie III*,
- d) własności prawdopodobieństwa – *realizacja zajęć w klasie III*,
- e) prawdopodobieństwo klasyczne – *realizacja zajęć w klasie III*.

### **H. Elementy statystyki opisowej**

- a) metody prezentacji danych statystycznych – *realizacja zajęć w klasie III*,
- b) średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana i odchylenie standardowe – *realizacja zajęć w klasie III*.

## **3. Zalecane metody pracy to:**

- wykład, pogadanka;
- metoda problemowa;
- nauczanie programowe;
- ćwiczenia przedmiotowe;
- metody aktywizujące.

Wykład polega na bezpośrednim lub pośrednim przekazywaniu wiedzy określonej grupie odbiorców. Aktywność uczestnika wykładu wymaga od niego dużego wysiłku i znacznej dojrzałości umysłowej. Dlatego też należy go odpowiednio w szkołach średnich stosować i ograniczać. Typowe dla wykładu elementy to przekazanie informacji w sposób systematyczny

i logicznie konsekwentny. Nauczyciel powinien treść wykładu wiązać umiejętnie z życiem, dobrać trafne i interesujące przykłady, starannie się wysławiać.

Pogadanka polega na rozmowie nauczyciela z uczniami, przy czym nauczyciel jest w tej rozmowie osobą kierującą. Zmierzając do osiągnięcia zaplanowanego celu stawia uczniom pytania, na które oni z kolei udzielają odpowiedzi. Pogadanka może służyć przygotowaniu uczniów do pracy na lekcji, zaznajamianiu ich z nowym materiałem, systematyzowaniu i utrwalaniu wiadomości.

Metoda problemowa polega na wytworzeniu sytuacji problemowej, formułowaniu problemów, określaniu pomysłów ich rozwiązania, weryfikacji pomysłów rozwiązania oraz na porządkowaniu i stosowaniu uzyskanych wyników w nowych zadaniach o charakterze praktycznym lub teoretycznym. Jej cechą charakterystyczną jest dominacja uczenia się nad nauczaniem. Wzbudza ona wiarę ucznia w siebie, utwierdza go w przekonaniu, że jest w stanie rozwiązywać coraz trudniejsze zadania.

Nauczanie programowane prowadzone być może z użyciem komputera lub podręcznika, zbioru zadań itp. Obecnie dostępnych jest wiele komputerowych programów dydaktycznych spełniających potrzebne warunki. Metody praktyczne ułatwiają uczniom bezpośrednie poznanie rzeczywistości oraz pozwalają na wykorzystanie posiadanej przez nich wiedzy w rozwiązywaniu problemów praktycznych. Do tej grupy zaliczyć można: pokaz, ćwiczenia przedmiotowe, ćwiczenia laboratoryjne, metodę projektów itp. Pokaz polega na demonstrowaniu uczniom naturalnych przedmiotów lub ich modeli, zjawisk, wydarzeń lub procesów i objaśnianiu ich istotnych cech.

Ćwiczenia przedmiotowe polegają na wielokrotnym wykonywaniu pewnych czynności dla nabycia wprawy i uzyskania coraz wyższej sprawności w działaniach intelektualnych i praktycznych. W nauczaniu matematyki pełnią rolę szczególną. Podczas ćwiczeń laboratoryjnych uczniowie samodzielnie przeprowadzają eksperymenty. Eksperymenty te pozwalają na formułowanie pewnych uogólnień, zilustrowanie wcześniej poznanych praw, zasad i reguł (tradycyjna metoda laboratoryjna) oraz ułatwiają uczniom przewidywanie nieznanymi im jeszcze zjawisk i procesów (problemowa metoda laboratoryjna).

Metody aktywizujące to grupa metod, które uznać należy za najskuteczniejsze. Dzięki nim uczenie się ma charakter niekonwencjonalny, ciekawy i zajmujący. Zajęcia motywują ucznia do działania, twórczego myślenia i kreatywności. Dzięki nim uczeń ma wpływ na to, co na lekcji będzie się działo, jest jej współtwórcą, (tworzy się poczucie współodpowiedzialności). Metody te uczą przez działanie, tworzenie, współpracę i przeżywanie. Sednem metod aktywizujących może być powiedzenie Konfucjusza: „ Powiedz, a zapomnę. Pokaż a zapamiętam. Pozwól wziąć udział a zrozumiem." Metody te wymagają zaangażowania nauczyciela i uczniów.

## 4. Ewaluacja

**Ewaluacja w oświacie** to ocena przydatności i skuteczności podejmowanych działań dydaktycznych, wychowawczych i opiekuńczych w odniesieniu do założonych celów, służąca doskonaleniu tych działań (*Rozporządzenie MENiS z 23 kwietnia 2004*).

**Ewaluacja** odbywać się będzie w formie obserwacji postępów uczniów. Systematyczne prowadzenie ewaluacji pozwoli dostrzec wpływ przekazywanych treści na postawy, wiedzę, umiejętności uczniów, a zarazem stanowi podstawę planowania dalszej pracy.

## 5. Literatura:

Podstawa programowa – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 6 listopada 2003 Dz.U. 2003 r. 210 poz. 2041.

Standardy egzaminacyjne.

Informator o egzaminie maturalnym z matematyki – [www.cke.edu.pl](http://www.cke.edu.pl)

Poradnik metodyczny dla nauczyciela



