



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

I Liceum Ogólnokształcące  
im. Króla Kazimierza Wielkiego  
w Olkuszu

# Program działalności szkolnego koła zajęć wyrównawczych z matematyki



UNIWERSYTET  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE



Autor  
Bernard Sozański

ISBN 978-83-7667-058-4

## 1. Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego

### SŁOWNICZEK UŻYTYCH NARZĘDZI:

Dla syntetycznego ujęcia wyników prowadzonych badań wykorzystano podstawowe miary statystyki opisowej:

- a) **średnia arytmetyczna** – wskazuje średnią wartość,
- b) **odchylenie standardowe** – obrazuje przeciętną różnicę między obserwacjami a ich średnią,
- c) **współczynnik zmienności** – opisuje przeciętną procentową różnicę między obserwacjami a ich średnią, wyrażona względem tej średniej,
- d) **kwartył I** – oznacza, że 25% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- e) **kwartył II** (inaczej **mediana** – wartość środkowa) oznacza, że 50% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- f) **kwartył III** – oznacza, że 75% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- g) **kurtoza** (właśc.. **współczynnik ekscesu**) – względna miara koncentracji i spłaszczenia rozkładu, określa rozmieszczenie i koncentrację wartości w pobliżu średniej (gdy wartość kurtozy jest równa 0 rozkład ma kształt normalny, gdy jest większa od 0 rozkład jest bardziej wysmukły niż normalny (większe skupienie wartości wokół średniej), natomiast wartość mniejsza od 0 rozkład jest mniej wysmukły niż normalny (większe spłaszczenie rozkładu)),
- h) **skośność** (**współczynnik skośności**) – miara asymetrii rozkładu (równa 0 dla rozkładu symetrycznego, dodatnia - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z prawej strony, ujemna - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z lewej strony)

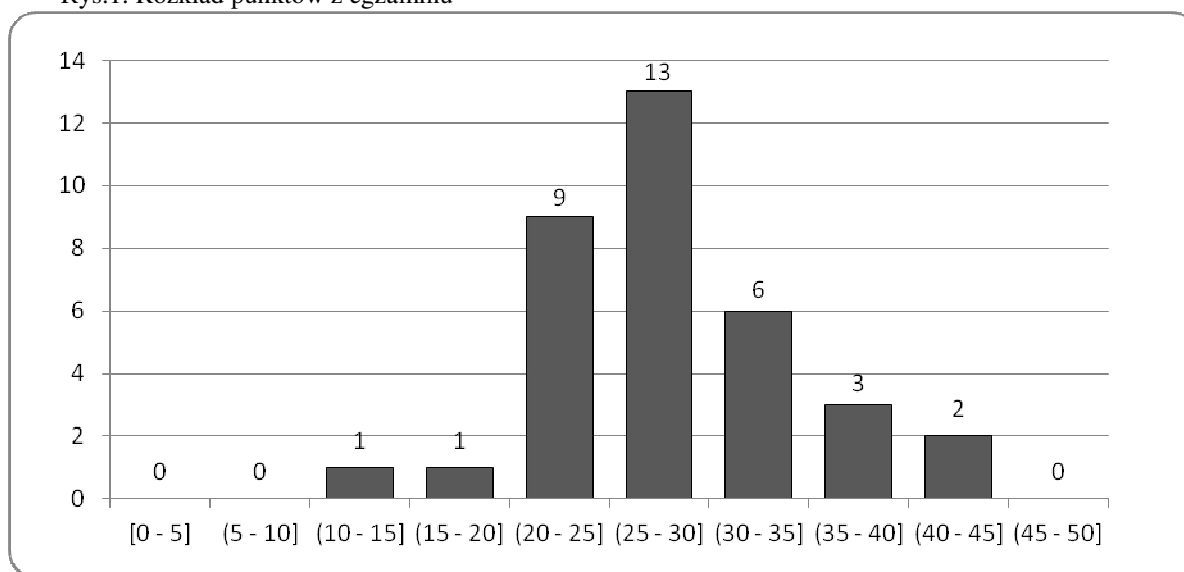
W celu zbadania zgodności badanego rozkładu z rozkładem normalnym wykorzystano **test Kołmogorowa-Smirnowa**, natomiast dla zweryfikowania hipotezy czy dwie niezależne próbki pochodzą z tej samej populacji (mają podobne rozkłady) wykorzystano **test t dla prób niezależnych** (w przypadku zgodności rozkładu wyników grupy z rozkładem normalnym) lub test **Manna-Whitneya** (w przypadku braku zgodności z rozkładem normalnym). Test t dla prób niezależnych został dodatkowo poprzedzony **testem Levene'a równości wariancji grupowych**. W każdym przypadku podano wartość **p**, czyli prawdopodobieństwo testowe; jeśli jest mniejsze od zadanego poziomu istotności  $\alpha$  (wynoszące w prowadzonych analizach 0,05), hipotezę  $H_0$  należy odrzucić.

Natomiast dla zbadania kierunku i siły zależności pomiędzy oceną z matematyki a wynikami egzaminu z części matematyczno-przyrodniczej wykorzystano **współczynnik korelacji rang Spearmana**, który wyraża siłę korelacji dwóch cech mierzonych na skali porządkowej.

Analizie poddano wyniki egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno-przyrodniczej w roku szkolnym 2009/2010 oraz oceny końcowe z matematyki 35-ciu uczniów klas pierwszych I LO w Olkuszu, którzy złożyli aplikację do zajęć wyrównawczych w projekcie „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”. Większość badanych (29 osób, 82,86%) stanowiły dziewczęta.

Wynik egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno-przyrodniczej podawany był w punktach od 0 do 50. Rozkład tych wyników w badanej grupie zaprezentowano na rysunku 1.

Rys.1. Rozkład punktów z egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Z informacji przedstawionych na rysunku 1 wynika, że w badanej grupie najczęściej występowały wyniki z przedziału 25–30 pkt. Do tego przedziału należą także średnia (28,69 pkt) oraz mediana (28 pkt), co oznacza że połowa badanych uczniów miała wynik egzaminu nie wyższy niż ten wynik.

W porównaniu ze średnią z województwa podkarpackiego<sup>1</sup> wynoszącą 23,82 pkt średni wynik tej grupy jest nieco wyższy.

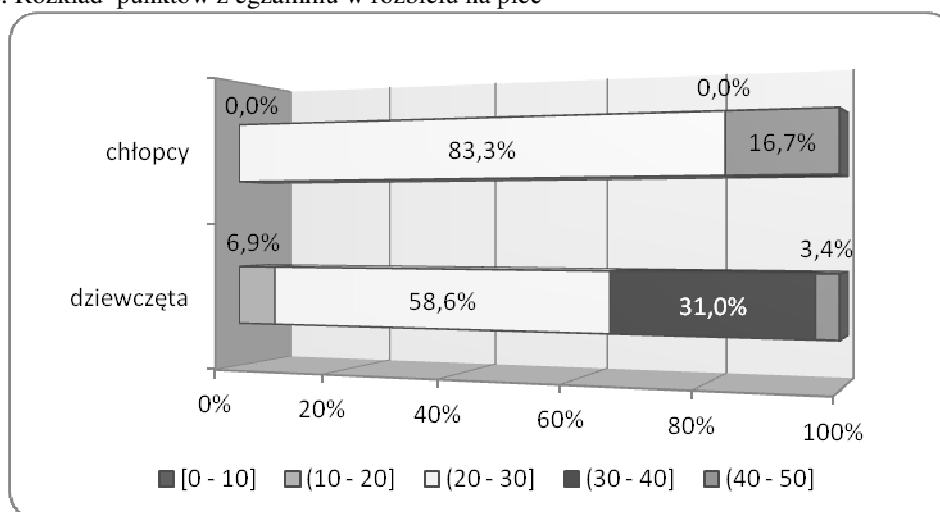
Czwarta część badanych uczniów miała wynik nie wyższy niż 25 (kwartył I), zaś 75% miała wynik nie wyższy niż 32 pkt (kwartył 3). Próbkę charakteryzowała dość duża zmienność – przeciętne odchylenie od średniej, mierzone odchyleniem standardowym, wynosiło około 6,28 pkt., co stanowi 21,90% średniej. Dodatni wynik kurtozy (0,39) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest bardziej wysmukły

<sup>1</sup> Sprawozdanie z egzaminu gimnazjalnego w 2010 roku [tab.59], OKE w Krakowie, Kraków, maj 2010 [w:] [http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku\\_1.pdf](http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku_1.pdf)

(mniej spłaszczony) niż rozkład normalny. Niewielka skośność dodatnia (0,47) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości wyższych.

Rozkład wyników egzaminu wydaje się być nieco inny u dziewcząt i u chłopców (rysunek 2). Wprawdzie u obu płci dominują wyniki średnie (20–30 pkt], jednak u chłopców ich udział jest większy. U dziewcząt więcej jest natomiast wyników wyższych (30-40 pkt, w ogóle nie występują u chłopców) oraz mniej najwyższych (40–50 pkt).

Rys.2. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć



Źródło: opracowanie własne

Podstawowe statystyki (tab.1) świadczą na korzyść dziewcząt: ich wyniki charakteryzują się wyższą średnią i medianą, przy równoczesnej mniejszej zmienności.

Tab.1. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć

| Płeć \ Wynik z egzaminu | średnia | mediana | odchylenie standardowe | współczynnik zmienności |
|-------------------------|---------|---------|------------------------|-------------------------|
| <b>dziewczęta</b>       | 28,93   | 29      | 6,05                   | 20,90%                  |
| <b>chłopcy</b>          | 27,50   | 25      | 7,84                   | 28,52%                  |

Źródło: opracowanie własne

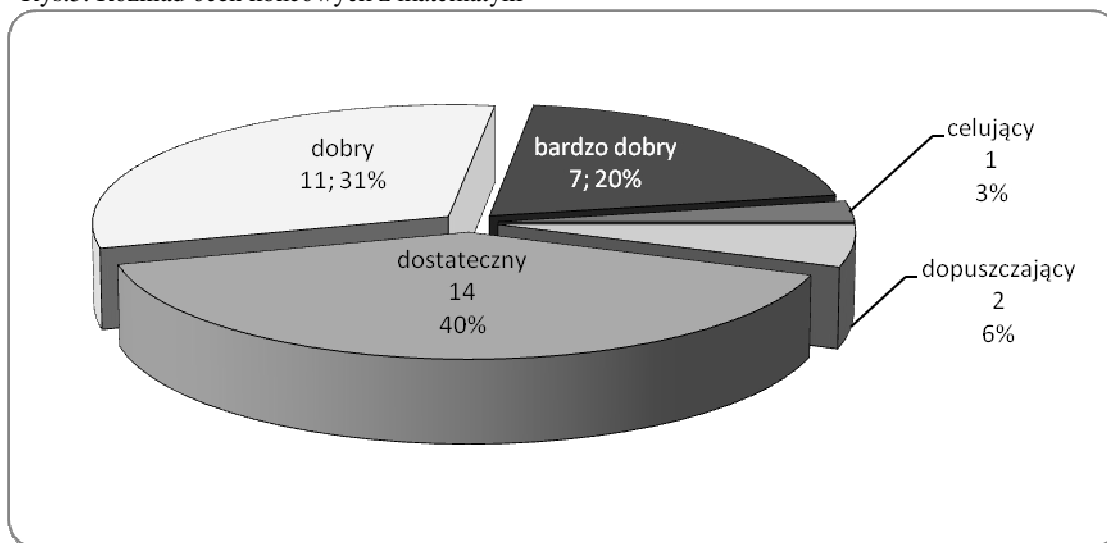
Aby sprawdzić podobieństwo rozkładów dla obu płci, zastosowano test  $t$  dla prób niezależnych. Można go było zastosować, gdyż rozkład był zgodny z rozkładem normalnym, co wykazano testem Kołmogorowa – Smirnowa ( $Z = 0,69, p=0,80, p \geq \alpha$ )<sup>2</sup>. Wstępnie sprawdzono równość wariancji

<sup>2</sup> W badaniach przyjęto poziom istotności  $\alpha = 0,05$ .

grupowych testem Levene'a, który dał wynik pozytywny ( $F=0,11$ ;  $p=0,74$ ,  $p \geq \alpha$ ). Następnie zastosowany test  $t$  dla prób niezależnych ( $t = 0,50$ ,  $p=0,62$ ,  $p \geq \alpha$ ) wykazał, iż nie ma istotnej różnicy między średnimi wynikami z egzaminu chłopców i dziewcząt.

Uczniowie należący do badanej grupy najczęściej kończyli gimnazjum z oceną z matematyki dostateczną (14 osób, 40,00%) oraz dobrą (11 osób, 31,43%), co widać na rysunku 3.

Rys.3. Rozkład ocen końcowych z matematyki

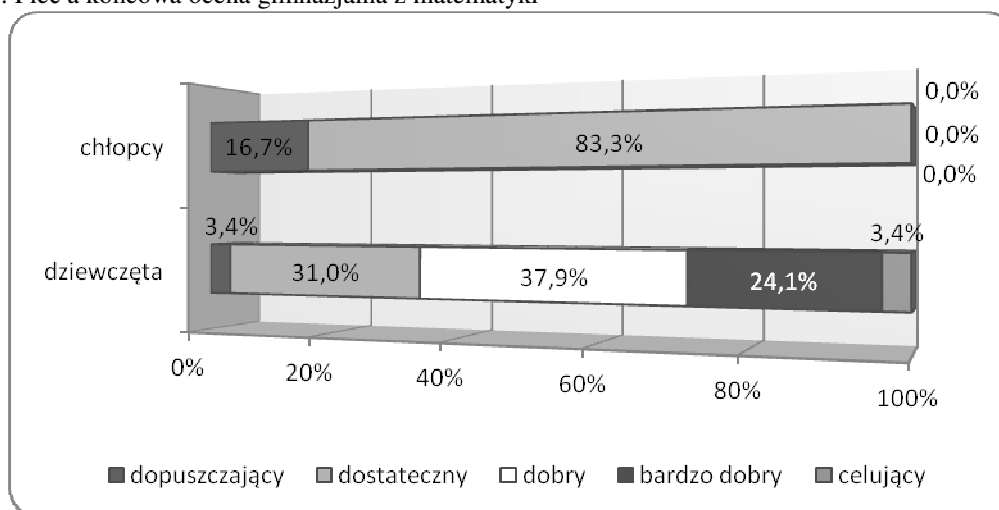


Źródło: opracowanie własne

W badanej grupie średnia ocen wyniosła 3,74, zaś wartość środkowa (mediana) 4. Z uwagi na małą liczbę wariantów cenniejszą informację niż kwartyle podaje nam średnia i odchylenie, które tu wyniosło ok. 0,95 stopnia. Oznacza to, że oceny końcowe uczniów różniły się od średniej 3,74 przeciętnie o 0,95 stopnia, co stanowi 25,38% średniej. Te statystyki potwierdzają obserwacje z wykresu: próba nie jest skupiona wokół jednej oceny, lecz jest zróżnicowana, ma dużą zmienność. Ujemny wynik kurtozy (-0,43) potwierdza wcześniejszą uwagę o małym skupieniu wokół średniej. Niewielka na tle wyników skośność dodatnia (0,34) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości wyższych.

Rozkład ocen końcowych z matematyki wydaje się być inny u dziewcząt i u chłopców (rys. 4). Wśród chłopców występowały tylko oceny dopuszczające i dostateczne, ze znaczną przewagą tych drugich. U dziewcząt zaś występuje cały zakres ocen, z mniej więcej równomiernym rozkładem „trójek”, „czwórek” i „piątek”.

Rys.4. Płeć a końcowa ocena gimnazjalna z matematyki



Źródło: opracowanie własne

Odmienność rozkładów potwierdzają również podstawowe statystyki (tab.1). Zarówno średnia, jak i mediana wyników były wyższe u dziewcząt, ale z kolei występuje u nich większa zmienność.

Tab.2. Rozkład ocen końcowych z matematyki w rozbiciu na płeć

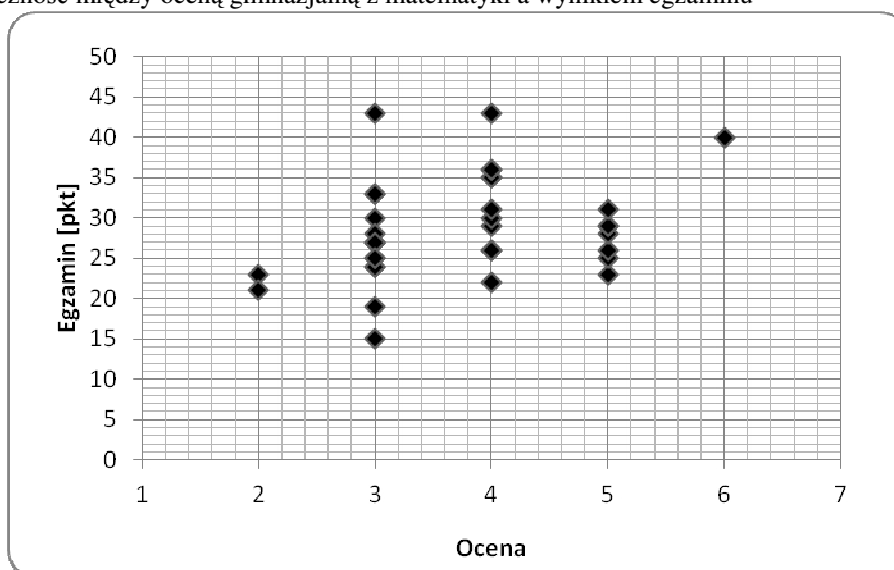
| Płeć \ Ocena końcowa | średnia | mediana | odchylenie standardowe | współczynnik zmienności |
|----------------------|---------|---------|------------------------|-------------------------|
| <b>dziewczeta</b>    | 3,93    | 4       | 0,92                   | 23,48%                  |
| <b>chłopcy</b>       | 2,83    | 3       | 0,41                   | 14,41%                  |

Źródło: opracowanie własne

Podobieństwo rozkładów sprawdzono ostatecznie testem U Manna-Whitneya, z uwagi na skalę porządkową. Uzyskany wynik ( $U = 28,00$ ;  $p=0,01$ ,  $p \leq \alpha$ ) pozwolił na odrzucenie tezy, iż gimnazjalne oceny końcowe z matematyki dziewcząt i chłopców są podobne.

Zależność między wynikiem z egzaminu a oceną końcową z gimnazjum najlepiej oceniać interpretując wykres rozrzutu (rys.5).

Rys.5. Zależność między oceną gimnazjalną z matematyki a wynikiem egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Wskazuje on na słabą zależność między oceną końcową z gimnazjum a wynikiem z egzaminu gimnazjalnego. Interpretację tą potwierdza współczynnik korelacji Spearmana (0,32).



## **2. Zasady realizacji zajęć**

### **2.1. Cele realizacji zajęć**

Głównym celem realizacji zajęć w ramach *Koła zajęć wyrównawczych* jest podniesienie kompetencji matematycznych uczniów rozpoczynających naukę w klasie pierwszej w roku szkolnym 2010/2011.

Cele szczegółowe:

- Wyposażenie uczniów w wiadomości i umiejętności matematyczne potrzebne do zdania egzaminu maturalnego
- Uświadomienie uczniom roli matematyki w otaczającym nas świecie
- Wyrabianie umiejętności wyszukiwania informacji i korzystania z nich
- Kształcenie umiejętności logicznego rozumowania i wyciągania wniosków

### **2.2. Założenia programowe**

#### **2.2.1. Organizacja zajęć**

Zajęcia powinny odbywać się z częstotliwością 1–3 godzin w tygodniu. Jedno spotkanie nie może jednak trwać dłużej niż 2 jednostki lekcyjne. Najbardziej optymalną liczbą osób w grupie jest 15. Każdy uczeń (jeśli chce) może siedzieć osobno w ławce. Zaplanowane konsultacje dają możliwość indywidualizacji w procesie podnoszenia kompetencji matematycznych uczniów.

#### **2.2.2. Omówienie niezbędnych pomocy naukowych**

- Zbiory zadań z matematyki
- Zbiory arkuszy maturalnych
- Tablice wzorów matematycznych
- Przyrządy geometryczne (linijka, ekierka, cyrkiel)
- Modele brył geometrycznych
- Komputer i Internet

#### **2.2.3. Procedury osiągnięcia celów**

Należy stworzyć uczniom warunki sprzyjające atmosferze uczenia się, tym bardziej, że są to zajęcia, na które uczniowie przychodzą dobrowolnie. Matematyka uczy logicznego myślenia i precyzyjnego wysławiania się, ułatwia komunikowanie się i właściwe wyciąganie wniosków. Stosowanie przykładów zaczerpniętych z życia codziennego oraz diagramów, wykresów, tabel i danych z gazet, Internetu czy banków pozwoli doskonalić umiejętność czytania tekstu matematycznego, interpretowania zawartych w nim informacji oraz budowania modeli matematycznych służących do rozwiązywania problemów praktycznych.

Pozwoli to również dostrzec matematykę i jej rolę w otaczającym świecie. Najczęściej stosowane metody pracy to praca własna ucznia oraz praca w grupach. Nauczyciel pełni głównie rolę doradczą oraz służy pomocą tłumacząc niezrozumiałe zagadnienia i zadania. Uczeń sam decyduje ile zadań danego typu musi rozwiązać, sam ustala swoje tempo pracy. Pracując w ten sposób uczeń nie nudzi się rozwiązując dużo łatwych zadań i nie zniechęca się nienadążaniem za grupą ze zrozumieniem omawianych treści.

### 2.3. Szczegółowe treści kształcenia

#### Liczby i ich zbiory

- |  |   |
|--|---|
| 1. Działania na liczbach rzeczywistych.          | 4 |
| 2. Wartość bezwzględna liczby.                   | 2 |
| 3. Wzory skróconego mnożenia i ich zastosowanie. | 3 |
| 4. Obliczenia procentowe, zadania praktyczne.    | 3 |
| 5. Zadania powtórzeniowe z całego działu.        | 1 |

#### Funkcje i ich własności.

- |  |   |
|--|---|
| 1. Określanie własności funkcji danej wzorem.      | 5 |
| 2. Odczytywanie własności funkcji z wykresu.       | 2 |
| 3. Przekształcenia geometryczne wykresów funkcji.  | 2 |
| 4. Funkcja liniowa. Podstawowe własności i wykres. | 2 |
| 5. Równania i nierówności liniowe.                 | 2 |
| 6. Układy równań liniowych.                        | 3 |
| 7. Zadania powtórzeniowe z całego działu.          | 1 |

#### Funkcje trygonometryczne

- |   |   |
|---|---|
| 1. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego.                                       | 1 |
| 2. Zastosowanie funkcji trygonometrycznych w zadaniach z geometrii.             | 2 |
| 3. Zastosowanie związków między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.  | 2 |
| 4. Przekształcanie wyrażeń trygonometrycznych i dowodzenie prostych tożsamości. | 2 |

Elementy logiki i nauki o zbiorach.

1. Ocena i negacja zdań logicznych. Zdania złożone. 1
2. Działania na zbiorach. 1
3. Działania na przedziałach. 1

Wielomiany i wyrażenia wymierne.

1. Zadania na zastosowanie własności funkcji liniowej i kwadratowej. 3
2. Zadania optymalizacyjne. 3
3. Równania i nierówności kwadratowe. 2
4. Zadania powtórzeniowe z zakresu funkcji kwadratowej, w tym zadania tekstowe. 4
5. Rozkład wielomianu na czynniki. 2
6. Równania wyższych stopni. Sposoby rozwiązywania. 2
7. Działania na wyrażeniach wymiernych. 2
8. Proste równania wymierne. 2
9. Proste nierówności wymierne. 2
11. Zadania powtórzeniowe. 1

Ciągi

1. Zadania na zastosowanie ogólnych wiadomości o ciągach. 2
2. Zadania z ciągiem arytmetycznym. 3
3. Zadania z ciągiem geometrycznym. 3
4. Zadania łączące własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego. 3
5. Zadania powtórzeniowe. 1

Geometria płaszczyzny

1. Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do Twierdzenia Pitagorasa. Zastosowania. 2
2. Zadania na zastosowanie własności trójkątów. 4
3. Trójkąty przystające. 2
4. Kąty w kole. 1
5. Zadania na zastosowanie własności czworokątów. 2
6. Okrąg opisany na trójkącie i okrąg wpisany w trójkąt. 2

|                                |   |
|--------------------------------|---|
| 7. Pole trójkąta i czworokąta. | 4 |
| 6. Podobieństwo trójkątów.     | 2 |
| 7. Twierdzenie Talesa.         | 2 |

#### Figury geometryczne w przestrzeni

|                    |   |
|--------------------|---|
| 1. Ostrosłupy.     | 3 |
| 2. Graniastosłupy. | 3 |

#### Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna.

|   |   |
|---|---|
| 1. Działania na potęgach o wykładnikach wymiernych. | 2 |
| 2. Proste równania i nierówności wykładnicze.       | 2 |
| 3. Zastosowanie własności logarytmów.               | 3 |
| 4. Zadania powtórzeniowe.                           | 1 |

#### Rachunek prawdopodobieństwa i elementy statystyki opisowej.

|   |   |
|---|---|
| 1. Kombinatoryka.   | 3 |
| 2. Zastosowanie klasycznej definicji prawdopodobieństwa.    | 3 |
| 3. Odczytywanie i przetwarzanie danych z diagramów i tabel. | 2 |

### 3. Zalecane metody pracy to:

- podające ( wykład, pogadanka, opis);
- metoda przypadków;
- metoda problemowa;
- nauczanie programowe;
- ćwiczenia przedmiotowe;
- problemowe (metody aktywizujące)

Wykład polega na bezpośrednim lub pośrednim przekazywaniu wiedzy określonej grupie odbiorców. Aktywność uczestnika wykładu wymaga od niego dużego wysiłku i znacznej dojrzałości umysłowej. Dlatego też należy go odpowiednio w szkołach średnich stosować i ograniczać. Typowe dla wykładu elementy to przekazanie informacji w sposób

systematyczny i logicznie konsekwentny. Nauczyciel powinien treść wykładu wiązać umiejętnie z życiem, dobierać trafne i interesujące przykłady, starannie się wysławiać. Pogadanka polega na rozmowie nauczyciela z uczniami, przy czym nauczyciel jest w tej rozmowie osobą kierującą. Zmierzając do osiągnięcia zaplanowanego celu stawia uczniom pytania, na które oni z kolei udzielają odpowiedzi. Pogadanka może służyć przygotowaniu uczniów do pracy na lekcji, zaznajamianiu ich z nowym materiałem, systematyzowaniu i utrwalaniu wiadomości.

Opis jest najprostszym sposobem zaznajamiania uczniów z nieznanymi im bliżej osobami, rzeczami, zjawiskami itp. Zalecany jest zarówno wtedy, gdy nie ma możliwości zastosowania odpowiedniego pokazu, jak i przede wszystkim wtedy, gdy opisowi towarzyszy pokazywanie opisywanych przedmiotów lub ich modeli czy rysunków.

Metoda przypadków polega na rozpatrzeniu przez małą grupę uczniów opisu jakiegoś przypadku, możliwych rozwiązań. Po otrzymaniu opisu, rozwiązań wraz z kilkoma pytaniami, na które należy odpowiedzieć, uczniowie sami formułują dalsze pytania wyjaśniające ten przypadek, a nauczyciel udziela na nie odpowiedzi.

Metoda problemowa polega na wytworzeniu sytuacji problemowej, formułowaniu problemów, określaniu pomysłów ich rozwiązania, weryfikacji pomysłów rozwiązania oraz na porządkowaniu i stosowaniu uzyskanych wyników w nowych zadaniach o charakterze praktycznym lub teoretycznym. Jej cechą charakterystyczną jest dominacja uczenia się nad nauczaniem. Wzbudza ona wiarę ucznia w siebie, utwierdza go w przekonaniu, że jest w stanie rozwiązywać coraz trudniejsze zadania.

Nauczanie programowane prowadzone być może z użyciem komputera lub podręcznika, zbioru zadań itp. Obecnie dostępnych jest wiele komputerowych programów dydaktycznych spełniających potrzebne warunki. Metody praktyczne ułatwiają uczniom bezpośrednie poznanie rzeczywistości oraz pozwalają na wykorzystanie posiadanej przez nich wiedzy w rozwiązywaniu problemów praktycznych. Do tej grupy zaliczyć można: pokaz, ćwiczenia przedmiotowe, ćwiczenia laboratoryjne, metodę projektów itp. Pokaz polega na demonstrowaniu uczniom naturalnych przedmiotów lub ich modeli, zjawisk, wydarzeń lub procesów i objaśnianiu ich istotnych cech.

Ćwiczenia przedmiotowe polegają na wielokrotnym wykonywaniu pewnych czynności dla nabycia wprawy i uzyskania coraz wyższej sprawności w działaniach intelektualnych i praktycznych. W nauczaniu matematyki pełnią rolę szczególną. Podczas ćwiczeń laboratoryjnych uczniowie samodzielnie przeprowadzają eksperymenty. Eksperymenty te pozwalają na formułowanie pewnych uogólnień, zilustrowanie wcześniej poznanych praw, zasad i reguł (tradycyjna metoda laboratoryjna) oraz ułatwiają uczniom przewidywanie nieznanych im jeszcze zjawisk i procesów (problemowa metoda laboratoryjna).

Metody aktywizujące to grupa metod, które uznać należy za najskuteczniejsze. Dzięki nim uczenie się ma charakter niekonwencjonalny, ciekawy i zajmujący. Zajęcia motywują ucznia do działania, twórczego myślenia i kreatywności. Dzięki nim uczeń ma wpływ na to, co na lekcji będzie się działo, jest jej współtwórcą, (tworzy się poczucie współodpowiedzialności). Metody te uczą przez działanie, tworzenie, współpracę i przeżywanie. Sednem metod aktywizujących może być powiedzenie Konfucjusza: „Powiedz, a zapomnę. Pokaż a zapamiętam. Pozwól wziąć udział a zrozumieć”. Metody te wymagają zaangażowania nauczyciela i uczniów.

#### **4. Ewaluacja**

**Ewaluacja w oświacie** to ocena przydatności i skuteczności podejmowanych działań dydaktycznych, wychowawczych i opiekuńczych w odniesieniu do założonych celów, służącą doskonaleniu tych działań (*Rozporządzenie MENiS z 23 kwietnia 2004*)

**Ewaluacja** odbywać się będzie w formie obserwacji postępów uczniów. Systematyczne prowadzenie ewaluacji pozwoli dostrzec wpływ przekazywanych treści na postawy, wiedzę, umiejętności uczniów, a zarazem stanowi podstawę planowania dalszej pracy

## **5. Literatura:**

Podstawa programowa – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 6 listopada 2003  
dz.u. 2003 r. 210 poz. 2041

Standardy egzaminacyjne

Informator o egzaminie maturalnym z matematyki – [www.cke.edu.pl](http://www.cke.edu.pl)

Poradnik metodyczny dla nauczyciela

