



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zespół Szkół Agropredsiębiorczości  
im. Mikołaja Kopernika  
w Rzeszowie

# Program działalności szkolnego koła zajęć wyrównawczych z matematyki



UNIwersytet  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE



Autorzy:  
dr Bernard Sozański  
mgr Ewa Syrylak

ISBN 978-83-7667-058-4

# 1. Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego

## SŁOWNICZEK UŻYTYCH NARZĘDZI:

Dla syntetycznego ujęcia wyników prowadzonych badań wykorzystano podstawowe miary statystyki opisowej:

- a) **średnia arytmetyczna** – wskazuje średnią wartość,
- b) **odchylenie standardowe** – obrazuje przeciętną różnicę między obserwacjami a ich średnią,
- c) **współczynnik zmienności** – opisuje przeciętną procentową różnicę między obserwacjami a ich średnią, wyrażona względem tej średniej,
- d) **kwartył I** – oznacza, że 25% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- e) **kwartył II** (inaczej **mediana** – wartość środkowa) oznacza, że 50% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- f) **kwartył III** – oznacza, że 75% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- g) **kurtoza** (właśc.. **współczynnik ekscesu**) – względna miara koncentracji i spłaszczenia rozkładu, określa rozmieszczenie i koncentrację wartości w pobliżu średniej (gdy wartość kurtozy jest równa 0 rozkład ma kształt normalny, gdy jest większa od 0 rozkład jest bardziej wysmukły niż normalny (większe skupienie wartości wokół średniej), natomiast wartość mniejsza od 0 rozkład jest mniej wysmukły niż normalny (większe spłaszczenie rozkładu)),
- h) **skośność** (**współczynnik skośności**) – miara asymetrii rozkładu (równa 0 dla rozkładu symetrycznego, dodatnia - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z prawej strony, ujemna - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z lewej strony)

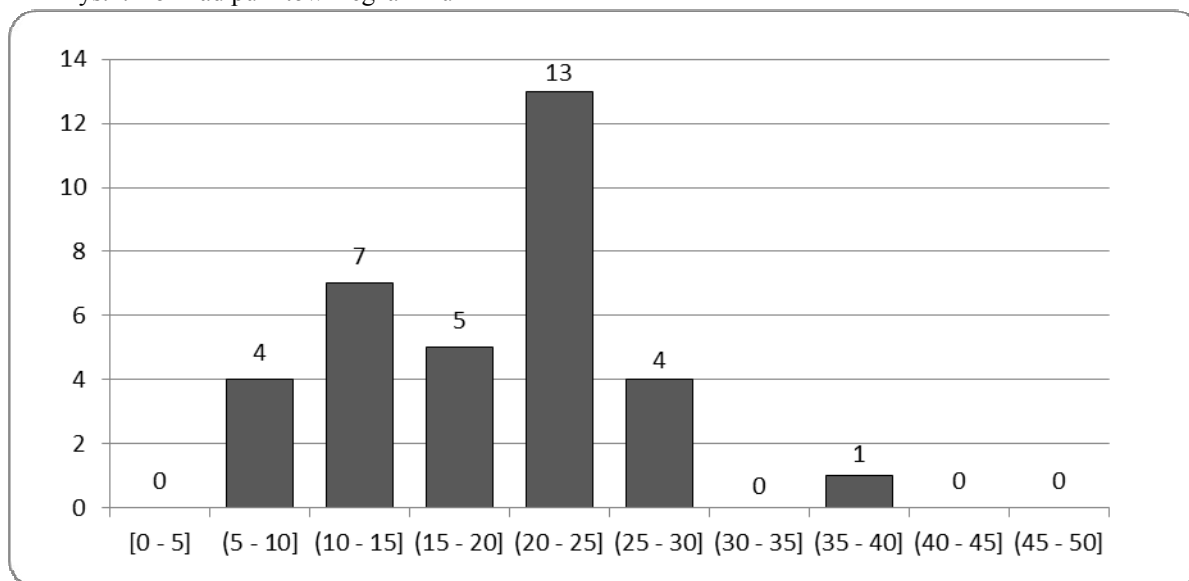
W celu zbadania zgodności badanego rozkładu z rozkładem normalnym wykorzystano **test Kołmogorowa – Smirnowa**, natomiast dla zweryfikowania hipotezy czy dwie niezależne próbki pochodzą z tej samej populacji (mają podobne rozkłady) wykorzystano **test t dla prób niezależnych** (w przypadku zgodności rozkładu wyników grupy z rozkładem normalnym) lub test **Manna – Whitneya** (w przypadku braku zgodności z rozkładem normalnym). Test t dla prób niezależnych został dodatkowo poprzedzony **testem Levene’a równości wariancji grupowych**. W każdym przypadku podano wartość  $p$ , czyli prawdopodobieństwo testowe; jeśli jest mniejsze od zadanego poziomu istotności  $\alpha$  (wynoszące w prowadzonych analizach 0,05), hipotezę  $H_0$  należy odrzucić.

Natomiast dla zbadania kierunku i siły zależności pomiędzy oceną z matematyki a wynikami egzaminu z części matematyczno – przyrodniczej wykorzystano **współczynnik korelacji rang Spearmana**, który wyraża siłę korelacji dwóch cech mierzonych na skali porządkowej.

Analizie poddano wyniki egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej w roku szkolnym 2009/2010 oraz oceny końcowe z matematyki 34 uczniów klas pierwszych ZS Agronomicznych w Rzeszowie, którzy złożyli aplikację do zajęć wyrównawczych w projekcie „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”. Większość badanych (19 osób, 55,88%) stanowiły dziewczęta.

Wynik egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej podawany był w punktach od 0 do 50. Rozkład tych wyników w badanej grupie zaprezentowano na rysunku 1.

Rys.1. Rozkład punktów z egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Z informacji przedstawionych na rysunku 1 wynika, że w badanej grupie najczęściej występowały wyniki z przedziału 20-25 pkt. Średni wynik egzaminu to 19,88 pkt, zaś wartość środkowa (mediana) to 21 pkt, co oznacza, że połowa badanych uczniów miała wynik egzaminu nie wyższy niż ten wynik.

W porównaniu ze średnią z województwa podkarpackiego <sup>1</sup> wynoszącą 23,82 pkt średni wynik tej grupy jest dużo niższy.

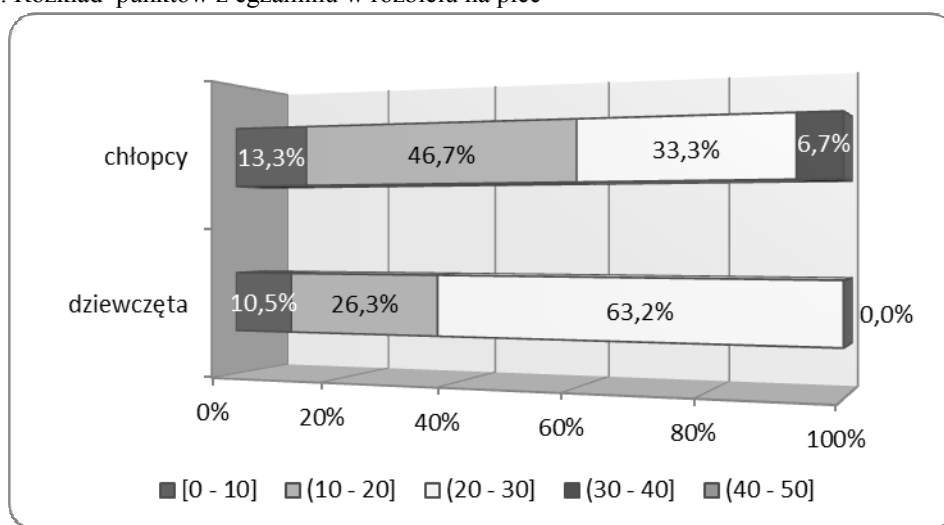
Czwarta część badanych uczniów miała wynik nie wyższy niż 15 (kwartył I), zaś 75% miała wynik nie wyższy niż 24 pkt (kwartył 3). Próbę charakteryzowała dość duża zmienność – przeciętne odchylenie od średniej, mierzone odchyleniem standardowym, wynosiło około 7,02 pkt., co stanowi 35,32% średniej. Dodatni wynik kurtozy (0,14) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest bardziej wysmukły

<sup>1</sup> Sprawozdanie z egzaminu gimnazjalnego w 2010 roku [tab.59], OKE w Krakowie, Kraków, maj 2010 [w:] [http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku\\_1.pdf](http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku_1.pdf)

(mniej spłaszczony) niż rozkład normalny. Niewielka skośność ujemna (-0,14) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości niższych.

Rozkład wyników egzaminu był nieco inny u dziewcząt niż u chłopców (rysunek 2). Wśród chłopców przeważały wyniki niższe (10-20 pkt], stanowiące 46,67%. U dziewcząt zaś dominowały wyniki średnie (20-30 pkt], stanowiące 63,16%. Równocześnie jednak jeden z chłopców (stanowiący 6,67%) miał wynik przewyższający 30 pkt, którego nie osiągnęła żadna z dziewcząt.

Rys.2. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć



Źródło: opracowanie własne

O odmienności rozkładów nie rozstrzygają podstawowe statystyki (tab.1). Średnie są porównywalne, mediana wyższa u dziewcząt, zaś miary zmienności większe u chłopców.

Tab.1. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć

Płeć \ Wynik z egzaminu	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczeta	20,21	22	6,33	31,32%
chłopcy	19,47	20	8,03	41,23%

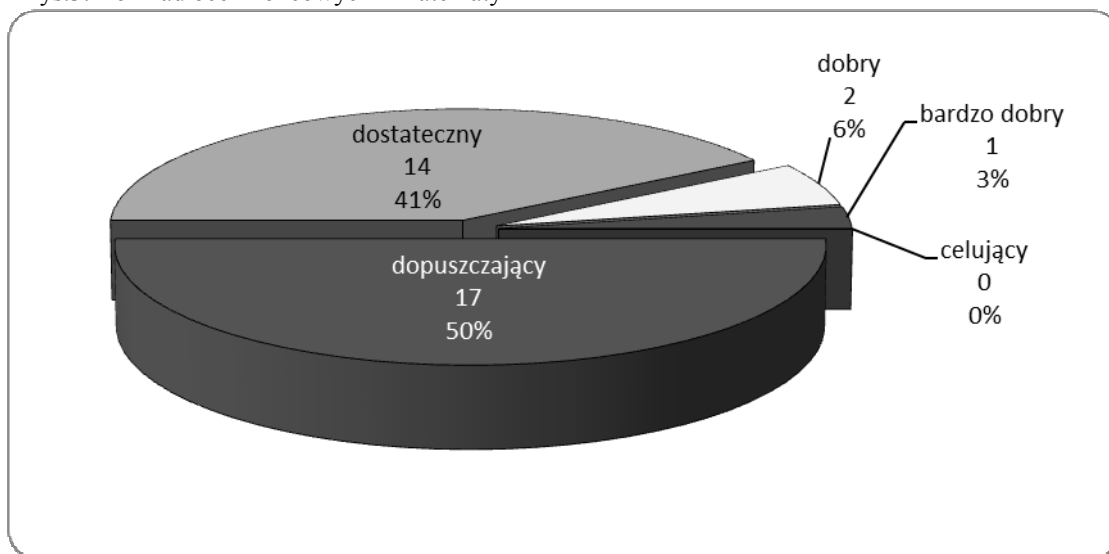
Źródło: opracowanie własne

Aby sprawdzić podobieństwo rozkładów dla obu płci, zastosowano test *t* dla prób niezależnych. Można go było zastosować, gdyż rozkład był zgodny z rozkładem normalnym, co wykazano testem

Kołmogorowa – Smirnowa ( $Z = 0,90, p=0,40, p \geq \alpha$ )<sup>2</sup>. Wstępnie sprawdzono równość wariancji grupowych testem Levene’a, który dał wynik pozytywny ( $F=1,54; p=0,22, p \geq \alpha$ ). Następnie zastosowany test  $t$  dla prób niezależnych ( $t = 0,30, p=0,76, p \geq \alpha$ ) wykazał, iż nie ma istotnej różnicy między średnimi wynikami z egzaminu chłopców i dziewcząt.

Uczniowie należący do badanej grupy najczęściej kończyli gimnazjum z oceną z matematyki dopuszczającą (17 osób, 50,00%) oraz dostateczną (14 osób, 41,18%), co widać na rysunku 3.

Rys.3. Rozkład ocen końcowych z matematyki



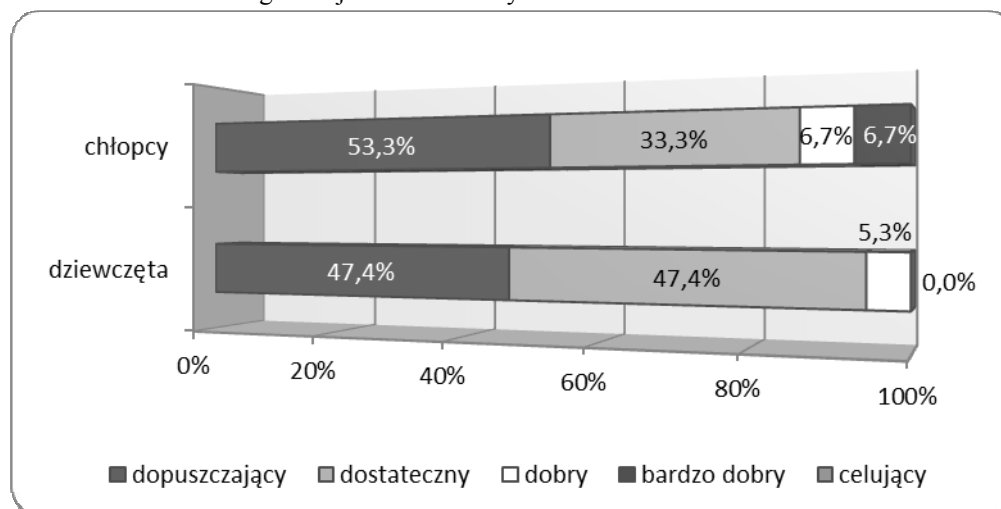
Źródło: opracowanie własne

W badanej grupie średnia ocen wyniosła 2,62, zaś wartość środkowa (mediana) 2,5. Z uwagi na małą liczbę wariantów cenniejszą informację niż kwartyle podaje nam średnia i odchylenie, które tu wyniosło ok. 0,74 stopnia. Oznacza to, że oceny końcowe uczniów różniły się od średniej 2,62 przeciętnie o 0,74 stopnia, co stanowi 28,24% średniej. Te statystyki potwierdzają obserwacje z wykresu: próba nie jest skupiona wokół jednej oceny, lecz jest zróżnicowana, ma dużą zmienność. Dodatni wynik kurtozy (1,86) potwierdza wcześniejszą uwagę o małym skupieniu wokół średniej. Znaczna skośność dodatnia (1,24) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości wyższych.

Rozkład ocen końcowych z matematyki wydaje się być nieco inny u obu płci (rys. 4). Znaczącą różnicę stwarza 1 chłopiec (na 15-stu), który miał na świadectwie z matematyki „piątkę” – tej oceny nie miała żadna z dziewcząt.

<sup>2</sup> W badaniach przyjęto poziom istotności  $\alpha = 0,05$ .

Rys.4. Płeć a końcowa ocena gimnazjalna z matematyki



Źródło: opracowanie własne

O odmienności rozkładów nie rozstrzygają podstawowe statystyki (tab.2). Podobnie jak w przypadku wyników z egzaminu, średnie są porównywalne, mediana wyższa u dziewcząt, zaś miary zmienności większe u chłopców.

Tab.2. Rozkład ocen końcowych z matematyki w rozbiciu na płeć

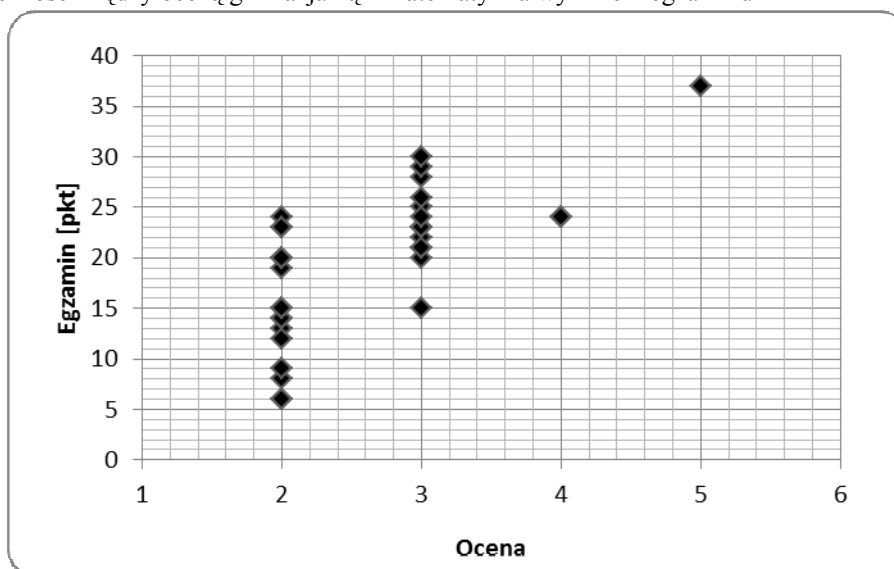
Płeć \ Ocena końcowa	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczęta	2,58	3	0,61	23,54%
chłopcy	2,67	2	0,90	33,74%

Źródło: opracowanie własne

Podobieństwo rozkładów sprawdzono ostatecznie testem U Manna – Whitneya, z uwagi na skalę porządkową. Uzyskany wynik ( $U = 141,00$ ;  $p=0,95$ ,  $p \geq \alpha$ ) pozwolił na przyjęcie tezy, iż gimnazjalne oceny końcowe z matematyki dziewcząt i chłopców są podobne.

Zależność między wynikiem z egzaminu a oceną końcową z gimnazjum najlepiej oceniać interpretując wykres rozrzutu (rys.5).

Rys.5. Zależność między oceną gimnazjalną z matematyki a wynikiem egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Wskazuje on na widoczną, dość silną zależność dodatnią między oceną końcową z gimnazjum a wynikiem z egzaminu gimnazjalnego. Dodatni znak oznacza że „dobrzy” uczniowie, mający wyższe oceny końcowe z gimnazjum, z reguły uzyskiwali dobry wynik z egzaminu. Interpretację tą potwierdza współczynnik korelacji Spearmana (0,72).



## **2. Zasady realizacji zajęć**

### **2.1. Cele realizacji zajęć**

Głównym celem realizacji zajęć w ramach *Koła zajęć wyrównawczych* jest podniesienie kompetencji matematycznych uczniów rozpoczynających naukę w klasie pierwszej w roku szkolnym 2010/2011.

Cele szczegółowe:

- wykształcenie umiejętności wykonywania działań i obliczeń,
- wyrównywanie braków w zakresie umiejętności i wiadomości objętych programem nauczania,
- rozwijanie sprawności operowania najprostszymi obiektami abstrakcyjnymi takimi jak: liczby, zmienne, wyrażenia algebraiczne, funkcje, zbiory,
- przyrost wiedzy i umiejętności, zgodnie ze indywidualnymi potrzebami i możliwościami ucznia,
- uczeń jest w stanie sprostać wymaganiom kolejnego etapu kształcenia.

### **2.2. Założenia programowe**

#### **2.2.1. Organizacja zajęć**

- liczba uczniów w grupie: pięć osób
- częstotliwość: dwa razy w tygodniu
- ilość godzin na spotkanie: jedna godzina
- możliwość indywidualnych konsultacji

#### **2.2.2. Omówienie niezbędnych pomocy naukowy**

kalkulatory, tablice matematyczne, zbiór zadań, ćwiczenia, zeszyty, przyrządy geometryczne, długopisy, ołówki, komputery, programy komputerowe,

#### **2.2.3. Procedury osiągnięcia celów**

- właściwa organizacja zajęć,
- podmiotowe traktowanie ucznia,
- stosowanie wszystkich zasad nauczania ze szczególnym uwzględnieniem indywidualizacji,
- uatrakcyjnianie zajęć poprzez stosowanie różnorodnych form i metod pracy,
- wykorzystanie nowoczesnych narzędzi wspomagających rozwiązywanie problemów (kalkulatory, komputery,...),

- kształtowanie postawy dialogu i dyskusji,
- wyrabianie systematyczności w pracy,
- monitorowanie obecności i postępów w nauce uczniów,
- współpraca z innymi nauczycielami matematyki w celu wypracowania wspólnych form pracy osiągnięcia założonych celów edukacyjnych.

### 2.3. Szczegółowe treści kształcenia

#### Tematyka zajęć w klasie I

##### A. Elementy logiki i nauki o zbiorach

- budowanie zdań,
- twierdzenia, dowodzenie twierdzeń,
- zbiory i działania na zbiorach,
- przedziały liczbowe.

##### B. Liczby i działania

- obliczenia,
- procenty,
- potęgi,
- pierwiastki,
- potęgi o wykładnikach wymiernych,

##### C. Funkcje i ich własności

- pojęcie funkcji i sposoby jej określenia,
- odczytywanie własności funkcji z wykresu,
- funkcja liniowa - jej własności, wykres,
- własności funkcji kwadratowej.

##### D. Figury geometryczne

- trójkąty,
- czworokąty,
- wielokąty,
- wielokąty foremne,
- koła i okręgi,
- okręgi i proste.

##### E. Funkcje trygonometryczne

- funkcje trygonometryczne w trójkącie prostokątnym,

- b) zastosowania trygonometrii,
- c) wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  i  $60^\circ$ ,
- d) związki między funkcjami trygonometrycznymi.

### **Tematyka zajęć w klasie II**

#### **A. Wielomiany**

- a) przykłady wielomianów,
- b) rozkład wielomianu na czynniki,
- c) równania wielomianowe.

#### **B. Geometria na płaszczyźnie**

- a) równanie prostej,
- b) figury w układzie współrzędnych.

#### **C. Ciągi**

- a) przykłady ciągów,
- b) ciągi arytmetyczne,
- c) ciągi geometryczne,
- d) procent składany.

#### **D. Funkcje wykładnicze i logarytmy**

- a) potęgi o wykładnikach rzeczywistych,
- b) logarytmy,
- c) własności logarytmów,
- d) funkcje wykładnicze,
- e) zastosowania funkcji wykładniczych i logarytmicznych.

#### **E. Wielokąty. Figury podobne**

- a) wielokąty wpisane w okrąg,
- b) wielokąty opisane na okręgu,
- c) wielokąty podobne,
- d) cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie Talesa,
- e) pola figur podobnych.

#### **F. Statystyka**

- a) średnia arytmetyczna, mediana, dominanta,
- b) średnia ważona,
- c) odchylenie standardowe.

## Tematyka zajęć w klasie III

### A. Wyrażenia wymierne

- a) przekształcanie wielomianów,
- b) wyrażenia wymierne,
- c) równania wymierne,
- d) hiperbola, przesuwanie hiperboli.

### B. Prawdopodobieństwo

- a) zdarzenia losowe,
- b) drzewka,
- c) własności prawdopodobieństwa,
- d) elementy kombinatoryki.

### C. Stereometria

- a) wielościany,
- b) wielościany foremne,
- c) kąty w wielościanach,
- d) pola powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów,
- e) pola powierzchni i objętości wielościanów,
- f) walec,
- g) stożek,
- h) kula.

## 3. Zalecane metody pracy

- podające ( wykład, pogadanka, opis);
- metoda przypadków;
- metoda problemowa;
- nauczanie programowe;
- ćwiczenia przedmiotowe;
- problemowe ( metody aktywizujące)

Wykład polega na bezpośrednim lub pośrednim przekazywaniu wiedzy określonej grupie odbiorców. Aktywność uczestnika wykładu wymaga od niego dużego wysiłku i znacznej dojrzałości umysłowej. Dlatego też należy go odpowiednio w szkołach średnich stosować i ograniczać. Typowe dla wykładu elementy to przekazanie informacji w sposób systematyczny

i logicznie konsekwentny. Nauczyciel powinien treść wykładu wiązać umiejętnie z życiem, dobierać trafne i interesujące przykłady, starannie się wysławiać. Pogadanka polega na rozmowie nauczyciela z uczniami, przy czym nauczyciel jest w tej rozmowie osobą kierującą. Zmierzając do osiągnięcia zaplanowanego celu stawia uczniom pytania, na które oni z kolei udzielają odpowiedzi. Pogadanka może służyć przygotowaniu uczniów do pracy na lekcji, zaznajamianiu ich z nowym materiałem, systematyzowaniu i utrwalaniu wiadomości.

Opis jest najprostszym sposobem zaznajamiania uczniów z nieznanymi im bliżej osobami, rzeczami, zjawiskami itp. Zalecany jest zarówno wtedy, gdy nie ma możliwości zastosowania odpowiedniego pokazu, jak i przede wszystkim wtedy, gdy opisowi towarzyszy pokazywanie opisywanych przedmiotów lub ich modeli czy rysunków.

Metoda przypadków polega na rozpatrzeniu przez małą grupę uczniów opisu jakiegoś przypadku, możliwych rozwiązań. Po otrzymaniu opisu, rozwiązań wraz z kilkoma pytaniami, na które należy odpowiedzieć, uczniowie sami formułują dalsze pytania wyjaśniające ten przypadek, a nauczyciel udziela na nie odpowiedzi.

Metoda problemowa polega na wytworzeniu sytuacji problemowej, formułowaniu problemów, określaniu pomysłów ich rozwiązania, weryfikacji pomysłów rozwiązania oraz na porządkowaniu i stosowaniu uzyskanych wyników w nowych zadaniach o charakterze praktycznym lub teoretycznym. Jej cechą charakterystyczną jest dominacja uczenia się nad nauczaniem. Wzbudza ona wiarę ucznia w siebie, utwierdza go w przekonaniu, że jest w stanie rozwiązywać coraz trudniejsze zadania.

Nauczanie programowane prowadzone być może z użyciem komputera lub podręcznika, zbioru zadań itp. Obecnie dostępnych jest wiele komputerowych programów dydaktycznych spełniających potrzebne warunki. Metody praktyczne ułatwiają uczniom bezpośrednie poznanie rzeczywistości oraz pozwalają na wykorzystanie posiadanej przez nich wiedzy w rozwiązywaniu problemów praktycznych. Do tej grupy zaliczyć można: pokaz, ćwiczenia przedmiotowe, ćwiczenia laboratoryjne, metodę projektów itp. Pokaz polega na demonstrowaniu uczniom naturalnych przedmiotów lub ich modeli, zjawisk, wydarzeń lub procesów i objaśnianiu ich istotnych cech.

Ćwiczenia przedmiotowe polegają na wielokrotnym wykonywaniu pewnych czynności dla nabycia wprawy i uzyskania coraz wyższej sprawności w działaniach

intelektualnych i praktycznych. W nauczaniu matematyki pełnią rolę szczególną. Podczas ćwiczeń laboratoryjnych uczniowie samodzielnie przeprowadzają eksperymenty. Eksperymenty te pozwalają na formułowanie pewnych uogólnień, zilustrowanie wcześniej poznanych praw, zasad i reguł (tradycyjna metoda laboratoryjna) oraz ułatwiają uczniom przewidywanie nieznanych im jeszcze zjawisk i procesów (problemowa metoda laboratoryjna).

Metody aktywizujące to grupa metod, które uznać należy za najskuteczniejsze. Dzięki nim uczenie się ma charakter niekonwencjonalny, ciekawy i zajmujący. Zajęcia motywują ucznia do działania, twórczego myślenia i kreatywności. Dzięki nim uczeń ma wpływ na to, co na lekcji będzie się działo, jest jej współtwórcą, (tworzy się poczucie współodpowiedzialności). Metody te uczą przez działanie, tworzenie, współpracę i przeżywanie. Sednem metod aktywizujących może być powiedzenie Konfucjusza: „ Powiedz, a zapomnę. Pokaż a zapamiętam. Pozwól wziąć udział a zrozumieć.” Metody te wymagają zaangażowania nauczyciela i uczniów.

## 4. Ewaluacja

**Ewaluacja w oświacie** to ocena przydatności i skuteczności podejmowanych działań dydaktycznych, wychowawczych i opiekuńczych w odniesieniu do założonych celów, służąca doskonaleniu tych działań (*Rozporządzenie MENiS z 23 kwietnia 2004*).

**Ewaluacja** odbywać się będzie w formie obserwacji postępów uczniów. Systematyczne prowadzenie ewaluacji pozwoli dostrzec wpływ przekazywanych treści na postawy, wiedzę, umiejętności uczniów, a zarazem stanowi podstawę planowania dalszej pracy.

## 5. Literatura:

Podstawa programowa – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 6 listopada 2003 Dz.U. 2003 r. 210 poz. 2041.

Standardy egzaminacyjne.

Informator o egzaminie maturalnym z matematyki – [www.cke.edu.pl](http://www.cke.edu.pl)

Poradnik metodyczny dla nauczyciela.