



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Liceum Ogólnokształcące
w Zespole Szkół
w Tychynie

Program działalności szkolnego koła zajęć wyrównawczych z matematyki



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE



Autorzy:

dr Bernard Sozański
mgr Agnieszka Najdecka

ISBN 978-83-7667-058-4

1. Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego

SŁOWNICZEK UŻYTYCH NARZĘDZI:

Dla syntetycznego ujęcia wyników prowadzonych badań wykorzystano podstawowe miary statystyki opisowej:

- a) **średnia arytmetyczna** – wskazuje średnią wartość,
- b) **odchylenie standardowe** – obrazuje przeciętną różnicę między obserwacjami a ich średnią,
- c) **współczynnik zmienności** – opisuje przeciętną procentową różnicę między obserwacjami a ich średnią, wyrażona względem tej średniej,
- d) **kwartył I** – oznacza, że 25% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- e) **kwartył II** (inaczej **mediana** – wartość środkowa) oznacza, że 50% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- f) **kwartył III** – oznacza, że 75% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- g) **kurtoza** (właśc.. **współczynnik ekscesu**) – względna miara koncentracji i spłaszczenia rozkładu, określa rozmieszczenie i koncentrację wartości w pobliżu średniej (gdy wartość kurtozy jest równa 0 rozkład ma kształt normalny, gdy jest większa od 0 rozkład jest bardziej wysmukły niż normalny (większe skupienie wartości wokół średniej), natomiast wartość mniejsza od 0 rozkład jest mniej wysmukły niż normalny (większe spłaszczenie rozkładu)),
- h) **skośność** (**współczynnik skośności**) – miara asymetrii rozkładu (równa 0 dla rozkładu symetrycznego, dodatnia - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z prawej strony, ujemna - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z lewej strony)

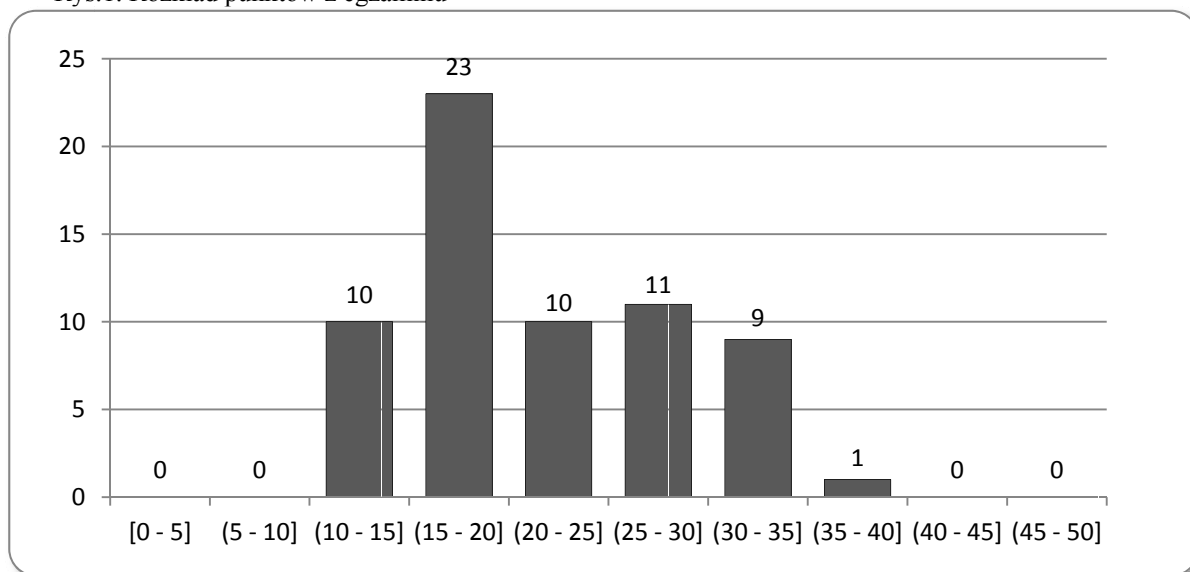
W celu zbadania zgodności badanego rozkładu z rozkładem normalnym wykorzystano **test Kołmogorowa – Smirnowa**, natomiast dla zweryfikowania hipotezy czy dwie niezależne próbki pochodzą z tej samej populacji (mają podobne rozkłady) wykorzystano **test t dla prób niezależnych** (w przypadku zgodności rozkładu wyników grupy z rozkładem normalnym) lub test **Manna – Whitneya** (w przypadku braku zgodności z rozkładem normalnym). Test t dla prób niezależnych został dodatkowo poprzedzony **testem Levene’a równości wariancji grupowych**. W każdym przypadku podano wartość p , czyli prawdopodobieństwo testowe; jeśli jest mniejsze od danego poziomu istotności α (wynoszące w prowadzonych analizach 0,05), hipotezę H_0 należy odrzucić.

Natomiast dla zbadania kierunku i siły zależności pomiędzy oceną z matematyki a wynikami egzaminu z części matematyczno – przyrodniczej wykorzystano **współczynnik korelacji rang Spearmana**, który wyraża siłę korelacji dwóch cech mierzonych na skali porządkowej.

Analizie poddano wyniki egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej w roku szkolnym 2009/2010 oraz oceny końcowe z matematyki 64 uczniów klas pierwszych LO w Zespole Szkół w Tyczynie, którzy złożyli aplikację do zajęć wyrównawczych w projekcie „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”. Większość badanych (36 osób, 56,25%) stanowiły dziewczęta.

Wynik egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej podawany był w punktach od 0 do 50. Rozkład tych wyników w badanej grupie zaprezentowano na rysunku 1.

Rys.1. Rozkład punktów z egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Z informacji przedstawionych na rysunku 1 wynika, że w badanej grupie najczęściej występowały wyniki z przedziału 15-20 pkt. Średni wynik grupy to 21,86 pkt, zaś wartość środkowa (mediana) 20 pkt, co oznacza, że połowa badanych uczniów miała wynik egzaminu nie wyższy niż ten wynik.

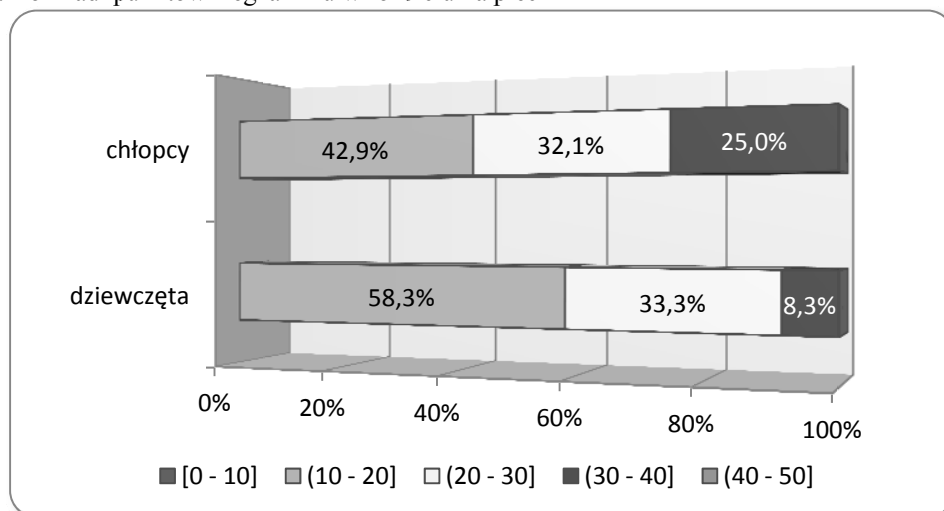
W porównaniu ze średnią z województwa podkarpackiego ¹ wynoszącą 23,82 pkt średni wynik tej grupy jest nieco niższy.

Czwarta część badanych uczniów miała wynik nie wyższy niż 16,75 (kwartył I), zaś 75% miała wynik nie wyższy niż 27 pkt (kwartył 3). Próbę charakteryzowała dość duża zmienność – przeciętne odchylenie od średniej, mierzone odchyleniem standardowym, wynosiło około 6,73 pkt., co stanowi 30,77% średniej. Ujemny wynik kurtozy (-0,82) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest mniej wysmukły (bardziej spłaszczony) niż rozkład normalny. Niewielka skośność dodatnia (0,33) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości wyższych.

¹ Sprawozdanie z egzaminu gimnazjalnego w 2010 roku [tab.59], OKE w Krakowie, Kraków, maj 2010 [w:] http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku_1.pdf

Rozkład wyników egzaminu był nieco inny u dziewcząt niż u chłopców (rysunek 2). U obu grup większość stanowiły wyniki niskie (10-20 pkt], jednak u dziewcząt ich odsetek był większy. Wśród chłopców zaś większy był udział wyników wysokich (30-40 pkt].

Rys.2. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć



Źródło: opracowanie własne

Odmienność rozkładów potwierdzają również podstawowe statystyki (tab.1). Zarówno średnia, jak i mediana wyników były wyższe u chłopców, przy porównywalnej zmienności.

Tab.1. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć

Płeć	Wynik z egzaminu			
	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczęta	20,75	19	6,32	30,44%
chłopcy	23,29	22	7,08	30,39%

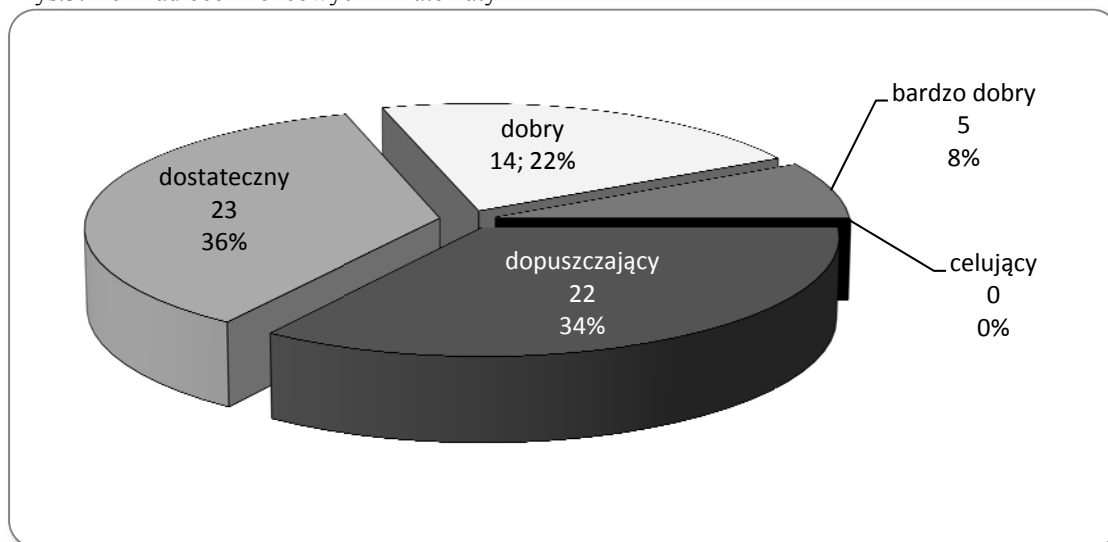
Źródło: opracowanie własne

Aby sprawdzić podobieństwo rozkładów dla obu płci, zastosowano test t dla prób niezależnych. Można go było zastosować, gdyż rozkład był zgodny z rozkładem normalnym, co wykazano testem Kołmogorowa – Smirnowa ($Z = 1,00, p=0,27, p \geq \alpha$)². Wstępnie sprawdzono równość wariancji grupowych testem Levene'a, który dał wynik pozytywny ($F=0,36; p=0,55, p \geq \alpha$). Następnie zastosowany test t dla prób niezależnych ($t = -1,51, p=0,14, p \geq \alpha$) wykazał, iż nie ma istotnej różnicy między średnimi wynikami z egzaminu chłopców i dziewcząt.

² W badaniach przyjęto poziom istotności $\alpha = 0,05$.

Uczniowie należący do badanej grupy najczęściej kończyli gimnazjum z oceną z matematyki dopuszczającą (22 osoby, 34,38%) oraz dostateczną (23 osoby, 35,94%), co widać na rysunku 3.

Rys.3. Rozkład ocen końcowych z matematyki

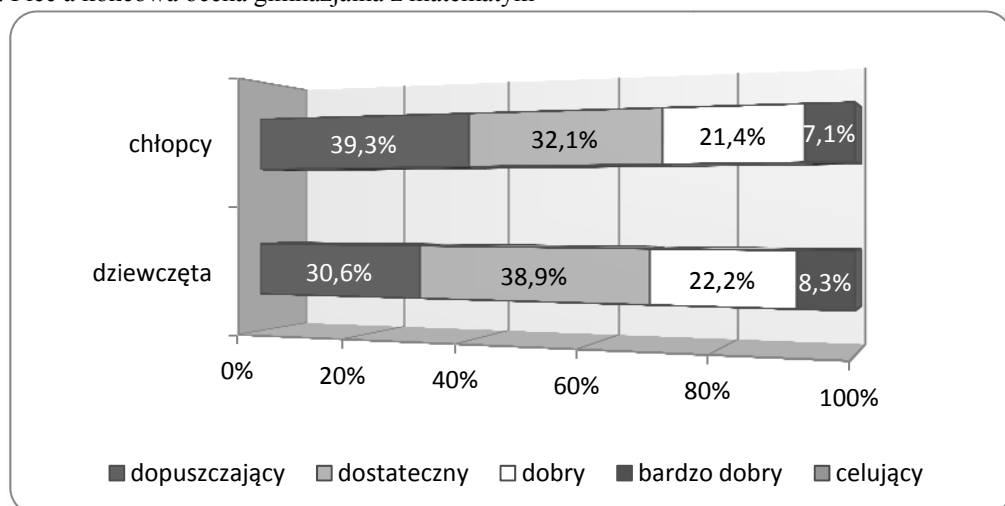


Źródło: opracowanie własne

W badanej grupie średnia ocen wyniosła 3,03, zaś wartość środkowa (mediana) 3. Z uwagi na małą liczbę wariantów cenniejszą informację niż kwartyle podaje nam średnia i odchylenie, które tu wyniosło ok. 0,94 stopnia. Oznacza to, że oceny końcowe uczniów różniły się od średniej 3,03 przeciętnie o 0,94 stopnia, co stanowi 31,09% średniej. Te statystyki potwierdzają obserwacje z wykresu: próba nie jest skupiona wokół jednej oceny, lecz jest zróżnicowana, ma dużą zmienność. Ujemny wynik kurtozy (-0,66) potwierdza wcześniejszą uwagę o małym skupieniu wokół średniej. Niewielka na tle wyników skośność dodatnia (0,52) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości wyższych.

Rozkład ocen końcowych z matematyki wydaje się być podobny u obu płci (rys. 4): udziały wszystkich ocen są porównywalne.

Rys.4. Płeć a końcowa ocena gimnazjalna z matematyki



Źródło: opracowanie własne

Potwierdzają to również podstawowe statystyki (tab.2) – wszystkie wartości są zbliżone, z niewielką przewagą dziewcząt co do średniej.

Tab.2. Rozkład ocen końcowych z matematyki w rozbiciu na płeć

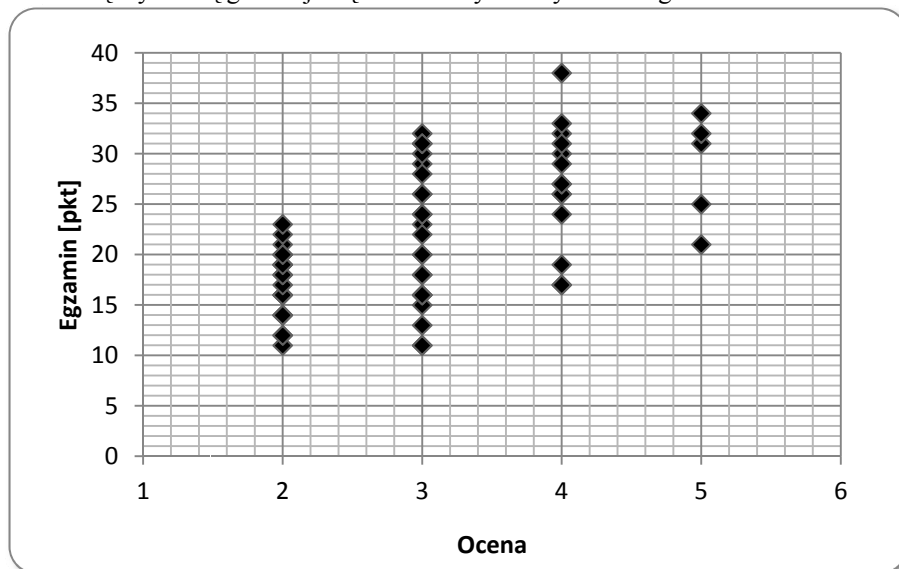
Płeć \ Ocena końcowa	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczęta	3,08	3	0,94	30,40%
chłopcy	2,96	3	0,96	32,44%

Źródło: opracowanie własne

Podobieństwo rozkładów sprawdzono ostatecznie testem U Manna – Whitneya, z uwagi na skalę porządkową. Uzyskany wynik ($U = 465,50$; $p=0,58$, $p \geq \alpha$) pozwolił na przyjęcie tezy, iż gimnazjalne oceny końcowe z matematyki dziewcząt i chłopców są podobne.

Zależność między wynikiem z egzaminu a oceną końcową z gimnazjum najlepiej oceniać interpretując wykres rozrzutu (rys.5).

Rys.5. Zależność między oceną gimnazjalną z matematyki a wynikiem egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Wskazuje on na widoczną, umiarkowaną zależność dodatnią między oceną końcową z gimnazjum a wynikiem z egzaminu gimnazjalnego. Dodatni znak oznacza że „dobrzy” uczniowie, mający wyższe oceny końcowe z gimnazjum, z reguły uzyskiwali dobry wynik z egzaminu. Interpretację tą potwierdza współczynnik korelacji Spearmana (0,59).

2. Zasady realizacji zajęć

2.1. Cele realizacji zajęć

Głównym celem realizacji zajęć w ramach *Koła zajęć wyrównawczych* jest podniesienie kompetencji matematycznych uczniów rozpoczynających naukę w klasie pierwszej w roku szkolnym 2010/2011.

Cele szczegółowe:

- rozwijanie umiejętności czytania ze zrozumieniem i interpretacji tekstów zawierających informacje podane w formie diagramów, tabel, wykresów
- kształcenie i rozwijanie umiejętności korzystania z urządzeń technicznych typu: kalkulator, komputer
- rozwijanie umiejętności myślenia abstrakcyjnego

2.2. Założenia programowe

2.2.1. Organizacja zajęć

Spotkania będą się odbywać co tydzień z każdą grupą. Będą one trwać 2 lub 3 godziny (tak, jak uwzględniono to w harmonogramie). Optymalne dla tego typu zajęć są grupy ok. 15-to osobowe. Praca w tak nielicznych grupach umożliwia dotarcie do każdego ucznia.

Omówienie niezbędnych pomocy naukowych

W trakcie zajęć będziemy korzystać z kalkulatorów, zbiorów zadań, przyrządów geometrycznych, brył geometrycznych, tablicy interaktywnej, komputerów, tablic matematycznych. Wykorzystywane będą zbiory zadań maturalnych.

2.2.2. Procedury osiągnięcia celów

Dzięki temu, że grupy są nieliczne, można uczniów traktować bardziej indywidualnie. Każdemu można poświęcić więcej czasu. Są sprzyjające warunki do zadawania pytań przez uczniów. Bardziej można zwrócić uwagę na problemy niezrozumiałe w trakcie lekcji, dodatkowo przećwiczyć i utrwalić poznane algorytmy. Można również przeznaczyć więcej czasu na analizę danych, odczytywanie informacji z gotowych wykresów oraz tworzenie własnych wykresów wykorzystując do tego komputer.

2.3. Szczegółowe treści kształcenia

1) Liczby rzeczywiste

- Zbiory liczbowe (Liczby naturalne . Liczby całkowite. Liczby wymierne, niewymierne, oś liczbowa)
- Przedziały liczbowe (określenie przedziałów: otwartego, domkniętego, lewostronnie domkniętego, prawostronnie domkniętego, nieograniczonego, zapis symboliczny przedziałów, działania na przedziałach)
- Działania na liczbach, kolejność wykonywania działań
- Procenty (obliczanie procentu danej liczby, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba; wyznaczanie liczby, gdy dany jest jej procent; zmniejszanie i zwiększanie liczby o dany procent; stosowanie obliczeń procentowych w zadaniach praktycznych)
- Potęgi (definicja potęgi o wykładniku naturalnym, definicja potęgi o wykładniku całkowitym ujemnym, twierdzenia o działaniach na potęgach)
- Pierwiastki (definicja pierwiastka kwadratowego z liczby nieujemnej, definicja pierwiastka trzeciego stopnia z liczby nieujemnej, definicja pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej, działania na pierwiastkach)
- Wartość bezwzględna (definicja wartości bezwzględnej, interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej, własności wartości bezwzględnej)
- Przybliżenia liczb (reguła zaokrąglania, przybliżanie z nadmiarem i z niedomiarem, błąd przybliżenia)
- Błąd bezwzględny i błąd względny (określenie i wyznaczanie)
- Logarytmy

2) Wyrażenia algebraiczne

- Wzory skróconego mnożenia(zastosowanie do przekształcania wyrażeń algebraicznych, usuwanie niewymierności z mianownika)
- Proporcja – zastosowanie do rozwiązywania zadań

3) Równania i nierówności

- Równania i nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą
- Układy równań liniowych (metoda algebraiczna, zastosowanie do rozwiązywania zadań tekstowych)

4) Funkcje

- Funkcja i jej własności (definicja funkcji, sposoby opisywania funkcji, dziedzina funkcji opisanej wzorem, definicja miejsca zerowego funkcji, definicje: funkcji rosnącej, malejącej, stałej, pojęcie monotoniczności funkcji, definicje: funkcji nierosnącej i niemalejącej, pojęcie funkcji przedziałami monotonicznej. Odczytywanie własności funkcji z wykresu: przekształcenia wykresów zbiorów wartości funkcji, interpretacja geometryczna miejsca zerowego funkcji, największa i najmniejsza wartość funkcji, znak wartości funkcji . Przesuwanie wykresu wzdłuż osi układu współrzędnych. . Przekształcanie wykresu przez symetrię względem osi układu współrzędnych. Rozwiązywanie zadań z kontekstem praktycznym.

5) Funkcja liniowa

- definicja funkcji liniowej, interpretacja geometryczna współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej , szkicowanie wykresów, własności funkcji liniowej, warunek prostopadłości i równoległości prostych. Interpretacja geometryczna układu oznaczonego, sprzecznego i nieoznaczonego. Zastosowanie funkcji liniowej do rozwiązywania zadań praktycznych

6) Funkcja kwadratowa

- wykres i własności funkcji $f(x) = ax^2$, gdzie $a \neq 0$; metoda otrzymywania wykresu funkcji $f(x) = a(x - p)^2 + q$; własności funkcji $f(x) = a(x - p)^2 + q$; postać ogólna funkcji kwadratowej; postać kanoniczna funkcji kwadratowej; współrzędne wierzchołka paraboli, rysowanie wykresu funkcji kwadratowej postaci $f(x) = ax^2 + bx + c$; wyróżnik trójmianu kwadratowego; równania i nierówności kwadratowe; układy równań prowadzące do równań kwadratowych; postać czynnikowa; wyznaczanie wartości najmniejszej i największej na przedziale

7) Wielomiany

- Dodawanie i odejmowanie, mnożenie wielomianów; rozkład wielomianu na czynniki: wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia: kwadratu sumy i różnicy oraz wzoru na różnicę kwadratów, twierdzenie o rozkładzie wielomianu na czynniki, metoda grupowania wyrazów; równania wielomianowe

8) Funkcje wymierne

- proporcjonalność odwrotna; wykres i własności oraz przesunięcia; działania na wyrażeniach wymiernych; równania wymierne; zastosowanie wyrażen wymiernych do rozwiązywania zadań

9) Funkcja wykładnicza

- definicja pierwiastka n -tego stopnia z liczby nieujemnej; definicja potęgi o wykładniku wymiernym liczby dodatniej; prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych; definicja funkcji wykładniczej i jej wykres; własności funkcji wykładniczej

10) Ciągi liczbowe

- Definicja i własności ciągów; Ciąg arytmetyczny; Ciąg geometryczny; Oprocentowanie wkładów

11) Funkcje trygonometryczne kąta ostrego

- Definicja funkcji trygonometrycznych, wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30° , 45° , 60° ; rozwiązywanie trójkątów prostokątnych; związki między f. trygonometrycznymi

12) Planimetria

- Kąty w trójkącie (klasyfikacja trójkątów; twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie)
- Okręgi i koła
- Trójkąty (trójkąty przystające, podobne, cechy przystawania, podobieństwa, zastosowanie do rozwiązywania zadań; trójkąty podobne; twierdzenie Pitagorasa i jego zastosowanie, wzory na pole trójkąta)
- Czworokąty, wielokąty (podobieństwo; zależność między polami i obwodami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa; wzory na pole równoległoboku, rombu, trapezu)
- Twierdzenie Talesa (zastosowanie do rozwiązywania zadań)

13) Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej

- Odległość punktów na płaszczyźnie, środek odcinka
- Proste na płaszczyźnie kartezjańskiej
- Równanie okręgu

14) Stereometria

- Kąty w przestrzeni
- Wielościany, Graniastosłupy, Ostrosłupy, Bryły obrotowe (Walce, Stożki, Kule) – obliczanie pól powierzchni i objętości

15) Elementy statystyki i rachunek prawdopodobieństwa

- Elementy statystyki opisowej (średnia arytmetyczna, mediana, dominanta, odchylenie standardowe, średnia ważona)
- Elementy kombinatoryki (zasada mnożenia, ilustracja zbioru wyników doświadczenia za pomocą drzewa; permutacje, kombinacje, wariacje – zastosowanie do rozwiązywania zadań)
- Elementy rachunku prawdopodobieństwa

16) Rozwiązywanie arkuszy maturalnych

3. Zalecane metody pracy to:

- wykład, pogadanka;
- metoda problemowa;
- nauczanie programowe;
- ćwiczenia przedmiotowe;
- metody aktywizujące.

Wykład polega na bezpośrednim lub pośrednim przekazywaniu wiedzy określonej grupie odbiorców. Aktywność uczestnika wykładu wymaga od niego dużego wysiłku i znacznej dojrzałości umysłowej. Dlatego też należy go odpowiednio w szkołach średnich stosować i ograniczać. Typowe dla wykładu elementy to przekazanie informacji w sposób systematyczny i logicznie konsekwentny. Nauczyciel powinien treść wykładu wiązać umiejętnie z życiem, dobierać trafne i interesujące przykłady, starannie się wysławiać.

Pogadanka polega na rozmowie nauczyciela z uczniami, przy czym nauczyciel jest w tej rozmowie osobą kierującą. Zmierzając do osiągnięcia zaplanowanego celu stawia uczniom pytania, na które oni z kolei udzielają odpowiedzi. Pogadanka może służyć przygotowaniu

uczniów do pracy na lekcji, zaznajamianiu ich z nowym materiałem, systematyzowaniu i utrwalaniu wiadomości.

Metoda problemowa polega na wytworzeniu sytuacji problemowej, formułowaniu problemów, określaniu pomysłów ich rozwiązania, weryfikacji pomysłów rozwiązania oraz na porządkowaniu i stosowaniu uzyskanych wyników w nowych zadaniach o charakterze praktycznym lub teoretycznym. Jej cechą charakterystyczną jest dominacja uczenia się nad nauczaniem. Wzbudza ona wiarę ucznia w siebie, utwierdza go w przekonaniu, że jest w stanie rozwiązywać coraz trudniejsze zadania.

Nauczanie programowane prowadzone być może z użyciem komputera lub podręcznika, zbioru zadań itp. Obecnie dostępnych jest wiele komputerowych programów dydaktycznych spełniających potrzebne warunki. Metody praktyczne ułatwiają uczniom bezpośrednie poznanie rzeczywistości oraz pozwalają na wykorzystanie posiadanej przez nich wiedzy w rozwiązywaniu problemów praktycznych. Do tej grupy zaliczyć można: pokaz, ćwiczenia przedmiotowe, ćwiczenia laboratoryjne, metodę projektów itp. Pokaz polega na demonstrowaniu uczniom naturalnych przedmiotów lub ich modeli, zjawisk, wydarzeń lub procesów i objaśnianiu ich istotnych cech.

Ćwiczenia przedmiotowe polegają na wielokrotnym wykonywaniu pewnych czynności dla nabycia wprawy i uzyskania coraz wyższej sprawności w działaniach intelektualnych i praktycznych. W nauczaniu matematyki pełnią rolę szczególną. Podczas ćwiczeń laboratoryjnych uczniowie samodzielnie przeprowadzają eksperymenty. Eksperymenty te pozwalają na formułowanie pewnych uogólnień, zilustrowanie wcześniej poznanych praw, zasad i reguł (tradycyjna metoda laboratoryjna) oraz ułatwiają uczniom przewidywanie nieznanymi im jeszcze zjawisk i procesów (problemowa metoda laboratoryjna).

Metody aktywizujące to grupa metod, które uznać należy za najskuteczniejsze. Dzięki nim uczenie się ma charakter niekonwencjonalny, ciekawy i zajmujący. Zajęcia motywują ucznia do działania, twórczego myślenia i kreatywności. Dzięki nim uczeń ma wpływ na to, co na lekcji będzie się działo, jest jej współtwórcą, (tworzy się poczucie współodpowiedzialności). Metody te uczą przez działanie, tworzenie, współpracę i przeżywanie. Sednem metod aktywizujących może być powiedzenie Konfucjusza: „ Powiedz, a zapomnę. Pokaż a zapamiętam. Pozwól wziąć udział a zrozumieć." Metody te wymagają zaangażowania nauczyciela i uczniów.

4. Ewaluacja

Ewaluacja w oświacie to ocena przydatności i skuteczności podejmowanych działań dydaktycznych, wychowawczych i opiekuńczych w odniesieniu do założonych celów, służąca doskonaleniu tych działań (*Rozporządzenie MENiS z 23 kwietnia 2004*).

Ewaluacja odbywać się będzie w formie obserwacji postępów uczniów. Systematyczne prowadzenie ewaluacji pozwoli dostrzec wpływ przekazywanych treści na postawy, wiedzę, umiejętności uczniów, a zarazem stanowi podstawę planowania dalszej pracy.

5. Literatura:

Podstawa programowa – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 6 listopada 2003 Dz.U. 2003 r. 210 poz. 2041.

Standardy egzaminacyjne.

Informator o egzaminie maturalnym z matematyki – www.cke.edu.pl

Poradnik metodyczny dla nauczyciela.