



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Liceum Ogólnokształcące  
im. Tadeusza Kościuszki  
w Lubaczowie

# Program działalności szkolnego koła zajęć wyrównawczych z matematyki



UNIwersytet  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE



Autorzy:

dr Bernard Sozański  
mgr Justyna Wit  
mgr Janina Roczniak  
mgr Katarzyna Wilczyńska  
mgr Dariusz Wilczyński

ISBN 978-83-7667-058-4

# 1. Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego

## SŁOWNICZEK UŻYTYCH NARZĘDZI:

Dla syntetycznego ujęcia wyników prowadzonych badań wykorzystano podstawowe miary statystyki opisowej:

- a) **średnia arytmetyczna** – wskazuje średnią wartość,
- b) **odchylenie standardowe** – obrazuje przeciętną różnicę między obserwacjami a ich średnią,
- c) **współczynnik zmienności** – opisuje przeciętną procentową różnicę między obserwacjami a ich średnią, wyrażona względem tej średniej,
- d) **kwartył I** – oznacza, że 25% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- e) **kwartył II** (inaczej **mediana** – wartość środkowa) oznacza, że 50% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- f) **kwartył III** – oznacza, że 75% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- g) **kurtoza** (właśc.. **współczynnik ekscesu**) – względna miara koncentracji i spłaszczenia rozkładu, określa rozmieszczenie i koncentrację wartości w pobliżu średniej (gdy wartość kurtozy jest równa 0 rozkład ma kształt normalny, gdy jest większa od 0 rozkład jest bardziej wysmukły niż normalny (większe skupienie wartości wokół średniej), natomiast wartość mniejsza od 0 rozkład jest mniej wysmukły niż normalny (większe spłaszczenie rozkładu)),
- h) **skośność** (**współczynnik skośności**) – miara asymetrii rozkładu (równa 0 dla rozkładu symetrycznego, dodatnia - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z prawej strony, ujemna - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z lewej strony)

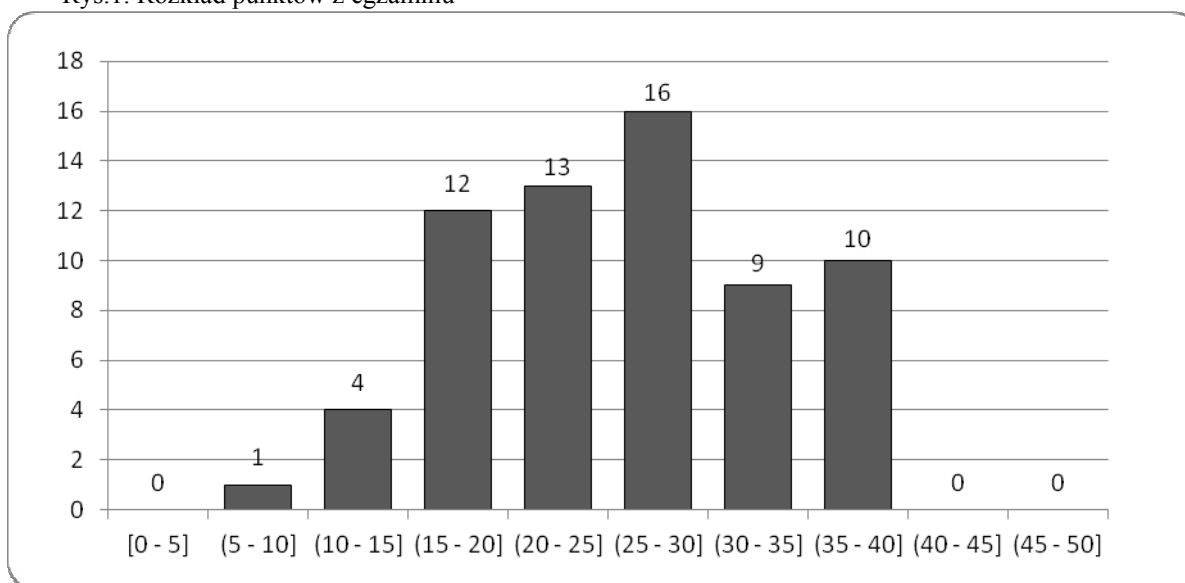
W celu zbadania zgodności badanego rozkładu z rozkładem normalnym wykorzystano **test Kolmogorowa – Smirnowa**, natomiast dla zweryfikowania hipotezy czy dwie niezależne próbki pochodzą z tej samej populacji (mają podobne rozkłady) wykorzystano **test t dla prób niezależnych** (w przypadku zgodności rozkładu wyników grupy z rozkładem normalnym) lub test **Manna – Whitneya** (w przypadku braku zgodności z rozkładem normalnym). Test t dla prób niezależnych został dodatkowo poprzedzony **testem Levene’a równości wariancji grupowych**. W każdym przypadku podano wartość  $p$ , czyli prawdopodobieństwo testowe; jeśli jest mniejsze od danego poziomu istotności  $\alpha$  (wynoszące w prowadzonych analizach 0,05), hipotezę  $H_0$  należy odrzucić.

Natomiast dla zbadania kierunku i siły zależności pomiędzy oceną z matematyki a wynikami egzaminu z części matematyczno – przyrodniczej wykorzystano **współczynnik korelacji rang Spearmana**, który wyraża siłę korelacji dwóch cech mierzonych na skali porządkowej.

Analizie poddano wyniki egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej w roku szkolnym 2009/2010 oraz oceny końcowe z matematyki 65-ciu uczniów klas pierwszych LO w Lubaczowie, którzy złożyli aplikację do zajęć wyrównawczych w projekcie „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”. Większość badanych (57 osób, 87,69%) stanowiły dziewczęta.

Wynik egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej podawany był w punktach od 0 do 50. Rozkład tych wyników w badanej grupie zaprezentowano na rysunku 1.

Rys.1. Rozkład punktów z egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Z informacji przedstawionych na rysunku 1 wynika, że w badanej grupie najczęściej występowały wyniki z przedziału 25-30 pkt. Do tego przedziału należą także średnia (25,98 pkt) oraz mediana (26 pkt), co oznacza że połowa badanych uczniów miała wynik egzaminu nie wyższy niż ten wynik.

W porównaniu ze średnią z województwa podkarpackiego <sup>1</sup> wynoszącą 23,82 pkt średni wynik tej grupy jest nieco wyższy.

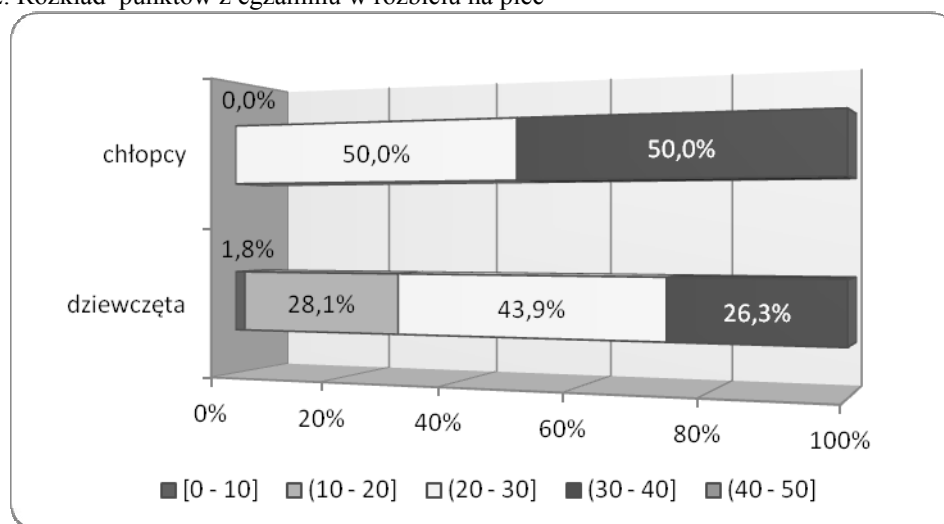
Czwarta część badanych uczniów miała wynik nie wyższy niż 20 (kwartył I), zaś 75% miała wynik nie wyższy niż 32 pkt (kwartył 3). Próbę charakteryzowała dość duża zmienność – przeciętne odchylenie od średniej, mierzone odchyleniem standardowym, wynosiło około 7,70 pkt., co stanowi 29,63% średniej. Ujemny wynik kurtozy (-0,92) świadczy o tym, iż rozkład wyników jest mniej

<sup>1</sup> Sprawozdanie z egzaminu gimnazjalnego w 2010 roku [tab.59], OKE w Krakowie, Kraków, maj 2010 [w:] [http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku\\_1.pdf](http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku_1.pdf)

wysmukły (bardziej spłaszczony) niż rozkład normalny. Skośność ujemna (-0,92) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości niższych.

Rozkład wyników egzaminu wydaje się być inny u dziewcząt i u chłopców (rysunek 2). Wyniki chłopców rozkładają się po połowie do przedziałów (20-30 pkt) i (30-40 pkt.), zaś u dziewcząt pojawiały się także wyniki niższe, nawet z przedziału (0-10 pkt).

Rys.2. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć



Źródło: opracowanie własne

Odmienność rozkładów potwierdzają również podstawowe statystyki (tab.1). Zarówno średnia, jak i mediana wyników były dużo wyższe u chłopców, przy równoczesnej mniejszej zmienności.

Tab.1. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć

Płeć \ Wynik z egzaminu	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczęta	25,30	26	7,65	30,23%
chłopcy	30,88	33	6,56	21,23%

Źródło: opracowanie własne

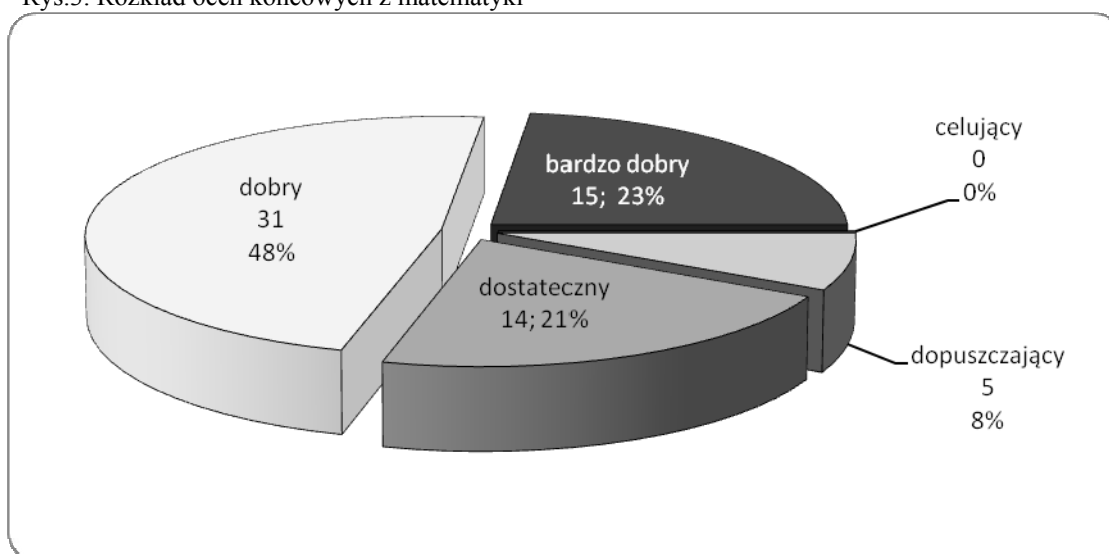
Aby sprawdzić podobieństwo rozkładów dla obu płci, zastosowano test  $t$  dla prób niezależnych. Można go było zastosować, gdyż rozkład był zgodny z rozkładem normalnym, co wykazano testem Kołmogorowa – Smirnowa ( $Z = 0,76, p=0,61, p \geq \alpha$ )<sup>2</sup>. Wstępnie sprawdzono równość wariancji

<sup>2</sup> W badaniach przyjęto poziom istotności  $\alpha = 0,05$ .

grupowych testem Levene'a, który dał wynik pozytywny ( $F=0,19$ ;  $p=0,67$ ,  $p \geq \alpha$ ). Następnie zastosowany test  $t$  dla prób niezależnych ( $t = -1,96$ ,  $p=0,05$ ,  $p = \alpha$ ) wykazał, iż na poziomie istotności 0,05 trudno rozstrzygnąć o istotnej różnicy między średnimi wynikami z egzaminu chłopców i dziewcząt.

Uczniowie należący do badanej grupy najczęściej kończyli gimnazjum z oceną z matematyki dobrą (31 osób, 47,69%), co widać na rysunku 3.

Rys.3. Rozkład ocen końcowych z matematyki

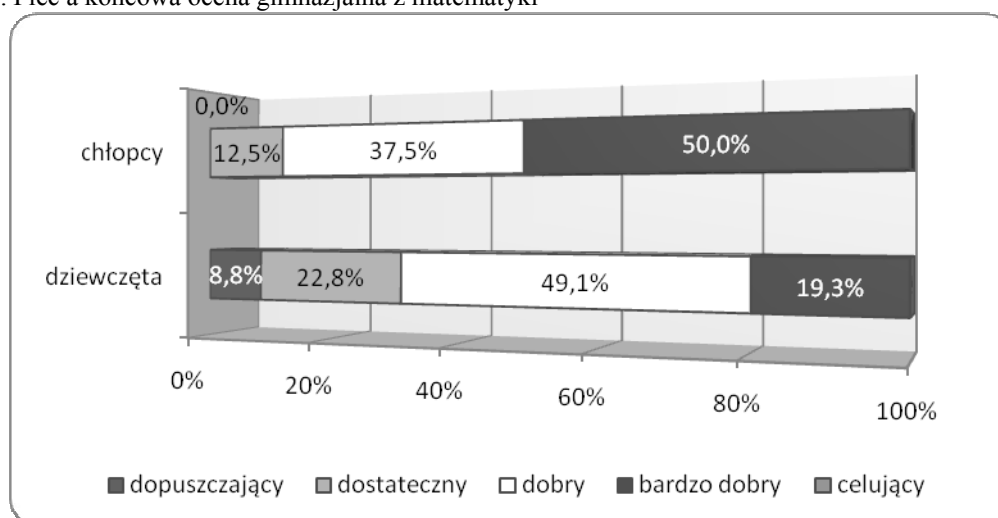


Źródło: opracowanie własne

W badanej grupie średnia ocen wyniosła 3,86, zaś wartość środkowa (mediana) 4. Z uwagi na małą liczbę wariantów cenniejszą informację niż kwartyłe podaje nam średnia i odchylenie, które tu wyniosło ok. 0,86 stopnia. Oznacza to, że oceny końcowe uczniów różniły się od średniej 3,86 przeciętnie o 0,86 stopnia, co stanowi 22,37% średniej. Te statystyki potwierdzają obserwacje z wykresu: próba nie jest skupiona wokół jednej oceny, lecz jest zróżnicowana, ma dużą zmienność. Ujemny wynik kurtozy (-0,28) potwierdza wcześniejszą uwagę o małym skupieniu wokół średniej. Skośność ujemna (-0,48) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości niższych.

Rozkład ocen końcowych z matematyki wydaje się być inny u dziewcząt i u chłopców (rys. 4). Wśród dziewcząt dominowały oceny dobre (49,12%), zaś chłopcy najczęściej otrzymywali oceny bardzo dobre (50,00%).

Rys.4. Płeć a końcowa ocena gimnazjalna z matematyki



Źródło: opracowanie własne

Odmienność rozkładów potwierdzają podstawowe statystyki (tab.2). Zarówno średnia, jak i mediana wyników były wyższe u chłopców, przy równoczesnej mniejszej zmienności..

Tab.2. Rozkład ocen końcowych z matematyki w rozbiciu na płeć

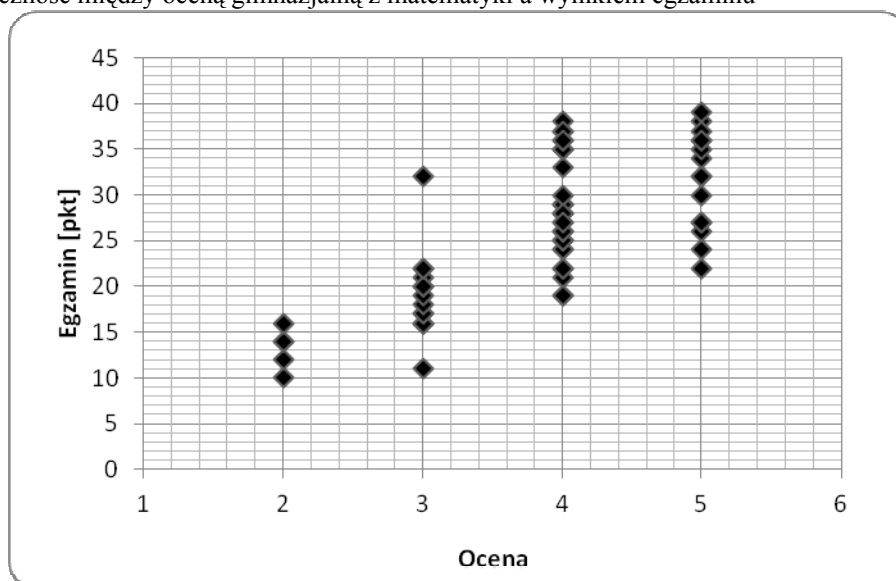
Płeć \ Ocena końcowa	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczeta	3,79	4	0,86	22,71%
chłopcy	4,38	5	0,74	17,01%

Źródło: opracowanie własne

Podobieństwo rozkładów sprawdzono ostatecznie testem U Manna – Whitneya, z uwagi na skalę porządkową. Uzyskany wynik ( $U = 142,50$ ;  $p=0,07$ ,  $p \geq \alpha$ ) pozwolił na przyjęcie tezy, iż gimnazjalne oceny końcowe z matematyki dziewcząt i chłopców są podobne.

Zależność między wynikiem z egzaminu a oceną końcową z gimnazjum najlepiej oceniać interpretując wykres rozrzutu (rys.5).

Rys.5. Zależność między oceną gimnazjalną z matematyki a wynikiem egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Wskazuje on na widoczną, dość silną zależność dodatnią między oceną końcową z gimnazjum a wynikiem z egzaminu gimnazjalnego. Dodatni znak oznacza że „dobrzy” uczniowie, mający wyższe oceny końcowe z gimnazjum, z reguły uzyskiwali dobry wynik z egzaminu. Interpretację tą potwierdza współczynnik korelacji Spearmana (0,70).



## **2. Zasady realizacji zajęć**

### **2.1. Cele realizacji zajęć**

Głównym celem realizacji zajęć w ramach *Koła zajęć wyrównawczych* jest podniesienie kompetencji matematycznych uczniów rozpoczynających naukę w klasie pierwszej w roku szkolnym 2010/2011.

Cele szczegółowe:

- Przygotowanie uczniów do egzaminu maturalnego z matematyki
- Rozwijanie u uczniów umiejętności wiązania nowych wiadomości z poznanymi wcześniej
- Utrwalanie zagadnień omawianych na lekcjach sprawiających trudności uczniom
- Nabycie przez uczniów umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki
- Nabycie przez uczniów umiejętności poprawnego analizowania, wnioskowania i uzasadniania.

### **2.2. Założenia programowe**

#### **2.2.1. Organizacja zajęć**

Zajęcia powinny się odbywać przynajmniej raz w tygodniu w wymiarze dwóch godzin lekcyjnych. Liczba uczniów w grupie – maksymalnie 15.

#### **2.2.2. Omówienie niezbędnych pomocy naukowych**

- Zbiory zadań z matematyki
- Zbiory arkuszy maturalnych
- Tablice wzorów matematycznych
- Przyrządy geometryczne (linijka, ekierka, cyrkiel)
- Modele brył geometrycznych
- Komputer i Internet

#### **2.2.3. Procedury osiągnięcia celów**

Przedstawione cele zamierzam osiągnąć poprzez:

- stwarzanie takich sytuacji dydaktycznych, aby uczeń analizował dostrzeżone wokół siebie problemy, wykorzystując zdobytą wiedzę matematyczną;
- wdrażanie uczniów do wykonywania dokładnych obliczeń, starannych rysunków, przejrzystych, logicznych zapisów;
- wymaganie od ucznia poprawnych wypowiedzi, używania języka matematycznego;

- wyrabianie u uczniów takich cech, jak: systematyczność, pracowitość, wytrwałość; dokładność, koleżeństwo, życzliwość, tolerancja, prawdomówność;
- aktywizowanie uczniów;
- stworzenie na zajęciach atmosfery życzliwości i zaufania;
- ustalenie jasnych zasad postępowania.

### 2.3.Szczegółowe treści kształcenia

#### A. Liczby i ich zbiory

- a) zbiór, suma, iloczyn i różnica zbiorów – *realizacja zajęć w klasie I,*
- b) podstawowe prawa rachunku zdań – *realizacja zajęć w klasie I,*
- c) zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory, liczby naturalne – *realizacja zajęć w klasie I,*
- d) (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne, rozwinięcie dziesiętne liczb rzeczywistej – *realizacja zajęć w klasie I,*
- e) prawa dotyczące działań arytmetycznych na liczbach rzeczywistych – *realizacja zajęć w klasie I,*
- f) definicja potęgi o wykładniku wymiernym oraz prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym – *realizacja zajęć w klasie I, III,*
- g) definicja przedziału liczbowego na osi oraz definicja sumy, iloczynu i różnicy przedziałów – *realizacja zajęć w klasie I,*
- h) definicja wartości bezwzględnej – *realizacja zajęć w klasie I,*
- i) metody rozwiązywania i interpretację geometryczną równań i nierówności z wartością bezwzględną – *realizacja zajęć w klasie I,*
- j) prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym – *realizacja zajęć w klasie I, III.*

#### B. Funkcje i ich własności

- a) definicja funkcji – *realizacja zajęć w klasie I,*
- b) przegląd wybranych własności funkcji – *realizacja zajęć w klasie I, III,*
- c) definicja i własności funkcji liniowej – *realizacja zajęć w klasie I,*
- d) definicja i własności funkcji kwadratowej, jej wykres i miejsca zerowe – *realizacja zajęć w klasie I, III,*
- e) definicja wielomianu i prawa dotyczące działań na wielomianach – *realizacja zajęć w klasie II, III,*
- f) dodawanie, odejmowanie, mnożenie wielomianów – *realizacja zajęć w klasie II,*
- g) sposoby rozkładu wielomianu na czynniki – *realizacja zajęć w klasie II,*

- h) definicja funkcji homograficznej i jej własności – *realizacja zajęć w klasie II*,
- i) zasady wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych – *realizacja zajęć w klasie II*,
- j) sposoby rozwiązywania równań wielomianowych oraz równań i nierówności z funkcją homograficzną – *realizacja zajęć w klasie II*,
- k) definicja funkcji wymiernej oraz metody rozwiązywania równań i nierówności wymiernych – *realizacja zajęć w klasie II*,
- l) dwumian Newtona – *realizacja zajęć w klasie III*,
- m) definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym – *realizacja zajęć w klasie I*,
- n) pojęcie miary łukowej kąta oraz definicje, własności i wykresy funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta – *realizacja zajęć w klasie I*,
- o) tożsamości trygonometryczne – *realizacja zajęć w klasie I*,
- p) funkcja wykładnicza – *realizacja zajęć w klasie III*,
- q) pojęcie logarytmu, działania na logarytmach – *realizacja zajęć w klasie III*,
- r) równania i nierówności wykładnicze – *realizacja zajęć w klasie III*,
- s) równania i nierówności logarytmiczne – *realizacja zajęć w klasie III*.

### **C. Ciągi liczbowe**

- a) definicja ciągu liczbowego – *realizacja zajęć w klasie II*,
- b) definicję ciągu arytmetycznego i geometrycznego, wzór na  $n$ -ty wyraz, wzór na sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – *realizacja zajęć w klasie II*,
- c) procent prosty i procent składany – *realizacja zajęć w klasie II*,
- d) oprocentowanie lokat i kredytów – *realizacja zajęć w klasie II*.

### **D. Planimetria**

- a) własności czworokątów wypukłych – *realizacja zajęć w klasie II*,
- b) twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie – *realizacja zajęć w klasie II*,
- c) związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii – *realizacja zajęć w klasie II*,
- d) pojęcie osi symetrii i środka symetrii figury – *realizacja zajęć w klasie II*,
- e) twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem – *realizacja zajęć w klasie II*,
- f) cechy podobieństwa trójkątów – *realizacja zajęć w klasie II*,

- g) pojęcia: symetria osiowa, przesunięcie, obrót, symetria środkowa oraz własności tych przekształceń – *realizacja zajęć w klasie II*,
- h) definicja i własności jednokładności – *realizacja zajęć w klasie II*.

#### **E. Stereometria**

- a) graniastosłupy, ostrosłupy, walce, stożki i kule – *realizacja zajęć w klasie III*,
- b) pojęcie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny i kąta dwuściennego – *realizacja zajęć w klasie III*,
- c) związki miarowe w bryłach z zastosowaniem trygonometrii – *realizacja zajęć w klasie III*,
- d) przekroje płaskie graniastosłupów i ostrosłupów – *realizacja zajęć w klasie III*,
- e) pola i objętości brył – *realizacja zajęć w klasie III*,
- f) pojęcie wielościanu foremnego – *realizacja zajęć w klasie III*.

#### **F. Rachunek prawdopodobieństwa**

- a) doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór zdarzeń elementarnych, zdarzenie – *realizacja zajęć w klasie III*,
- b) prawdopodobieństwo klasyczne – *realizacja zajęć w klasie III*.
- c) obliczanie prawdopodobieństwa za pomocą drzewka probalistycznego – *realizacja zajęć w klasie III*.

#### **G. Elementy statystyki opisowej**

- a) metody prezentacji danych statystycznych – *realizacja zajęć w klasie I, II, III*,
- b) analiza struktury – *realizacja zajęć w klasie I, II, III*,
- c) klasyczne i pozycyjne miary położenia – *realizacja zajęć w klasie I, II, III*,
- d) klasyczne miary rozproszenia – *realizacja zajęć w klasie I, II, III*.

### **3. Zalecane metody pracy to:**

- podające ( wykład, opis);
- metoda przypadków ;;
- metoda problemowa (metaplan);
- nauczanie programowane ;
- ćwiczenia przedmiotowe;

- burza mózgów .

Wykład polega na bezpośrednim lub pośrednim przekazywaniu wiedzy określonej grupie odbiorców. Aktywność uczestnika wykładu wymaga od niego dużego wysiłku i znacznej dojrzałości umysłowej. Dlatego też należy go odpowiednio w szkołach średnich stosować i ograniczać.

Opis jest najprostszym sposobem zaznajamiania uczniów z nieznanymi im bliżej osobami, rzeczami, zjawiskami itp. Zalecany jest zarówno wtedy, gdy nie ma możliwości zastosowania odpowiedniego pokazu, jak i przede wszystkim wtedy, gdy opisowi towarzyszy pokazywanie opisywanych przedmiotów lub ich modeli czy rysunków.

Metoda przypadków polega na rozpatrzeniu przez małą grupę uczniów opisu jakiegoś przypadku, możliwych rozwiązań. Po otrzymaniu opisu, rozwiązań wraz z kilkoma pytaniami, na które należy odpowiedzieć, uczniowie sami formułują dalsze pytania wyjaśniające ten przypadek, a nauczyciel udziela na nie odpowiedzi.

Metoda problemowa polega na wytworzeniu sytuacji problemowej, formułowaniu problemów, określaniu pomysłów ich rozwiązania, weryfikacji pomysłów rozwiązania oraz na porządkowaniu i stosowaniu uzyskanych wyników w nowych zadaniach o charakterze praktycznym lub teoretycznym. Jej cechą charakterystyczną jest dominacja uczenia się nad nauczaniem. Wzbudza ona wiarę ucznia w siebie, utwierdza go w przekonaniu, że jest w stanie rozwiązywać coraz trudniejsze zadania. Metaplan to jedna z nowoczesnych form dyskusji, której wyniki przedstawiamy w postaci graficznej. Stosowany może być zarówno jako element pracy w grupie jak i z całym zespołem klasowym najczęściej w celu oceny przyczyn lub skutków danych wydarzeń.

Nauczanie programowane prowadzone być może z użyciem komputera lub podręcznika, zbioru zadań itp. Obecnie dostępnych jest wiele komputerowych programów dydaktycznych spełniających potrzebne warunki. Metody praktyczne ułatwiają uczniom bezpośrednie poznanie rzeczywistości oraz pozwalają na wykorzystanie posiadanej przez nich wiedzy w rozwiązywaniu problemów praktycznych. Do tej grupy zaliczyć można: pokaz, ćwiczenia przedmiotowe, ćwiczenia laboratoryjne, metodę projektów itp.

Pokaz polega na demonstrowaniu uczniom naturalnych przedmiotów lub ich modeli, zjawisk, wydarzeń lub procesów i objaśnianiu ich istotnych cech.

Ćwiczenia przedmiotowe polegają na wielokrotnym wykonywaniu pewnych czynności dla nabycia wprawy i uzyskania coraz wyższej sprawności w działaniach intelektualnych i praktycznych. W nauczaniu matematyki pełnią rolę szczególną. Podczas ćwiczeń laboratoryjnych uczniowie samodzielnie przeprowadzają eksperymenty. Eksperymenty te pozwalają na formułowanie pewnych uogólnień, zilustrowanie wcześniej poznanych praw, zasad i reguł (tradycyjna metoda laboratoryjna) oraz ułatwiają uczniom przewidywanie nieznanym im jeszcze zjawisk i procesów (problemowa metoda laboratoryjna).

Burza mózgów to technika wywodząca się z psychologii społecznej, która ma na celu doskonalenie decyzji grupowych. Jest formą dyskusji dydaktycznej, wykorzystywaną jako jedna z metod nauczania. Zalicza się ją wówczas do metod aktywizujących, która stanowi podgrupę metod problemowych. Jedną z tak zwanych metod heurystycznych. Metoda ta znana jest także pod nazwami "giełda pomysłów" lub "fabryka pomysłów". Angażuje wszystkich uczniów, każdemu dając możliwość nieskrępowanej wypowiedzi. Jest to metoda, która polega na możliwości szybkiego zgromadzenia wielu hipotez rozwiązania postawionego problemu w krótkim czasie.

## 4. Ewaluacja

**Ewaluacja w oświacie** to ocena przydatności i skuteczności podejmowanych działań dydaktycznych, wychowawczych i opiekuńczych w odniesieniu do założonych celów, służąca doskonaleniu tych działań (*Rozporządzenie MENiS z 23 kwietnia 2004*).

**Ewaluacja** odbywać się będzie w formie obserwacji postępów uczniów. Systematyczne prowadzenie ewaluacji pozwoli dostrzec wpływ przekazywanych treści na postawy, wiedzę, umiejętności uczniów, a zarazem stanowi podstawę planowania dalszej pracy.

## **5. Literatura:**

Podstawa programowa – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 6 listopada 2003 Dz.U. 2003 r. 210 poz. 2041.

Standardy egzaminacyjne.

Informator o egzaminie maturalnym z matematyki – [www.cke.edu.pl](http://www.cke.edu.pl)

Poradnik metodyczny dla nauczyciela.