



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Liceum Ogólnokształcące
im. Adama Mickiewicza
w Strzyżowie

Program działalności szkolnego koła zajęć wyrównawczych z matematyki



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE



Autorzy:
dr Bernard Sozański
mgr Maria Cieplińska

ISBN 978-83-7667-058-4

1. Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego

SŁOWNICZEK UŻYTYCH NARZĘDZI:

Dla syntetycznego ujęcia wyników prowadzonych badań wykorzystano podstawowe miary statystyki opisowej:

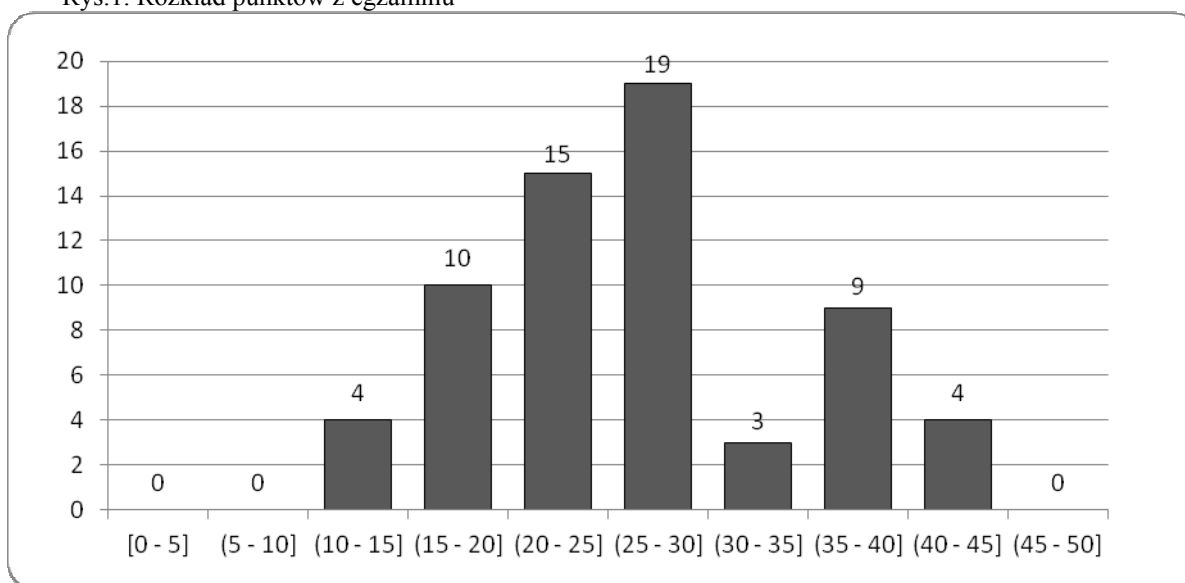
- a) **średnia arytmetyczna** – wskazuje średnią wartość,
- b) **odchylenie standardowe** – obrazuje przeciętną różnicę między obserwacjami a ich średnią,
- c) **współczynnik zmienności** – opisuje przeciętną procentową różnicę między obserwacjami a ich średnią, wyrażona względem tej średniej,
- d) **kwartył I** – oznacza, że 25% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- e) **kwartył II** (inaczej **mediana** – wartość środkowa) oznacza, że 50% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- f) **kwartył III** – oznacza, że 75% obserwacji jest o wartościach nie wyższych niż wartość tego kwartyła
- g) **kurtoza** (właśc.. **współczynnik ekscesu**) – względna miara koncentracji i spłaszczenia rozkładu, określa rozmieszczenie i koncentrację wartości w pobliżu średniej (gdy wartość kurtozy jest równa 0 rozkład ma kształt normalny, gdy jest większa od 0 rozkład jest bardziej wysmukły niż normalny (większe skupienie wartości wokół średniej), natomiast wartość mniejsza od 0 rozkład jest mniej wysmukły niż normalny (większe spłaszczenie rozkładu)),
- h) **skośność** (**współczynnik skośności**) – miara asymetrii rozkładu (równa 0 dla rozkładu symetrycznego, dodatnia - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z prawej strony, ujemna - gdy wykres rozkładu ma długi ogon z lewej strony)

W celu zbadania zgodności badanego rozkładu z rozkładem normalnym wykorzystano **test Kołmogorowa – Smirnowa**, natomiast dla zweryfikowania hipotezy czy dwie niezależne próbki pochodzą z tej samej populacji (mają podobne rozkłady) wykorzystano **test t dla prób niezależnych** (w przypadku zgodności rozkładu wyników grupy z rozkładem normalnym) lub **test Manna – Whitneya** (w przypadku braku zgodności z rozkładem normalnym). Test t dla prób niezależnych został dodatkowo poprzedzony **testem Levene’a równości wariancji grupowych**. W każdym przypadku podano wartość ***p***, czyli prawdopodobieństwo testowe; jeśli jest mniejsze od zadanego poziomu istotności α (wynoszące w prowadzonych analizach 0,05), hipotezę H_0 należy odrzucić.

Natomiast dla zbadania kierunku i siły zależności pomiędzy oceną z matematyki a wynikami egzaminu z części matematyczno – przyrodniczej wykorzystano **współczynnik korelacji rang Spearmana**, który wyraża siłę korelacji dwóch cech mierzonych na skali porządkowej.

Analizie poddano wyniki egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej w roku szkolnym 2009/2010 oraz oceny końcowe z matematyki 64 uczniów klas pierwszych LO w Strzyżowie, którzy złożyli aplikację do zajęć wyrównawczych w projekcie „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”. Większość badanych (53 osób, 82,81%) stanowiły dziewczęta. Wynik egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno – przyrodniczej podawany był w punktach od 0 do 50. Rozkład tych wyników w badanej grupie zaprezentowano na rysunku 1.

Rys.1. Rozkład punktów z egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Z informacji przedstawionych na rysunku 1 wynika, że w badanej grupie najczęściej występowały wyniki z przedziału 25-30 pkt. Do tego przedziału należą także średnia (27,16 pkt) oraz mediana (26 pkt), co oznacza że połowa badanych uczniów miała wynik egzaminu nie wyższy niż ten wynik.

W porównaniu ze średnią z województwa podkarpackiego ¹ wynoszącą 23,82 pkt średni wynik tej grupy jest dużo wyższy.

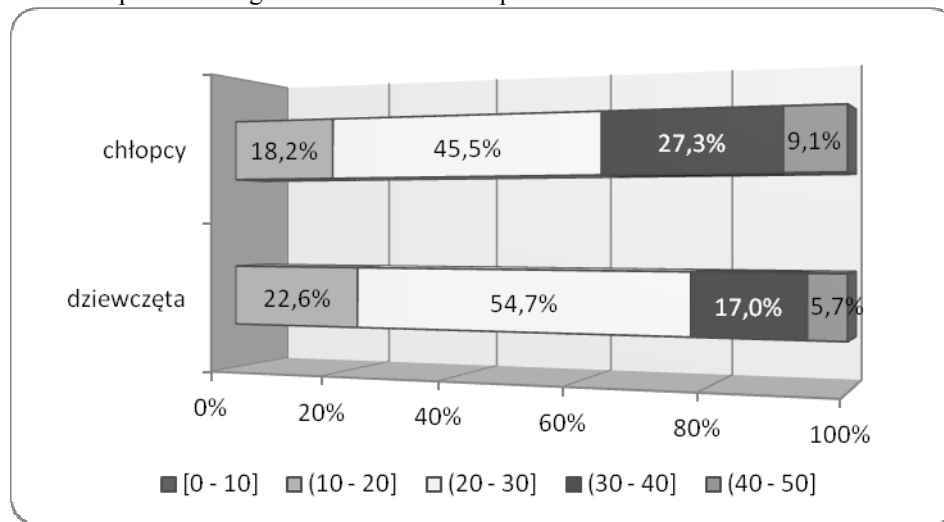
Czwarta część badanych uczniów miała wynik nie wyższy niż 21,75 (kwartył I), zaś 75% miała wynik nie wyższy niż 30,25 pkt (kwartył 3). Próbę charakteryzowała dość duża zmienność – przeciętne odchylenie od średniej, mierzone odchyleniem standardowym, wynosiło około 8,00 pkt., co stanowi 29,45% średniej. Ujemny wynik kurtozy (-0,44) świadczy o tym, iż rozkład

¹ Sprawozdanie z egzaminu gimnazjalnego w 2010 roku [tab.59], OKE w Krakowie, Kraków, maj 2010 [w:] http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/Sprawozdanie%20z%20egzaminu%20gimnazjalnego%20w%202010%20roku_1.pdf

wyników jest mniej wysmukły (bardziej spłaszczony) niż rozkład normalny. Niewielka skośność dodatnia (0,38) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości wyższych.

Rozkład wyników egzaminu był podobny u obu płci (rysunek 2), z tym, że u chłopców występuje większy odsetek wyników wysokich (30-40] i (40-50 pkt].

Rys.2. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć



Źródło: opracowanie własne

O podobieństwie rozkładów nie rozstrzygają podstawowe statystyki (tab.1). Zarówno średnia, jak i mediana wyników były wyższe u chłopców, ale z kolei występuje u nich większa zmienność.

Tab.1. Rozkład punktów z egzaminu w rozbiciu na płeć

Wynik z egzaminu Płeć	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczęta	26,77	26	7,59	28,34%
chłopcy	29,00	29	9,96	34,34%

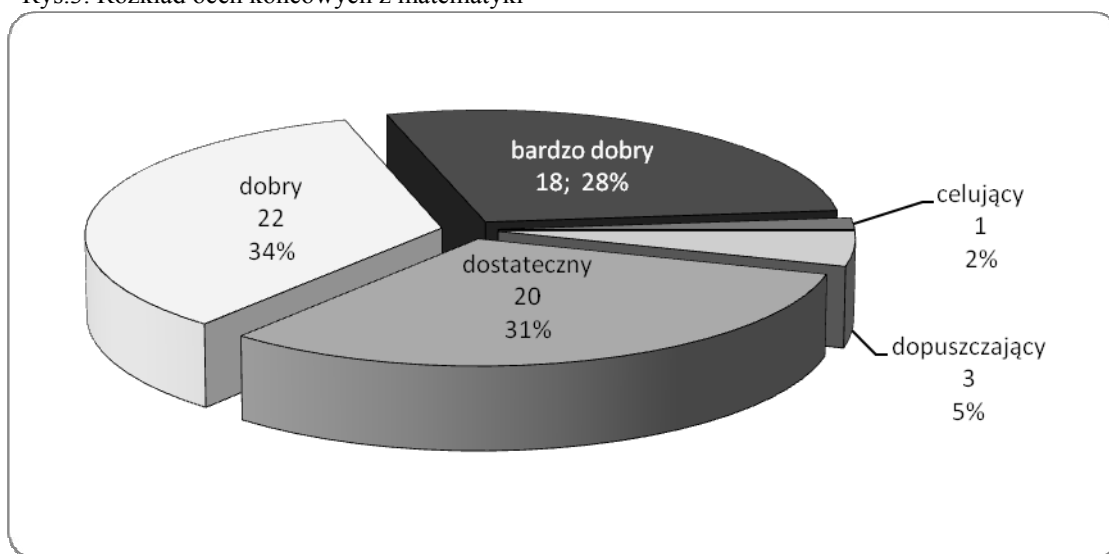
Źródło: opracowanie własne

Aby sprawdzić podobieństwo rozkładów dla obu płci, zastosowano test *t* dla prób niezależnych. Można go było zastosować, gdyż rozkład był zgodny z rozkładem normalnym, co wykazano

testem Kołmogorowa – Smirnowa ($Z = 0,89, p=0,41, p \geq \alpha$)². Wstępnie sprawdzono równość wariancji grupowych testem Levene'a, który dał wynik pozytywny ($F=0,80; p=0,37, p \geq \alpha$). Następnie zastosowany test t dla prób niezależnych ($t = -0,84, p=0,41, p \geq \alpha$) wykazał, iż nie ma istotnej różnicy między średnimi wynikami z egzaminu chłopców i dziewcząt.

Uczniowie należący do badanej grupy najczęściej kończyli gimnazjum z oceną z matematyki dobrą (22 osoby, 34,38%) oraz dostateczną (20 osób, 31,25%), co widać na rysunku 3. Duży jest także udział ocen bardzo dobrych (18 osób, 28,13%).

Rys.3. Rozkład ocen końcowych z matematyki



Źródło: opracowanie własne

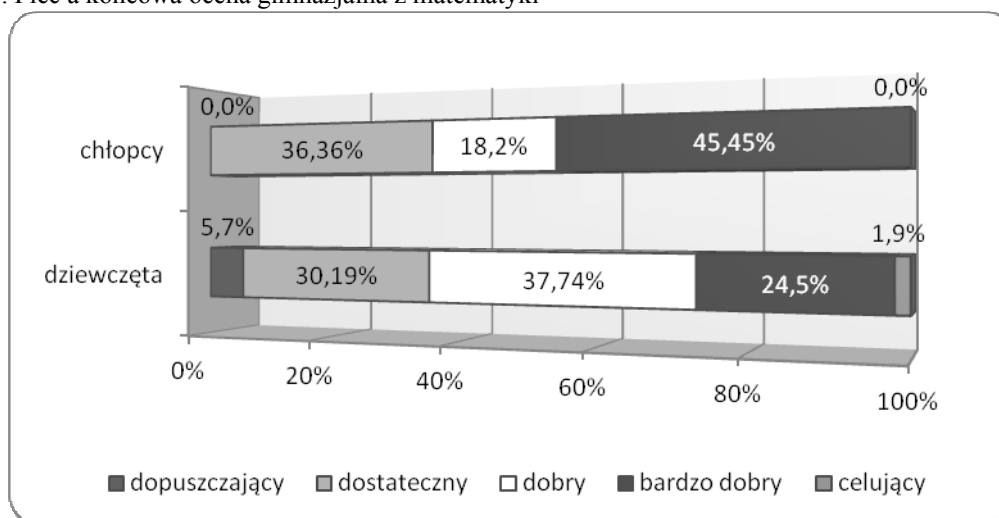
W badanej grupie średnia ocen wyniosła 3,91, zaś wartość środkowa (mediana) 4. Z uwagi na małą liczbę wariantów cenniejszą informację niż kwartyle podaje nam średnia i odchylenie, które tu wyniosło ok. 0,92 stopnia. Oznacza to, że oceny końcowe uczniów różniły się od średniej 3,91 przeciętnie o 0,92 stopnia, co stanowi 23,58% średniej. Te statystyki potwierdzają obserwacje z wykresu: próba nie jest skupiona wokół jednej oceny, lecz jest zróżnicowana, ma dużą zmienność. Ujemny wynik kurtozy (-0,77) potwierdza wcześniejszą uwagę o małym skupieniu wokół średniej. Niewielka na tle wyników skośność ujemna (-0,06) świadczy o tym, że rozkład jest z asymetrią rozciągającą się w kierunku wartości niższych.

Rozkład ocen końcowych z matematyki wydaje się być inny u dziewcząt i u chłopców (rys. 4). Wśród chłopców dominowały oceny bardzo dobre (45,45%) i w ogóle nie występowały oceny celujące i dopuszczające. U dziewcząt występuje natomiast cały zakres ocen, z przewagą ocen

² W badaniach przyjęto poziom istotności $\alpha = 0,05$.

dobrych (37,74%). Pamiętać jednak należy, iż chłopców było niemal 5 razy mniej niż dziewcząt.

Rys.4. Płeć a końcowa ocena gimnazjalna z matematyki



Źródło: opracowanie własne

Odmienności rozkładów nie potwierdzają podstawowe statystyki (tab.2) – wprawdzie średnia ocen chłopców jest istotnie większa, ale mediany i miary zmienności są porównywalne.

Tab.2. Rozkład ocen końcowych z matematyki w rozbiciu na płeć

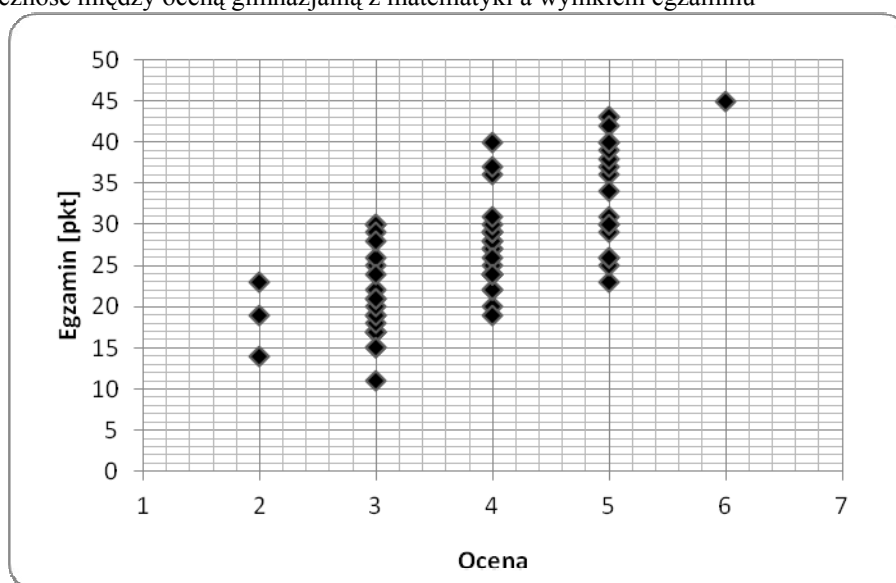
Płeć \ Ocena końcowa	średnia	mediana	odchylenie standardowe	współczynnik zmienności
dziewczeta	3,87	4	0,92	23,80%
chłopcy	4,09	4	0,94	23,07%

Źródło: opracowanie własne

Podobieństwo rozkładów sprawdzono ostatecznie testem U Manna – Whitneya, z uwagi na skalę porządkową. Uzyskany wynik ($U = 253,50$; $p=0,48$, $p \geq \alpha$) pozwolił na przyjęcie tezy, iż gimnazjalne oceny końcowe z matematyki dziewcząt i chłopców są podobne.

Zależność między wynikiem z egzaminu a oceną końcową z gimnazjum najlepiej oceniać interpretując wykres rozrzutu (rys.5).

Rys.5. Zależność między oceną gimnazjalną z matematyki a wynikiem egzaminu



Źródło: opracowanie własne

Wskazuje on na widoczną, dość silną zależność dodatnią między oceną końcową z gimnazjum a wynikiem z egzaminu gimnazjalnego. Dodatni znak oznacza że „dobrzy” uczniowie, mający wyższe oceny końcowe z gimnazjum, z reguły uzyskiwali dobry wynik z egzaminu. Interpretację tą potwierdza współczynnik korelacji Spearmana (0,70).

2. Zasady realizacji zajęć

2.1. Cele realizacji zajęć

2.1.1 Cel ogólny

Głównym celem zajęć wyrównawczych prowadzonych w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” jest wyrównywanie braków w wiadomościach i umiejętnościach z matematyki, praktyczne utrwalenie umiejętności zdobytych na lekcjach matematyki, poprawa wyników nauczania i kształcenia oraz przygotowanie do obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie podstawowym. Uczniowie będą systematycznie wdrażani do korzystania z nowoczesnych narzędzi -kalkulatory, komputery, multimedia i źródeł informacji np. podręczniki, zasoby sieciowe, itp..

2.1.2 Cele szczegółowe:

dydaktyczne

- rozwijanie umiejętności wykonywania operacji rachunkowych na liczbach wymiernych, zarówno sposobem pisemnym, jak i przy pomocy kalkulatora,
- rozwijanie pamięci oraz osiąganie przez uczniów sprawności rachunkowej
- rozwijanie samodzielnego, logicznego myślenia,
- wykorzystanie zależności i analogii matematycznych do łatwiejszego zapamiętywania,
- wykazanie powiązań między poszczególnymi działami matematyki
- rozwijanie umiejętności posługiwania się właściwą terminologią
- rozwijanie umiejętności korzystania z podręcznika i innych źródeł, czytania tekstu matematycznego ze zrozumieniem i analizowania treści zadań,
- rozwijanie umiejętności wykonywania obliczeń w różnych sytuacjach praktycznych.
- rozwijanie umiejętności posługiwania się własnościami figur geometrycznych w sytuacjach praktycznych.
- kształcenie umiejętności operowania informacją, czyli porównywania, selekcjonowania, analizowania, interpretowania i przetwarzania informacji podanych w różnej formie.
- rozwijanie umiejętności zapisywania związków za pomocą symboli, wyrażeń algebraicznych, równań i nierówności.
- rozwijanie umiejętności zapisywania planu rozwiązania zadania.
- rozwijanie umiejętności wyciągania wniosków na podstawie analizy funkcji przedstawionych w różnej postaci,
- rozwijanie umiejętności wyróżniania z treści zadania istotnych wielkości,
- rozwijanie umiejętności stosowania zintegrowanej wiedzy do rozwiązywania zadań problemowych,
- rozwijanie umiejętności opracowywania otrzymanych wyników i wyciągania wniosków,

- wyrabianie samodzielności w rozwiązywaniu różnych rodzajów i typów zadań, ze szczególnym zwróceniem uwagi na zadania otwarte,
- kształcenie umiejętności przedstawiania rozwiązań w sposób czytelny,
- ćwiczenie sprawności w zakresie: stosowania twierdzeń dotyczących działań na potęgach i pierwiastkach, stosowania obliczeń procentowych, przekształcania wzorów i stosowania przybliżeń w rachunku liczbowym, rozwiązywania równań, w tym proporcji, układów równań, kreślenia wykresów funkcji i określania ich własności, posługiwania się własnościami figur geometrycznych tak na płaszczyźnie, jak i w przestrzeni, stosowania trygonometrii w zadaniach z planimetrii i stereometrii, stosowania pojęcia i własności ciągu geometrycznego i arytmetycznego.

wychowawcze:

- rozwijanie motywacji do uczenia się,
- kształcenie umiejętności planowania i organizowania własnej pracy,
- kształcenie takich cech osobowości jak: systematyczność, wytrwałość w dążeniu do celu, staranność, dokładność, samodzielność,
- wyrabianie poczucia odpowiedzialności za wyniki w nauce,
- kształtowanie pozytywnego nastawienia do podejmowania wysiłku intelektualnego.
- rozwijanie umiejętności pracy w grupie
- budowanie klimatu życzliwości i akceptacji, sprzyjającego zaspokajaniu istotnych potrzeb rozwojowych ucznia

2.2 Założenia programu i ich realizacja

Założeniem programu jest wyrównanie poziomu wiedzy i umiejętności uczestniczących w nim uczniów w kontekście obowiązkowej matury z matematyki, jak również solidne przygotowanie do tegoż egzaminu i dalszych studiów. Prowadzone zajęcia umożliwią młodzieży korzystanie z dodatkowej pomocy w tym zakresie przez cały cykl nauki w liceum. Nie mniej ważnym założeniem jest wzbudzanie motywacji do dalszej nauki i pokonywania trudności.

Zajęcia będą również podstawą i ułatwieniem do samodzielnego pogłębiania i zdobywania wiedzy matematycznej przez ich uczestników

Program będzie realizowany od października 2010 do czerwca 2013 roku, w grupie 15 osobowej, w wymiarze 48 godzin w ciągu roku szkolnego.

Dodatkowo uczestnicy programu będą mogli skorzystać z konsultacji w wymiarze 15 godzin w cyklu kształcenia.

2.3 Pomoce naukowe:

Przy realizacji programu wykorzystane zostaną następujące pomoce dydaktyczne:

- ✓ *Zbiór zadań dla klasy 1 - kształcenie w zakresie podstawowym* - praca zbiorowa pod redakcją Alicji Cewe i Haliny Nahorskiej wyd. Podkowa
- ✓ *Zbiór zadań dla klasy 2 - kształcenie w zakresie podstawowym* - praca zbiorowa pod redakcją Alicji Cewe i Haliny Nahorskiej wyd. Podkowa
- ✓ *Zbiór zadań dla klasy 3 - kształcenie w zakresie podstawowym* - praca zbiorowa pod redakcją Alicji Cewe i Haliny Nahorskiej wyd. Podkowa •
- ✓ *Zbiór zadań matematyki dla klasy I - zakres podstawowy* Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Swida wyd. Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro
- ✓ *Zbiór zadań matematyki dla klasy II - zakres podstawowy* Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Swida wyd. Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro
- ✓ *Zbiór zadań matematyki dla klasy III - zakres podstawowy* Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda wyd. Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro
- ✓ *Matura z matematyki* - zbiór zadań maturalnych z zakresu kształcenia podstawowego - praca zbiorowa pod redakcją Alicji Cewe i Haliny Nahorskiej wyd. Podkowa
- ✓ *Matura w nowej formule z matematyki* - zbiór zadań z zakresu kształcenia podstawowego i rozszerzonego - praca zbiorowa pod redakcją Alicji Cewe i Haliny Nahorskiej wyd. Podkowa
- ✓ *Matematyka - próbne arkusze maturalne - poziom podstawowy* Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Swida wyd. Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro
- ✓ *Obowiązkowa matura matematyka - zestawy maturalne poziom podstawowy* W. Babiński ... wyd. Nowa Era
- ✓ *Matura z matematyki - poziom podstawowy i rozszerzony część I i II* - Andrzej Kielbasa Wydawnictwo „2000”
- ✓ *Zestaw wzorów matematycznych*

2.3.3 Procedury osiągnięcia celów

- 1) przygotowanie dla uczniów list, na których znajdują się hasła do powtórzenia teorii, przykładowe zadania, numery odpowiednich zadań w zbiorach;
- 2) krótkie sprawdziany pisemne z przygotowania części teoretycznej;
- 3) odpowiedzi ustne przy tablicy:
 - a) rozwiązywanie zadań, których treść podana jest na zajęciach,
 - b) rozwiązywanie zadań z prac domowych, z którymi uczniowie mieli problemy;
- 4) długoterminowe prace domowe - rozwiązywanie zestawów maturalnych;
- 5) grupowe rozwiązywanie zadań;
- 6) praca ze zbiorami zadań - również z rozwiązaniami i rozwiązywanie zadań przez analogię;
- 7) wytworzenie przyjaznej atmosfery stymulującej aktywizację mózgu, która jest gwarantem twórczego myślenia w dorosłym życiu.

We wszystkich wypowiedziach ustnych i pracach pisemnych należy zwracać uwagę na prawidłowy język matematyczny i odpowiedni komentarz do rozwiązywanych zadań. Długoterminowe prace domowe mają na celu wdrożenie ucznia do samodzielnej pracy, umiejętności rozpoznawania problemu i rozwiązanie go.

Bardzo istotne jest stosowanie na zajęciach aktywizujących metod i technik nauczania. Odpowiedni klimat pracy na zajęciach pomoże stworzyć:

- ✓ sprawna organizacja zajęć
- ✓ przyznanie prawa uczniom do popełniania błędów
- ✓ przyznanie prawa uczniom do przyznania się do niewiedzy
- ✓ przyznanie prawa uczniom do zadawania pytań w każdym momencie zajęć
- ✓ stworzenie atmosfery życzliwości
- ✓ nauczanie uczniów technik koncentracji

Na zajęciach będą stosowane następujące metody i formy pracy

- ✓ Krótki wykład nauczyciela, którego czas nie przekroczy 20 min
- ✓ Pogadanka (w tym również pogadanka wizualizowana)
- ✓ Kreślenie schematów rozwiązywania zadań przez nauczyciela
- ✓ Odpowiedzi nauczyciela na pytania uczniów
- ✓ Ćwiczenia wykonywane z całą grupą lub w parach
- ✓ Posługiwanie się zbiorami zadań, w których przedstawione są schematy rozwiązań
- ✓ Ćwiczenia wykonywane indywidualnie

Wymienione formy pracy będą stosowane w całości lub we fragmentach

2.4 Szczegółowe treści kształcenia

Lp.	Dział programowy	Treści	Proponowana liczba godzin
1	Liczby i zbiory	<ul style="list-style-type: none"> Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory Potęgi i pierwiastki Obliczenia procentowe, punkty procentowe Wartość bezwzględna, równania i nierówności z wartością bezwzględną Pojęcie przedziału liczbowego i działania na przedziałach liczbowych 	5
2	Funkcje i ich własności	<ul style="list-style-type: none"> Funkcja liczbowo - różne sposoby przedstawiania i zapisywania funkcji Wyznaczanie dziedziny i miejsc zerowych funkcji Odczytywanie własności funkcji z wykresu sporządzanie wykresów funkcji spełniającej określone warunki Przekształcenia wykresu funkcji - przesunięcie wykresu funkcji wzdłuż osi ox i oy, symetria względem osi ox i oy. Opis zależności w życiu codziennym, przyrodzie, gospodarce za pomocą funkcji 	9
3	Funkcja liniowa	<ul style="list-style-type: none"> Funkcja liniowa, jej wykres i własności. Wyznaczanie wzorów funkcji liniowych, spełniających określone warunki Wykorzystywanie w zadaniach interpretacji współczynników we wzorze funkcji liniowej. Rysowanie wykresów funkcji liniowych i przedziałami liniowych Zastosowanie układów równań liniowych w zadaniach praktycznych 	6
4	Funkcja kwadratowa	<ul style="list-style-type: none"> Trój mian kwadratowy. Postać ogólna i kanoniczna trójmianu kwadratowego Miejsca zerowe funkcji kwadratowej i jej postać iloczynowa. Szkiecowanie wykresów funkcji kwadratowych, Odczytywanie własności funkcji na podstawie sporządzonego wykresu. Wyznaczanie wartości najmniejszej i wartości największej funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym. Rozwiązywanie zadań (również umieszczonych w kontekście praktycznym) prowadzących do badania funkcji kwadratowej. Rozwiązywanie równań kwadratowych . Rozwiązywanie nierówności kwadratowych Rozwiązywanie układów równań, prowadzących do równań kwadratowych. Zadania prowadzące do rozwiązywania równań i 	16

		<ul style="list-style-type: none"> • nierówności kwadratowych (również umieszczone w kontekście praktycznym). 	
5	Geometria analityczna równanie prostej na płaszczyźnie, odległość, równanie okręgu	<ul style="list-style-type: none"> • Równanie prostej na płaszczyźnie - postać ogólna, • Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty, • Proste równoległe i prostopadłe • Wyznaczanie współrzędnych środka odcinka. Symetralna odcinka. • Odległość punktów na osi i w układzie współrzędnych. Współliniowość punktów Odległość punktu od prostej • Równanie okręgu • Wzajemne położenie prostej i okręgu. Styczna do okręgu 	12
6	Wielomiany	<ul style="list-style-type: none"> • Pojęcie wielomianu, stopień wielomianu, równość wielomianów, działania na wielomianach • Pierwiastek wielomianu • Rozkład wielomianu na czynniki • Rozwiązywanie równań wielomianowych 	5
7	Wyrażenia wymierne i funkcja homograficzna	<ul style="list-style-type: none"> • Pojęcie wyrażenia wymiernego i jego dziedziny. Wartość liczbową wyrażenia wymiernego • Działania na wyrażeniach wymiernych • Rozwiązywanie prostych równań wymiernych • Rozwiązywanie zadań prowadzących do rozwiązywania równań wymiernych, umieszczonych również w kontekście praktycznym • Wykresy funkcji $y = f(x) + q$, $y = f(x-p)$, $y = f(x-p) + q$, $y = f(-x)$, gdzie $f(x) = a/x$. Odczytywanie własności funkcji na podstawie sporządzonego wykresu • Graficzne rozwiązywanie nierówności wymiernych 	9
8	Trygonometria	<ul style="list-style-type: none"> • Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym • Związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego i ich zastosowanie w zadaniach • Rozwiązywać zadanie realistyczne z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych • Zastosowanie funkcji trygonometrycznych do obliczania pól i obwodów wielokątów 	6
9	Logarytmy i funkcja wykładnicza	<ul style="list-style-type: none"> • Wykres funkcji wykładniczej i jej własności • Podstawowe twierdzenia dotyczące działań na logarytmach i ich zastosowanie w zadaniach 	2
10	Ciągi liczbowe	<ul style="list-style-type: none"> • Pojęcie ciągu liczbowego. Przykłady i sposoby określania ciągu • Ciąg arytmetyczny i jego własności, • Suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego, • Rozwiązywanie zadań związanych z ciągiem arytmetycznym, w szczególności umieszczonych w kontekście praktycznym • Ciąg geometryczny i jego własności, • Suma n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego, • Procent prosty i składany. Oszczędzanie systematyczne. Kredyty • Rozwiązywanie zadań różnych z zastosowaniem wiadomości o ciągu arytmetycznym i geometrycznym 	16

11	Planimetria	<ul style="list-style-type: none"> • Własności trójkątów i ich zastosowanie w zadaniach • Własności czworokątów i ich zastosowanie w zadaniach • Zastosowanie twierdzenia Pitagorasa w zadaniach dotyczących obliczania obwodów i pól figur płaskich • Związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii • Cechy podobieństwa trójkątów o Twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem 	10
12	Rachunek prawdopodobieństwa i elementy statystyki opisowej	<ul style="list-style-type: none"> • Pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności • Elementy statystyki opisowej 	4
13	Stereometria	<ul style="list-style-type: none"> • Pojęcie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny i kąta dwuściennego • Graniastosłupy - pole powierzchni i objętość • Ostrosłupy - pole powierzchni i objętość • Bryły obrotowe - pole powierzchni i objętość • Związki miarowe w bryłach z zastosowaniem trygonometrii • Wielościan foremny 	10
14	Powtórzenie materiału przed maturą	<ul style="list-style-type: none"> • Rozwiązywanie zadań wymagających prostego rozumowania dedukcyjnego • Analiza arkuszy egzaminacyjnych 	34

Treści programowe, jak również czas ich realizacji na zajęciach wyrównawczych są skorelowane z materiałem opracowywanym w czasie zajęć lekcyjnych.

Kolejność omawiania poszczególnych zagadnień, jak również liczba godzin przeznaczonych na realizację poszczególnych działów może być odmienna od przedstawionej w programie. Modyfikacja będzie uzależniona od potrzeb uczniów

2.5 Przewidywane osiągnięcia uczniów

Umiejętności opanowane przez ucznia po zakończeniu zajęć prowadzonych w ramach projektu „Młodzieżowy Uniwersytet matematyczny” to:

- ✓ planowanie i wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych; w szczególności obliczanie pierwiastków, w tym pierwiastków nieparzystego stopnia z liczb ujemnych,
- ✓ wyznaczanie rozwinięcia dziesiętnego; znajdowanie przybliżenia liczb; wykorzystywanie pojęcia błędu przybliżenia,
- ✓ stosowanie pojęcia procentu i punktu procentowego w obliczeniach,
- ✓ wykorzystywanie pojęcia wartości bezwzględnej i jej interpretacji geometrycznej,
- ✓ rozwiązywanie równań i nierówności z wartością bezwzględną

- ✓ obliczanie potęg o wykładnikach wymiernych oraz stosowanie praw działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i rzeczywistych,
- ✓ stosowanie definicji logarytmu oraz własności działań na logarytmach (wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym) w obliczeniach
- ✓ posługiwanie się wzorami skróconego mnożenia: $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $(a + b)^3$, $(a - b)^3$, $a^2 - b^2$, $a^3 + b^3$, $a^3 - b^3$,
- ✓ rozkładanie wielomian na czynniki przy zastosowaniu wzorów skróconego mnożenia, grupowania wyrazów, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias,
- ✓ dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów,
- ✓ wyznaczanie dziedziny prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną,
- ✓ obliczanie wartości liczbowej wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej,
- ✓ dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych; skracanie i rozszerzanie wyrażeń wymiernych,
- ✓ rozwiązywanie równań i nierówności kwadratowych;
- ✓ rozwiązywanie zadań (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzących do równań i nierówności kwadratowych,
- ✓ rozwiązywanie układów równań, prowadzących do równań kwadratowych,
- ✓ rozwiązywanie równań wielomianowych metodą rozkładu na czynniki,
- ✓ rozwiązywanie prostych równań wymiernych, prowadzących do równań liniowych lub kwadratowych,
- ✓ rozwiązywanie zadań (również umieszczonych w kontekście praktycznym), prowadzących do prostych równań wymiernych,
- ✓ sporządzanie wykresy funkcji liniowych,
- ✓ wyznaczanie wzoru funkcji liniowej, wykorzystywanie interpretacji współczynników we wzorze funkcji liniowej,
- ✓ sporządzanie wykresów funkcji kwadratowych,
- ✓ wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej,
- ✓ wyznaczanie miejsc zerowych funkcji kwadratowej,
- ✓ wyznaczanie wartości najmniejszej i wartości największej funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym,
- ✓ rozwiązywanie zadań (również umieszczone w kontekście praktycznym),
- ✓ prowadzących do badania funkcji kwadratowej,
- ✓ sporządzanie wykresu funkcji homograficznej, odczytywanie własności
- ✓ rozwiązywanie zadań umieszczonych w kontekście praktycznym, związanych z proporcjonalnością odwrotną,
- ✓ określanie funkcji za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego,

- ✓ odczytywanie z wykresu funkcji: dziedziny i zbioru wartości, miejsc zerowych, maksymalnych przedziałów, w których funkcja rośnie, maleje, ma stały znak,
- ✓ sporządzanie wykresu funkcji spełniającej podane warunki,
- ✓ naszkicowanie wykresu funkcji $y = f(x + a)$, $y = f(x) + b$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, posługując się wykresem funkcji $y = f(x)$
- ✓ wyznaczanie wyrazów ciągu określonego wzorem ogólnym,
- ✓ badanie czy ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny na podstawie definicji
- ✓ wyznaczanie ciągu arytmetycznego lub geometrycznego na podstawie wskazanych danych
- ✓ obliczanie sumy n kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego lub geometrycznego
- ✓ stosowanie własności ciągów w zadaniach tekstowych, również umieszczonych w kontekście praktycznym
- ✓ stosowanie związków między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego w zadaniach (w tym typu dowodowego)
- ✓ wyznaczanie wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego, znając wartość jednej z funkcji trygonometrycznych,
- ✓ korzystanie ze związków między kątem środkowym, kątem wpisanym i kątem między styczną a cięciwą okręgu do obliczania miar kątów,
- ✓ wykorzystywanie własności figur podobnych w zadaniach, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym,
- ✓ znajdowanie związków miarowych w figurach płaskich, także z zastosowaniem trygonometrii (również w zadaniach umieszczonych w kontekście praktycznym), badanie wzajemnego położenia prostej i okręgu,
- ✓ wyznaczanie równania prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym
- ✓ badanie równoległości i prostokątności prostych na podstawie ich równań kierunkowych,
- ✓ interpretacja geometryczna układu dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi,
- ✓ obliczanie odległości punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej,
- ✓ wyznaczanie współrzędnych środka odcinka, S posługiwanie się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$
- ✓ wskazywanie obliczanie kątów między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami takimi jak krawędzie, przekątne i wysokości
- ✓ wyznaczanie związków miarowych w wielościanach i bryłach obrotowych
- ✓ obliczanie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany i odchylenia standardowego danych z próby
- ✓ stosowanie reguły dodawania i mnożenia przy zliczaniu obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych

- ✓ wykorzystywanie własności prawdopodobieństwa i sprawne stosowanie klasycznej definicji prawdopodobieństwa

Opanowane w trakcie realizacji materiału wiadomości i umiejętności uczestniczący w zajęciach uczeń wykorzysta przy analizie arkuszy egzaminacyjnych w zakresie:

- wykorzystania i tworzenia informacji - poprawne interpretowanie tekstu matematycznego i formułowanie uzyskanych wyników,
- wykorzystania i interpretowania reprezentacji - posługiwanie się prostymi, dobrze znanymi obiektami matematycznymi,
- modelowania matematycznego - dobór właściwego modelu matematycznego do prostej sytuacji,
- użycia i tworzenia strategii, jasno wynikającej z treści zadania,
- rozumowania i argumentacji - przeprowadzenie prostego rozumowania, składającego się z niewielkiej liczby kroków.

2.6 Kontrola i ocen osiągnięć uczniów

Sprawdzanie i ocenianie osiągnięć uczniów ma wpływ na wyniki nauczania i osiąganie celów edukacyjnych. Jest ono procesem gromadzenia informacji o stopniu opanowania przez uczniów treści nauczania. Prawidłowo przeprowadzone sprawdzanie i ocena osiągnięć uczniów, podnosi ich motywacje do dalszego kształcenia się i dowartościowuje ich. Jest też warunkiem koniecznym istnienia sprzężenia zwrotnego między pracą nauczyciela a ucznia.

Zamierzone cele edukacyjne osiągnę poprzez systematyczne kontrolowanie umiejętności i wiedzy uczniów, które ma spełniać nie tylko funkcję informacyjną o stanie wiedzy i umiejętnościach ucznia, ale również pełnić funkcję wychowawczą i motywacyjną.

Ze względu na charakter zajęć nie przewiduje się stosowania ocen w ocenianiu. Jediną formą oceniania uczniów na zajęciach będą pochwały ze strony nauczyciela

W trakcie zajęć przeprowadzane będą testy z zakresu realizowanych zagadnień. Ich jedynym celem będzie określenie, w jakim stopniu uczestnicy przyswajają wiadomości i umiejętności. Wyniki testów posłużą nauczycielowi prowadzącemu zajęcia do ewentualnej modyfikacji rozkładu materiału lub podjęcia działań naprawczych. Uczeń zaś otrzyma informację zwrotną o swoich mocnych i słabych stronach.

3. Ewaluacja

Ewaluacja w oświacie to ocena przydatności i skuteczności podejmowanych działań dydaktycznych, wychowawczych i opiekuńczych w odniesieniu do założonych celów, służąca doskonaleniu tych działań (*Rozporządzenie MENiS z 23 kwietnia 2004*).

Ewaluacja odbywać się będzie w formie obserwacji postępów uczniów. Systematyczne prowadzenie ewaluacji pozwoli dostrzec wpływ przekazywanych treści na postawy, wiedzę, umiejętności uczniów, a zarazem stanowi podstawę planowania dalszej pracy.

4. Literatura:

Podstawa programowa – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 6 listopada 2003 Dz.U. 2003 r. 210 poz. 2041.

Standardy egzaminacyjne.

Informator o egzaminie maturalnym z matematyki – www.cke.edu.pl

Poradnik metodyczny dla nauczyciela.