# Program zajęć rozszerzających z matematyki

# w ramach projektu

# „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”

# na okres od 01.12.2010r. do 30.06.2013r

# w I Liceum Ogólnokształcącym im. S. Czarnieckiego

# w Chełmie

# I.WSTĘP

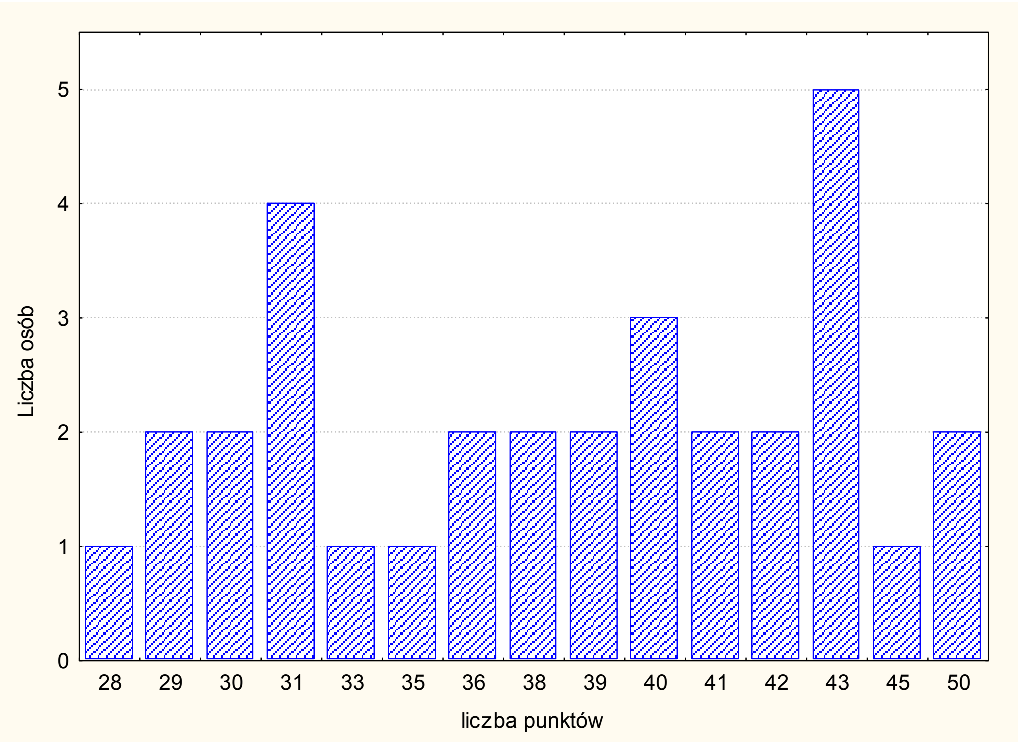
Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

W rekrutacji do zajęć rozszerzających w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne" w I Liceum Ogólnokształcącym im. Stefana Czarnieckiego w Chełmie wzięło udział 32 osoby. Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej średnio 37,81 punktu, co stanowi 75,62% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik znacznie wyższy od wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 39 punkty (mediana). Najniższy wynik na egzaminie to 28 punktów, a najwyższy to 50 punktów.

Tabela 1. **Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.**

| Podstawowe miary statystyczne | Województwo lubelskie | | I Liceum Ogólnokształcące w Chełmie | |
|---|---|---|---|---|
| | punkty | procent | punkty | procent |
| **Średni wynik** | **23,85** | **47,70** | **37,81** | **75,62** |
| Moda | 19 | 38 | 43 | 86 |
| Mediana | 23 | 46 | 39 | 78 |
| Wynik najniższy | 1 | 2 | 28 | 56 |
| Wynik najwyższy | 50 | 100 | 50 | 100 |
| Odchylenie standardowe | 9,59 | 19,19 | 6,1 | 12,2 |

Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów I Liceum Ogólnokształcącym im. Stefana Czarnieckiego w Chełmie, którzy uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 28 do 50.




Rysunek 1. **Rozkład wyników gimnazjalistów I Liceum Ogólnokształcącym im. Stefana Czarnieckiego w Chełmie rozwiązujących arkusz GM-1-102.**

Program zajęć rozszerzających z matematyki realizowany w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne" w I Liceum Ogólnokształcącym im. Stefana Czarnieckiego w Chełmie adresowany jest do uczniów zainteresowanych matematyką i uzdolnionych matematycznie, rozpoczynających naukę w naszej szkole w roku szkolnym 2010/2011. Realizacja tego programu zaplanowana jest na trzy lata (rok szkolny 2010/2011, 2011/2012 oraz 2012/2013) w wymiarze 48 godzin lekcyjnych w każdym roku szkolnym. Rekrutacja młodzieży do projektu odbyła się w oparciu o analizę wyników egzaminu gimnazjalnego i deklaracje uczniów o chęci uczestniczenia w zajęciach rozszerzających wiedzę z matematyki. Program ten zakłada pogłębienie treści zawartych w Podstawie programowej z matematyki dla liceum i technikum (zakres podstawowy i rozszerzony) oraz rozszerzenie materiału o treści nie występujące w podstawie. Ma on na celu rozbudzanie zainteresowań matematyką i jej zastosowaniami oraz ukształtowanie umiejętności krytycznego i twórczego myślenia, rozwiązywania problemów nietypowych i nieschematycznych.

## II. OGÓLNE CELE EDUKACYJNE

Zajęcia rozszerzającez matematyki mają za zadanie pomóc uczniom w:

- rozwijaniu zainteresowań matematyką i jej zastosowaniami;
- kształceniu umiejętności precyzyjnego formułowania myśli w mowie i piśmie;
- kształceniu abstrakcyjnego myślenia;
- kształceniu wyobraźni przestrzennej;
- kształceniu krytycznego myślenia, umiejętności uogólniania, stawiania hipotez i weryfikowania otrzymanych wyników;
- umiejętności wykorzystania nowoczesnych narzędzi wspomagających rozwiązywanie problemów matematycznych(kalkulatory, komputery);
- wykształceniu umiejętności budowania modeli matematycznych w odniesieniu do sytuacji życiowych oraz w rozwiązywaniu problemów praktycznych.

Opracowany program zajęć rozszerzających ma na celu:

a) Poszerzenie i usystematyzowanie zdobytej wiedzy w poprzednich latach nauki.
b) Nabycie umiejętności współpracy przy rozwiązywaniu problemów.
c) Przygotowaniu uczniów do samodzielnego zdobywania wiedzy na dalszych etapach edukacji oraz w pracy zawodowej.
d) Rozbudzenie zainteresowania matematyką.
e) Kształtowanie wytrwałości w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych.

## III. TREŚCI KSZTAŁCENIA I CELE SZCZEGÓŁOWE

## KLASA I

| Lp. | Temat | Treści | Cele szczegółowe<br>Uczeń: | Liczba godzin |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Podstawowe pojęcia rachunku zdań. Forma zdaniowa jednej i kilku zmiennych. | ◆negacja, koniunkcja, alternatywa, implikacja, równoważność,<br>◆warunek konieczny i dostateczny,<br>◆forma zdaniowa, jej dziedzina i zbiór spełniający formą zdaniową, | ◆określa czy negacja, koniunkcja, alternatywa, implikacja, równoważność zdań jest prawdziwa, czy fałszywa,<br>◆stosuje prawa rachunku zdań, | 2 |
| 2. | Kwantyfikatory. | ◆kwantyfikator ogólny i szczegółowy,<br>◆prawo zaprzeczenia zdania z kwantyfikatorem, | ◆poprawnie odczytuje i interpretuje zapisy, w których występują symbole kwantyfikatorów,<br>◆zapisuje za pomocą symboli kwantyfikatorów zdania, w których występują zwroty „dla każdego…”, „istnieje…”,<br>◆poprawnie tworzy zaprzeczenia zdań z kwantyfikatorem, | 2 |
| 3. | Zbiory. Działania na zbiorach. | ◆Prawa de Morgana dla rachunku zbiorów,<br>◆Iloczyn kartezjański zbiorów,<br>◆Dopełnienie zbioru,<br>◆Zawieranie się i równość zbiorów, | ◆wyznacza zbiory punktów na płaszczyźnie stosując prawa de Morgana dla zbiorów,<br>◆przedstawia iloczyn kartezjański zbiorów na płaszczyźnie,<br>◆przeprowadza proste dowody praw rachunku zbiorów,<br>◆Ilustruje graficznie iloczyn kartezjański podzbiorów R×R, | 2 |
| 4. | Działania w zbiorze liczb całkowitych | ◆Relacja przystawania modulo n,<br>◆podzielność liczb całkowitych,<br>◆NWD(a,b), NWW(a,b)<br>◆liczby pierwsze, liczby złożone,<br>◆liczby względnie pierwsze, | ◆stosuje twierdzenie o rozkładzie liczby naturalnej na czynniki pierwsze,<br>◆dowodzi proste zależności dotyczące podzielności liczb,<br>◆stosuje własności kongruencji w zadaniach o podzielności liczb,<br>◆rozwiązuje równania diofantyczne, | 3 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5. | Działania w zbiorze liczb rzeczywistych | ⬩porównywanie liczb,<br>⬩gęstość zbioru liczb wymiernych,<br>⬩gęstość zbioru liczb niewymiernych,<br>⬩przybliżenie, błąd względny i błąd bezwzględny przybliżenia, | ⬩wykazuje niewymierność liczby,<br>⬩porównuje liczby rzeczywiste; w tym zapisane w postaci potęgi,<br>⬩znajduje przybliżenia liczb; wykorzystuje pojęcie błędu przybliżenia, wyznacza przedział o zadanej długości, do którego należy pewna wartość wyrażenia, jeśli dane jest przybliżenie i oszacowanie błędu względnego, | 2 |
| 6. | Podzbiory zbioru liczb rzeczywistych | ⬩zbiory ograniczone i zbiory nieograniczone,<br>⬩kres dolny i kres górny zbioru, | ⬩wskazuje najmniejszą i największą liczbę w zbiorze skończonym,<br>⬩wskazuje ograniczenie górne i ograniczenie dolne zbioru ograniczonego,<br>⬩wyznacza kresy zbioru ograniczonego, | 2 |
| 7. | Wartość bezwzględna . | ⬩definicja i własności modułu | ⬩wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną,<br>⬩zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności liniowych z wartością bezwzględną, | 2 |
| 8 | Wyrażenia algebraiczne | ⬩wzory skróconego mnożenia | ⬩posługuje się wzorami skróconego mnożenia: $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$, $a^n - 1=(a-1)(1+a+\ldots+a^{n+1})$,<br>⬩stosuje wzory skróconego mnożenia w zadaniach na dowodzenie, | 2 |
| 9. | Własności funkcji liczbowych | ⬩parzystość funkcji, nieparzystość funkcji,<br>⬩różnowartościowość funkcji,<br>⬩funkcje wzajemnie jednoznaczne,<br>⬩funkcje odwrotne,<br>⬩funkcje okresowe, | ⬩bada parzystość /nieparzystość/ funkcji na podstawie definicji,<br>⬩ bada różnowartościowość funkcji,<br>⬩rozpoznaje funkcje parzyste/nieparzyste/ na wykresie,<br>⬩rozpoznaje funkcje różnowartościowe i wzajemnie jednoznaczne,<br>⬩wyznacza wzór funkcji odwrotnej do danej,<br>⬩wyznacza okres podstawowy funkcji danej oraz oblicza wartości funkcji z wykorzystaniem jej okresowości, | 2 |
| 10. | Przekształcenia wykresów funkcji | ⬩przesunięcie o wektor,<br>⬩symetria osiowa,<br>⬩symetria środkowa<br>⬩przekształcenia związane z modułem<br>⬩powinowactwo prostokątne | ⬩potrafi na podstawie wykresu funkcji $y=f(x)$ naszkicować wykresy funkcji $y = f(x+a)$, $y = f(x)+a$, $y=f(x+a)+b$, $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$, $y=\|f(x)\|$, $y=f(\|x\|)$,<br>⬩szkicuje wykres funkcji $y=c\cdot f(x)$, $y=f(c\cdot x)$, gdzie $f(x)$ jest funkcją trygonometryczną,<br>⬩sporządza wykresy funkcji będącej efektem stosowania kilku przekształceń | 3 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 11. | Funkcje szczególne | • cecha liczby rzeczywistej,<br>• mantysa liczby rzeczywistej,<br>• signum x,<br>• $max\{f(x),g(x)\}$, $min\{f(x),g(x)\}$ | • sporządza wykres funkcji $y=[x]$, $y=[f(x)]$, $y=x-[x]$, $y=sgnx$, $y=sgn(f(x))$, $y= max\{f(x),g(x)\}$, $y= min\{f(x),g(x)\}$,<br>• zastosowanie funkcji cechy w zadaniach praktycznych, | 2 |
| 12. | Równania funkcyjne | • przykłady równań funkcyjnych prowadzących do funkcji liniowych | • wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie jej własności,<br>• wyznacza wzór funkcji liniowej rozwiązując równanie funkcyjne,<br>• rozwiązuje równanie funkcyjne, | 2 |
| 13. | Równania i nierówności liniowe z parametrem i wartością bezwzględną | • graficzna i algebraiczna metoda rozwiązywania równań i nierówności z wieloma modułami,<br>• liczba rozwiązań równania liniowego, | • rozwiązuje równania i nierówności liniowe z wieloma modułami,<br>• rozwiązuje równania liniowe z parametrem,<br>• przeprowadza dyskusję i wyciąga wnioski na temat rozwiązalności równań i nierówności liniowych z parametrem, | 3 |
| 14. | Układy równań liniowych | • metoda wyznaczników rozwiązywania układów równań liniowych,<br>• układy równań liniowych z parametrem,<br>• układy równań liniowych z wartością bezwzględną, | • stosuje poprawnie metodę wyznaczników do rozwiązania układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi,<br>• przeprowadza dyskusję i wyciąga wnioski dotyczące rozwiązań układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi i parametrem,<br>• rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi i modułem,<br>• interpretuje geometrycznie układy równań liniowych z wartością bezwzględną,<br>• rozwiązuje układy równań liniowych z trzema i więcej niewiadomymi, | 3 |
| 15. | Układy nierówności liniowych | • graficzna interpretacja układów nierówności liniowych<br>• programowanie liniowe | • rozwiązuje układy nierówności liniowych /w tym z modułem/ z jedną niewiadomą,<br>• wyznacza graficznie zbiory rozwiązań układów nierówności liniowych z modułem,<br>• rozwiązuje praktyczne zadanie z zastosowaniem programowania liniowego | 2 |
| 16. | Równania i nierówności kwadratowe | • równania prowadzące do równań kwadratowych,<br>• równania kwadratowe z parametrem,<br>• wzory Viete'a,<br>• nierówności kwadratowe, | • rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe oraz równania prowadzące do równań kwadratowych,<br>• stosuje wzory Viete'a do rozwiązywania równań kwadratowych z parametrem,<br>• przeprowadza dyskusję rozwiązalności i wyciąga wnioski dotyczące równań i nierówności kwadratowych z parametrem, | 3 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 17. | Wektory na płaszczyźnie | ♦pojęcie wektora i jego własności,<br>♦równość dwóch wektorów<br>♦działania na wektorach w ujęciu syntetycznym i analitycznym,<br>♦iloczyn skalarny wektorów, | ♦wykorzystuje własności wektorów i działań na nich do dowodzenia twierdzeń o figurach płaskich,<br>♦stosuje iloczyn skalarny wektorów do wyznaczania miary kąta, | 2 |
| 18. | Funkcje trygonometryczne | ♦związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta,<br>♦definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, | ♦wykorzystuje związki trygonometryczne do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych,<br>♦stosuje definicje funkcji trygonometrycznych w zadaniach dotyczących geometrii płaskiej, | 3 |
| 19. | Twierdzenie Talesa | ♦twierdzenie Talesa,<br>♦twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa | ♦zastosowanie tw. Talesa i tw. odwrotne-go do tw. Talesa w zadaniach na dowodzenie | 2 |
| 20. | Przystawanie figur | ♦przystawanie figur,<br>♦cechy przystawania trójkątów | ♦stosuje cechy przystawania trójkątów w zadaniach na dowodzenie | 2 |
| 21. | Podobieństwo figur | ♦podobieństwo jako przekształcenie na płaszczyźnie,<br>♦pola figur podobnych,<br>♦objętości figur podobnych<br>♦cechy podobieństwa trójkątów, | ♦znajduje obraz figury w podobieństwie o danej skali k,<br>♦stosuje cechy podobieństwa trójkątów w zadaniach dotyczących planimetrii na dowodzenie,<br>♦rozwiązuje praktyczne zadania z zakresu planimetrii wykorzystując podobieństwo | 2 |
| Razem | | | | 48 |

**KLASA II**

| Lp. | Temat | Treści | Cele szczegółowe Uczeń: | Liczba godzin |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Wielomiany | ◆twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu o współczynnikach całkowitych,<br>◆twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych,<br>◆równania wielomianowe z parametrem, | ◆rozkłada wielomian na czynniki stosując podzielność wielomianów,<br>◆przeprowadza dyskusję rozwiązalności równania algebraicznego st.3 lub st.4 z parametrem,<br>◆stosuje wzory skróconego mnożenia w zadaniach na dowodzenie dotyczących wielomianów, | 4 |
| 2. | Symbol Newtona. Dwumian Newtona | ◆symbol Newtona,<br>◆dwumian Newtona,<br>◆trójkąt Pascala, | ◆oblicza współczynniki rozwinięcia dwumianu Newtona,<br>◆oblicza wartość symbolu Newtona,<br>◆przekształca wyrażenia zawierające symbol Newtona, | 2 |
| 3. | Wyrażenia wymierne i niewymierne | ◆dziedzina wyrażenia wymiernego,<br>◆równość wyrażeń wymiernych,<br>◆własność $\sqrt[2]{(x)^2} = \lvert x \rvert$,<br>◆dziedzina wyrażenia niewymiernego, | ◆stosuje wzory skróconego mnożenia do wyznaczania dziedziny wyrażeń wymiernych,<br>◆przekształca wyrażenia wymierne z wieloma zmiennymi,<br>◆przekształca do najprostszej postaci wyrażenia niewymierne, | 2 |
| 3. | Funkcje wymierne | ◆funkcja wymierna,<br>◆równanie wymierne,<br>◆nierówność wymierna, | ◆wyznacza dziedzinę funkcji wymiernej<br>◆określa równość funkcji wymiernych,<br>◆rozwiązuje równania wymierne/ w tym z modułem/,<br>◆rozwiązuje nierówności wymierne,<br>◆rysuje wykresy wybranych funkcji wymiernych, | 4 |
| 4. | Średnie w matematyce | ◆średnia arytmetyczna,<br>◆średnia geometryczna,<br>◆średnia harmoniczna,<br>◆średnia kwadratowa, | ◆wyznacza średnie dla danego zestawu danych,<br>◆wykazuje zależności zachodzące pomiędzy średnimi, | 2 |
| 5. | Zasada indukcji matematycznej | ◆zasada indukcji zupełnej | ◆stosuje zasadę indukcji zupełnej do dowodzenia:<br>• równości,<br>• nierówności,<br>• twierdzeń o podzielności liczb, | 4 |
| 6. | Ciągi liczbowe | ◆rekurencyjne określenie ciągu | ◆ wyznacza wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie,<br>◆stosuje zasadę indukcji do wykazywania równoważności definicji rekurencyjnej ze wzorem ogólnym ciągu | 4 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 7. | Granica ciągu | ◆granica ciągu,<br>◆ciąg zbieżny,<br>◆ciąg rozbieżny<br>◆własności ciągów zbież-nych | ◆ podaje przykłady ciągu zbieżnego,<br>◆ podaje przykłady ciągu rozbieżnego do $+\infty$lubdo $-\infty$<br>◆ podaje przykład ciągu, który nie jest rozbieżny do $+\infty$lubdo $-\infty$ i który nie jest zbieżny<br>◆ uzasadnia, że dana liczba jest granicą ciągu<br>◆ poda granicę sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów, znając ich granice<br>◆ rozumie pojęcie symbolu nieoznaczo-nego i potrafi usunąć symbol nieozna-czony w podanej sytuacji,<br>◆ oblicza granicę ciągu, | 6 |
| 8. | Szereg geometryczny | ◆pojęcie szeregu geometrycznego<br>◆twierdzenie o istnieniu sumy szeregu geometrycznego | ◆ podaje warunek przy, którym szereg geometryczny jest zbieżny,<br>◆ oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego,<br>◆ zamienia ułamek okresowy na zwykły, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego, | 4 |
| 9. | Funkcja wykładnicza | ◆pojęcie potęgi o wykładni-ku rzeczywistym,<br>◆własności potęg o wykład-niku rzeczywistym,<br>◆pojęcie funkcji wykładniczej,<br>◆własności funkcji wykładniczej,<br>◆wykres funkcji wykładniczej,<br>◆pojęcie równania wykładniczego,<br>◆pojęcie nierówności wykładniczej,<br>◆podstawowe metody rozwiązywania równań i nierówności wykładniczych, | ◆ podaje przybliżoną wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym,<br>◆ stosuje własności potęg do obliczania wartości wyrażeń liczbowych i przekształcania wyrażeń zawierających potęgi o wykładnikach rzeczywistych,<br>◆ szkicuje wykres funkcji określonej wzorem $f(x)=x^k$, gdzie $k\in C$,<br>◆ szkicuje wykres funkcji wykładniczej,<br>◆ określa własności funkcji wykładniczej: dziedzina, zbiór wartości, monotoniczność, asymptoty,<br>◆ wykorzystuje różnowartościowość funkcji przy rozwiązywaniu równań wykładniczych,<br>◆ wykorzystuje monotoniczność funkcji przy rozwiązywaniu nierówności wykładniczych, | 4 |
| 10. | Logarytm | ◆pojęcie logarytmu,<br>◆podstawowe wzory związane z operacjami arytmetycznymi na logarytmach,<br>◆twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu<br>◆definicja funkcji logarytmicznej,<br>◆własności funkcji logarytmicznej,<br>◆wykres funkcji | ◆ oblicza logarytm na podstawie definicji,<br>◆ określa dziedzinę wyrażenia zawierającego logarytmy,<br>◆ stosuje wzory logarytmiczne do obliczania wartości wyrażeń lub przekształcania wyrażeń zawierających logarytmy,<br>◆ szkicuje wykresy funkcji logarytmicznych / w tym z zastosowa-niem przekształceń/,<br>◆ określa własności funkcji | 4 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | logarytmicznej,<br>◆pojęcie równania logarytmicznego,<br>◆pojęcie nierówności logarytmicznej, | logarytmicznej,<br>◆ wykorzystuje różnowartościowość funkcji przy rozwiązywaniu równań logarytmicznych,<br>◆ wykorzystuje monotoniczność funkcji przy rozwiązywaniu nierówności logarytmicznych, | |
| 11. | Rozwiązywanie dowolnych trójkątów | ◆twierdzenie sinusów,<br>◆twierdzenie cosinusów,<br>◆iloczyn skalarny wektorów, | ◆ wyznacza długości pozostałych boków trójkąta, znając np. długości jednego boku i miary dwóch kątów trójkąta,<br>◆ wyznacza długość promienia okręgu opisanego na trójkącie,<br>◆ oblicza cosinus kąta w trójkącie,<br>◆ stosuje twierdzenia sinusów i cosinusów w zadaniach na dowodzenie | 4 |
| 12. | Przekształcenia płaszczyzny- jednokładność i obrót | ◆jednokładność /w ujęciu syntetycznym i analitycz-nym/,<br>◆figury jednokładne,<br>◆pojęcie obrotu o kąt skierowany,<br>◆obrót jako złożenie dwóch symetrii osiowych, | ◆ wyznacza obraz punktu, odcinka, okręgu w jednokładności,<br>◆ wyznacza równanie obrazu okręgu, prostej w jednokładności,<br>◆ wyznacza środek jednokładności figur jednokładnych,<br>◆ wyznacza obraz punktu w obrocie dookoła danego punktu o dany kąt skierowany, | 4 |
| Razem | | | | 48 |

## KLASA III

| L.p. | Temat | Treści | Cele szczegółowe<br>Uczeń: | Liczba godzin |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Granica funkcji w punkcie | • granica funkcji w punkcie<br>• granica funkcji w nieskończoności,<br>• własności granicy funkcji w punkcie, | • oblicza granice funkcji wielomianowych i wymiernych, | 3 |
| 2. | Funkcje ciągłe | • ciągłość funkcji w punkcie,<br>• funkcja ciągła w zbiorze,<br>• własności funkcji ciągłych, | • podaje przykład funkcji ciągłej w punkcie /w przedziale/,<br>• podaje przykład funkcji nieciągłej we wskazanym punkcie,<br>• sprawdza i uzasadnia ciągłość funkcji w punkcie,<br>• stosuje własności funkcji ciągłych do wyznaczania jej miejsc zerowych | 3 |
| 3. | Pochodna funkcji w punkcie | • iloraz różnicowy ,<br>• pochodna funkcji w punkcie,<br>• geometryczna interpretacja pochodnej funkcji w punkcie,<br>• styczna do wykresu funkcji, | • oblicza na podstawie definicji pochodną funkcji w punkcie,<br>• wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie,<br>• uzasadnia, że nie istnieje pochodna funkcji w danym punkcie, | 3 |
| 4. | Pochodna jako funkcja | • pochodna sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu dwóch funkcji,<br>• pochodna funkcji wielomianowej,<br>• pochodna funkcji wymiernej,<br>• pochodna funkcji złożonej, | • oblicza pochodna funkcji wielomianowej,<br>• oblicza pochodna funkcji wymiernej, stosując wzory na pochodna sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu dwóch funkcji,<br>• oblicza pochodną funkcji złożonej, | 3 |
| 5. | Zastosowania pochodnej | • twierdzenie o znaku pochodnej funkcji monotonicznej,<br>• twierdzenie o monotoniczności funkcji, której pochodna ma stały znak,<br>• pojęcie ekstremum lokalnego – minimum, maksimum,<br>• warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji,<br>• warunek wystarczający istnienia ekstremum funkcji, | • wyznacza przedziały monotoniczności funkcji na podstawie analizy znaku pochodnej,<br>• odczytuje z wykresu ekstrema lokalne funkcji,<br>• wyznacza punkty, w których funkcja różniczkowalna może mieć ekstremum lokalne,<br>• uzasadnia, że funkcja w danym punkcie nie ma ekstremum,<br>• uzasadnia, że funkcja ma w danym punkcie ekstremum oraz określa jego rodzaj,<br>• wyznacza z wykorzystaniem pochodnych, najmniejszą i największą wartość funkcji określonej wzorem w przedziale, | 5 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | ⧫ekstremum globalne funkcji- najmniejsza i największa wartość funkcji w przedziale, | ⧫ szkicuje wykres funkcji na podstawie danych o funkcji zawierających informacje o jej pochodnej, | |
| 6. | Figury geometryczne w przestrzeni | ⧫przekroje graniastosłupów,<br>⧫przekroje ostrosłupa płaszczyzną,<br>⧫wielościany foremne,<br>⧫przekroje stożka - krzywe stożkowe, | ⧫ narysuje przekrój graniastosłupa różnymi płaszczyznami,<br>⧫ oblicza pola przekrojów graniastosłupa płaszczyzną,<br>⧫ stosuje znane twierdzenia /tw.sinusów, tw.cosinusów, tw.Talesa/ do wyznaczania związków miarowych w graniastosłupie,<br>⧫ narysuje przekrój ostrosłupa różnymi płaszczyznami,<br>⧫ oblicza pola przekrojów ostrosłupa płaszczyzną,<br>⧫ stosuje znane twierdzenia /tw.sinusów, tw.cosinusów, tw.Talesa/ do wyznaczania związków miarowych w ostrosłupie,<br>⧫ wyznacza kąt dwuścienny w ostrosłupie,<br>⧫ rozpoznaje i analizuje własności wielościanów foremnych,<br>⧫ rozpoznaje równania podstawowych krzywych stożkowych: okrąg, elipsa, parabola, hiperbola, dwie proste, | 10 |
| 7. | Prawdopodobieństwo zdarzeń | ⧫własności prawdopodobieństw,<br>⧫prawdopodobieństwo warunkowe,<br>⧫prawdopodobieństwo całkowite,<br>⧫niezależność dwóch zdarzeń,<br>⧫niezależność *n* zdarzeń,<br>⧫schemat Bernoulliego,<br>⧫zmienna losowa,<br>⧫wariancja i wartość oczekiwana zmiennej losowej, | ⧫ stosuje własności prawdopodobieństwa w zadaniach na dowodzenie,<br>⧫ oblicza prawdopodobieństwo warunkowe,<br>⧫ sprawdza założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym,<br>⧫ oblicza prawdopodobieństwo , stosując tw. o prawdopodobieństwie całkowitym i tw. Bayesa,<br>⧫ sprawdza na podstawie definicji, czy zdarzenia są niezależne,<br>⧫ oblicza prawdopodobieństwo iloczynu zdarzeń niezależnych,<br>⧫ sprawdza, czy spełnione są założenia schematu Bernoulliego,<br>⧫ określa liczbę prób, liczbę sukcesów i oblicza prawdopodobieństwo sukcesu w jednej próbie schematu Bernoulliego,<br>⧫ stosuje wzór na prawdopodobieństwo*k* sukcesów w schemacie Bernoulliego,<br>⧫ wyznacza najbardziej prawdopodobną liczbę sukcesów w schemacie Bernoulliego, | 12 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | ◆ podaje rozkład zmiennej losowej,<br>◆ oblicza wariancje i wartość oczekiwaną zmiennej losowej, | |
| 8. | Dedukcyjna struktura matematyki | ◆dowodzenie wprost,<br>◆dowód nie wprost,<br>◆twierdzenie odwrotne,<br>◆twierdzenie przeciwne,<br>◆twierdzenie przeciwstawne, | ◆ stosuje różne sposoby dowodzenia twierdzeń zawartych w informatorze maturalnym ogłoszonym na bieżący rok szkolny przez CKE, | 9 |
| Razem | | | | 48 |

## IV. ZAŁOŻENIA PROGRAMU

1. Stworzenie motywacji poznawczej i wstępnego zrozumienia przez uczniów wybranych zagadnień
2. Poznawanie nowych pojęć i twierdzeń przy jednoczesnym rozwijaniu sprawności rachunkowej i algorytmicznej uczniów.
3. Kształcenie właściwych intuicji i pogłębianie zrozumienia w odniesieniu do pewnych pojęć oraz procedur
4. Rozwinięcie zdolności myślenia logicznego, krytycznego i problemowego.
5. Kształcenie umiejętności stosowania, ale także dobierania odpowiednich algorytmów, twierdzeń.
6. Kształcenie umiejętności uzasadniania i dowodzenia faktów matematycznych.
7. Kształcenie umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej.

## V.REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH

### l. Organizacja zajęć

Zajęcia realizowane będą na lekcjach dodatkowych – 48 godzin w roku szkolnym/2 lub 3 godziny tygodniowo/ w zespołach 15-osobowych.

Ze względu na fakt, iż są to zajęcia dla uczniów zainteresowanych matematyką należy przy realizacji programu zwrócić uwagę na:

- położenie nacisku na praktyczny aspekt pozwanych faktów matematycznych;
- używanie poprawnie języka matematycznego w uzasadnianiu własnego zdania.

**2. Pomoce naukowe:**

- zbiory zadań;
- przygotowane przez prowadzącego testy i zadania;
- zestawy wzorów przygotowane przez CKE;
- kalkulatory graficzne;
- przygotowane przez prowadzącego prezentacje;

**3. Procedury osiągania celów**

- praca zespołowa z elementami rywalizacji - gry matematyczne;
- wykonywanie zadań na platformie e-learningowej;
- dobór zadań praktycznych pokazujących zastosowania poznanych faktów matematycznych;
- badanie przydatności rozwiązania w określonej sytuacji praktycznej, badanie czy rozwiązanie istnieje;
- korzystanie z kalkulatorów graficznych lub programów komputerowych do szkicowania wykresów funkcji celem potwierdzenia poprawności rozwiązania;
- korzystanie z możliwości obliczeniowych komputerów, kalkulatorów graficznych np. poprzez analizę dużej liczby przykładów lub wykonanie obliczeń ilustrujących dane zagadnienie, które bez użycia środków technicznych byłyby praktycznie niemożliwe;
- uzasadnianie wniosków poprzez podawanie przykładów i kontrprzykładów oraz poprzez zastosowanie definicji lub twierdzenia;
- przeprowadzanie analogicznego rozumowania na podstawie przedstawionego schematu;
- stosowanie zestawu wzorów przygotowanych przez CKE na egzamin maturalny z matematyki;

- przygotowanie prezentacji na wybrany temat.

## V. PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW

Realizacja programu zajęć rozszerzających z matematyki w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne" powinna przynieść efekty w postaci nabycia przez uczniów odpowiedniej wiedzy, umiejętności i rozwijania odpowiednich postaw.

Po zakończeniu całego cyklu zajęć uczestnik powinien:

- znać i rozumieć wprowadzone pojęcia a w szczególności te, które wykraczają poza zakres szkoły średniej;
- poprawnie posługiwać się językiem matematycznym;
- umieć stosować poznane twierdzenia i własności przy rozwiązywaniu zadań tak praktycznych jak i teoretycznych;
- znać procedury rozwiązywania zadań w poszczególnych działów;
- umieć odpowiednio interpretować dane w zadaniach;
- umieć formułować hipotezy oraz je weryfikować;
- umieć korzystać z nowoczesnych pomocy naukowych, w tym z platformy e-learningowej;
- umieć pracować w grupie;
- umieć krytycznie i twórczo myśleć;
- dostrzegać kluczową rolę matematyki w opisie otaczającego świata.

## VI. SPOSOBY OCENIANIA UCZESTNIKÓW

Do oceny wyników zostaną wykorzystane:

- przeprowadzone testy - zadania zamknięte;
- przeprowadzone prace pisemne z zadań otwartych;
- pisemne formy sprawdzania osiągnięć ucznia wg przygotowanych schematów punktowania zadań w skali procentowej;

- odpowiedzi ustne oceniane pod względem poprawności merytorycznej oraz poprawności stosowania języka matematycznego;
- obserwacja pracy ucznia na zajęciach obejmująca sprawność w wykonywaniu ćwiczeń, umiejętność przeprowadzenia analizy zadania, umiejętność formułowania wniosków i sporządzania notatek;

Ze względu na fakt, iż zajęcia te są zajęciami nadobowiązkowymi, ocenianie odbywać się będzie przede wszystkim w formie słownej. Pokazanie zarówno mocnych jak i słabych stron ucznia spełni rolę motywacyjną i korygującą. Ocenie podlegać będzie również zaangażowanie w pracy zespołowej

## VII. EWALUACJA PROGRAMU

- Ankieta ewaluacyjna.
- Raport z ankiety.
- Analiza osiągnięć edukacyjnych uczniów na zajęciach lekcyjnych.

**Tezy do programu przedstawili:**

1. Anna Cichosz

2. Ewa Pieńkowska

**Korekta i opracowanie:**

mgr Elżbieta Miterka

**Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:**

mgr Agnieszka Szumera

**Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:**

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik