



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Program zajęć rozszerzających z matematyki
w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”
na okres od 01.12.2010r. do 30.06.2013r
w II Liceum Ogólnokształcącym
im. gen. Gustawa Orlicz – Dreszera w Chełmie



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281

I. WSTĘP

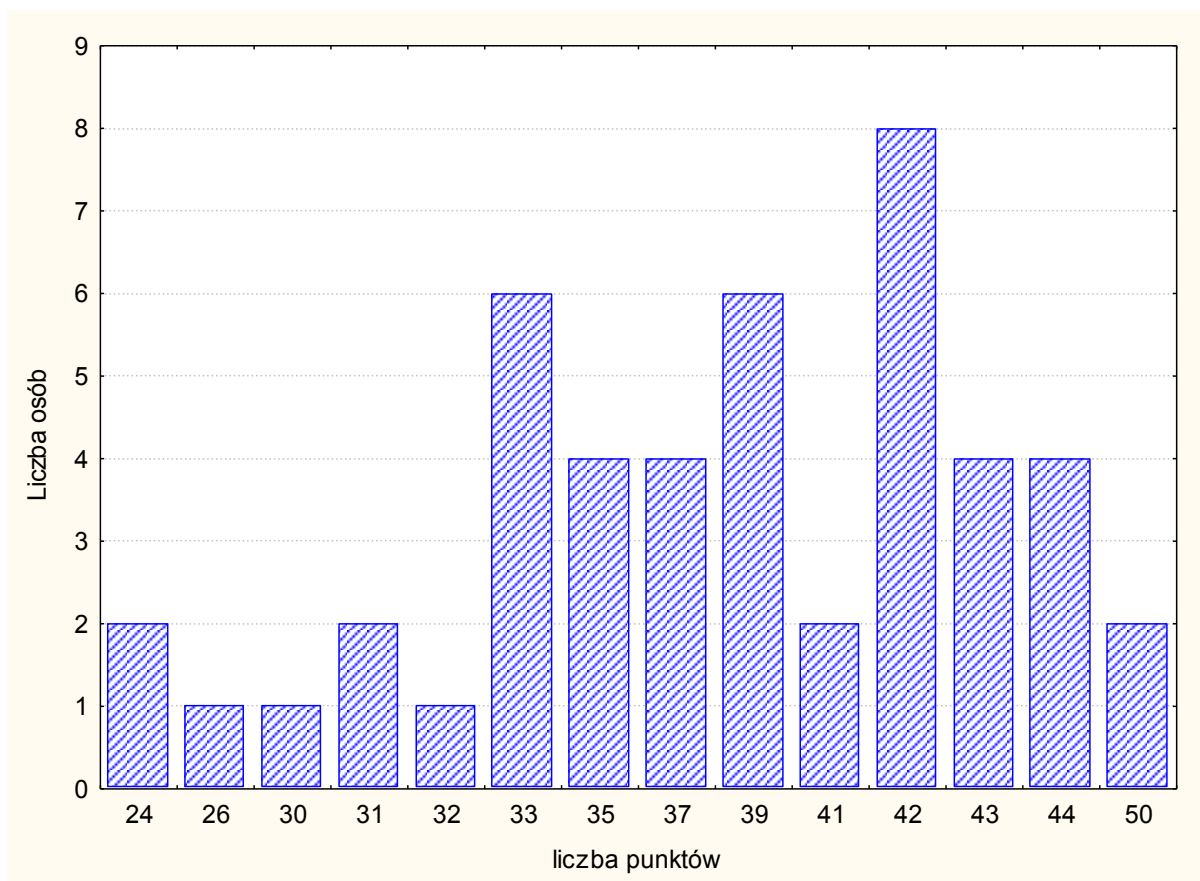
Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

W rekrutacji do zajęć rozszerzających w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w II Liceum Ogólnokształcącym w Chełmie wzięło udział 47 osób. Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej średnio 37,96 punktu, co stanowi 75,92% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik znacznie wyższy od wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 39 punkty (mediana). Najniższy wynik na egzaminie to 24 punktów, a najwyższy to 50 punktów.

Tabela 1. Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.

Podstawowe miary statystyczne	Województwo lubelskie		II Liceum Ogólnokształcące w Chełmie	
	punkty	procent	punkty	procent
Średni wynik	23,85	47,70	37,96	75,92
Moda	19	38	42	84
Mediana	23	46	39	78
Wynik najniższy	1	2	24	48
Wynik najwyższy	50	100	50	100
Odchylenie standardowe	9,59	19,19	5,91	11,82

Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów II Liceum Ogólnokształcącego w Chełmie, którzy uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 24 do 50.



Rysunek 1. **Rozkład wyników gimnazjalistów II Liceum Ogólnokształcącego w Chełmie rozwiązujących arkusz GM-1-102.**

Uczniowie biorący udział w rekrutacji do zajęć rozszerzających w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w II Liceum Ogólnokształcącym im. gen. Gustawa Orlicz – Dreszera w Chełmie byli oceniani także pod względem ocen końcowych z matematyki w gimnazjum. Średnia ocena dla tych uczniów to 5,21. Nie było uczniów z oceną dopuszczającą oraz dostateczną. 2 uczniów uzyskało ocenę dobrą, 33 uczniów uzyskało ocenę bardzo dobrą i 12 uczniów uzyskało ocenę celującą.

Średni wynik egzaminu gimnazjalnego uczniów zakwalifikowanych do zajęć MUM w II Liceum Ogólnokształcącym im. gen. Gustawa Orlicz – Dreszera w Chełmie wynoszący 75,92% oraz bardzo niski wynik sprawdzianu diagnostycznego przeprowadzanego w naszej szkole we wrześniu 2010 r. wynoszący 39,65% są głównymi powodami konieczności udzielenia uczestnikom projektu wsparcia w postaci zajęć rozszerzających z matematyki w celu zapewnienia im sukcesu na egzaminie maturalnym.

II. CELE EDUKACYJNE

Zajęcia rozszerzające z matematyki mają za zadanie:

- przygotowanie do świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne odgrywają kluczową rolę,
- przyswojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych,
- usystematyzowanie wiedzy o liczbach rzeczywistych oraz nabycie sprawności wykonywania obliczeń,
- opanowanie reguł rachunku algebraicznego,
- wdrożenie do opisywania oraz analizy zależności i zmienności za pomocą elementarnych funkcji,
- poznanie struktury otaczającej nas przestrzeni poprzez własności klasycznych
- obiektów geometrycznych; rozwój wyobraźni przestrzennej,
- poznanie elementarnych metod analizy zjawisk statystycznych i losowych oraz ich najprostszych opisów kombinatorycznych,
- przyzwyczajenie do typowych elementów rozumowań matematycznych, w szczególności do stosowania pojęć takich jak: założenie, wniosek, dowód (także nie wprost), przykład i kontrprzykład,
- wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń,
- wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji, stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji,
- kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania.

Opracowany program zajęć rozszerzających ma na celu:

1.

- Wyeliminowanie braków w wiadomościach i umiejętnościach matematycznych z zakresu szkoły gimnazjalnej.
- Usystematyzowanie wiedzy poznanej na lekcjach matematyki w szkole macierzystej.
- Przygotowanie uczniów do egzaminu maturalnego na poziomie podstawowym i rozszerzonym.
- Wyrabianie umiejętności samodzielnej pracy z podręcznikiem i innymi tekstami matematycznymi, w tym kształcenie umiejętności:
 - a) analizowania definicji i sprawdzania, czy dany obiekt spełnia warunki danej
 - b) definicji,
 - c) analizowania opisanych rozumowań matematycznych,
 - d) oddzielania informacji istotnych od nieistotnych,
 - e) posługiwania się ze zrozumieniem symboliką matematyczną,
 - f) sprawnego sporządzania notatek.
- Wyrabianie umiejętności posługiwania się wzorami.

2.

- Wyrabianie sprawności w wykonywaniu podstawowych działań na liczbach i wyrażeniach algebraicznych.
- Kształcenie umiejętności racjonalizacji rachunków, tj. wykonywania ich możliwie najmniejszym nakładem pracy i w możliwie najkrótszym czasie.
- Wyrabianie sprawności w posługiwaniu się poznanymi pojęciami matematycznymi.
- Kształcenie umiejętności dostrzegania zależności funkcyjnych między wielkościami.
- Wyrabianie nawyku starannego i dokładnego wykonywania konstrukcji geometrycznych.

3.

- Kształcenie umiejętności opisywania rzeczywistości za pomocą grafów, diagramów, wykresów itp. oraz umiejętności analizowania tego rodzaju schematów.
- Kształcenie umiejętności wykorzystywania metod matematycznych do rozwiązywania prostych problemów z różnych dziedzin życia.

- Kształcenie umiejętności budowania modeli zjawisk losowych.
- Kształcenie umiejętności wyznaczania stanów ekstremalnych i optymalnych.
- Kształcenie umiejętności interpretowania zjawisk na podstawie ich matematycznych modeli.

4.

- Kształcenie umiejętności przeprowadzania obliczeń dokładnych i przybliżonych.
- Wyrabianie nawyku korzystania z kalkulatora (komputera) w przypadku obliczeń
- bardziej skomplikowanych.
- Wyrabianie sprawności w rozwiązywaniu niektórych typów równań, nierówności
- oraz ich układów.

5.

- Kształcenie umiejętności samodzielnego formułowania definicji pojęć rozumianych dotąd intuicyjnie.
- Kształcenie umiejętności argumentowania, w tym samodzielnego konstruowania prostych dowodów.
- Rozwijanie umiejętności rozumowania uwzględniającego:
 - przestrzeganie elementarnych zasad logiki,
 - wykrywanie luk w rozumowaniu,
 - rozpoznawanie błędnego rozumowania,
 - wnioskowanie dedukcyjne i wnioskowanie nie wprost,
 - podawanie przykładów i kontrprzykładów.
- Wyrabianie umiejętności formułowania hipotez i ich weryfikowania.
- Wyrabianie umiejętności dokonywania klasyfikacji obiektów matematycznych.
- Kształcenie umiejętności poprawnego uogólniania i sensownego wykorzystywania analogii.

III. REALIZACJA

1. Organizacja zajęć

Zajęcia odbywają się raz w tygodniu w wymiarze 2-3 godzin lekcyjnych przez okres trzech lat od 01.12.2010 do 30.06.2013. Łączna liczba godzin: 144. Zajęcia mają formę konwersatoriów prowadzonych w grupach ok. 15 osobowych oraz konsultacji indywidualnych w wymiarze 7 godzin każdego roku.

2. Pomoce naukowe

Pomoce przygotowane i udostępnione przez organizatorów projektu. Dostępne zbiory zadań maturalnych wydawnictw: Operon, Nowa Era, Oficyna Edukacyjna, Aksjomat, Podkowa. Pomoce przygotowane indywidualnie przez nauczycieli prowadzących.

3. Procedury osiągnięcia celów

- ćwiczenia praktyczne,
- rozwiązywanie zadań przy użyciu różnorodnych metod i form pracy,
- krótkie sprawdziany i sprawdziany semestralne,
- kursy i konkursy na platformie uczniowskiej,
- eliminowanie żmudnych i czasochłonnych rachunków i oszczędzanie dzięki temu czasu analizę rzeczywistych treści logicznych problemu.
- możliwość graficznego rozwiązywania równań, których rozwiązanie metodą „papier – ołówek” jest bardzo trudne lub wręcz niemożliwe,
- możliwość szybkiego badania, przy użyciu kalkulatora graficznego, niektórych funkcji,
- możliwość rozwiązywania, przy użyciu kalkulatora graficznego, niektórych, równań (nierówności) z parametrem,
- możliwość dynamizowania, przy użyciu komputera, rysunków geometrycznych i odkrywania dzięki temu nowych dla ucznia faktów geometrycznych,
- pogadanka problemowa (heurystyczna),
- praca z podręcznikiem,
- metoda problemowa,

- burza mózgów,
- rozwiązywanie ciągu zadań,
- sprawdzanie wiedzy uczniów.

IV. TREŚCI NAUCZANIA

Dział programowy	Zakres tematyczny	Liczba godzin
1. Elementy logiki i nauki o zbiorach. Język matematyki.	Zdanie w sensie logicznym, wartość logiczna zdania, negacja zdania. Koniunkcja, alternatywa, implikacja, równoważność. Podstawowe prawa rachunku zdań, metoda zero-jedynkowa. Formy zdaniowe i kwantyfikatory. Zbiory i ich podzbiory, zawieranie się zbiorów. Działania na zbiorach: suma, iloczyn, różnica, dopełnienie. Podstawowe prawa rachunku zbiorów. Oś liczbowa i przedziały. Podzbiory zbioru liczb rzeczywistych.	8
2. Liczby i wyrażenia algebraiczne.	Liczby naturalne i całkowite, dzielenie całkowite. Cechy podzielności liczb. Liczby pierwsze, rozkład na czynniki, podstawowe twierdzenie arytmetyki. NWW, NWD, algorytm Euklidesa. Rachunek przybliżony, błąd względny i bezwzględny. Procenty i ich zastosowania. Wzory skróconego mnożenia, przykładowe zastosowania. Działania na pierwiastkach, usuwanie niewymierności z mianownika. Rozszerzona definicja potęgi i prawa działań na potęgach. Wartość bezwzględna, równania i nierówności z wartością bezwzględną. Wyrażenia algebraiczne, przekształcanie wyrażeń, pojęcie dziedziny.	8
3. Układ współrzędnych I.	Wektory i działania na wektorach. Długość i środek odcinka. Wektory w układzie współrzędnych.	8

	<p>Iloczyn skalarny wektorów. Wektory prostopadłe i wektory równoległe.</p> <p>Pole trójkąta w układzie współrzędnych.</p>	
<p>4. Funkcja liniowa. Równania i nierówności liniowe.</p>	<p>Definicja i własności funkcji liniowej.</p> <p>Przekształcenia wykresu funkcji liniowej.</p> <p>Układy równań liniowych, wyznaczniki i wzory Cramera.</p> <p>Układy nierówności liniowych, podzbiory płaszczyzny wyznaczone układami nierówności.</p> <p>Układy równań liniowych z parametrem.</p>	8
<p>5. Układ współrzędnych II.</p>	<p>Postać ogólna, kierunkowa i odcinkowa prostej.</p> <p>Warunki prostopadłości i równoległości prostych, proste prostopadłe i równoległe do danej prostej.</p> <p>Odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi.</p> <p>Równanie okręgu w układzie współrzędnych.</p> <p>Wzajemne położenie prostej i okręgu.</p>	8
<p>6. Ogólna teoria funkcji.</p>	<p>Pojęcie funkcji i sposoby określania funkcji.</p> <p>Dziedzina, przeciwdziedzina, miejsca zerowe i wartość w zerze.</p> <p>Monotoniczność.</p> <p>Wykres funkcji, odczytywanie własności z wykresu i przekształcanie wykresu,</p> <p>Parzystość, nieparzystość, okresowość.</p> <p>Funkcje różnowartościowe i funkcja odwrotna.</p>	8
<p>7. Funkcja kwadratowa.</p>	<p>Równania kwadratowe i ich rozwiązywanie.</p> <p>Postacie funkcji kwadratowej.</p> <p>Przekształcenia wykresu funkcji kwadratowej.</p> <p>Nierówności kwadratowe.</p> <p>Wzory Viete'a, równania i nierówności kwadratowe z parametrem.</p>	8

	<p>Zadania optymalizacyjne.</p> <p>Równania sprowadzalne do równań kwadratowych,</p> <p>Układy równań zawierające równanie kwadratowe.</p> <p>Algebra liczb zespolonych. Rozwiązywanie równań w ciele liczb zespolonych.</p>	
8. Geometria I (planimetria).	<p>Podstawowe twory i własności geometryczne.</p> <p>Twierdzenie Talesa.</p> <p>Trójkąty i podstawowe twierdzenia o trójkątach.</p> <p>Przystawanie i podobieństwo (cechy i zastosowania).</p> <p>Trójkąty prostokątne, twierdzenie Pitagorasa,</p> <p>Podstawowe twierdzenia o czworokątach.</p> <p>Kąt środkowy i wpisany.</p> <p>Okrąg, koło, figury wpisane i opisane na okręgu.</p>	8
9. Trygonometria.	<p>Definicje i związki między funkcjami kąta ostrego.</p> <p>Obliczanie wartości funkcji trygonometrycznych,</p> <p>Przekształcanie funkcji trygonometrycznych,</p> <p>Wzory: sinusów i cosinusów i tangensów.</p> <p>Triangulacja.</p> <p>Zastosowanie trygonometrii w geometrii.</p> <p>Łukowa miara kąta.</p> <p>Rozszerzenie definicji funkcji trygonometrycznych,</p> <p>Wzory redukcyjne.</p> <p>Wykresy i przekształcanie wykresów funkcji trygonometrycznych.</p> <p>Wzory trygonometryczne (suma, różnica, kąt podwojony, kąt połówkowy).</p> <p>Tożsamości trygonometryczne.</p> <p>Równania trygonometryczne.</p> <p>Nierówności trygonometryczne.</p>	8

<p>10. Wielomiany</p>	<p>Definicja wielomianu, stopień, suma, różnica, iloczyn. Dzielenie wielomianów, schemat Hornera. Pierwiastki wielomianu, twierdzenie Bezouta. Rozkład wielomianu na czynniki. Równania wielomianowe. Nierówności wielomianowe. Szczególne typy równań algebraicznych.</p>	<p>8</p>
<p>11. Funkcje wymierne.</p>	<p>Działania na wyrażeniach wymiernych, dziedzina wyrażenia. Funkcja homograficzna i przekształcanie jej wykresu. Funkcje wymierne. Równania wymierne. Nierówności wymierne.</p>	<p>8</p>
<p>12. Ciągi i indukcja.</p>	<p>Zasada indukcji matematycznej, dowodzenie przez indukcję. Symbol sumy, podstawowe wzory sumacyjne. Symbol silni i symbol Newtona. Rozwinięcie dwumianu Newtona. Ciągi, sposoby określania ciągu. Monotoniczność ciągów. Ciąg arytmetyczny. Ciąg geometryczny.</p>	<p>8</p>
<p>13. Funkcja wykładnicza i logarytmiczna.</p>	<p>Definicja i własności logarytmów, Obliczanie i przekształcanie logarytmów, Zastosowanie logarytmów do obliczeń rachunkowych. Funkcja logarytmiczna i jej własności. Funkcja wykładnicza i jej własności. Przekształcanie wykresów funkcji wykładniczej i logarytmicznej, Równania wykładnicze, Równania logarytmiczne,</p>	<p>8</p>

	Nierówności wykładnicze i logarytmiczne, Układy równań wykładniczych i logarytmicznych.	
14. Układ współrzędnych III.	Miejsca geometryczne punktów. Pojęcie i podstawowe własności krzywych stożkowych. Przekształcenia izometryczne (symetrie, translacje, obroty). Podobieństwa i jednokładności.	8
15. Granice ciągów.	Określenie i warunki istnienia granicy. Rodzaje granic, ciągi monotoniczne, ciągi rozbieżne. Sposoby obliczania granic, podstawowe twierdzenia o granicach. Zastosowanie teorii granic (potęga o wykładniku rzeczywistym, szereg geometryczny zbieżny). Liczba e i logarytm naturalny.	8
16. Ciągłość i pochodna funkcji.	Granica funkcji, obliczanie granic. Rodzaje granic, granice jednostronne i niewłaściwe. Ciągłość funkcji i własności funkcji ciągłych. Pochodna funkcji, obliczanie pochodnych. Zastosowanie pochodnych do badania monotoniczności i liczenia ekstremów. Badanie przebiegu zmienności funkcji. Twierdzenia o wartości średniej.	8
17. Elementy rachunku całkowego	Całka nieoznaczona. Twierdzenie Newtona. Całkowanie funkcji elementarnych. Całkowanie przez części i podstawienie. Zastosowania rachunku całkowego.	8

<p>18. Geometrii II (stereometria).</p>	<p>Proste i płaszczyzny w przestrzeni. Kąty i odległości w przestrzeni. Rzut równoległy na płaszczyznę. Wielościany, wielościany foremne. Graniastosłupy i ostrosłupy. Walec, kula, stożek. Obliczanie powierzchni i objętości brył.</p>	<p>8</p>
<p>19. Rachunek prawdopodobieństw a i elementy statystyki.</p>	<p>Iloczyn kartezjański, reguła mnożenia. Permutacje i permutacje z powtórzeniami. Kombinacje i kombinacje z powtórzeniami. Wariacje i wariacje z powtórzeniami. Zdarzenia i działania na zdarzeniach. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa i własności prawdopodobieństwa. Sposoby obliczania prawdopodobieństwa. Prawdopodobieństwo warunkowe. Prawdopodobieństwo całkowite. Niezależność. Schemat Bernoulliego. Podstawowe parametry statystyczne. Metody badań statystycznych i analizy wyników.</p>	<p>8</p>

V. PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW

Uczeń powinien umieć:

- logicznie myśleć,
- posługiwać się językiem matematycznym,
- wyszukiwać i interpretować informacje,
- sprawnie wykonywać działania na wyrażeniach algebraicznych,
- sporządzać wykresy funkcji oraz odczytywać ich własności,
- wykrywać związki i zależności funkcyjne między wielkościami liczbowymi,
- rozwiązywać problemy z wykorzystaniem własności ciągów arytmetycznych i geometrycznych,
- rozwiązywać równania, nierówności i układy równań,
- prowadzić proste rozumowanie dedukcyjne,
- rozwiązywać problemy z planimetrii i osteometrii oraz geometrii analitycznej
- rozwiązywać problemy z planimetrii z użyciem trygonometrii,
- stosować podstawowe pojęcia statystyczne,
- rozwiązywać proste problemy kombinatoryczne,
- czytać ze zrozumieniem teksty matematyczne.

VI. SPOSOBY OCENIANIA UCZESTNIKÓW

- ocena słowna w wypowiedzi lub rozwiązanie zadania,
- ocena procentowa krótkiego sprawdzianu,
- ocena testu na platformie uczniowskiej,
- ocena z matury próbnej po klasie pierwszej, po klasie drugiej, matury próbnej OKE w klasie trzeciej.

VII. EWALUACJA PROGRAM

- ocena uczniów,
- ocena rodziców uczestników projektu,
- sprawdziany na platformie uczniowskiej,
- matury próbnej po klasie pierwszej, po klasie drugiej, matury próbnej OKE w klasie trzeciej,
- konkursy organizowane przez MUM,
- konkursy szkolne i międzyszkolne z matematyki.



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Tezy do programu przedstawili:

Danuta Rentflejsz

Mariusz Kawecki

Korekta i opracowanie:

mgr Elżbieta Miterka

Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:

mgr Agnieszka Szumera

Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281