



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## **Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne**

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

---

**Program zajęć rozszerzających z matematyki  
w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”  
na okres od 01.12.2010r. do 30.06.2013r  
w szkole II Liceum Ogólnokształcące im. Piotra Firleja  
w Lubartowie**



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281

## I WSTĘP

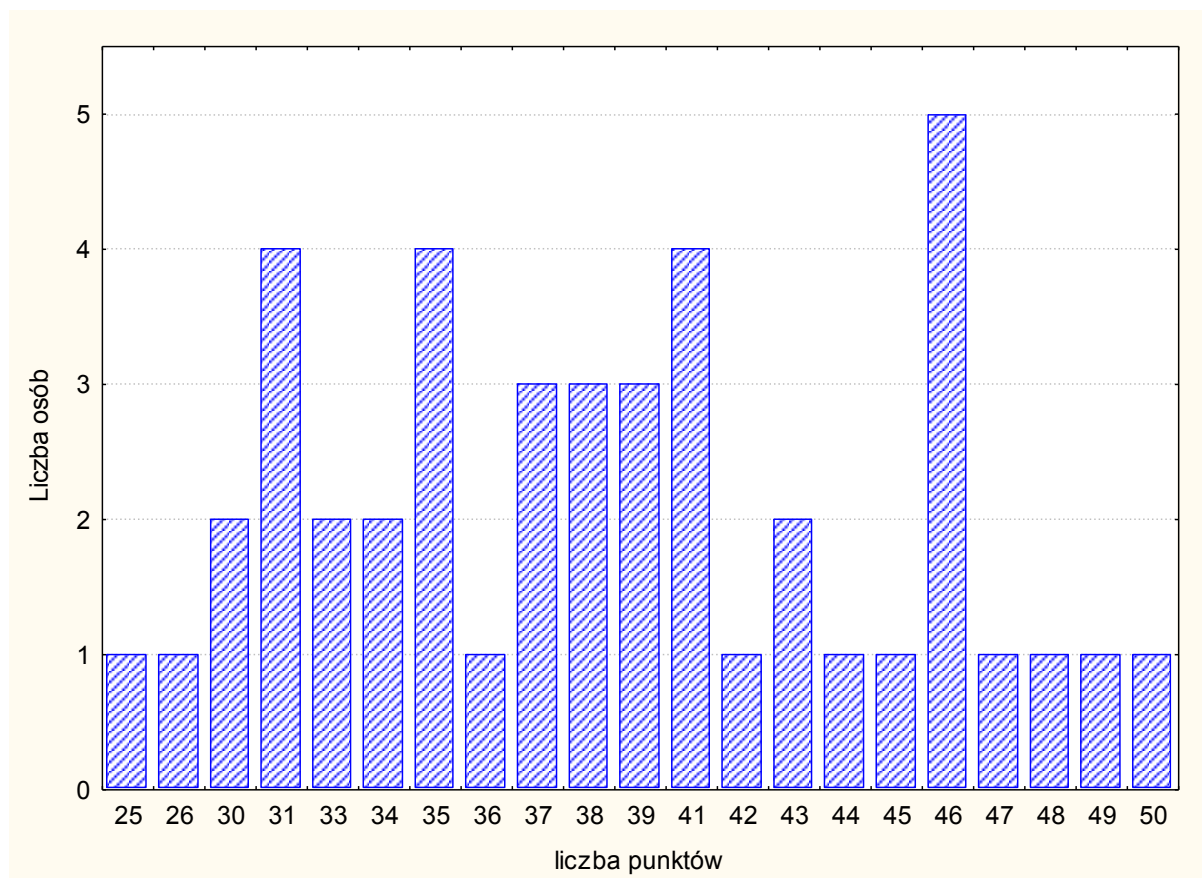
Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno–przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

W rekrutacji do zajęć rozszerzających w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w II Liceum Ogólnokształcącym im. Piotra Firleja w Lubartowie wzięło udział 44 osoby. Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno–przyrodniczej średnio 38,45 punktu, co stanowi 76,9% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik znacznie wyższy od wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 38 punkty (mediana). Najniższy wynik na egzaminie to 25 punktów, a najwyższy to 50 punktów.

Tabela 1. Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.

Podstawowe miary statystyczne	Województwo lubelskie		II Liceum Ogólnokształcące w Lubartowie	
	punkty	procent	punkty	procent
<b>Średni wynik</b>	<b>23,85</b>	<b>47,70</b>	<b>38,45</b>	<b>76,9</b>
Mediana	23	46	38	76
Wynik najniższy	1	2	25	50
Wynik najwyższy	50	100	50	100
Odchylenie standardowe	9,59	19,19	6,3	12,6

Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów II Liceum Ogólnokształcącego im. Piotra Firleja w Lubartowie, którzy uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno–przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 25 do 50.

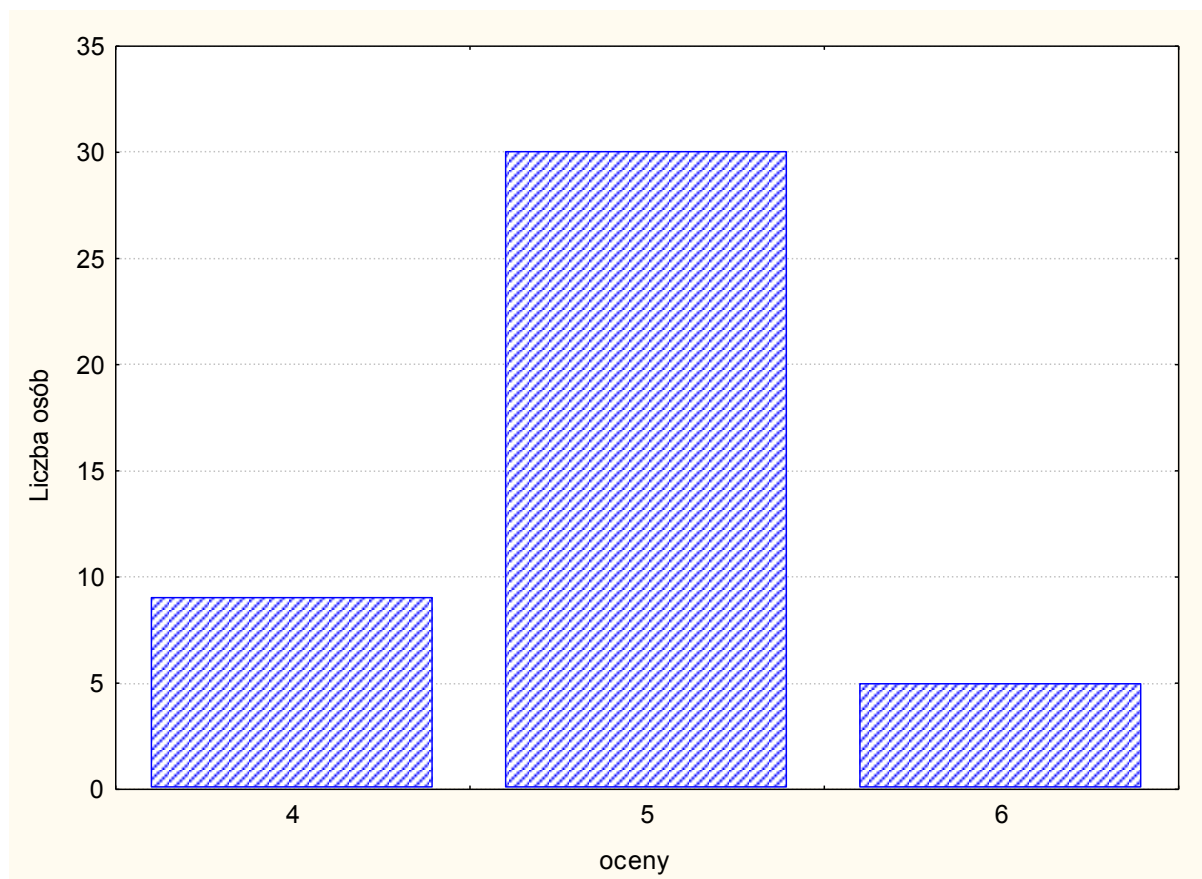


Rysunek 1. **Rozkład wyników gimnazjalistów II Liceum Ogólnokształcącego im. Piotra Firleja w Lubartowie rozwiązujących arkusz GM-1-102.**

Rozkład wyników uczniów z II Liceum Ogólnokształcącego im. Piotra Firleja w Lubartowie jest jednomodalny z modalną wynoszącą 46 punktów.

Uczniowie biorący udział w rekrutacji do zajęć rozszerzających w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w II Liceum Ogólnokształcącym im. Piotra Firleja w Lubartowie byli oceniani także pod

względem ocen końcowych z matematyki w gimnazjum. Średnia ocena dla tych uczniów to 4,9. Nie było uczniów z oceną dopuszczającą oraz dostateczną. 9 uczniów uzyskało ocenę dobrą, 30 uczniów uzyskało ocenę bardzo dobrą i 5 uczniów uzyskało ocenę celującą.



Rysunek 2. Rozkład ocen końcowych z gimnazjum uczniów II Liceum Ogólnokształcącego im. Piotra Firleja w Lubartowie.

Analiza wyników egzaminu gimnazjalnego części matematyczno-przyrodniczej i analiza zainteresowań uczniów uczących się w klasach z rozszerzonym programem nauczania matematyki wskazuje na potrzebę wsparcia merytorycznego dla uczniów uzdolnionych matematycznie. Nie

można tego dokonać w tradycyjnych formach pracy lekcyjnej. Najczęściej uniemożliwia to duża ilość uczniów w klasie, a w związku z tym obiektywna konieczność organizowania procesu nauczania na poziomie przeciętnych wymagań. Jest zatem potrzeba organizacji zajęć z uczniami uzdolnionymi matematycznie, tak aby mogli oni rozwijać swoje zdolności i zainteresowania przy wsparciu ośrodków akademickich.

## II. CELE EDUKACYJNE

### I. Cele ogólne:

Zajęcia rozszerzające z matematyki mają za zadanie:

- Podniesienie kompetencji matematycznych u uczestników projektu,
- Rozwijanie zainteresowań, uzdolnień i umiejętności matematycznych uczniów poprzez odpowiednio dobraną problematykę, wykraczającą poza program nauczania,
- Wdrażanie ucznia do samodzielnego, logicznego i twórczego myślenia.

Opracowany program zajęć rozszerzających ma na celu :

- a) Rozszerzenie poziomu wiedzy i umiejętności z matematyki
- b) Reaktywowanie szkolnego kółka zainteresowań we współpracy ze szkołami wyższymi realizującymi projekt
- c) Pogłębianie nawyków, umiejętności i sprawności w zakresie praktycznego zastosowania zdobytej wiedzy, wyrabianie umiejętności posługiwania się metodami matematycznymi w rozwiązywaniu problemów z innych dziedzin.

### 2. Cele szczegółowe:

*Uczeń potrafi :*

- odróżniać zdania logiczne od innych wypowiedzi i oceniać ich wartość logiczną,
- wykorzystywać język matematyczny w komunikowaniu się,
- stosować zasadę indukcji matematycznej,

- odróżniać dowolne przyporządkowania do tych, które są funkcjami,
- opisywać funkcje w różnych postaciach,
- rozwiązywać równania, nierówności, układy równań i nierówności,
- sprawdzić zależność liczby rozwiązań równania z parametrem,
- udowodnić wzory Viete`a,
- wykorzystać własności figur płaskich do rozwiązywania zadań,
- rozwiązać zadania z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych kąta ostrego.
- Rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe,
- rozumie intuicyjnie pojęcie ciągu, oblicza dany wyraz ciągu, także zdefiniowanego rekurencyjnie,
- zna i rozumie formalną definicję ciągu liczbowego,
- rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu,
- zna i rozumie formalną definicję granicy ciągu,
- zbadać czy dany szereg geometryczny jest zbieżny i obliczyć jego granicę,
- wykorzystać sumę szeregu geometrycznego w rozwiązywaniu zadań,
- badać zależność zbieżności szeregu geometrycznego od parametru,
- obliczać wartość logarytmu,
- wykorzystywać własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań opisywanych za pomocą takich funkcji,

- rozwiązywać bardziej złożone równania wykładnicze i logarytmiczne, wykorzystując przekształcenia algebraiczne i podstawienia,
- wykorzystywać własności figur płaskich do rozwiązywania zadań,
- prowadzić bardziej skomplikowane dowody, dowody nie wprost,
- dodawać wektory i mnożyć je przez liczbę, wykorzystuje tę umiejętność do rozwiązywania zadań,
- wyciągać wnioski z informacji w postaci średnich, odchylenia standardowego i wariancji
- rozwiązywać równania i nierówności wymierne,
- rozwiązywać zadania prowadzące do wyznaczenia ekstremów,
- rozwiązywać zadania z treścią, korzystając ze sporządzonych przez siebie szkiców wykresów funkcji,
- rozwiązywać zadania dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów oraz brył obrotowych polegające na wykorzystaniu funkcji trygonometrycznych,
- szkicować przekroje brył i rozwiązuje zadania dotyczące tych przekrojów,
- rozwiązywać trudniejsze zadania z obliczeniem kombinacji, wariacji i permutacji i zastosowaniem ich do obliczenia prawdopodobieństwa,



### III. ZAŁOŻENIA PROGRAMU

1. Kształcenie umiejętności interpretowania i argumentowania.
2. Rozwijanie języka matematycznego oraz kształcenie poprawnego i precyzyjnego formułowania myśli.
3. Poszerzenie wiedzy oraz umiejętności uczniów z zakresu matematyki poprzez realizację treści wykraczających poza program nauczania.
4. Rozwijanie zainteresowań matematycznych.
5. Rozwijanie umiejętności myślenia abstrakcyjnego i logicznego rozumowania.

### IV. REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH

#### I. Organizacja zajęć

1. Program jest przeznaczony dla młodzieży uczącej się w klasach z rozszerzonym programem nauczania matematyki.
2. Będzie realizowany przez trzy lata ( w każdej klasie 24 spotkania po 2 godziny lekcyjne).
3. Jest rozszerzeniem i uzupełnieniem programu realizowanego na lekcjach matematyki.
4. Będzie eksponował związek matematyki z życiem codziennym.

#### 2. Pomoce naukowe

- Przyrządy geometryczne
- Kalkulatory
- Zbiory zadań
- Programy komputerowe

### 3. Procedury osiągnięcia celów

Założone w programie cele można osiągnąć przy wykorzystaniu różnych metod :

- Oparte na przyswajaniu gotowych informacji (wykład, pokaz, opis, obserwacja, pogadanka, metoda algorytmiczna),
- Oparte na tworzeniu wiedzy teoretycznej (analiza wyników obserwacji, sporządzanie planu rozumowania, nauczanie problemowe, burza mózgów),

formy pracy :

- praca w grupach,
- praca indywidualna,
- turniej,
- krótki wykład,
- konsultacje

## V. TREŚCI NAUCZANIA

Dział programowy	Forma kształcenia	Zakres tematyczny	Liczba godzin
1. Liczby i ich zbiory	konwersatoria	a) zbiór, suma, iloczyn i różnica zbiorów; b) podstawowe prawa rachunku zdań; c) zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory, liczby naturalne (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne, rozwinięcie dziesiętne liczb rzeczywistej; d) prawa dotyczące działań arytmetycznych na liczbach rzeczywistych; e) definicja potęgi o wykładniku wymiernym oraz prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym; f) oś liczbowa i układ współrzędnych na płaszczyźnie; g) definicja przedziału liczbowego na osi oraz definicja sumy, iloczynu i różnicy przedziałów, h) definicja wartości bezwzględnej; i) zasada indukcji matematycznej; j) metody rozwiązywania i interpretację geometryczną	18

		<p>równań i nierówności z wartością bezwzględną;</p> <p>k) prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;</p>	
<p>2. Wielomiany i funkcje wymierne</p>	<p>konwersatoria</p>	<p>a) definicja i własności funkcji liniowej;</p> <p>b) definicję i własności funkcji kwadratowej, jej wykres i miejsca zerowe;</p> <p>c) wzory Viéte'a;</p> <p>d) sposoby rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych z parametrem;</p> <p>e) definicja wielomianu i prawa dotyczące działań na wielomianach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie;</p> <p>d) sposoby rozkładu wielomianu na czynniki;</p> <p>e) twierdzenie Bézouta;</p> <p>f) definicja funkcji homograficznej i jej własności;</p> <p>g) zasady wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych;</p> <p>h) sposoby rozwiązywania równań wielomianowych oraz równań i nierówności z funkcją homograficzną;</p> <p>i) definicja funkcji wymiernej oraz metody rozwiązywania równań i nierówności wymiernych;</p> <p>j) dwumian Newtona</p>	<p>22</p>

<p>3. Funkcje trygonometryczne</p>	<p>konwersatoria</p>	<p>a) definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;  b) pojęcie miary łukowej kąta oraz definicje, własności i wykresy funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;  c) tożsamości trygonometryczne;  d) wzory redukcyjne;  e) sposoby rozwiązywania równań trygonometrycznych.</p>	<p>12</p>
<p>4. Ciągi liczbowe</p>	<p>konwersatoria</p>	<p>a) definicję ciągu liczbowego;  b) definicję ciągu arytmetycznego i geometrycznego, wzór na <math>n</math>-ty wyraz, wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego;  c) procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów;  d) przykłady ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie;  e) definicję granicy ciągu liczbowego oraz sposoby obliczania granic ciągów;  f) pojęcie sumy szeregu geometrycznego.</p>	<p>24</p>

5. Ciągłość i pochodna funkcji	konwersatoria	<p>a) pojęcie funkcji ciągłej;  b) pojęcie pochodnej, jej interpretację geometryczną i fizyczną;  c) wzory do obliczania pochodnych wielomianów i funkcji wymiernych;  d) związek pochodnej z istnieniem ekstremum i z monotonicznością funkcji.</p>	24
6. Planimetria	konwersatoria	<p>a) własności czworokątów wypukłych, twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie;  b) związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii;  c) pojęcie osi symetrii i środka symetrii figury;  d) twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem;  e) cechy podobieństwa trójkątów,  f) twierdzenie sinusów i cosinusów;  g) pojęcia: symetria osiowa, przesunięcie, obrót, symetria środkowa oraz własności tych przekształceń;  h) definicję wektora, sumy wektorów i iloczynu wektora przez liczbę;</p>	20

		i) definicję i własności jednokładności.	
7. Stereometria	konwersatoria	<p>a) graniastosłupy, ostrosłupy, walce, stożki i kule;</p> <p>b) pojęcie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny i kąta dwuściennego;</p> <p>c) związki miarowe w bryłach z zastosowaniem trygonometrii;</p> <p>a) przekroje płaskie graniastosłupów i ostrosłupów;</p> <p>b) pojęcie wielościanu foremnego.</p>	16
8. Rachunek prawdopodobieństwa	konwersatoria	<p>a) pojęcia kombinatoryczne: permutacje, kombinacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń;</p> <p>b) pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności;</p> <p>c) elementy statystyki opisowej: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariancja i odchylenie standardowe (liczone z próby).</p>	8

## VI. PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW

Uczeń powinien umieć:

- wykorzystywać posiadaną wiedzę programową do rozwiązywania problemów,
- znajdować różne drogi rozwiązań tego samego problemu,
- łączyć zdobytą wiedzę na lekcjach z nowymi elementami matematyki wykraczającymi poza program nauczania.

## VII. SPOSOBY OCENIANIA UCZESTNIKÓW

- Postępy czynione przez uczniów w czasie zajęć nie podlegają ocenie szkolnej, można jednak sprawdzić zdobytą wiedzę i umiejętności uczniów poprzez:
  - organizowanie na zajęciach mini – zawodów, konkursów. Mogą mieć one różne formy, np. testu rozwiązywanego przez wszystkich w określonym czasie;
  - śledzenie wyników osiągniętych przez uczestników zajęć na lekcjach matematyki;
  - wyniki jakie osiągną uczniowie uczestniczący na zajęciach w konkursach matematycznych i na maturze.



## VIII. EWALUACJA PROGRAMU

- monitoring postępów w nauce matematyki i przedmiotów wykorzystujących wiedzę i umiejętności matematyczne,
- analiza osiągnięć uczniów uczestniczących w konkursach matematycznych,
- analiza wyników matur.

## IX. BIBLIOGRAFIA

1. *Podręcznik do matematyki – klasy I, II, III.*
2. *Zbiór zadań do klasy I, II i III .*
3. *Testy z matematyki dla uczniów szkół średnich i kandydatów na studia* – Tomasz Gronek, Janusz Magdziarz.
4. *Z Euklidesem do matury i na studia* – Jan Nowakowski
5. *100 zadań z błyskiem* – Zbigniew Romanowicz, Edward Piegat.
6. *Zbiór zadań z zawodów matematycznych* – Eugeniusz Śmietana.
7. *Zbiór zadań z matematyki dla kandydatów na studia techniczne* – Henryk Łubowicz, Bohdan Wieprzkowicz.
8. *Matematyka w zadaniach praktycznych* – Przemysław Butrym.
9. *Zbiór zadań dla uczniów lubiących matematykę* – Witold Bednarek.
10. *Matematyka w szkole* – czasopismo dla nauczycieli szkół średnich; dwumiesięcznik GWO.
11. *Matematyka* – czasopismo dla nauczycieli, miesięcznik WSiP.
12. Zestawy zadań z różnych konkursów matematycznych z lat poprzednich.



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## **Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne**

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

---

### **Tezy do programu przedstawili:**

Krystyna Mazurek

Ewa Biernacka

### **Korekta i opracowanie:**

mgr Elżbieta Miterka

### **Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:**

mgr Agnieszka Szumera

### **Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:**

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik

