



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Program zajęć rozszerzających z matematyki

w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”

na okres od 01.12.2010r. do 30.06.2013r.

w szkole: Zespół Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcące

im. gen. Władysława Andersa

w Chełmie



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281

WSTĘP

Wprowadzenie od 2010 roku obowiązku zdawania egzaminu maturalnego z matematyki spowodowało zmianę dwóch podstawowych aktów prawnych, mających wpływ na nauczanie matematyki w polskich szkołach: postawy programowej (zmiana od 23.08.2007 r.) i standardów wymagań egzaminacyjnych (zmiana od 28.08.2007 r.).

Na podstawie analizy wyników nauczania możemy stwierdzić, że matematyka w naszej szkole sprawia uczniom wiele trudności. Sprawdziany porównawcze przeprowadzane z tego przedmiotu w poszczególnych klasach dowodzą, iż przeważająca część młodzieży posiada wiedzę tylko na poziomie podstawowym (ocena dopuszczająca lub dostateczna) lub nie posiada wiedzy wystarczającej na otrzymanie oceny pozytywnej. Z wywiadu z rodzicami i uczniami wiemy, że matematyka jest przedmiotem, z którego opanowanie wiadomości i umiejętności poprzez samodzielną pracę ucznia jest bardzo trudne lub wręcz niemożliwe.

Wsparcie uczniów w ich procesie uczenia się poprzez organizowanie dodatkowych zajęć dla osób zainteresowanych matematyką z pewnością przyczyni się do systematycznego zdobywania wiadomości.

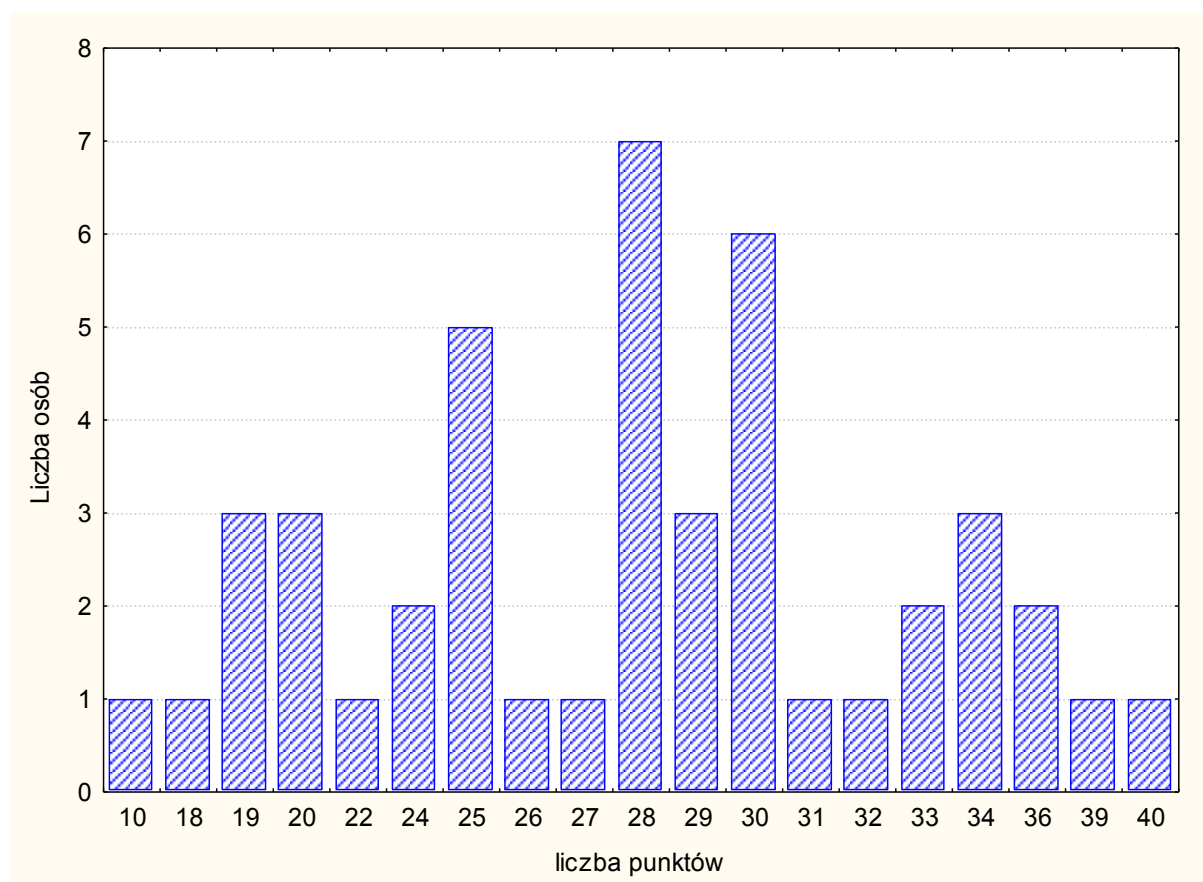
Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

W rekrutacji do zajęć rozszerzających w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcącym w Chełmie wzięło udział 45 osób. Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej średnio 27,51 punktów, co stanowi 55,02% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik nieznacznie wyższy od wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 28 punkty (mediana). Najniższy wynik na egzaminie to 10 punktów, a najwyższy to 40 punktów.

Tabela 1. Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.

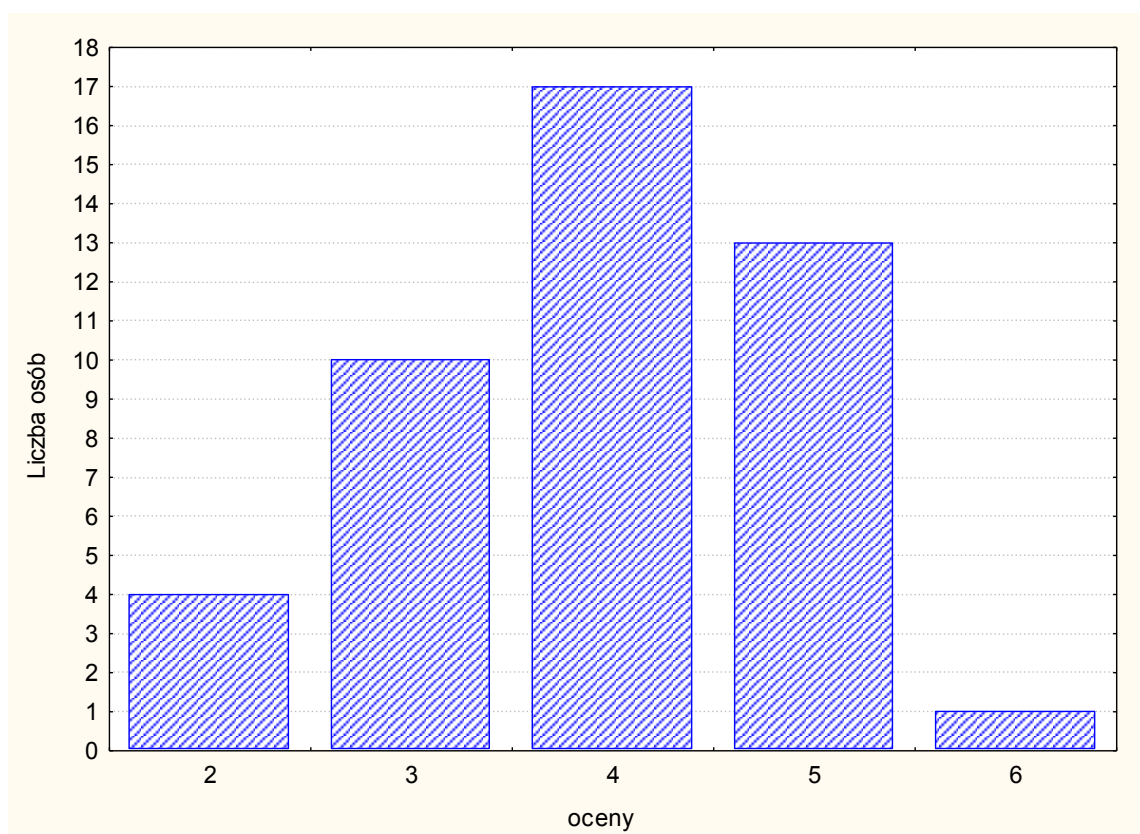
Podstawowe miary statystyczne	Województwo lubelskie		Zespół Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcące w Chełmie	
	punkty	procent	punkty	procent
Średni wynik	23,85	47,70	27,15	55,02
Mediana	23	46	28	56
Wynik najniższy	1	2	10	20
Wynik najwyższy	50	100	40	80
Odchylenie standardowe	9,59	19,19	5,97	11,94

Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów Zespołu Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcącego w Chełmie, którzy uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 10 do 40.



Rysunek 1. Rozkład wyników gimnazjalistów Zespołu Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcącego w Chełmie rozwiązujących arkusz GM-1-102.

Uczniowie biorący udział w rekrutacji do zajęć rozszerzających w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcącym w Chełmie byli rekrutowani także pod względem ocen końcowych z matematyki w gimnazjum. Średnia ocena dla tych uczniów to 3,93. 4 uczniów uzyskało ocenę dopuszczającą, 10 osób otrzymało ocenę dostateczną, 17 uczniów uzyskało ocenę dobrą, 13 uczniów uzyskało ocenę bardzo dobrą i 1 uczeń otrzymał ocenę celującą.



Rysunek 2. **Rozkład ocen końcowych z gimnazjum uczniów Zespołu Szkół Ekonomicznych i III Liceum Ogólnokształcącego w Chełmie.**

Niniejszy program realizowany w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” uwzględnia rozszerzony zakres materiału i stanowi uzupełnienie oraz utrwalenie treści realizowanych na zajęciach lekcyjnych. Ogromnym wsparciem w realizacji tego programu będzie możliwość zorganizowania różnorodnych form kształcenia: wyjazdu części młodzieży na obozy naukowe, uczestnictwa w e-learningu i konkursach międzyszkolnych.

Realizacja tego programu:

- umożliwiałoby zdobycie i utrwalenie wiadomości i umiejętności opisanych w podstawie programowej i standardach wymagań egzaminacyjnych,
- kształtowanie matematycznych kompetencji kluczowych w obszarach: wiedza, umiejętności, postawy,
- daje matematyczne podstawy do uczenia się przedmiotów przyrodniczych,
- zapewnia dużą efektywność kształcenia,
- umożliwia powtórzenie i utrwalenie najważniejszych zagadnień z matematyki.

II. Cele edukacyjne

1. Cele ogólne

Program w oparciu o sformułowane w Podstawie Programowej cele edukacyjne dąży do tego, aby:

- 1) uczniowie nabyli umiejętność samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej poprzez:
 - a) korzystanie z dostępnych podręczników, encyklopedii, książek, technologii informatycznych i umiejętność analizowania przedstawionych w nich treści;
 - b) umiejętność oddzielania informacji istotnych od nieistotnych;
 - c) posługiwanie się symboliką matematyczną i umiejętność zapisywania przy jej użyciu różnych wzorów (nie tylko matematycznych);
- 2) uczniowie nabyli umiejętności operowania obiektami abstrakcyjnymi i zbudowanymi z nich wyrażeniami algebraicznymi: zbiorami (liczb, punktów, zdarzeń elementarnych) oraz funkcjami:
 - a) wyrabiając sprawność wykonywania działań na liczbach i wyrażeniach algebraicznych;
 - b) kształcąc umiejętność poszukiwania najkrótszych, ale poprawnych rozwiązań;
 - c) kształcąc umiejętność dostrzegania zależności funkcyjnych między wielkościami;
 - d) wyrabiając nawyk estetycznego i dokładnego wykonywania konstrukcji;
- 3) uczniowie wykształcili umiejętność badania modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji z życia codziennego oraz ich wykorzystania do rozwiązywania problemów praktycznych:
 - a) kształcąc umiejętność opisywania różnych sytuacji za pomocą grafów, diagramów, wykresów oraz umiejętność analizowania tych schematów;

- b) kształcą umiejętność wykorzystywania metod matematycznych do rozwiązywania problemów z różnych dziedzin edukacji szkolnej oraz praktyki życia codziennego;
 - c) kształcą umiejętność szacowania wielkości i rezultatów obliczeń;
- 4) uczniowie wykształcili umiejętność projektowania obliczeń i ich wykonywania:
- a) kształcą umiejętność wykonywania obliczeń dokładnych i przybliżonych;
 - b) wykorzystując możliwość użycia kalkulatora i komputera;
 - c) rozwiązując sprawnie różne równania, nierówności, układy równań i nierówności;
- 5) uczniowie poznawali podstawowe elementy myślenia matematycznego:
- a) kształcą umiejętność samodzielnego formułowania definicji i pojęć;
 - b) kształcą umiejętność argumentowania oraz przeprowadzania prostych dowodów;
 - c) rozwijając umiejętność samodzielnego, logicznego myślenia.

Cele wychowawcze

Cele wychowawcze, jakie należy realizować poprzez nauczanie matematyki to:

- kształtowanie wytrwałości w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych;
- wyrabianie systematyczności w pracy;
- nabywanie umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki;
- rozwijanie umiejętności pracy w zespole – kształtowanie postawy dialogu i kultury dyskusji;
- kształtowanie postaw poszukujących i krytycznych;
- dbanie o estetykę wykonywanej pracy.

2. Cele szczegółowe

Elementy logiki, liczby i ich zbiory:

Wiadomości:

- podaje przykłady zdań w sensie logicznym i zdań, które takimi nie są;
- określa liczbę niewymierną;
- zna definicję wartości bezwzględnej; Umiejętności:
- -ocenia wartość logiczną tych zdań;
- tworzy zdania złożone i je wartościuje;
- tworzy zaprzeczenia zdań prostych i zdań złożonych;

- stosuje wzory do wykonywania obliczeń, przekształceń wyrażeń algebraicznych, dowodzenia twierdzeń;
- wskazuje liczbę niewymierną wśród podanych liczb;
- wykazuje niewymierność niektórych liczb;
- usuwa niewymierność z mianownika ułamka;
- zaznacza liczbę niewymierną na osi liczbowej;
- podnosi do potęgi liczby rzeczywiste;
- wyciąga pierwiastki z liczb rzeczywistych;
- posługuje się osią liczbową;
- zaznacza na osi liczby i przedziały liczbowe oraz wyniki działań mnogościowych (rozwiązania nierówności);
- omawia własności wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną;
- stosuje wartość bezwzględną do rozwiązywania równań i nierówności typu;
- rozwiązuje równania i nierówności z większą ilością wartości bezwzględnych;

Funkcje i ich własności:

Wiadomości:

- zna pojęcie dziedziny i zbioru wartości funkcji;
- zna rodzaje przekształceń wykresu danej funkcji;
- zna własności funkcji liniowej;

Umiejętności:

- wyznacza ważne dla funkcji punkty;
- oblicza wartość funkcji w danym punkcie;
- wyznacza liczbę, dla której funkcja przyjmuje określoną wartość;
- podaje wartość najmniejszą i największą funkcji określonej w przedziale;
- stosuje przekształcenia do sporządzania wykresów funkcji;
- przekształca wykres danej funkcji.;
- stosuje przekształcenia do sporządzania wykresów funkcji: $y = f(x - p) + q$, mając wykres funkcji $y = f(x)$;
- sporządza wykresy funkcji i odczytuje z nich własności tych funkcji;
- sporządza wykresy funkcji z wartością bezwzględną;
- sporządza wykresy funkcji przedstawionych za pomocą klamry;
- układa równanie lub nierówność na podstawie analizy tekstu zadania i je rozwiązuje;
- rozwiązuje układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi;

- określa, jakiego typu jest to układ równań;
- rozwiązuje zadania tekstowe z różnych dziedzin, tworząc układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi;

Geometria analityczna:

Wiadomości:

- wyjaśnia pojęcie wektora zaczepionego i swobodnego;
- zna wzór na obliczanie odległości dwóch punktów;
- zna równanie okręgu;
- zna warunek równoległości i prostokątności prostych;
- zna pojęcie wektora; Umiejętności
- wyznacza odległość dwóch punktów, mając ich współrzędne;
- odczytuje z równania (nierówności) okręgu (koła) współrzędne środka okręgu (koła) i promień;
- zapisuje równanie (nierówność) okręgu (koła), mając współrzędne środka i promień;
- rozstrzyga, czy dany punkt leży wewnątrz, na brzegu czy na zewnątrz koła;
- zapisuje równanie prostej, mając dwa różne punkty, które ją wyznaczają;
- zapisuje równanie prostej, mając jej kąt nachylenia do osi OX i punkt;
- rozpoznaje równania prostych do siebie, prostokątnych, równoległych lub pokrywających się;
- oblicza odległość punktu od prostej;
- rozstrzyga wzajemne położenie na przykład prostej względem okręgu, mając równanie tej prostej oraz okręgu;
- rozwiązuje zadania z prostą i okręgiem (np. zapisuje równanie okręgu opisanego na trójkącie);
- ilustruje na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiory opisane za pomocą nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi;
- oblicza współrzędne wektora;
- oblicza długość wektora;
- stosuje własności iloczynu skalarnego do zadań w układzie współrzędnych;

Funkcja kwadratowa:

Wiadomości:

- rozpoznaje na podstawie wzoru funkcję kwadratową;
- zna wzory Viete'a;

Umiejętności:

- przedstawia trójmian kwadratowy w postaci kanonicznej, iloczynowej;
- stosuje definicję wartości bezwzględnej do wykonywania wykresów funkcji kwadratowej z wartością bezwzględną;
- rozwiązuje rozmaite zadania prowadzące do ekstremum funkcji kwadratowej;
- podaje pierwiastki trójmianu kwadratowego na podstawie wzorów Viete'a;
- określa znaki pierwiastków trójmianu kwadratowego;
- rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe, stosując: wzory na pierwiastki, wzory Viete'a, twierdzenie o znaku funkcji kwadratowej, wykres funkcji kwadratowej;
- układa równania i nierówności do zadań tekstowych oraz je rozwiązuje;
- analizuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem;

Wielomiany i funkcje wymierne:

Wiadomości:

- podaje twierdzenie Bezouta;
- podaje twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych; Umiejętności:
- porównuje dwa wielomiany;
- wykonuje dzielenie wielomianu przez wielomian;
- stosuje twierdzenie Bezouta do ustalania, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;
- ustala podzielność wielomianu przez dwumian;
- stosuje twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych do wyznaczania pierwiastków wielomianu;
- rozwiązuje nierówności wielomianowe;
- stosuje poznane twierdzenia do nietypowych zadań dotyczących wielomianów;
- sporządza wykresy funkcji homograficznych i odczytuje z nich własności funkcji;
- przekształca wykresy funkcji homograficznej przez symetrię i translację o wektor;
- sporządza wykresy funkcji homograficznej;
- dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne, wyznaczając ich dziedzinę;
- rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań z parametrem;
- omawia rozwiązalność równania z parametrem i rozwiązuje je;
- rozwiązuje nierówności wymierne;
- omawia warunki rozwiązalności nierówności;

- rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną;

Ciągi liczbowe:

Wiadomości:

- podaje wzór na n – ty wyraz ciągu arytmetycznego;
- na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- podaje wzór na n – ty wyraz ciągu geometrycznego;
- podaje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- zna pojęcie procentu składanego;
- zna pojęcie stopy procentowej,;
- rozróżnia pojęcia: kapitału, lokaty, raty, kredytu, kapitalizacji odsetek, salda, debetu;
- rozpoznaje szereg geometryczny;
- podaje zasadę indukcji matematycznej; Umiejętności:
- wyznacza wzór ciągu mając typowe dane;
- wyznacza dowolne wyrazy ciągu na podstawie wzoru;
- oblicza sumę wyrazów ciągu arytmetycznego;
- rozwiązuje różne zadania z ciągiem arytmetycznym;
- wyznacza wzór ciągu mając typowe dane;
- wyznacza dowolne wyrazy ciągu na podstawie wzoru;
- oblicza sumę wyrazów ciągu geometrycznego;
- rozwiązuje różne zadania z ciągiem geometrycznym;
- oblicza procent składany;
- oblicza stopę procentową.
- oblicza: kapitał początkowy i końcowy lokaty;
- oblicza wysokość rat kredytu;
- oblicza odsetki od lokaty z kapitalizacją odsetek i bez niej;
- rozstrzyga zbieżność szeregu geometrycznego;
- oblicza sumę szeregu geometrycznego;
- stosuje zasadę indukcji matematycznej do dowodzenia twierdzeń;

Trygonometria:

Wiadomości:

- określa związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;
- zna podstawowe wzory redukcyjne;

- określa związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego argumentu;
- określa funkcje trygonometryczne kąta jako funkcje zmiennej rzeczywistej;
- omawia wykresy sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa;

Umiejętności:

- korzysta ze związków między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;
- sprawdza podstawowe tożsamości;
- stosuje podstawowe wzory redukcyjne;
- stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi w dowodzeniu prostych tożsamości trygonometrycznych;
- oblicza wartości funkcji dla kątów o mierze radianowej;
- odczytuje z wykresu własności funkcji trygonometrycznych (miejsca zerowe, wartość najmniejszą i największą itp.);
- rozwiązuje proste równania trygonometryczne, wykorzystując poznane wzory;
- posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych w rozwiązywaniu nierówności trygonometrycznych;

Planimetria:

Wiadomości:

- formułuje twierdzenie sinusów;
- formułuje treść twierdzenia cosinusów;
- określa charakterystykę wpisywalności czworokąta w okrąg;
- określa charakterystykę wpisywalności okręgu w czworokąt;
- zna twierdzenie Talesa;

Umiejętności:

- dowodzi twierdzenia cosinusów (jest świadomy, że jest to uogólnienie twierdzenia Pitagorasa);
- dowodzi twierdzenia sinusów (jest świadomy, że jest to uogólnienie twierdzenia Pitagorasa);
- rozstrzyga, czy dany wielokąt można wpisać w dany okrąg;
- sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg;
- oblicza pola i obwody wielokątów z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych;
- stosuje twierdzenie Talesa przede wszystkim do zadań z życia codziennego, zadań z trójkątami;

- stosuje zdobyte wiadomości (własności podobieństwa, a także cechy podobieństwa trójkątów) nie tylko do zagadnień teoretycznych, ale i praktycznych;

Stereometria:

Wiadomości:

- zna pojęcie kąta dwuściennego;

Umiejętności:

- wyznacza kąt płaski odpowiadający kontowi dwuściennemu.
- rozwiązuje zadania z przekrojami płaskimi;
- rozwiązuje różne zadania ze stereometrii, posługując się wiedzą z geometrii płaszczyzny i trygonometrią;
- rozwiązuje różne zadania ze stereometrii, posługując się wiedzą z geometrii płaszczyzny i trygonometrią;
- oblicza objętość i pole powierzchni całkowitej brył obrotowych;

Prawdopodobieństwo:

Wiadomości:

- zna pojęcie permutacji;
- odróżnia wariacje bez powtórzeń elementów danego zbioru;
- odróżnia wariacje z powtórzeniami elementów danego zbioru;
- odróżnia kombinacje elementów danego zbioru;
- definiuje prawdopodobieństwo;

Umiejętności:

- wyznacza permutacje zbiorów i ich liczby;
- wyznacza wariacje bez powtórzeń zbioru skończonego;
- wyznacza wariacje z powtórzeniami zbioru skończonego;
- wyznacza kombinacje zbioru skończonego;
- rozwiązuje zadania kombinatoryczne;
- wykazuje proste własności prawdopodobieństwa;
- rozwiązuje proste zadania z zastosowaniem elementów kombinatoryki i klasycznej definicji prawdopodobieństwa;
- przeprowadza analizę ilościową przedstawianych danych;
- oblicza średnie danych liczbowych;
- przeprowadza analizę ilościową przedstawianych danych;
- oblicza średnie danych liczbowych oraz odchylenia od nich;

III. Założenia programu

Program numer DKOS-5002-79/07 jest podstawą, na której opieramy program wyrównywania szans z matematyki. Ma on na celu przybliżenie i ułatwienie zrozumienia matematyki. Opierając się na tym programie, kierujemy się następującymi założeniami:

- zakres wiadomości i umiejętności matematycznych młodzieży podejmującej naukę w naszej szkole jest zróżnicowany;
- nauka matematyki powinna być systematyczna i powinna uwzględniać zdobytą przez uczniów wiedzę i umiejętności;
- edukacja matematyczna powinna umożliwić uczniom zdobycie wiadomości i umiejętności użytecznych w życiu codziennym, niezbędnych do dalszego kształcenia się;
- nauczanie matematyki powinno zachęcać do posługiwania się poznanymi metodami przy rozwiązywaniu zadań praktycznych;
- matematyka nie jest dziedziną oderwaną od rzeczywistości – dzięki niej można rozwiązywać i analizować problemy z innych dziedzin wiedzy;

Program uwzględnia fakt, że młodzież reprezentuje zróżnicowany poziom wiedzy, dlatego treści nauczania są powtórzeniem, uzupełnieniem i uogólnieniem wiedzy. Poprzez wykorzystanie różnych pomocy dydaktycznych będziemy przybliżyć matematykę, jako naukę przydatną i wykorzystywaną w wielu sytuacjach codziennych. Program uwzględnia nowe tendencje w nauczaniu matematyki, dlatego kształcąc młodzież opieramy się na wymaganiach stawianych przez Centralną Komisję Egzaminacyjną (zarówno merytorycznych jak i na formach sprawdzania wiedzy – testy, zadania opisowe).

Główne założenia programu:

- umiejętność analizy logicznej zdań
- umiejętność wskazywania nielogiczności wypowiedzi lub sprzeczności z przesłankami;
- sprawność swobodnego działania w zbiorze liczb rzeczywistych;
- umiejętność przedstawiania kolejnych działań w postaci algorytmu i podawania przykładów różnych algorytmów; położenie nacisku na obliczenia procentowe,

a zwłaszcza na ich wykorzystanie w życiu codziennym (zagadnienia statystyczne, interpretacja danych);

- umiejętność samodzielnego prowadzenia prostych badań statystycznych i przedstawiania ich wyników za pomocą poznanych metod;
- położenie nacisku na ogólne pojęcie funkcji liczbowej, jej wykres i własności oraz jej zastosowanie do opisu zależności w przyrodzie, umiejętność podania przykładu sytuacji opisanej funkcją – podanie jej wzoru mając dany wykres;
- umiejętność zastosowania wiadomości o wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań, nierówności; umiejętność określania warunków rozwiązania w równaniach i nierównościach z parametrem; umiejętność stosowania pojęć i twierdzeń planimetrii do rozwiązywania różnorodnych problemów;
- umiejętność przeprowadzenia dowodu wybranego twierdzenia i sformułowania wniosków w postaci twierdzenia;
- sprawność wyznaczania związków metrycznych i miarowych w otaczającej nas przestrzeni;
- umiejętność wykorzystywania cech podobieństwa figur w zadaniach na dowodzenie;
- umiejętność dostrzegania ciągów w różnych sytuacjach i budowania dla nich modelu matematycznego;
- umiejętność stosowania wzorów z rachunku prawdopodobieństwa w konkretnych sytuacjach życiowych;
- umiejętność stosowania własności brył do rozwiązywania problemów praktycznych.

IV. Realizacja założeń programowych

1. Organizacja zajęć

Zajęcia będą odbywały się w formie konwersatoriów w wymiarze 2 lub 3 godzin tygodniowo. Prowadzący przewidują także organizowanie zajęć w formie konsultacji indywidualnych dla uczniów zainteresowanych poszerzeniem swoich wiadomości i umiejętności.

Spotkania będą odbywały się w wyznaczonych salach (w razie potrzeby w pracowni komputerowej). W klasie trzeciej zaplanowano przeznaczenie 14 godzin na rozwiązywanie arkuszy maturalnych.

2. Pomoce naukowe

Biorąc pod uwagę założone cele i adresatów prowadzonych zajęć, wskazane jest sięgnięcie po takie pomoce, jak: kalkulatory (aby uniknąć żmudnych obliczeń) i zestawy wzorów matematycznych (dopuszczone na maturze). Należy wykorzystywać podczas zajęć przykładowe zestawy maturalne (z poprzednich lat), czy zbiory zadań kierowane do uczniów lubiących rozwiązywać problemy matematyczne. Wskazane jest rozwiązywanie zadań problemowych zaproponowanych przez młodzież, np. związanych z problematyką ekonomiczną czy życiem codziennym.

3. Procedury osiągania celów

Osiągnięcie zamierzonych celów edukacyjnych i wychowawczych jest możliwe dzięki stosowaniu na zajęciach z matematyki różnych form pracy z uczniem.

Proponujemy obok tradycyjnych form pracy takich jak: wykład, praca z podręcznikiem lub innymi źródłami informacji, metody aktywizujące uczniów takie, jak: praca w grupach na zajęciach lub poza nią (opracowanie przez grupę podanego wcześniej tematu). Praca w grupach uczy współpracy w zespole, organizacji miejsca pracy, właściwego podziału ról i odpowiedzialności za zespół. Sprzyja kształtowaniu umiejętności komunikowania się członków grupy. Ważna jest także umiejętność samodzielnego przygotowania przez uczniów tematów, przedstawiających wybrane zagadnienia matematyki. Metoda ta pozwala kształcić postawy poszukiwania i dociekliwości, daje szansę rozwoju i umożliwia uczniowi autoprezentację.

Zdobytą przez uczniów wiedzę będziemy sprawdzać różnymi metodami:

- powtórki w formie testu;
- odpowiedzi ustne;
- prace domowe zadawane osobom chętnym (te z bieżących zajęć, oraz większe prace, zadawane indywidualnie lub całej grupie).

Chcemy także zwrócić uwagę na ucznia zdolnego oraz słabego poprzez zróżnicowanie poziomu zadań. Uczniowi zdolnemu będziemy proponować zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające głębszej analizy, zmuszające do odwoływania się do wiadomości z różnych działów. Uczeń słaby powinien mieć natomiast szansę wyrównania braków, dlatego odwołujemy się np. do pracy w grupach lub do pracy indywidualnej ucznia zdolnego ze słabszym.

Uczniom słabszym proponujemy także zadania utrwalające i poszerzające zdobyte wiadomości.

V. Treści nauczania

1. Elementy logiki, liczby i ich zbiory (16 godzin)				
Ilość godzin	Tematyka zajęć	Zakres tematyczny	Procedury osiągnięcia celów NAUCZYCIEL:	Forma kształcenia
2	Pojęcie zdania w logice	Pojęcie zdania w logice, wartościowanie zdania, funktory zdaniotwórcze, zdania złożone, wartościowanie zdań złożonych.	Wybiera z listy rozmaitych zdań zdania logiczne i ocenia ich wartość logiczną; uczeń poznaje zdania złożone (koniunkcję, alternatywę, implikację, równoważność) i dedukuje ich wartościowanie na podstawie przykładów takich zdań złożonych. Wyrabia i ćwiczy u uczniów umiejętność zaprzeczania zdań, odwołując się do konkretnych przykładów takich zdań i ich zaprzeczeń.	konwersatoria
4	Wzory skróconego mnożenia, przekształcanie wyrażeń algebraicznych	Wzory skróconego mnożenia oraz przykłady ich zastosowań do uproszczonych rachunków i przekształcania wyrażeń algebraicznych.	Przypomina wzory skróconego mnożenia: $(a \pm b)^2$ i $a^2 \pm b^2$; rozszerza znajomość wzorów skróconego mnożenia o wzory: $(a \pm b)^3$ i $a^3 \pm b^3$ stara się stosować te wzory do takich przykładów działań na liczbach i wyrażeniach, aby poznane wzory rzeczywiście upraszczały rachunki).	konwersatoria
2	Zbiór liczb niewymiernych	Pojęcie liczby niewymiernej; wykonywanie działań na liczbach niewymiernych; konstruowanie niektórych liczb niewymiernych i zaznaczanie ich na osi liczbowej; usuwanie niewymierności z mianownika ułamka.	Wybiera poprzez różne ćwiczenia liczby niewymierne spośród podanych liczb, dowodzi niewymierności oraz podaje ich konstrukcję (z zastosowaniem twierdzenia Pitagorasa); usuwa niewymierność z mianowników ułamków (akcentując tutaj zastosowanie poznanych wzorów skróconego mnożenia).	konwersatoria

2	Ćwiczenia w działaniach na potęgach i pierwiastkach	Ćwiczenia i przykłady na obliczanie potęgi oraz pierwiastków.	Przypomina definicje potęgi o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym, pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej, własności działań na potęgach i pierwiastkach, przekształca wyrażenia z potęgami i pierwiastkami.	konwersatoria
2	Oś liczbowa, przedziały liczbowe i działania na nich	Przypomnienie wiadomości o osi liczbowej działania na przedziałach.	Posługuje się osią liczbową podaje opis przedziałów i wykonuje na nich działania: koniunkcji, alternatywy, różnicy i dopełnienie przedziałów do całej osi (jako przestrzeni).	konwersatoria
4	Wartość bezwzględna (moduł) liczby rzeczywistej	Definicja wartości bezwzględnej, wnioski wynikające z definicji; podstawowe własności wartości bezwzględnej i jej interpretacja geometryczna; równania i nierówności z wartością bezwzględną.	Podaje definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej; wyznacza wartość bezwzględną danych liczb; interpretuje wartość bezwzględną na osi liczbowej oraz rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną.	konwersatoria
2. Funkcje i ich własności (16 godzin)				
1	Dziedzina funkcji, zbiór wartości	Wyznaczanie dziedziny i zbioru wartości podanych przykładów funkcji, w tym przede wszystkim funkcji liczbowych.	Wyznacza dziedzinę i zbiór wartości funkcji (dobiera takie przykłady funkcji liczbowych, aby mieć okazję wykorzystać zdobyte wcześniej wiadomości o wartości bezwzględnej, o pierwiastkach); akcentuje przy tym, że wyznaczanie dziedziny funkcji liczbowych określonych wzorem wiąże się z wykonalnością działań w zbiorze liczb rzeczywistych.	konwersatoria
1	Miejsce zerowe funkcji, wartość funkcji w danym punkcie	Znajdowanie miejsc zerowych, zbioru wartości, funkcji określonych na różne sposoby.	Wyznacza miejsca zerowe funkcji oraz jej wartość w punktach (ćwicz przy tym sprawność rachunkową uczniów w działaniach na liczbach rzeczywistych).	konwersatoria

1	Wartość najmniejsza i największa funkcji w przedziale, monotoniczność funkcji	Określanie największej i najmniejszej wartości funkcji; wyznaczanie ich (o ile istnieją) dla funkcji określonych w danym przedziale, posługując się jej wzorem lub wykresem.	Akcentuje, że funkcja w danym przedziale może mieć obie te wartości, jedną z nich albo nie osiągać żadnej.	konwersatoria
2	Przekształcenia wykresu funkcji	Przesunięcie równoległe wykresu funkcji, odbicia wykresu funkcji względem osi układu współrzędnych.	Omawia wymienione przekształcenia wykresu funkcji oraz stosuje je do sporządzania wykresów funkcji.	konwersatoria
2	Przekształcenia wykresu funkcji	Przesunięcie równoległe wykresu funkcji, odbicia wykresu funkcji względem osi układu współrzędnych.	Omawia wymienione przekształcenia wykresu funkcji oraz stosuje je do sporządzania wykresów funkcji.	konwersatoria
2	Sporządzanie wykresów funkcji, odczytywanie własności funkcji z wykresu	Sporządzanie wykresów rozmaitych funkcji elementarnych określonych wzorem, odczytywanie z wykresu danej funkcji jak najwięcej istotnych własności tej funkcji.	Akcentuje własność wykresu funkcji parzystej, nieparzystej, okresowej.	konwersatoria
2	Funkcje klamrowe i ich własności	Wprowadzenie funkcji definiowanych za pomocą klamry.	Przypomina definicję wartości bezwzględnej, nawiązuje do wiadomości o funkcji liniowej, stosuje różnorodne ćwiczenia utrwalające umiejętność rysowania wykresów funkcji.	konwersatoria
2	Zadania prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą	Zadania tekstowe rozwiązywane za pomocą równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą.	Rozwiązuje zadania z różnych dziedzin prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą.	konwersatoria
2	Układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi: zależny, niezależny, sprzeczny	Metody rozwiązywania układów dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi (podstawiania, przeciwnych współczynników, graficzna) oraz klasyfikacja układów dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi.	Podaje klasyfikację układów dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi oraz ich interpretacje geometryczne, rozwiązuje te układy.	konwersatoria

1	Zadania prowadzące do układów dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi	Zadania tekstowe z różnych dziedzin prowadzące do układów dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi.	Rozwiązuje jak najwięcej zadań tekstowych.	konwersatoria
3. Geometria analityczna (16 godzin)				
2	Odległość dwóch punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej	Wzór na odległość dwóch punktów.	Wyprowadza wzór na odległość dwóch punktów, korzystając z twierdzenia Pitagorasa, rozwiązuje jak najwięcej zadań i ćwiczeń z zastosowaniem tego wzoru.	konwersatoria
1	Równanie (nierówność) okręgu (koła)	Przypomnienie definicji okręgu (koła) oraz równanie (nierówność) okręgu (koła).	Wyprowadza równanie (nierówność) okręgu (koła) oraz rozwiązuje jak najwięcej zadań z tym związanych.	konwersatoria
2	Prosta na płaszczyźnie kartezjańskiej	Różne postaci równania prostej: ogólna, kierunkowa.	Omawia pojęcie kąta nachylenia prostej do osi OX, następnie ogólną postać równania prostej, wykonuje dużo ćwiczeń w pisaniu równań prostych na podstawie różnych danych.	konwersatoria
2	Prostopadłość i równoległość dwóch prostych na płaszczyźnie kartezjańskiej	Warunki prostopadłości i równoległości prostych o równaniach: ogólnych, kierunkowych.	Podaje warunki prostopadłości i równoległości prostych zadanych równaniami: ogólnymi, kierunkowymi, rozwiązuje wiele związanych z tym zadań.	konwersatoria
2	Odległość punktu od prostej	Wzór na odległość punktu od prostej o równaniu ogólnym.	Wyprowadza wzór na odległość punktu od prostej oraz rozwiązuje zadania z zastosowaniem tego wzoru.	konwersatoria
2	Prosta i okrąg na płaszczyźnie kartezjańskiej	Zadania z geometrii analitycznej związane z prostą i okręgiem.	Wykorzystuje zdobyte wiadomości z geometrii analitycznej do rozwiązywania zadań z okręgiem i prostą.	konwersatoria
1	Nierówność opisująca półpłaszczyznę	Ilustracja geometryczna nierówności liniowej z dwiema niewiadomymi.	Podaje ilustracje geometryczne na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiorów punktów współrzędnych spełniających daną nierówność liniową z dwiema niewiadomymi.	konwersatoria

2	Wektory w układzie współrzędnych.	Pojęcie wektora zaczepionego, swobodnego, obliczanie współrzędnych wektora, i jego długość.	Wprowadza pojęcie wektora i jego parametry, pokazuje własności wektorów. Odwołuje się do wiadomości o wektorach na płaszczyźnie.	konwersatoria
2	Zastosowania iloczynu skalarnego wektorów do geometrii	Twierdzenie o przecinaniu się wysokości w trójkącie, rozwiązywanie trójkątów.	Pokazuje zastosowania iloczynu skalarnego do geometrii.	konwersatoria
4. Funkcja kwadratowa (12 godzin)				
2	Postać ogólna i kanoniczna i iloczynowa trójmianu kwadratowego	Definicja funkcji kwadratowej, dziedzina, postać kanoniczna i iloczynowa trójmianu kwadratowego.	Wprowadza definicję funkcji kwadratowej, odczytuje ze wzoru współczynniki funkcji kwadratowej oraz przedstawia trójmian w postaci kanonicznej.	konwersatoria
2	Wykresy funkcji kwadratowej z wartością bezwzględną	Kształtowanie umiejętności wykonywania wykresów funkcji kwadratowej z wartością bezwzględną.	Przypomina definicję wartości bezwzględnej i na jej podstawie zapisuje wzór funkcji w odpowiednich przedziałach. Wykonuje przykładowe wykresy.	konwersatoria
2	Zadania prowadzące do ekstremum funkcji kwadratowej	Ekstremum funkcji kwadratowej w zadaniach z różnych dziedzin (algebraiczne geometryczne, o charakterze praktycznym).	Rozwiązuje różnego typu zadania z zastosowaniem ekstremum funkcji kwadratowej.	konwersatoria
2	Wzory Viete'a	Suma i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego.	Wyprowadza wzory Viete'a oraz stosuje je do różnych zadań, na przykład do wyznaczenia wartości wyrażeń algebraicznych bez obliczania pierwiastków trójmianu kwadratowego.	konwersatoria
2	Równania i nierówności kwadratowe	Określenie równania kwadratowego i nierówności kwadratowej równania i nierówności zupełne i niezupełne.	Rozwiązuje jak najwięcej równań i nierówności (zupełnych i niezupełnych), stosując różne metody: przy rozwiązywaniu nierówności kwadratowych posługuje się także wykresami funkcji kwadratowych.	konwersatoria
2	Zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych	Zadania tekstowe z różnych dziedzin, zadania z parametrem, wartością bezwzględną.	Rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych z różnych dziedzin oraz proste zadania z parametrem i wartością bezwzględną.	konwersatoria

5. Wielomiany i funkcje wymierne (14 godzin)

1	Równość dwóch wielomianów.	Twierdzenie o równości dwóch wielomianów.	Formułuje twierdzenie o równości dwóch wielomianów, rozwiązuje zadania z nim związane (w tym zadania z parametrem).	konwersatoria
1	Dzielenie wielomianów	Twierdzenie o dzieleniu z resztą, podzielność wielomianu przez wielomian.	Zaczyna od przypomnienia twierdzenia dzieleniu z resztą liczb całkowitych. Następnie, analogicznie do tego, formułuje twierdzenie o dzieleniu wielomianów, wykonuje jak najwięcej ćwiczeń z dzieleniem wielomianów.	konwersatoria
2	Twierdzenie Bezouta	Twierdzenie o reszcie i ilorazie z dzielenia wielomianu przez dwumian $(x - c)$ oraz wnioski z tego twierdzenia.	Nawiązuje do twierdzenia o dzieleniu z resztą i do twierdzenia Bezouta, wykonuje dużo ćwiczeń związanych z tymi zagadnieniami.	konwersatoria
1	Wymierne pierwiastki wielomianu o współczynnikach całkowitych	Twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych.	Rozwiązuje różne zadania z zastosowaniem twierdzenia o wymiernych pierwiastkach	konwersatoria
2	Nierówności wielomianowe	Pojęcie nierówności wielomianowej, metoda „siatki” znaków oraz szkicowanie wykresu.	Omawia metody rozwiązywania nierówności wielomianowych i ćwiczy je na wielu przykładach.	konwersatoria
1	Funkcja homograficzna	Definicja funkcji homograficznej, dziedzina funkcji homograficznej i jej własności.	Sporządza wykresy funkcji homograficznych, wykorzystując przesunięcie równoległe płaszczyzny i symetrie.	konwersatoria
1	Wykresy funkcji homograficznych	Sporządzanie wykresów funkcji homograficznej, graficzne rozwiązywanie równań i układów równań z funkcją homograficzną.	Sporządza wykresy funkcji homograficznych i odczytuje ich własności. Odczytuje z wykresu rozwiązania równań.	konwersatoria
1	Przekształcanie wyrażeń wymiernych	Działania łączne na wyrażeniach wymiernych.	Wykonuje jak najwięcej ćwiczeń dotyczących działań na wyrażeniach wymiernych, zwracając uwagę na rozkład licznika i mianownika na czynniki.	konwersatoria

1	Równania wymierne z parametrem	Zadania prowadzące do równań wymiernych, zadania z parametrem.	Rozwiązuje jak najwięcej zadań prowadzących do równań wymiernych i zadań, w których występuje parametr. Zwraca szczególną uwagę na dziedzinę równania i warunki jego rozwiązalności.	konwersatoria
2	Nierówności wymierne	Pojęcie nierówności wymiernej i metody jej rozwiązywania.	Wprowadza pojęcie nierówności wymiernej, omawia jej rozwiązalność. Rozwiązuje jak najwięcej nierówności.	konwersatoria
1	Równania i nierówności z wartością bezwzględną	Zadania dotyczące równań i nierówności z wartością bezwzględną.	Rozwiązuje jak najwięcej zadań z wartością bezwzględną. Zwraca uwagę na własności wartości bezwzględnej i warunki rozwiązalności zadania.	konwersatoria
6. Ciągi liczbowe (14 godzin)				
1	Wzór na n – ty wyraz ciągu arytmetycznego	Wzór na n – ty wyraz ciągu arytmetycznego.	Wyprowadza wzór na n - ty wyraz ciągu arytmetycznego, rozwiązuje wiele przykładów z zastosowaniem tego wzoru.	konwersatoria
1	Suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	Wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.	Wyprowadza wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego, ćwiczy obliczanie sumy wyrazów ciągu arytmetycznego.	konwersatoria
2	Zadania z ciągiem arytmetycznym	Rozwiązywanie zadań różnego typu dotyczących ciągu arytmetycznego.	Rozwiązuje różne zadania z ciągiem arytmetycznym, w tym zadania tekstowe, rachunkowe i na dowodzenie.	konwersatoria
1	Wzór na n – ty wyraz ciągu geometrycznego	Wzór na n – ty wyraz ciągu geometrycznego.	Wyprowadza wzór na n - ty wyraz ciągu geometrycznego, rozwiązuje wiele przykładów z zastosowaniem tego wzoru.	konwersatoria
1	Suma n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	Wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.	Wyprowadza wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego, ćwiczy obliczanie sumy wyrazów ciągu geometrycznego.	konwersatoria
2	Zadania z ciągiem geometrycznym	Rozwiązywanie zadań różnego typu dotyczących ciągu geometrycznego.	Rozwiązuje różne zadania z ciągiem geometrycznym, w tym zadania tekstowe, rachunkowe i na dowodzenie.	konwersatoria
1	Procent składany, stopa procentowa	Pojęcie procentu składanego i stopy procentowej i ich zastosowanie w praktyce.	Wprowadza pojęcie procentu składanego i stopy procentowej. Rozwiązuje wiele zadań dotyczących życia codziennego (np. oprocentowanie lokat bankowych) z zastosowaniem procentu składanego i stopy procentowej.	konwersatoria

1	Kapitał, lokaty, raty, kredyty, kapitalizacja odsetek, saldo, debet	Pojęcia: kapitału, lokaty, raty, kredytu, kapitalizacji odsetek, salda, debetu.	Wprowadza pojęcia: kapitału, lokaty, raty, kredytu, kapitalizacji odsetek, salda, debetu. Rozwiązuje wiele zadań związanych z życiem codziennym, z wykorzystaniem tych pojęć.	konwersatoria
1	Pojęcie szeregu liczbowego. Szereg geometryczny i jego zbieżność	Definicja szeregu liczbowego, kryterium zbieżności szeregu, wzór na sumę zbieżnego szeregu geometrycznego.	Wprowadza pojęcie szeregu liczbowego, wyprowadza wzór na jego sumę, podaje kryterium zbieżności szeregu, rozpatruje przykłady szeregów i oblicza ich sumy.	konwersatoria
2	Indukcja matematyczna	Zasada indukcji matematycznej dowodzenia twierdzeń.	Podaje zasadę indukcji matematycznej. Rozwiązuje wiele przykładów na dowodzenie twierdzeń z zastosowaniem indukcji matematycznej.	konwersatoria
1	Procent składany, stopa procentowa	Pojęcie procentu składanego i stopy procentowej i ich zastosowanie w praktyce.	Wprowadza pojęcie procentu składanego i stopy procentowej. Rozwiązuje wiele zadań dotyczących życia codziennego (np. oprocentowanie lokat bankowych) z zastosowaniem procentu składanego i stopy procentowej.	konwersatoria
7. Trygonometria (9 godzin)				
2	Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta	Określenie związków między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta, podstawowe tożsamości i wzory redukcyjne.	Określa związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta. Podaje podstawowe tożsamości i wzory redukcyjne i ćwiczy je w zadaniach dotyczących np. geometrii płaszczyzny.	konwersatoria
2	Tożsamości trygonometryczne	Tak zwane jedynki trygonometryczne i zależności między tangensem, sinusem i cotangensem.	Wyprowadza związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta: argumentu rzeczywistego oraz stosuje je do dowodzenia prostych tożsamości trygonometrycznych.	konwersatoria
1	Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej	Przeformułowanie definicji funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta na definicje funkcji trygonometrycznych dowolnej zmiennej rzeczywistej.	Definiuje funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej oraz wykonuje dużo ćwiczeń.	konwersatoria
1	Wykresy funkcji trygonometrycznych	Wykresy funkcji trygonometrycznych i odczytywanie własności tych funkcji z ich wykresów.	Sporządza wykresy funkcji trygonometrycznych, posługując się niektórymi wzorami redukcyjnymi, z których odczytuje własności wykresów i metodę ich otrzymania.	konwersatoria

3	Proste równania i nierówności trygonometryczne	Wzory na rozwiązanie równań trygonometrycznych elementarnych, rozwiązywanie równań i nierówności trygonometrycznych z wykorzystaniem otrzymanych wzorów.	Rozpoczyna od geometrycznej interpretacji równania $f(x) = g(x)$ i nierówności $f(x) > g(x)$, gdzie f i g są funkcjami zmiennej rzeczywistej, a następnie rozwiązuje elementarne równania i nierówności trygonometryczne. Przy rozwiązywaniu równań korzysta ze wzorów na rozwiązania równań trygonometrycznych elementarnych, a przy rozwiązywaniu nierówności - z wykresów funkcji trygonometrycznych.	konwersatoria
8. Planimetria (12 godzin)				
2	Twierdzenie sinusów	Sformułowanie twierdzenia sinusów (i jego dowód z zastosowaniem własności kątów wpisanych w koło oraz zastosowaniem definicji funkcji trygonometrycznych kąta w trójkącie prostokątnym).	Formułuje twierdzenie sinusów i dowodzi go. Rozwiązuje zadania na wykorzystanie twierdzenia sinusów, w szczególności zadania dotyczące rozwiązywania trójkątów.	konwersatoria
2	Twierdzenie cosinusów	Twierdzenie cosinusów i jego dowód (z zastosowaniem definicji funkcji trygonometrycznych kąta w trójkącie prostokątnym), zastosowanie twierdzenia cosinusów do wyprowadzenia charakterystyki ostrokątności, prostokątności i rozwartokątności trójkąta.	Formułuje twierdzenie cosinusów, dowodzi go (przez zastosowanie definicji funkcji trygonometrycznych kąta w trójkącie prostokątnym) oraz wyciąga wnioski z tego twierdzenia. Rozwiązuje zadania na wykorzystanie twierdzenia cosinusów, w szczególności zadania dotyczące rozwiązywania trójkątów i charakterystyki ostrokątności, prostokątności i rozwartokątności trójkąta.	konwersatoria
2	Okrąg wpisany i opisany na czworokącie	Twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg i doń odwrotne, twierdzenie o czworokącie, w który można wpisać okrąg.	Omawia czworokąty, formułując warunek konieczny i wystarczający wpisalności czworokąta w okrąg. Bada w który czworokąt można wpisać okrąg, formułuje twierdzenie i doń odwrotne (można spróbować je dowieść). Rozwiązuje zadania dotyczące okręgów wpisanych i opisanych na czworokącie.	konwersatoria
2	Obliczanie pól i obwodów wielokątów z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych	Obliczanie pól i obwodów wielokątów z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych.	Rozwiązuje wiele zadań dotyczących obliczania pól i obwodów czworokątów z wykorzystaniem: funkcji trygonometrycznych, twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia Pitagorasa.	konwersatoria
2	Zastosowania twierdzenia Talesa	Zadania rachunkowe (np. związane z cieniem drzewa), zastosowanie w geometrii (twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie, twierdzenie o środkowych).	Rozwiązuje możliwie jak najwięcej zadań nie tylko rachunkowych, ale te ż na dowodzenie i konstrukcyjnych.	konwersatoria

2	Zastosowanie podobieństwa	Zastosowanie podobieństwa do: zadań konstrukcyjnych, zadań na dowodzenie, zadań na obliczanie wielkości geometrycznych.	Rozwiązuje jak najwięcej rozmaitych zadań, pokazując przydatność zdobytej wiedzy i umiejętności.	konwersatoria
9. Stereometria (9 godzin)				
1	Pojęcie kąta dwuściennego	Kąt dwuścienny, kąt płaski odpowiadający kontowi dwuściennemu.	Wprowadza pojęcie kąta dwuściennego, wyznacza kąty płaskie odpowiadające kątom dwuściennym. Wyznacza kąty dwuścienne ściany bocznej i podstawy oraz ścian bocznych ostrosłupów i graniastosłupów. Wykonuje wiele ćwiczeń.	konwersatoria
1	Przekroje płaskie graniastosłupów i ostrosłupów	Zadania z przekrojami płaskimi graniastosłupów i ostrosłupów	Rozwiązuje zadania, których motywem jest przekrój płaski bryły stosuje wiadomości z planimetrii i trygonometrię.	konwersatoria
2	Związki miarowe w graniastosłupach z zastosowaniem trygonometrii	Rozwiązywanie zadań na: obliczanie objętości pól powierzchni całkowitych wybranych brył; wyznaczanie miar kątów nachylenia, kątów dwuściennych itp.; dowodzenie prostych zależności między elementami brył.	W rozwiązywaniu zadań ze stereometrii sięga do przykładów z życia codziennego, na przykład kubatury budynków, pojemności basenów itp.	konwersatoria
3	Związki miarowe w ostrosłupach z zastosowaniem trygonometrii	Rozwiązywanie zadań na: obliczanie objętości pól powierzchni całkowitych wybranych brył; wyznaczanie miar kątów nachylenia, kątów dwuściennych itp.; dowodzenie prostych zależności między elementami brył.	W rozwiązywaniu zadań ze stereometrii sięga do przykładów z życia codziennego, na przykład kubatury piramid, pojemności naczyń.	konwersatoria
2	Pola i objętości brył obrotowych	Wzory na pola i objętości brył obrotowych: walca, stożka, kuli.	Dąży do tego, aby przy obliczaniu objętości i pól powierzchni całkowitej brył uczniowie stosowali funkcje trygonometryczne i elementy geometrii płaszczyzny	konwersatoria

10. Prawdopodobieństwo (13 godzin)				
1	Permutacje zbioru skończonego	Definicja permutacji, liczba permutacji zbioru. Twierdzenie o iloczynie zbiorów.	Wprowadza definicję permutacji, twierdzenie o iloczynie zbiorów. Wykonuje jak najwięcej ćwiczeń na obliczanie permutacji o różnym poziomie trudności.	konwersatoria
1	Wariacje bez powtórzeń	Określenie wariacji bez powtórzeń.	Stara się, aby uczeń zrozumiał pojęcie, umiał je wyznaczać. Wykonuje jak najwięcej zadań na obliczanie wariacji.	konwersatoria
1	Wariacje z powtórzeniami	Określenie wariacji z powtórzeniami.	Stara się, aby uczeń zrozumiał pojęcie, umiał je wyznaczać. Wykonuje jak najwięcej zadań na obliczanie wariacji. Zwraca uwagę na różnicę między wariacjami z powtórzeniami i bez powtórzeń.	konwersatoria
2	Kombinacje zbioru skończonego	Określenie wariacji kombinacji.	Stara się, aby uczeń zrozumiał pojęcie, umiał je wyznaczać. Wykonuje jak najwięcej zadań na obliczanie kombinacji. Zwraca uwagę na różnicę między wariacjami z powtórzeniami i bez powtórzeń, a kombinacjami	konwersatoria
3	Zadania z zastosowaniem pojęć kombinatorycznych	Rozwiązywanie zadań związanych z pojęciami kombinatorycznymi.	Sięga między innymi do zadań z różnych dziedzin, na przykład związanych z grami liczbowymi, talią kart do gry, numeracją tablic rejestracyjnych itp.	konwersatoria
1	Pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności	Pojęcie częstości zdarzenia i jej związek z prawdopodobieństwem; definicja prawdopodobieństwa i jego własności.	Bada własności pojęcia częstości, definiuje prawdopodobieństwo i dowodzi jego podstawowe własności; rozwiązuje proste zadania związane z nowym pojęciem.	konwersatoria
2	Zastosowanie klasycznej definicji prawdopodobieństwa do zadań	Permutacje, kombinacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń w zadaniach z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa.	W rozwiązywanych zadaniach zwraca uwagę na: opis przestrzeni zdarzeń elementarnych (możliwych wyników doświadczenia losowego), wyznaczanie ich liczby, opis interesującego nas zdarzenia, wyznaczanie liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających temu zdarzeniu.	konwersatoria
1	Średnia arytmetyczna, średnia ważona (liczone z próby)	Średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariacje i odchylenia standardowe.	Interpretuje jakościowo informacje zawarte w tabelach, diagramach i wykresach oraz ustala i formułuje proste zależności między nimi; wykorzystuje te informacje w toku badania typowych sytuacji problemowych.	konwersatoria
1	Mediana, wariancja, odchylenie standardowe	Mediana, wariacja i odchylenia standardowe.	Wykonuje obliczenia statystyczne, przeprowadza analizę ilościową danych, oblicza średnie i odchylenia	konwersatoria
14	Rozwiązywanie arkuszy maturalnych			konwersatoria

VI. Przewidywane osiągnięcia uczniów

1. Elementy logiki, liczby i ich zbiory:

- Poprawnie posługuje się pojęciami związanymi z teorią zbiorów, wykonuje działania na zbiorach
- Sprawne wykonuje działania na liczbach wymiernych (usuwanie niewymierności z mianownika) i wyrażeniach algebraicznych
- Dowodzi niewymierności wybranych liczb
- Znajduje przybliżenia liczby z daną dokładnością
- Rozwiązuje algebraicznie i graficznie równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosuje definicję wartości bezwzględnej i jej własności w zadaniach
- Wykonuje obliczenia procentowe

2. Funkcje i ich własności:

- Określa funkcję wzorem, tabelką, wykresem
- Wyznacza dziedzinę i zbiór wartości funkcji
- Opisuje własności funkcji
- Bada monotoniczność, parzystość, okresowość, różnowartościowość funkcji na podstawie definicji
- Podaje funkcję odwrotną do danej i określa warunki jej istnienia
- Określa zależność funkcyjną między wielkościami liczbowymi
- Przekształca wykres funkcji w symetrii osiowej i środkowej, w przesunięciu o wektor i podaje wzór otrzymanej funkcji

3. Geometria analityczna:

- Wyznacza równanie prostej na płaszczyźnie
- Wyznacza równanie prostej równoległej i prostopadłej do danej prostej
- Bada wzajemne położenie prostych
- Graficznie przedstawia nierówności linowe
- Graficznie przedstawia układy równań liniowych
- Wyznacza odległość punktów, punktu od prostej, dwóch prostych
- Graficznie przedstawia równania i nierówności drugiego stopnia
- Określa wzajemne położenie okręgów, okręgu i prostej
- Wyznacza równanie stycznej do danej krzywej

- Wykonuje działania na wektorach

4. Funkcja kwadratowa:

- Przedstawia trójmian kwadratowy w postaci kanonicznej, iloczynowej
- Stosuje definicję wartości bezwzględnej do wykonywania wykresów funkcji kwadratowej
- Rozwiązuje rozmaite zadania prowadzące do ekstremum funkcji kwadratowej
- Podaje pierwiastki trójmianu kwadratowego na podstawie wzorów Viete'a
- Rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe, stosując: wzory na pierwiastki, wzory Viete'a, twierdzenie o znaku funkcji kwadratowej, wykres funkcji kwadratowej
- Układa równania i nierówności do zadań tekstowych oraz je rozwiązuje
- Analizuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem

5. Wielomiany i funkcje wymierne

- Wykonuje działania na wielomianach i wyrażeniach wymiernych
- Sporządza wykresy funkcji liniowych, kwadratowych, wielomianowych, wymiernych
- Wyznacza dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji wielomianowej, wymiernej w przedziale
- Rozwiązuje algebraicznie i graficznie równania i nierówności wielomianowe i wymierne
- Określa liczbę rozwiązań równania
- Rozwiązuje zadania tekstowe i optymalizacyjne
- Stosuje wzory Viete'a
- Rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną lub parametrem
- Dowodzi proste własności funkcji wielomianowych i wymiernych
- Przekształca wykresy funkcji wielomianowych i wymiernych

6. Ciągi liczbowe:

- Określa ciąg wzorem rekurencyjnym i ogólnym
- Bada monotoniczność ciągu
- Bada, czy ciąg jest arytmetyczny czy geometryczny
- Oblicza sumę ciągu
- Stosuje własności ciągów w zadaniach
- Oblicza procent składany

- Oblicza granice ciągów
- Stosuje twierdzenia o granicach ciągów
- Oblicza sumę szeregu geometrycznego

7. Trygonometria:

- Oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, oraz kąt, gdy dana jest wartość funkcji trygonometrycznej
- Stosuje miarę łukową i stopniową
- Dowodzi proste tożsamości trygonometryczne
- Rysuje wykresy funkcji trygonometrycznych i przekształca je
- Rozwiązuje graficznie i algebraicznie równania i nierówności trygonometryczne
- Stosuje wzory redukcyjne
- Rozwiązuje zadania trygonometryczne z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych kąta
- Dowodzi proste twierdzenia z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych

8. Planimetria:

- Określa własności podstawowych figur płaskich
- Posługuje się własnościami symetralnej, środkowej odcinka, dwusiecznej kąta
- Oblicza pola i obwody figur płaskich
- Rozpoznaje wielokąty foremne
- Stosuje twierdzenie Talesa, podobieństwo figur do rozwiązywania zadań praktycznych
- Stosuje twierdzenie Pitagorasa
- Stosuje własności izometrii w zadaniach
- Wykonuje działania na wektorach
- Stosuje własności jednokładności w zadaniach
- Dowodzi proste twierdzenia

9. Stereometria:

- Określa własności podstawowych figur przestrzennych
- Rysuje siatki wielościanów
- Oblicza pola i objętości brył
- Stosuje pojęcia kąta dwusiecznego, kąta między prostą i płaszczyzną w zadaniach
- Wyznacza przekroje wielościanów

- Rozróżnia wielościiany foremne i określa ich własności
- Stosuje trygonometrię w rozwiązywaniu zadań ze stereometrii

10. Prawdopodobieństwo:

- Oblicza $n!$
- Stosuje w zadaniach wzory na permutacje, wariacje bez powtórzeń, wariacje z powtórzeniami, kombinacje
- Określa zbiór zdarzeń elementarnych i jego moc
- Określa liczbę zdarzeń elementarnych zdarzenia losowego
- Oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń na podstawie definicji i własności prawdopodobieństwa
- Odczytuje dane z tabel, diagramów, wykresów
- Przetwarza informacje

VII. Sposoby oceniania uczniów

Prowadzenie zajęć pozalekcyjnych ma na celu pogłębianie rozwoju intelektualnego uczniów i zwiększanie ich zaangażowania w zdobywanie nowych wiadomości i umiejętności. Zajęcia pozalekcyjne nie powinny być dla uczniów stresujące, co wpływa na ich aktywność i zachęca do swobodnego wyrażania myśli i stawiania pytań. Dlatego też ocenianie powinno motywować uczniów. Na zajęciach oceniać będę: aktywność uczniów, ich wiadomości i umiejętności praktyczne, umiejętność analizowania zadań i wyciągania wniosków, posługiwanie się językiem matematycznym. Głównie będę dokonywać oceny słownej, ukazując uczniom ich braki i chwając ich osiągnięcia. Będę nagradzać ich oceną z matematyki (na życzenie ucznia), szczególnie w przypadku zastosowania nietypowego rozwiązania zadania, czy sprawnego rozwiązania zadania wykraczającego poza program nauczania. Będę oceniać (na życzenie ucznia) także najciekawsze i oryginalne rozwiązania zadań rozwiązywanych w domu, co z pewnością zachęci uczniów do samodzielnej pracy i pozwoli im jasno określić poziom posiadanej wiedzy.

VIII. Ewaluacja programu

- opracowanie i przeprowadzenie ankiet skierowanych do uczniów i ich opiekunów prawnych,
- analizę i opracowanie wniosków z przeprowadzanych w szkole sprawdzianów porównawczych (dla osób uczestniczących w dodatkowych zajęciach)

IX. Bibliografia

- [1] Babiński W., Hall K., Ponczek D. , Program nauczania matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum, Nowa Era, Warszawa 2008,
- [2] Babiński W., Chańko L., Ponczek D., Matematyka – Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym, Nowa Era, Warszawa 2007,
- [3] Niemierko B., Kształcenie szkolne. Podręcznik skutecznej dydaktyki, Warszawa 2007,



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Tezy do programu przedstawili:

1. Iwona Styk
2. Renata Zguczyńska

Korekta i opracowanie:

mgr Elżbieta Miterka

Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:

mgr Agnieszka Szumera

Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281