



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## **Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne**

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

---

### **Program zajęć rozszerzających z matematyki**

**w ramach projektu**

**„Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”**

**na okres od 01.12.2010r. do 30.06.2013r**

**w Zespole Szkół Budowlanych w Chełmie**



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281

## I. WSTĘP

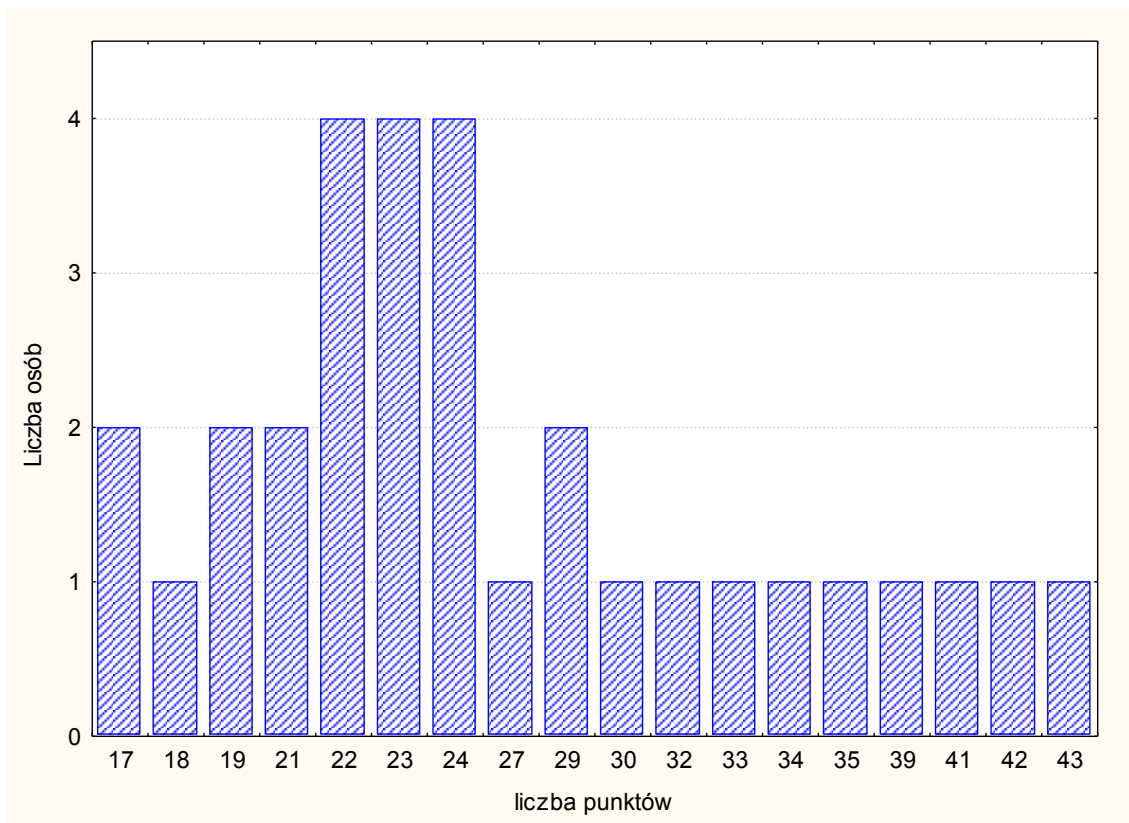
Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

W rekrutacji do zajęć rozszerzających w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół Budowlanych w Chełmie wzięło udział 31 osób. Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej średnio 26,52 punktów, co stanowi 53,04% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik nieznacznie wyższy od wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 24 punkty (mediana). Najniższy wynik na egzaminie to 17 punktów, a najwyższy to 43 punktów.

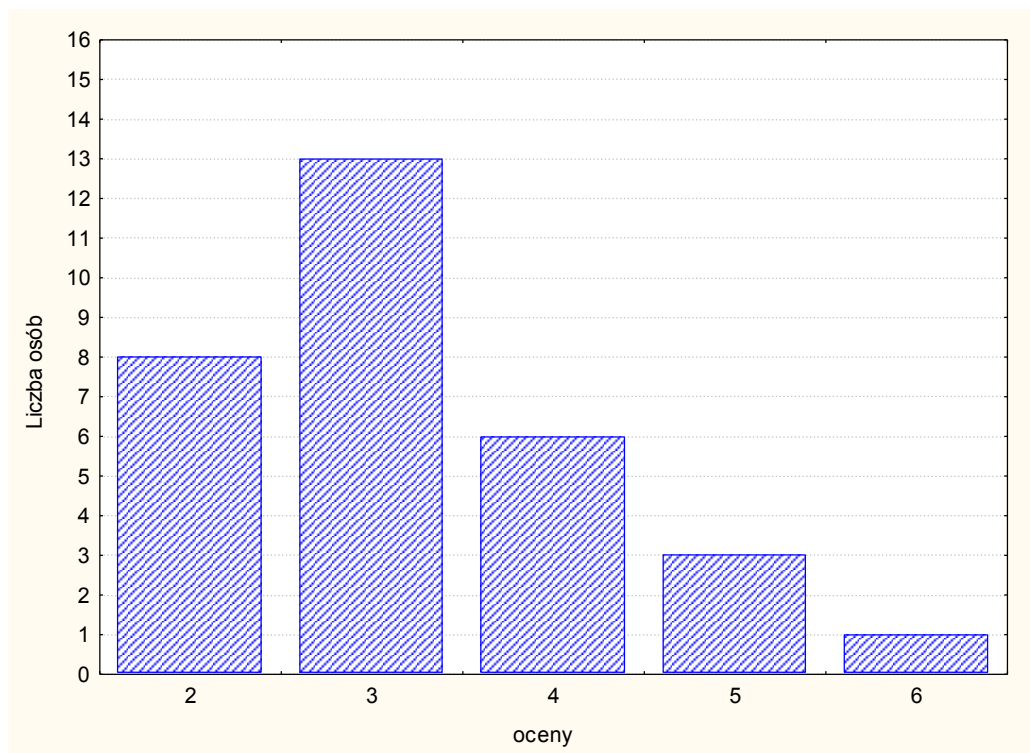
Tabela 1. Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.

Podstawowe miary statystyczne	Województwo lubelskie		Zespół Szkół Budowlanych w Chełmie	
	punkty	procent	punkty	procent
<b>Średni wynik</b>	<b>23,85</b>	<b>47,70</b>	<b>26,52</b>	<b>53,04</b>
Mediana	23	46	24	48
Wynik najniższy	1	2	17	34
Wynik najwyższy	50	100	43	86
Odchylenie standardowe	9,59	19,19	7,50	15,00

Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów Zespołu Szkół Budowlanych w Chełmie, którzy uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 17 do 43.



Rysunek 1. Rozkład wyników gimnazjalistów Zespołu Szkół Budowlanych w Chełmie rozwiązujących arkusz GM-1-102.



Rysunek 2. Rozkład ocen końcowych z gimnazjum uczniów Zespołu Szkół Budowlanych w Chełmie.

Analiza wyników egzaminu gimnazjalnego uczestników zajęć i wynikające stąd założenia wstępne, obowiązkowa matura z matematyki oraz chęć uczniów do rozwijania zainteresowań matematycznych były głównym czynnikiem odpowiadającym za stworzenie tego programu. Realizacja tego programu:

❖ umożliwia zdobycie wiadomości i umiejętności zapisanych w podstawie programowej i wykraczające poza nią

❖ daje matematyczne podstawy do uczenia się przedmiotów przyrodniczych jak i zawodowych przede wszystkim fizyki, chemii, przedmiotów związanych z budownictwem, geodezją czy też architekturą krajobrazu

❖ daje możliwość poznania niektórych elementów matematyki wyższej

Program zajęć opiera się na standardach wymagań egzaminacyjnych zamieszczonych w informatorze Centralnej Komisji Egzaminacyjnej o egzaminie maturalnym od 2010 roku i przewiduje kształcenie umiejętności w zakresie:

1. wykorzystania i tworzenia informacji (używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników);
2. wykorzystania i interpretowania reprezentacji (prawidłowe rozumienie i interpretacja pojęć matematycznych oraz posługiwanie się obiektami matematycznymi);
3. modelowania matematycznego (budowanie modelu matematycznego danej sytuacji, uwzględniającego ograniczenia i zastrzeżenia);
4. użycia i tworzenia strategii (tworzenie strategii rozwiązania problemu);
5. rozumowania i argumentacji (tworzenie łańcucha argumentów i uzasadnianie jego poprawności).

## **II. CELE EDUKACYJNE**

### **1. Cele ogólne:**

Zajęcia rozszerzające z matematyki mają za zadanie rozwinięcie zainteresowań matematycznych

Opracowany program zajęć rozszerzających ma na celu:

- rozwijanie umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem,
- rozwijanie umiejętności zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji,
- opanowanie umiejętności potrzebnych do oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia,
- wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych w odniesieniu do różnych sytuacji życiowych i stosowaniu metod matematycznych w rozwiązywaniu problemów praktycznych,
- rozwinięcie wyobraźni przestrzennej,
- nabycie umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej,
- rozwijanie zdolności i zainteresowań matematycznych,
- rozwijanie pamięci,
- rozwijanie logicznego myślenia,
- wykształcenie umiejętności operowania obiektami abstrakcyjnymi,
- precyzyjne formułowanie wypowiedzi,
- pobudzenie aktywności umysłowej uczniów,
- nabycie umiejętności poprawnego analizowania, wnioskowania i uzasadniania.

## 2. Cele szczegółowe:

Lp.	Zakres tematyczny	Cele szczegółowe	
		Uczeń:	Uczeń potrafi:
1.	<b>Elementy logiki matematycznej</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pozna zdania proste i złożone;</li> <li>– pozna spójniki logiczne;</li> <li>– pozna, co to jest definicja i czym różni się od twierdzenia;</li> <li>– dowie się, co to jest twierdzenie odwrotne;</li> <li>– pozna podstawowe prawa logiki, takie jak negacja alternatywy i negacja koniunkcji;</li> <li>– pozna kwantyfikator ogólny i szczegółowy oraz nauczy się zaprzeczać zdania z kwantyfikatorem.</li> <li>– zapozna się z budową twierdzenia [i zdobędzie umiejętność dowodzenia twierdzeń (dowód wprost i dowód nie wprost)].</li> <li>– pozna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiór skończony (nieskończony), element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru;</li> <li>– zapozna się z symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów;</li> <li>– pozna pojęcie sumy, różnicy, iloczynu i dopełnienia zbiorów;</li> <li>– przypomni sobie wiadomości dotyczące liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych niewymiernych;</li> <li>– pozna relacje jakie zachodzą między podzbiorami zbioru liczb rzeczywistych;</li> <li>– przypomni sobie, czym jest oś liczbowa;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi i ocenić jego wartość logiczną;</li> <li>– posługiwać się spójnikami logicznymi i rozumie, że potoczne rozumienie spójników „i” oraz „lub” może być inne niż znaczenie spójników logicznych</li> <li>– zaprzeczać zdanie;</li> <li>– budować zdania złożone i oceniać ich wartość logiczną;</li> <li>– odróżnić definicję od twierdzenia;</li> <li>– mając dane twierdzenie w postaci implikacji zbudować twierdzenie odwrotne do danego twierdzenia;</li> <li>– stosować poznane prawa logiczne;</li> <li>– wypisać elementy zbioru</li> <li>– wskazać elementy należące i nienależące do zbioru</li> <li>– podać podzbiory danego zbioru</li> <li>– wyznaczać część wspólną, sumę i różnicę zbiorów oraz dopełnienie zbioru;</li> <li>– wykorzystywać język matematyki w komunikowaniu się.</li> <li>– odróżnić definicję od twierdzenia;</li> <li>– [przeprowadzić prosty dowód nie wprost];</li> </ul>
2	<b>Liczby rzeczywiste</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pozna i zrozumie zasadę indukcji matematycznej</li> <li>– nauczy się dowodzić twierdzenia za pomocą indukcji matematycznej</li> <li>– przypomni sobie pojęcie liczb pierwszych i złożonych;</li> <li>– przypomni sobie, jak wykonuje się działania na ułamkach;</li> <li>– przypomni sobie prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;</li> <li>– pozna pojęcie przedziału (ograniczonego, nieograniczonego, otwartego, domkniętego, jednostronnie otwartego);</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– stosować zasadę indukcji przy dowodzeniu twierdzeń dotyczących liczb naturalnych</li> <li>– sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym</li> <li>– sprawnie wykonywać działania na pierwiastkach;</li> <li>– sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia</li> <li>– usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka;</li> <li>– wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym (wymiernym i niewymiernym);</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych;</li> <li>- pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej;</li> <li>- pozna wzory skróconego mnożenia</li> <li>- pozna prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;</li> <li>- nauczy się wykonywać działania na przedziałach (znajdować sumę, iloczyn, różnicę przedziałów, dopełnienie przedziału);</li> <li>- przypomni sobie własności równości i nierówności w zbiorze <math>\mathbf{R}</math>;</li> <li>- przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami;</li> <li>- pozna pojęcie punktu procentowego;</li> <li>- pozna pojęcie wartości bezwzględnej;</li> <li>- pozna pojęcie błędu bezwzględnego i względnego; nauczy się szacować wyrażenia liczbowe.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- stosować pojęcie procentu w obliczeniach;</li> <li>- odczytywać dane z tabel i diagramów;</li> <li>- wykorzystywać tabele i diagramy do przedstawiania danych;</li> <li>- posługiwać się pojęciem punktu procentowego;</li> <li>- obliczyć wartość bezwzględną danej liczby;</li> <li>- zastosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej;</li> <li>- zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu <math> x - a  = b</math>, <math> x - a  \geq b</math></li> <li>- zapisać nierówność (równanie) z wartością bezwzględną, znając zbiór rozwiązań tej nierówności (tego równania);</li> <li>- znaleźć przybliżenie liczby zadaną dokładnością;</li> <li>- stosować reguły zaokrąglania liczb;</li> <li>- stosować pojęcie błędu bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia; oszacować wartość wyrażenia liczbowego.</li> </ul>
3	<b>Funkcje</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- przypomni sobie pojęcie funkcji;</li> <li>- pozna różne sposoby opisywania funkcji (graf, wzór, tabela, wykres, opis słowny);</li> <li>- przypomni sobie takie pojęcia jak: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej;</li> <li>- pozna pojęcie monotoniczności, różnowartościowości, parzystości i nieparzystości funkcji;</li> <li>- pozna wykresy niektórych funkcji</li> <li>- pozna pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji.</li> <li>- pozna pojęcie wektora;</li> <li>- zdobędzie umiejętność obliczania współrzędnych wektora na płaszczyźnie;</li> <li>- nauczy się dodawać odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę (syntetycznie i analitycznie);</li> <li>- pozna pojęcie wektorów równych i przeciwnych; nauczy się obliczać długość wektora.</li> <li>- nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu;</li> <li>- nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji;</li> <li>- nauczy się przesuwając równolegle wykres funkcji wzdłuż osi <math>OX</math>;</li> <li>- nauczy się przesuwając równolegle</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- odróżnić przyporządkowanie, które jest funkcją, od przyporządkowania, które funkcją nie jest;</li> <li>- opisywać funkcje na różne sposoby (grafem, wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym);</li> <li>- wskazać wykres funkcji liczbowej;</li> <li>- wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej;</li> <li>- określić zbiór wartości funkcji (proste przykłady);</li> <li>- obliczyć miejsca zerowe funkcji;</li> <li>- określić na podstawie wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartość największą i najmniejszą funkcji, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie (maleje, jest stała) oraz zbiory, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);</li> <li>- obliczyć współrzędne wektora i jego długość</li> <li>- dodać i odjąć wektory, pomnożyć wektor przez liczbę</li> <li>- sporządzić wykres funkcji spełniającej podane warunki;</li> <li>- podać opis matematyczny zależności dwóch zmiennych w postaci funkcji;</li> <li>- odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji,</li> <li>- na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> naszkicować wykres funkcji <math>y = f(x + a)</math></li> </ul>

		<p>wykres funkcji wzdłuż osi <math>OY</math>;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi <math>OX</math>;</li> <li>– nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi <math>OY</math>;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– - na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> naszkicować wykres funkcji <math>y = f(x) + b</math></li> <li>– - na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> naszkicować wykres funkcji <math>y = f(x + a) + b</math></li> </ul>
4	<b>Funkcja liniowa</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej;</li> <li>– pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej;</li> <li>– przypomni sobie własności funkcji liniowej;</li> <li>– pozna równanie prostej w postaci ogólnej</li> <li>– nauczy się znajdować równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe lub prostopadłe do danej funkcji liniowej;</li> <li>– nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego;</li> <li>– przypomni sobie, jak się rozwiązuje równania i nierówności liniowe;</li> <li>– przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu;</li> <li>– znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;</li> <li>– wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań;</li> <li>– wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danej funkcji liniowej;</li> <li>– stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego;</li> <li>– rozwiązywać równania oraz nierówności liniowe z jedną niewiadomą oraz interpretować je graficznie;</li> <li>– rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą;</li> <li>– stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi;</li> <li>– graficznie przedstawiać nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi oraz opisywać podane zbiory za pomocą układów równań i nierówności z dwiema niewiadomymi.</li> </ul>
5	<b>Funkcja kwadratowa</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pozna definicję trójkianu kwadratowego i jego własności;</li> <li>– nauczy się przedstawiać trójkian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej;</li> <li>– nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych;</li> <li>– nauczy się przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;</li> <li>– pozna metodę rozwiązywania równań kwadratowych;</li> <li>– pozna metodę rozwiązywania nierówności kwadratowych;</li> <li>– nauczy się znajdować największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;</li> <li>– nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji;</li> <li>– sporządzić wykres funkcji kwadratowej i zbadać jej własności na podstawie wykresu;</li> <li>– wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i postać kanoniczną funkcji kwadratowej;</li> <li>– przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;</li> <li>– wyznaczyć wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu;</li> <li>– wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej i postać iloczynową funkcji kwadratowej;</li> <li>– sprawnie zamieniać jedną postać funkcji kwadratowej na inną (postać kanoniczna, iloczynowa, ogólna);</li> </ul>



		<ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązywania zadań (w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym).</li> <li>- pozna wzory Viete'a i ich zastosowania</li> <li>- będzie doskonalił umiejętność rozwiązywania równań kwadratowych z parametrem i z wartością bezwzględną</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie, zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów;</li> <li>- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych;</li> <li>- wyznaczyć wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;</li> <li>- rozwiązywać zadania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne);</li> <li>- rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych;</li> <li>- przeanalizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej;</li> </ul>
6	<b>Wielomiany</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- pozna definicję wielomianu stopnia <math>n</math> (<math>n \geq 1</math>) jednej zmiennej; pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować;</li> <li>- nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wielomiany;</li> <li>- nauczy się dzielić wielomiany za pomocą schematu Hornera</li> <li>- pozna pojęcie pierwiastka (w tym pierwiastka wielokrotnego) wielomianu;</li> <li>- pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki (wyłączanie czynnika poza nawias, stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów);</li> <li>- nauczy się sporządzać szkic wykresu wielomianu</li> <li>- nauczy się rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe;</li> <li>- nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem;</li> <li>- dodać, odjąć, pomnożyć i podzielić wielomiany;</li> <li>- rozłożyć wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias;</li> <li>- rozwiązać równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki;</li> <li>- rozwiązywać nierówności wielomianowe w tym z wartością bezwzględną</li> <li>- rozwiązywać zadania dotyczące własności wielomianów</li> <li>- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;</li> </ul>
7	<b>Funkcje wymierne</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- pozna definicję funkcji wymiernej;</li> <li>- - nauczy się obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;</li> <li>- - nauczy się skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;</li> <li>- - nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;</li> <li>- - nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznaczać dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych lub kwadratowych za pomocą grupowania wyrazów, stosowania wzorów skróconego mnożenia, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias;</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>– nauczy się szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;</li> <li>– nauczy się rozwiązywać zadania umieszczone w kontekście praktycznym,</li> <li>– związane z proporcjonalnością odwrotną;</li> <li>– nauczy się rysować wykresy funkcji homograficznych;</li> <li>– nauczy się opisywać własności funkcji homograficznej na podstawie jej wykresu;</li> <li>– nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne;</li> <li>– nauczy się rozwiązywać proste nierówności wymierne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– obliczać wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;</li> <li>– skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;</li> <li>– dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;</li> <li>– szkicować wykres proporcjonalności odwrotnej i określać własności tej funkcji;</li> <li>– rozwiązywać zadania z proporcjonalnością odwrotną;</li> <li>– rysować wykresy i określać własności funkcji homograficznych;</li> <li>– rozwiązywać zadania dotyczące funkcji homograficznych;</li> <li>– rozwiązywać proste równania wymierne;</li> <li>– rozwiązywać proste nierówności wymierne</li> <li>– rozwiązywać zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych.</li> </ul>
8.	<b>Funkcje trygonometryczne</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pozna określenie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;</li> <li>– nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math>;</li> <li>– pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta. pozna pojęcie miary łukowej kąta</li> <li>– pozna wykresy funkcji trygonometrycznych</li> <li>– nauczy się udowadniać proste tożsamości trygonometryczne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wyznaczyć funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;</li> <li>– rozwiązać równania typu <math>\sin x = a</math>, <math>\cos x = a</math>, <math>\operatorname{tg} x = a</math>, <math>\operatorname{ctg} x = a</math>, gdzie <math>0^\circ &lt; x &lt; 90^\circ</math>, korzystając z kalkulatora, tablic lub posługując się wartościami funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów;</li> <li>– stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w rozwiązywaniu zadań;</li> <li>– naszkicować wykres funkcji trygonometrycznej</li> <li>– udowodnić tożsamość trygonometryczną</li> <li>– zamienić miarę łukową kąta na miarę stopniową i na odwrot</li> <li>– znając wartości jednej funkcji potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego.</li> </ul>
9	<b>Ciągi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pozna definicję ciągu;</li> <li>– pozna sposoby opisywania ciągów (wzór ogólny, wykres);</li> <li>– pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu;</li> <li>– pozna definicję ciągu arytmetycznego;</li> <li>– pozna własności ciągu arytmetycznego;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– określać ciąg wzorem ogólnym;</li> <li>– wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;</li> <li>– narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu;</li> <li>– zbadać monotoniczność ciągu;</li> <li>– zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym;</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego (<math>n</math>-ty wyraz ciągu, suma <math>n</math> początkowych wyrazów tego ciągu, średnia arytmetyczna);</li> <li>- pozna definicję ciągu geometrycznego;</li> <li>- pozna własności ciągu geometrycznego;</li> <li>- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego (<math>n</math>-ty wyraz ciągu, suma <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna);</li> <li>- pozna definicję granicy ciągu</li> <li>- nauczy się dowodzić że dana liczba jest granicą ciągu</li> <li>- pozna pojęcie procentu prostego i składanego;</li> <li>- nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów.</li> <li>- pozna pojęcie szeregu geometrycznego</li> <li>- nauczy się wyznaczać sumę szeregu geometrycznego</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych;</li> <li>- wyznaczyć sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;</li> <li>- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego;</li> <li>- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym;</li> <li>- wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych;</li> <li>- wyznaczyć sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;</li> <li>- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego;</li> <li>- rozwiązywać zadania stosując wzory na <math>n</math>-ty wyraz i sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym;</li> <li>- obliczać granicę ciągów zbieżnych</li> <li>- stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów.</li> <li>- odróżniać ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego</li> <li>- badać warunek istnienia sumy szeregu geometrycznego</li> </ul>
10	<b>Rachunek pochodnych</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- pozna pojęcie granicy funkcji w punkcie</li> <li>- nauczy się obliczać granicę funkcji w punkcie</li> <li>- pozna pojęcie granicy w nieskończoności</li> <li>- nauczy się obliczać granice funkcji w nieskończoności</li> <li>- pozna definicje funkcji ciągłej w punkcie i zbiorze</li> <li>- nauczy się badać ciągłość funkcji</li> <li>- pozna pojęcie ilorazu różnicowego</li> <li>- nauczy się obliczać pochodną funkcji w punkcie</li> <li>- pozna pojęcie funkcji pochodnej</li> <li>- nauczy się stosować wzory na pochodne</li> <li>- pozna pojęcie ekstremum</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- obliczyć granicę właściwą i niewłaściwą w punkcie i i nieskończoności</li> <li>- zbadać ciągłość funkcji w punkcie i zbiorze</li> <li>- obliczyć pochodną funkcji w punkcie</li> <li>- wyznaczyć funkcje pochodne danych funkcji na podstawie poznanych wzorów</li> <li>- zbadać przebieg zmienności funkcji</li> <li>- zastosować rachunek pochodnych do zadań optymalizacyjnych</li> </ul>
11	<b>Planimetria</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- pozna zależność między kątem wpisanym i środkowym opartym na tym samym łuku</li> <li>- pozna cechy przystawania i podobieństwa trójkątów</li> <li>- przypomni sobie stosowane wzory na pole trójkąta</li> <li>- pozna twierdzenie dotyczące pól trójkątów podobnych;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów;</li> <li>- stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach (np. długość wysokości, długość promienia koła wpisanego w trójkąt);</li> <li>- zastosować twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>– przypomni sobie wzór na pole koła i długość okręgu;</li> <li>– pozna wzór na pole wycinka koła i wzór na długość łuku okręgu.</li> <li>– przypomni sobie wzory na pola czworokątów (kwadratu, prostokąta, równoległoboku, rombu, trapezu);</li> <li>– pozna twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie (trójkącie) i twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt (trójkąt);</li> <li>– pozna twierdzenie dotyczące pól figur podobnych.</li> <li>– pozna twierdzenia cosinusów i sinusów</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>zadań;</li> <li>– zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań.</li> <li>– stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów;</li> <li>– stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy);</li> <li>– rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.</li> <li>– stosować twierdzenia cosinusów i sinusów do rozwiązywania zadań</li> </ul>
12	<b>Geometria analityczna</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– przypomni sobie, jak oblicza się odległość punktów w układzie współrzędnych;</li> <li>– pozna definicję iloczynu wektorowego i skalarnego</li> <li>– pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka;</li> <li>– przypomni sobie informacje o równaniu kierunkowym prostej;</li> <li>– nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej;</li> <li>– przypomni sobie warunki na równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych;</li> <li>– pozna wzór na obliczanie odległości punktu od prostej;</li> <li>– nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej;</li> <li>– nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu;</li> <li>– nauczy się zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach (np. stycznego do jednej z osi układu);</li> <li>– nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;</li> <li>– nauczy się określać wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych;</li> <li>– stosować iloczyn skalarny i wektorowy do rozwiązywania zadań</li> <li>– wyznaczyć współrzędne środka odcinka;</li> <li>– znaleźć równanie prostej w postaci <math>Ax + By + C = 0</math> lub <math>y = ax + b</math>, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik <math>a</math> w równaniu kierunkowym;</li> <li>– zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;</li> <li>– stosować wzór na obliczanie odległości punktu od prostej w zadaniach;</li> <li>– posługiwać się równaniem okręgu;</li> <li>– przekształcić równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytać współrzędne środka i promień okręgu;</li> <li>– wyznaczyć równanie okręgu o zadanych własnościach;</li> <li>– wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu;</li> <li>– określić wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami;</li> <li>– wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów.</li> </ul>
13	<b>Funkcja wykładnicza i logarytmiczna</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;</li> <li>– będzie doskonalił umiejętności wykonywania działań na potęgach;</li> <li>– pozna pojęcie funkcji wykładniczej;</li> <li>– pozna własności funkcji wykładniczej;</li> <li>– nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;</li> <li>– nauczy się stosować własności funkcji wykładniczej w rozwiązywaniu zadań;</li> <li>– pozna sobie pojęcie logarytmu;</li> <li>– pozna własności logarytmów i ich</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;</li> <li>– stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań;</li> <li>– odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;</li> <li>– sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;</li> <li>– przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;</li> <li>– opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>– zastosowanie w rozwiązywaniu zadań;</li> <li>– pozna pojęcie funkcji logarytmicznej;</li> <li>– pozna własności funkcji logarytmicznej;</li> <li>– nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności logarytmiczne;</li> <li>– nauczy się stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wykresów;</li> <li>– rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;</li> <li>– rozwiązywać zadania dotyczące funkcji wykładniczej, umieszczone w kontekście praktycznym;</li> <li>– obliczać logarytm liczby dodatniej;</li> <li>– stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań;</li> <li>– odróżnić funkcję logarytmiczną od innych funkcji;</li> <li>– sporządzać wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;</li> <li>– przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych;</li> <li>– opisywać własności funkcji logarytmicznych na podstawie ich wykresów;</li> <li>– rozwiązywać proste równania i nierówności logarytmiczne;</li> </ul>
14	<b>Stereometria</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;</li> <li>– nauczy się rysować figury w rzucie równoległym na płaszczyznę;</li> <li>– pozna wzajemne położenie prostej i płaszczyzny;</li> <li>– nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną;</li> <li>– pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego;</li> <li>– przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach;</li> <li>– przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach;</li> <li>– przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;</li> <li>– poprawnie narysować wielościany (graniastosłupy, ostrosłupy) i bryły obrotowe;</li> <li>– wskazywać i obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami, takimi jak: krawędzie, przekątne, wysokości;</li> <li>– podać własności figur przestrzennych, takich jak graniastosłupy, ostrosłupy czy bryły obrotowe;</li> <li>– rysować siatki figur przestrzennych;</li> <li>– wyznaczać pola i objętości wielościanów i brył obrotowych;</li> <li>– wyznaczać związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii.</li> </ul>
15	<b>Elementy kombinatoryki</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;</li> <li>– pozna zasadę mnożenia i nauczy się ją stosować;</li> <li>– nauczy się przedstawiać pewne sytuacje</li> <li>– pozna pojęcie permutacji zbiorów</li> <li>– pozna pojęcie wariacji z i bez powtórzeń</li> <li>– pozna pojęcie kombinacji kombinatoryczne na grafie w postaci drzewa i posługiwać się nimi w rozwiązywaniu zadań;</li> <li>– pozna symbol silni i nauczy się go stosować;</li> <li>– pozna pojęcie permutacji, wariacji z powtórzeniami i wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych,</li> <li>– stosować wzory na liczbę permutacji, wariacji, kombinacji</li> <li>– stosować zasadę mnożenia w rozwiązywaniu zadań;</li> <li>– rozwiązywać pewne zadania kombinatoryczne, posługując się grafami w postaci drzewa;</li> <li>– stosować symbol silni;</li> <li>– obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń i kombinacji;</li> <li>– rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki.</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>– nauczy się obliczać liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami, wariacji bez powtórzeń oraz kombinacji;</li> <li>– nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne.</li> </ul>	
16	<b>Rachunek prawdopodobieństwa</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pozna takie pojęcia, jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe;</li> <li>– nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu;</li> <li>– nauczy się znajdować sumę zdarzeń, różnicę zdarzeń, iloczyn zdarzeń oraz zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia;</li> <li>– pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa;</li> <li>– pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować w rozwiązywaniu zadań;</li> <li>– pozna „klasyczną definicję prawdopodobieństwa”;</li> <li>– nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”.</li> <li>– pozna definicję prawdopodobieństwa całkowitego i warunkowego</li> <li>– nauczy się badać niezależność zdarzeń na podstawie definicji</li> <li>– pozna schemat Bernoulliego</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc;</li> <li>– wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu;</li> <li>– obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie „klasycznej definicji prawdopodobieństwa”;</li> <li>– stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań;</li> <li>– wykorzystywać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa;</li> <li>– obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą grafu w postaci drzewa.</li> <li>– obliczać prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite</li> <li>– badać niezależność zdarzeń</li> <li>– stosować w zadaniach Schemat Bernoulliego</li> </ul>
17	<b>Elementy statystyki opisowej</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– dowie się, na czym polega klasyfikacja danych statystycznych;</li> <li>– nauczy się obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby;</li> <li>– nauczy się interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, odchylenie standardowe z próby;</li> <li>– interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne;</li> <li>– odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów;</li> <li>– przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;</li> <li>– przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych;</li> <li>– porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi.</li> </ul>
18	<b>Elementy analizy zespolonej</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pozna definicję liczby zespolonej</li> <li>– nauczy się wykonywać działania na liczbach zespolonych</li> <li>– pozna interpretację geometryczną liczby zespolonej</li> <li>– pozna postać trygonometryczną liczby zespolonej</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wykonywać działania na liczbach zespolonych</li> <li>– przedstawiać liczbę zespoloną w postaci trygonometrycznej</li> </ul>

### **III. ZAŁOŻENIA PROGRAMU**

Program jest przeznaczony dla uczniów pragnących poszerzać horyzonty związane z matematyką i którzy chcą studiować na kierunkach matematyczno-przyrodniczych.

Zajęcia będą miały na celu rozwiązywanie zadań sprawdzających umiejętności opisane w pięciu obszarach standardów egzaminacyjnych:

- a) wykorzystanie i tworzenie informacji,
- b) wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji,
- c) modelowanie matematyczne,
- d) użycie i tworzenie strategii,
- e) rozumowanie i argumentacja.

### **IV. REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH**

#### **1. Organizacja zajęć**

- zajęcia odbywają się raz w tygodniu po 2 godziny lekcyjne przez kolejne 3 lata. ( 3 lata x 48 godzin zajęć = 144 godziny ).
- przeprowadzenie sześciu godzin konsultacji w ciągu roku szkolnego dla każdej grupy osobno.

#### **2. Pomoce naukowe:**

- zastosowanie komputerów, kalkulatorów
- modele brył
- plansze
- podręczniki, zbiory zadań

#### **3. Procedury osiągania celów**

Osiągnięciu szczegółowych celów tj.

- wykształcenia umiejętności operowania obiektami abstrakcyjnymi,
- wykształcenia umiejętności budowania modeli matematycznych dla różnych sytuacji z życia codziennego oraz ich wykorzystywania do rozwiązywania problemów praktycznych,

- wykształcenia umiejętności projektowania obliczeń i ich wykonywania
- poznania podstawowych elementów myślenia matematycznego
- nabycia umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej
- nabycie umiejętności odczytywania i interpretowania innych źródeł informacji (tabele, wykresy, diagramy)
- nabycie umiejętności współpracy w grupie
- nabycie umiejętności dokonywania oceny własnego sposobu uczenia się
- wyrobienie systematyczności, dokładności, staranności, pracowitości oraz koleżeńskości i tolerancji

powinny sprzyjać metody aktywizujące:

- pytania i odpowiedzi
- ćwiczenia indywidualne
- praca w grupach
- samodzielna praca z podręcznikiem
- praca z komputerem (wykorzystanie Internetu i programów edukacyjnych)
- prezentacja multimedialna

oraz metody tradycyjne

- wykład
- ćwiczenia



## V. TREŚCI NAUCZANIA

Lp.	Zakres tematyczny	liczba godzin
	<b>Elementy logiki matematycznej</b>	
1	Zdanie i forma zdaniowa, zaprzeczenie zdania	1
2	Koniunkcja i alternatywa	1
3	Implikacja i równoważność	1
4	Kwantyfikator ogólny i szczegółowy	1
5	Prawa rachunku zdań	1
6	Dowodzenie twierdzeń	1
	<b>Liczby rzeczywiste</b>	
7	Indukcja matematyczna	1
8	Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych	1
9	Zbiory. Działania na zbiorach	1
10	Własności działań na pierwiastkach	1
11	Własności działań na potęgach	1
12	Wzory skróconego mnożenia	1
13	Usuwanie niewymierności z mianownika	1
14	Przedziały liczbowe. Działania na przedziałach	1
15	Procenty, punkty procentowe	1
16	Wartość bezwzględna	1
17	Równania i nierówności z wartością bezwzględną	1
18	Przybliżenia, błąd bezwzględny, błąd względny, szacowanie	1
	<b>Funkcje</b>	
19	Pojęcie funkcji	1
20	Sposoby opisywania funkcji	1
21	Dziedzina i zbiór wartości funkcji liczbowych	1
22	Miejsce zerowe funkcji	1
23	Monotoniczność i różnowartościowość funkcji	1
24	Parzystość i nieparzystość funkcji	1
25	Okresowość funkcji	1
26	Najmniejsza i największa wartość funkcji	1
27	Odczytywanie własności funkcji z wykresu	1
28	Zastosowanie wykresu funkcji do rozwiązywania równań i nierówności	1
29	Wektor w prostokątnym układzie współrzędnych	1
30	Działania na wektorach	1
31	Przekształcenia wykresów funkcji	1
	<b>Funkcja liniowa</b>	
32	Pojęcie funkcji liniowej i jej własności	1
33	Równanie prostej na płaszczyźnie	1
34	Współczynnik kierunkowy prostej	1
35	Prostopadłość i równoległość prostych	1
36	Układy równań liniowych	1
37	Zastosowania funkcji liniowej	1

	<b>Funkcja kwadratowa</b>	
38	Postać ogólna i kanoniczna funkcji kwadratowej	1
39	Rozwiązywanie równań kwadratowych i sprowadzalnych do równań kwadratowych	1
40	Rozwiązywanie równań kwadratowych z parametrem oraz wartością bezwzględną	1
41	Rozwiązywanie nierówności kwadratowych z parametrem	1
42	Wzory Viete'a i ich zastosowanie	1
43	Postać iloczynowa funkcji kwadratowej	1
44	Najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale	1
45	Rozwiązywanie zadań tekstowych prowadzących do równań i nierówności kwadratowych	1
	<b>Wielomiany</b>	
46	Pojęcie wielomianu. Równość wielomianów	1
47	Dodawanie i odejmowanie wielomianów	1
48	Mnożenie i dzielenie wielomianów	1
49	Twierdzenie Bezout'a	1
50	Rozkład wielomianu na czynniki	1
51	Twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych	1
52	Twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu	1
53	Rozwiązywanie równań wielomianowych	1
54	Wykres wielomianu	1
55	Rozwiązywanie nierówności wielomianowych	1
56	Zastosowania wielomianów	1
	<b>Funkcje wymierne</b>	
57	Określenie funkcji wymiernej	1
58	Działania na wyrażeniach wymiernych	1
59	Rozwiązywanie równań wymiernych i nierówności	1
60	Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych	1
61	Pojęcie funkcji homograficznej i jej własności	1
	<b>Funkcje trygonometryczne</b>	
62	Funkcje trygonometryczne w trójkącie prostokątnym	1
63	Zastosowanie funkcji trygonometrycznych w zadaniach praktycznych	1
64	Miara łukowa kąta	1
65	Definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta	1
66	Wykresy funkcji trygonometrycznych	1
67	Związki między funkcjami trygonometrycznymi	1
68	Tożsamości trygonometryczne	1
69	Rozwiązywanie równań i nierówności trygonometrycznych	1
	<b>Ciągi</b>	
70	Ciągi liczbowe i ich własności	1
71	Ciągi ograniczone. Granica ciągu	1
72	Ciąg arytmetyczny. Wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego	1
73	Suma n-początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	1
74	Ciąg geometryczny. Wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego	1
75	Suma n-początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	1

76	Procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów	1
77	Szereg geometryczny	1
	<b>Rachunek pochodnych</b>	
78	Granica funkcji w punkcie	1
79	Granice jednostronne. Granice niewłaściwe	1
80	Granica funkcji w nieskończoności	1
81	Ciągłość funkcji. Własności funkcji ciągłych	1
82	Iloraz różnicowy	1
83	Pochodna funkcji. Obliczanie pochodnych funkcji	1
84	Ekstremum funkcji	1
85	Badanie przebiegu zmienności funkcji	1
86	Zadania optymalizacyjne	1
	<b>Planimetria</b>	
87	Miary kątów w trójkącie	1
88	Podobieństwo i przystawanie trójkątów	1
89	Twierdzenie Talesa	1
90	Podobieństwo wielokątów	1
91	Rozwiązywanie trójkątów	1
92	Pola wielokątów	1
93	Pole koła i długość okręgu	1
94	Kąty w okręgu	1
95	Okrąg wpisany w trójkąt i opisany na trójkącie	1
96	Własności czworokątów wypukłych	1
97	Okrąg wpisany w czworokąt i opisany na czworokącie	1
98	Twierdzenie sinusów i cosinusów	1
	<b>Geometria analityczna</b>	
99	Odległość dwóch punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej	1
100	Współrzędne środka odcinka	1
101	Odległość punktu od prostej	1
102	Odległość między dwiema prostymi równoległymi	1
103	Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty	1
104	Wzajemne położenie dwóch prostych	1
105	Okrąg i koło w ujęciu analitycznym	1
106	Wzajemne położenie prostej i okręgu	1
107	Iloczyn skalarny i wektorowy	1
108	Wzajemne położenie dwóch okręgów	1
109	Interpretacja geometryczna układu równań i nierówności liniowych	1
	<b>Funkcja wykładnicza i logarytmiczna</b>	
110	Potęga o wykładniku rzeczywistym	1
111	Wykres funkcji wykładniczej i jego własności	1
112	Równania i nierówności wykładnicze	1
113	Pojęcie logarytmu	1
114	Zastosowanie twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi, o zmianie postawy logarytmu	1
115	Funkcja logarytmiczna i jej własności	1
116	Równania i nierówności logarytmiczne	1

	<b>Stereometria</b>	
117	Rodzaje i własności graniastosłupów	1
118	Pole powierzchni i objętość graniastosłupa	1
119	Rodzaje ostrosłupów	1
120	Pole powierzchni i objętość ostrosłupa	1
121	Walec, Stożek, Kula - Pole powierzchni i objętość	1
122	Kula opisana na stożku, na walcu	1
123	Kula wpisana w stożek, w walec	1
	<b>Elementy kombinatoryki</b>	
124	Symbol Newtona	1
125	Reguła mnożenia i reguła dodawania	1
126	Permutacje	1
127	Kombinacje	1
128	Wariacje bez powtórzeń	1
129	Wariacje z powtórzeniami	1
	<b>Rachunek prawdopodobieństwa</b>	
130	Klasyczna definicja prawdopodobieństwa	1
131	Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa	1
132	Własności prawdopodobieństwa	1
133	Zastosowanie klasycznej definicji prawdopodobieństwa w zadaniach	1
134	Prawdopodobieństwo całkowite	1
135	Prawdopodobieństwo warunkowe	1
136	Niezależność zdarzeń	1
137	Schemat Bernoulliego	1
	<b>Elementy statystyki opisowej</b>	
138	Podstawowe pojęcia statystyki	1
139	Średnia arytmetyczna, geometryczna, harmoniczna	1
140	Miary tendencji centralnej: mediana i dominanta	1
141	Wariancja i odchylenie standardowe	1
	<b>Elementy analizy zespolonej</b>	
142	Definicje i działania na liczbach zespolonych	1
143	Interpretacje geometryczna liczb zespolonych	1
144	Postać trygonometryczna liczby zespolonej	1

## **VI. PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW**

- wykonywanie działań na liczbach i wyrażeniach algebraicznych
- opisywanie zbiorów za pomocą równań, nierówności i ich układów oraz upraszczanie takich opisów
- sporządzanie wykresów funkcji oraz odczytywanie własności funkcji z wykresu
- wyznaczanie związków miarowych dla figur płaskich i brył
- opisywanie związków pomiędzy wielkościami liczbowymi za pomocą równań i nierówności
- wykrywanie zależności funkcyjnych między wielkościami liczbowymi
- przeprowadzanie obliczeń dokładnych i przybliżonych
- rozwiązywanie niektórych typów równań oraz ich układów
- wyznaczanie miar figur geometrycznych
- obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń
- umiejętność definiowania obiektów matematycznych
- samodzielne zdobywanie wiedzy matematycznej

## **VII. SPOSOBY OCENIANIA UCZESTNIKÓW**

Podczas pracy z uczniem ważne jest stymulowanie zainteresowań tak, by poszły one we właściwym kierunku. Ze względu na to, że zajęcia są zajęciami nadobowiązkowymi, ocenianie w formie ocen nie istnieje.

Ocena pracy i osiągnięć ucznia powinna mobilizować go do zdobywania wiedzy i kształtowania umiejętności, dawać radość i satysfakcję. Dlatego powinna wykazywać mocne strony ucznia i pełnić rolę wyłącznie wspierającą. Proponuje się zatem:

- ocenę słowną z motywacją,
- wspólną analizę wykonanej pracy,
- wspólne wyciąganie wniosków,
- pochwałę samodzielności, oryginalności i pomysłowości,
- pochwałę dobrej współpracy w grupie,
- test po każdym roku trwania zajęć

## **VIII. EWALUACJA PROGRAMU**

Ewaluacja programu polegać będzie na:

- przeprowadzeniu ankiet skierowanych do uczniów biorących udział w zajęciach,
- analizowaniu ocen semestralnych i końcowo rocznych,
- wynikach uczniów na egzaminie maturalnym.

Wnioski wypływające z ewaluacji dotyczącej realizacji programu w pierwszym roku zostaną wykorzystane do ewentualnych zmian w latach następnych.

## **IX. BIBLIOGRAFIA**

- Podstawa programowa kształcenia ogólnego (Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 6 listopada 2003 r., Dz. U. z 2003 r., nr 210, poz. 2041)
- Informator o egzaminie maturalnym z matematyki od 2010 roku ([www.cke.edu.pl](http://www.cke.edu.pl))



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## **Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne**

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

---

### **Tezy do programu przedstawili:**

Maria Kawecka

### **Korekta i opracowanie:**

mgr Elżbieta Miterka

### **Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:**

mgr Agnieszka Szumera

### **Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:**

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281