



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Program zajęć rozszerzających z matematyki w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”

na okres od 01.12.2010r. do 30.06.2013r

w Zespole Szkół nr 2

im. Księcia Pawła Karola Sanguszki w Lubartowie



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281

I. WSTĘP

Matematyka to przedmiot, na zajęciach którego uczniowie uczą się logicznego myślenia. Jest przedmiotem, który jest kluczem do poznawania i rozwijania zjawisk otaczającej rzeczywistości. Matematyka, jako obecna w wielu dziedzinach działalności człowieka jest niezbędna do wykonywania wielu zawodów, a także do racjonalnego funkcjonowania w codziennym życiu.

Matematyka to przedmiot, który wymaga wiedzy i logicznego myślenia, natomiast trudniejsze problemy matematyczne wymagają znajomości teorii, której uczniowie nie mogą poznać na zajęciach lekcyjnych. Założeniem programu jest zapewnienie uczniom możliwości zdobywania dodatkowej wiedzy i umiejętności z matematyki. Zajęcia mają pobudzać aspiracje edukacyjne i zainteresowania uczniów oraz rozwijać umiejętności potrzebne w dalszej ścieżce edukacyjnej i zawodowej.

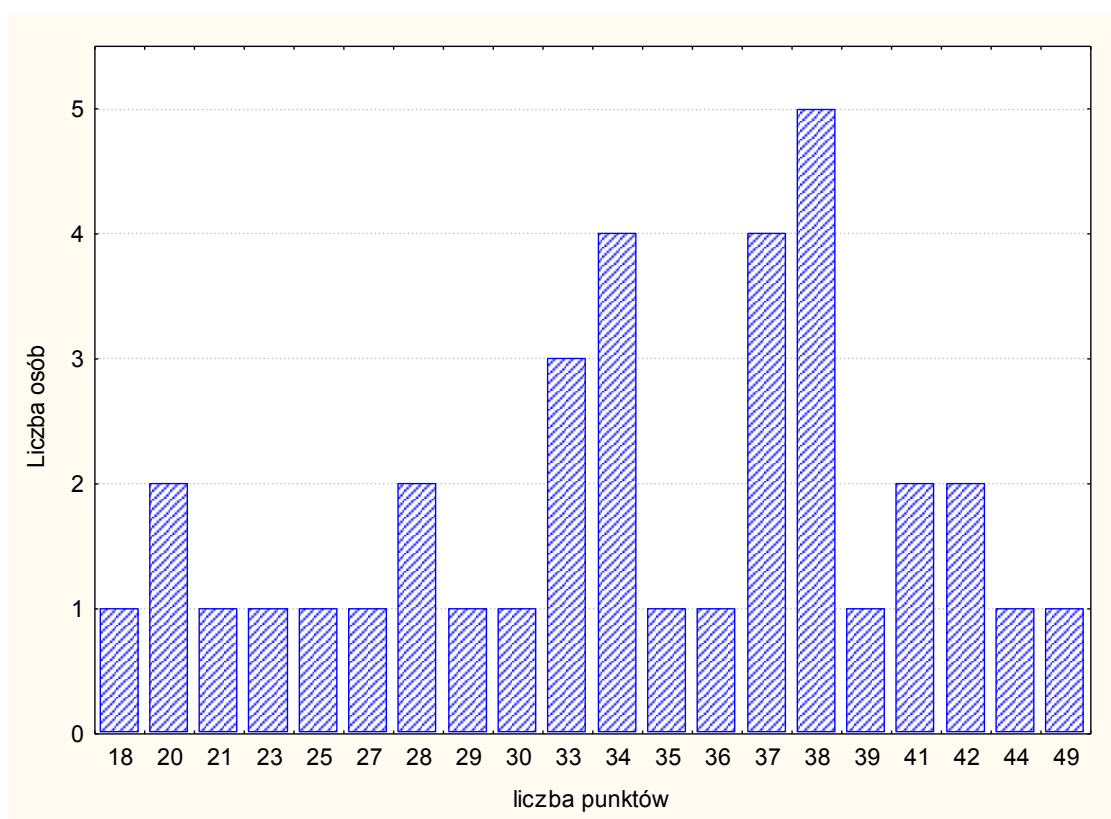
Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

W rekrutacji do zajęć rozszerzających w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół nr 2 im. Księcia Pawła Karola Sanguszki w Lubartowie wzięło udział 36 osób. Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej średnio 33,64 punktów, co stanowi 67,28% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik nieznacznie wyższy od wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 34,5 punkty (mediana). Najniższy wynik na egzaminie to 18 punktów, a najwyższy to 49 punktów.

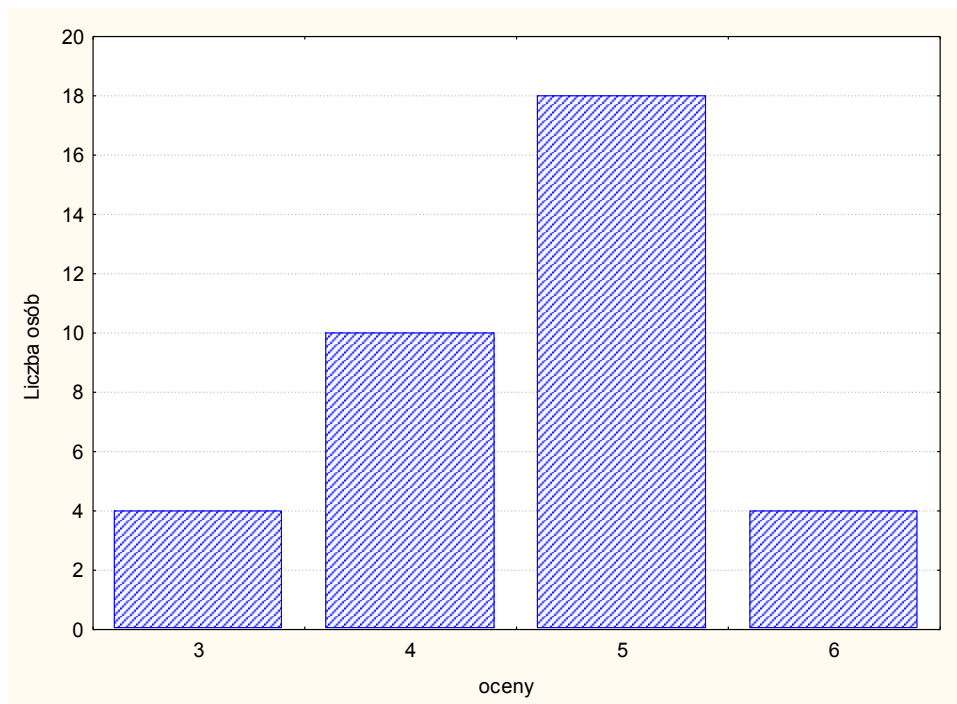
Tabela 1. Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.

Podstawowe miary statystyczne	Województwo lubelskie		Zespół Szkół nr 2 w Lubartowie	
	punkty	procent	punkty	procent
Średni wynik	23,85	47,70	33,64	67,28
Mediana	23	46	34,5	69
Wynik najniższy	1	2	18	36
Wynik najwyższy	50	100	49	98
Odchylenie standardowe	9,59	19,19	7,32	16,64

Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów Zespołu Szkół nr 2 im. Księcia Pawła Karola Sanguszki w Lubartowie, którzy uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 18 do 49.



Rysunek 1. Rozkład wyników gimnazjalistów Zespołu Szkół nr 2 im. Księcia Pawła Karola Sanguszki w Lubartowie rozwiązujących arkusz GM-1-102.



Rysunek 2. Rozkład ocen końcowych z gimnazjum uczniów Zespołu Szkół nr 2 im. Księcia Pawła Karola Sanguszki w Lubartowie.

II. CELE EDUKACYJNE

1.1 Cel główny:

Celem programu jest zapewnienie uczniom szczególnie uzdolnionym możliwości wszechstronnego rozwoju ich zdolności i umiejętności matematycznych.

W szczególności:

- rozwijanie zainteresowań i uzdolnień ucznia;
- wdrażanie ucznia do samodzielnego, logicznego i twórczego myślenia;
- poznawanie pojęć i faktów matematycznych wykraczających poza podstawę programową;
- rozumienie poznawanych pojęć i faktów;
- umiejętne stosowanie zdobytej wiedzy do rozwiązywania problemów matematycznych

1.2. Spodziewane efekty:

Chcemy, by uczniowie naszej szkoły z sukcesami startowali w konkursach matematycznych, uzyskali wiedzę niezbędną do kontynuowania nauki na najlepszych uczelniach technicznych w kraju. Pragniemy, by ich ustawiczny kontakt z poszerzonym zakresem wiedzy matematycznej zaowocował poszerzeniem horyzontów myślowych i pozwolił osiągnąć uczniom wyższy poziom analitycznego i abstrakcyjnego myślenia. Mamy nadzieję, że po skończonym liceum wszystkie najlepsze uczelnie techniczne będą stały przed nimi otworem.

1.3. Cele szczegółowe:

Uczeń kończący klasę I powinien:

- stosować podstawowe schematy logiczne, rozpoznawać tautologie i ich występowanie w rozumowaniach matematycznych,
- operować abstrakcyjnym pojęciem zbioru, wykonywać podstawowe działania na zbiorach,

- znać własności podstawowych zbiorów liczbowych: zbioru liczb naturalnych, zbioru liczb całkowitych, zbioru liczb wymiernych oraz zbioru liczb rzeczywistych,
- znać podstawowe różnice między własnościami zbiorów liczbowych,
- stosować zasadę indukcji zupełnej do uzasadniania tez matematycznych,
- umieć określić w danym kontekście liczbę permutacji, kombinacji, wariacji z powtórzeniami lub bez powtórzeń,
- operować własnościami podzielności liczb całkowitych, wyciągać wnioski z jednoznaczności rozkładu liczby naturalnej na czynniki pierwsze,
- znajdować największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność dwóch liczb całkowitych,
- umieć sporządzić szkic wykresu danej funkcji,
- umieć odczytać podstawowe własności funkcji z jej wykresu: miejsca zerowe, monotoniczność, zbiór wartości,
- umieć zdefiniować funkcję odwrotną do danej, jeśli istnieje, oraz złożenie funkcji,
- umieć rozpoznać funkcje liniowe i podać ich własności,
- umieć rozwiązać układ dwóch lub trzech równań liniowych z dwiema lub trzema niewiadomymi metodą eliminacji Gaussa lub metodą wyznacznikową,
- umieć wyznaczać odległość punktu od figury, odległość dwóch figur,
- znać definicje i własności figur: okręgu, koła, odcinka, półprostej, półpłaszczyzny, kąta, kąta wypukłego, kąta wklęsłego, wielokąta,
- znać warunki metryczne wzajemnego położenia dwóch okręgów na płaszczyźnie,
- znać własności punktów szczególnych w trójkącie,
- znać rodzaje i własności czworokątów,
- znać warunki istnienia okręgu wpisanego w czworokąt,
- znać własności kątów w okręgu: kąta środkowego, kąta wpisanego, znać warunki istnienia okręgu opisanego na czworokącie,
- umieć stosować własności wektorów,

- znać rodzaje i własności izometrie płaszczyzny, umieć stosować izometrie w rozwiązywaniu zadań,
- umieć stosować cechy przystawiania trójkątów,
- umieć wyznaczać izometrie własne wielokąta,
- znać twierdzenie Talesa i umieć je stosować w rozwiązywaniu zadań,
- znać własności środkowych w trójkącie i środka ciężkości,
- umieć wykorzystywać własności jednokładności,
- umieć stosować cechy podobieństwa trójkątów,
- znać twierdzenie Pitagorasa,

Uczeń kończący klasę II powinien:

- umieć rozpoznać funkcje kwadratowe i podać ich własności,
- umieć znaleźć miejsca zerowe funkcji kwadratowej oraz współrzędne wierzchołka wykresu,
- umieć stosować wzory Viete’a,
- umieć rozpoznać funkcje wielomianowe jednej zmiennej,
- wykonywać działania algebraiczne na wielomianach,
- umieć wykorzystać twierdzenie Bézoute’a m.in. do rozkładu wielomianu na czynniki,
- umieć zastosować twierdzenie o pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych do znalezienia pierwiastków wymiernych wielomianu,
- umieć określić wyrazy ciągu na podstawie wzoru ogólnego na n -ty wyraz lub definicji rekurencyjnej ciągu,
- umieć rozpoznać ciąg arytmetyczny, podać jego własności oraz znaleźć sumę pierwszych n wyrazów takiego ciągu,
- umieć rozpoznać ciąg geometryczny, podać jego własności oraz znaleźć sumę pierwszych n wyrazów takiego ciągu,

- umieć podać definicję granicy ciągu i na jej podstawie sprawdzić, czy dana liczba jest granicą ciągu,
- umieć znaleźć granicę ciągu stosując twierdzenie o trzech ciągach,
- umieć stwierdzić zbieżność ciągu, stosując twierdzenie o ciągu monotonicznym i ograniczonym,
- umieć stwierdzić zbieżność ciągu o wyrazie ogólnym $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ i nazwać jego granicę,
- umieć stwierdzić zbieżność lub rozbieżność szeregu geometrycznego i znaleźć jego sumę, jeśli istnieje,
- operować pojęciem granicy funkcji i znajdować takie granice dla prostych funkcji,
- używać funkcji potęgowych, wykładniczych i logarytmicznych, podawać ich podstawowe własności,
- umieć zdefiniować funkcje trygonometryczne dowolnego argumentu, znać ich podstawowe własności,
- operować tożsamościami trygonometrycznymi, w tym wzorami redukcyjnymi,
- umieć rozwiązywać proste równania trygonometryczne,
- znać podstawowe własności funkcji trygonometrycznych i umieć rozwiązywać podstawowe rodzaje równań trygonometrycznych,
- umieć stosować twierdzenie cosinusów i twierdzenie sinusów,
- umieć wyznaczać pola wielokątów, pole koła, znać wzór Herona,
- umieć wyznaczać długość okręgu,
- znać własności równoległości prostych i płaszczyzn w E_3 , własności rzutowania równoległego (w szczególności prostokątnego) przestrzeni na płaszczyznę,
- znać własności relacje prostopadłości prostych i płaszczyzn w E_3 , umieć korzystać z twierdzenia o trzech prostopadłych,
- znać własności kąta prostej z płaszczyzną i kąta dwuściennego.

Uczeń kończący klasę III powinien:

- umieć rozpoznać funkcje wymierne i podać ich podstawowe własności.
- rozpoznawać funkcje ciągłe, podawać podstawowe własności funkcji ciągłych,
- umieć podać geometryczną interpretację pochodnej funkcji,
- umieć obliczyć pochodne funkcji elementarnych,
- umieć obliczyć pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji różniczkowalnych,
- umieć obliczyć pochodną złożenia funkcji różniczkowalnych oraz pochodną funkcji odwrotnej,
- umieć określić monotoniczność funkcji na podstawie znaku jej pochodnej,
- umieć wykorzystać własność pochodnej do znajdowania punktów ekstremalnych funkcji (maksimum, minimum lokalne),
- stosować regułę de l'Hospitala do obliczania granic funkcji,
- umieć obliczać pochodne wyższych rzędów funkcji różniczkowalnych,
- rozpoznawać funkcje wypukłe i wklęsłe, m.in. na podstawie ich pochodnych,
- rozpoznawać ekstrema i punkty przegięcia funkcji różniczkowalnej na podstawie badania pochodnych wyższych rzędów,
- umieć badać przebieg funkcji z zastosowaniem rachunku różniczkowego
- znać własności ostrosłupów, graniastosłupów,
- umieć rysować przekroje wielościanów,
- umieć wyznaczać płaszczyzny, osie i środki symetrii figur w przestrzeni E_3 ,
- znać własności równań prostych i okręgów w C_2 , własności współrzędnych wektora normalnego do prostej,
- znać podstawowe własności wybranych powierzchni drugiego stopnia,
- umieć wyznaczać objętość wielościanu, stożka, kuli,
- umieć wyznaczać pole powierzchni wielościanu, stożka, kuli,
- umieć wyznaczać pola przekrojów płaskich wybranych figur,

- umieć stosować trygonometrię, metodę współrzędnych i analizę matematyczną do obliczenia objętości i pól powierzchni.
- umieć odczytywać informacje z tabel, diagramów, wykresów itp,
- umieć zbierać, opracowywać i prezentować dane statystyczne,
- umieć obliczać parametry zmiennej ilościowej: miary tendencji centralnej i miary rozproszenia,
- umieć rozwiązywać proste i złożone zadania kombinatoryczne,
- umieć budować modele matematyczne dla doświadczeń losowych,
- umieć rozwiązywać zadania dotyczące prawdopodobieństwa geometrycznego na prostej i na płaszczyźnie,
- umieć określać prawdopodobieństwo za pomocą funkcji rozkładu prawdopodobieństwa w przypadku co najwyżej przeliczalnego zbioru wszystkich zdarzeń elementarnych,
- umieć rozwiązywać zadania dotyczące modelu klasycznego,
- umieć obliczać prawdopodobieństwa warunkowe, stosować twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym i twierdzenie Bayesa, znać metodę budowy modelu za pomocą drzewa,
- umieć sprawdzać niezależność zdarzeń i korzystać z założonej niezależności zdarzeń. umieć rozpoznawać schemat Bernoulliego i stosować wzory związane ze schematem Bernoulliego,

III. ZAŁOŻENIA PROGRAMU

Organizacja pracy

Zajęcia rozszerzające z matematyki realizowane są w wymiarze 144godzin (48 godzin rocznie przez 3 lata). Przeznaczone są dla uczniów klas I rozpoczynających naukę w roku szkolnym 2010/2011 i obejmować będą cały cykl kształcenia w szkole ponadgimnazjalnej.

IV. REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH

1. Organizacja zajęć

Zajęcia odbywają się według przedstawionego harmonogramu zajęć.

2. Pomoce naukowe:

plansze, diagramy, modele brył, tablice matematyczne, kalkulator, komputer, zbiory zadań

3. Procedury osiągnięcia celów

Ważnym elementem osiągnięcia zakładanych celów jest umiejętność tworzenia warunków sprzyjających powstaniu korzystnej atmosfery uczenia się i nauczania. Szczególnie na zajęciach nadobowiązkowych, gdzie uczeń przychodzi by wiedzieć więcej i nie jest rozliczany z wyników pracy. Ważny jest dobór odpowiednich metod, środków dydaktycznych oraz zasad nauczania. Kontrola osiągnięć powinna sprzyjać harmonijnej współpracy nauczyciela z uczniem w celu osiągnięcia możliwie największych efektów tej współpracy.

V. TREŚCI NAUCZANIA

ANALIZA MATEMATYCZNA

Klasa I (30 godzin)

1. Elementy logiki – metoda zero-jedynkowa i tautologie.
2. Działania na zbiorach.
3. Elementy teorii liczb (rozkład na czynniki, cechy podzielności).
4. Pojęcie funkcji, (składanie funkcji, funkcja odwrotna), funkcje monotoniczne.

5. Układy dwóch równań z dwiema niewiadomymi i trzech równań z trzema niewiadomymi oraz wyznaczniki stopnia drugiego i trzeciego. Pojęcie macierzy. Poszukiwanie macierzy odwrotnej. Układy Cramera. Metoda operacji elementarnych.
6. Funkcje trygonometryczne, miara łukowa kąta, wzory redukcyjne. Tożsamości równania i nierówności trygonometryczne z modułem.
7. Zasada indukcji zupełnej (nierówności dla średnich: arytmetycznej, geometrycznej, harmoniczej).
8. Trójkąt Pascala. Dwumian Newtona.

Klasa II (30 godzin)

1. Funkcja kwadratowa. Postać kanoniczna trójmianu kwadratowego, suma i iloczyn pierwiastków. Zastosowanie w zadaniach z parametrem i modułem.
2. Wielomiany jednej i dwu zmiennych. Rachunek algebraiczny. Dzielenie wielomianów. Rozkład wielomianu na czynniki. Twierdzenie Bezout. Pierwiastki wielomianu o współczynnikach całkowitych.
3. Zasada indukcji zupełnej (nierówności dla średnich: arytmetycznej, geometrycznej, harmoniczej).
4. Pojęcie granicy (skończonej i nieskończonej). Własności granicy.
5. Szeregi liczbowe. Suma szeregu. Szereg geometryczny. Rozwinięcia liczb rzeczywistych.
6. Funkcje wymierne. Homografie z modułem.

Klasa III (20 godzin)

1. Granica funkcji i ciągłość funkcji.
2. Pochodna funkcji. Interpretacja geometryczna i fizyczna pochodnej. Pochodna sumy, iloczynu ilorazu i złożenia funkcji odwrotnej. Pochodna funkcji odwrotnej. Pochodne funkcji elementarnych.
3. Punkty stacjonarne w pochodnej cząstkowej dwu zmiennych.
4. Reguła de l'Hospitala (w najprostszej wersji).
5. Funkcja wypukła (wypukłość funkcji różniczkowych).
6. Pochodne wyższych rzędów.
7. Ekstremum lokalne. Badania wykresów funkcji.

GEOMETRIA

Klasa I (18 godzin)

Niektóre figury geometryczne i ich własności

1. Symetralna odcinka.
2. Dwusieczna kąta.
3. Punkty szczególne w trójkącie.
4. Czworokąty: klasyfikacja, własności.
5. Najmocniejsze twierdzenie geometrii. Czworokąty opisane na okręgu.
6. Kąty w okręgu: kąt środkowy, kąt wpisany.
7. Czworokąty wpisane w okrąg.

Przekształcenia geometryczne płaszczyzny

1. Wektor, kąt skierowany. Działania na wektorach, działania na kątach. Obrót.
2. Pojęcie przekształcenia geometrycznego, przykłady.
3. Izometrie płaszczyzny: symetria osiowa, przesunięcie równoległe, obrót, symetria środkowa,
4. Figury przystające, cechy przystawania trójkątów - dowody.
5. Izometrie własne wielokąta. Oś symetrii figury. Środek symetrii figury.

Podobieństwa płaszczyzny

1. Jednokładności.
2. Figury podobne, cechy podobieństwa trójkątów - dowody.

Klasa II (18 godzin)

Związki miarowe

1. Pole figury płaskiej.
2. Pola wielokątów.
3. Wzór Herona.

Elementy geometrii analitycznej

1. Współrzędne wektora.
2. Mnożenie skalarne wektorów.

Klasa III (14 godzin)

Figury geometryczne w przestrzeni

1. Proste i płaszczyzny w przestrzeni E_3 .
2. Relacje równoległości w E_3 . Rzutowanie równoległe (w szczególności prostokątne) przestrzeni na płaszczyznę.
3. Relacje prostopadłości w E_3 . Twierdzenie o trzech prostopadłych.
4. Kąt prostej z płaszczyzną, kąt dwuścienny.

Wielościany

1. Przekroje wielościanów.
2. Wielościany foremne.

Pola powierzchni i objętości

1. Miara przestrzenna figur.
2. Pole powierzchni wielościanu.
3. Pola przekrojów płaskich wybranych figur.
4. Zastosowanie trygonometrii, metody analitycznej i analizy matematycznej do obliczenia objętości i pól powierzchni.

RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

Klasa III (14 godzin)

Elementy statystyki opisowej

1. Metody prezentacji danych statystycznych.
2. Opracowywanie i prezentacja danych statystycznych.

Elementy kombinatoryki

1. Elementy kombinatoryki (permutacje, wariacje, kombinacje).

Rachunek prawdopodobieństwa

1. Aksjomaty teorii prawdopodobieństwa, własności prawdopodobieństwa.
2. Prawdopodobieństwo geometryczne.
3. Przeliczalne przestrzenie probabilistyczne.
4. Model klasyczny.
5. Prawdopodobieństwo warunkowe. Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym. Twierdzenie Bayesa. Budowa modelu za pomocą drzewa.
6. Niezależność zdarzeń. Niezależność doświadczeń. Schemat Bernoulliego.

VI. SPOSOBY OCENIANIA UCZESTNIKÓW

Ocenianie można rozpatrywać jako działanie nauczyciela, umożliwiające mu podejmowanie właściwych decyzji edukacyjnych. Dzięki ocenom i nauczyciel i uczeń otrzymują informacje zwrotne, dotyczące tego, co uczeń powinien poprawić i z czym ma kłopoty, co uczeń wykonuje dobrze, a w czym jest doskonały.

VII. EWALUACJA PROGRAMU

Analiza postępów uczniów będzie odbywała się przez cały czas trwania zajęć, na podstawie analizy osiągniętych wyników. Naturalną formą ewaluacji będzie poziom zadowolenia uczniów z własnych dokonań i umiejętności nabytych w czasie zajęć. Poczucie dobrze wykonanej pracy, a także zaangażowanie, aktywność i dociekliwość uczniów daje nauczycielowi obraz efektów wspólnej pracy.

Po wdrożeniu programu zostanie przeprowadzona dyskusja na temat treści programowych, zasadności wprowadzenia programu i procedury osiągnięcia celów. Przeprowadzona zostanie również ankieta ewaluacyjna. Jednocześnie zostaną poddane analizie wyniki uzyskane przez uczniów na egzaminie zewnętrznym i konkursach matematycznych.

Uważne obserwowanie reakcji uczniów, ich zainteresowania przedmiotem i stopnia rozumienia przez nich poszczególnych zagadnień pozwoli nauczycielowi dostosować sposób i tempo realizacji programu, stopień trudności i liczbę rozwiązywanych zadań do możliwości uczniów.

VIII. BIBLIOGRAFIA

- H. Pawłowski podręcznik do I klasy liceum, Gdynia 2003.
- H. Pawłowski podręcznik do II klasy liceum, Gdynia 2003
- H. Pawłowski podręcznik do II Iklasy liceum, Gdynia 2003
- M. Borowska, A. Jatczak Vademecum maturalne Matematyka, Gdynia 2007



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Tezy do programu przedstawili:

Eliza Garbacz

Sylwia Kubik

Korekta i opracowanie:

mgr Elżbieta Miterka

Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:

mgr Agnieszka Szumera

Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik

