



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

**Program zajęć rozszerzających z matematyki
w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”
na okres od 01.12.2010r. do 30.06.2013r
w ZESPOLE SZKÓŁ NR 2
im. Mikołaja Reja w Kraśniku**



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281

I. WSTĘP

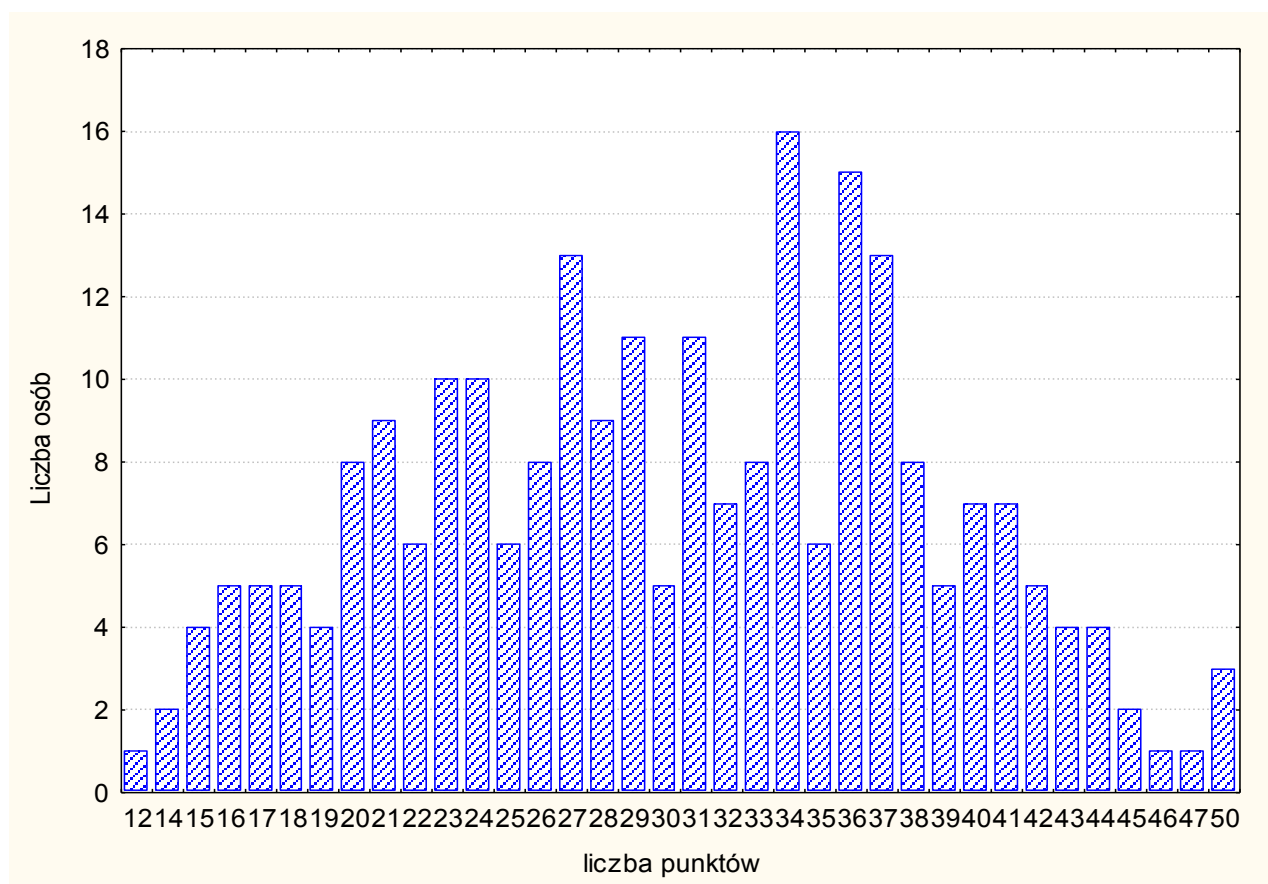
Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

W rekrutacji do zajęć rozszerzających w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół nr 2 i II Liceum Ogólnokształcącym im. Mikołaja Reja w Kraśniku wzięło udział 244 osoby. Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej średnio 30,23 punktów, co stanowi 60,46% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik nieznacznie wyższy od wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 31 punkty (mediana). Najniższy wynik na egzaminie to 12 punktów, a najwyższy to 50 punktów.

Tabela 1. Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.

Podstawowe miary statystyczne	Województwo lubelskie		Zespół Szkół nr 2 i II Liceum Ogólnokształcące w Kraśniku	
	punkty	procent	punkty	procent
Średni wynik	23,85	47,70	30,23	60,46
Mediana	23	46	31	62
Wynik najniższy	1	2	12	24
Wynik najwyższy	50	100	50	100
Odchylenie standardowe	9,59	19,19	8,24	16,48

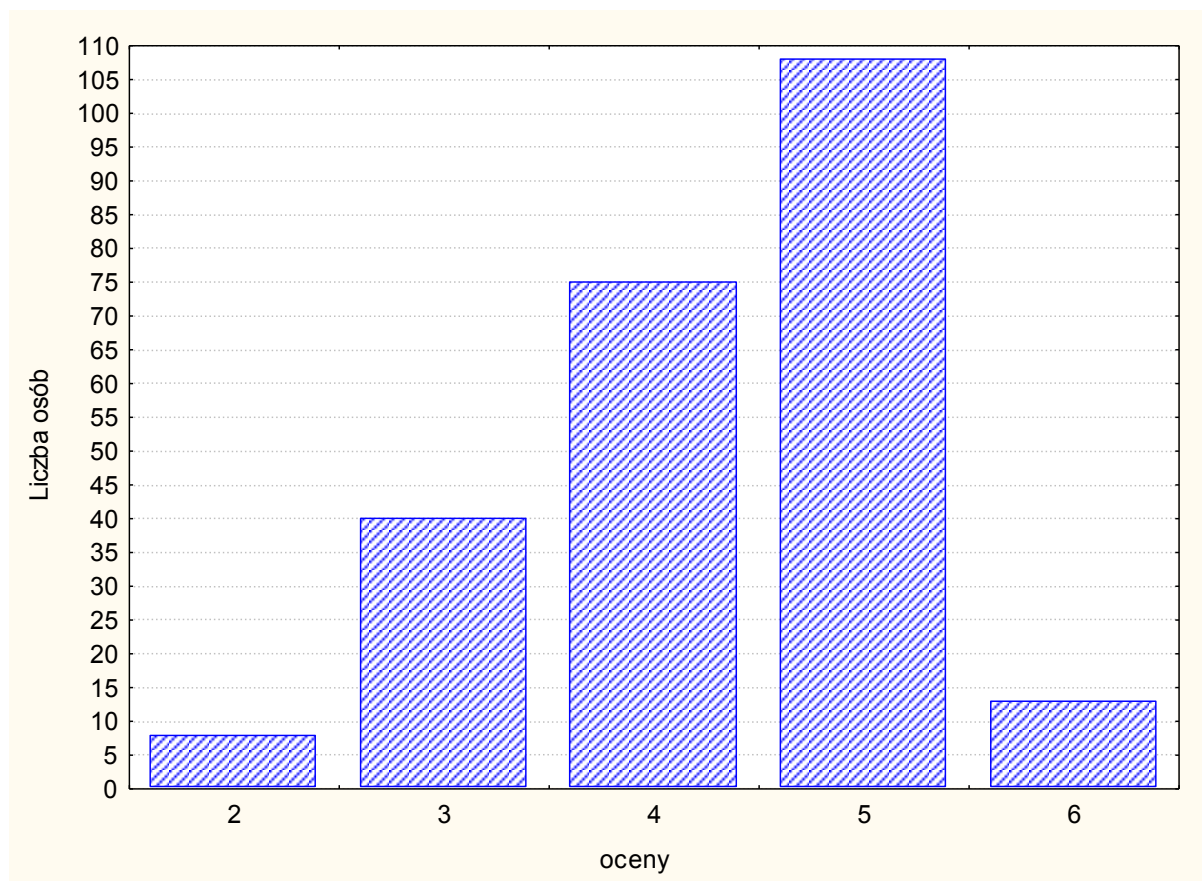
Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów Zespołu Szkół nr 2 i II Liceum Ogólnokształcącego im. Mikołaja Reja w Kraśniku, którzy uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 12 do 50.



Rysunek 1. **Rozkład wyników gimnazjalistów Zespołu Szkół nr 2 i II Liceum Ogólnokształcącego im. Mikołaja Reja w Kraśniku rozwiązujących arkusz GM-1-102.**

Rozkład wyników uczniów z Zespołu Szkół nr 2 i II Liceum Ogólnokształcącego im. Mikołaja Reja w Kraśniku jest jednomodalny, z modalną wynoszącą 34 punktów.

Uczniowie biorący udział w rekrutacji do zajęć rozszerzających w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół nr 2 i II Liceum Ogólnokształcącym im. Mikołaja Reja w Kraśniku byli rekrutowani także pod względem ocen końcowych z matematyki w gimnazjum. Średnia ocena dla tych uczniów to 4,32. 8 uczniów uzyskało ocenę dopuszczającą, 40 osób otrzymało ocenę dostateczną, 75 uczniów uzyskało ocenę dobrą, 108 uczniów otrzymało ocenę bardzo dobrą oraz 13 uczniów uzyskało ocenę celującą.



Rysunek 2. Rozkład ocen końcowych z gimnazjum uczniów Zespołu Szkół nr 2 i II Liceum Ogólnokształcącego im. Mikołaja Reja w Kraśniku.

Rozkład końcowych ocen gimnazjalnych uczniów z Zespołu Szkół nr 2 i II Liceum Ogólnokształcącego im. Mikołaja Reja w Kraśniku jest jednomodalny, z modalną wynoszącą 5 (Rysunek 2).

Analiza wyników egzaminu gimnazjalnego uczestników zajęć i analiza testu „na wejście” wykazała, że jest grupa uczniów szczególnie uzdolnionych matematycznie. Doprowadziło to do utworzenia dodatkowych zajęć pozalekcyjnych, które pozwolą na rozwijanie wiedzy uczniom.

II. CELE EDUKACYJNE

1. Cele ogólne:

Podniesienie kompetencji matematycznych uczniów rozpoczynających naukę w klasie pierwszej w roku szkolnym 2010/11 w ZS Nr 2 w Kraśniku w okresie od września 2010 roku do sierpnia 2013 roku.

Opracowany program zajęć rozszerzających ma na celu :

1. Zwiększenie poziomu wiedzy i umiejętności z matematyki uczniów posiadających luki kompetencyjne w tym zakresie.
2. Rozszerzenie poziomu wiedzy i umiejętności z matematyki uczniów uzdolnionych matematycznie.
3. Reaktywowanie i wzmocnienie szkolnych kółek zainteresowań we współpracy ze szkołami wyższymi realizującymi projekt.

2. Cele szczegółowe:

1. Elementy logiki

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: <ul style="list-style-type: none">– potrafi odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi;– umie określić wartość logiczną zdania prostego;– potrafi podać negację zdania prostego i określić jej wartość logiczną;– potrafi rozpoznać zdania w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań;– potrafi zbudować zdania złożone w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań;– potrafi określić wartości logiczne zdań złożonych,	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">– potrafi sprawnie posługiwać się funktorami logicznymi;– potrafi budować zdania złożone i oceniać ich wartości logiczne;– potrafi wnioskować o wartości zdania złożonego, na podstawie informacji o wartościach logicznych innych wyrażań rachunku zdań;– rozumie budowę twierdzenia matematycznego; potrafi wskazać jego założenie i tezę;– potrafi zbudować twierdzenie odwrotne do danego oraz ocenić prawdziwość twierdzenia prostego i odwrotnego;	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">– potrafi przeprowadzić dowód twierdzenia;– potrafi dowodzić nie wprost;– potrafi zanegować równoważność zdań;– potrafi wyznaczyć zbiór wszystkich elementów spełniających podaną implikację form zdaniowych.

<p>takich jak koniunkcja, alternatywa, implikacja i równoważność zdań;</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna prawa De Morgana (prawo negacji alternatywy oraz prawo negacji koniunkcji) i potrafi je stosować; - potrafi określić wartość logiczną zdania powstałego po negacji koniunkcji oraz alternatywy zdań; - odróżnia formę zdaniową jednej zmiennej od zdania; - potrafi określić dziedzinę prostej formy zdaniowej; - potrafi wskazać element dziedziny spełniający daną formę zdaniową; - rozumie zwrot "<i>dla każdego x ...</i>" oraz "<i>istnieje takie x, że ...</i>" i potrafi stosować te zwroty budując zdania logiczne; - potrafi ocenić wartość logiczną zdania z kwantyfikatorem; - zna prawa De Morgana dla zdań z kwantyfikatorem; - potrafi podać negację zdania z kwantyfikatorem i ocenić jej wartość logiczną. 	<ul style="list-style-type: none"> - zna prawo negacji implikacji i potrafi je stosować; - potrafi negować zdania złożone z wykorzystaniem poznanych praw logicznych; - potrafi udowodnić poznane prawa logiczne; - potrafi sprawdzić, czy dane wyrażenie rachunku zdań jest tautologią; - potrafi określić dziedzinę bardziej złożonej formy zdaniowej jednej zmiennej; - potrafi wskazać wszystkie elementy z dziedziny formy zdaniowej jednej zmiennej, które spełniają tę formę zdaniową; - potrafi wskazać formę zdaniową sprzeczną i tożsamościową; - potrafi określić zbiór wszystkich elementów spełniających koniunkcję lub alternatywę form zdaniowych; - potrafi posługiwać się symbolami kwantyfikatora ogólnego i szczegółowego; - potrafi ocenić wartość logiczną zdania złożonego poprzedzonego kwantyfikatorem ogólnym lub szczegółowym; - potrafi podać negację zdania złożonego poprzedzonego kwantyfikatorem ogólnym lub szczegółowym oraz określić jej wartość logiczną. 	
--	---	--

2. Zbiory

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna takie pojęcia jak: zbiór pusty, zbiory równe, podzbiór zbioru; - zna symbolikę matematyczną dotyczącą zbiorów (\in, \notin, \cup, \cap, $—$, \subset, \varnothing); - potrafi podać przykłady zbiorów (w tym przykłady zbiorów skończonych oraz nieskończonych); - potrafi określić relacje pomiędzy elementem i zbiorem; - potrafi określić relacje pomiędzy zbiorami (równość zbiorów, zawieranie się zbiorów, rozłączność zbiorów); - zna definicję sumy, iloczynu, różnicy zbiorów; - potrafi wyznaczać sumę, iloczyn i różnicę zbiorów; - potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólna podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych takich jak zbiór N, C, NW, W; - potrafi rozróżniać liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne; - potrafi wskazać liczby pierwsze i złożone; - zna i potrafi zastosować cechy podzielności liczb naturalnych (przez 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10); - potrafi rozłożyć liczbę naturalną na czynniki pierwsze; - potrafi wyznaczyć największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb naturalnych; - potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb całkowitych; - zna prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi sprawnie posługiwać się symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów; - potrafi dowodzić własności działań na zbiorach w oparciu o poznane definicje (np. prawa De Morgana dla zbiorów, prawo rozdzielności dodawania zbiorów względem mnożenia itp.) oraz innymi metodami; - potrafi oceniać wartości logiczne zdań, w których występują zależności pomiędzy zbiorami; - potrafi wyznaczyć dopełnienie zbioru (w tym przedziału liczbowego); - potrafi rozwiązywać zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, w których jest mowa o własnościach liczb całkowitych; - potrafi dowodzić twierdzenia dotyczące własności liczb całkowitych (np. dzielenie z resztą, podzielność liczb całkowitych itp.); - potrafi stosować wzory skróconego mnożenia takie jak: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2),$ do usuwania niewymierności z mianownika ułamka; - potrafi stosować własności wartości bezwzględnej takie jak: $-x = x ,$ $x \geq 0,$ $xy = x y ,$ $\left \frac{x}{y} \right = \frac{ x }{ y }$ w rozwiązywaniu zadań; - potrafi stosować własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania nierówności z wartością bezwzględną. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi dowodzić twierdzenia dotyczące własności liczb rzeczywistych; - potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące zbioru liczb rzeczywistych i jego podzbiorów; - potrafi usunąć niewymierność z mianownika ułamka w przykładach o podwyższonym stopniu trudności; - posługuje się takimi własnościami wartości bezwzględnej jak: $x + y \leq x + y$ oraz $x - y \leq x + y$ w rozwiązywaniu zadań i dowodzeniu twierdzeń.

<ul style="list-style-type: none"> - potrafi porównywać liczby wymierne oraz liczby niewymierne; - potrafi przedstawiać liczby wymierne w postaci ułamków zwykłych i dziesiętnych; - potrafi przedstawić ułamek okresowy w postaci ilorazu liczb całkowitych; - potrafi usuwać niewymierność z mianownika ułamka stosując wzór skróconego mnożenia (różnicę kwadratów dwóch wyrażeń); - potrafi wyznaczyć przybliżenie dziesiętne liczby rzeczywistej z żadaną dokładnością; - potrafi sprawnie wykonywać działania w zbiorze liczb rzeczywistych z wykorzystaniem praw działań; - potrafi porównywać wielkości; - <i>potrafi wyznaczyć błąd względny i bezwzględny;</i> - <i>potrafi szacować wartości liczbowe;</i> - potrafi sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ $a^n - 1 = (a - 1)(1 + a + \dots + a^{n-1}),$ $n \in \mathbb{N}_+ - \{1\}$ i potrafi wykonywać działania na wyrażeniach, które zawierają wzory skróconego mnożenia; - zna prawa działań na potęgach o wykładnikach rzeczywistych; - zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby 		
--	--	--

<p>nieujemnej oraz prawa działań na pierwiastkach</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej - potrafi wykonywać działania na potęgach i pierwiastkach; - rozumie pojęcie przedziału liczbowego jako podzbioru zbioru liczb rzeczywistych; - potrafi zapisać za pomocą przedziałów zbiory opisane nierównościami; - potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną przedziałów liczbowych; - potrafi obliczyć procent danej liczby, a także wyznaczyć liczbę, gdy dany jest jej procent; - potrafi obliczyć jakim procentem jednej liczby jest druga liczba; - potrafi określić o ile procent dana wielkość jest większa (mniejsza) od innej wielkości; - potrafi posługiwać się procentem w prostych zadaniach tekstowych; - zna i stosuje pojęcie punktu procentowego - potrafi odczytywać dane w postaci tabel i diagramów, a także przedstawiać dane w postaci diagramów procentowych; - potrafi przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych; - zna definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną; - potrafi obliczyć wartość bezwzględną liczby; - potrafi zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną typu: $cx - a = b$, $cx - a < b$, $cx - a > b$, $cx - a \leq b$, $cx - a \geq b$; - potrafi na podstawie zbioru rozwiązań nierówności, zapisać tę nierówność w 		
--	--	--

<p>postaci nierówności z wartością bezwzględną;</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna pojęcie średnie □ arytmetycznej, geometrycznej oraz harmonicznej liczb oraz potrafi obliczyć wymienione średnie. 		
--	--	--

3. Wektory

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna określenie wektora i potrafi podać jego cechy; – zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych oraz potrafi stosować własności tych wektorów w rozwiązywaniu zadań; – potrafi obliczyć współrzędne wektora mając dane współrzędne początku i końca wektora; – potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora; – potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie); – potrafi wykonywać działania na wektorach – dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (syntetycznie i analitycznie); – potrafi obliczyć współrzędne środka odcinka. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna własności działań na wektorach i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności; – stosuje własności działań na wektorach w typowych zadaniach na dowodzenie. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi sprawnie posługiwać się wektorami w dowodzeniu różnych twierdzeń.

4. Przekształcenia geometryczne

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– zna pojęcie przekształcenia geometrycznego i potrafi podać przykłady przekształceń geometrycznych;– zna i rozumie pojęcie przekształcenia izometrycznego;– zna pojęcie przesunięcia równoległego o wektor i potrafi wyznaczyć obraz figury geometrycznej w przesunięciu równoległym o wektor;– zna pojęcie symetrii osiowej względem prostej i potrafi wyznaczyć obraz figury geometrycznej w symetrii osiowej względem prostej;– zna pojęcie symetrii środkowej względem punktu i potrafi wyznaczyć obraz figury geometrycznej w symetrii środkowej względem punktu;– potrafi wskazać punkty stałe poznanych przekształceń geometrycznych;– potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii osiowej względem osi OX oraz osi OY;– potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych;– zna i rozumie pojęcie środka symetrii figury;– zna i rozumie pojęcie osi symetrii figury;– potrafi wyznaczyć osie symetrii i środek symetrii danej figury, a także wskazać figury środkowo i osiowo symetryczne;– zna pojęcie kąta	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych w rozwiązywaniu zadań.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące przekształceń geometrycznych, w których stosuje oryginalne metody rozwiązań i które wymagają niestandardowych pomysłów.

skierowanego; – potrafi wyznaczyć obraz figury w obrocie dookoła punktu o dany kąt.		
--	--	--

5. Funkcja i jej własności

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi odróżnić funkcję od innych przyporządkowań; – potrafi podawać przykłady funkcji; – potrafi opisywać funkcje na różne sposoby: wzorem, tabelką, grafem, opisem słownym; – potrafi szkicować wykres funkcji liczbowej określonej słownie, grafem, tabelką, wzorem; – potrafi odróżnić wykres funkcji od krzywej, która wykresem funkcji nie jest; – potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem (w prostych przypadkach); – potrafi wyznaczyć miejsce zerowe funkcji liczbowej danej wzorem (w prostych przypadkach); – potrafi obliczyć wartość funkcji liczbowej dla danego argumentu, a także obliczyć argument funkcji, gdy dana jest jej wartość; – potrafi określić zbiór wartości funkcji w prostych przypadkach (np. w przypadku, gdy dziedzina funkcji jest zbiorem skończonym); – potrafi na podstawie wykresu funkcji liczbowej odczytać jej własności, takie jak: <ul style="list-style-type: none"> a) dziedzina funkcji; b) zbiór wartości funkcji; c) miejsce zerowe funkcji; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem w przypadku, gdy wyznaczenie dziedziny funkcji wymaga rozwiązania koniunkcji warunków; – potrafi wyznaczyć miejsce zerowe funkcji liczbowej (nie tylko w prostych przypadkach); – potrafi określić zbiór wartości funkcji liczbowej (nie tylko wtedy, gdy dziedzina jest zbiorem skończonym); – potrafi badać monotoniczność funkcji liczbowej na podstawie definicji; – potrafi badać różnowartościowość funkcji na podstawie definicji; – potrafi badać parzystość, nieparzystość oraz okresowość funkcji na podstawie definicji; – potrafi na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ sporządzić wykresy funkcji: $y = f(x)$ oraz wykres funkcji $y = f(x)$ oraz zapisać wzory funkcji, których wykresy otrzymano w wyniku tych przekształceń. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji i ich własności.

<p>d) argument funkcji, gdy dana jest wartość funkcji;</p> <p>e) wartość funkcji dla danego argumentu;</p> <p>f) przedziały w których funkcja jest rosnąca, malejąca, stała;</p> <p>g) zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie, nieujemne;</p> <p>h) najmniejszą oraz największą wartość funkcji;</p> <p>i) parzystość, nieparzystość, okresowość;</p> <p>j) różnowartościowość;</p> <p>k) potrafi narysować wykres funkcji o zadanych własnościach;</p> <p>– potrafi narysować wykres funkcji liczbowej, której wzór jest określony za pomocą wzorów różnych funkcji składowych;</p> <p>– potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji liczbowej oraz współrzędne punktu w którym wykres przecina oś OY, której wzór jest określony za pomocą wzorów różnych funkcji składowych;</p> <p>– potrafi opisać własności funkcji liczbowej, której wzór jest określony za pomocą wzorów różnych funkcji składowych;</p> <p>– potrafi stosować wiadomości o funkcji do opisywania zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym;</p> <p>– potrafi podać opis matematyczny prostej sytuacji w postaci wzoru funkcji;</p> <p>– potrafi interpretować informacje na podstawie</p>		
---	--	--

<p>wykresów funkcji (np. dotyczące różnych zjawisk przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych);</p> <p>– potrafi przetwarzać informacje dane w postaci wzoru lub wykresu funkcji;</p> <p>– potrafi przekształcać wykresy funkcji – na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ sporządzić wykresy funkcji:</p> <p>$y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = -f(-x)$, $y = f(x - a) + b$, $y = k \cdot f(x)$, $y = f(k \cdot x)$ oraz zapisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku danego przekształcenia.</p>		
---	--	--

6. Funkcja liniowa

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna pojęcie funkcji liniowej; – potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej; – potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem; – potrafi na podstawie wykresu funkcji liniowej (wzoru funkcji) określić monotoniczność funkcji; – potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów dla których funkcja liniowa osiąga wartości dodatnie (ujemne, nieujemne, niedodatnie); – potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej; – potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach (np. takiej, której wykres przechodzi przez dwa punkty); – potrafi napisać wzór funkcji 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązać równanie liniowe z parametrem; – potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem; – potrafi rozwiązać równanie linowe oraz nierówność liniową z wartością bezwzględną; – potrafi rozwiązać układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi z parametrem; – potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań układu dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi z parametrem; – potrafi rozwiązać układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi z wartością bezwzględną oraz zinterpretować go graficznie; – potrafi wykreślać w prostokątnym układzie współrzędnych zbiory punktów opisane równaniem, nierównością, układem 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązać nietypowe zadania dotyczące funkcji liniowej, o podwyższonym stopniu trudności.

<p>liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych; - potrafi narysować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności funkcji; - potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu, w którym wykres przecina oś OY; - potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu; - potrafi rozwiązać równanie liniowe z jedną niewiadomą; - potrafi określić liczbę rozwiązań równania liniowego z jedną niewiadomą; - potrafi rozwiązać nierówność liniową z jedną niewiadomą i przedstawić jej zbiór rozwiązań na osi liczbowej; - potrafi interpretować graficznie równania i nierówności liniowe z jedną niewiadomą; - potrafi rozwiązywać algebraicznie (w tym metodą wyznacznikową) i graficznie układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi; - potrafi rozpoznać układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny i umie podać ich interpretację geometryczną; - potrafi zbadać wzajemne położenie dwóch prostych na płaszczyźnie; - potrafi rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do równania liniowego z jedną niewiadomą, nierówności liniowej z jedną niewiadomą 	<p>równań lub nierówności z dwiema niewiadomymi z wartością bezwzględną;</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi rozwiązywać układy trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi. 	
---	--	--

<p>lub układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi;</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi opisać daną figurę geometryczną w prostokątnym układzie współrzędnych, za pomocą odpowiedniego układu nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi; - potrafi narysować w prostokątnym układzie współrzędnych figurę geometryczną zapisaną za pomocą układu nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi. 		
--	--	--

7. Funkcja kwadratowa

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi rozpoznać jednomian stopnia drugiego; - potrafi narysować wykres jednomianu stopnia drugiego i omówić jego własności; - potrafi odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzoru innej funkcji; - potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub sprawdzić, że trójmian kwadratowy nie posiada miejsc zerowych; - potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli; - potrafi narysować wykres dowolnej funkcji kwadratowej; - potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności; - potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach; - potrafi sprawnie zamieniać 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi wyprowadzić wzór na współrzędne wierzchołka paraboli; - potrafi wyprowadzić wzory na miejsca zerowe trójmianu kwadratowego; - potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej z wartością bezwzględną i na jego podstawie omówić własności funkcji; - potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych; - potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych z jedną niewiadomą; - potrafi udowodnić wzory Viete'a; - potrafi stosować wzory Viete'a do rozwiązywania równań i nierówności z parametrem; - potrafi rozwiązywać różne zadania, w których występuje parametr, dotyczące własności funkcji kwadratowej; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.

<p>jedną postać trójmianu kwadratowego na drugą (postać ogólna, kanoniczna, iloczynowa);</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym; - potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych; - potrafi algebraicznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą; - potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą; - potrafi rozwiązywać proste zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych z jedną niewiadomą; - zna wzory Viete'a i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań; - potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem, w których jest mowa o własnościach funkcji kwadratowej; - potrafi przekształcać wyrażenia tak, by można było obliczać ich wartości stosując wzory Viete'a; - potrafi przekształcać wykresy funkcji kwadratowych (symetria względem osi OX, symetria względem osi OY, symetria względem punktu $O(0, 0)$, przesunięcie równoległe o wektor) oraz napisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w danym przekształceniu; - potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego, opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej; - potrafi opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej. 	<ul style="list-style-type: none"> - potrafi algebraicznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą z wartością bezwzględną; - potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą z wartością bezwzględną; - potrafi rozwiązywać równania i nierówności pierwiastkowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych; - potrafi przekształcać wykresy funkcji kwadratowych; - potrafi przeprowadzić dyskusję nad liczbą rozwiązań równania kwadratowego z parametrem i wartością bezwzględną na podstawie interpretacji graficznej rozwiązane problemu; - potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności stopnia drugiego z wartością bezwzględną; - potrafi rozwiązywać algebraicznie i graficznie układy równań z dwiema niewiadomymi, z których przynajmniej jedno jest stopnia drugiego; - potrafi badać własności funkcji kwadratowej w oparciu o odpowiednie definicje; - potrafi dowodzić własności funkcji kwadratowej. 	
---	---	--

8. Okrąg i koło w układzie współrzędnych

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje równanie okręgu w postaci zredukowanej: $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ oraz w postaci kanonicznej: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$; - potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do postaci kanonicznej (i odwrotnie); - potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu; - potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu; - rozpoznaje nierówność opisującą koło; - potrafi odczytać z nierówności opisującej koło współrzędne środka i promień tego koła; - potrafi napisać nierówność opisującą koło w sytuacji, gdy zna współrzędne środka i promień koła; - potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg; - potrafi narysować w układzie współrzędnych koło na podstawie danej nierówności opisującej koło; - zna wzór na odległość punktu od prostej; - potrafi obliczyć odległość punktu od prostej; - potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi rozwiązywać różne zadania dotyczące okręgów i kół w układzie współrzędnych, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki; - potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące okręgów i kół w układzie współrzędnych. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące okręgów i kół w układzie współrzędnych.

<p>obliczeń);</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń); - potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych; - potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów; - potrafi wyznaczyć równanie stycznej do okręgu; - potrafi napisać równanie okręgu opisanego na trójkącie, gdy dane ma współrzędne wierzchołków trójkąta; - potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach, parabolach i okręgach. 		
---	--	--

9. Wielomiany

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej; - potrafi wskazać jednomiany podobne; - potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej; - potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco); - potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej; - potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej; - potrafi rozpoznać wielomiany równe; - potrafi rozwiązywać proste 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi sprawnie wykonywać działania na wielomianach; - potrafi udowodnić twierdzenie Bezouta; - zna i potrafi stosować twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych; - potrafi udowodnić twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych; - potrafi sprawnie rozkładać wielomiany na czynniki (w tym stosując "metodę prób"); - potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe z 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące wielomianów, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.

<p>zadania, w których wykorzystuje się twierdzenie o równości wielomianów;</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów; – potrafi dzielić wielomian przez wielomian; – potrafi sprawdzić czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu; – potrafi określić krotność pierwiastka wielomianu; – zna twierdzenie Bezouta i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań; – zna twierdzenie o reszcie i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań; – potrafi wyznaczyć wielomian, który jest resztą z dzielenia wielomianu o danych własnościach przez inny wielomian; – potrafi rozłożyć wielomian na czynniki poprzez wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia, zastosowanie metody grupowania wyrazów, a także wówczas, gdy ma podany jeden z pierwiastków wielomianu i konieczne jest znalezienie pozostałych z wykorzystaniem twierdzenia Bezouta; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe, które wymagają umiejętności rozkładania wielomianów na czynniki wymienionych w poprzednim punkcie; – potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące wielomianów, w których występują parametry. 	<p>wartością bezwzględną;</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności wielomianów, w których występują parametry; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe z parametrem; – potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych; – potrafi udowodnić wzory Viete'a dla równania trzeciego stopnia. 	
--	--	--

10. Funkcje wymierne

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi na podstawie wzoru odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji; – potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej (wyrażenia wymiernego); – potrafi napisać wzór funkcji wymiernej o zadanej dziedzinie; – potrafi sprawdzić, czy dane funkcje wymierne są równe; – potrafi wykonywać działania na wyrażeniach wymiernych takie jak: skracanie wyrażeń wymiernych, rozszerzanie wyrażeń wymiernych, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych, określając warunki wykonalności tych działań; – zna definicję funkcji homograficznej $y = \frac{ax + b}{cx + d},$ <p>gdzie $c \neq 0$ i $ad - cb \neq 0$;</p> – potrafi przekształcić wzór funkcji $y = \frac{ax + b}{cx + d},$ <p>gdzie $c \neq 0$ i $ad - cb \neq 0$</p> <p>do postaci $y = \frac{k}{x - p} + q$;</p> – potrafi narysować wykres funkcji homograficznej o równaniu $y = \frac{k}{x - p} + q$ – potrafi na podstawie wzoru funkcji 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na wyrażeniach wymiernych; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z wartością bezwzględną; – potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych (w tym z wartością bezwzględną); – potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z parametrem; – potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych (w tym z parametrem); – potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem); – potrafi dowodzić własności funkcji wymiernej; – potrafi narysować wykres funkcji homograficznej z wartością bezwzględną i na podstawie wykresu funkcji opisać jej własności; – potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem; – potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod.

<p>$y = \frac{k}{x-p} + q$ określić jej dziedzinę i zbiór wartości;</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji homograficznej oraz współrzędne punktu, w którym hiperbola przecina oś OY; - potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$; - potrafi porównać wartości dwóch funkcji homograficznych; - potrafi przekształcać wykres funkcji homograficznej w S_{Ox}, S_{Oy}, $S_{(0,0)}$, przesunięciu równoległym o dany wektor; - potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej; - potrafi rozwiązywać proste zadania tekstowe dotyczące proporcjonalności odwrotnej; - potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności wymierne. 		
---	--	--

11. Ciągi

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna definicję ciągu (ciągu liczbowego); - potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym; - potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym; - potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym; - potrafi podać wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym; - potrafi, stosując zasadę indukcji matematycznej, wykazać równoważność wzoru ogólnego i rekurencyjnego danego ciągu; - potrafi badać własności ciągu określonego wzorem rekurencyjnym (np. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie o trzech ciągach do obliczenia granicy danego ciągu; - potrafi udowodnić twierdzenia dotyczące własności ciągów (np. twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych, twierdzenie o trzech ciągach,

<p>określonego wzorem ogólnym;</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych; - potrafi sprawdzić, które wyrazy ciągu należą do danego przedziału; - potrafi obliczyć, które wyrazy ciągu mają podaną wartość; - rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego; - zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych; - potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady); - zna definicję ciągu arytmetycznego; - potrafi zbadać na podstawie definicji czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny; - potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych; - zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego; - zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; - potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego; - zna definicję ciągu geometrycznego; - potrafi zbadać na podstawie definicji czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny; - zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego; - zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; - potrafi wykorzystać średnią 	<p>monotoniczność ciągu, zbieżność ciągu);</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego; - potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu; - potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych; - potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności; - potrafi udowodnić wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego; - potrafi udowodnić wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego; - potrafi udowodnić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; - potrafi udowodnić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; - potrafi rozwiązywać zadania mieszane dotyczące ciągów arytmetycznego i geometrycznego; - potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym. 	<p>twierdzenie o zbieżności ciągu monotonicznego i ograniczonego oraz inne twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych);</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach; - wie co to jest liczba e oraz potrafi obliczać granice ciągów z liczbą e.
--	---	---

<p>geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego;</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych; - potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego; - zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu; - potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady); - potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne); - potrafi obliczać granice niewłaściwe ciągów rozbieżnych do nieskończoności (proste przykłady); - potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów. 		
---	--	--

12. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna definicję funkcji wykładniczej; - potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji; - potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych; - potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu; - potrafi przekształcać wykresy funkcji 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną; - potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych z wartością bezwzględną; - potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne; - potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze oraz logarytmiczne z 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem; - potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne z parametrem - potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem wiadomości o funkcji

<p>wykładniczych (S_{0x}, S_{0y}, $S_{(0,0)}$, przesunięcie równoległe o dany wektor);</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi rozwiązywać algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze; - potrafi obliczyć logarytm liczby dodatniej; - zna i potrafi stosować własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń; - zna definicję funkcji logarytmicznej; - potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji; - potrafi określić dziedzinę funkcji logarytmicznej; - potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych; - potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu; - potrafi przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych (S_{0x}, S_{0y}, $S_{(0,0)}$, przesunięcie równoległe o dany wektor); - potrafi rozwiązywać algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności logarytmiczne. 	<p>wartością bezwzględną;</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych; - potrafi rozwiązywać równania wykładniczo – potęgowo – logarytmiczne; - potrafi narysować zbiór punktów płaszczyzny spełniający dane równanie lub nierówność z dwiema niewiadomymi w których występują logarytmy; - potrafi badać, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych i logarytmicznych (np. parzystość, nieparzystość funkcji); - potrafi stosować wiadomości o funkcji wykładniczej i logarytmicznej w różnych zadaniach (np. z zastosowaniem wiadomości o ciągach, szeregu geometrycznym itp.). 	<p>wykładniczej i logarytmicznej;</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi dowodzić własności logarytmów.
--	--	--

13. Indukcja matematyczna, dwumian Newtona

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna symbol "silnia"; - potrafi obliczać wartości wyrażeń z symbolem silnia; - zna symbol Newtona; - potrafi obliczać wartości wyrażeń z symbolem Newtona; - potrafi upraszczać wyrażenia zawierające symbol silnia oraz symbol Newtona; - potrafi rozpisać wzór 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi rozwiązywać równania w których występuje symbol Newtona; - potrafi obliczać wartości wyrażeń w których występuje symbol Newtona (trudniejsze przykłady); - potrafi udowodnić i stosować własności symbolu Newtona; - potrafi stosować wzór dwumianowy Newtona w rozwiązywaniu zadań; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi stosować zasadę indukcji matematycznej w dowodzeniu twierdzeń (np. dowodzenie prawdziwości nierówności, w których jest mowa o własnościach liczb naturalnych).

<p>dwumianowy Newtona (potrafi znaleźć odpowiednie współczynniki korzystając z trójkąta Pascala);</p> <p>– potrafi zastosować zasadę indukcji matematycznej, do wykazania prawdziwości wzorów (równości) dotyczących liczb naturalnych.</p>	<p>– potrafi wyznaczyć dowolny wyraz w rozwinięciu dwumianu Newtona;</p> <p>– potrafi stosować zasadę indukcji matematycznej w dowodzeniu podzielności liczb naturalnych.</p>	
---	---	--

14. Trygonometria, cz. 1

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków; – potrafi znaleźć w tablicach kąt o danej wartości funkcji trygonometrycznej; – potrafi odczytać z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta; – zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach 30°, 45°, 60°; – potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach 30°, 45°, 60°; – potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, gdy dana jest jedna z nich; – zna i potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1,$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha},$ $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1;$	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta; – potrafi określić znaki funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach układu współrzędnych; – potrafi konstruować kąty w układzie współrzędnych w oparciu o wartości funkcji trygonometrycznych; – potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, gdy dana jest wartość jednej z nich; – potrafi dowodzić różne tożsamości trygonometryczne; – potrafi rysować wykresy funkcji trygonometrycznych i na ich podstawie określać własności funkcji trygonometrycznych; – potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych; – potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych (symetria względem osi OX, symetria względem osi OY, symetria względem punktu $O(0, 0)$, przesunięcie równoległe o wektor) oraz 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.

<ul style="list-style-type: none"> - potrafi dowodzić proste tożsamości trygonometryczne; - potrafi stosować wzory redukcyjne; - potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne; - potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym; - potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta (zamieniać stopnie na radiany i odwrotnie). 	<p>napisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w danym przekształceniu.</p>	
---	---	--

15. Trygonometria, cz. 2

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań; - zna wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań; - zna wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań; - potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne z zastosowaniem poznanych wzorów. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych; - potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych; - potrafi rozwiązywać równania nierówności trygonometryczne z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzorów na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzorów na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta; - potrafi rozwiązywać równania 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.

	<p>i nierówności trygonometryczne z wartością bezwzględną z zastosowaniem poznanych wzorów;</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej; - potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej; - potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne z parametrem; - potrafi rysować wykresy funkcji trygonometrycznych z wartością bezwzględną; - potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii. 	
--	---	--

16. Podstawowe własności figur geometrycznych na płaszczyźnie, cz.1

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi; - zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej, potrafi podać przykłady takich figur; - zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur; - rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej, dwóch prostych równoległych; - zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę; - zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna i rozumie aksjomatyczną definicję odległości; - zna twierdzenia o zależnościach między kątami i bokami w trójkącie; - zna pojęcie kąta zewnętrznego wielokąta, umie uzasadnić, że suma kątów zewnętrznych w wielokącie jest stała; - potrafi udowodnić twierdzenie o części wspólnej figur wypukłych; - potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych; - potrafi udowodnić twierdzenie o liczbie przekątnych w wielokącie; - potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie; - potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi wskazać metryki nieeuklidesowe i narysować niektóre figury w tych metrykach; - potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie; - potrafi udowodnić twierdzenia mówiące o zależnościach między kątami i bokami w trójkącie; - potrafi udowodnić twierdzenia o dwóch prostych przeciętych trzecią prostą; - potrafi udowodnić twierdzenie o wysokościach w trójkącie; - potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i

<p>rozwiązaniu prostych zadań;</p> <ul style="list-style-type: none"> - umie określić położenie prostych na płaszczyźnie; - zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej oraz symetralnej odcinka w rozwiązaniu prostych zadań, a także skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka; - zna określenie łamanej, umie stwierdzić, czy dana figura zbudowana z odcinków jest łamana; - zna określenie wielokąta i przekątnej wielokąta; - zna i potrafi zastosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta; - zna pojęcie wielokąta foremnego i potrafi rozróżnić takie wielokąty; - zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty; - zna twierdzenie Pitagorasa i umie je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań; - zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym poprowadzonej na przeciwprostokątną; - zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować w rozwiązaniu prostych zadań; - zna twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków oraz potrafi je zastosować w rozwiązaniu prostych zadań; - zna twierdzenie o sumie kątów w trójkącie oraz potrafi je zastosować w rozwiązaniu prostych zadań; - zna pojęcie środka ciężkości trójkąta; - zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie; 	<ul style="list-style-type: none"> - potrafi udowodnić twierdzenie o sumie kątów w trójkącie (wielokącie); - potrafi udowodnić twierdzenia o symetralnych boków i dwusiecznych kątów w trójkącie; - potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i trójkątów, z zastosowaniem poznanych twierdzeń. 	<p>trójkątów, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń.</p>
--	---	--

<ul style="list-style-type: none"> - zna twierdzenie o dwusiecznych kątów w trójkącie; - zna trzy cechy przystawania trójkątów i potrafi je zastosować w rozwiązaniu prostych zadań. 		
--	--	--

17. Podstawowe własności figur geometrycznych na płaszczyźnie, cz.2

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, średnica, łuk, środek okręgu; - umie określić wzajemne położenie prostej i okręgu; - zna określenie stycznej do okręgu, potrafi skonstruować styczną do okręgu, przechodzącą przez punkt leżący w odległości większej od środka okręgu niż długość promienia okręgu, potrafi skonstruować styczną do okręgu przechodzącą przez punkt leżący na okręgu; - zna twierdzenie o stycznej do okręgu, potrafi je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań; - zna twierdzenie o odcinkach stycznych i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań; - <i>zna twierdzenie o związkach miarowych między odcinkami stycznymi i siecznymi i potrafi zastosować je w zadaniach</i> - umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów; - posługuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna dowód twierdzenia o odcinkach stycznych; - <i>zna dowód twierdzenia o związkach miarowych między odcinkami stycznymi i siecznymi</i> - zna dowody twierdzeń o kątach środkowych i wpisanych; - wie, co to jest kąt dopisany do okręgu; - zna twierdzenie o kątach dopisanym do okręgu i wpisanym w okrąg – opartych na tym samym łuku; - zna i potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu; - wie, że odcinki łączące środek okręgu wpisanego w trapez z końcami jednego ramienia tworzą kąt prosty; - potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń; - zna dowód twierdzenia o odcinku łączącym środki ramion trapezu; - potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna dowody twierdzeń o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie; - potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące okręgów, czworokątów, wielokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń.

<p>środkowy koła; zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań;</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna podział czworokątów; - potrafi wyróżnić wśród trapezów trapezy prostokątne i trapezy równoramienne, poprawnie posługuje się takimi określeniami jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu; - wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa 180° i umie tę własność wykorzystać w rozwiązaniach prostych zadań; - zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu i umie zastosować je w rozwiązaniach prostych zadań; - potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów, w tym również z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa; - zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań; - wie, jakie własności ma romb i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań; - wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur; - wie, czym charakteryzuje się deltoid; - rozumie co to znaczy, że wielokąt jest wpisany w okrąg, wielokąt jest opisany na okręgu; - potrafi konstrukcyjnie wpisać okrąg w dowolny trójkąt; - potrafi konstrukcyjnie opisać okrąg na dowolnym trójkącie; - wie, gdzie znajduje się środek okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym; - potrafi rozwiązywać proste 	<ul style="list-style-type: none"> - potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów wpisanych w trójkąt i opisanych na trójkącie; - potrafi zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności; - potrafi zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązania zadań o średnim stopniu trudności dotyczących trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu. 	
--	---	--

<p>zadania dotyczące trójkątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu;</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna warunki jakie spełniać musi czworokąt, aby można było okrąg wpisać w czworokąt oraz aby można było okrąg opisać na czworokącie; potrafi zastosować te warunki w rozwiązaniach prostych zadań; - potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych własności trapezu. 		
---	--	--

18. Twierdzenie sinusów, twierdzenie cosinusów

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna twierdzenie sinusów, potrafi je zastosować do wyznaczenia długości boku trójkąta, sinusa kąta lub długości promienia okręgu opisanego na trójkącie; - zna twierdzenie cosinusów, potrafi je zastosować do wyznaczenia długości boku trójkąta lub cosinusa kąta w trójkącie; - potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne z zastosowaniem twierdzenia sinusów i cosinusów. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna dowód twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów; - potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności z wykorzystaniem twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem twierdzenia sinusów lub twierdzenia cosinusów.

19. Pola figur

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozumie pojęcie pola figury; - zna następujące wzory na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2} a \cdot h_a$ $P = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma,$ $P = \frac{abc}{4R}$ $P = \frac{1}{2} p \cdot r$ $P = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ gdzie $p = \frac{a+b+c}{2}$; - potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia; - potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań; - zna wzory na pole równoległoboku; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące równoległoboków, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia; - zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia; - zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi wyprowadzić wzory na pole trójkąta; - potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku; - potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu; - potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu; - potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej twierdzeń (m. in. z wykorzystaniem twierdzenia sinusów i cosinusów). 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń (w tym twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów).

<p>wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące wielokątów (trójkątów, czworokątów) wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenia dotyczące wpisyalności okręgu w czworokąt i twierdzenia dotyczące opisyalności okręgu na czworokącie; - zna wzór na pole koła i pole wycinka koła; umie zastosować te wzory w rozwiązaniach prostych zadań; - zna wzór na długość okręgu i długość łuku okręgu; umie zastosować te wzory w rozwiązaniach prostych zadań. 		
---	--	--

20. Twierdzenie Talesa

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna twierdzenie Talesa ; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do wyznaczenia długości odcinka; - zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych; - zna wniosek z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązaniach prostych zadań; - zna twierdzenie o dwusiecznej kąta 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna twierdzenie o dwusiecznej kąta zewnętrznego trójkąta, umie je udowodnić i stosować w rozwiązaniach prostych zadań; - zna dowody twierdzenia Talesa, twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa, twierdzenia o dwusiecznej kąta wewnętrznego trójkąta; - potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności z zastosowaniem twierdzenia Talesa, twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa, twierdzenia o dwusiecznej kąta wewnętrznego i zewnętrznego 	

<p>wewnętrznego trójkąta, potrafi je stosować w rozwiązaniach prostych zadań;</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne wykorzystując: twierdzenie Talesa, wnioski z niego wypływające, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa, twierdzenie o dwusiecznej kąta wewnętrznego. 	<p>trójkąta oraz innych twierdzeń.</p>	
--	--	--

21. Jednokładność i podobieństwo

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna i rozumie definicję jednokładności; – potrafi znaleźć obraz punktu, odcinka, prostej, kąta, wielokąta, koła w jednokładności o danym środku i danej skali; – wie jakim przekształceniem jest jednokładność o skali $s = 1$ i skali $s = -1$; – potrafi scharakteryzować jednokładność w zależności od skali s; – potrafi zastosować jednokładność w rozwiązaniach zadań dotyczących wpisywania jednych figur w drugie; – potrafi, na płaszczyźnie z układem współrzędnych, znaleźć obraz figury w jednokładności o środku $O(0, 0)$ i skali $s \neq 0$; – potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące jednokładności; – zna i rozumie definicję podobieństwa; – potrafi podać przykłady figur podobnych; – wie, jaki jest związek między jednokładnością a podobieństwem; – zna cechy podobieństwa 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi udowodnić wybrane własności jednokładności; – potrafi, na płaszczyźnie z układem współrzędnych, znaleźć obraz figury w jednokładności o środku $O(a, b)$ i skali $s \neq 0$; – umie udowodnić twierdzenie o wysokości w trójkącie prostokątnym poprowadzonej na przeciwprostokątną, wykorzystując podobieństwo trójkątów; – potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu, wykorzystując cechy przystawiania trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych i inne, poznane wcześniej twierdzenia. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem własności jednokładności i podobieństwa oraz innych twierdzeń (w tym twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów).

<p>trójkątów; potrafi je stosować w rozwiązaniach prostych zadań geometrycznych, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń;</p> <p>– zna twierdzenie o polach figur podobnych; potrafi je stosować w rozwiązaniach prostych zadań, w tym również dotyczących planu i mapy.</p>		
---	--	--

22. Stereometria

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi określić położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni; – potrafi określić położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni; – potrafi określić położenie dwóch prostych w przestrzeni; – umie scharakteryzować prostopadłość prostej i płaszczyzny; – umie scharakteryzować prostopadłość dwóch płaszczyzn; – rozumie pojęcie kąta między prostą i płaszczyzną; – zna i umie stosować twierdzenie o trzech prostopadłych; – rozumie pojęcie kąta dwuściennego, poprawnie posługuje się terminem “kątem liniowym kąta dwuściennego”; – zna określenie graniastosłupa; -umie wskazać: podstawy, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość, wierzchołki graniastosłupa; – zna podział 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – umie udowodnić wybrane twierdzenia charakteryzujące położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni; – zna określenie i własności rzutu równoległego na płaszczyznę; – potrafi wykorzystać własności rzutu równoległego na płaszczyznę w rysowaniu figur płaskich; – zna określenie rzutu prostokątnego na płaszczyznę i potrafi go stosować np. w określaniu odległości między dwiema płaszczyznami równoległymi lub w określeniu kąta między prostą a płaszczyzną; – zna i rozumie określenie kąta trójściennego (wielościennego); – rozumie określenie “przekrój wielościanu” (przekrój bryły obrotowej); potrafi je stosować w rozwiązaniach zadań o średnim stopniu trudności; – umie zaznaczać kąty w bryłach (np. kąt między ścianami bocznymi ostrosłupa); – umie udowodnić twierdzenie o przekątnych równoległościanu; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi udowodnić twierdzenie o trzech prostopadłych; – zna określenia niektórych izometrii w przestrzeni (przesunięcie równoległe, symetria środkowa, symetria osiowa, symetria płaszczyznowa, obrót); – potrafi podać przykłady brył: środkowo-symetrycznych, osiowo-symetrycznych, płaszczyznowo-symetrycznych; – potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne, dotyczące brył, o podwyższonym stopniu trudności, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń.

<p>graniastosłupów;</p> <ul style="list-style-type: none"> - umie narysować siatki graniastosłupów prostych; - zna określenie ostrosłupa; umie wskazać: podstawę, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość, wierzchołki ostrosłupa; - rozumie określenie "przekrój osiowy stożka" i "kął rozwarcia stożka"; - zna podział ostrosłupów; - umie narysować siatki ostrosłupów prostych; - zna i umie stosować twierdzenia charakteryzujące ostrosłup prosty i prawidłowy; - zna określenie wielościanu foremego, potrafi opisać rodzaje wielościanów foremnych; - zna określenie walca; umie wskazać: podstawy, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu walca; - rozumie określenie "przekrój osiowy walca"; - zna określenie stożka; umie wskazać: podstawę, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu, wierzchołek stożka; - zna określenie kuli; - rozumie pojęcie objętości bryły; - umie obliczać objętość i pole powierzchni poznanych graniastosłupów; - umie obliczać objętość i pole powierzchni poznanych ostrosłupów; - umie obliczać objętość i pole powierzchni brył obrotowych (stożka, kuli, walca); - potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące brył, w tym z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych wcześniej twierdzeń. 	<ul style="list-style-type: none"> - potrafi udowodnić twierdzenia charakteryzujące ostrosłup prosty i prawidłowy; - rozumie co to znaczy, że graniastosłup jest wpisany w walec lub opisany na walcu; - rozumie co to znaczy, że kula jest wpisana w wielościan (walec, stożek) lub opisana na wielościanie (walcu, stożku); - zna określenie jednokładności i podobieństwa w przestrzeni; - potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach prostych zadań; - potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, dotyczące brył, o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń. 	
--	--	--

23. Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna pojęcie permutacji i umie stosować wzór na liczbę permutacji; – zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji; – zna pojęcie kombinacji, umie stosować wzór na liczbę kombinacji; – umie rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów; – zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się; – zna i rozumie aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa; – zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań; – umie określić (skończoną) przestrzeń zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego i obliczyć jej moc; – umie określić, jakie zdarzenia elementarne sprzyjają danemu zdarzeniu; – zna i umie stosować klasyczną definicję prawdopodobieństwa; – zna określenie prawdopodobieństwa warunkowego i umie rozwiązywać proste zadania dotyczące takiego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności; – umie udowodnić twierdzenie mówiące o własnościach prawdopodobieństwa; – umie stosować własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań “teoretycznych”; – umie udowodnić, że prawdopodobieństwo warunkowe spełnia warunki z definicji prawdopodobieństwa; – umie udowodnić wzór na prawdopodobieństwo całkowite; – wie i rozumie na czym polega niezależność n ($n \geq 2$) zdarzeń; – umie wyprowadzić wzór na liczbę sukcesów w schemacie Bernoulliego; – umie rozwiązywać zadania dotyczące rachunku prawdopodobieństwa o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa o podwyższonym stopniu trudności, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń.

<p>prawdopodobieństwa;</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna wzór na prawdopodobieństwo całkowite i potrafi go stosować w rozwiązaniach prostych zadań; - zna określenie niezależności zdarzeń; umie zbadać, posługując się definicją, czy dwa zdarzenia są niezależne; - umie rozwiązywać proste zadania dotyczące niezależności zdarzeń; - zna określenie schematu Bernoulliego; zna wzór na liczbę sukcesów w schemacie Bernoulliego; - potrafi stosować schemat Bernoulliego w rozwiązaniach prostych zadań (w tym również z wykorzystaniem własności prawdopodobieństwa). 		
--	--	--

24. Elementy statystyki opisowej

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów; - potrafi przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów; - potrafi obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby i na tej podstawie przeprowadzać analizę przedstawionych danych; - potrafi określać zależności między odczytanymi danymi. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - potrafi przeprowadzić klasyfikacje danych i przedstawić je w postaci szeregu rozdzielczego; - potrafi odczytywać dane przedstawione w postaci szeregu rozdzielczego; - potrafi oszacować średnią, medianę i odchylenie standardowe danych przedstawionych w postaci szeregu rozdzielczego i na tej podstawie wyciągnąć odpowiednie wnioski. 	

III. ZAŁOŻENIA PROGRAMU

1. Zwiększenie poziomu wiedzy i umiejętności z matematyki uczniów posiadających braki kompetencyjne w tym zakresie.
2. Rozszerzenie poziomu wiedzy i umiejętności z matematyki uczniów uzdolnionych matematycznie.
3. Reaktywowanie i wzmocnienie szkolnych kółek zainteresowań we współpracy ze szkołami wyższymi realizującymi projekt.

IV. REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH

1. Organizacja zajęć

Zajęcia odbywają się w dwóch grupach 15 osobowych.

2. Pomoce naukowe:

Bardzo ważną rolę odgrywają pomoce dydaktyczne, które ułatwiają realizację nauczanych treści i osiągnięcie założonych celów.

Zaliczamy do nich:

- zbiory zadań – opisane w bibliografii;
- zeszyt ćwiczeń przygotowany w ramach projektu
- tablica interaktywna;
- ciekawe zbiory zadań;
- ciekawostki matematyczne;
- komputer;
- modele brył;
- pomoce do zajęć przygotowane przez nauczyciela: plansze, ciekawostki matematyczne ze stron internetowych, testy;
- kalkulatory;
- tablice i plansze;

3. Procedury osiągnięcia celów

Procedury osiągnięcia celów są bardzo ważne w procesie edukacji. Powinny pokazywać w jaki sposób osiągnąć zamierzone cele oraz przez jakie działania skutecznie nauczać treści.

Osiągnięcie stawianych celów następuje poprzez:

- Nawiązanie do osobistych doświadczeń ucznia związanych z kręgami matematycznymi.
- Rozwijanie wyobraźni matematycznej.
- Tworzenie możliwości uczenia się, odkrywanie i tworzenie „własnej” matematyki.
- Podejmowanie zadań z różnorodnych sfer działalności człowieka.
- Badanie konkretnego zjawiska, w którym opis ilościowy i geometryczny odgrywają ważną rolę w poznaniu świata.
- Zwracanie uwagi na ucznia, na to, co robi i mówi.
- Urozmaicenie nauczania.
- Pobudzanie ucznia do zdobywania wiedzy.
- Wydobywanie, ujawnianie i rozwijanie w uczniu umiejętności i postawy.
- Proponowanie nowych dróg poszukiwań i badań.

V. TREŚCI NAUCZANIA

Dział programowy	Forma kształcenia	Zakres tematyczny	Liczba godzin
1. Liczby i ich zbiory	konwersatoria	a) zbiór, suma, iloczyn i różnica zbiorów; b) podstawowe prawa rachunku zdań; c) zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory, liczby naturalne (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne, rozwinięcie dziesiętne liczb rzeczywistej; d) prawa dotyczące działań arytmetycznych na liczbach rzeczywistych; e) definicja potęgi o wykładniku wymiernym oraz prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym; f) oś liczbowa i układ współrzędnych na płaszczyźnie; g) definicja przedziału liczbowego na osi oraz definicja sumy, iloczynu i różnicy przedziałów, h) definicja wartości bezwzględnej; i) zasada indukcji matematycznej; j) metody rozwiązywania i interpretację geometryczną równań i nierówności z wartością bezwzględną; k) prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	
2. Wielomiany i funkcje wymierne	konwersatoria	a) definicja i własności funkcji liniowej; b) definicję i własności funkcji kwadratowej, jej wykres i miejsca zerowe; c) wzory Viète'a; d) sposoby rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych z parametrem; e) definicja wielomianu i prawa dotyczące działań na wielomianach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie; d) sposoby rozkładu wielomianu na czynniki;	

		<p>e) twierdzenie Bézouta; f) definicja funkcji homograficznej i jej własności; g) zasady wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych; h) sposoby rozwiązywania równań wielomianowych oraz równań i nierówności z funkcją homograficzną; i) definicja funkcji wymiernej oraz metody rozwiązywania równań i nierówności wymiernych; j) dwumian Newtona</p>	
3. Funkcje trygonometryczne	konwersatoria	<p>a) definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym; b) pojęcie miary łukowej kąta oraz definicje, własności i wykresy funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta; c) tożsamości trygonometryczne; d) wzory redukcyjne; e) sposoby rozwiązywania równań trygonometrycznych.</p>	
4. Ciągi liczbowe	konwersatoria	<p>a) definicję ciągu liczbowego; b) definicję ciągu arytmetycznego i geometrycznego, wzór na n-ty wyraz, wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego; c) procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów; d) przykłady ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie; e) definicję granicy ciągu liczbowego oraz sposoby obliczania granic ciągów; f) pojęcie sumy szeregu geometrycznego.</p>	

5. Ciągłość i pochodna funkcji	konwersatoria	<p>a) pojęcie funkcji ciągłej; b) pojęcie pochodnej, jej interpretację geometryczną i fizyczną; c) wzory do obliczania pochodnych wielomianów i funkcji wymiernych; d) związek pochodnej z istnieniem ekstremum i z monotonicznością funkcji.</p>	
6. Planimetria	konwersatoria	<p>a) własności czworokątów wypukłych, twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie; b) związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii; c) pojęcie osi symetrii i środka symetrii figury; d) twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem; e) cechy podobieństwa trójkątów, f) twierdzenie sinusów i cosinusów; g) pojęcia: symetria osiowa, przesunięcie, obrót, symetria środkowa oraz własności tych przekształceń; h) definicję wektora, sumy wektorów i iloczynu wektora przez liczbę; i) definicję i własności jednokładności.</p>	
7. Stereometria	konwersatoria	<p>a) graniastosłupy, ostrosłupy, walce, stożki i kule; b) pojęcie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny i kąta dwuściennego; c) związki miarowe w bryłach z zastosowaniem trygonometrii; a) przekroje płaskie graniastosłupów i ostrosłupów; b) pojęcie wielościanu foremnego.</p>	
8. Rachunek prawdopodobieństwa	konwersatoria	<p>a) pojęcia kombinatoryczne: permutacje, kombinacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń; b) pojęcie</p>	

		<p>prawdopodobieństwa i jego własności;</p> <p>c) elementy statystyki opisowej: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariancja i odchylenie standardowe (liczone z próby).</p>	
--	--	--	--

VI. PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW

Większe udział uczniów w konkursach i olimpiadach matematycznych oraz uzyskanie jak najwyższych wyników w tych konkursach. Uzyskanie najlepszych wyników na egzaminie maturalnym

VII. SPOSOBY OCENIANIA UCZESTNIKÓW

Pomiar osiągnięć i kontrolowanie uczniów następuje poprzez:

- Obserwację pracy poszczególnych uczniów.
- Uczestniczenie w konkursach i olimpiadach matematycznych.
- Testy sprawdzające.
- Ankieta ewaluacyjna.

Ocenię podlegać będzie nie tylko wiedza, ale także:

- zaangażowanie;
- aktywność;
- twórczość;
- uczestnictwo w konkursach i osiągnięcia w nich sukcesy;
- projekty edukacyjne wykonane przez uczniów;

VIII. EWALUACJA PROGRAMU

Źródła informacji wykorzystane do ewaluacji:

- dziennik zajęć pozalekcyjnych;
- ankiety przeprowadzone wśród uczniów;
- opinie uczniów;

IX. BIBLIOGRAFIA

- E. Śmietana – Matematyka-zbiór zadań-poziom rozszerzony
- M. Kurczab, E. Świda, K. Kłaczkow – zbiór zadań z matematyki dla LO
- H. Pawłowski – zbiór zadań – Linia ponadstandardowa
- H. Cewe – Moduł i parametr w zadaniach
- Testy maturalne – poziom rozszerzony - OPERON
- Testy maturalne – poziom rozszerzony - PAZDRO
- Testy maturalne – poziom rozszerzony – AKSJOMAT
- Zbiór zadań z konkursu KANGUR
- Zadania z olimpiad matematycznych – biuletyny wydawane przez komitet olimpijski
- W. Krysicki, L. Włodarski – Analiza matematyczna w zadaniach



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Tezy do programu przedstawili:

mgr Ryszard Piórkowski

mgr Tomasz Grębski

Korekta i opracowanie:

mgr Elżbieta Miterka

Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:

mgr Agnieszka Szumera

Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik

