



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Program zajęć rozszerzających z matematyki
w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne”
na okres od 01.12.2010r. do 30.06.2013r
w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych Nr 3 Im. Armii Krajowej
w Zamościu.



Projekt realizowany przez Uniwersytet Rzeszowski w partnerstwie z Uniwersytetem Jagiellońskim oraz Państwową Wyższą Szkołą Zawodową w Chełmie

Centralne Biuro Projektu, Uniwersytet Rzeszowski ul. Rejtana 16a, 35-959 Rzeszów tel. 17 8721304, faks 17 8721281

I. WSTĘP

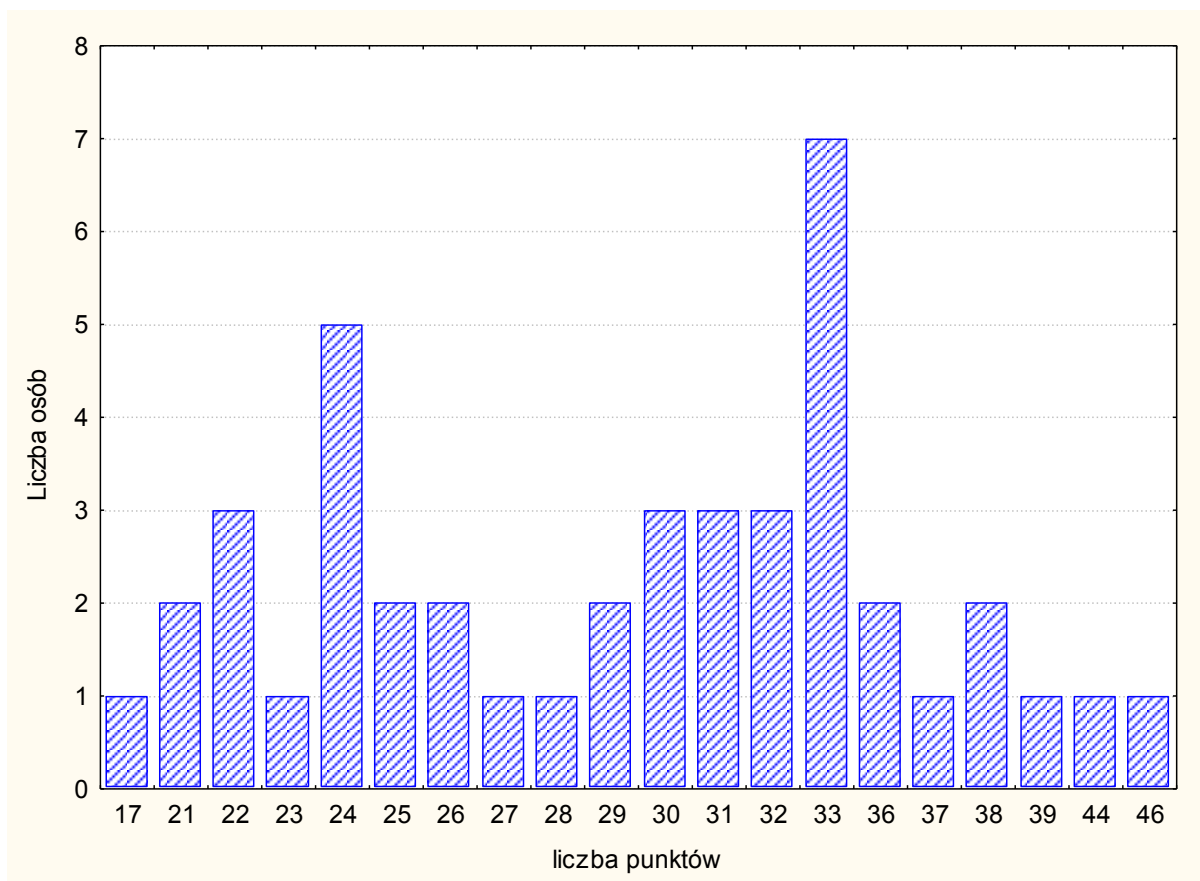
Statystyczny uczeń klasy trzeciej gimnazjum z województwa lubelskiego rozwiązujący arkusz standardowy uzyskał na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej 23,85 punktu, co stanowi 47,70% punktów możliwych do uzyskania. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 23 punkty (mediana). Najczęstszy wynik (modalna) to 19 punktów. Najniższy wynik na egzaminie to 1 punkt, a najwyższy to 50 punktów.

W rekrutacji do zajęć rozszerzających w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych nr 3 im. Armii Krajowej w Zamościu wzięło udział 44 osoby. Uczniowie ci uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej średnio 29,7 punktów, co stanowi 59,4% punktów możliwych do uzyskania. Jest to wynik nieznacznie wyższy od wyniku województwa lubelskiego. Środkowy uczeń rozkładu uporządkowanego rosnąco uzyskał 30 punkty (mediana). Najniższy wynik na egzaminie to 17 punktów, a najwyższy to 46 punktów.

Tabela 1. Podstawowe miary statystyczne dotyczące części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.

Podstawowe miary statystyczne	Województwo lubelskie		Zespół Szkół Ponadgimnazjalnych nr 3 w Zamościu	
	punkty	procent	punkty	procent
Średni wynik	23,85	47,70	29,7	59,7
Mediana	23	46	30	60
Wynik najniższy	1	2	17	34
Wynik najwyższy	50	100	46	92
Odchylenie standardowe	9,59	19,19	6,3	12,6

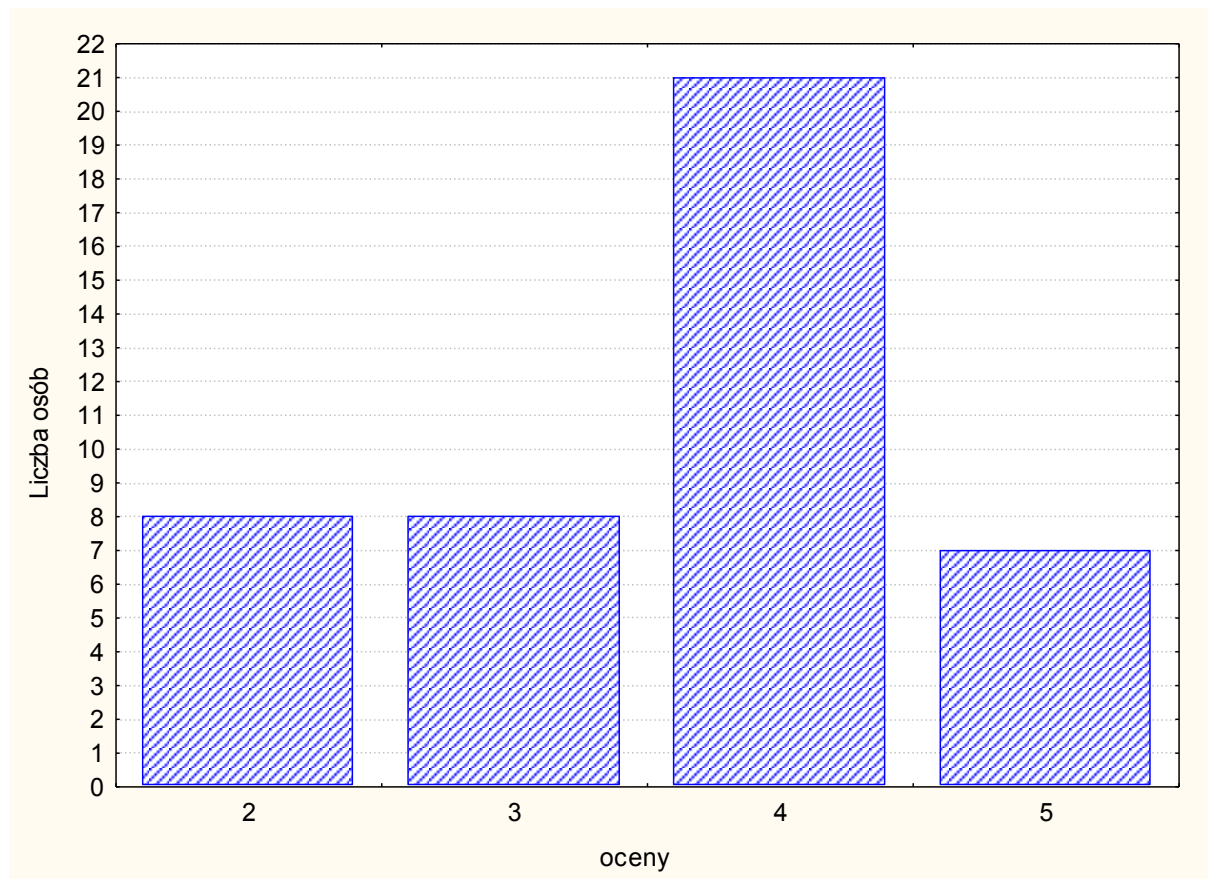
Rysunek 1 przedstawia liczbę uczniów Zespołu Szkół Ponadgimnazjalnych nr 3 im. Armii Krajowej w Zamościu, którzy uzyskali na egzaminie gimnazjalnym w części matematyczno-przyrodniczej określoną liczbę punktów, od 17 do 46.



Rysunek 1. Rozkład wyników gimnazjalistów Zespołu Szkół Ponadgimnazjalnych nr 3 im. Armii Krajowej w Zamościu rozwiązujących arkusz GM-1-102.

Rozkład wyników uczniów z Zespołu Szkół Ponadgimnazjalnych nr 3 im. Armii Krajowej w Zamościu jest, jedno modalny, z modalną wynoszącą 33 punktów.

Uczniowie biorący udział w rekrutacji do zajęć rozszerzających w ramach projektu „Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne” w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych nr 3 im. Armii Krajowej w Zamościu byli rekrutowani także pod względem ocen końcowych z matematyki w gimnazjum. Średnia ocena dla tych uczniów to 3,61. Nie było uczniów z oceną celującą. 8 uczniów uzyskało ocenę dopuszczającą, 8 osób otrzymało ocenę dostateczną, 21 uczniów uzyskało ocenę dobrą i 7 uczniów otrzymało ocenę bardzo dobrą.



Rysunek 2. Rozkład ocen końcowych z gimnazjum uczniów Zespołu Szkół Ponadgimnazjalnych nr 3 im. Armii Krajowej w Zamościu.

Rozkład końcowych ocen gimnazjalnych uczniów z Zespołu Szkół Ponadgimnazjalnych nr 3 im. Armii Krajowej w Zamościu jest asymetryczny prawostronnie, jednomodalny, z modalną wynoszącą 4 (Rysunek 2).

Wyniki egzaminu gimnazjalnego uczestników zajęć są w większości przeciętne. Tylko dwóch uczniów uzyskało ponad 40 punktów na 50 możliwych. Średnia ocen w trzeciej klasie gimnazjum to 3,61.

Założenia wynikające z analizy tych wyników:

- Należy uporządkować i uzupełnić wiedzę z zakresu gimnazjum.
- Wprowadzanie treści dodatkowych ograniczyć do tych, które wynikają ze standardów maturalnych w zakresie rozszerzonym.
- Wykorzystać technologie multimedialne i część zajęć prowadzić w pracowni komputerowej w celu ich urozmaicenia i zachęcenia młodzieży do systematycznej pracy.

II. CELE EDUKACYJNE

I. Cele ogólne:

Zajęcia rozszerzające z matematyki mają za zadanie:

- Powtórzyć i usystematyzować treści nauczania z zakresu gimnazjum.
- Utrwalić i uzupełnić wiadomości i umiejętności z bieżących lekcji matematyki.
- Rozszerzyć wiadomości i umiejętności uczniów o zagadnienia, które nie są omawiane podczas lekcji.
- Umożliwić uczniom zdawanie matury z matematyki na poziomie rozszerzonym.
- Zapoznanie ze strukturami matematycznymi wykorzystywanymi w sytuacjach praktycznych.
- Przyswojenie elementów rozumowań matematycznych i pojęć z tym związanych (Założenie, teza, dowód, wniosek, przykład, kontrprzykład).
- Kształcenie umiejętności krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub wyniku obliczeń.
- Wdrażać do systematycznej pracy i samodzielnego rozwijania zainteresowań z różnych dziedzin matematyki.
- Kształcić umiejętności komunikacji i precyzyjnego wyrażania swoich myśli.

2. Cele szczegółowe:

- Uczeń potrafi przeczytać i zapisać z użyciem symboli tekst matematyczny.
- Uczeń zna i wykorzystuje różne źródła informacji w procesie samokształcenia.
- Uczeń potrafi matematyzować sytuacje z życia codziennego.
- Uczeń zauważa, opisuje, porównuje, klasyfikuje obiekty matematyczne i korzysta z ich własności.
- Uczeń umie wykonywać działania i obliczenia uwzględniając potrzebne założenia.
- Uczeń potrafi przeprowadzić proste rozumowanie matematyczne uzasadniając jego poprawność.
- Uczeń rozwiązując zagadnienie analizuje i interpretuje dane, uwzględnia ograniczenia i dobiera odpowiednie algorytmy.
- Uczeń potrafi wyciągać wnioski ogólne na podstawie zależności i formułować je w języku matematyki.

III. ZAŁOŻENIA PROGRAMU

1. Program przeznaczony jest do zajęć dodatkowych w grupie około 15 uczniów.
2. Treści programu obejmują powtórzenie i usystematyzowanie wiadomości z gimnazjum, z bieżących lekcji oraz treści w zakresie rozszerzonym.
3. Na realizację treści programowych przewiduje się 144 godziny dydaktyczne plus 20 godzin konsultacji.
4. Program ma być realizowany w ciągu trzech lat równoległe z nauczaniem szkolnym.

IV. REALIZACJA ZAŁOŻEŃ PROGRAMOWYCH

I. Organizacja zajęć

Zajęcia prowadzone będą w formie konwersatoriów dwa razy w tygodniu po jednej godzinie i konsultacji – jedna godzina w miesiącu.

Część lekcji odbywać się będzie w laboratorium komputerowym. Pozwoli to uatrakcyjnić proces dydaktyczny poprzez wykorzystanie Internetu, prezentacji i animacji komputerowych oraz programów edukacyjnych.

2. Pomoce naukowe:

Podręczniki i zbiory zadań.

Tablice wzorów matematycznych.

Kalkulatory i komputery.

Przyrządy kreślarskie i modele brył.

V. TREŚCI NAUCZANIA

Dział programowy	Forma kształcenia	Zakres tematyczny	Liczba godzin
1. Logika i nauka o zbiorach. Relacje.	konwersatoria	a) Zdania logiczne proste i złożone. b) Prawa logiczne. c) Kwantyfikatory. d) Zbiór, podzbiór, równość zbiorów, działania na zbiorach. e) Relacje i ich własności.	1 1 1 1 1
2. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych i ich własności	konwersatorium	a) zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory b) działania i własności działań c) liczby naturalne i całkowite, różne zadania dotyczące podzielności liczb d) liczby wymierne i niewymierne e) prawa działań na liczbach rzeczywistych f) definicja potęgi o wykładniku wymiernym, prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym i rzeczywistym g) oś liczbowa i układ współrzędnych na płaszczyźnie h) definicja przedziału liczbowego, działania na przedziałach i) definicja wartości bezwzględnej, równania i nierówności z wartością bezwzględną j) dwumian Newtona	1 1 1 1 2 2 1 2 2 1

3. Wektory	konwersatorium	<ul style="list-style-type: none"> a) Wektor w ujęciu syntetycznym b) Wektor w ujęciu analitycznym c) Działania na wektorach d) Zastosowania wektorów 	<ul style="list-style-type: none"> 1 1 1 1
4. Funkcje i ich własności	konwersatorium	<ul style="list-style-type: none"> a) pojęcie funkcji, dziedzina, przeciwdziedzina, zbiór wartości funkcji b) własności funkcji, funkcje parzyste, funkcje nieparzyste, funkcje okresowe, funkcje ograniczone c) przekształcanie wykresów funkcji d) funkcja liniowa i jej własności e) wykresy funkcji kawałkami liniowych oraz z wartością bezwzględną f) równania i nierówności liniowe z wartością bezwzględną i parametrem g) układy równań liniowych (metoda wyznaczników), układy równań liniowych z parametrem h) zadania tekstowe prowadzące do równań, nierówności lub układów równań liniowych i) układy nierówności liniowych j) funkcja kwadratowa i jej własności k) zadania optymalizacyjne l) wzory Viete'a m) równania i nierówności kwadratowe z parametrem n) równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną 	<ul style="list-style-type: none"> 1 2 2 2 2 2 2 1 2 2 2 2 1 2

5. Trygonometria.	konwersatorium	<ul style="list-style-type: none"> a) Miara łukowa kąta b) Funkcje trygonometryczne kąta ostrego c) Funkcje trygonometryczne kąta dowolnego d) Wykresy funkcji trygonometrycznych i ich własności e) Tożsamości trygonometryczne f) Wzory redukcyjne g) Równania i nierówności trygonometryczne 	<ul style="list-style-type: none"> 1 1 1 2 1 1 2
6. Geometria płaszczyzny.	konwersatorium	<ul style="list-style-type: none"> a) własności czworokątów wypukłych, b) twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie; c) związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii; d) pojęcie osi symetrii i środka symetrii figury; e) twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem; f) cechy podobieństwa trójkątów, g) twierdzenie sinusów i cosinusów; h) pojęcia: symetria osiowa, przesunięcie, obrót, symetria środkowa oraz własności tych przekształceń; i) definicja i własności jednokładności. 	<ul style="list-style-type: none"> 1 1 1 1 1 1 1 2 1

<p>7. Wielomiany i wyrażenia wymierne. Funkcja wymierna</p>	<p>konwersatorium</p>	<p>a) definicja wielomianu i prawa dotyczące działań na wielomianach 1</p> <p>b) twierdzenie Bezouta 1</p> <p>c) sposoby rozkładu wielomianu na czynniki 3</p> <p>d) równania i nierówności wielomianowe 2</p> <p>e) równania i nierówności wielomianowe z parametrem 1</p> <p>f) zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych 1</p> <p>g) działania na wyrażeniach wymiernych 1</p> <p>h) definicja funkcji wymiernej, funkcja homograficzna i jej własności 2</p> <p>i) rozwiązywanie równań i nierówności wymiernych 2</p> <p>j) równania i nierówności wymierne z wartością bezwzględną 1</p> <p>k) równania i nierówności wymierne z parametrem 1</p> <p>l) zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych 1</p>	
<p>8. Ciągi</p>	<p>konwersatorium</p>	<p>a) definicja ciągu liczbowego 1</p> <p>b) definicja ciągu arytmetycznego i geometrycznego, wzór na n-ty wyraz, wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego 3</p> <p>c) przykłady ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie 1</p> <p>d) pojęcie sumy szeregu geometrycznego 1</p>	

12. Elementy matematyki finansowej	konwersatorium	a) lokaty pieniężne i kredyty bankowe (procent prosty, procent składany) b) zastosowanie nierówności liniowych do rozwiązywania zagadnień ekonomicznych	2 2
13. Powtórzenie do matury.	konwersatorium	a) Rozwiązywanie przykładowych arkuszy maturalnych w zakresie rozszerzonym.	10

VI. PRZEWIDYWANE OSIĄGNIĘCIA UCZESTNIKÓW

Uczeń powinien umieć:

Logika i nauka o zbiorach. Liczby rzeczywiste.

- uczeń zna pojęcie zdania logicznego prostego oraz koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań,
- potrafi oceniać wartości logiczne zdań,
- potrafi sprawdzić, czy dane wyrażenie jest prawem logicznym korzystając z metody zerojedynkowej,
- zna pojęcie kwantyfikatora, zapisuje zdania logiczne przy pomocy kwantyfikatorów, ocenia wartość logiczną takich zdań i znajduje ich zaprzeczenia
- potrafi sprawnie posługiwać się symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów,
- wykonuje działania na zbiorach,
- potrafi dowodzić własności działań na zbiorach,
- stosuje twierdzenie o rozkładzie liczby naturalnej na czynniki pierwsze, wyznacza NWD i NWW pary liczb naturalnych
- planuje i wykonuje obliczenia na liczbach rzeczywistych
- posługuje się pojęciem osi liczbowej i przedziału liczbowego, wykonuje działania na przedziałach

- zna definicję wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, potrafi stosować własności wartości bezwzględnej,
- stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i rzeczywistych,
- zna pojęcie dwumianu Newtona,

Wektory

- uczeń zna określenie wektora i potrafi podać jego cechy
- potrafi wykonywać działania na wektorach (syntetycznie i analityczna)
- potrafi obliczać długość wektora, współrzędne środka odcinka
- potrafi posługiwać się wektorami w dowodzie różnych twierdzeń

Funkcje trygonometryczne

- uczeń wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów ostrych,
- stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego,
- znając wartość jednej z funkcji trygonometrycznych, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego,
- stosuje miarę łukową i miarę stopniową kąta,
- wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta
- zna wzory rekurencyjne
- posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych
- stosuje podstawowe zależności między funkcjami trygonometrycznymi oraz wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów w dowodach tożsamości trygonometrycznych,
- rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne

Geometria płaszczyzny

- uczeń korzysta ze związków między kątem środkowym, kątem wpisanym i kątem między styczną a cięciwą okręgu,
- wykorzystuje własności figur podobnych w zadaniach, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym,
- znajduje związki miarowe w figurach płaskich, także z zastosowaniem trygonometrii również w zadaniach umieszczonych w kontekście praktycznym,
- określa wzajemne położenie prostej i okręgu

- stosuje twierdzenia charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu,
- stosuje twierdzenie o związkach miarowych między odcinkami stycznych i siecznych,
- stosuje własności figur podobnych i jednokładnych w zadaniach, także umieszczonych w kontekście praktycznym,
- znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów,

Funkcje i ich własności

- uczeń zna pojęcie funkcji, sposoby opisywania funkcji,
- określa dziedzinę funkcji, zbiór wartości funkcji, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie maleje, ma stały znak
- sporządza wykres funkcji oraz potrafi przekształcać wykresy funkcji (przesunięcie o wektor, symetrie, wykres funkcji $y = |f(x)|$, $y = c \cdot f(x)$, $y = f(c \cdot x)$)
- zna pojęcie funkcji liniowej
- sporządza wykres funkcji liniowej, kawałkami liniowej i z wartością bezwzględną
- zna i stosuje metodę wyznaczników do rozwiązywania układów równań
- rozwiązuje równania, nierówności oraz układy równań liniowych z parametrem i wartością bezwzględną
- rozwiązuje układy nierówności liniowych
- rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań, nierówności lub układów równań liniowych
- wyznacza wzór funkcji kwadratowej, omawia własności funkcji kwadratowej
- rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe, również z parametrem i wartością bezwzględną
- potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne
- zna wzory Viete'a i stosuje je do rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych z parametrem
- rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych

Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej

- uczeń wykorzystuje pojęcie układu współrzędnych na płaszczyźnie,

- podaje równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty
- bada równoległość i prostokątność prostych na podstawie ich równań kierunkowych i ogólnych
- interpretuje geometrycznie układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi,
- oblicza odległości punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej,
- posługuje się równaniem okręgu interpretuje geometrycznie nierówność liniową z dwiema niewiadomymi i układy takich nierówności,
- rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia prostej i okręgu, oraz dwóch okręgów na płaszczyźnie kartezjańskiej,
- oblicza odległość punktu od prostej,
- opisuje koła za pomocą nierówności,
- interpretuje geometrycznie działania na wektorach, stosuje wektory do rozwiązywania zadań, a także do dowodzenia własności figur,
- stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji

Wielomiany i funkcja wymierna

- uczeń zna i stosuje definicję wielomianu i prawa dotyczące działań na wielomianach
- zna sposoby rozkładu wielomianu na czynniki i potrafi je stosować
- zna twierdzenie Bezouta oraz twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu oraz potrafi stosować te twierdzenia
- rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe
- rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe z parametrem
- potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych
- zna funkcję homograficzną i jej własności
- zna i stosuje sposoby rozwiązywania równań i nierówności z funkcją homograficzną
- potrafi wykonywać działania na wyrażeniach wymiernych
- zna definicję funkcji wymiernej, rozwiązywanie równań i nierówności wymiernych
- rozwiązuje równania i nierówności wymierne z wartością bezwzględną

- rozwiązuje równania i nierówności wymierne z parametrem
- rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych

Ciągi liczbowe

- uczeń zna definicję ciągu liczbowego
- wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym,
- bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny,
- stosuje wzory na n-ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym,
- wyznacza wyrazy ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie
- wie co to jest szereg geometryczny i rozwiązuje zadania dotyczące szeregu geometrycznego

Funkcja wykładnicza i logarytmiczna

- uczeń zna pojęcie funkcji wykładniczej i jej własności oraz rozwiązuje zadania dotyczące funkcji wykładniczej
- rozwiązuje równania i nierówności równania i nierówności wykładnicze
- zna definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach
- zna własności logarytmów i stosuje w rozwiązywaniu zadań
- zna pojęcie funkcji logarytmicznej i jej własności oraz rozwiązuje zadania dotyczące funkcji logarytmicznej
- rozwiązuje równania i nierówności logarytmiczne
- zna zastosowanie logarytmów w naukach matematyczno – przyrodniczych

Stereometria

- wskazuje i oblicza kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami takimi jak krawędzie, przekątne, wysokości,
- wyznacza związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii,
- wyznacza przekroje wielościanów płaszczyzną,
- stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych,

Rachunek prawdopodobieństwa i elementy statystyki opisowej

- oblicza średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i odchylenie standardowe danych; interpretuje te parametry dla danych empirycznych,
- stosuje zasadę mnożenia, wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, kombinacji i wariacji do zliczania obiektów w sytuacjach kombinatorycznych.
- wykorzystuje sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń,
- wykorzystuje własności prawdopodobieństwa i stosuje twierdzenie znane jako klasyczna definicja prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń.

Elementy matematyki finansowej

- uczeń wie co to jest procent prosty i procent składany
- rozwiązuje zadania dotyczące lokat pieniężnych i kredytów bankowych
- rozwiązuje zadania dotyczące zagadnień ekonomicznych z zastosowaniem nierówności liniowych

VII. EWALUACJA PROGRAMU

Ewaluacja programu przeprowadzona zostanie poprzez przeprowadzenie ankiet oraz quizy internetowe i konkursy prezentowane na platformie e-learningowej.

VIII. BIBLIOGRAFIA

- Materiały pomocnicze dla nauczycieli, Matematyka, Agnieszka Winsztal, Elżbieta Świda, Elżbieta Kurczab, Marcin Kurczab, Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro
- Plan wynikowy nauczania matematyki opracowany na podstawie programów nauczania autorstwa Krzysztofa Kłaczkowa, Marcina Kurczaba, Elżbiety Świdy.
- Informator o egzaminie maturalnym z matematyki. Centralna Komisja Egzaminacyjna w Warszawie.
- Matematyka dla ambitnych, Leon Gulowski, wydawnictwo Podkowa Bis



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Tezy do programu przedstawili:

Artur Dyrda

Joanna Kloc

Korekta i opracowanie:

mgr Elżbieta Miterka

Analiza statystyczna wyników egzaminu gimnazjalnego oraz ocen końcowych z matematyki:

mgr Agnieszka Szumera

Nadzór merytoryczny i zatwierdzenie:

prof. dr hab. Zdzisław Rychlik

